UNA OJEADA A LAS BASES ONTOLÓGICAS DE LA FÍSICA CUÁNTICA[*] [†]

Décio Krause
Universidad Federal de Santa Catarina

RESUMEN

Defendemos el punto de vista de que la investigación de un amplio campo de la ciencia puede ser desarrollada desde diferentes puntos de vista (o perspectivas), las cuales pueden originar diferentes teorías informales y, entonces, teorías axiomáticas no equivalentes. Cada una de ellas aborda diferentes aspectos del dominio. Después de presentar ese punto de vista, de una forma general, intentamos aplicarla al dominio de la física cuántica. Entonces, siguiendo la indicación de Heinz Post de que los *quanta* deberían ser considerados como indiscernibles *right from the start,* proponemos que para eso es más conveniente una base lógica distinta, fundamentada en la teoría de cuasi-conjuntos. Esa teoría es también presentada en sus idas más generales.
Palabras clave: Pluralismo lógico, perspectivismo en filosofía de la ciencia, lógicas no clásicas, lógica de la mecánica cuántica, cuasi-conjuntos.

ABSTRACT

We sustain a pluralistic view of science, which roughly speaking says that a general field of empirical science can be approached by several (and perhaps non equivalent) 'perspectives', so generating different informal (and later, axiomatic) theories. Each one of them treats different aspects of the domain. After exposing this view in a general way, we apply it to the quantum realm, and show that if we aim at to consider that we should consider *quanta* as indistinguishable 'right at the start' (Heinz Post's view), then we ought to use a distinct logico-mathematical basis, namely, quasi-set theory, which is also sketched in the paper.
Key-words: Logical pluralism, perspectivism in science, non-classical logic, logic of quantum mechanics, quasi-sets.

---

[*] **Recibido** Noviembre de 2005; **aprobado** Diciembre de 2005.
[†] Este artículo se basa en el seminario presentado en el *Simposio Internacional "Einstein: científico, filósofo y humanista. Centenario de una visión del mundo"*, realizado en Cali-Colombia, del 28/11 al 02/12, 2005. Estoy agradecido con Germán Guerrero Pino por la ayuda que me prestó para presentar este escrito en un español correcto, con los organizadores del simposio por la gentil acogida en Cali y también con los participantes por sus apuntes y sugerencias.
[1] Un automorfismo de una estructura es una función biyetiva que preserva las relaciones y operaciones de la estructura.

1. Pluralismo en las bases lógicas de la ciencia

Intentaré indicar en este artículo algunas de mis inquietudes filosóficas relacionadas con la gran curiosidad sobre las bases lógicas y ontológicas de la física cuántica. Empezaré por apuntar, en líneas generales, una visión de la ciencia, que llamaré provisoriamente "pluralismo lógico", que yo y otros colegas estamos intentando desarrollar en detalles en los últimos tiempos (véase [CKB05]). Nuestro "pluralismo", que espero quedará claro abajo, es una visión general de la ciencia y del quehacer teórico, y es importante decir que no redunda en un relativismo, como intentaré mostrar.

Para hacer una aproximación del concepto de pluralismo, en el sentido en que emplearé este término, supongamos que D es un dominio del conocimiento en las ciencias empíricas, que nosotros estamos intentando investigar. Cuando investigamos D, estamos interesados no solamente en conocer sus elementos, sino también sus relaciones y cualidades. Esa investigación nos lleva a elaborar una *preteoría* o *teoría informal* de D -hay otros nombres en la literatura para eso, muchas veces utilizados en contextos distintos, como prototeoría, cuasiteoría, etc., pero utilizaremos el nombre de arriba porque de este modo no nos comprometemos con las otras visiones. De un cierto modo, podremos decir que esas teorías informales son similares a los *frameworks* carnapianos (véase [C50]), es decir, formulaciones lingüísticas que elaboramos para dar cuenta de un cierto D. Dejaré la palabra *teoría*, *tout court*, para ser usada adelante en otro contexto.

Esas teorías informales, como el propio nombre sugiere, son elaboradas informalmente (es decir, sin el recurso del método axiomático) en el lenguaje natural, complementada con símbolos y conceptos propios de las matemáticas, adecuados a un análisis de D. Es esencialmente en este nivel que trabaja el científico en general, quien, por sus deberes de oficio, no está preocupado (y no puede estarlo) con la fundamentación filosófica de su campo de actuación. La elaboración de una teoría informal sigue los patrones, en muy buena medida, discutidos en la literatura filosófica, de suerte que aquí no necesitamos hacer consideraciones a ese respecto.

Una cosa que no es tan discutida es que, en general, si tenemos un cierto D, hay varias teorías informales posibles sobre D. Por ejemplo, suponga que D es la evolución de los seres vivientes. Entonces podremos apuntar para este dominio las teorías (informales) lamarckiana, darwiniana, la teoría sintética de la evolución o el mismo creacionismo, tan de moda hoy en la era Bush (en este caso, uno diría que no hay evolución, pues Dios creo los seres vivientes en su forma "definitiva"). Cada una de ellas captura aspectos de D, y ciertamente no permite capturar D *in totum* puesto que en general esos dominios son muy extensos y tienen contornos imprecisos. Además, podemos tener, para un mismo D, teorías informales incompatibles; por ejemplo, los intentos actuales de los físicos en describir la realidad (el D más amplio posible) caminan en la dirección de juntar la física cuántica con la relatividad general, que sabemos son lógicamente incompatibles. También puede ocurrir que algunas de esas teorías informales deban ser abandonadas, como la teoría lamarckiana lo fue por un tiempo (pero parece que empieza a utilizarse nuevamente en cierto sentido). Lo importante, después de constatar ese hecho aparentemente obvio de que un mismo D puede tener varias teorías informales, es aceptar que todas esas visiones nos ayudan a entender mejor a D, o sea, el conjunto de sus teorías informales nos da una idea más abarcante del dominio D.

