

CIDEMORF: Herramienta para procesamiento de imágenes planas usando morfología matemática en GAMBAS

Jesús Antonio Álvarez Cedillo ^{*a}, Jesús Ignacio Espinosa de la Cruz, ^a,
Francisco Javier Espinosa de la Cruz^a

(a) Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo, México.

* jaalvarez@ipn.mx

(Recibido: Febrero 17 de 2008- Aceptado: Mayo 21 de 2008)

RESUMEN

La Morfología Matemática tiene diversas aplicaciones en el procesamiento de imágenes, representa un claro ejemplo del procesamiento no lineal. En el siguiente trabajo se mostrará el programa CIDEFORM, resultado de las técnicas aplicadas en la morfología matemática, que ofrece al usuario un ambiente simple para experimentar y explotar los diferentes aspectos usando operadores clásicos de esta área. El programa se desarrolló usando software libre como la herramienta open source realizada en Gambas, este software podría ser utilizado por investigadores en General.

PALABRAS CLAVE: Análisis de Imágenes a color, Morfología, Matemática, Filtrado color, Gambas, Programación

CIDEMORF: Tool for the flat image processing using mathematical morphology in GAMBAS

ABSTRACT

The mathematical morphology has different applications on image processing representing a clear example of non linear processing. In this paper, a computer program called CIDEFORM is shown as a result of the applied techniques on mathematical morphology, which offers to the user a simple environment for experimenting and exploiting the different aspects of classics operators on the subject. The computer program was developed using free software as a developing tool (GAMBAS); this software could be used by researchers in general.

KEYWORDS: colour image analysis, mathematical morphology, colour filtering, GAMBAS, programming

1. INTRODUCCIÓN

La descripción básica de la Morfología Matemática descansa en la 'teoría de conjuntos' cuyos primeros trabajos se deben a Minkowski [1], [2] y Hadwiger [3], [4]. La continuación de estos trabajos de investigación, bajo la impulsión y reformulación de Matheron [5] y [6], se darían posteriormente a conocer bajo la denominación de Morfología Matemática, como una técnica no lineal de tratamiento de señales.

La mayor parte de esta teoría ha sido desarrollada en el Centre de Morphologie Mathématique (CMM) de l'Ecole des Mines de Paris.

Actualmente, el ámbito y alcance de los procesamientos morfológicos es tan amplio como el propio procesamiento de imágenes. Se pueden encontrar aplicaciones tales como la segmentación, restauración, detección de bordes, aumento de contraste, análisis de texturas, compresión, etc. En este capítulo se describen nociones básicas de la Morfología Matemática que serán útiles de repasar, ya que se hará referencia a ellas en el procesamiento cromático. Las obras [5], [6], [7] y [8], contienen en detalle la definición de los conceptos básicos en morfología a tratar a continuación.

2. NOCIONES SOBRE TEORÍA DE CONJUNTOS

Se notarán los conjuntos con mayúsculas (X, Y, Z, \dots) y los elementos que contienen con minúsculas (p, q, r, \dots).

Definición 2.1. Dos conjuntos son iguales si están formados por los mismos elementos:

$$X = Y \Leftrightarrow (p \in X \Rightarrow p \in Y \text{ y } p \in Y \Rightarrow p \in X) \quad (1)$$

La igualdad de conjuntos es reflexiva, simétrica y transitiva. El conjunto vacío será denotado por \emptyset .

Definición 2.2. X es subconjunto de Y si todos los elementos de X pertenecen a Y :

$$X \subseteq Y \Leftrightarrow (p \in X \Rightarrow p \in Y) \quad (2)$$

La inclusión es reflexiva, antisimétrica y transitiva.

Definición 2.3. La intersección de dos conjuntos X y Y es el conjunto de los elementos que pertenecen a ambos conjuntos:

$$X \cap Y = (p \mid p \in X \text{ y } p \in Y) \quad (3)$$

La intersección es conmutativa, asociativa e idempotente. Esta última propiedad es importante en morfología y significa que $X \cap X = X$.

Definición 2.4. La unión de dos conjuntos se constituye por los elementos que pertenecen a uno o al otro:

$$X \cup Y = (p \mid p \in X \text{ o } p \in Y) \quad (4)$$

Al igual que la intersección, la unión de conjuntos es conmutativa, asociativa e idempotente.

