Resúmenes de Artículos, Proyectos y Tesis

La revista Matemáticas: Enseñanza Universitaria aspira a dar una visión de la investigación que se realiza en Colombia o por colombianos residentes en el exterior, en las áreas de las matemáticas, su historia y sus problemas educativos. Con este fin se publicarán en esta sección resúmenes de artículos investigativos en estas áreas, recientemente publicados o próximos a publicarse, al igual que resúmenes de proyectos de investigación en marcha y de tesis de grado escritas en los posgrados existentes en el país, que sean presentados a la Revista. Utilizaremos la clasificación de los abstracts de la American Mathematical Society (AMS). En el número de clasificación de cada resumen, el primer grupo de dígitos indica el año, el segundo el número del tema según la clasificación de la AMS y el último el número de recepción del resumen en la sección correspondiente. Las letras A, P o T al final se refieren a artículo, proyecto o tesis. La expresión *Copias disponibles*, al final de un resumen, indica que usted puede conseguir copias del artículo o proyecto escribiéndole al autor.

---

80. PROBABILIDAD
05–60–3 T
Título: Algunas aplicaciones de las martingalas en tiempo discreto
Autor: Edgar Alirio Valencia
Director: Dr. Miguel A. Marmolejo
Institución: Universidad del Valle
Fecha de aprobación: Febrero 18 de 2005
Resumen: En este trabajo de carácter monográfico se presentan algunas aplicaciones de las martingalas en tiempo discreto. El principal aporte del trabajo consiste en presentar de forma global, coherente y detallada las siguientes aplicaciones:

1. **Ley cero uno**. Sea $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias independientes. Se definen las σ-álgebras:

   $$\tau_n = \sigma(X_{n+1}, X_{n+2}, \cdots) \quad \text{y} \qquad \tau = \bigcap_{n=1}^{\infty} \tau_n.$$

   Utilizando martingalas se demostrara que si $F \in \tau$, entonces $P(F) = 1$ ó 0.

2. **La ley de los grandes números**. Sea $(X_k)_{k\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias independientes e indénticamente distribuidas, con $E(X_k) = \mu$ y $E(|X_k|) < \infty$ para todo $k \in \mathbb{N}$. Si $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ es una sucesión de variables aleatorias definidas por $S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$, entonces

   $$\frac{1}{n} S_n \to \mu, \quad \textit{c.t.p.} \text{ y en } L^1.$$

   Se presenta una demostración de este resultado utilizando conceptos de la teoría de las martingalas en tiempo discreto.

3. **Convergencia de series**. Sea $(X_k)_{k\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias independientes e indénticamente distribuidas, con $E(X_k)=0$, $E(X_k^2)<\infty$ y $|X_k|<c<\infty$ para todo $k\in\mathbb{N}$. Utilizando la martingala $M_n=\sum_{k=1}^{n}X_k$ se demostra que la serie $\sum_{k=1}^{\infty}X_k$ converge c.t.p. hacia una variable aleatorio finita si y sólo si $\sum_{k=1}^{\infty}E(X_k^2)<\infty$.

4. **Fluctuación de Bernoulli en un segmento**. Sean $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias independientes de Bernoulli:
$$P(X_n=1)=p, \quad P(X_n=-1)=q,$$
y $S_n=\sum_{k=1}^{n}X_k$ para todo $n\in\mathbb{N}$. Y sea $T=\inf\{n : S_n=a \text{ o } S_n=b\}$ el tiempo de paro de la fluctuación de Bernoulli $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$, donde a y b son números enteros que cumplen $a<0<b$. Utilizando martingalas determinamos $P(S_T=a)$, $P(S_T=b)$ y $E(T)$.

5. **Teorema de Radon-Nikodym**. Sea $(\Omega,\mathcal{F})$ un espacio de medida, P una medida σ-finita, y Q una medida signada absolutamente continua con respecto a P. Entonces existe una función $\mathcal{F}$-medible $f=f(\omega)$ con valores en $\overline{\mathbb{R}}$ tal que
$$Q(A)=\int_A f\,dP, \quad A\in\mathcal{F}.$$
Utilizando martingalas se presenta una demostración de este teorema cuando $(\Omega,\mathcal{F},P)$ es un espacio de probabilidad y Q es una medida finita.

6. **Una aplicación en análisis**. Es conocido que una función $f\colon[0,1]\to\mathbb{R}$ es absolutamente continua si y sólo si exite $h\in L^1[0,1]$ tal que
$$f(x)-f(0)=\int_0^x h(t)\,dt.$$
Utilizando martingalas se demuestra que si $f\colon[0,1]\to\mathbb{R}$ es lipschitziana, entonces exite $h\in L^1[0,1]$ que verifica la igualdad anterior.

Palabras y frases claves: Espacio de probabilidad, martingalas.

92. BIOMATEMÁTICAS
04–92–5 T
Título: Un modelo matemático de la propagación de Toxoplasma gondii a través de gatos
Autor: Deccy Yaneth Trejos Angel
Director: Irene Duarte Gandica
Institución: Universidad del Quindío
Fecha de aprobación: Octubre de 2004
Resumen: La toxoplasmosis es una zoonosis parasitaria de amplia distribución mundial, que infecta una gran proporción de poblaciones humanas y animales, producida por el parásito Toxoplasma gondii. Algunos estudios epidemiológicos han mostrado que en la mayor parte del mundo la presencia de gatos es fundamental para la transmisión del parásito a diferentes hospederos intermediarios. En este trabajo se modela la difusión del pará sito T. gondii a través de su hospedero definitivo

Felis catus (gatos). La dinámica está descrita por medio de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales definido en una región rectangular, con condiciones de frontera e iniciales. El modelo considera transmisión indirecta del T. gondii al hospedero, al consumir presas (pájaros, ratas, ratones), y carne contaminadas por este protozoario; no se tiene en cuenta la forma infectante (quiste tisular, ooquiste o taquizoíto) del parásito. Se obtiene la solución numérica del sistema y se hace la simulación variando algunos parámetros, equivalentes a diferentes medidas de control.

Palabras y frases claves: Toxoplasma gondii, difusión, transmisión, contacto efectivo, ecuaciones diferenciales parciales.