



Fecha de presentación del Informe: Día Mes Año

Datos generales del Proyecto

Código del proyecto: C.I. 71020			
Título del proyecto: EL PROBLEMA DE CAUCHY Y SOLUCIONES ESTACIONARIAS PARA UN SISTEMA SCHRÖDINGER-BENJAMIN-ONO			
Facultad o Instituto Académico: CIENCIAS			
Departamento o Escuela: MATEMÁTICAS			
Grupo (s) de investigación: ECUACIONES DIFERENCIALES DISPERSIVAS Y TEORÍA DE CONTROL			
Entidades: Universidad del Valle			
Palabras claves: Sistema Schrödinger-Benjamin-Ono, métodos espectrales, ondas viajeras			
Investigadores ¹	Nombre	Tiempo asignado	Tiempo dedicado
Investigador Principal	JUAN CARLOS MUÑOZ	10	10
Coinvestigadores			
Otros participantes	FELIPE PIPICANO	40	40
	LUISA FERNANDA VARGAS	40	40
	JOSE ALEJANDRO TRULLO	40	40

1. Resumen ejecutivo:

¹ Todas las personas relacionadas en el informe y que participen en el proyecto deben haber suscrito el acta de propiedad intelectual de acuerdo con los formatos establecidos.



Se espera que describa el proyecto, planteamiento del problema, objetivos, metodología, principales resultados obtenidos y las conclusiones. La extensión debe ser de máximo de 500 palabras (en español y en inglés).

En este proyecto estudiamos desde el punto de vista numérico el problema de Cauchy asociado a un sistema Schrödinger-Benjamin-Ono deducido por Funakoshi y Oikawa para describir el movimiento de dos fluidos con diferentes densidades bajo la acción de las fuerzas de gravedad y capilaridad en un flujo con fondo profundo.

En primer lugar, nos proponemos abordar el aspecto numérico a través de esquemas de tipo espectral, los cuales resultan apropiados en este caso, debido a que la transformada de Hilbert aparece en una de las ecuaciones del sistema considerado. Este es un operador integral de tipo no local el cual se simplifica a través de la aplicación de la transformada de Fourier. Se realizará además análisis del error y convergencia de la aproximación semidiscreta del sistema.

En segundo lugar, consideramos el problema de aproximar numéricamente soluciones de onda viajera periódicas del sistema, cuya existencia ya ha sido establecida por Angulo et al. En trabajos previos.

En cuanto a formación de recurso humano se prevé la participación en el proyecto de un estudiante de pregrado, y uno de doctorado, los cuales realizarán su tesis de grado en temas afines a la investigación. Los resultados del proyecto se divulgarán en algunos eventos científicos a nivel nacional y en publicaciones en revistas indexadas/homologadas por Colciencias.

2. Síntesis del proyecto:

En una extensión máxima de 5 páginas, se debe mostrar el cumplimiento de los objetivos del proyecto y debe incluir:

Tema

Objetivos: general y específicos

Metodología

Resultados obtenidos

Principales conclusiones y/o recomendaciones

OBJETIVO GENERAL

Analizar desde el punto de vista numérico el espacio de soluciones del sistema

$$iu_t + u_{xx} = \alpha v u, \quad x \in [0, L], \quad t > 0, \quad (1)$$

$$v_t - \gamma Dv_x = \beta(|u|^2)_x, \quad x \in [0, L], \quad t > 0, \quad (2)$$

donde $i = \sqrt{-1}$, y $D = \mathcal{H}\partial_x$, siendo \mathcal{H} la transformada de Hilbert.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Implementar esquemas numéricos para aproximar las soluciones del sistema (1)-(2). Además establecer estimativos de error y convergencia para la formulación semidiscreta del sistema.
2. Aproximar numéricamente las soluciones de onda viajera periódicas de la forma

$$\begin{aligned}u(x, t) &= e^{i\omega t} e^{\frac{ic(x-ct)}{2}} \phi(x - ct), \\v(x, t) &= \psi(x - ct).\end{aligned}\quad (3)$$

METODOLOGÍA UTILIZADA

En este tipo de investigación Matemática, la metodología está determinada por las técnicas y herramientas que se emplean en el curso de la investigación. En nuestro caso algunas de ellas fueron las siguientes:

- Revisión bibliográfica de los resultados y técnicas ya conocidas acerca de sistemas de tipo dispersivo y su deducción a partir de las ecuaciones fundamentales de la Dinámica de Fluidos. Igualmente se estudió el problema general de las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido viscoso, haciendo una revisión de los resultados de existencia y unicidad existentes.
- Teoría de semigrupos junto con la transformada de Fourier, para reformular el modelo estudiado como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Teoría de espacios de Hilbert y de Sobolev, teoremas de punto fijo para operadores positivos en espacios de Fréchet y Banach, para establecer existencia de soluciones de onda viajera.
- Métodos numéricos de tipo Galerkin-espectral y algoritmo FFT.
- Experimentación numérica.
- Métodos de diferencias finitas para la discretización temporal del sistema (1)-(2). En



particular, se utilizó una técnica de tipo Cranck-Nicholson para la formulación complemente discreta correspondiente.

- Un seminario permanente, donde los estudiantes participantes y director presentaron algunos de los resultados parciales (ver artículos [1] y [2]) y de las tesis [6] y [7].
- 2 cursos de investigación donde el profesor J.C. Muñoz presentó las herramientas matemáticas básicas para el proyecto mencionadas anteriormente.
- El estudiante José A. Trullo adquirió experiencia en investigación y en trabajo conjunto en el grupo Ecuaciones diferenciales dispersivas y teoría de control, a través de su participación en pasantía I y II, matriculadas en los semestres agosto-diciembre de 2015 y marzo-julio de 2016.

CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS Y RESULTADOS

En este proyecto se consideró desde el punto de vista numérico el sistema Schrödinger-Benjamin-Ono (1)-(2). En el artículo [1], se obtienen estimativos de error para tanto la formulación semidiscreta como la formulación completamente discreta para un esquema numérico de tipo Galerkin-espectral, con discretización Cranck-Nicholson en el espacio, para aproximar las soluciones del sistema (1)-(2). En particular, el esquema considerado resulta de orden 2 en el tiempo y con precisión espectral en el espacio. Específicamente esto se realiza en los teoremas 3.1 y 4.1. Además, se realizó la implementación del esquema numérico usando el paquete Matlab, cuya renovación de la licencia se hizo con recursos del presente proyecto. La validación de los resultados numéricos se presenta en la sección 5 del artículo [1]. Así consideramos cumplido aún más que lo establecido en el objetivo específico 1 del proyecto, en el cual sólo se esperaban establecer estimativos de error para la formulación semidiscreta.

En el artículo [2], se introduce un esquema numérico que combina una iteración de tipo Newton con una discretización espectral-colocación para aproximar las soluciones de onda viajera de la forma (3) del sistema (1)-(2), tanto en el caso periódico, como en el no periódico. Este esquema numérico también se implementó usando el paquete Matlab. Es importante destacar que algunas de las soluciones de onda viajera periódicas aproximadas usando dicho esquema no pertenecen a la familia cuya existencia fue establecida por Angulo et al. En trabajos previos. Así consideramos que el objetivo específico 2 se ha cumplido plenamente.

El artículo [3] contiene algunos de los resultados obtenidos por el estudiante Felipe Pipicano (tesis de maestría [7]), cuyo tema de investigación está relacionado con el proyecto y se generaron en el desarrollo de los seminarios, a través de la revisión



bibliográfica de los modelos existentes en la literatura para la propagación de ondas acuáticas en canales unidimensionales y otros modelos de tipo dispersivo, tales como sistemas de tipo Benjamin-Ono regularizados. El profesor J.C. Muñoz presentó una ponencia acerca de la existencia y unicidad y aproximación numérica de ondas viajeras de un sistema de este tipo, en el V Latin American Congress of Mathematicians, realizado en la Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia, entre el 11 y el 15 de julio de 2016. El artículo [4] se consideró la existencia de soluciones de onda solitaria del sistema de ecuaciones de tipo Schrödinger acopladas estudiado por la estudiante Luisa Vargas en su tesis de doctorado [6]. Este trabajo surgió de las presentaciones de la estudiante Luisa Vargas en el seminario permanente del proyecto. Por otro lado, el estudiante del Plan de pregrado en Matemáticas José Alejandro Trullo, escribió su trabajo de grado [5] acerca del decrecimiento de soluciones de un sistema de tipo dispersivo, el cual apareció también en la revisión bibliográfica que hicieron los participantes del seminario permanente del proyecto.