Llegamos así a un primer estadio de nuestra visión: no hay en general una única manera de describir 'teóricamente' a D, y además, que nuestras descripciones pueden ser incompatibles entre ellas. Ciertamente todas esas posibles teorías informales de un cierto D tendrán aspectos que nos permiten decir que se trata de teorías (informales) de un mismo D; o sea, tienen en común básicamente conceptos o asunciones que podríamos decir son características del D considerado. Por ejemplo, si D es el dominio de la microfísica, entonces se puede conjeturar que ninguna teoría de D dejará de mencionar el principio de incertidumbre de Heisenberg o el carácter probabilístico del conocimiento que nosotros tendremos de él (pero esos puntos son discutibles, y sería interesante si uno no puntase a lo que de hecho es la característica esencial de la física cuántica). Objetivamente, por cierto, no podremos *probar* que esas formulaciones teóricas de D son de hecho teorías de *un mismo* D; lo más que podremos hacer es acreditar este hecho. Por ejemplo, las 'mecánicas' ondulatoria de Dirac y de Bohm son 'mecánicas cuánticas', pero no son equivalentes; es decir, no hay *una* (o *la*) mecánica cuántica.

Una vez tengamos una teoría informal I de un dominio D, podremos estudiar I desde un punto de vista metateórico. Por ejemplo, intentar axiomatizar (o quizás formalizar) I y entonces estudiar sus cualidades, como su consistencia, sus modelos, etc. Para fijar una terminología, usaremos esos términos como hacemos en lógica: *grosso modo*, axiomatizar I significa presentar sus conceptos básicos y los postulados, los cuales relacionan esos conceptos, en general utilizando la teoría informal de conjuntos, como hizo Suppes [S02]. Formalizar I es algo más fuerte: exige que explicitemos su lenguaje, su lógica subyacente y los postulados, tanto lógicos como matemáticos y específicos. Cuando hacemos la axiomatización (o formalización) de I, obtenemos, lo que llamaré, una *teoría* de D. Quizás ahí deberíamos ser más rigurosos y hacer la distinción entre las axiomatizaciones y las formalizaciones de I; de este modo, podremos llegar a la conclusión de que en el presente, en las ciencias empíricas, no hay teorías formalizadas *stricto sensu*, pero solamente axiomatizadas (quizás una excepción sea el enfoque de Ludwig [Lu90]). Esto es un punto que merece estudio, sin duda, y que ha sido recordado constantemente por autores como N. da Costa [C05].

Lo más sorprendente es que en las discusiones filosóficas sobre la ciencia, no se ve detalles sobre el punto siguiente: no hay un modo único de axiomatizar una cierta I. Rigurosamente, si uno cambia el lenguaje y/o la lógica subyacente, uno cambia de teoría. Por ejemplo, podemos basar nuestra T en la lógica de primer orden con o sin identidad, o en una lógica de orden superior, o en la teoría de categorías, o en una mereología o en otra base posible (dependiendo de la I). Una *teoría* T solamente de modo indirecto se refiere a D, como es bien sabido.

Otro hecho, cuyas implicaciones lógicas muchas veces no son debidamente consideradas explícitamente por los filósofos, es que, una vez tengamos una teoría T, ella gana una cierta autonomía (en el buen sentido popperiano del término) con respecto a D, pudiendo así eventualmente aplicarse a otros dominios o, como también se dice, tener otros modelos. Así, el dominio D o su versión matematizada, es visto como el modelo *intencional* de la teoría. Estudiar esos modelos es importante, tan importante que muchas veces una teoría es confundida con su clase de modelos, como hacen los defensores del enfoque semántico. Por ejemplo, la mecánica clásica de partículas, axiomatizada por MacKinsey, Sugar y Suppes en 1953, tiene varios modelos o, como se dice, hay varias mecánicas de partículas [véase S02].

Sea en el nivel de la (o de una) teoría informal o de una teoría propiamente dicha, siguiendo la terminología de Carnap, podemos apuntar a cuestiones *internas* y a cuestiones *externas* relativamente a ellas. Por ejemplo, suponga que D contenga los números naturales y que deseamos estudiar sus propiedades y relaciones. Entonces, algunas cuestiones internas son las siguientes: "¿existen números perfectos impares?" o "¿hay números primos mayores que un cierto número dado?". Esas cuestiones tienen respuestas del tipo 'sí' o 'no', y son decididas al interior de las teorías o, como podemos decir, son '*framework* relativas'. Las cuestiones externas, a su turno, son cuestiones generales sobre el propio *framework*, como las siguientes, en nuestro ejemplo: "¿existen números en la realidad?" o "¿si uno acepta la existencia de números naturales, debe comprometerse con un platonismo?". Esas cuestiones externas no son verdaderas o falsas, pero están ligadas a las elecciones de los *frameworks*, lo que hacemos en general por motivos pragmáticos. Para Carnap, esas serían pseudo-cuestiones, sin contenido cognitivo (*Op.cit.*).

