

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PROGRAMA DE CAPACITACIÓN Y ACOMPAÑAMINMETO A DOCENTES DE
CUNDINAMARCA Y DUITAMA PARA EL DESARROLLO DELOS NIVELES DE
COMPETENCIA DE MATEMÁTICAS Y DISEÑO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS A
PARTIR DE LAS EXPERIENCIAS SIGNIFICATIVAS DE LOS MAESTROS

JUGANDO CON LOS NÚMEROS ENTEROS

OMAIRA CHAPARRO, DORILA PÓVEDA, RAFAEL A. FERNÁNDEZ

Asesora: Ligia Amparo Torres R.

Colegio Salesiano Duitama

En este documento se presenta una secuencia didáctica para abordar el estudio del concepto de número entero, algunas de sus representaciones, operaciones y relaciones. Este trabajo hace uso de herramientas recreativas como mediación en tales acercamientos conceptuales y procedimentales. Se reconoce la complejidad que implica abordar de una manera significativa y funcional los números enteros y se trata de articular los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional y la práctica de aula..

INTRODUCCIÓN

En el diario vivir existen magnitudes susceptibles de variación en dos sentidos: uno positivo y otro negativo, las cuales podemos ubicar en la recta numérica

desplazándonos a derecha o a izquierda de un punto de referencia. Estas relatividades se presentan en la temperatura, el balance de una contabilidad, la altura de un punto de la Tierra sobre el nivel del mar, la posición astronómica de un punto del globo terráqueo, el tiempo anterior o posterior al nacimiento de Cristo, entre otros.

En este documento se abordan algunas situaciones significativas de los números enteros, en el siguiente orden: Conceptualización de los números enteros, relaciones de orden entre números enteros, estructura aditiva de los enteros, estructura multiplicativa de los enteros, para finalizar operando multiplicación y división de números enteros. Con relación a la estructura multiplicativa, las tareas son aún incipientes, dada la complejidad misma de esta.

Algunas de las actividades que se presentan fueron tomadas de textos de varios autores por el desarrollo lúdico de los mismos y adaptadas para que pudiesen articularse a la secuencia. Otras de autoría nuestra con la asesoría de la Universidad del Valle.

1. PROBLEMÁTICA

En los estudiantes de bachillerato del Colegio Salesiano, se ha encontrado en repetidas ocasiones deficiencias en el manejo de los números enteros ante lo cual se encuentra la necesidad de desarrollar actividades que orienten la enseñanza y el manejo de dicho conjunto numérico de tal manera que tales dificultades se vayan superando.

A través del tiempo hemos ido analizando que el estudiante no asimila de manera comprensiva

fundamentalmente la adición y sustracción de números enteros, agregando a ello la tendencia a la aplicación mecánica y algorítmica de valores sin darle un significado al concepto o construcción de lo positivo y lo negativo. A ello se le suma la influencia del poco hábito por la lectura y la falta de conciencia de aprender para la vida y no para el momento o la evaluación.

Las pruebas ICFES Y SABER han reflejado en sus deficientes resultados el bajo desempeño del estudiante en el análisis y resolución de problemas y la poca aplicación que logra del conocimiento porque se desarrollan las actividades matemáticas en forma memorística y mecánica sin proyectar el uso adecuado de los saberes en los diferentes campos.

Por las razones anteriores y otras relacionadas con la complejidad epistemológica que presentan la construcción de los enteros, los requerimientos cognitivos que entran en su comprensión, en dónde los sistemas de representación juegan un papel fundamental en la significación de estos objetos matemáticos y las estrategias deficientes que los docentes reiterativamente aplicamos, nos hemos planteado aportar caminos para alguna solución del siguiente problema:

¿Cómo a través de la implementación de herramientas concretas y lúdicas en el desarrollo de la actividad matemática en el aula se puede lograr que el estudiante se apropie de manera significativa del concepto, relaciones y operaciones de números enteros?

2. PROPÓSITO DEL ESTUDIO

La secuencia de actividades de aula tiene como propósito fundamental favorecer un acercamiento a los números enteros con un referente construido desde actividades interesantes y lúdicas para una significación y resignificación de este objeto matemático y la posibilidad de su uso conceptual y operativo en la resolución de problemas en distintos contextos.

3. ALGUNOS ELEMENTOS CONCEPTUALES QUE ORIENTAN LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Una primera discusión permitió determinar los conceptos, procedimientos, procesos de pensamiento y contextos que son fundamentales en la construcción de los números enteros y otra, determinar el estándar que se tendría como referencia en el diseño de la secuencia y sus articulaciones con estándares del mismo pensamiento y con estándares de otros pensamientos y del mismo nivel.

3.1 COMPLEJIDAD CONCEPTUAL

En el conjunto de los números enteros tenemos la oportunidad de ampliar la interpretación y solución de problemas que no tienen solución en el conjunto de los números naturales y aplicarlos en la resolución de situaciones de la vida diaria que se relacionan con variaciones de temperatura ambiental, desplazamientos en una ciudad en busca de una dirección, el manejo de una cuenta de ahorros o de tiempos cronológicos, haciendo corresponder a determinadas expresiones los signos + ó -.