Definición 2.5. La diferencia entre conjuntos X y Y , la componen los elementos que pertenecen a X pero que no están incluidos en Y :

$$X \setminus Y = (p \mid p \in X \text{ y } p \notin Y) \quad (5)$$

Esta operación no es en general conmutativa. Una variante de diferencia se conoce como diferencia simétrica de conjuntos, definida por los elementos que pertenecen a uno o a otro conjunto, pero nunca a ambos. La diferencia simétrica es conmutativa y asociativa.

Definición 2.6. La complementación de un subconjunto X , perteneciente a un conjunto Y (conjunto de referencia) se define como:

$$X^c = (p \mid p \notin X \text{ y } p \in Y) \quad (6)$$

Definición 2.7. Sean X y Y dos conjuntos pertenecientes al conjunto Z . Para todo elemento $x \in X$ e $y \in Y$, es posible hacer corresponder una suma algebraica $x+y$. De esta manera se forma un nuevo conjunto denominado adición de Minkowski y denotado por $X \oplus Y$:

$$X \oplus Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\} \quad (7)$$

Definición 2.8. Dado un conjunto no vacío X , una relación binaria ' \leq ' en X es un orden parcial si cumple las siguientes propiedades:

$x \leq x$ (reflexiva).

$x \leq y, y \leq x$, implica que $x = y$ (anti simétrica).

$x \leq y, y \leq z$, implica que $x \leq z$ (transitiva).

Para cualquier $x, y, z \in X$. Un conjunto con una relación de este tipo será un conjunto que presenta un orden parcial y se denotará como (X, \leq) . El conjunto será totalmente ordenado si todos los elementos que lo componen son comparables, es decir: $x \leq y$ ó $y \leq x$, para cualquier par $(x, y) \in X$ [9].

Definición 2.9. Sea (X, \leq) un conjunto ordenado y $S \subset X$, un conjunto no vacío de X :

Un elemento $x \in S$, es el menor elemento de S (mínimo) si $x \leq y$, para todo $y \in S$.

Un elemento $y \in S$, es el mayor elemento de S (máximo) si $x \leq y$, para todo $x \in S$.

Un elemento $x \in X$, es cota inferior de S si $x \leq y$, para todo $y \in S$.

Un elemento $y \in Y$, es cota superior de S si $x \leq y$, para todo $x \in S$.

Un elemento $x \in X$, es extremo inferior o ínfimo de S si y sólo si es cota inferior de S y para toda cota inferior i de S se verifica que $i \leq x$. (Es la mayor de las cotas inferiores). Si este elemento existe es único y se denota por \wedge .

Un elemento $y \in X$, es extremo superior o supremo de S si y sólo si es cota superior de S y para toda cota superior de S se verifica que $y \leq s$. (Es la menor de las cotas superiores). Si este elemento existe es único y se denota por \vee .

Definición 2.10. Un conjunto ordenado (X, \leq) es un retículo completo si todos los subconjuntos de X poseen un ínfimo y un supremo.

Definición 2.11. Sean X y Y dos retículos completos. La relación f es una anamorfosis si y sólo si f es una biyección que conserva el ínfimo y supremo:

$$f(\wedge \{x_i \mid i \in I\}) = \wedge \{f(x_i) \mid i \in I\} \quad (8)$$

$$f(\vee \{x_i \mid i \in I\}) = \vee \{f(x_i) \mid i \in I\} \quad (9)$$

Para cualquier familia $\{x_i \mid i \in I\}$ en X , donde I es un conjunto de índices.

3. PROPIEDADES DE BASE DE LAS TRANSFORMACIONES MORFOLÓGICAS

Toda operación morfológica es el resultado de una o más operaciones de conjuntos (unión, intersección, complementación...) [10] haciendo intervenir dos conjuntos X, Y , ambos subconjuntos de un conjunto espacio Z . De los dos subconjuntos, Y recibe el nombre de elemento estructurante que, para operar con X , se desplazará a través del espacio Z .