Finalmente hemos previsto dar continuidad a la presente investigación, y para ello, hemos formulado una nueva propuesta de investigación sometida a la convocatoria 2016 del programa regional MathAmSud, en colaboración con colegas de instituciones académicas en Colombia, Brasil, Francia y Chile. Se trata de un proyecto donde nos proponemos estudiar problemas de control y de valor de frontera, y problemas inversos de recuperación de coeficientes para algunos modelos de tipo Boussinesq. Estamos actualmente a la espera de los resultados.

CONCLUSIONES

En el presente proyecto se estudió desde el punto de vista numérico el sistema Schrödinger-Benjamin-Ono (1)-(2). En primer lugar, se implementó un esquema numérico que combina una discretización espectral en el espacio con un esquema tipo Crank-Nicholson en la evolución temporal, para aproximar las soluciones del problema de valor inicial asociado al sistema (1)-(2), y se hace un análisis de error riguroso para las formulaciones semidiscreta y completamente discreta correspondientes. El resultado es que el esquema completamente discreto formulado posee orden 2 en el tiempo y precisión espectral en el espacio.

En segundo lugar, se formuló una discretización de tipo Galerkin-espectral de segundo orden en el tiempo, para aproximar las soluciones del problema de valor inicial asociado al sistema (1)-(2), y una estrategia de tipo colocación-Fourier combinada con una iteración de tipo Newton para aproximar sus soluciones de onda viajera periódicas y no periódicas. La convergencia en pocas iteraciones de este esquema se logró para datos iniciales apropiados. Los esquemas numéricos desarrollados en el presente proyecto pueden dar ayuda en el estudio de problemas abiertos para el sistema (1)-(2), tales



como, establecer analíticamente el tipo de decaimiento para t en infinito, inducido por la interacción entre los términos no lineales y el término no local precedido por la constante γ . Otro problema que se puede explorar usando como punto de partida los resultados de este proyecto, es el determinar el régimen de parámetros completo de existencia de soluciones de onda viajera para el sistema (1)-(2).

REFERENCIAS

- [1] J.C. Muñoz Grajales. Error analysis of an implicit spectral scheme applied to the Schrödinger-Benjamin-Ono system, sometido a International Journal of Differential equations, 2016.
- [2] J.C. Muñoz Grajales. A Newton-type approach to approximate travelling wave solutions of a Schrödinger-Benjamin-Ono system, sometido a Revista Integración, 2016.
- [3] F.A. Pipicano and J.C. Muñoz Grajales. Well-posedness and computation of solutions of a regularized Benjamin-Ono system, publicado en Revista Integración, Vol. 34, No. 1, pags. 59-80, diciembre 2016.
- [4] J.C. Muñoz Grajales. Vector solitons of a coupled Schrödinger system with variable coefficients, publicado en Advances in Mathematical Physics, Vol. 2016, Article ID 5787508, 19 pags., 2016.
- [5] J. A. Trullo Ramirez. Comportamiento a lo largo del tiempo para un sistema disipativo de tipo Boussinesq, proyecto de trabajo de grado, Pregrado Matemáticas, 2016.
- [6] L.F. Vargas Jiménez. Existencia y computación de soluciones de un sistema de ecuaciones tipo Schrödinger acopladas, tesis de doctorado, sustentada en junio de 2016 (calificación aprobada).
- [7] F.A. Pipicano Guzmán. Ondas viajeras periódicas para un sistema Benjamin-Ono regularizado, tesis de maestría, sustentada en febrero 2016 (calificación laureada).