De igual forma el manejo de los conceptos de positivo y negativo evitará que en la escuela se siga recurriendo a analogías o a convenciones de la geometría, la física, la economía, etc., que privilegian la memoria y pueden reforzar la creencia, por parte de los alumnos, de que la matemática no es divertida por el uso de reglas acomodadas y de poco significado.

No debe sorprendernos la dificultad que tienen los estudiantes al pasar de los naturales a los enteros, para aceptar y manejar adecuadamente los números negativos; esta dificultad tiene un antecedente histórico. Pasaron muchos años para que los números negativos dejaran de ser una simple especulación teórica y se los admitiera como parte integrante de la aritmética.

El significado concreto de un entero negativo como una deuda, o como medida de una temperatura por debajo de cero, abrió el camino para la aceptación inicial; pero quedaban por delante los problemas inherentes a las operaciones aritméticas con esta nueva clase de números; este proceso requirió más tiempo aún.

El estudio de los números enteros implica la interpretación y aplicación del concepto y su significado como número relativo en diferentes contextos (físicos, geográficos) de medida (absolutos) y su ubicación en la recta numérica.

Además se debe llegar a la representación simbólica que permita efectuar operaciones y establecer relaciones. Dentro de las operaciones se enfoca la estructura aditiva y la estructura multiplicativa con sus algoritmos y propiedades y planteando las relaciones entre equivalencias y de orden.

Por otra parte desde el comienzo se deben establecer conjeturas sobre las propiedades y relaciones de los negativos y positivos mediante la visualización, el reconocimiento de regularidades y patrones a partir de razonamientos inductivos y deductivos y del desarrollo de procesos de validación o refutación de hipótesis, agregando el uso de la calculadora como actividad mediadora a la actividad del estudiante involucrando métodos y procesos de integración entre los sistemas de representación y el desarrollo de procedimientos algorítmicos rutinarios y más complejos.

Este trabajo se enmarca dentro del pensamiento numérico, que significa que el desarrollo de este pensamiento a través de los números enteros abarca el sentido numérico, el operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los órdenes de magnitud, etc.

Debemos aplicar el sentido que le da McIntosh (1992) quien afirma. “el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”. Por ello debemos aprovechar los números enteros para usarlos como medio para comunicar, procesar, e interpretar información usándolos en contextos significativos que incluyan diferentes interpretaciones y representaciones, o la utilización de la descripción, el reconocimiento del valor absoluto y relativo de los enteros a la apreciación del efecto de las distintas operaciones y su utilización en la formulación y resolución de problemas

y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario.

Una parte fundamental es la comprensión del concepto de las operaciones fundamentales: adición, sustracción, multiplicación y división entre enteros, para lo cual es necesario, reconocer el significado de las operaciones en situaciones concretas, de las cuales emergen; reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones; comprender las propiedades matemáticas de las operaciones y el efecto de cada operación y las relaciones entre éstas.

3.2 ESTÁNDARES Y MOVILIZACIÓN DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN EL AULA

Nos interesó articular los estándares de calidad y la actividad del aula, para lo cual seleccionamos un estándar de pensamiento numérico del grupo de grados de sexto a séptimo, como referente de nuestro trabajo y establecimos la relación de este con otros estándares del mismo pensamiento y con estándares de otros pensamientos del mismo nivel.

Lo anterior para visualizar el papel que juegan las actividades propuestas en el desarrollo del pensamiento numérico y a su vez reconocer la interacción con otros pensamientos, sin los cuales no se puede construir el tipo de competencias que están propuestas en estos estándares sobre lo numérico.

ESTÁNDAR: Utilizar números enteros en sus diferentes representaciones y en diversos contextos para resolver problemas.

COHERENCIA VERTICAL

DE CUARTO A QUINTO

- Resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Justificar regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones utilizando calculadoras.

DE SEXTO A SÉPTIMO

- Establecer conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números, sin y utilizando calculadoras.
- Resolver y formular problemas utilizando las propiedades fundamentales de la teoría de números en contextos reales y matemáticos.

DE OCTAVO A NOVENO

Utilizar números reales en sus diferentes representaciones en diversos contextos.

COHERENCIA HORIZONTAL

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS:

Identificar características de localización de objetos (números) en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE DATOS:

Resolver y formular problemas que requieren técnicas de estimación.

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS:

Describir y representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, generalidades y tablas).

4. METODOLOGÍA

Cada actividad de la tarea se ha realizado inicialmente de manera individual, en cuyo espacio el estudiante se confronta con su saber anterior y toma en consideración todos sus recursos para dar cuenta de la tarea, sin embargo, el docente interactúa con los estudiantes a través de preguntas cuestionadoras sobre los procesos o los obstáculos que éste enfrenta. Después, se pasa a un trabajo en grupos pequeños de estudiantes, en el cual confrontan las producciones de cada estudiante y toman decisiones sobre las estrategias, argumentos y procedimientos que llevan a la plenaria, que constituye el tercer momento de negociación de saberes, dónde el papel del maestro es determinante porque los cuestionamientos que realice y las reflexiones que dirija permiten la construcción colectiva y personal de los saberes puestos en juego en la secuencia.

5. LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Esta secuencia plantea una forma significativa y recreativa de enseñar los números enteros, sus representaciones y significaciones de una forma atractiva, a través del empleo de la lúdica en el desarrollo de cada una de las actividades y como una alternativa para lograr que el estudiante no quede con tantos vacíos sobre el manejo de los positivos y negativos durante su vida escolar. Mediante ella se relaciona todo el proceso iniciando desde el conocimiento de lo positivo y lo negativo hasta finalizar con el manejo de operaciones básicas combinadas.

PROPÓSITO: Favorecer el desarrollo de elementos del pensamiento numérico a través de estrategias que permitan expresar con números enteros información acerca de situaciones relativas y prácticas mediante la lúdica matemática y potenciar una formalización de estos objetos matemáticos que permita su manipulación operatoria.

SITUACIÓN 1: ACERQUÉMONOS AL CONCEPTO DE NÚMERO ENTERO

ACTIVIDAD 1: USANDO ENTEROS EN LA LINEA DEL TIEMPO Y LOS INVESTOS

1. Realiza en forma individual la siguiente lectura:

“DATOS CURIOSOS DE LOS PRIMEROS INVENTOS”.

Los primeros hombres median el tiempo en días. Sabían aproximadamente la duración del año observando las estaciones y podían medir el tiempo en meses, mirando la luna. Los primeros instrumentos para medir el tiempo fueron los relojes de sol y de agua, inventados hacia el año 1500 antes de Cristo. En Egipto, 3000 años antes, es decir en el 4500 antes de Cristo, el hombre empezó a pesar las cosas con el primer instrumento creado como fue la balanza, en Siria y sus proximidades se usa para pesar oro en polvo con pesas de piedra pulidas con gran precisión. Los molinos de viento se emplearon en Irán hacia el año 640 después de Cristo, su forma y construcción eran completamente distintas a las actuales.

Los chinos descubrieron como mezclar salitre, azufre y carbón de encina para hacer pólvora. La usaron por primera vez en el año 850 después de Cristo, la pólvora se empleaba sólo para cohetes y juegos de artificio sin ninguna intención bélica. Las gafas se usaron por primera vez en Italia hacia 1285, mejoraban la visión de las personas que no podían ver claramente los objetos cercanos. Por primera vez la gente pudo seguir leyendo o trabajando en labores delicadas, a pesar de perder la capacidad visual.

Se cree que el primer reloj mecánico se hizo en China en 1088 después de Cristo, medía unos 10 m de altura y estaba accionado por agua. También se inventó la brújula en China hacia el año 1000 después de Cristo y llegó a Europa 100 años después. La primera brújula fue una aguja de hierro sobre un trozo de corcho o caña que flotaba en un vaso de agua y los primeros libros se imprimieron en China y Corea, hacia el año 700 después de Cristo, los que conocemos son pergaminos impresos con moldes de madera. Pasó mucho tiempo antes de que la impresión llegara a España.

Además, el primer instrumento para ayudar a contar fue el ábaco, consistía en bolas perforadas que se desplazaban sobre alambres sujetos a un marco, con las que se conseguía operar para representar números. Se construyó en Babilonia hacia el 3000 antes de Cristo y la primera máquina calculadora se inventó en Francia en 1642.

El gas de ciudad fue producido por primera vez en Inglaterra en 1727 después de Cristo. En 1760, George Dixon utilizó el gas por primera vez para iluminar una habitación de su casa, en Dirham, y el primer ascensor

para llevar gente de un piso a otro se usó en 1743 después de Cristo. Se construyó para el rey Luís XV de Francia. El ascensor de seguridad que se detiene si el cable de tracción se rompe, lo inventó en 1853 el ingeniero Elisha Otis. Se reconoce también el lanzamiento del primer cohete en 1926. La primera fotografía fue tomada en Francia en 1826 después de Cristo. Es una vista de un patio y fue realizada por Joseph Niepce, después de ocho horas de exposición. No se trata de un sistema igual al de las fotografías actuales. En el año 3500 antes de Cristo se inventó la rueda en la ciudad de Ur Mesopotamia.

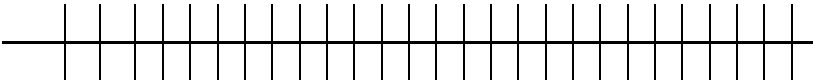
Otros inventos para tener presente, son: En el año 400 antes de Cristo la primera teoría atómica de Demócrito, que afirma que la materia es discontinua y estaba formada por partículas indivisibles llamadas átomos. En el año 450 antes de Cristo se inventó la polea en Grecia y en el año 100 antes de Cristo el descubrimiento de la cuchara de mineral magnética eran mágicas, se detenían siempre con el mango apuntando hacia la misma dirección.

2. En grupos de tres compañeros, recorta los cuadros siguientes y establece correspondencia entre la fecha y el invento asociando las siguientes fichas.

