

PROPUESTA DE UN MODELO PARA DISTRIBUCIÓN DE PLANTA DINÁMICA

ÁLVARO HERNÁN LIBREROS FRANCO

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
ZARZAL, OCTUBRE DE 2020**

PROPUESTA DE UN MODELO PARA DISTRIBUCIÓN DE PLANTA DINÁMICA

ÁLVARO HERNÁN LIBREROS FRANCO

PROYECTO DE GRADO

Director: MSc. VIVIAN LORENA CHUD PANTOJA
Codirector: MSc. JUAN PABLO OREJUELA CABRERA

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
ZARZAL, OCTUBRE DE 2020

DEDICATORIA

Dedico este trabajo principalmente a mi madre, cuyo apoyo incondicional e invaluable consejos han sido las columnas que soportaron el peso y esfuerzo que implicó este trabajo, además agradecerle por enseñarme el valor del trabajo y ser una de mis principales motivaciones para querer mejorar y salir adelante. Por otro lado, a mis hermanos quiénes han sido modelo de excelentes personas y me han brindado apoyo siempre que lo necesité y además tienen plena confianza en mi futuro como profesional.

AGRADECIMIENTO

Especial agradecimiento a las personas que conforman la Universidad del Valle, a los docentes, administrativos y personal quienes tienen la especial labor de contribuir al desarrollo del país a través de la educación y conocimiento.

A los docentes que dirigieron este trabajo, por su paciencia, responsabilidad y por su gran aporte en el final de esta etapa tan importante para mi vida y para las personas a quienes pueda ayudar.

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	1
2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	2
2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	2
2.2 OBJETIVOS	4
2.2.1 Objetivo general	4
2.2.2 Objetivos específicos	4
2.3 JUSTIFICACIÓN	5
3. MARCO DE REFERENCIA	6
3.1 CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN EN PLANTA DINÁMICA	6
3.2 INVESTIGACIONES RELACIONADAS CON LOS PROBLEMAS DE DISTRIBUCIÓN EN PLANTA DINÁMICA	8
4. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA	11
4.1 FASE 1: PROPUESTA DEL MODELO MATEMÁTICO	14
4.2 FASE 2: MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN EN PLANTA DINÁMICA	16
4.2.1 Fase 2.1: Método exacto	16
4.2.2 Fase 2.2: Algoritmo genético para distribución en planta	16
5. FASE 3: RESULTADOS	21
5.1 FASE 3.1: CASO DE ESTUDIO	21
5.1.1 Descripción de la empresa	21
5.1.2 Datos para el modelo	23
5.1.3 Resultados del caso de estudio	23
5.2 FASE 3.2: ANÁLISIS DE LOS MÉTODOS DE SOLUCIÓN	25
5.2.1 Experimento 1	25
5.2.2 Experimento 2	26
6. CONCLUSIONES	30
7. INVESTIGACIONES FUTURAS	31
BIBLIOGRAFÍA	32

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. Metodología de solución.	12
FIGURA 2. Procedimiento para el diseño de distribución de planta.	13
FIGURA 3. Diagrama de flujo del algoritmo genético.....	17
FIGURA 4. Representación de cromosoma para 5 localidades y 3 periodos de tiempo..	18
FIGURA 5. Generación de hijos a partir del cruce de los padres con el método 1.	19
FIGURA 6. Generación de hijos a partir del cruce de los padres con el método 2.	20
FIGURA 7. Generación de hijos a partir del cruce de los padres con el método 3.	20
FIGURA 8. Ejemplo de mutación en el primer periodo de tiempo para las posiciones 2 y 4.	21
FIGURA 9. Diagrama de proceso para elaboración de puertas.	22
FIGURA 10. Distribución actual del caso de estudio.	24
FIGURA 11. Distribución generada con el modelo para el caso estudio.	24
FIGURA 12. Instancia de 100 departamentos variando el tamaño de población N.	27
FIGURA 13. Instancia 100 departamentos variando el porcentaje de mutación.	28
FIGURA 14. Instancia de 100 departamentos ejecutada con los 3 métodos de selección de padres.	29

LISTA DE TABLAS

TABLA 1. Clasificación de los problemas de distribución en planta.....	7
TABLA 2. Metodología y medidas de desempeño en trabajos de investigación sobre el problema de distribución en planta dinámica.	10
TABLA 3. Comparación de resultados variando el número de departamentos.....	25
TABLA 4. Instancia de 100 departamentos variando el tamaño de población N.....	26
TABLA 5. Instancia de 100 departamentos variando la probabilidad de mutación.	27
TABLA 6. Instancia aplicando los 3 métodos de selección de padres.	29

RESUMEN

El problema de distribución en planta dinámica se encarga de encontrar el mejor arreglo de posiciones de máquinas y centros de trabajo en las instalaciones que cambia en un horizonte de tiempo dado, donde generalmente, se busca minimizar los costos de manejo de materiales, los cuales representan gran parte de los costos operativos totales.

Estos tipos de problemas han sido categorizados debido a su complejidad como NP-Hard, es decir que encontrar una solución óptima tiene un costo computacional demasiado alto debido a la gran cantidad de posibles soluciones que crece en relación con el tamaño del problema, ocasionando que no pueda hallarse la mejor solución en un tiempo razonable, por ese motivo se han desarrollado algoritmos que permiten explorar el espacio de soluciones y encontrar la mejor solución o las más cercanas.

En este trabajo se presenta una revisión del problema de distribución en planta dinámica y se propone un modelo que tiene como objetivo minimizar los costos de manejo de materiales y costos de reasignar y mantener centros de trabajos en localidades. Además, se tiene en cuenta restricciones de área para garantizar que el área de los departamentos asignados sea menor al área disponible de la localidad.

El modelo se desarrolló como un método exacto aplicado en un software de optimización, el cual puede resolver problemas pequeños y obtener soluciones óptimas. Además, se empleó un algoritmo genético para abordar problemas de mayor tamaño y obtener buenas soluciones en un tiempo razonable. Por último, se realiza una serie de experimentos de variación de parámetros para observar el comportamiento del algoritmo genético y analizar los resultados.

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente no basta la innovación para mantener una empresa en el mercado, ahora el éxito se mide en términos de competitividad y para ello, las organizaciones deben adaptarse a las condiciones cambiantes del entorno, debido a esto, las empresas de manufactura deben responder rápidamente a cambios en variedad, volumen y tasa de producción, para ello se hace necesario el estudio del mejor arreglo de los factores con el fin de optimizar el proceso, cuidar y aumentar los márgenes de ganancia y disminuir costos para garantizar la competitividad de la empresa.

En este sentido, cobra importancia la distribución en planta, puesto que se encarga del estudio del arreglo de los elementos de una instalación industrial o de servicios, con el fin de mejorar su desempeño operacional. Como menciona Bozorgi, Abedzadeh, & Zeinali (2015) el diseño de las instalaciones influye dramáticamente en la eficiencia del manejo de materiales dentro de un sistema de fabricación, para garantizar un rendimiento óptimo dentro del sistema de fabricación, el diseño de la instalación debe reflejar los cambios a lo largo del tiempo". Este arreglo comprende los espacios necesarios para los movimientos, el almacenamiento y todas las actividades que tengan lugar en dicha instalación.

La distribución en planta puede ser dividida en dos categorías dependiendo las características de la demanda y del tipo de producción, como estática y dinámica. Como señala Emami & Nookabadi (2013).

Dependiendo de la naturaleza de los datos de flujo de material, el problema de diseño se clasifica en problemas de diseño estático y dinámico. Cuando el flujo de materiales entre los departamentos no cambia con el tiempo, este problema se conoce como el problema de diseño de instalaciones estáticas (SFLP) y en la forma más simple se puede formular como un problema de asignación cuadrática (QAP). Cuando los flujos de material entre departamentos cambian durante el horizonte de planificación, el problema de SFLP se convierte en un diseño dinámico de instalaciones (DFLP).

Aunque la frecuente redistribución de las instalaciones puede causar pérdidas debido al desmontaje y traslado de las máquinas y el tiempo no productivo invertido, es viable si la ganancia de los ahorros en costos generados por una nueva distribución para satisfacer las necesidades en un horizonte de tiempo es mayor a los costos asociados a una nueva distribución.

El presente trabajo de investigación busca proponer un modelo de distribución de planta dinámico, es decir, que considere la adaptación de la planta a la variación en la demanda y variedad de producción para obtener el mejor arreglo que permita mayor eficiencia y menores costos. El presente trabajo de investigación inicia en el capítulo 1 describiendo el problema de distribución de planta dinámica, en el capítulo 2 se plantea el marco de

referencia, en el capítulo 3 se desarrolla la metodología, en el capítulo 4 se presentan los resultados y por último se exponen las conclusiones.

2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Los problemas de distribución en planta tienen un impacto significativo en la eficiencia de los procesos de producción; una buena distribución mejora el manejo de materiales en la planta, reduce el tiempo de ciclo, el producto en proceso y la eficiencia general. La mayoría de problemas de distribución de planta se centran en reducir el manejo de materiales, que de acuerdo a (Tompkins et al. 1996) representa del 20 al 50% del costo operativo total.