Lo importante es que, para nosotros, contrariamente a Carnap, las cuestiones externas son significativas y altamente relevantes. Por ejemplo, en el caso de las teorías físicas, en particular la mecánica cuántica, ellas envuelven cuestiones como: “¿los objetos físicos existen?”, o “¿son los *quanta* reales?”. Es evidente que esas cuestiones son relevantes y significativas para cualquier análisis filosófico de la física de hoy. Es precisamente en este sentido que presentaré a ustedes mis preocupaciones, como dije al inicio. De un cierto modo, la consideración de esas cuestiones son vitales para el progreso de nuestro conocimiento del dominio D, puesto que el esquema de arriba D – I – T es dinámico, o sea, después de que una o varias teorías han sido presentadas, nuestro D en realidad cambia por otro ‘más actualizado’, o sea, después de las elaboraciones teóricas, ciertamente nuestra visión del dominio D habrá cambiado por un D’. De ese modo, el esquema anterior se torna como algo así D – I – T – D’ – I’ – ⋯, etc.

Pero primero déjeme hablar un poco más sobre otras cuestiones relacionadas y que no reciben, en general, la debida atención de los filósofos de la ciencia, pero que han sido constantemente recordadas por Prof. Newton Costa recientemente en sus seminarios de lógica [C05]. Por ejemplo, ¿si T es una teoría de D, *dónde* elaboramos T? Si usted me presiona, puedo asegurarme diciendo que lo hago en la teoría de conjuntos. Pero, ¿en cuál de ellas? Como sabemos nosotros, no hay *una* teoría de conjuntos, sino una infinidad de ellas, y además esas teorías pueden no ser equivalentes unas con otras. Así, si utilizamos la teoría NF de Quine-Rosser (véase [K02]) en la metamatemática, como esa teoría no admite modelos estándar, entonces puede ser el caso de que no se pueda encontrar un buen orden para aquella porción del modelo que representa los números naturales. De ese modo, o sea, si los números naturales no pueden ser caracterizados de manera adecuada, ¿cómo podremos usar la inducción, por ejemplo para definir las formulas de nuestro lenguaje? Como es de esperar, en principio debemos tener un lenguaje básico como el de la lógica de primer orden, y sus expresiones bien formadas (sus formulas) son definidas inductivamente, o sea, necesitamos de la inducción en la metamatemática. Del mismo modo, hay varias lógicas, y tenemos en ciertos casos que decir con cuál de ellas estamos operando, puesto que es lícito preguntar por ejemplo: ¿podemos usar el método de la reducción al absurdo en las demostraciones? (los intuicionistas ciertamente dirían que ‘no’).

Además, no es únicamente debido a las cuestiones de demostración que esas cosas importan. En verdad, la formulación matemática de una teoría no depende solamente de una lógica o de una teoría de conjuntos, pero si de un particular *modelo* de ella. Suponga que tenemos la lógica de primer orden usual (clásica) y la teoría Zermelo-Fraenkel (ZF) como nuestros fundamentos (véase [K02]). Debido al teorema de Löwenheim-Skolem, sabemos que ZF, supuesta consistente, tiene modelos numerables (o sea, cuya cardinalidad es la de los números naturales). Entonces, si trabajamos en este modelo, ciertamente podremos tener limitaciones en nuestra teoría, pues aquella porción del modelo que representa los números reales deberá ser numerable (‘paradoja de Skolem’), y sabemos que las ciencias físicas hacen uso de un continuo no numerable en su contraparte matemática. Del mismo modo, si consideramos algunas cuestiones externas como aquella que se refiere a la existencia de objetos físicos de algún tipo, por ejemplo, los *quanta* indiscernibles de los cuales hablaremos abajo, entonces parece que las teorías ‘standard’ de conjuntos, el las cuales todos los objetos son *individuos*, no son muy adecuadas para su tratamiento. Pero dejemos esas cuestiones para después.

Otro problema importante, pero que es bastante discutido en la literatura, es el problema de la verdad. Hablaré un poco de ello solamente para despertar su curiosidad por la *quasi-verdad*, un concepto que poco a poco se conoce mejor (véase [CF03]). Generalmente se piensa que el concepto de verdad como correspondencia, que remonta a Aristóteles, es aquel que debe ser utilizado también en las ciencias, y no solamente en las matemáticas. La formulación de la ‘definición’ semántica debida a Alfred Tarski puso en evidencia esa noción de verdad. Si bien hay otras concepciones, como la teoría de la verdad como coherencia, las teorías pragmáticas de la verdad, etc., la teoría de la correspondencia es la que parece ser la preferida por los filósofos. Pero hay cosas que necesitan ser consideradas respecto a eso; como ha sido enfatizado también por N. da Costa, el concepto tarskiano de verdad se aplica solamente a ciertos lenguajes formalizados, las cuales entre otras cosas deben ser atómicos, o sea, tales que sus expresiones complejas (formulas) sean obtenidas a partir de expresiones más breves (las fórmulas atómicas) mediante los conocidos métodos de utilización de los conectivos lógicos y los cuantificadores. Además, esos lenguajes deben ser extensionales, o sea, la verdad de una fórmula compleja debe ser función de la verdad de sus subfórmulas componentes, lo cual no se cumple, como uno muy bien sabe, en los lenguajes modales, por ejemplo. Pero aún no se ha probado de un modo cabal que los lenguajes de las teorías físicas sean extensionales en esa acepción.

En las ciencias, por otro lado, las teorías (o bien, sus sentencias) pueden ser solamente *parcialmente* verdaderas, salvando las apariencias en un particular dominio de aplicación. Eso nos remite a otro tipo de verdad, la *cuasi-verdad*, de la cual no hablaré aquí. En resumen, podemos decir que cada una de las formulaciones teóricas de D es cuasi-verdadera en el sentido de que, dicho sin rigor, salvan ciertas apariencias de D, de forma que todo pasa en D como si esas teorías fuesen verdaderas en el sentido tradicional.