3500 a.C.	3000 a.C.	1500 a.C.	640 d.C.	700 d.C.	4500 a.C.
450 a.C.	100 a.C.	400 a.C.	1000 d.C.	1088 d.C.	1285 d.C.
1926 d.C.	1642 d.C.	1727 d.C.	1743 d.C.	1826 d.C.	850 d.C.
Invento de la rueda	Construcción del ábaco	Primer reloj de sol y agua	Empleo del primer molino de viento	Impresión de los primeros libros en china y Corea	Teoría atómica de Demócrito
Invento de la polea	Descubrimiento de la cuchara de metal magnética	Invento de la brújula	Creación del primer reloj mecánico	Uso por primera vez de las gafas	Construcción de la primer calculadora
Producción por primera vez del gas	Construcción del primer ascensor	Invento de la fotografía	Uso por primera vez de la pólvora.	Se lanzó el primer cohete	Empezó el hombre a pesar cosas

3. Peguen las anteriores asociaciones en el revés de la hoja de la lectura y organicen las de antes de Cristo en forma descendente según la fecha y lo sucedido. Después de Cristo en forma ascendente.
4. En la mitad de una tira cuadrículada tracen una línea horizontal y dividirla en escala de 100 en 100, a

izquierda y derecha del centro al que llamaremos CERO (0), ubiquen las fichas junto con el evento o invento correspondiente.



- Expliquen la razón por la cual se puede tomar la fecha del nacimiento de Cristo como Cero.
 - Indiquen otra situación o evento que se puede tomar como cero para determinar cantidades antes y después de ese cero.
5. A los números correspondientes a las fechas de los inventos anteriores a nuestra era asígnales el signo menos y el más a los que están después del nacimiento de Cristo y úsenlos para completar la siguiente tabla:
- a. _____ empleo del primer molino de viento en Irán
 - b. _____ se inventó la rueda
 - c. _____ construcción del ábaco
 - d. _____ primer reloj de sol y agua
 - e. _____ invento de la polea
 - f. _____ primer teoría de Demócrito
 - g. _____ descubrimiento de la cuchara de mineral magnético
 - h. _____ producción del gas por primera vez en Inglaterra
 - i. _____ impresión de los primeros libros
 - j. _____ uso por primera vez de la pólvora
 - k. _____ invento de la brújula
 - l. _____ creación del primer reloj mecánico

- m. _____ uso por primera vez de las gafas
- n. _____ construcción de la primera máquina calculadora
- o. _____ producción por primera vez del gas
- p. _____ se construyó el primer ascensor
- q. _____ invento de la fotografía
- r. _____ empezó el hombre a pesar las cosas

- Reflexionen sobre el hecho que a las fechas antes de Cristo se les asigne signo más y las después de Cristo signo menos. Escriban sus apreciaciones al respecto.
 - Una misma cantidad colocada a derecha y a izquierda del cero ¿Qué características presentan?
 - ¿De qué depende que se escriba una cantidad a la derecha o izquierda del cero?
6. Listen 3 situaciones donde se puedan usar estas mismas convenciones (hechos o fenómenos) Escriban el signo (+) o (-) según corresponda.
- Indiquen la relación entre estas cantidades y el cero y entre las positivas y las negativas.
 - Especifiquen el lugar dónde se escribe el cero, en un segmento de recta para ubicar respecto de él las otras cantidades. Concluyan al respecto.

ACTIVIDAD 2: JUGANDO CON LOS ENTEROS

Cambiando los grupos de compañeros y formando grupos de dos vamos a continuar jugando con los inventos y sus fechas para resolver las siguientes situaciones.

1. Establezcan la diferencia entre el año de creación del primer reloj mecánico y la construcción de la primera máquina calculadora.
2. ¿Cuántos años de diferencia hay entre la construcción del primer ascensor y el lanzamiento del primer cohete?
3. Cuántos años transcurrieron entre la construcción del ábaco y el invento de la polea?
4. Escriban el o los proceso(s) que realizaron para calcular las respuestas anteriores..
5. Si el primer tinte artificial se consiguió en 1856 y 83 años después empezó una nueva era de velocidad con el primer vuelo en reactor. ¿En qué año voló el primer reactor?
6. Si el vidrio se empezó a fabricar hacia el año 3000 a.C. y 4767 años después se construyó la primera máquina de hilar. ¿En qué año se inventó la máquina de hilar? ¿Cómo obtuvieron la respuesta?
7. ¿Cuántos años transcurrieron entre el invento del primer reloj de sol y agua y el descubrimiento de la cuchara de mineral magnético?
8. ¿Cuántos años hay de diferencia entre el invento de la rueda y el uso por primera vez de las gafas?
9. ¿Cuál es la diferencia entre el año en que el hombre empezó a pesar cosas y la construcción de la primera máquina calculadora?

10. Describan, en forma general, las estrategias y formas que utilizaron para obtener las respuestas anteriores. ¿Cómo se opera con cantidades que representan situaciones relativas designadas con signos?