En su estudio Yang, Chuang & Hsu (2011) dicen que al considerar la reorganización del diseño de las instalaciones, una empresa debe considerar el costo reducido de manejo de materiales y el costo mayor de mover y configurar equipos. Por tanto, se dice que el enfoque principal de los problemas de distribución de planta se centra en mejorar el manejo de materiales para reducir significativamente los costos y mejorar la eficiencia en las operaciones.

Por su parte, Mostafa, Mostafa, Nazanin, & Emad (2014) especifican que el problema fundamental de la distribución de planta dinámica se debe al cambio en el flujo de materiales entre departamentos en un horizonte de tiempo.

El principal problema de los sistemas productivos dinámicos como el sistema tipo taller se centra en atender la variabilidad en el volumen de producción y la demanda, donde generalmente se sacrifica la capacidad productiva para responder a las necesidades de los clientes, también como problemas derivados de este sistema, son los elevados inventarios de producto en proceso, tiempos de recorrido irregulares, costos elevados de manejo de material, tiempos ociosos, entre otros.

Según McKendall & Hakobyan (2010) el problema de distribución de planta dinámica es el problema de encontrar las posiciones de los departamentos por varios períodos, de modo que los departamentos no se superpongan, y la suma de los costos de reorganización y manipulación de materiales se minimice.

Esta metodología se aplica a los sistemas dinámicos, ya que si estos poseen una distribución estática a mediano y largo plazo, puede ocasionar ineficiencias lo que se traduce en mayores costos, por lo tanto, es importante examinar las características del espacio disponible, los requerimientos de producción y la capacidad de la planta, con la finalidad de encontrar una distribución adecuada que cumpla los requisitos y permita maximizar la eficiencia y reducir los costos en un determinado horizonte de tiempo.

Comúnmente los entornos dinámicos del sector metalmeccánico funcionan bajo el sistema tipo taller, los cuales cuentan con gran cantidad de máquinas y variedad de productos que pueden cambiar dependiendo de los requerimientos de los clientes, debido a esto, los productos poseen secuencias distintas, en consecuencia, es difícil acomodar las máquinas con discontinuidades en el proceso. De allí surge el problema de determinar la ubicación de M máquinas en X localizaciones en un definido periodo de tiempo T con una producción de N productos (Pourvaziri and Pierreval 2016). Luego se debe evaluar la necesidad de cambiar la configuración en el periodo de tiempo establecido dependiendo de los criterios que hagan viable el cambio de distribución, donde generalmente, se usan los costos como criterio principal (Azevedo, Crispim, and Pinho de Sousa 2017).

Las máquinas y herramientas utilizadas en este sector poseen una relación de proporción en su tamaño, es decir, que poseen un número de máquinas pesadas, las cuales se consideran fijas y otras que son de fácil traslado. Las máquinas utilizadas se asignan a ubicaciones predeterminadas durante ciertos períodos de programación. Sin embargo, en la realidad, varias operaciones pueden usar máquinas movibles, que se asignan arbitrariamente a ubicaciones disponibles en la planta. Por lo tanto, las máquinas portátiles se asignan al área mientras se usan en operaciones y se almacenan en depósitos una vez que se completan las operaciones. Esta situación requiere una solución para el problema de distribución en planta (FLP), que determina cuándo y dónde usar las máquinas portátiles durante la programación (Kamoshida 2018).

Para que el problema pueda ser modelado como un problema de distribución de planta dinámica, es necesario poseer una previsión de la demanda, puesto que se debe establecer el horizonte de planificación en el cual la distribución funcionará, es decir, con una demanda cambiante en el tiempo, la distribución inicial se vuelve ineficiente, por lo tanto, una nueva distribución puede ser necesaria para hacer frente a los nuevos flujos de material. Por consiguiente, las características específicas de las ubicaciones deben combinarse con los requisitos del departamento, a fin de reducir el impacto de la reconfiguración (Pourvaziri and Pierreval 2016). En resumidas palabras, se busca encontrar un arreglo óptimo por cada horizonte de planificación de tal manera que se cumplan unos criterios definidos y los costos de cambiar la configuración sean menores a los costos de estos criterios.

Entonces, se puede definir el problema principal como la inadecuada planificación de distribución en planta dinámica, puesto que la falta de asignación y evaluación de criterios provoca consecuencias en el flujo de trabajo y la sub o sobre utilización de las máquinas, también, largas distancias entre centros de trabajo que aumentan significativamente el producto en proceso generando interferencias en el proceso productivo.

En este tipo de sistema, la secuencia de operaciones para los productos varía produciendo trayectorias no definidas lo que se refleja negativamente en el tiempo de ciclo del producto (Salazar et al. 2010). Por ende, deben considerarse modelos flexibles capaces de generar distribuciones eficientes donde los centros de trabajo puedan

cambiar de ubicación para satisfacer la demanda de un determinado periodo de tiempo. Así lo menciona Yang and Peters (1998): “El problema de diseño de máquina flexible (FMLP) implica la planificación de un diseño de instalaciones en un horizonte de planificación con la posibilidad de organizar máquinas si es necesario”.

La flexibilidad en distribución en planta puede hacer referencia a dos enfoques que difieren en el resultado final: Enfoque robusto y enfoque flexible. Para este trabajo se considera el segundo enfoque donde se busca obtener un arreglo por cada periodo de tiempo tal que optimice los resultados para cada uno de ellos.

Como menciona Kulturel-Konak (2007) “Una instalación robusta es aquella que se comporta bien en una variedad de escenarios y resultados. Por otro lado, una instalación flexible es aquella que puede adaptarse fácilmente a los cambios sin afectar significativamente el rendimiento”.

Por otro lado, el modelo tiene como objetivo minimizar el costo de manejo de materiales, el cual ha sido objeto principal de múltiples investigaciones debido a su impacto en el rendimiento y costos en las empresas. Como afirma Moslemipour and Lee (2012) “el costo de manejo de materiales (MHC) es una de las medidas más apropiadas para evaluar la eficiencia del diseño de una instalación para que un diseño eficiente tenga el MHC mínimo”.

Así, el objetivo del presente trabajo es proponer un modelo de distribución de planta eficiente para sistemas donde exista y sea viable la opción de trasladar e intercambiar las unidades productivas (máquinas y/o centros de trabajo) y teniendo en cuenta consideraciones como flujo de materiales y demanda conocidos y donde los costos de reasignación son bajos, que además cambie dependiendo de un horizonte de tiempo según criterios definidos con el objetivo de maximizar beneficios en términos de productividad. Así, este trabajo busca proponer un modelo utilizando la modelación matemática que considere las características de los sistemas de fabricación dinámicos y flexibles, es decir, que cambie en un horizonte de tiempo y además tenga la facilidad de mover sus centros de trabajo cuyo objetivo es minimizar los costos de manejo de materiales, así como también validar el modelo en un caso práctico del sector que posea las características anteriormente mencionadas.

2.2 OBJETIVOS

2.2.1 Objetivo general

Proponer una estrategia para la distribución de planta dinámica para ambientes flexibles.

2.2.2 Objetivos específicos

- Caracterizar los problemas de distribución de plantas dinámicos con el fin de establecer las variables críticas que impactan el desempeño de la distribución.

- Formular un modelo matemático para definir la distribución de planta dinámica en ambientes flexibles.
- Validar el modelo propuesto con un caso del sector con el propósito de identificar las condiciones de aplicabilidad del modelo.

2.3 JUSTIFICACIÓN

La competitividad ha sido el principal motor del mejoramiento de las empresas. Asegurar la calidad, un buen servicio al cliente y aumentar la productividad mientras se intenta reducir los costos son los retos que tienen las empresas que quieren sobrevivir en el mercado.

En el año 2018 la perspectiva en la industria colombiana poseía una alta incertidumbre, al transcurrir el año se asentaron las variables e incluso se menciona, tuvo un buen desempeño. “En materia de crecimiento, los resultados a nivel global para los años 2017, 2018, y 2019 son muy similares, con una tasa de 3.7% anual prevista para los tres períodos” (ANDI, 2019).

A pesar que en el país los indicadores se muestran positivos y se tiene altas expectativas para el 2019, en términos de competitividad a nivel internacional, Colombia se encuentra en puestos por debajo del estándar, pasando del puesto 54 al 58 en cuanto al ‘Global Competitiveness Index’ del FEM y ocupó el puesto 177 de 199 economías en el cumplimiento de contratos realizado por el programa ‘Doing Business’ (Montes, 2019).