3. Productos:

Tabla No. 1. **Cantidad y tipo de productos pactados en el Acta de Trabajo y Compromiso y productos finalmente presentados**

TIPO DE PRODUCTOS	No. de PRODUCTOS PACTADOS		No. de PRODUCTOS PRESENTADOS	
Productos de nuevos conocimientos				
Artículo completo publicado en revistas A1 o A2	2		4	
Artículo completo publicados en revistas B				
Artículo completo publicados en revistas C				
Libros de autor que publiquen resultados de investigación				
Capítulos en libros que publican resultados de investigación				
Productos o procesos tecnológicos patentados o registrados				
• Prototipos y patentes				
• Software				
Productos o procesos tecnológicos usualmente no patentables o protegidos por secreto industrial				
Normas basadas en resultados de investigación				
Formación de recursos humanos	No. de estudiantes vinculados	No. de tesis	No. De estudiantes Vinculados	No. De tesis
Estudiantes de pregrado	1		1 (participó en pasantía de investigación I y II)	



TIPO DE PRODUCTOS	No. de PRODUCTOS PACTADOS		No. de PRODUCTOS PRESENTADOS	
Semillero de Investigación				
Estudiantes de maestría			1	1
Estudiantes de doctorado	1		1	1
Productos de divulgación				
Publicaciones en revistas no indexadas				
Ponencias presentadas en eventos (congresos, seminarios, coloquios, foros)	No. De ponencias nacionales	No. De ponencias internacionales	No. De ponencias nacionales	No. De ponencias internacionales
	1		1	
Presentaciones en eventos de orden institucional	1		1	
Propuestas de investigación				
Propuestas presentadas en convocatorias externas para búsqueda de financiación.		1	1	
Propuestas presentadas para en convocatorias internas para búsqueda de financiación.				

Tabla No. 2. Detalle de productos.

Para cada uno de los productos obtenidos y relacionados en la tabla anterior, indique la información solicitada para cada uno, anexando copia de las respectivas constancias.



Como anexo a esta guía encontrará el instructivo para instructivo para la revisión de informes finales y productos

Tipo de producto:	Artículo
Nombre General:	Sometido a la revista International Journal of Differential Equations, (clasificada A2, Colciencias), 2016.
Nombre Particular:	ERROR ANALYSIS OF AN IMPLICIT SPECTRAL SCHEME APPLIED TO THE SCHRODINGER-BENJAMIN-ONO SYSTEM
Ciudad y fechas:	ESTADOS UNIDOS, 2016.
Participantes:	JUAN CARLOS MUÑOZ
Sitio de información:	http://matematicas.univalle.edu.co/~juancamg
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.

Tipo de producto:	Artículo
Nombre General:	Sometido a la revista Integración (clasificada A2, Colciencias), 2016.
Nombre Particular:	A NEWTON-TYPE APPROACH TO APPROXIMATE TRAVELLING WAVE SOLUTIONS OF A SHRODINGER-BENJAMIN-ONO SYSTEM
Ciudad y fechas:	BUCARAMANGA, COLOMBIA, 2016.
Participantes:	JUAN CARLOS MUÑOZ
Sitio de información:	http://matematicas.univalle.edu.co/~juancamg
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.



Tipo de producto:	Artículo
Nombre General:	Publicado en la Revista Integración, Vol. 34, No. 1, pags. 59-80, 2016. (Revista clasificada A2 , Colciencias).
Nombre Particular:	WELL-POSEDNESS AND COMPUTATION OF SOLUTIONS OF A REGULARIZED BENJAMIN-ONO SYSTEM
Ciudad y fechas:	BUCARAMANGA, COLOMBIA, ENERO, 2016.
Participantes:	JUAN CARLOS MUÑOZ Y FELIPE PIPICANO
Sitio de información:	http://revistas.uis.edu.co/index.php/revistaintegracion/article/view/5520
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.

Tipo de producto:	Artículo
Nombre General:	Publicado en Advances in Mathematical Physics, Vol. 2016, Article ID 5787508, 19 pags. (Revista clasificada A2, Colciencias).
Nombre Particular:	VECTOR SOLITONS OF A COUPLED SCHRODINGER SYSTEM WITH VARIABLE COEFFICIENTS
Ciudad y fechas:	ESTADOS UNIDOS, 2016.
Participantes:	JUAN CARLOS MUÑOZ
Sitio de información:	https://www.hindawi.com/journals/amp/2016/5787508/
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.



