

Transformaciones lineales de dimensión finita, aplicadas al desarrollo del modelo cinemático directo para el robot KUKA KR 60 JET® en cursos de álgebra lineal y dibujo de máquinas

John Faber Archila Diaz
Universidad Industrial de Santander

Luis Eduardo Bautista Rojas
Universidad Industrial de Santander

Jorge Villamizar Morales
Universidad Industrial de Santander

Recibido Mar. 16, 2011 Aceptado Jul. 07, 2011

Abstract

In this paper a direct kinematic model of robot KUKA KR 60 JET® is developed based on linear transformations and using homogeneous matrices as representations of linear transformations and validation software tool MATLAB®. In this work teaching strategies are applied in order to improve both student learning in the professional training process. We do this by showing the relationship between robotic and mathematics in a meaningful learning environment as an integration model of knowledge areas, taking an industrial application as a reference and following the technological development and industrial global trends.

Keywords: Robotic, Direct kinematic, linear transformations, Industrial Applications

MSC(2000): 97M10, 97M50,

Resumen

En el presente trabajo se desarrolló un modelo cinemático directo del robot KUKA KR 60 JET® partiendo de la geometría de las transformaciones lineales, usando las matrices homogéneas como representaciones de transformaciones lineales y MATLAB® como herramienta computacional de validación. En este trabajo de investigación se aplican estrategias de enseñanza a fin de mejorar tanto el aprendizaje como el desempeño de los estudiantes en proceso de formación profesional. Mostrando la relación directa entre la robótica y las matemáticas en un entorno de aprendizaje significativo, como modelo de integración de las diversas áreas del conocimiento, tomando como referencia una aplicación industrial y teniendo en cuenta las tendencias mundiales de desarrollo tecnológico e industrial.

Palabras y frases claves: Robótica, transformaciones lineales, cinemática directa, aplicaciones industriales.

1 Introducción

Parte del aprendizaje significativo que se presenta en este trabajo, es proveído por la aplicación del *Edutainment* como estrategia que busca mejorar la aprehensión de conocimientos mediante el encuentro común de aplicaciones que permiten su enseñanza simultánea de manera didáctica y práctica, logrando que los participantes se interesen por la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas de forma entusiasta.

También puede decirse que por las características del trabajo desarrollado, la estrategia de enseñanza de aprendizaje colaborativo es asumida como tal, pues esta busca que “los alumnos trabajen juntos para completar una tarea donde se preocupan tanto de su aprendizaje como el de sus compañeros” y además busca

“el desarrollo de habilidades básicas de relación importantes para el desempeño laboral, y que exige al alumno comprometerse con su propio aprendizaje” (Benito y Cruz, 2005)[1].

Con base en las estrategias anteriores, el presente trabajo desarrolla un modelo cinemático directo del robot KUKA KR 60 JET® con seis grados de libertad, el cual posee una amplia area de trabajo y es usado por compañías dedicadas a las aplicaciones industriales de gran precisión, líneas de montaje y producción. Para lograr el modelo matemático que describe el comportamiento cinemático del brazo robótico, se hace uso de las transformaciones lineales de dimensión finita y la geometría asociada a las mismas, así como de la herramienta computacional MATLAB®. Finalmente se espera encontrar la localización final de dicho brazo previa introducción de las coordenadas articulares.

2 Conceptos generales

2.1 Edutainment

Edutainment es un novedoso término usado para describir la combinación de *Education* y *Entertainment*, más conocido como “learning through playing” y su principal propósito es la educación. Se destaca ampliamente ya que una forma de entretenimiento sólo facilita y hace el proceso más atractivo para los estudiantes[2]. Rapeepisarn [3] define el edutainment como “El acto de aprender en gran medida a través de cualquiera de los medios y objetos de comunicación”. El desarrollo del entorno de entretenimiento educativo permite también poner en práctica las innovaciones tecnológicas en la educación [4]. Es una herramienta altamente efectiva en la promoción del conocimiento y habilidades. Existen muchos informes de evaluación en el mundo que confirman estos los resultados de estos programas, ya que facilitan y desarrollan el proceso de la educación y dan lugar a un cambio social [5].

Dentro de los campos mas fértiles para la aplicación del *Edutainment* podemos encontrar la robótica y la educación en ingeniería, ya que se presenta la necesidad de integración de la mecánica, la electrónica y la informática, esto le permite a los estudiantes comprobar los resultados y corregir posibles errores. Como resultado, los estudiantes aprenden de forma natural a construir el sistema y conocen con más propiedad su funcionamiento [5]. La experiencia creada en el desarrollo de las actividades ha permitido a los estudiantes construir sus propios conocimientos y no recibirlo ya construido. No obstante, la construcción es guiada, y ha permitido la exploración adecuada de puntos de vista que facilitan el análisis de situaciones reales y probables en la industria.