Esta cifra muestra la debilidad competitiva del país y puede suponer oportunidades para mejorar el enfoque de las industrias que permitan obtener tasas de crecimiento estables, además de un mejor y rápido desarrollo que facilite y motive a las empresas a incursionar en el mercado exterior. La competitividad entonces puede mejorarse a través de la productividad, dado que los indicadores de este han sido preocupantes en el país, teniendo tan solo un 0.5% de crecimiento en 18 años. Como afirma (Gutierrez, 2011) “el problema más importante que resulta del atraso técnico y económico es la baja productividad. Este fenómeno tiene alcance general, no sólo porque es característico de la gran mayoría de las empresas, sino porque condiciona negativamente a la producción en su conjunto”.

Debido a lo anterior, es importante cambiar y mejorar los métodos que permitan a estas empresas aumentar su rendimiento. La distribución de planta es un factor determinante en la productividad, por lo tanto, se deben buscar alternativas que permitan la creación y aplicación de modelos que se adecúen a las necesidades de los diferentes sistemas productivos, donde muchas empresas funcionan bajo el modelo productivo tipo taller, el cual presenta características como demanda variable, cambios en el volumen y variedad de productos y cuya secuencia de producción varía debido a que la maquinaria es usada para diferentes procesos.

3. MARCO DE REFERENCIA

Con el propósito de dar cumplimiento a los objetivos anteriormente mencionados, se hizo una caracterización de los problemas de distribución en planta dinámica y se realizó una revisión de la literatura para conocer los trabajos que se han realizado entorno al problema y los métodos de solución utilizados.

3.1 CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN EN PLANTA DINÁMICA

El problema del diseño de instalaciones o también llamado distribución de planta se encarga de encontrar el mejor arreglo entre los elementos que conforman un sistema productivo de tal modo que permitan alcanzar unos objetivos de la manera más eficientemente posible. Estos objetivos generalmente buscan la minimización de criterios tales como distancias recorridas, tiempos de proceso, costos de manejo de materiales, desperdicios, entre otros, pero también se pueden diseñar instalaciones cuyo objetivo sea maximizar criterios como eficiencia, adyacencia, flexibilidad y otros.

Uno de los criterios mayormente utilizados a la hora de planear el diseño de una planta son los costos relacionados con el manejo de materiales debido al impacto en los costos operativos totales, con una incidencia entre el 20 y el 50% en costos operativos totales y entre el 15 y el 70% en los costos de manufactura (Tompkins et al. 1996).

El problema de diseño de instalaciones es un importante campo de estudio en la administración de la producción y la ingeniería industrial que llama la atención de muchos investigadores. Curiosamente, la investigación sobre muchos aspectos de este problema aún se encuentra en su etapa inicial; por lo tanto, es un problema que tiene mucho para trabajar (Hosseini-Nasab et al. 2018).

Para una mejor comprensión de la extensión del problema de distribución en planta (FLP por sus siglas en inglés), Hosseini-Nasab et al. (2018) hacen una recopilación y clasificación del FLP según sus variantes y enfoques, incluyendo las características del problema según la evolución de la distribución, las características del taller, la formulación del problema y enfoques de resolución. Lo anterior se ilustra en la Tabla 2.

Tabla 1. Clasificación de los problemas de distribución en planta.

Problema de diseño de instalaciones			
Evolución del diseño	Características del taller	Formulación del problema	Enfoques de resolución
<ul style="list-style-type: none"> • Distribución estática • Distribución dinámica 	<ul style="list-style-type: none"> • Formas y dimensiones <ul style="list-style-type: none"> • áreas regulares o irregulares • Fijo/Area/Relación de aspecto • Sistemas de manufactura <ul style="list-style-type: none"> • Diseño fijo del producto • Diseño por proceso • Diseño celular • Diseño por producto • Manejo de materiales <ul style="list-style-type: none"> • Configuración de diseño • Manejo de equipos • Movimiento de flujo <ul style="list-style-type: none"> • Con <i>Bypassing</i> • Con <i>Backtracking</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • Función objetivo <ul style="list-style-type: none"> • Mono-Objetivo • Multi-Objetivo • Multi-Atributo • Representación del problema <ul style="list-style-type: none"> • Continuo • Discreto • Modelado <ul style="list-style-type: none"> • Conocido • Desconocido • Problema de asignación cuadrática <ul style="list-style-type: none"> • Conjunto cuadrático • Programación entera mixta • Teoría de grafos • Tipo de datos <ul style="list-style-type: none"> • Determinístico • No Determinístico • Restricciones <ul style="list-style-type: none"> • Presupuesto • Diseño • Área 	<ul style="list-style-type: none"> • Multi-objetivo • Multi-atributos • Mono-objetivo

Fuente: Basado en "Classification of facility layout problems: a review study" (Hosseini-Nasab et al. 2018)

Por otro lado, los problemas de distribución en planta son considerados como problemas combinatorios de alta complejidad, categorizados NP-Hard debido a su gran cantidad de posibles soluciones, haciendo que estos problemas no puedan obtener la solución óptima en tiempos de ejecución razonables.

Salazar et al. (2010) Proponen un enfoque de dos fases para resolver el problema de conformación celular, así como su distribución en planta para una pyme, usando de manera independiente dos modelos de asignación combinatoria, el QAP y el QrAP Posteriormente utilizan la herramienta multicriterio AHP para definir cuál de éstas arroja una solución más ajustada.

Teniendo en cuenta las variantes de distribución en planta, Singh and Sharma (2006) abordan las tendencias actuales y futuras de la investigación sobre problemas de distribución en planta con base en investigaciones anteriores y describen los procedimientos exactos, heurísticos y metaheurísticos disponibles para resolver los problemas de manera óptima o casi óptima, además hablan sobre los enfoques de inteligencia artificial aplicados para resolver este tipo de problemas.

Considerando que los departamentos pueden tener áreas desiguales y libre orientación, debido a la complejidad de estos casos, solo los problemas de tamaño pequeño se pueden resolver en un tiempo considerable, para ello McKendall and Hakobyan (2010) abordan el problema mediante una técnica de búsqueda (construcción) de límites, que ubica departamentos a lo largo de los límites de los departamentos ya ubicados.

Así mismo Pourhassan and Raissi (2017) presentan un método para resolver problemas de diseño en sistemas de fabricación complejos, ilustran cómo el diseño experimental y el análisis de regresión se pueden aplicar para evaluar un sistema de fabricación utilizando una técnica de optimización basada en simulación donde combina el modelado de simulación y un algoritmo genético de clasificación no dominado (NSGA II).

Kulturel-Konak (2017) utiliza un diseño de bloques basado en zonas para diseñar instalaciones de fabricación y logística durante múltiples períodos de planificación. Propone un enfoque matemático, que combina conceptos de búsqueda Tabú (TS) y programación matemática, para resolver el problema basado en zonas en el plano continuo con departamentos de áreas desiguales.

3.2 INVESTIGACIONES RELACIONADAS CON LOS PROBLEMAS DE DISTRIBUCIÓN EN PLANTA DINÁMICA

Numerosas investigaciones se han centrado en hallar soluciones para el FLP, generando principalmente trabajos concernientes a los problemas de distribución en planta estática, es decir, problemas donde no se consideran cambios en el flujo entre centros de trabajo. Sin embargo, actualmente muchos sistemas productivos operan en ambientes cambiantes, adaptándose a los cambios en la demanda de sus clientes (Ripon et al. 2010). La necesidad de responder rápidamente a cambios en la demanda, mix y volumen de producción, así como también la introducción de nuevos productos o modificación en los mismos, han conllevado a dirigir los esfuerzos de los investigadores en encontrar soluciones para esos problemas. Entonces, en los sistemas de producción donde el flujo de materiales cambia en un horizonte de tiempo, el problema se denomina problema de diseño de planta dinámica (DFLP por sus siglas en inglés). A continuación, se presenta la descripción de algunas investigaciones referentes al problema de distribución en planta.

Rosenblatt (1986) formuló el primer modelo para problemas de distribución de planta dinámica y utilizó una formulación de programación dinámica para resolver el problema en un horizonte de tiempo dado, concluyendo que su modelo se puede utilizar considerando un número pequeño de departamentos. Más adelante Lacksonen (1997) propone un modelo para un problema de distribución dinámica mediante un método de pre procesamiento que generó soluciones para problemas de gran tamaño y utiliza un algoritmo mejorado de ramificación y enlace para producir diseños factibles. Dentro de ese marco Yang and Peters (1998) proponen un modelo de diseño de máquina flexible

que incluye tanto el manejo de materiales como los costos de redistribución de las máquinas. Este diseño utiliza una ventana de tiempo de planificación de horizonte móvil.

Más tarde Urban (1998) habla sobre los procedimientos de solución óptima existentes para el problema de distribución en planta dinámica. Balakrishnan & Cheng (2009) estudian el rendimiento de varios algoritmos en horizontes fijos y móviles bajo pronósticos desconocidos en comparación de otros problemas de distribución dinámico donde el horizonte era fijo.

Por otra parte Ripon et al. (2010) presenta un algoritmo genético híbrido para el problema de distribución en planta dinámica incorporando operaciones de genes saltarines introducidas en el algoritmo genético. Más adelante Ripon et al. (2011) investiga un enfoque evolutivo para resolver el problema de distribución en planta dinámica multiobjetivo, bajo incertidumbre y presenta la distribución como un conjunto de soluciones óptimas de Pareto.