ACTIVIDAD 3: SECUENCIAS DE ENTEROS

1. Escribe el número que falta para completar las siguientes secuencias:

a) -6, ____, -4, -3, ____, ____, 0, ____, 2, ____, ____, 5

b) ____, -10, ____, ____, ____, - 2, 0, ____, 4, 6, ____, ____, ____, ____, ____,

c) ____, -20, ____, ____, -8, ____, 0, ____, ____, 12, ____, ____, ____,

d) ____, ____, ____, ____, ____, -9, 0, ____, 18, 27, ____, ____, ____, ____,

e) ____, ____, ____, ____, ____, -14, ____, 0, 7, ____, ____, ____, ____, ____,

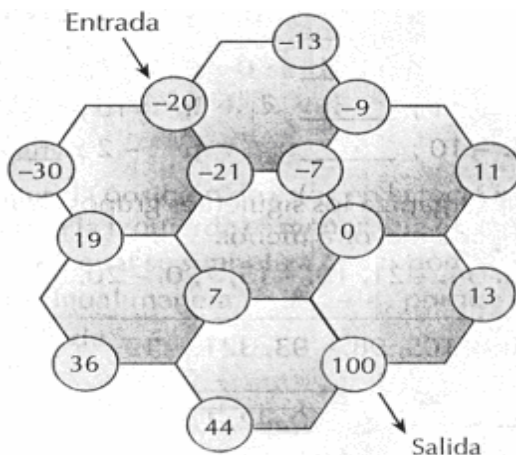
2. Indiquen las razones que determinan la posición y el orden de los números de las secuencias. Discutan sus resultados con el profesor.

Situación 2: Relaciones de orden entre números enteros

LOGRO: Identificar y manipular propiedades que determinan el orden de \mathbb{Z} y proponer y resolver ejercicios y problemas que involucran relaciones de orden entre números enteros.

ACTIVIDAD 1: EL LABERINTO

1. Para realizar la actividad tenga en cuenta que “Al comparar dos números enteros se debe tener cuidado que cuando los dos son negativos; el mayor es el que está más cerca de cero, en la recta numérica”.
 - Realice una disertación respecto a la afirmación anterior.
 - Indique las consecuencias, desde lo numérico, si se toma al contrario la afirmación anterior, es decir, entre dos negativos es mayor el que se encuentra más alejado del cero en la recta numérica.
2. Para salir del laberinto de números enteros, se debe avanzar sobre los lados de los hexágonos pasando siempre por un número mayor. Indica la ruta que se debe seguir. Realiza esta actividad en forma individual.



3. Ubica en una recta numérica los números enteros por los que avanzó en el laberinto para encontrar la salida.

Teniendo esta representación conteste:

- a. ¿Cuál es el número que está 2 unidades a la derecha de -9?
 - b. ¿Cuál es el número que está 8 unidades a la izquierda de -13?
 - c. ¿Cuál es el número que está 7 unidades a la derecha de -7?
 - d. ¿Cuál es el número que está 4 unidades a la izquierda de -9?
4. Establezca una relación entre lo realizado en el laberinto y en la recta numérica. Escriba estas conclusiones y discútalas con sus compañeros y maestro.
 5. Escribe 3 números enteros mayores que -20 y menores que 0

6. Escriba los signos $>$ o $<$ entre cada par de números según corresponda. Justifique cada respuesta.

- a) -7 _____ -13
- b) 19 _____ -20
- c) 0 _____ -21
- d) 0 _____ 7
- e) 100 _____ -20
- f) -30 _____ 11

7. Completa cada una de las siguientes series y encuentra el patrón de formación de cada una:

- a) $-9, -6, -3, \dots$
- b) $15, 10, 5, 0, -5, \dots$
- c) $-3, -2, -1, \dots$
- d) $-1, -3, -7, -10, \dots$

ACTIVIDAD 2: DESPLAZAMIENTO ENTRE ENTEROS

1. Encuentra el camino para recorrer todo el tablero sabiendo que cada desplazamiento debe ser hacia un número mayor. No se permiten caminos en diagonal y se debe pasar por cada cuadro sólo una vez

entrada	→	-25	-22	-6	-4
Salida	←	-30	-10	-9	-2
		100	25	40	5
		70	30	20	15

2. Ordene en forma descendente los números del tablero.
3. Con números del tablero y utilizando los símbolos $>$ y $<$ proponga ejemplos para comparar:
 - a. 2 números negativos
 - b. 2 números positivos
 - c. 1 número negativo y uno positivo
4. Establezca una manera para comparar cualquier par de números enteros.