Tipo de producto:	PONENCIA NACIONAL
Nombre General:	V LATIN AMERICAN CONGRESS OF MATHEMATICIANS
Nombre Particular:	WELL-POSEDNESS AND COMPUTATION OF TRAVELLING WAVE SOLUTIONS OF A REGULARIZED BENJAMIN-ONO SYSTEM
Ciudad y fechas:	UNIVERSIDAD DEL NORTE, BARRANQUILLA, COLOMBIA, JULIO 11 A 15 DE 2016.
Participantes:	JUAN CARLOS MUÑOZ
Sitio de información:	http://www.uninorte.edu.co/web/vclam
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.

Tipo de producto:	PRESENTACIÓN EN EVENTO DE ORDEN INSTITUCIONAL
Nombre General:	SEMINARIO DE ESTUDIANTES DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
Nombre Particular:	ASPECTOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS RELACIONADOS CON SISTEMAS NO LINEALES DE TIPO DISPERSIVO
Ciudad y fechas:	UNIVERSIDAD DEL VALLE, CALI, 20 JUNIO, 2016.
Participantes:	JUAN CARLOS MUÑOZ
Sitio de información:	
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.



Tipo de producto:	PROPUESTA DE SOLICITUD DE FINANCIACIÓN EXTERNA PROGRAMA REGIONAL MATH-AmSud 2016.
Nombre General:	CONVOCATORIA PROYECTOS PROGRAMA REGIONAL MATH-AmSud
Nombre Particular:	INVERSE AND CONTROL PROBLEMS FOR PHYSICAL SYSTEMS
Ciudad y fechas:	Brasil-Colombia-Chile-Francia
Participantes:	ALBERTO MERCADO, JUAN CARLOS MUÑOZ, IVONNE RIVAS, DANIEL ALFARO, ADÁN CORCHO, ADRIANO DE CEZARO, NICOLAS CARREÑO, DORIS HINESTROZA, ANIBAL SOSA, EMMANUELLE CRÉPEAU, LUCIE BAUDOIN, LIONEL ROSIER, JULIE VALEIN
Sitio de información:	http://www.mathamsud.org/index.php/es/
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control (Univalle),
PRESUPUESTO	Es importante destacar que el presupuesto solicitado a esta convocatoria es superior al del presente proyecto, el cual fue de 10 millones de pesos.

Tipo de producto:	TESIS
Nombre General:	TESIS DE MAESTRÍA SUSTENTADA
Nombre Particular:	ONDAS VIAJERAS PERIÓDICAS PARA UN SISTEMA BENJAMIN-ONO REGULARIZADO
Ciudad y fechas:	UNIVERSIDAD DEL VALLE, CALI, FEBRERO, 2016.
Participantes:	FELIPE PIPICANO



Sitio de información:	Biblioteca Álvaro López Toro, Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle.
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.
Notas	Este trabajo obtuvo la distinción de laureado.

Tipo de producto:	TESIS
Nombre General:	TESIS DE DOCTORADO SUSTENTADA
Nombre Particular:	EXISTENCIA Y COMPUTACIÓN DE SOLUCIONES DE UN SISTEMA DE ECUACIONES TIPO SCHRÖDINGER ACOPLADAS
Ciudad y fechas:	UNIVERSIDAD DEL VALLE, CALI, JUNIO, 2016.
Participantes:	LUISA F. VARGAS
Sitio de información:	Biblioteca Álvaro López Toro, Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle.
Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.

Tipo de producto:	PROYECTO
Nombre General:	PROYECTO DE TRABAJO DE GRADO
Nombre Particular:	COMPORTAMIENTO ASINTÓTICO A LO LARGO DEL TIEMPO PARA UN SISTEMA DISIPATIVO DE TIPO BOUSSINESQ
Ciudad y fechas:	UNIVERSIDAD DEL VALLE, CALI, 2016
Participantes:	JOSÉ ALEJANDRO TRULLO
Sitio de información:	



Formas organizativas:	Grupo Ecuaciones Diferenciales dispersivas y Teoría de Control.
Notas	El estudiante José Alejandro Trullo tomó los cursos pasantía I y II durante el desarrollo del proyecto.

4. Impactos actual o potencial:

Haga una descripción y/o relacione los impactos que tenga el proyecto en los diferentes ámbitos: académico, productivo, social, educativo, entre otros.