Yang et al. (2011) plantean un problema de distribución de planta dinámico para reducir el costo de manejo de materiales y el costo de mover equipos y configurar equipos, para ello utilizan un enfoque basado en algoritmos genéticos.

Mostafa Abedzadeh et al. (2014) presenta una formulación de programación lineal de enteros mixtos para el problema de diseño de instalaciones dinámicas multiobjetivo relacionado con la estructura de bahía flexible. Además, considera tres objetivos, que incluyen minimizar el manejo de materiales y los costos de reordenamiento, maximizar la tasa de adyacencia y minimizar la diferencia de relación de forma.

Ulutas and Islier (2015) se centran en los entornos de fabricación flexibles, reconfigurables y ágiles donde la demanda se ve afectada por la moda y la temporada, como en las industrias de la ropa y el calzado. Donde es necesario emplear modelos dinámicos según la naturaleza de la demanda y también los costos de rediseño relativamente bajos de las máquinas y/o estaciones de trabajo.

Golmohammadi et al. (2016) presenta un método dinámico para minimizar los diferentes costos, incluido el costo total de los movimientos dentro y entre celdas, además utiliza un algoritmo genético para resolver el problema.

A continuación, se presenta la tabla 1 donde se presentan los trabajos de investigación sobre el problema de distribución en planta dinámica, la metodología utilizada y las medidas de desempeño consideradas para resolver el problema de distribución en planta dinámica.

Tabla 2. Metodología y medidas de desempeño en trabajos de investigación sobre el problema de distribución en planta dinámica.

Autor	Metodología	Medidas de desempeño
(Rosenblatt. 1986)	Utilizó una formulación de programación dinámica para resolver el problema en un horizonte de tiempo dado, concluyendo que su modelo se puede utilizar considerando un número pequeño de departamentos	Minimizar el costo de manejo de materiales
(Urban 1998)	Presenta los procedimientos de solución óptima existentes para el problema de disposición dinámica de instalaciones.	Minimizar el costo de manejo de materiales
(Balakrishnan and Cheng 2009)	Primero examinan si los algoritmos que funcionan bien en la situación de horizonte fijo funcionan igual de bien en horizontes móviles. Luego prueban el efecto de la incertidumbre generada por los pronósticos en los mejores algoritmos de período fijo.	Minimizar costo de manejo de materiales
(McKendall and Hakobyan 2010)	Presenta una formulación matemática para el problema con departamentos de áreas desiguales y una heurística de búsqueda de límites y búsqueda tabú	Minimizar el costo de manejo de materiales y los costos de reasignación
(Ripon et al. 2010)	Presenta la formulación matemática y posteriormente justifica la necesidad de utilizar el algoritmo de salto de genes y describe su implementación.	Minimizar el costo de manejo de materiales y los costos de reasignación
(Yang et al. 2011)	Primero propone un modelo matemático para abordar el problema de distribución en planta, en un entorno de fabricación tipo taller, luego aplica el algoritmo genético para resolver el problema	Minimizar el costo de manejo de materiales y los costos de reasignación

(Mostafa Abedzadeh et al. 2014)	Presenta una formulación multiobjetivo para el problema. Después, expresan una teoría de conjuntos difusos para el modelo multiobjetivo. Por último, describen el algoritmo de Búsqueda de vecindad de variables paralelas que se propone para resolver el modelo.	Minimizar el manejo de materiales y los costos de reordenamiento, maximizar la tasa de adyacencia y minimizar la diferencia de relación de forma.
(Golmohammadi et al. 2016)	Presentan un método dinámico para minimizar diferentes costos y se utiliza el algoritmo genético jerárquico (HGA) para resolver el modelo y los resultados se comparan con el algoritmo genético.	Minimizar el costo de manejo de materiales, el costo de asignar o quitar máquinas en una celda, el costo fijo de mantenimiento y depreciación y el número de piezas excepcionales.

Otros autores, han estudiado el tema de distribución de planta dinámica, aplicando métodos y modelos con el fin de hallar el mejor arreglo, dependiendo el problema y medidas de desempeño definidas tales como flujo de producto en proceso, tiempos de espera, manejo de materiales, distancias recorridas, recirculación de productos, entre otros. También, encontrando y aplicando técnicas de solución como asignación cuadrática QAP, búsqueda de límites, el algoritmo de búsqueda de vecindad variable paralelo (PVNS), algoritmos genéticos (GA), teoría de grafos y muchas otras heurísticas, encontrando una solución óptima para los problemas en cuestión y dejando aportes para la aplicación en trabajos futuros.

4. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

Con base en el marco de referencia planteado anteriormente y teniendo en cuenta los objetivos, se propone la siguiente metodología que permite desarrollar los objetivos.

En la fase 1 se realiza la propuesta del modelo matemático y posterior a ello en la fase 2, las técnicas de solución. Si el problema a resolver se planea para un número superior a 3 periodos de tiempo y además considera la ubicación de más de 20 departamentos,

se recomienda emplear el método metaheurístico, de lo contrario, se puede emplear el método exacto. Por último, en la fase 3 se obtienen los resultados para los análisis respectivos. La figura 1 refleja lo mencionado anteriormente.

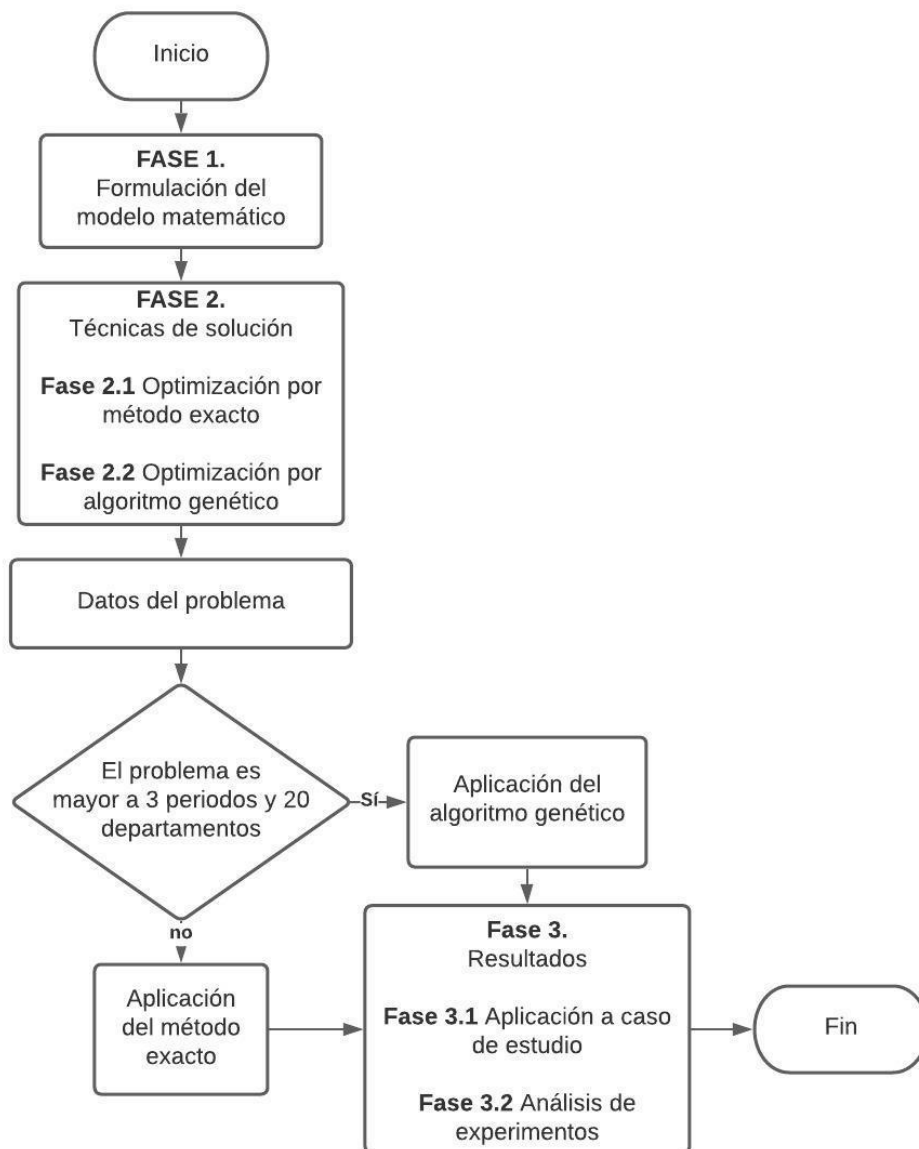


Figura 1. Metodología de solución. Fuente: Elaboración propia

En el presente trabajo se abordará el problema de distribución en planta dinámica tomando como medida de desempeño los costos de manejo de materiales modelado como un problema de asignación cuadrática propuesto por Koopmans and Beckmann (1957). Se asume la demanda conocida, así como los flujos entre departamentos y distancias para los periodos de tiempo.