ACTIVIDAD 3: EL CRUCINÚMERO

1. En grupos de dos compañeros soluciona el siguiente crucinúmero:

1		2		3	
4			5		
	6				8
A		F		7	
			C		E
	D				

Horizontales:

1. Número entero mayor que -9 y menor que -7
2. Número que está 7 unidades a la izquierda de 0 en la recta numérica
3. Dos números enteros consecutivos cuya suma es 13.
4. Números enteros mayores o iguales que -5 y menores que -3
5. Número que en la recta numérica esta 9 unidades a la izquierda de 3.
6. Número que está 5 unidades a la derecha de -4

Verticales:

- A. Dos números enteros consecutivos mayores que 5
- B. Mayor número negativo
- C. Números enteros consecutivos negativos menores que -6
- D. Número entero mayor que -1 y menor que 1
- E. Número que está 10 unidades a la derecha de -5
- F. Números enteros que están a la misma distancia de 0 en la recta numérica

2. Escriba un número en cada cuadro de tal manera que se verifique cada expresión. Justifique cada respuesta.

$$\square < \square_{-7} < \square$$

$$\square_{-30} < \square < \square$$

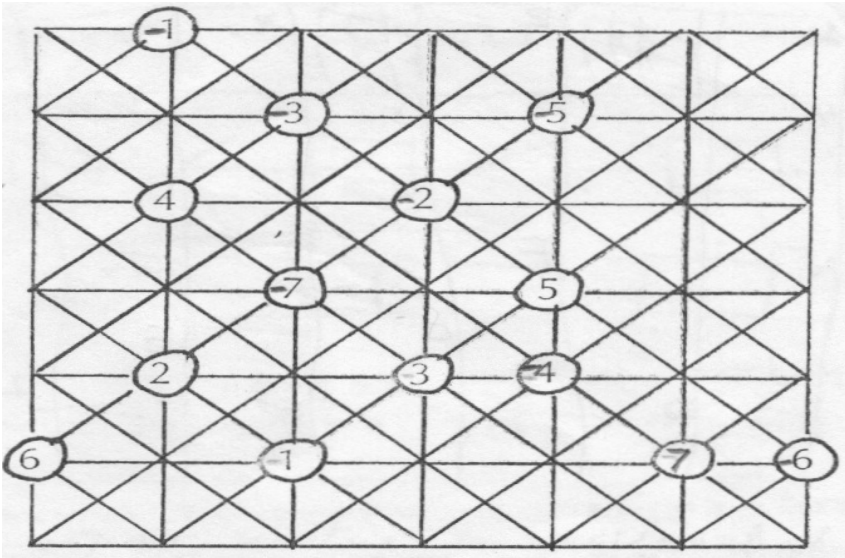
$$\square_0 > \square > \square$$

$$\square > \square_{-9} > \square$$

- Escriba en forma verbal las desigualdades obtenidas en el caso anterior.
 - Ubique en la recta numérica cada una de las anteriores situaciones de desigualdad.
 - Escriba usando desigualdades numéricas el hecho que *menos 2 es mayor que menos diez y menor que cuatro*. Use dos desigualdades para expresar la afirmación.
3. Ordene de menor a mayor los siguientes números enteros: -35, -72, 14, -75, -6, 4, 0, 39, -80, -100, 85
 4. Describa el procedimiento para establecer una relación de orden entre 2 números enteros. Proponga varios ejemplos.
 5. De ejemplos de números opuestos respecto a cero.

ACTIVIDAD 4: UNIENDO NÚMEROS OPUESTOS

Siguiendo las líneas propuestas del dibujo una números opuestos. Debes tener cuidado porque ningún camino puede sobreponerse o cruzarse con otro. Utilice diferentes colores:



- Ubique 2 números opuestos en la recta numérica. ¿Qué puede decir con respecto a su ubicación en relación a cero?
- Analice la siguiente afirmación “La ubicación de números opuestos en la recta es simétrica respecto a cero”
- ¿Cuál es la distancia de 0 a 2 y de 0 a -2? Concluya algo al respecto.
- Indica el opuesto de -2, -5 y 25 y justifique su decisión.
- Escriba 2 características de los números opuestos.

Situación 3: Estructura aditiva de enteros

LOGRO: Proponer y resolver ejercicios y problemas que involucren la aplicación de la adición y sustracción de números enteros.

ACTIVIDAD 1: LA PISTA DE LOS ENTEROS

El siguiente juego de grupo requiere de dos dados que contienen en sus caras 0 y números positivos (0,1,2,3,4,5) y, 0 y negativos (0,-1,-2,-3,-4,-5) que indicaran los desplazamientos que se deben hacer para encontrar la meta en una pista sobre la que debe efectuar avances si el valor es positivo o retrocesos si es negativo, además debe realizar las indicaciones que aparecen señaladas en algunas de las casillas durante el recorrido.

1. Para poder salir del punto de partida los dos números de los dos dados deben ser enteros pares. Tiene dos oportunidades de lanzamiento, sino sede el turno.