Así, ojeando las diversas formulaciones teóricas de D de ese modo, nuestro pluralismo no cae en un relativismo.

Pluralismo, entonces, significa eso: aceptar que hay diversas posibilidades teóricas sobre un cierto D, que hay diversas maneras distintas y no equivalentes de axiomatizar una teoría informal de D, que hay diversos conceptos de verdad y que muchas de esas cosas dependen de que sean significativas ciertas cuestiones externas relativas a los *frameworks* que elaboramos. Ciertamente tenemos mucha libertad para elaborar nuestras teorías informales y las teorías sobre los dominios D, pero los *frameworks* no son todos igualmente validos, como un relativista podría decir. Es una cuestión de argumentación filosófica justificar en cuáles dominios los *frameworks* (teorías informales o teorías propiamente dichas) son aplicables. Las diversas formulaciones pueden ser válidas para capturar aspectos distintos de los dominios; así, no hay relativismo en nuestra visión. En los dominios en los cuales las teorías se aplican, todo pasa como si ellas fueran verdaderas y son, por tanto, *cuasi-verdaderas* en esos dominios.

2. El caso de la mecánica cuántica

Trasladaré ahora algunas de esas cuestiones para el dominio cuántico, que será nuestro D de aquí en adelante, y procuraré enfatizar una de las cuestiones que me tiene ocupado gran parte del tiempo, o sea, el problema de la individualización de los *quanta* y cuestiones correlacionadas. Los detalles más técnicos pueden ser vistos en [FK05].

Primero, deseo decir que concuerdo con la opinión de Sunny Auyang de que las teorías físicas son sobre *cosas* (podríamos decir, sobre *objetos* de algún tipo): “Physical theories are about things” ([A95], p.152), que llamaré *quanta* indistintamente. La física de partículas habla de partículas de variadas especies; la mecánica ondulatoria de ondas, las teorías de cuerdas incorporan las cuerdas y las branas en su discurso, etc. Todas esas formulaciones (o *frameworks*) son modos distintos, o perspectivas distintas, de ojear esencialmente la misma cosa, la ‘realidad’, que suponemos existe en el micromundo. Creo, por tanto, que se puede suponer que hay una ontología subyacente al discurso de los físicos, pero nosotros no tenemos acceso a ella excepto por intermedio de nuestras teorías. Nuestras propias observaciones son ‘teóricamente-dependientes’, como dijo Heisenberg que le enseñó Einstein: “son las teorías las que deciden lo que puede ser observado” [H89, p.29]. Así, cuando hablamos de ‘ontología’, no estamos utilizando el término en su sentido tradicional (que remonta a Aristóteles) del estudio de las cosas en sí mismas, sino más bien en el sentido del compromiso ontológico de una teoría, quizás en un sentido quineano. Es de esto modo como los físicos y filósofos de hoy emplean esa palabra [MW05].

Dicho esto, nos resta constatar que ciertas formulaciones en la física cuántica suponen que hay quanta que son *indiscernibles*, o *indistinguibles* uno de los otros de una misma especie. Esos quanta, como dejo claro Einstein cuando introdujo el concepto de indiscernibilidad en 1924, no pueden tener *individualidad*, puesto que obedecen a una 'estadística' distinta de la usual, como apuntaremos enseguida. El hecho de que los quanta pueden en ciertas situaciones ser completamente indiscernibles, llevó a la idea de que ellos no tendrían *individualidad*, una posición hecha explícita por varios de los fundadores de la mecánica cuántica, como Schrödinger, Heisenberg, Bohr y otros como Hermann Weyl. Esto es lo que llamamos nosotros la *concepción heredada* de los quanta (véase [FK05]). Veamos cómo se puede entender mejor esa idea.

Todos aceptamos (por lo menos en principio) que los árboles, las personas y los buses son *individuos* de algún tipo. Pero ¿cómo se puede entender esa individualidad? Las respuestas más comunes son en términos de su *distinguibilidad* relativamente a otros individuos, incluyendo los de la 'misma especie'. Por su parte, esa distinguibilidad puede ser entendida básicamente de dos modos: primero, en términos de una o varias de las propiedades de un individuo, algo que éste tendría y los otros no, como una marca o una pequeña diferencia. Pero, ¿por qué no es posible que dos objetos distintos -o sea, que no sean 'la misma entidad'- tuviesen exactamente las mismas marcas y señales? En otras palabras, ¿pueden haber dos objetos que difieran *sólo en número*? (solamente en que uno sea uno y el otro sea otro, sin que se pueda notar alguna distinción, por más pequeña que sea). Aceptar que esto no es el caso, fue lo que dijo Leibniz con su celebre Principio de Identidad de los Indiscernibles, que dice precisamente que no hay en la naturaleza dos individuos que difieran sólo en número.

Para los 'objetos clásicos', o sea, aquellos que pertenecen a la 'ontología clásica', para aquellos que tengan las mismas propiedades (si eso es posible, como en el caso de las partículas elementales), hay una suposición adicional que debe ser asumida: una forma de Principio de Impenetrabilidad, que a grandes rasgos dice que dos objetos no pueden ocupar la misma posición en un mismo tiempo. Eso es debido, dicen los físicos, a que esos objetos son *impenetrables*, y esa suposición se sustentaría en la materia de que están compuestos esos objetos –o sea, en su *substratum*. Esto nos muestra el segundo modo por el cual la distinguibilidad puede ser comprendida: los objetos se distinguirían unos de los otros no por una o varias de sus propiedades, pero sí por tener un *substratum*, un *quid*, alguna cosa más allá de las propiedades, a lo que Locke se refirió como algo que él no sabia lo que era ("I don't know what", dijo él en su *Essay*, Cap. XXIII [L90]). El filósofo de la física inglés Heinz Post llamó esa forma de individualidad

individualidad trascendental, pues 'transciende' los atributos o propiedades de los objetos [P63], una terminología que por cierto no es la mejor.