El proceso para generar una distribución de planta a partir del modelo, parte de la ordenación de los datos como matrices en el software donde esté configurado el modelo, el cual tiene como función objetivo la minimización de los costos relacionados con el flujo de materiales los costos de mantener los centros de trabajo en las localidades y los costos de reasignación de centros de trabajo.

Los costos de mantener los centros de trabajo hacen referencia a los costos incurridos en el espacio utilizado de la localidad donde se asigna un centro de trabajo. Por otra parte, los costos de reasignación o también llamados costos de cambio se refieren a los costos de mover los centros de trabajo, siendo necesario tener en cuenta, cual es el centro de trabajo a mover, la localidad donde estaba y la localidad a la que va, puesto que el costo está en función del centro de trabajo y de las distancias entre las localidades.

Una vez estos parámetros se evalúen en la función objetivo, el resultado serán matrices que contienen el valor de las variables binarias que indican la asignación de los centros de trabajo en las distintas localidades, tal y como se ilustra en la figura 2.

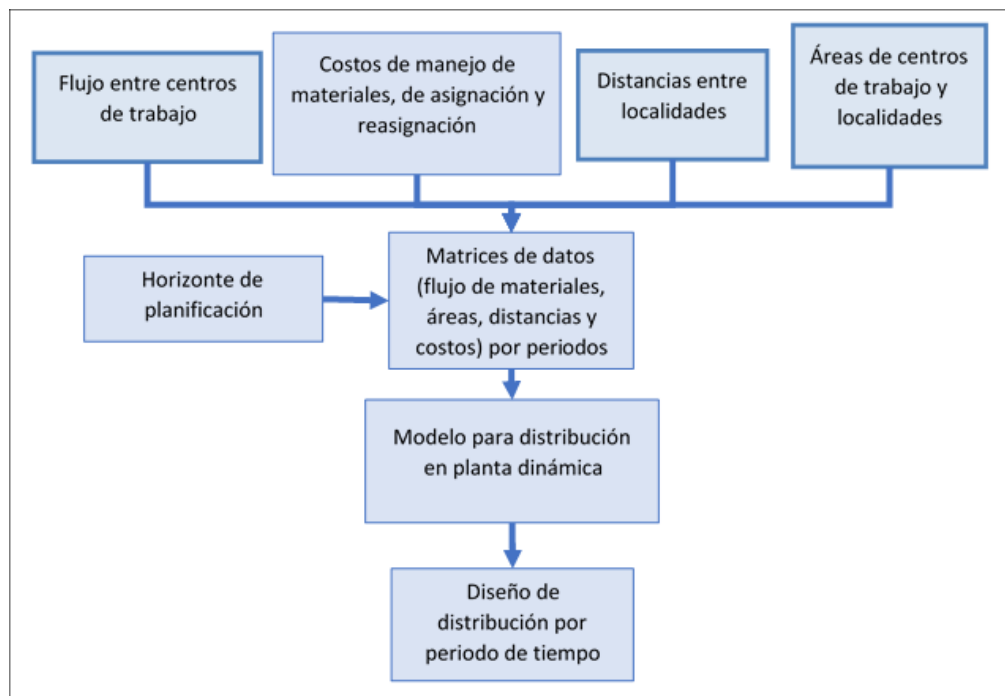


Figura 2. Procedimiento para el diseño de distribución de planta. Fuente: Elaboración propia

Diferentes estudios entorno al problema de distribución en planta dinámica concluyen que para problemas de gran tamaño no pueden hallarse soluciones óptimas en tiempos razonables por lo cual se han explorado y desarrollado diversas técnicas para encontrar buenas soluciones, también la mayor parte de los trabajos revisados, utilizan como función de desempeño los costos de manejo de materiales, puesto que estos costos influyen entre un 20 y 50% en los costos operativos totales (Tompkins et al. 1996). Por otro lado, los costos de reordenamiento también son considerados en los problemas de distribución en planta dinámica debido a los cambios en el horizonte de tiempo dado.

A continuación, se presentan las fases descritas en la metodología de solución propuesta anteriormente.

4.1 FASE 1: PROPUESTA DEL MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático se formuló como un problema de asignación cuadrática, donde se busca resolver la asignación de centros de trabajo en localidades teniendo en cuenta el flujo entre departamentos y la distancia entre localidades.

El siguiente modelo tiene como objetivo encontrar el mejor arreglo de D centros de trabajos en L Localidades, minimizando los costos de manejo de materiales, entendido como el costo del flujo entre centros de trabajo multiplicado por la distancia entre las localidades donde están ubicados, generando soluciones para distintos periodos de tiempo T .

Entre los parámetros se encuentran el flujo de materiales entre departamentos, la distancia entre las localidades, las áreas requeridas por los centros de trabajo y áreas disponibles de las localidades, así como los costos de mantener y reasignar los centros de trabajos en localidades.

Conjuntos para el modelo:

D : Departamentos o centros de trabajo

L : Localidades

T : Periodos de tiempo

Parámetros:

f_{ikt} : Flujo desde el centro de trabajo i al centro de trabajo k en el periodo t .

d_{jl} : Distancia entre la localidad j a la localidad l .

AC_i : Área requerida por el centro de trabajo i .

AL_j : Área disponible de la localidad j .

$CostA_{i,j,t}$: Costo de mantener un centro de trabajo i en una localidad j en el periodo t .

$CostR_{j,l,t,i}$: Costo de pasar de la localidad j a la localidad l en el periodo t .

Variables:

X_{ijt} : Variable binaria que toma valor 1 si el departamento i es asignado a la localidad j en el periodo t

Y_{jlti} : Variable binaria que toma valor 1 cuando un departamento se mueve de una localidad j hacia una localidad l en el periodo t .

Función Objetivo:

La función objetivo del modelo es minimizar los costos de manejo de materiales y los costos de mover los centros de trabajo entre localidades, teniendo en cuenta que el costo depende del departamento a mover, de la localidad de donde viene y la localidad a la que va, también considera los costos de mantener un departamento en una localidad en distintos periodos de tiempo.

$$Zmin = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^D \sum_{k=1}^D \sum_{j=1}^L \sum_{l=1}^L (f_{ikt} * d_{jl} * X_{ijt} * X_{klt}) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^L (X_{ijt} * CostoA_{ijt}) \\ + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^L \sum_{l=1}^L \sum_i^D (Y_{jlti} * CostoR_{jlti})$$

Restricciones:

El modelo cuenta con un total de 6 restricciones, la (1) se encarga de que cada departamento sea ubicado en una sola localidad, mientras que la (2) se asegura que cada localidad está ocupada por un solo departamento, la (3) garantiza que el área requerida por el departamento a ser asignado sea menor al área de la localidad donde será ubicado. La restricción (4) le asigna valor a la variable binaria Y_{ijt} , considerando el departamento a ser asignado, la localidad donde se encontraba el departamento en un periodo anterior y la localidad a la que va en un periodo siguiente. Las restricciones (5) y (6) se encargan de restringir la variable Y_{jlti} y Y_{jlti} de modo que solo se asigne el valor 1 cuando el departamento cambie o se mantenga en la misma localidad.

Sujeto a:

$$R1: \sum_{j=1}^L X_{ijt} = 1 \quad \forall i, t \quad (1)$$

$$R2: \sum_{i=1}^D X_{ijt} \leq 1 \quad \forall j, t \quad (2)$$

$$R3: AC_i * X_{ijt} \leq AL_j \quad \forall i, j, t \quad (3)$$

$$R4: \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^L \sum_{l=1}^L (X_{ijt} + X_{ilt+1} - Y_{jlt+1i}) \leq 1 \quad \forall i, j, l, t \quad (4)$$

$$R5: \sum_{j=1}^L \sum_{l=1}^L Y_{lji} \leq 1 \quad \forall i, t \quad (5)$$

$$R6: \sum_{j=1}^L \sum_{l=1}^L Y_{jlti} \leq 1 \quad \forall i, t \quad (6)$$

4.2 FASE 2: MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN EN PLANTA DINÁMICA

4.2.1 Fase 2.1: Método exacto

Los métodos exactos son aquellos procedimientos que garantizan la solución óptima para un problema utilizando algoritmos y programación matemática. Aunque utilizar esta clase de métodos sería ideal para los problemas de asignación, la cuestión es que conlleva altos costos computacionales cuando el espacio de solución es muy grande, lo que provoca largos tiempos de ejecución.

Debido a la complejidad de los problemas de distribución en planta dinámica, solo los pequeños problemas pueden ser resueltos en tiempos razonables utilizando técnicas exactas (McKendall and Hakobyan 2010). Por ejemplo, para un problema con n departamentos y t periodos, el número máximo de diseños que se pueden obtener están dadas por $(n!)^t$, así, para un problema con 6 departamentos y 5 periodos de tiempo, existen $1.93 \cdot 10^{14}$ soluciones (Ripon et al. 2010).