META					
SALIDA				PUEDES VOLVER A JUGAR	
RETROCEDE A LUGAR					
		SEDE EL TURNO AL COMPAÑERO			

2. Registre en la siguiente tabla los tiros y posición obtenida según los avances o retrocesos:

JUGADOR A

Número de tiro	Valor primer dado	Valor segundo dado	Avance total
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

JUGADOR B

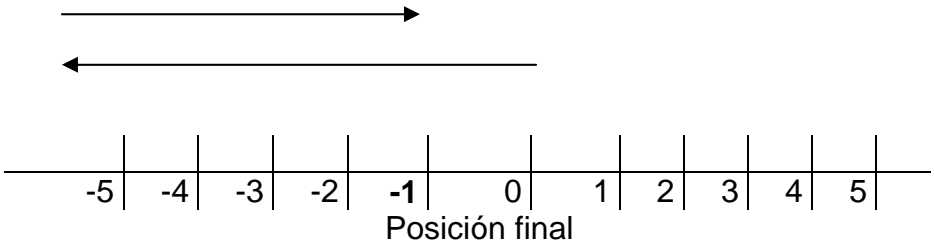
Número de tiro	Valor primer dado	Valor segundo dado	Avance total
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

3. A partir de la experiencia realizada responde las siguientes preguntas:

- a. Cuando los dados marcan dos valores negativos ¿qué tipo de avance o retroceso se obtiene? ¿Cómo se puede calcular operativamente el avance o retroceso en este caso?
 - b. Responda los interrogantes de la pregunta anterior para cuando los dados marcan dos valores positivos. Sustente sus repuestas.
4. Encuentra los valores de los siguientes desplazamientos y represéntalos mediante operaciones numéricas.
- a. 3 avances positivos y 2 avances positivos.
 - b. 5 avances positivos y 7 avances positivos.
 - c. 8 retrocesos negativos y 6 retrocesos negativos.
 - d. 7 retrocesos negativos y 8 avances positivo.
 - e. 9 retrocesos negativos y 8 avances positivos
 - f. 8 avances positivos y 3 retrocesos negativos

Discuta con sus compañeros de juego, los resultados obtenidos y trate de probar los resultados con otros números enteros.

5. Un estudiante registró en una recta numérica la situación 5 retrocesos y 4 avances, así:



e indicó que corresponde a la siguiente adición
 $-5 + 4 = -1$

- a. ¿Qué opina de lo realizado por su compañero? Justifique la respuesta.
- b. Utilice la representación en la recta como lo hizo el estudiante del ejemplo para graficar los siguientes casos; regístralos numéricamente con su resultado:
 - $-3 + 7$
 - $(-10 + 5) + (-5)$
 - $(5 + 9) + (-12)$
 - $[(-3) + (-7)] + (11)$

Escriba la dificultad que ha tenido para realizar el ejercicio. Discuta esta dificultad con su maestro.

6. Escribe una regla que permita sumar cualquier par de números enteros.
7. Regrese a la pista, pero ahora, jueguen con 3 dados (el tercer dado puede tener números positivos o negativos. Expresen numéricamente los avances, los retrocesos y las posiciones finales.

ACTIVIDAD 2: JUGUEMOS DOMINÓ

Realiza las fichas en cartulinas de 10 cm por 5 cm.

$7+4$	-2	$-3-4$	-6	$-8+1$	-13	$5+3$	-2	$15+3$	-7
$6+8$	-19	$-6+0$	3	$-6-4$	14	$5+(-3)$	11	$-6+(-9)$	18
$-9+(-7)$	8	$8+6$	-4	$-4-1$	16	$-9-8$	2	$-10+2$	14
$4+3$	-16	$-10-3$	7	$5+(-9)$	-17	$4-9$	-15	$10+(-1)$	-7
$-5-13$	-9	$5-14$	-5	$10+0$	-18	$-6+4$	-3	$1+3$	10
								$9+7$	-6

- Formen grupos de 3 estudiantes y mediante el empleo del dominó jueguen uniendo la operación indicada con su resultado y luego escriban las mismas en sus cuadernos.
- Formule una situación problema en la cual, para su solución deba emplear una o varias de las adiciones obtenidas en el juego.
- Indique si en el dominó hay una operación y su respuesta que sea la solución a la siguiente situación:

” Un ascensor está en el piso 0. La gente que está en los pisos de arriba toca para que suba el ascensor. El ascensor sube y está en el piso 8, la gente vuelve a tocar pero ahora en los pisos del sótano. El ascensor baja 13 pisos ¿En que piso se encuentra ahora el ascensor?

Explique su respuesta.

ACTIVIDAD 3

1. Tenga en cuenta la siguiente situación:

Un minero está a 12 metros bajo tierra. El minero desciende 15 metros más y luego debe subir 20 metros a dejar materiales a un depósito ubicado en esta posición. ¿A Cuántos metros bajo tierra se encuentra el minero?

- Realiza un gráfico donde se pueda visualizar los desplazamientos del minero.
- ¿Cuál es el punto de referencia a partir del cual se hacen los desplazamientos? ¿Por qué?
- ¿Qué desplazamientos debe hacer el minero desde su posición inicial, si el depósito está en la superficie de la tierra? ¿a 2 metros bajo tierra? ¿a 5 metros sobre la tierra?

2. persona, buscando una dirección efectúa los siguientes desplazamientos: 8 cuadras hacia el sur, se devuelve 5 cuadras, nuevamente 7 cuadras hacia el sur, se devuelve 2 cuadras y encuentra la dirección.

- Realiza un gráfico donde se pueda visualizar los desplazamientos de la persona.
- ¿Cuál es el punto de referencia a partir del cual se hacen los desplazamientos? ¿Por qué?
- ¿Qué desplazamientos debe hacer la persona para llegar a la posición inicial? ¿para quedar a 2 cuadras de donde partió? ¿para retroceder 5 cuadras de la posición inicial?