El interés de estudiantes y científicos por solucionar inquietudes que se presentan a diario en la sociedad, hace pertinente la propuesta de integrar la robótica en la educación, por esto se ha considerado como una herramienta de gran valor para desarrollar las habilidades de los estudiantes mediante la experiencia de pruebas iterativas [6].

En concordancia, integrar la robótica, en la enseñanza del álgebra lineal y dibujo de maquinas, llega a ser un método práctico y útil para alcanzar resultados más creativos. Cabe resaltar, por ejemplo, el trabajo realizado por la compañía danesa LEGO, quienes han motivado a varias generaciones con la producción de juegos de construcción interactivos, mediante los cuales han revolucionado la forma de aprender nuevos conceptos de forma entretenida y menos compleja. En la figura 1 se observa el LEGO MINDSTORM® que es un Droid Developer Kit[7], el cual ofrece todo lo necesario para armar un robot. Actualmente es aplicado con gran éxito en actividades que integran la Universidad Industrial de Santander en Colaboración con la Universidad Carlos III de Madrid y asesorado por el Profesor Julio Villena Ramón, desarrollando cursos de aprendizaje de la robótica educativa aplicada a la ingeniería [8].

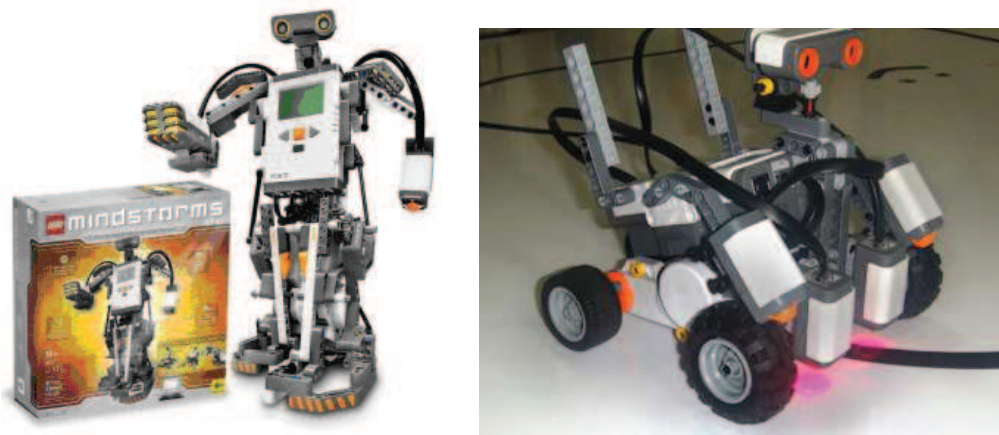


Figura 1: Lego Mindstorm [7], [8]

Teniendo en cuenta los factores anteriormente mencionados se busca llevar estos conceptos a la práctica industrial es por esto que para nuestro caso se ha enfocado el *Edutainment* como herramienta para práctica del conocimiento adquirido en robótica, álgebra lineal y dibujo de maquinas llevando del entorno académico las aplicaciones de la ingeniería [9] a un entorno práctico y compartido de aprendizaje basado en el aprender haciendo.

Además de las heurísticas mencionadas anteriormente se plantea el uso aplicado de las tecnologías de la información como medio para transmitir y conducir el conocimiento. El brazo robótico se construyo mediante el uso del software CAD (Computer-Aided Design, Diseño asistido por computador) Solidworks®, teniendo en cuenta las especificaciones del fabricante y siguiendo los lineamientos de ingeniería que nos permiten entender el funcionamiento básico del mismo. El trabajo de simulación ha sido realizado usando MATLAB®.

2.2 Representación matricial del movimiento en el espacio

Las transformaciones lineales pueden asumirse como mapeos de particular importancia en el estudio del álgebra lineal y sus aplicaciones. Dichas transformaciones se realizan entre espacios vectoriales que conservan la suma y la multiplicación vectorial por un escalar. Cualquier transformación lineal T entre espacios vectoriales de dimensión finita admite una representación matricial AT . En caso de ser AT invertible, entonces T puede ser escrita como una sucesión o composición de una o más transformaciones especiales, conocidas como expansiones, compresiones, reflexiones, rotaciones y cortes.