Según lo anterior, las técnicas exactas pueden hallar una solución óptima para problemas pequeños, sin embargo, para problemas mayores es necesario emplear metaheurísticas capaces de encontrar soluciones aproximadas en un tiempo razonable. El modelo presentado se programó en el software de optimización AMPL para resolver problemas pequeños y verificar el funcionamiento de este. Los resultados se exponen más adelante en el apartado número 4. El código del modelo desarrollado se muestra en el [anexo 1](#).

Entre los enfoques y técnicas utilizadas para resolver problemas de gran tamaño, se encuentra la metaheurística basada en algoritmos genéticos, los cuales han sido ampliamente utilizados en diferentes campos para resolver el problema de distribución en planta dinámica debido a su capacidad para generar soluciones factibles en pequeñas cantidades de tiempo (Ripon et al. 2010).

4.2.2 Fase 2.2: Algoritmo genético para distribución en planta

Los algoritmos genéticos se basan en los procesos de la evolución genética para encontrar buenas soluciones para un problema determinado. Estos algoritmos parten de soluciones iniciales y las someten a acciones aleatorias para generar una nueva población de soluciones e ir conservando aquellas de mejor desempeño.

Según Gaspar Cunha et al. (2012) los pasos para aplicar un algoritmo genético básico son:

- Evaluar la puntuación de cada uno de los cromosomas generados.
- Permitir la reproducción de los cromosomas siendo los más aptos los que tengan más probabilidad de reproducirse.
- mutar un gen del nuevo individuo, con cierta probabilidad de mutación.
- Organizar la nueva población.

La figura 3 describe el proceso del algoritmo genético aplicado en el modelo:

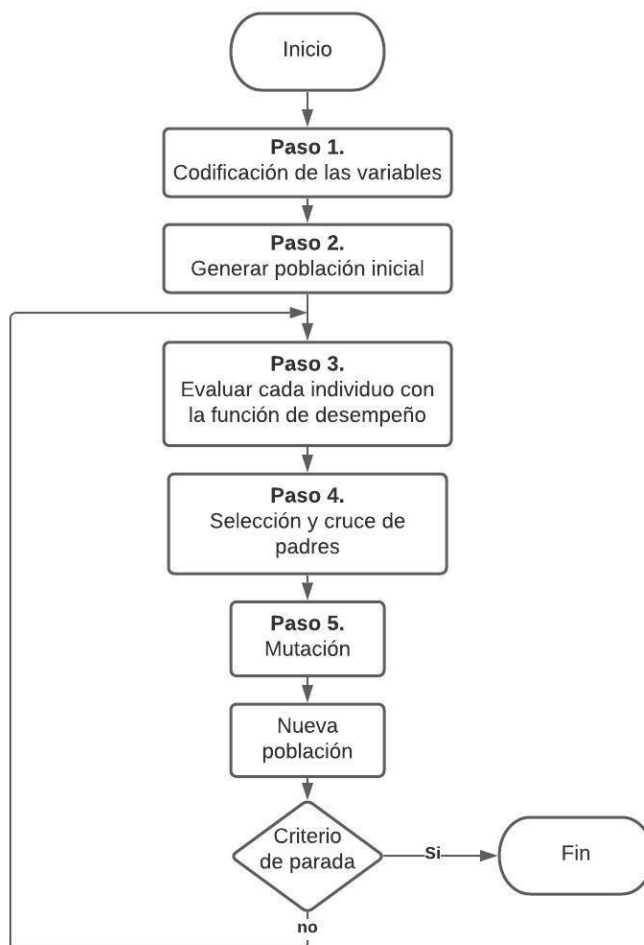


Figura 3. Diagrama de flujo del algoritmo genético. Fuente: Basado en “*Algoritmos Genéticos.*” por (Gaspar Cunha et al. 2012)

Inicialmente se necesita una representación o codificación que represente la solución del problema, formando lo que se denomina cromosoma, el cual contendrá el conjunto de parámetros que conforma la solución, los cuales también son llamados genes, además se requiere la implementación de una función de desempeño o también llamada función de adaptación, la cual sirve para evaluar cada posible

solución. Una vez cada solución generada es evaluada pasan a ser seleccionados los padres quienes serán aptos para reproducirse. Los padres seleccionados transmitirán sus genes a los hijos según un operador de cruce, estos nuevos individuos conformarán la nueva generación, después una parte de la nueva generación se somete a una mutación que depende de una probabilidad asignada. Finalmente, este ciclo se repite hasta que se cumpla un criterio de parada que puede ser un número determinado de iteraciones o cuando el algoritmo converja en una misma solución durante muchas generaciones.

Para el caso del modelo presentado, el algoritmo se aplicó tal y como se muestra en figura 3, en los siguientes pasos:

- **Paso 1. Codificación de las variables**

Para representar la asignación de los centros de trabajo en las localidades, se generan vectores también denominados cromosomas, que representan una solución y los genes que lo conforman representan el departamento que está asignado en la posición L. Cada arreglo es de tamaño $1*(L*t)$ donde L es el número de localidades y t el número de periodos de tiempo, tal y como se ejemplifica en la figura 4 donde se muestra un cromosoma de tamaño 15 conformado por 5 Departamentos y 3 periodos de tiempo.

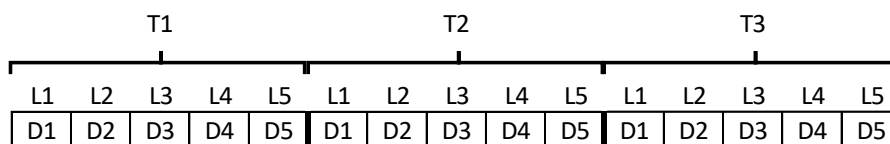


Figura 4. Representación de cromosoma para 5 localidades y 3 periodos de tiempo. Fuente: Elaboración propia.

- **Paso 2. Generación de la población inicial**

Se genera una población con N soluciones iniciales a partir de permutaciones aleatorias que en principio garantizan la factibilidad de estas soluciones en cuanto a la restricción de tener departamentos iguales en un mismo periodo de tiempo.

- **Paso 3. Evaluación y penalización**

Se evalúa el desempeño de cada solución generada de acuerdo con la función de desempeño Z_{\min} descrita en el planteamiento del modelo y se penalizan aquellas soluciones que contienen errores provocados ya sea por la repetición en el número de departamentos asignados o en el incumplimiento en las restricciones de área. La penalización se realiza asignando una variable que cuenta las veces que se presenta un error en la solución y está penalización se suma a la evaluación de la solución dando mayor penalización a los errores que presentan departamentos repetidos.

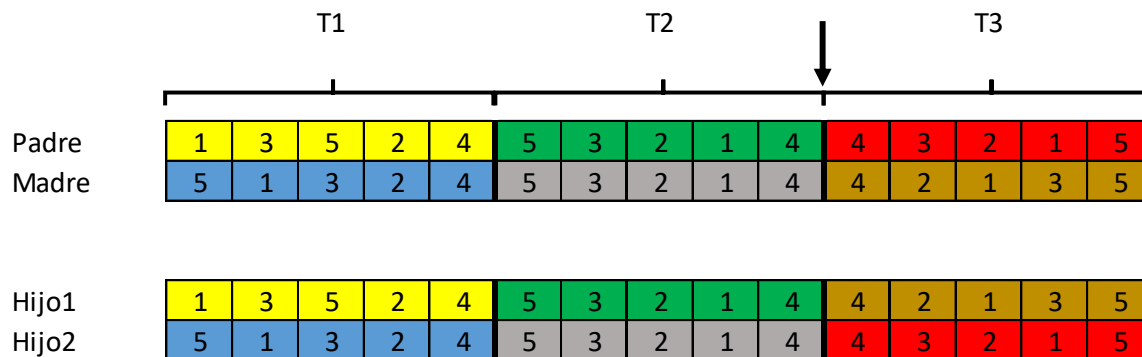
Aquellas soluciones que han sido penalizadas tienen menor probabilidad de hacer parte de la nueva población debido al incremento en su medida de desempeño. Además, en este paso se convierte el cromosoma en una matriz binaria para representar mejor las soluciones y también se construye la matriz que registra los cambios de los departamentos, la cual es necesaria para los costos de reasignación.

- **Paso 4. Selección y reproducción de los padres**

En la selección de los padres que se reproducirán, se ordenan las soluciones con base en su evaluación de desempeño y se cruzan por pares hasta la última solución, y se conservan las dos mejores soluciones para la nueva generación. El proceso de generación de hijos inicia con la selección y reproducción de los padres, los cuales otorgarán genes de su cromosoma para formar cada hijo. Para la reproducción de los padres se desarrollaron tres métodos diferentes para compararlos y elegir el mejor método para el modelo:

Método 1

El cromosoma de los padres se divide en un punto de corte aleatorio al final de cada periodo de tiempo, es decir que, para un ejemplo de 5 departamentos y 3 periodos de tiempo, los resultados posibles para el punto de cruce son las posiciones 5, 10 y 15 del cromosoma. Los anterior se muestra en la figura 5 cuando el punto de cruce es 10.



p.c = 10

Figura 5. Generación de hijos a partir del cruce de los padres con el método 1. Fuente: Elaboración propia.