En primer lugar, el proyecto contribuyó directamente en la formación de nuevos investigadores en el Departamento de Matemáticas. Así los estudiantes de los planes de Maestría y Doctorado en Matemáticas Felipe Pipicano y Luisa Fernanda Vargas desarrollaron y sustentaron sus trabajos de tesis. Además, el estudiante de pregrado en Matemáticas José A. Trullo escribió y presentó su proyecto de trabajo de grado, el cual ya está avanzado, además que adquirió experiencia en trabajo investigativo y trabajo en equipo con su participación en pasantía I y II, durante el desarrollo del proyecto, en el marco del grupo de investigación Ecuaciones diferenciales dispersivas y teoría de control. El estudiante Edward González, motivado por los temas que se trataron en el seminario del proyecto, comenzó a escribir su proyecto de grado sobre existencia y unicidad de soluciones del problema de valor inicial asociado a un sistema de tipo Boussinesq. La estudiante Yeny Smyth ha ingresado al programa de maestría en Matemáticas y desea trabajar en un problema relacionado con el sistema Schrödinger-Benjamin-Ono (1)-(2).

Por otro lado, el proyecto a través del seminario permanente, permitió establecer contacto con colegas de instituciones en Colombia, Brasil, Francia y Chile, el cual se concretó en una propuesta de investigación a financiación externa sometida al programa regional MathAmSud 2016.

Durante el desarrollo del proyecto también se gestionó la clasificación ante Colciencias del nuevo grupo de investigación ECUACIONES DIFERENCIALES DISPERSIVAS Y TEORÍA DE CONTROL, en conjunto con la Profesora Ivonne Rivas, del Departamento de Matemáticas de Univalle, con quien el Profesor J.C. Muñoz ya venía adelantando algunos trabajos conjuntos previamente. Este grupo de investigación fue clasificado en la categoría D.



En resumen se observa que el desarrollo del proyecto ha permitido una interacción académica de profesores y estudiantes de Univalle y otras instituciones en torno a los problemas considerados en la investigación, y ha generado nuevos proyectos que dan continuidad a la investigación desarrollada, además de que ha motivado a nuevos estudiantes de tanto pregrado como posgrado, que se han interesado por los temas tratados en los seminarios del proyecto. Esto ha permitido fortalecer el grupo de investigación Ecuaciones diferenciales dispersivas y teoría de control, recientemente registrado y clasificado D por Colciencias.

ANEXOS:

1. Artículos:

- J.C. Muñoz Grajales. Error analysis of an implicit spectral scheme applied to the Schrödinger-Benjamin-Ono system, sometido a International Journal of Differential equations, 2016.

- J.C. Muñoz Grajales. A Newton-type approach to approximate travelling wave solutions of a Schrödinger-Benjamin-Ono system, sometido a Revista Integración, 2016.

-F.A. Pipicano and J.C. Muñoz Grajales. Well-posedness and computation of solutions of a regularized Benjamin-Ono system, publicado en Revista Integración, Vol. 34, No. 1, pags. 59-80, diciembre 2016.

-J.C. Muñoz Grajales. Vector solitons of a coupled Schrödinger system with variable coefficients, publicado en Advances in Mathematical Physics, Vol. 2016, Article ID 5787508, 19 pags., 2016.

2. Correos de recibo en las revistas de 2 artículos. Los otros 2 artículos ya fueron publicados.

3. Certificado de 1 ponencia en el V Latin American Congress of Mathematicians.

4. Certificado de presentación en evento de orden institucional (seminario de estudiantes del Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle).

5. 1 propuesta de investigación para financiación externa sometida a la convocatoria 2016 del programa regional MathAmSud.

6. Tesis de maestría de Felipe Pipicano.



- 7. Tesis de doctorado de Luisa F. Vargas.**
- 8. Proyecto de trabajo de grado de José Alejandro Trullo.**
- 9. Constancia matricula del estudiante de pregrado José Alejandro Trullo en el programa de semilleros de investigación de la Universidad del Valle (pasantía en investigación I y II : agosto-diciembre 2015 y febrero-julio 2016.**

La presente versión del informe contiene las observaciones de los evaluadores:

JUAN CARLOS MUÑOZ GRAJALES

Firma del investigador principal

VoBo. Vicedecano de Investigaciones

Por favor presente su informe impreso y en formato digital en hoja tamaño carta, letra arial 11, con espacios de 1 1/2