Las operaciones morfológicas, transformaciones de conjuntos $\psi(X)$, satisfacen, entre otras, las siguientes propiedades:

Invariabilidad a traslación

$$\psi(X \oplus p) = (\psi(X)) \oplus p$$

Donde p es el factor de traslación del conjunto.

Compatibilidad con las homotecias

Supongamos que λX es una homotecia de un conjunto de puntos X , por tanto, las coordenadas de cada punto del conjunto se multiplican por alguna constante positiva λ . Esto es equivalente a cambiar de escala con respecto a algún origen. Si ψ no depende de la escala, es invariante al cambio de escala:

$$\psi(\lambda X) = \lambda \psi(x)$$

La transformación morfológica ψ posee el principio de conocimiento local si para cualquier conjunto de puntos M , subconjunto del dominio N , la transformación del conjunto X restringido al dominio de M , y después restringido al dominio N , es equivalente a aplicar la transformación $\psi(X)$ y restringir el resultado en M :

$$\psi(X \cap N) \cap M = \psi(X) \cap M$$

3.1 Continuidad

En forma resumida, este principio afirma que la transformación morfológica ψ no exhibe ningún cambio abrupto. La noción de continuidad depende de la noción de vecindad, es decir, de la topología.

Dependiendo del tipo de operación morfológica se cumplirán otra serie de propiedades, como la idempotencia, extensividad, antiextensividad, etc.

4. DESARROLLO

4.1 Transformaciones morfológicas elementales

El objetivo de las transformaciones morfológicas es la extracción de estructuras geométricas en los conjuntos sobre los que se opera, mediante la utilización de otro conjunto de forma conocida denominado elemento estructurante. El tamaño y la forma de este elemento se escoge, a priori, de acuerdo a la morfología del conjunto sobre el que va a interactuar y de acuerdo a la extracción de formas que se desean obtener. Ejemplos básicos de elementos estructurantes utilizados en la práctica se muestran en la figura 1.



Fig. 1. Ejemplo de formas básicas de elementos estructurantes planos.

4.2 Erosión

En 'teoría de retículos', una erosión es una operación que conmuta con el ínfimo. Dado un retículo completo X , una erosión es una función $\varepsilon : X \rightarrow X$ en la que:

$$\varepsilon(\bigsqcup_{i \in I} x_i) = \bigsqcup_{i \in I} \varepsilon(x_i)$$

Donde I es cualquier conjunto de índices y $\{x_i\}$ es una colección arbitraria de valores $x_i \in X$.

La transformación de erosión es el resultado de

comprobar si el elemento estructurante Y está totalmente incluido dentro del conjunto X . Cuando esto no ocurre, el resultado de la erosión es el conjunto vacío.

En la figura 2 se muestra la erosión de una señal unidimensional de función f . Se puede observar el efecto de la intersección de traslaciones definidas por el elemento estructurante Y . El resultado es el mínimo valor de todos los presentes bajo la definición del elemento estructurante

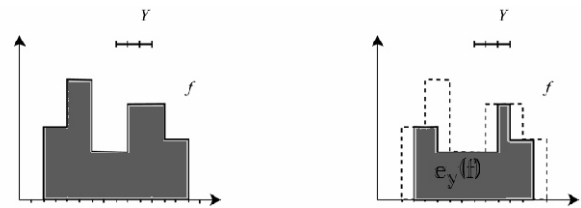


Fig. 2. Erosión de una señal unidimensional definida por la función f . Elemento estructurante de tamaño 3. El resultado es el mínimo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante.

4.3 Dilatación

La dilatación es la operación dual de la erosión. En 'teoría de retículos', un operador $\delta : X \rightarrow X$ se denomina dilatación en el caso que conmute con el supremo de una colección de valores:

$$\delta(\bigsqcup_{i \in I} x_i) = \bigsqcup_{i \in I} \delta(x_i)$$

Donde I es cualquier conjunto de índices y $\{x_i\}$ es una colección arbitraria de valores $x_i \in X$.