Ahora volvamos a los *quanta*. ¿Serán ellos como las personas, perros y buses? Algunos filósofos los compararon con el dinero en un banco; se tengo 100 pesos en mi cuenta, no tiene sentido ir al banco y reclamar cuáles son los pesos míos. Los quanta serían así, sugieren ellos. Pero esas suposiciones pueden cuando mucho explicar el hecho contraintuitivo de que esas entidades no tienen individualidad en el sentido tradicional de los objetos que nos rodean. Como no tenemos acceso a los quanta de la misma forma como tenemos acceso a los perros y buses, entonces todo lo que nos queda son nuestras teorías. El problema entonces está, según nuestra opinión, en la descripción matemática de ellos, o sea, de cómo describirlos en nuestras teorías. Esas teorías en general no tratan de sistemas individuales, sino solamente de colecciones de ellos (*ensembles*). Einstein, con Bose, fue uno de los científicos que contribuyó al esclarecimiento del comportamiento de los quanta, con la formulación de la estadística Bose-Einstein, como es bien sabido. Como esto es importante para nosotros, vamos a ver algunas de sus características principales.

Los 'objetos clásicos' -de la física clásica- obedecen una forma de conteo (o 'estadística') denominado de Maxwell-Boltzmann; si tenemos dos partículas #1 y #2 y dos estados posibles A y B, entonces hay precisamente cuatro posibles colocaciones de esas partículas en esos estados: (1) las dos en A, (2) las dos en B, (3) la partícula #1 en A y la #2 en B y (4) la partícula #2 en A y #1 en B. Todas ocurren con la misma probabilidad de ¼. Esas partículas pueden ser de la misma especie y tener las mismas propiedades. Pero la distinción que se hace entre las situaciones (3) y (4) indica que ellas son 'individuos' de algún tipo, una vez que su permutación altera el estado del sistema. O sea, como se dice, las permutaciones *son observables*. Esa individualidad, que tal vez no pueda ser descrita como una propiedad, es entonces alguna forma de 'individualidad trascendental', como sugirió Post.

Pero la situación con los quanta es distinta. Si consideramos solamente dos quanta, hay dos 'estadísticas'; si tomamos más de dos, otras posibilidades surgen, pero no las trataremos aquí (véase [FK05]). Esas dos posibilidades son las estadísticas de Bose-Einstein (B-E) y de Fermi-Dirac (F-D). Los quanta que obedecen B-E son los *bosones*, y los que obedecen F-D son los *fermiones*. Estos últimos están sujetos al Principio de Pauli, que dice: no es posible tener más de un quanta en un mismo estado. Entonces, las posibilidades que hay para #1, #2, A y B son, como arriba: (1) y (2) como arriba, pero (3') *un* quanta en A y el *otro* quanta en B, sin que podamos decir cuál es cual. Para los bosones, esas tres posibilidades ocurren con igual probabilidad (1/3), pero para los fermiones solamente (3') se verifica, debido al Principio de Pauli. O sea, como queda más evidente en el caso de los bosones, la *identificación* de las situaciones (3) y (4) de arriba, indica que ellos no pueden tener individualidad; son, por tanto, *no-individuos*.

Debido a esta no-individualidad, no tiene sentido nombrar un quanta, o contar u ordenar una colección de ellos. Los nombres que atribuimos, como #1 y #2, son únicamente dispositivos formales para escribir cosas como las ecuaciones dinámicas (ecuación de Schrödinger), pero ellos no tienen un significado como el de los *nombres propios*, o sea, esas etiquetas 'se pierden' después de una permutación, o sea, las permutaciones no son observables. Pero si atribuimos nombres (aun que sean nombres aparentes), ¿cómo hacer para que esos nombres no se comporten como nombres de individuos? La solución, que es debida a las limitaciones de los lenguajes usuales para tratar estas cosas, es postular otro principio, que tiene varias denominaciones, pero que puede ser resumido diciendo que confiere invarianza a las permutaciones. O sea, inicialmente atribuimos nombres a los quanta, como #1 y #2; después decimos que cualquier permutación de ellos no es digna de ser considerada físicamente relevante. En mi opinión, esto es un ardid. Hablaré más de esto abajo.

Pero, ¿cómo articular esa no-individualidad de los quanta? Veremos eso en la próxima sección. Antes deseo decir que hay también una alternativa de construir una teoría en la cual los quanta *son* tratados como individuos, en la misma acepción que las partículas de la física clásica. Pero para esto es necesario hacer restricciones en los observables y en los estados a los que esos quanta pueden acceder, lo que cambia fuertemente la metafísica de las relaciones, como se menciona en [FR88] (véase también [FK05]). En este artículo, no trataremos tampoco de esta cuestión, pues nos restringiremos a la consideración de los no-individuos.