2.3 Matriz de transformación homogénea

Para la representación de la posición de un objeto en el espacio existen diversos métodos, tales como: Coordenadas cartesianas, polares y esféricas entre otros. Métodos como las Matrices de rotación, cuaternios, ángulos de Euler, se usan para la representación únicamente de orientaciones. Sin embargo para la representación de la Localización (posición y orientación) se utilizan las matrices de transformación homogéneas, ya que permiten la representación conjunta de posición y orientación [10]. El método empleado para desarrollar el modelo cinemático directo en este trabajo es éste último, el cual se define a continuación.

Matrices homogéneas

Una matriz de transformación homogénea se define como un arreglo rectangular de dimensión 4×4 como se observa en la figura 2, el cual representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro [11]. Estas matrices permiten representar la posición y la orientación de un sólido en el espacio al mismo tiempo a través de rotaciones, traslaciones, escalas y perspectivas. En general, dichas matrices son representaciones de transformaciones lineales (ver figura 2).

$$A = \begin{bmatrix} [R(3 \times 3)] & [T(3 \times 1)] \\ [P(1 \times 3)] & [E(1 \times 1)] \end{bmatrix}$$

Figura 2: Composición de la Matriz Homogénea

R(3x3) Corresponde a una matriz de tres filas por tres columnas que representa rotación.

T(3x1) Corresponde a un Vector columna que representa translación.

P(1x3) Corresponde a un Vector fila que representa la perspectiva.

E(1x1) Corresponde a un escalar que representa la escala de la transformación. Para el presente caso $P=[0,0,0]$ y $E=1$.

Matrices homogéneas principales

Un movimiento en el espacio se representa por una serie de rotaciones y translaciones, tal y como se describe en las figuras 3 y 4, respectivamente. Dichas rotaciones y translaciones, se pueden representar como una multiplicación de matrices homogéneas.

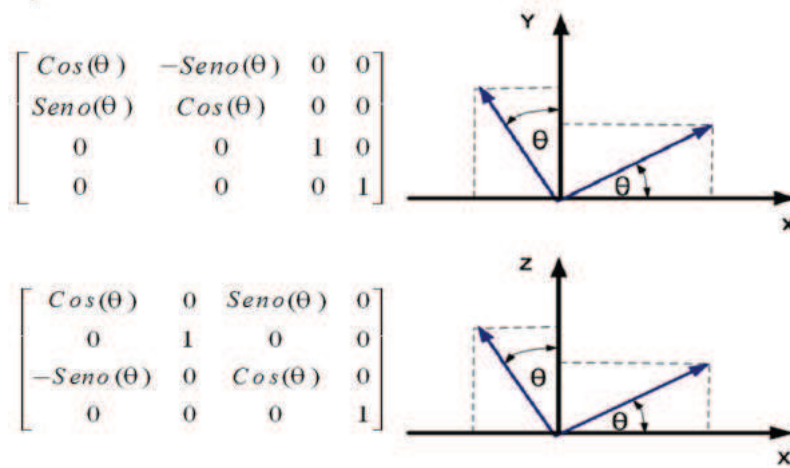


Figura 3: Matrices Homogeneas, Rotacion entorno al eje Z y entorno al el eje Y, respectivamente

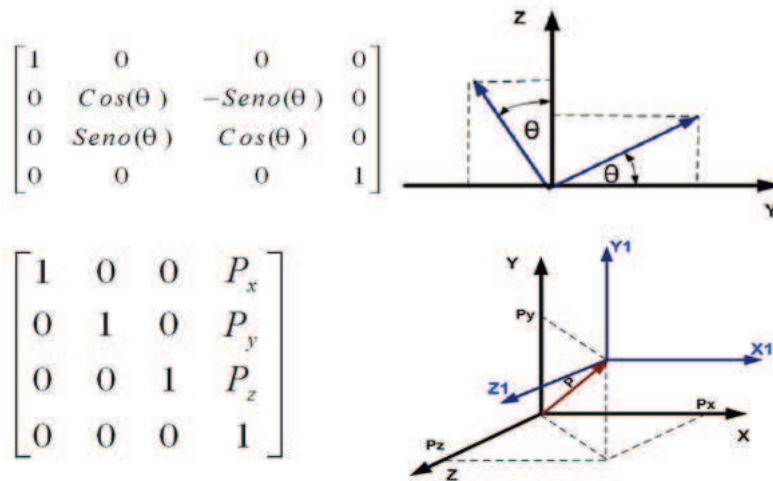


Figura 4: Matrices Homogeneas, Rotacion en el eje X y Matriz Traslación Px,Py,Pz respectivamente

2.4 Cinemática directa

La cinemática directa corresponde a la determinación de la localización (posición y orientación) del extremo del robot, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot [10]. En este modelo se conocen los grados de libertad del robot y se desea encontrar la posición final del extremo del robot a partir de las posiciones angulares, así como se describe en la figura 5. Para encontrar el modelo cinemático directo se utiliza el método de matrices de transformación homogéneas, el cual consiste en realizar los movimientos necesarios desde la base fija hasta la herramienta, para cada movimiento se obtienen las matrices homogéneas y el resultado final es el producto de las matrices.