Método 2

El cromosoma de los padres se divide aleatoriamente en un punto de corte por cada división, es decir, que los hijos tomarán parte del cromosoma de ambos padres por cada periodo de tiempo. Lo anterior se ejemplifica en la figura 6, donde se genera un punto de cruce aleatorio, cuyos posibles valores dependen del largo del cromosoma en cada periodo, que en este caso es de 5. El primer punto de cruce es 3, es decir, que el primer hijo tendrá para el primer periodo, parte del cromosoma del padre desde la posición 1

hasta 3 y parte del cromosoma de la madre desde la posición 3 hasta el final de ese periodo. Esto se repite por cada periodo de tiempo.

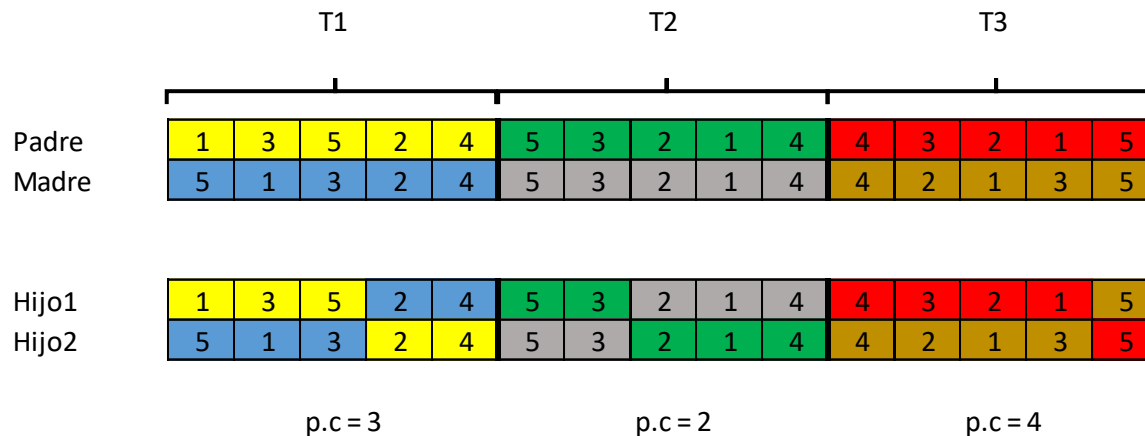


Figura 6. Generación de hijos a partir del cruce de los padres con el método 2. Fuente: Elaboración propia.

Método 3

Este método se asemeja al método 1, la diferencia está en que el punto de cruce aleatorio puede estar en cualquier parte del cromosoma sin importar los periodos. Siguiendo con el ejemplo anterior, se asume que el punto de cruce es 8, entonces los cromosomas de ambos padres se cortan en la posición 8 tal y como se muestra en la figura 7. Entonces, el primer hijo tendrá parte del cromosoma del padre desde la posición 1 hasta 8 y parte del cromosoma de la madre desde la posición 8 hasta el final del cromosoma. El cruce entre cada par de padres genera un par de hijos garantizando que la nueva población tendrá el mismo tamaño de la anterior.

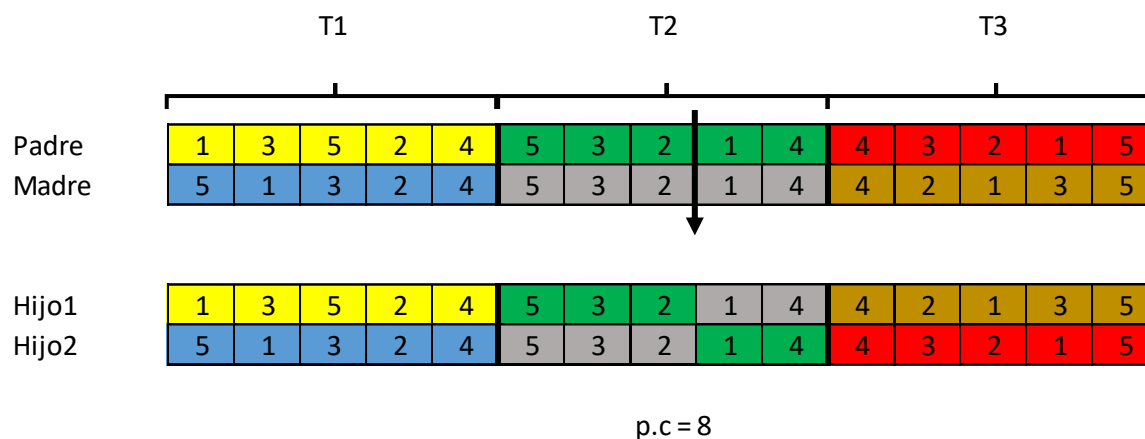


Figura 7. Generación de hijos a partir del cruce de los padres con el método 3. Fuente: Elaboración propia.

- **Paso 5. Mutación:**

Luego del cruce de padres, puede ocurrir una mutación en el cromosoma que depende de una ocurrencia probabilística. Generalmente las mutaciones resultan ser beneficiosas

debido a que aumenta la variabilidad lo que conlleva a una mayor exploración en el espacio de soluciones y evita los óptimos locales, sin embargo, abusar de las mutaciones podría llevar al algoritmo a una simple búsqueda aleatoria (Gaspar Cunha et al. 2012).

La mutación consiste en la modificación de algunos genes, que para el presente caso es un intercambio de posiciones aleatorias en cada una de las divisiones del cromosoma, es decir, para cada periodo de tiempo. Un ejemplo se muestra en la figura 8.

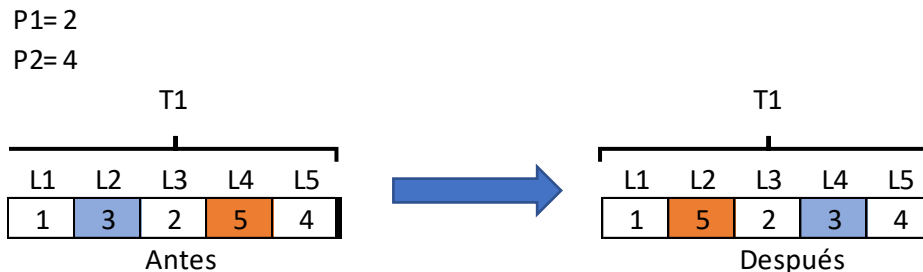


Figura 8. Ejemplo de mutación en el primer periodo de tiempo para las posiciones 2 y 4. Fuente: Elaboración propia.

Para el presente caso se define una probabilidad del 30% para que un individuo se someta a una mutación.

Los pasos anteriores se repiten hasta que se cumpla un criterio de parada que, en este caso es un número determinado de iteraciones.

El código del algoritmo genético elaborado en MATLAB se muestra en el [anexo 2](#).

5. FASE 3: RESULTADOS

Con el objetivo de validar el modelo propuesto, se aplicó en un caso de estudio, y se aplicaron las técnicas de solución presentadas anteriormente. También se realiza un análisis de experimentos donde se plantean diferentes instancias variando los parámetros en el modelo.

5.1 FASE 3.1: CASO DE ESTUDIO

5.1.1 Descripción de la empresa

Con el objetivo de comprobar la eficacia del modelo, se aplicó en un caso de estudio de una empresa metalmeccánica dedicada al diseño, programación de obra, construcción y remodelación de proyectos arquitectónicos de vivienda. La empresa realiza productos como: puertas, laminados, ventanas, escaleras, estructuras, pasamanos, entre otros, donde se tomó el proceso de fabricación de puertas debido a que es el producto que más se fabrica y también mayor ingresos genera. La empresa cuenta con una variedad de productos y su demanda es variable, lo que ocasiona que el flujo de producción cambie

con el tiempo y sea viable la aplicación del modelo para el problema de distribución de planta dinámica.

La planta es un edificio de uso general, de un solo piso y su forma es rectangular, no presenta construcciones, es decir, cuenta con un espacio amplio y libre, en el que están ubicadas las máquinas y los centros de trabajo. Cuenta con un total de 232 m² (8 m x 29 m) dividida en dos secciones: el área de producción que constituye aproximadamente el 80% del área y el 20% restante dedicada a la oficina de administración.

Esta empresa es flexible, en el sentido que cuenta con maquinaria y equipo de fácil traslado y unas líneas de servicio fácilmente accesibles, lo que facilita el movimiento, logrando así la mejor productividad en los procesos, mejorando en gran medida la efectividad del servicio.

La materia prima (metales livianos) en general, se mueve de una estación a otra de forma manual por los mismos operarios. Entre las máquinas que se usan se encuentran cortadoras, una dobladora, un compresor de pintura, pulidoras, soldadores, esmeriles, tornos, una cizalla de banco, prensas y tronzadoras, además de herramientas ubicadas en estanterías metálicas y de pared. A continuación, se presenta la figura 9 la cual muestra el proceso de fabricación de las puertas y más adelante la descripción según la numeración.