El resultado de la dilatación es el conjunto de puntos origen del elemento estructurante Y , tales que el elemento estructurante contiene algún elemento del conjunto X , cuando el elemento se desplaza por el espacio que contiene a ambos conjuntos:

$$\delta Y(X) = \{x \mid Y_x \cap X \neq \emptyset\}$$

Esta última ecuación puede describirse como una unión de conjuntos trasladados. Las Traslaciones vienen definidas por el dominio del elemento estructurante:

$$\delta Y(X) = \bigcup_{s \square Y} X - s$$

El efecto de una operación de dilatación puede observarse en la figura 3, en donde un elemento estructurante Y de forma de disco circular aumenta la definición del objeto X .

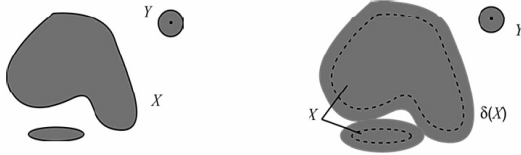


Fig. 3. Dilatación de X por el elemento estructurante Y . El conjunto X aumenta su

Se puede extender la última definición de dilatación a imágenes binarias o de escala de grises f , interpretando la dilatación como el máximo valor de las traslaciones de f (definidas por la forma del elemento estructurante) en cada punto de la imagen:

$$\delta Y(f) = \bigcup_{s \square Y} f - s$$

En otras palabras, el valor de dilatación de un píxel (x,y) es el máximo valor de la imagen en la ventana de vecindad definida por el elemento estructurante cuando su origen se sitúa en (x,y) :

$$\delta Y(f)(x, y) = \max_{(s, t) \square Y} f(x - s, y - t)$$

4.4 Dualidad

La erosión y la dilatación son operaciones duales con respecto a la complementación. Esto significa que una erosión es equivalente a la complementación de la dilatación de la imagen complementada con el mismo elemento estructurante y viceversa, es decir:

$$\varepsilon Y = C \delta Y C$$

4.5 Crecientes

Las operaciones de erosión y dilatación son crecientes y respetan el orden presente en la estructura de retículo. Para dos imágenes f, g :

$$\begin{aligned} \text{Si } f \leq g &\square \varepsilon(f) \leq \varepsilon(g) \\ \text{Si } f \leq g &\square \delta(f) \leq \delta(g) \end{aligned}$$

Gracias a esta propiedad, las operaciones morfológicas pueden extenderse del caso binario a la escala de los grises, puesto que estas últimas señales pueden expresarse como una suma de imágenes binarias (una superposición de conjuntos apilados). Cada una de las imágenes binarias corresponde al conjunto de píxeles cuyo nivel de gris es superior a un umbral determinado. La señal de grises se define como:

$$f = \sum_{t=1}^{t \max} CS t(f)$$

Donde $CS t(f)$ es la imagen binaria que contiene los píxeles con valor en f mayor o igual a t .

El que la erosión y la dilatación sean crecientes, implica que las relaciones de orden entre los diferentes conjuntos apilados de una imagen sean respetadas por estos operadores. La erosión y la dilatación son, pues, invariantes a la descomposición por umbrales:

$$\varepsilon Y = \sum_{t=1}^{t \max} \varepsilon Y(CS t(f))$$

$$\delta Y = \sum_{t=1}^{t \max} \delta Y(CS t(f))$$

4.6 Apertura y cierre

Generalmente, en un retículo completo X , la dilatación $X \rightarrow \delta(X)$ y la erosión $X \rightarrow \varepsilon(X)$ son operaciones que no admiten inversa, por lo tanto,

no hay manera de determinar el origen X desde las imágenes $\delta(X)$ o $\epsilon(X)$. Sin embargo, es posible, mediante una adjunción de operadores básicos aproximarse a la forma original en base a la dualidad que poseen. Se puede intentar recuperar el elemento original X erosionado si, una vez efectuada la erosión, se realiza una dilatación, adjunción de operaciones conocida como apertura. Lo mismo ocurre si se efectúa una dilatación seguida de una erosión, proceso conocido como cierre.

4.7 Apertura Morfológica

La apertura de una señal f por un elemento estructurante Y se denota por $\gamma Y(f)$ y se define como la erosión de f por Y , seguida de la dilatación por el mismo elemento estructurante:

$$\gamma Y(f) = \delta Y(\epsilon Y(f))$$

La apertura de una imagen es independiente del origen del elemento estructurante, puesto que si la erosión se corresponde con una intersección de traslaciones, la dilatación que sigue es una unión de traslaciones en dirección opuesta.