Figura 5: Cinemática Directa

2.5 Modelamiento del robot

Para la etapa de modelamiento del Robot se desarrollaron modelos CAD (Computer-Aided Design, Diseño asistido por computador), y modelos matemáticos para la cinemática del manipulador KUKA KR 60 JET® que se presentan más adelante.

Modelo CAD

En la figura 6 se presenta el modelo CAD del Robot KUKA KR 60 JET® elaborado en Solidworks®, basados en el planteamiento del modelo cinemático correspondiente y los conocimientos básicos obtenidos de las especificaciones técnicas proporcionadas por el fabricante. Dichos modelos fueron desarrollados en el curso de dibujo de Maquinas.

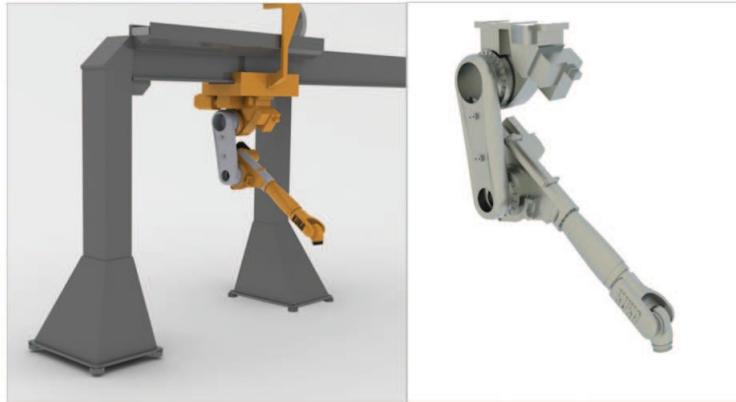


Figura 6: Modelo CAD del Robot KUKA KR 60 JET®

3 Modelamiento matemático para la cinemática directa

El modelo cinemático del brazo está basado en el uso de Matrices de Transformación Homogénea para tal fin se ubican los sistemas coordenados según la convención propuesta por Archila et al, 2008 [12] y apoyada en uso de los pasos 1,2 y 3 del algoritmo de Denavit- Hartenberg [13], para la numeración y localización de los eslabones y ejes de cada articulación. La convención adoptada es la siguiente:

Por medio de la geometría de las transformaciones lineales de dimensión finita se describe la posición de los diferentes elementos del robot en función de las rotaciones de sus grados de libertad. Para el modelo se ha adoptado el análisis del robot con 5 (Cinco) grados de libertad rotacionales y 1 (Un) grado de libertad prismático, para un total de 6 (seis). Las transformaciones lineales se representarán por medio de matrices de traslación y rotación, donde se describirán las traslaciones realizadas sobre los segmentos y las rotaciones en torno a los ejes de referencia X, Y, y Z, respectivamente. A continuación se describen las matrices de transformación lineal según el modelo presentado por Barrientos para el modelamiento de operaciones con el fin de describir los movimientos del robot.

$$R(x, \alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\text{sen} \alpha & 0 & 0 \\ \text{sen} \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R(z, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\text{sen} \theta & 0 \\ 0 & \text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R(y, \beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \text{sen} \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\text{sen} \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T(d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 7: Matrices de Transformaciones Lineales

Para dar inicio al análisis del modelo cinemático del robot se establece una cadena cinemática abierta, debido a que existe una única secuencia de articulaciones, conectando los puntos inicial y final de los eslabones de la cadena (Siciliano et al, 2009, [14]).

También es necesario establecer los ejes de referencia sobre los cuales se iniciará el análisis de los movimientos, a dichos movimientos se les ha asignado una notación específica con respecto al marco de referencia ilustrado en la figura 8. Además de esto se han fijado los puntos de referencia P0 (Punto Medio del soporte), P1, P2, P3 y P4, y las longitudes A1, L1, L2 y L3 para los segmentos del robot.

Tomando las recomendaciones de Veslin et al, 2007 [15], el conjunto de ecuaciones presentadas a continuación describe detalladamente las transformaciones realizadas desde el punto inicial P0 en la base de soporte hasta los puntos P1, P2, P3 y P4, modelando el movimiento desde el punto inicial hasta cada uno de los segmentos a manera de transformaciones lineales (T).