3. Las características de los no-individuos y las dificultades de tratarlos

De manera general, haré una distinción entre los objetos 'clásicos' y los objetos 'cuánticos' (los *quanta*), que trataré como no-individuos en un sentido que se aclarará abajo. Claro está que esa distinción es apenas esquemática y poco precisa, pero aun así vale para importantes distinciones entre los 'modos de ver' el mundo proporcionado por las físicas clásica y cuántica. La primera distinción es precisamente la individualidad: los objetos clásicos la tienen, pero los quanta, en general, no. Cierto es que en algunas situaciones podemos individualizar los quanta, como cuando ellos están separados una distancia significativamente grande, pero cuando ellos se aproximan ciertos limites, su individualidad de pierde. Así, no hay individuación propiamente dicha, pero solamente una individuación 'fingida' o 'simulada' ('mock individuality' es la expresión introducida por G. Toraldo di Francia [DT93]). Llegamos así a lo mismo sin una individuación en el sentido tradicional, podemos hablar de esas entidades en las teorías informales, pero tendremos problemas en las teorías propiamente dichas, pues si intentamos hablar de cosas como 'existe un quanta así y asa', entonces necesitamos de cuantificadores, y si los usamos en el sentido clásico (o sea, de acuerdo con los parámetros de la lógica clásica), aparentemente tendremos que tener el concepto de identidad a nuestra disposición. En efecto, suponga que tenemos una lenguaje de primer orden (esto es por simplicidad, pero se puede extender la idea para los lenguajes de orden superior) en el que F es un predicado monario, x es una variable individual y a es una constante individual (además, $\wedge$ es el símbolo para la conjunción). Entonces la sentencia $\exists x\ (F(x) \wedge x=a)$ es verdadera relativamente a una cierta interpretación si y solamente si el dominio de la interpretación (que es un conjunto) tiene un subconjunto que hace el papel de la extensión del predicado F y en este subconjunto hay un objeto que corresponde, por las reglas de la semántica usual, a a. O sea, tenemos que suponer una teoría de la identidad para los objetos del dominio, de forma que podemos identificar el objeto, que en nuestro lenguaje es representado por a. Técnicamente, lo que hacemos es añadir al lenguaje una colección de constantes que son los *nombres* de los elementos del dominio, como a por ejemplo, formando lo que llamamos el lenguaje diagrama.

Pero si el dominio está formado por una colección de quanta indiscernibles, ¿cómo podremos atribuir a cada uno de ellos un nombre para formar el lenguaje que nos permite hablar de ellos? En particular, no podremos definir una función cuyo contradominio sea una colección de objetos indiscernibles. No hay cómo mantener en esos casos las reglas de la semántica usual. De este modo, como se dijo arriba, tanto los objetos clásicos como los quanta son objetos de predicación, o sea, tienen propiedades o atributos como masa, carga eléctrica, etc.

Es importante resaltar que para científicos como Schrödinger, esa falta de identidad que hay en el caso de los quanta no es una limitación de nuestro conocimiento de ellos; como sugirió él, los trastornos que tenemos se deben a las deficiencias de nuestros lenguajes, que no son adecuados para hablar de indiscernibles (véase [FK05] para una discusión más completa). Para Schrödinger, es una característica de los quanta la ausencia de identidad (entonces, de individualidad). Los quanta, contrariamente a los buses que miramos y identificamos por sus propiedades, como pertenecer a los Blanco y Negro de Cali (el nombre de una compañía de buses de la ciudad), son *nomológicos*, o dados por leyes físicas (esta terminología también es de Toraldo di Francia -*Op.cit.*). Por ejemplo, la ley física que plantea que una masa de $9{,}1 \times 10^{-23}$ gramos, acompañada por una carga eléctrica de $4{,}8 \times 10^{-10}$ unidades electrostáticas y un spín ½, es la característica de los electrones. Esas entidades tienen siempre sus características dadas por leyes físicas; son cosas creadas al interior de los *frameworks* que elaboramos para dar cuenta de parcelas de la realidad, de acuerdo con cierta perspectiva. Si un físico encuentra un objeto físico con la misma carga eléctrica y el mismo spín, pero con masa $1{,}9 \times 10^{-25}$ gramos, el no dice que encontró un electrón más liviano, sino que encontró otra partícula, un *muon* [DT93]. Esas leyes físicas, desde un cierto punto de vista, son *esenciales*.

Lo que se ve es que no son las aserciones elaboradas con esos constructos, como electrones, campos o cuerdas, las que deben ser comparadas con la realidad, más bien sus consecuencias, las cosas que derivamos de las suposiciones de su existencia. Queda claro entonces que el concepto de verdad no es de hecho el de correspondencia, pero una forma de verdad *pragmática*, la cuasi-verdad. Pero continuemos con las dificultades que tenemos para tratar los no-individuos con los artificios de la lógica y las matemáticas tradicionales. Adoptaremos entonces la visón 'schrödingeriana' de que los no-individuos son entidades para las cuales el concepto de identidad no se aplica; formalmente, supondremos que expresiones como $x=y$ no son (formulas) bien formadas de nuestro lenguaje (para más detalles, véase [FK05]). Pero tenemos una idea de cómo eso pasa, veremos cómo Hermann Weyl trató el problema de los individuos en el Apéndice B de su libro *Philosophy of Mathematics and Natural Science* [W49]. Su ejemplo es muy apropiado para formarnos una idea de lo que pasa.