En el caso general de conjuntos se puede definir la apertura como la unión de los elementos estructurantes Y que se encuentran totalmente dentro del conjunto X :

$$\gamma Y(X) = U\{Y \mid Y \sqsubset X\}$$

El efecto de una operación de apertura puede observarse en la figura 4, en la que un elemento estructurante Y , en forma de disco circular, provoca en la erosión la desaparición de una estructura que, en la operación de dilatación, no se puede recuperar.

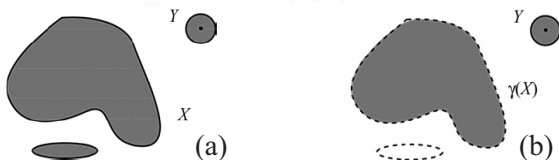


Fig.4. Apertura morfológica del conjunto X por el elemento estructurante Y . Eliminación de objetos menores en tamaño al elemento estructurante. La apertura redondea las convexidades importantes.

4.8 Cierre Morfológico

El cierre de una señal f por un elemento estructurante Y se denota por $\phi Y(f)$ y se define como la dilatación de f por Y , seguida de la erosión por el mismo elemento estructurante:

$$\phi Y(f) = \epsilon Y(\delta Y(f))$$

Por la propiedad de complementación de las operaciones básicas, se puede expresar el cierre como la intersección de todas las traslaciones del complemento del elemento estructurante, tal que éste contiene a X :

$$\phi Y(X) = I Y c \mid X \square Y c$$

Al igual que la apertura, el cierre de una imagen es independiente del origen del elemento estructurante. El cierre de un conjunto X por un elemento estructurante con forma de disco se ilustra en la figura 5. El cierre es el espacio descrito por el elemento estructurante cuando es forzado a estar fuera de los conjuntos.

En el cierre de la señal unidimensional presente en la figura 5.a se observa cómo la dilatación une estructuras que la erosión no puede separar. En una imagen de niveles de grises el cierre morfológico ayuda a eliminar estructuras oscuras menores en tamaño al elemento estructurante. La dilatación maximiza los valores de forma que se atenúan los objetos oscuros (figura 5.b). La erosión minimiza la señal y sólo los elementos no eliminados quedan presentes en la imagen final.

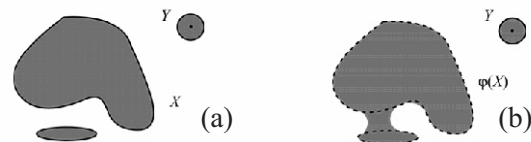


Fig. 5. Apertura morfológica del conjunto X por el elemento estructurante Y . El cierre redondea las concavidades importantes.

5. GAMBAS

Gambas [11] es un lenguaje de programación libre derivado de BASIC. Es similar al producto de Microsoft Visual Basic y se distribuye con licencia

GNU GPL. Aunque desde otro punto de vista, está muy inspirado también por Java.

Permite crear formularios, botones de comandos, cuadros de texto o enlazar bases de datos como MySQL, PostgreSQL o SQLite.

Gambas nació como respuesta a la necesidad de tener un entorno de desarrollo rápido de aplicaciones o RAD, además cumple la necesidad de muchos programadores del lenguaje de Microsoft de tener un lenguaje de programación sencillo para plataformas libres (como GNU/Linux y *BSD).

A pesar de estar basado en el lenguaje BASIC y poseer gran similitud con Visual Basic, Gambas no es un clon de este último.

Es importante señalar que prácticamente todos los proyectos desarrollados en este entorno son compatibles con versiones nuevas de Gambas, no así los hechos por Microsoft Visual Basic, es decir, por ejemplo un proyecto hecho en ms Visual Basic 5.0 difícilmente correrá en la última versión, ya que no es orientado a Objetos, por lo tanto carece de herencia.

La principal diferencia con respecto a Visual Basic 6.0 es el soporte para orientación a objetos. En Gambas, no existen los arreglos de controles pero dispone de un elemento similar llamado group, que utilizado conjuntamente con arreglos de objetos, ofrecen resultados análogos.