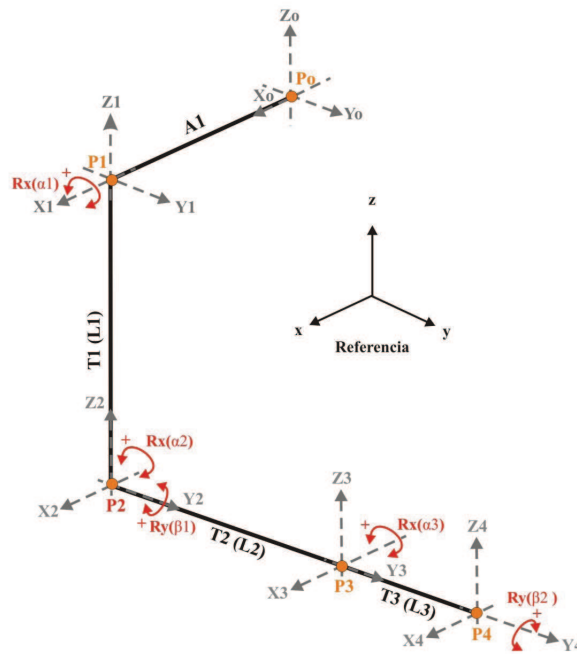


Figura 8: Sistemas de Referencia para el robot KUKA KR 60 JET®

La convención propuesta busca definir todas las rotaciones de las articulaciones positivas cuando el sentido de giro cumpla con la convención de dextrógiro, las traslaciones siempre sobre el eje x y y en sentido positivo.

Los movimientos generados para ir de un sistema de referencia a otro, representados matemáticamente por matrices de transformación, se realizan de forma

tal que muestren la geometría particular del robot [15]. Se realizó una simplificación en las dimensiones del robot, como la exclusión de la distancia lateral entre brazos. Dicha simplificación se consideró necesaria para reducir la complejidad de las transformaciones y no afectan el comportamiento espacial del modelo que se observa en la figura 9. El modelo cinemático completo es presentado en la ecuaciones 1 a 6, teniendo en cuenta los lineamientos y la notación propuesta por Siciliano [14].

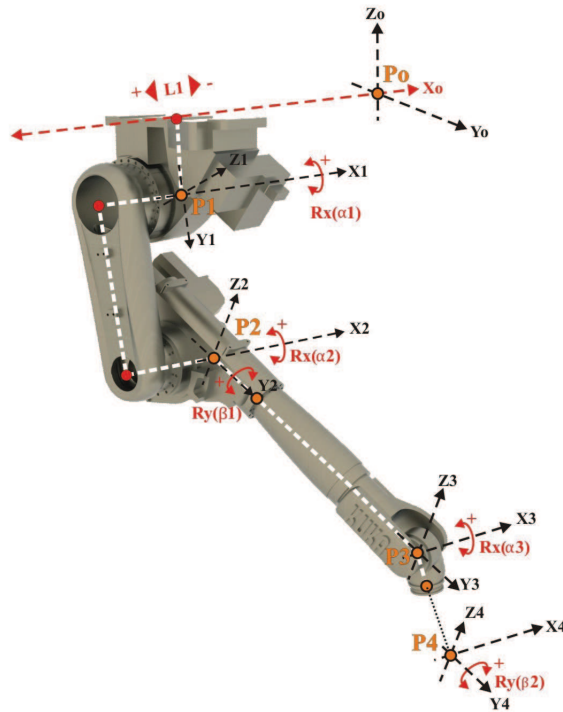


Figura 9: Sistemas de Referencia y transformaciones para el robot KUKA KR 60 JET®

$$T_1^0(A_1) = A_1^0(X_0, A_1) \quad (1)$$

$$T_2^1(\alpha_1, L_1) = R_x(X_1, \alpha_1) \bullet T_x(X_1, L_1) \quad (2)$$

$$T_3^2(\alpha_2, \beta_1, L_2) = R_x(X_2, \alpha_2) \bullet R_y(Y_2, \beta_1) \bullet T_y(Y_2, L_2) \quad (3)$$

$$T_4^3(\alpha_3, L_3) = R_x(X_3, \alpha_3) \bullet T_y(Y_3, L_3) \quad (4)$$

$$T_5^4(\beta_2) = R_y(Y_4, \beta_2) \quad (5)$$

$$T_5^0(q) = T_1^0 \bullet T_2^1 \bullet T_3^2 \bullet T_4^3 \bullet T_5^4 \quad (6)$$

4 Modelo computacional para validar el modelo cinemático directo

El modelo planteado anteriormente se implementó en MATLAB®, buscando obtener un análisis gráfico más exacto a partir de los valores ingresados y conocer los movimientos teniendo en cuenta los ángulos que restringen el movimiento de las articulaciones, observadas en el tabla 1. Las graficas obtenidas se realizaron con cálculos usando las dimensiones reales del robot relacionadas en la tabla. 2.