Weyl dice que si tenemos n quanta y k estados posibles, lo importante es encontrar una 'descomposición ordenada' $n_1 + \cdots + n_k = n$ que dice cuantos son los quanta que están en cada estado, sin que sea relevante (puesto que es en general imposible) saber cuales son esos quanta. Para llegar a esa descomposición, Weyl procede del siguiente modo: parte de un conjunto S con n elementos sobre el cual está definida una relación de equivalencia ~. Se obtiene el conjunto cociente $S/\sim$, cuyos elementos (las clases de equivalencia) representan los estados, tendremos la descomposición si miramos los cardinales de las clases y sus propiedades matemáticas. Lo que Weyl deja implícito, y tradujo a este lenguaje, es que la mecánica cuántica debe empezar por el conjunto cociente y por sus clases de equivalencia, cada una de ellas con un cierto cardinal. Eso es todo lo que podremos saber y es todo lo que basta. De este modo, podremos 'olvidar' la naturaleza (como individuos) de los elementos de S y quedarnos solamente con las cantidades de ellos en cada clase.

La falacia de este argumento es la siguiente. No se puede olvidar que S es un conjunto. Como dijo Cantor, el fundador de la teoría de conjuntos, "un conjunto es una colección de objetos *distintos* del nuestra intuición o pensamiento" (el énfasis es mío, véase [K02]). Las teorías axiomáticas de conjuntos, de cierto modo, caracterizan los conjuntos (expresión usada para designar ciertos términos de un lenguaje formal) como colecciones de *individuos* (en el sentido técnico de que las entidades que les pertenecen -o sea, que están en la relación de pertenencia con ellos- satisfacen las leyes usuales da la identidad). En otras palabras, si suponemos la teoría ZF con su 'modelo' usual $\langle V, \in \rangle$ donde V es la jerarquía acumulativa o universo de von Neumann, entonces debemos tener en cuenta que para obtener el cociente $S/\sim$, debemos empezar con el conjunto S, o sea, con una colección de individuos. No hay escapatoria; las matemáticas usuales son *leibnizianas* en un sentido fuerte, o sea, no hay objetos indiscernibles que no redunden en ser *el mismo* objeto. Para tratar de indiscernibles dentro de esa base, tendremos que utilizar ciertos trucos, como adicionar a las suposiciones alguna forma de postulado que diga que las permutaciones no son relevantes, o sea, alguna forma de postulado de simetría, como se hace en la mecánica cuántica. O sea, la 'falacia' aludida arriba de empezar con individuos (que caracterizamos como tales cuando les atribuimos nombres, etiquetas, coeficientes para escribir los vectores como combinaciones lineales de ciertas bases en los espacios adecuados o para escribir las ecuaciones relevantes como la de Schrödinger) se presenta también en las formulaciones usuales de esa disciplina.

Veamos con un poco más de detalle lo que pasa con las matemáticas tradicionales (léase ZF por simplicidad, pero esas cosas pueden ser extendidas a otros fundamentos matemáticos de las teorías físicas). Supongamos, por una vez más, el 'modelo' $\langle V, \in \rangle$, donde podremos suponer que se puede fundar toda la matemática necesaria para las teorías físicas. Esa estructura es *rígida* en el sentido de que su único automorfismo es la función identidad[1] . La invarianza por automorfismos es un concepto central en las matemáticas; si un objeto es invariante de esta forma, él 'no cambia'; es siempre el mismo, por así decir. Entonces, si dos objetos son llevados uno en el otro por automorfismos, tendremos todas las razones para decir que no los podremos diferenciar. Por ejemplo, supongamos la estructura $\langle Z, + \rangle$, en la cual Z es el conjunto de los números enteros y + la usual adición de esos números. Esa estructura no es rígida, puesto que hay otro automorfismo adicional a la función identidad, la función $f(x) = -x$. Así, como $f(2) = f(-2)$, entonces 2 y -2 son indiscernibles al interior de esa estructura, o sea, ella no permite que veamos cualquier diferencia entre ellos.

Pero ciertamente nosotros acordamos que 2 y -2 no son el mismo número entero. Eso puede ser probado desde el *exterior* de la estructura $\langle Z, + \rangle$, o sea, en el 'universo' $\langle V, \in \rangle$, donde $\langle Z, + \rangle$ se elaboró. En otras palabras, la estructura $\langle Z, + \rangle$ puede extenderse a una estructura rígida mediante la adición de adecuadas relaciones y/o operaciones; por ejemplo, si añadimos a ella los conjuntos unitarios {0}, {1}, {-1}, {2}, {-2}, etc., que pueden ser confundidos con propiedades monarias, entonces la estructura queda rígida.

Lo importante es que se puede probar un teorema al interior de ZF que dice que *toda* estructura elaborada en esa teoría puede ser siempre extendida a una estructura rígida. Eso quiere decir que la indiscernibilidad de objetos (conjuntos) solamente puede ser considerada al interior de ciertas estructuras, más esos objetos, en verdad (o sea, en todo el universo) *son individuos*. El truco aludido arriba de suponer alguna condición extra que sirva de pretexto para decir que ciertas entidades son indiscernibles, debe ser siempre considerado de alguna forma si trabajamos al interior de las matemáticas usuales. No hay escapatoria (para más detalles sobre este punto, véase [KC05]).

4. Una salida posible

Heinz Post sugirió que la indiscernibilidad de los quanta no debe ser aproximada, sino que debe asumirse desde el principio (*right at the start*, como dijo él [P63]). Así, si deseamos pensar en una estructura adecuada para la mecánica cuántica (esto no fue dicho arriba, pero sí quedó implícito que los modelos de las teorías físicas son estructuras matemáticas generalmente formuladas en ZF –véase [DT81]), entonces uno podría suponer que esa estructura no debería poder ser extendida a una estructura rígida, de forma que sus objetos no pudiesen ser discernidos de ninguna forma (lo mismo al exterior de la estructura). Pienso que si asumimos esto, y nos restringimos a considerar la indiscernibilidad solamente al interior de estructuras que pueden ser prolongadas a estructuras rígidas, no nos escaparemos de los argumentos que dicen que hay (o pueden haber) variables ocultas de algún tipo. La propia negación de esas variables me parece estar relacionada con las matemáticas que nosotros utilizamos en nuestros *frameworks* conceptuales. Esto, sin embargo, es un punto discutible.