Gambas añade algunas propiedades nuevas en algunos de sus controles, como la alineación vertical/horizontal en etiquetas o algunas propiedades gráficas en el elemento "Button" (Equivalente a CommandButton de Visual Basic).

El acceso a bases de datos es sumamente sencillo y potente. Gambas incluye, al igual que Visual Basic, su propio empaquetador para la distribución de aplicaciones, que permite crear incluso paquetes deb.

Gambas es una excelente y potente alternativa a la programación visual ofrecida en Visual Basic para entornos Linux. Su talón de Aquiles actualmente es su escasa documentación.

En la figura 6. Se muestra el Logotipo de este programa.



Fig. 6. Logotipo Oficial del proyecto GAMBAS

En la Figura 7 se muestra el sistema completo de manipulación de imágenes, al cual se le llamó CIDEMORF, este nombre se le dio con la combinación de CIDETEC y MORFOLOGÍA. Este sistema será publicado para su libre distribución bajo la licencia GPL en los sitios SOURCE FORGE y FRESHMEAT.

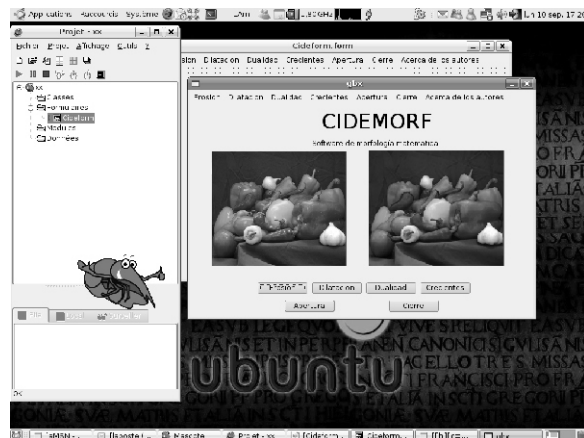


Figura 7. Se muestra la interfaz del programa CIDEMORF.

6. RESULTADOS

Los experimentos realizados con CIDEMORF, se implementaron en una computadora personal con un procesador Pentium 4 a una velocidad de 2 Ghz, con sistema operativo Ubuntu Festy 7.10 con Gambas 2 instalado. Todas las imágenes que se utilizaron fueron binarias y de un tamaño de 200 × 200 píxeles. La medición del tiempo en estos experimentos fue restringida por la diferencia de

tiempos de la PC, sin embargo presentó un rendimiento muy aceptable en imágenes muy grandes 1024 x 768 pixeles.

Se implementó este sistema además, en computadoras pentium 2 con sistema operativo ubuntu y el runtime de Gambas, para determinar la velocidad de procesamiento en imágenes mayores a 600 x 600 pixeles y sorprendentemente no varió mucho el desempeño en tiempo entre el primer sistema con el segundo.

La figura 8 muestra la comparación de desempeño de ambos sistemas en base al tiempo con imágenes de 1024 x 768, con las cuales se realizaron los experimentos; el elemento de estructura puede ser cualquier imagen.

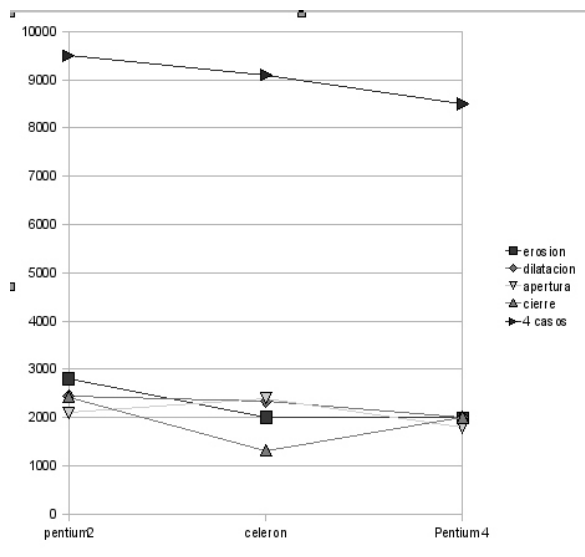


Fig. 8. Gráfica de comparación de desempeño en tiempo del CIDEMORF. Los operadores morfológicos usados fueron los siguientes:

- Erosión
- Dilatación
- Apertura
- Cierre
- Aplicación de los 4 operadores

El punto más importante fue el de comprobar al final del experimento los resultados obtenidos al usar la dilatación, esto se justifica debido a que la

operación dual de esta operación es la erosión, por otro lado el tiempo de procesamiento es el mismo. También fue muy importante comprobar el tiempo resultante de la dilatación y erosión, ya que es bien sabido que a partir de la dilatación y la erosión se pueden formar otros operadores morfológicos utilizados para el procesamiento de imágenes binarias, por ejemplo filtros.