En la validación de este modelo se dan como datos de entrada posiciones angulares para cada articulación y se obtienen las posiciones del elemento terminal o herramienta. Ver Figura 8.

Ángulos de rotación limitados por Software	
Variable Angular	Valor
α 1	$0 \leq 180^\circ$
α 2	$+150^\circ \leq -120^\circ$
β 1	350°
α 3	119°
β 2	350°

Cuadro 1: Ángulos de Rotación - Fuente: KUKA KR 60, JET® DataSheet

Longitud de las Secciones del Robot	
Sección	Dimension
A1	$0 \leq$ Tamaño del Riel
L1	85 cm
L2	125 cm
L3	32 cm

Cuadro 2: Longitud de las Secciones - Fuente: KUKA KR 60, JET® DataSheet

En las figuras 10 y 11 se ilustra la localización obtenida en la herramienta del robot, después de ingresar los datos correspondientes de longitud de los segmentos y ángulos de rotación de las articulaciones. En color rojo se observa la ubicación del sistema de coordenadas inicial X_0 sobre el cuál se realiza el calculo de la Localización. En la Figura 10 se observa una traslación del robot sobre el riel de desplazamiento, descrito en el modelo como una traslación de dimensión A1 sobre el eje de coordenadas X_0 ubicado como se describe en la sección 3.

En la figura 11 se ilustra el area de trabajo del robot KUKA KR 60 JET®, obtenida mediante la inserción de los datos correspondientes a las dimensiones, restricciones angulares y desplazamiento maximo relacionados en el DataSheet del robot.

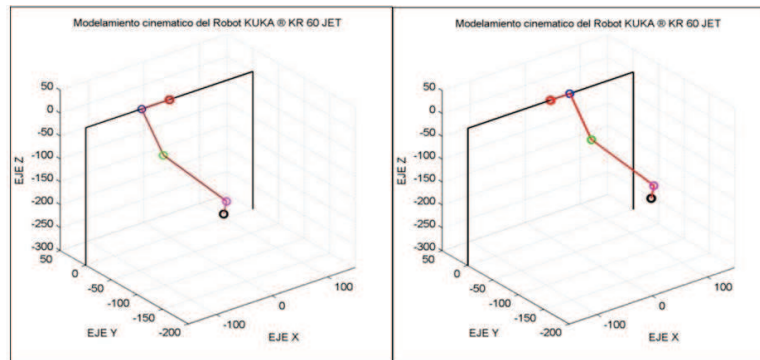


Figura 10: Simulación espacial en MATLAB®

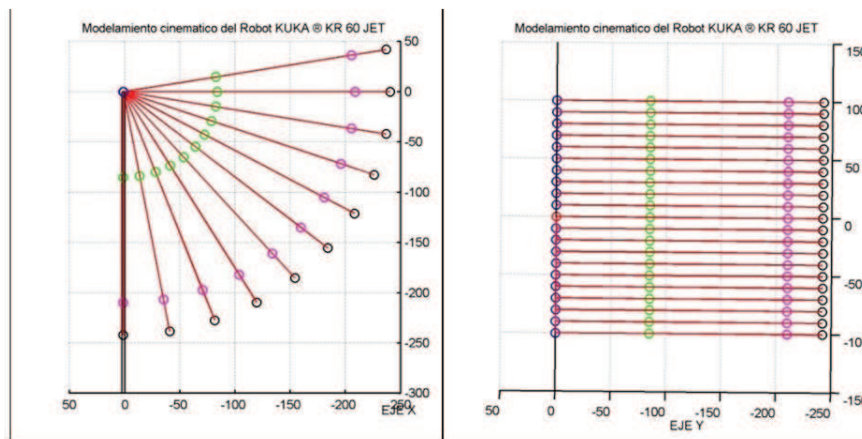


Figura 11: Área de trabajo del robot KUKA KR 60 JET®

Modelos similares

El modelo planteado anteriormente se usó para la determinación de la cinemática directa del Robot KUKA KR 60 JET®. Sin embargo durante el desarrollo de las actividades propias se construyeron modelos CAD y se realizaron análisis similares para algunas de las diferentes líneas de robots industriales de la Compañía KUKA Robotics.