3. Realice una discusión sobre las estrategias utilizadas para resolver los problemas con otro compañero y el maestro.

ACTIVIDAD 4: APLICANDO LO QUE SABEMOS SOBRE LOS NUMEROS ENTEROS

1. Complete la siguiente tabla:

a	b	c	a + b	b + a	a + c	a+(b+c)	(a+b)+c	a+c+b
-7	8	0						
-9	6	-1						
8	9	-3						
4	-2	1						
0	-3	2						
-9	-8	-5						
-3	7	-4						
-6	-3	-9						

2. Cuál es el valor del entero m en cada uno de los siguientes casos:

- a. $m + 17 = 20$
 b. $m + (-3) = -7$
 c. $8 + m = 15$

- d. $9 - m = -5$
- e. $m + 3 = -8$
- f. $m + (-7) = 13$
- g. $-7 + m = -15$
- h. $-m + 5 = 2$
- i. $10 + (-m) = -20$

3. Formule dos problemas en los cuales se hace necesario operar (estructura aditiva) con números enteros positivos y negativos.

5. ALGUNOS RESULTADOS

Los resultados que se han obtenido son satisfactorios puesto que los estudiantes han podido visualizar y expresar en un registro numérico sus apreciaciones y resultados obtenidos con los recursos recreativos y se ha logrado establezcan un significado a los números enteros desde la relatividad de los valores de ciertas magnitudes como los desplazamientos, los hechos históricos, entre otros. Es necesario resaltar que los juegos movilizan situaciones algorítmicas y operatorias de los números enteros pero no movilizan los tratamientos de situaciones problemas en contexto. Lo anterior hace pensar que se deben involucrar otras propuestas que complementen este trabajo relacionadas con la resolución y formulación de problemas, que se trata en esta secuencia sólo en la última situación.

Además, anotamos que la intervención del docente es indispensable para el éxito de la secuencia, puesto que en muchas ocasiones se deben reformular las preguntas, añadir otras e incluso incluir algunos ejemplos o ejercicios

que se hacen necesarios para la comprensión del proceso.

La primera situación fue muy apropiada para introducir el tema, puesto que los estudiantes comprendieron la relatividad de cantidades, respecto a una situación inicial, en este caso el nacimiento de Cristo y el reconocimiento que muchos hechos se pueden considerar ceros en una situación. A partir del cual se dota de sentido la cantidad o magnitud involucrada.

De otra parte el juego que se propone para introducir la aditividad de los enteros permitió que los estudiantes significaran los signos de operación y los signos de los números como dos aspectos diferentes y necesarios de diferenciar para entender la adición de enteros.

6. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

- Reconocemos la complejidad que tiene el acercamiento a los números enteros, pues subyacen ideas sobre los negativos asociadas a la cotidianidad que desvirtúan el significado matemático de esto. Se hace necesario movilizar lo negativo como algo relativo, así como lo positivo, en cantidades y magnitudes que tiene significado en hechos sociales, físicos, y cotidianos que son relativas. Además, el papel que juega los puntos, hechos y situaciones de referencia a partir de los cuales se signan las magnitudes y cantidades es necesario que sean reconocidas y explicitadas por los alumnos (ceros relativos y absolutos).

- El papel de los contextos de juego son un espacio de aprendizaje importante, siempre y cuando estos conlleven a razonamientos mediados por argumentos plausibles y acompañados de consignas y preguntas que realmente acerquen a los conceptos y procedimientos matemáticos y no al juego por el juego.
- Hemos crecido como docentes realizando este trabajo, puesto que reconocemos la complejidad conceptual del tema que nos ha llevado a estudiar algunas investigaciones, algunos conceptos matemáticos y a buscar en libros experiencias y tareas que nos permitan alcanzar lo que nos propusimos con esta secuencia. Lo que quiere decir que este trabajo ha sido un aporte a nuestra profesionalización docente.
- la metodología de trabajo redimensiona el papel del lenguaje en la negociación de saberes y el trabajo en equipo y en plenarias hacen que se cuestionen procedimientos, argumentos etc. que luego son asumidos por el sujeto en su proceso individual de aprendizaje y viceversa. Una metodología así implica que en la clase haya más ruido pero la vez se crea un espacio de discusión muy rico, el progreso es más lento, porque además de jugar, discutir y probar hay que escribir y esto no es habitual en las clases de matemáticas, a su vez se gana en autonomía de los estudiantes, respeto al otro, solidez en el conocimiento adquirido y gusto por hacer matemáticas.

REFERENCIAS

- Ministerio de Educación Nacional. (2005). Taller: Estándares Básicos para Matemáticas. División de perfeccionamiento y calidad de la Educación.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). Estándares Básicos de calidad - Matemáticas.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares - Matemáticas.
- Bruno, A. (2000). Los alumnos redactan problemas aditivos de números negativos. Revista EMA. Volumen 5, N° 3. pp. 236-251. Una empresa docente. Bogotá.