En la actualidad el software se encuentra en un proceso de comprobación de sus algoritmos, ya que se está utilizando para aplicaciones médicas en la Escuela Superior de Medicina del Instituto Politécnico Nacional en México.

7. CONCLUSIONES

El reconocimiento de patrones se puede definir desde un punto de vista cualitativo como “La asignación de un objeto o evento físico a una de las categorías posibles especificadas previamente”o desde un punto de vista cuantitativo como “Un problema de estimación de la función densidad en un espacio de alta dimensión y división del espacio en las regiones de las categorías o clases”.

En la figura 9 se muestra el esquema general de análisis de imágenes.

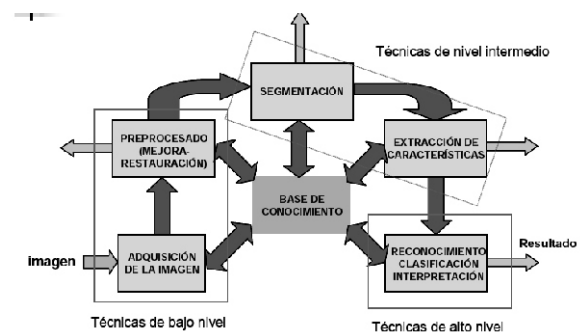


Figura 9. Esquema General de Análisis de Imágenes.

Como es posible analizar en la figura 8, dentro de las técnicas de nivel bajo encontraremos la sección de mejoramiento y restauración de la imagen, la cual inicia con la adquisición de las imágenes (esta adquisición podrá ser el resultado de una fotografía, el archivo resultante del uso de un Escáner o bien el resultado directo de una cámara digital fotográfica o cámara de video con capacidades de almacenamiento digital o binario)

y que termina con el mejoramiento de éstas, su restauración o conversión. (En este punto la creación de un software usando diferentes operaciones morfológicas, permitirá realizar cualquiera de los tres casos).

El software CIDEMORF presentó un buen desempeño de optimización de imágenes utilizando la morfología matemática. El desarrollo de sistemas basados en herramientas de software libre permite la explotación de estas herramientas para el acceso libre para investigadores y científicos en los países de habla hispana, la siguiente versión tendrá las mejoras en los algoritmos de pre-procesamiento y soportará múltiples lenguajes.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] H. Murkowski, *Herman Murkowski Notebooks*, American Institute of Physics, Center for History of Physics, 1897.
- [2] H. Murkowski, *Herman Murkowski Notebooks*, American Institute of Physics, Center for History of Physics, 1901.
- [3] H. Hadwiger - *Berlin-Guttingen-Heidelberg: Springer*, 1957.
- [4] H. Hadwiger - *Bull. Amer. Math. Soc.*, ams.org, Vol. 65 No. 20, 1959.
- [5] G. Matheron, *Eléments pour une théorie des milieux poreux*, Masson, Paris, 1967.
- [6] J. Serra, *Analysis and Mathematical Morphology*, Ac. Press, London, Vol. 1, 1982.
- [7] G. Matheron, *Random Sets and Integral Geometry*, Wiley, New York, 1975.
- [8] J. Serra, *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Theoretical Advances, Academic Press, London, Vol. 2, 1988.
- [9] M. Avellanas, D. Lodaes, *Matemática Discreta*, Ed. Ra-ma, Madrid, 1990.
- [10] J. L. Díaz de León, *Introducción a la Morfología Matemática de Conjuntos*, Fondo de la Cultura Económica, 2003.
- [11] Página del Programa GAMBAS <http://gambas.sourceforge.net/>