El modelo propuesto es aplicable a los robots de la línea KR, teniendo en cuenta las especificaciones individuales de cada sistema. La localización de la

herramienta en Robots como el KUKA KR 30 JET®, el KUKA KR 5 sixx R650®, el KUKA KR 16/L6®, KUKA KR 5 SCARA 550® y KUKA KR 150 K®, ilustrados en la figura 12, entre otros, puede ser obtenida bajo el mismo principio. En este artículo se describe detalladamente el uso del modelo para el robot KUKA KR 60 JET® ya que es el objetivo del presente artículo.

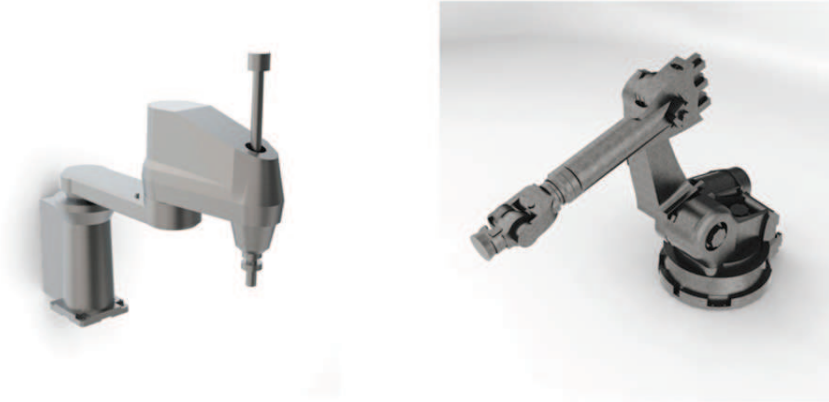


Figura 12: Línea KR 5 SCARA 550 y Línea KR 150 K, respectivamente

5 Resultados pedagógicos

En este trabajo de investigación se utilizó una estrategia educativa basada en Edutainment, con el fin de encontrar solución a un problema o proyecto de aula aplicado a la ingeniería y planteado por el profesor. Se buscó con esta metodología mejorar tanto el aprendizaje como el desenvolvimiento de los estudiantes en su proceso de formación, logrando experiencias significativas, como resultado de las mismas se obtuvo un 52 % de aprobación del curso, donde los valores normales de aprobación corresponden a un porcentaje entre 25 % y 30 % respecto a semestres anteriores. como se aprecia en la figura 13.

6 Conclusiones

El trabajo realizado permitió a los estudiantes conocer más profundamente el funcionamiento de robots industriales antropomórficos, de esta manera se presentaron refuerzos en los conocimientos en aspectos de ubicación espacial, tales como ortogonalidad, reorientación de ejes de simetría, traslaciones y rotaciones con respecto a ejes de posición variable.

También se presentó una asimilación espacial más rápida del comportamiento y el funcionamiento de las transformaciones lineales, teniendo en cuenta el comportamiento vectorial de las mismas que le permitirá al estudiante aprender el concepto básico de modelamiento matemático aplicable a diferentes fenómenos físicos presentes en la industria.

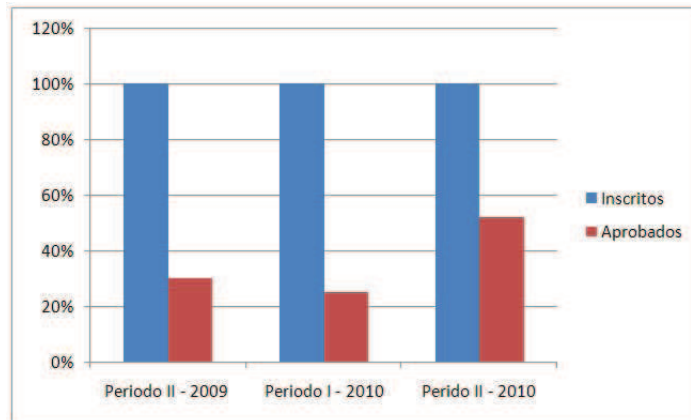


Figura 13: Proporción de Aprobaciones en los últimos semestres

Es notorio el desarrollo de los modelos CAD en SolidWorks®, ya que fueron contruidos desde cero basados en los Datasheet de los robots, esto permitió indagar básicamente el funcionamiento de algunas partes del robot y de esta manera enfatizar conceptos básicos de ingeniería necesarios para la construcción del manipulador. También los estudiantes adquirieron habilidades en modelamiento y simulación.

El aumento en el Porcentaje de alumnos que aprobaron el curso de Álgebra Lineal se muestra como uno de los grandes logros de esta estrategia, ya que casi se duplica el porcentaje de aprobaciones en el primer periodo despues de la implementacion de la estrategia.

Como introducción a la fundamentación de la robótica cabe destacar que la cinemática directa es el principio de conocimiento del comportamiento espacial de los manipuladores modernos, y establece fuertes bases conceptuales que le permitirá a los alumnos abordar métodos más complejos.