Así, me parece que la alternativa adecuada para asumir que hay quanta verdaderamente indiscernibles es cambiar radicalmente la matemática (y quizá la lógica) de las bases de las teorías cuánticas. Ciertamente que eso no debe preocupar al físico, pues él continuará trabajando en las 'teorías' (informales o no) que sirven muy bien para los propósitos de hacer las predicciones más fantásticas, como sabemos todos. Pero, si bien esto se cumple para las finalidades de la física, para las cuestiones de naturaleza filosófica el uso de las matemáticas y de la lógica clásica no es así tan evidente. Además, teniendo en cuenta nuestro pluralismo, no hay porqué intentar mirar la cuestión desde una perspectiva que vea los quanta como no-individuos. Esto es lo que pienso. Si deseamos seguir a Post, entonces me parece que no hay otro remedio. Cabe, por fin, resaltar que esa misma cuestión de encontrar matemáticas adecuadas para tratar los indiscernibles de la física cuántica fue planteada por el físico-matemático Yuri Manin, como el primer problema para las matemáticas actuales en la lista publicada en [B76]; cabe decir que esa lista fue propuesta como continuación de la celebre lista de 23 problemas propuesta por David Hilbert en 1900. La cuestión de tratar los indiscernibles *right at the start*, entonces, no es arbitraria ni aparece como un problema únicamente filosófico. Nuestra respuesta a esta cuestión se articula en términos de una *teoría de quasi-conjuntos* (véase [K92] y [FK05]), pero no trataremos de ello aquí.

Referencias Bibliográficas

[A95] Auyang, S. Y. (1995), *How is Quantum Field Theory Possible?*, New York, Oxford Un. Press.

[B76] Browder, F.E., ed. (1976), *Mathematical Problems Arising from Hilbert Problems*, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, Vol. XXVIII, Providence, American Mathematical Society.

[C50] Carnap, R. (1950), 'Empiricism, semantics and ontology', *Revue Internationale de Philosophie* 4, 20-40. Reprinted in the Supplement to *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic*, enlarged edition (University of Chicago Press, 1956). Disponible en internet, en http://www.ditext.com/carnap/carnap.html.

[C05] da Costa, N. C. A. (2005), *Seminários de Lógica*. Grupo de Estudos em Lógica e Fundamentos da Ciência, NEL/UFSC/CNPq (anotaciones de clases).

[CF03] da Costa, N. C. A. and French, S., (2003), *Science and Partial Truth: A Unitary Approach to Models and Reasoning in Science*, Oxford University Press.

[CKB05] da Costa, N.C.A., Krause, D. e Bueno, O. (2005), 'Perspectivismo em filosofia da ciência: fundamentação de um pluralismo teórico', a ser apresentado no Congresso da AFHIC, Florianópolis, 2006.

[DT81] Dalla Chiara, M.L. and Toraldo di Francia, G. (1981), *Le teorie fisiche: un'analisis formale*, Torino, Boringhieri.

[DT93] Dalla Chiara, M.L. and Toraldo di Francia, G. (1993), 'Individuals, kinds and names in physics', in Corsi, G. et. al (eds), *Bridging the gap: philosophy, mathematics, physics*, Kluwer Ac. Pu., 261-283.

[FR88] French, S. and Redhead, M. (1988), 'Quantum Physics and the Identity of Indiscernibles', *British Journal for the Philosophy of Science* 39, 233-246.

[FK05] French, S. and Krause, D. (2005), *Identity in Physics: A Historical, Philosophical and Formal Analysis*, a aparecer por la Oxford University Press.

[H89] Heisenberg, W. (1989), *Encounters with Einstein and other essays on people, places, and particles*, Princeton Un. Press.

[K92] Krause, D. (1992), 'On a quasi-set theory', *Notre Dame J. of Formal Logic* 33, 402-411.

[K02] Krause, D. (2002), *Introdução aos Fundamentos Axiomáticos da Ciência*, S.Paulo, EPU.

[KC05] Krause, D. and Coelho, A.M.N. (2005), 'Identity, indiscernibility and philosophical claims', *Axiomathes* 15 (2), 191-210.

[L90] Locke, J. (1690), *An essay concerning human understanding*, disponible en Internet, en http://etext.library.adelaide.edu.au/l/locke/john/l81u/

[Lu90] Ludwig, G. (1990), *Les structures de base d'une théorie physique*, Springer-Verlag.

[MW05] Mittelstaedt, P. and Weingartner, P. (2005), *Laws of Nature*, Springer-Verlag.

[P63] Post, H. (1963), 'Individuality and physics', *The Listener*, 10 October, 534-537, reprinted in *Vedanta for East and West* 132, 1973, 14-22.

[S02] Suppes, P. (2002), *Representation and Invariance of Scientific Structures*, Stanford, CSLI Pub.

[T85] Toraldo di Francia, G. (1985), 'Connotation and denotation in microphysics', in Mittelstaed, P. and E.W. Stachow (eds.), *Recent developments in quantum logics*, Mannheim, pp.203-214.

[W49] Weyl, H. (1949), *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, Princeton Un. Press.