El uso de la herramienta computacional MATLAB® es un gran soporte a la labor investigativa desarrollada por los futuros profesionales.

Es destacada la interacción de diferentes áreas del conocimiento como lo son el álgebra lineal, el dibujo de maquinas y la robótica entre otras, en medio del proceso de enseñanza y aprendizaje, lo que finalmente se traduce en una riqueza para el estudiante en formación profesional.

7 Agradecimientos

Los autores expresan su agradecimiento a la Vicerrectoría de Investigación y Extensión - VIE y a la Decanatura de la Facultad de Físico Mecánicas de la Universidad Industrial de Santander - UIS, por el apoyo y financiación brindada al proyecto titulado “*Estudio y diseño conceptual de una ayuda técnica tipo exoesqueleto*” código 5546, de donde surge el apoyo al presente artículo de in-

vestigación. También se resalta el aporte de los estudiantes de los cursos *Algebra Lineal* y *Dibujo de Maquinas* del segundo periodo del año 2010.

Referencias

- [1] Benito. A., Cruz. A.. Nuevas claves para la docencia universitaria en el Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid, España. Narcea. 2005.
- [2] White. R. That's edutainment. White Hutchinson Leisure and Learning Group. Kansas City, USA. 2003.
- [3] Rapeepisarn, K., Wong K., Fung C., Depickere A., Similarities and differences between "learn through play" and "Edutainment". IE '06 Proceedings of the 3rd Australasian conference on Interactive entertainment. Murdoch University, Australia. 2006.
- [4] Hanafizan. H. and Rafi. A. The design framework for the edutainment environment. In: Advances in Design Sciences and Technology. Europa Productions, France, .2001. pp. 81-90.
- [5] Asada. M., D'Andrea R., Birk A., Veloso M., Robotics en Edutainment. Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference. Computer Science Department, Carnegie Mellon University. Pittsburgh, PA. USA. 2000.
- [6] Corredor. M., Arbeláez L. Ruby, Pérez A. Martha I. Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Revista Docencia Universitaria. Vol. 9. No. 1 2008.
- [7] Products NXT LOG. Consultado el 25 de Marzo de 2010 en <http://www.lego.com>, 2010.
- [8] "Taller de Robotica con Lego Mindstorm". Proyecto de Cooperación Universitaria al desarrollo financiado por el gobierno regional de la comunidad de Madrid, España, 2010.
- [9] Reyes. A., Delgado. A., Archila. J., Maradei M., Arenas A., La Robótica como motor de desarrollo tecnológico en los programas de Ingeniería Mecánica y Diseño Industrial. Reunión Nacional ACOFI. Santa Marta, Colombia, 2010.
- [10] Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., Aracil, R. Fundamentos de Robótica. Madrid. McGraw-Hill, 2007.
- [11] Grossman I. Stanley, Algebra lineal. Quinta edición. McGraw-Hill. (1999).
- [12] Archila. J., Dutra. M.,: "Study and modeling of KR 6 KUKA robot", Revista Facultad de Ingenierías. Universidad de Antioquia N.º 46 pp. 132-144. Diciembre, (2008)

- [13] J. Denavit. R. S. Hartenberg. “A Kinematic Notation for Lower- Pair Mechanism Based on Matrices”. Journal of Applied Mechanics. Vol. 22. 1955. pp. 215-221.
- [14] Siciliano. B., Sciavicco. L., Villani. H., Oiolo. G. Robotics Modeling Planning and Control, Springer, 2009.
- [15] Veslin. E., Slama. J., Dutra. M., Lengerke. O. Análisis Cinemático de un Exoesqueleto de Partes Superiores de 7 GDL. En Congreso Internacional de Ingeniería Mecatrónica - UNAB. Bucaramanga, Colombia.2009
- [16] Ollero. A. Robótica, Manipuladores y robots móviles. Barcelona, España. Marcombo Boixareu. 2001. pp. 43-80

Dirección de los autores

John Faber Archila Diaz — Grupo de Investigación en Robótica de Servicio y Diseño Industrial - GIROD, Escuela de Diseño Industrial, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga - Colombia

e-mail: jfarchid@uis.edu.co

Luis Eduardo Bautista Rojas — Grupo de Investigación en Robótica de Servicio y Diseño Industrial - GIROD, Escuela de Matematicas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga - Colombia

e-mail: maeinf21@uis.edu.co

Jorge Villamizar Morales — Grupo de Investigación en Robótica de Servicio y Diseño Industrial - GIROD, Escuela de Diseño Industrial, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga - Colombia

e-mail: jorge@matematicas.uis.edu.co