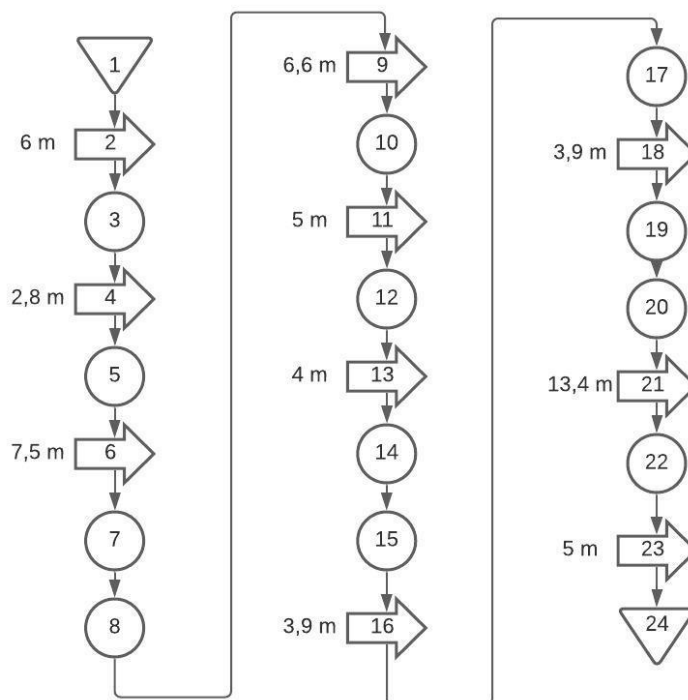


Figura 9. Diagrama de proceso para elaboración de puertas. Fuente: Elaboración propia.

1. La materia prima llega a la empresa y se almacena temporalmente.
2. Se transportan los perfiles y las láminas al centro de trabajo 1

3. Se realizan las marcas para corte
4. Se transportan los perfiles a la tronzadora
5. Se realizan los cortes de los perfiles
6. Se transportan los perfiles al centro de trabajo 5
7. Se hacen las soldaduras de los perfiles para puerta y marco
8. Se pule la soldadura
9. Se transportan las láminas al centro de trabajo 3
10. Se realizan los cortes marcados
11. Se transporta a la dobladora
12. Se realizan dobleces a algunas láminas
13. Se transportan las láminas al centro de trabajo 5
14. Se ensamblan y sueldan las láminas a los perfiles para la hoja
15. Se pule la soldadura
16. Se transporta la hoja al centro de trabajo 6
17. Se lija toda la hoja
18. Se transporta al centro de trabajo 5
19. Se ensambla la hoja y el marco y se sueldan bisagras
20. Se hacen agujeros y se instala la chapa
21. Se transporta al área de pintura
22. Se aplica pintura
23. Se transporta al área de producto terminado

5.1.2 Datos para el modelo

Inicialmente se recopilan los datos necesarios para ejecutar el modelo. Entre los datos recopilados se tienen los flujos de materiales entre centros de trabajo para tres pedidos de diferente cantidad, las áreas de las localidades y los centros de trabajo, la distancia entre localidades y los costos de mantener los centros de trabajo en las localidades y los costos de reasignación. Los costos de reasignación se calcularon con base en los costos de horas hombre necesarios para mover los centros de trabajo, mientras que los costos de mantener los centros de trabajo en las localidades se calcularon como el costo de espacio ocupado.

Los datos del caso de estudio mencionados anteriormente se presentan en el [anexo 3](#).

5.1.3 Resultados del caso de estudio

5.1.3.1 Evaluación de la distribución de planta actual

Para comparar los resultados, se evaluó la distribución actual de la planta con la función de desempeño del modelo. Esta distribución se muestra en la figura 10.

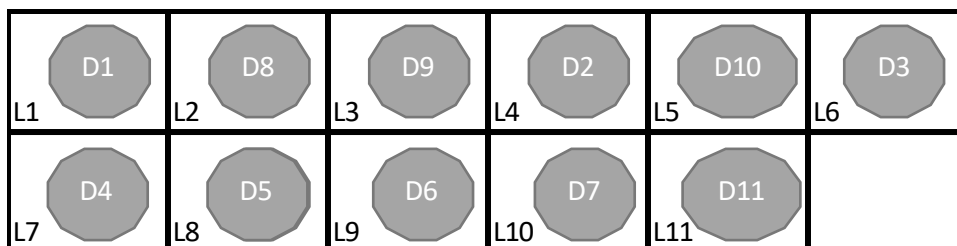


Figura 10. Distribución actual del caso de estudio. Fuente: Elaboración propia.

Evaluando esta distribución se obtuvo el valor de la función de desempeño de 4.452.117 donde 3.270.351 corresponde al costo de manejo de materiales y 1.181.766 al costo de mantener los centros de trabajo en las localidades.

5.1.3.2 Solución de la distribución en planta con método exacto

Los datos del caso de estudio se ingresaron en el software de optimización AMPL y se obtuvieron un total 4356 variables binarias donde 363 corresponden a las variables de asignación de departamentos en localidades, las cuales se representan en matrices de 3 dimensiones de tamaño $11 \times 11 \times 3$ y por otro lado se obtuvieron 3993 variables de reasignación, que también representadas en matrices de tamaño $11 \times 11 \times 11 \times 3$.

Los resultados se obtuvieron en un tiempo total de 21,1 segundos con un valor de función objetivo de 4.064.877 donde 2.883.112 corresponde al costo de manejo de materiales y 1.181.766 para el costo de mantener los centros de trabajo en las localidades. El costo de reasignación fue 0 debido a que no se presentaron cambios en la distribución durante los 3 periodos de tiempo.

Los resultados de las variables se presentan en el [anexo 4](#).

5.1.3.3 Solución de la distribución en planta con el algoritmo genético

El caso de estudio también se solucionó a través del algoritmo genético programado en MATLAB y utilizando una población de 20 individuos, un número de 1000 generaciones y un porcentaje de mutación del 30% y se obtuvieron los mismos resultados que con el método exacto en un tiempo de 39 segundos.

La variable de decisión resultante indica que la configuración óptima para el problema es la que se presenta en la figura 11.



Figura 11. Distribución generada con el modelo para el caso estudio. Fuente: Elaboración propia.

La distribución generada, indica que se mantiene la distribución para los 3 periodos de tiempo. Cabe aclarar que los altos costos para reasignar y mantener los departamentos pueden ocasionar distribuciones estáticas en el horizonte de tiempo planeado.

5.2 FASE 3.2: ANÁLISIS DE LOS MÉTODOS DE SOLUCIÓN

Está claro que el modelo funcionó aplicando tanto el método exacto como el algoritmo genético para la instancia del caso de estudio, sin embargo, para validar la escalabilidad del problema se desarrollaron los siguientes experimentos con el objetivo de analizar el comportamiento de los métodos.

5.2.1 Experimento 1

Se generaron diferentes instancias variando entre 5 y 100 departamentos con 3 periodos y se solucionaron empleando ambos métodos, donde se especifica el resultado de la función de desempeño y el tiempo de ejecución.

Los resultados se presentan en la tabla 3.

Tabla 3. Comparación de resultados variando el número de departamentos.

N. Departamentos	Método exacto		Algoritmo genético		Diferencia T (Genético - M. Exacto)
	Tiempo(s)	Función objetivo	Tiempo(s)	Función Objetivo	
5	0,4	5355	67	5355	66,6
10	34,8	10254	1340	10254	1305,2
15	443,5	18346	2050	18346	1606,5
20	16134	22848	3561	22848	-12573
25	N/D	N/D	4406	30108	N/D
30	N/D	N/D	5207	69090	N/D
40	N/D	N/D	6061	153600	N/D
50	N/D	N/D	6910	653400	N/D
60	N/D	N/D	7665	1201323	N/D
70	N/D	N/D	8430	2234090	N/D
80	N/D	N/D	9223	4134677	N/D
90	N/D	N/D	10064	5096789	N/D
100	N/D	N/D	10767	6025354	N/D

Fuente: Elaboración propia.

Para observar el desempeño del método exacto, se ejecutaron diferentes instancias variando el número de departamentos a partir de 5 hasta 20 con 3 periodos de tiempo donde el resultado se encontró en un tiempo de ejecución de 16134. A partir de los 20 departamentos el programa no encontró solución.

Los parámetros para el caso del algoritmo genético se fueron variando hasta encontrar los resultados óptimos para las primeras instancias y a partir de la instancia de 20 departamentos los parámetros se dejaron fijos.

En este análisis se identificó que, para las instancias pequeñas, ambos métodos funcionan, aunque los tiempos de solución son un poco mayores utilizando el algoritmo genético, también se encontró que, para los problemas mayores a 20 departamentos con 3 periodos, el método exacto no encuentra solución mientras que el algoritmo genético puede seguir presentando soluciones, aunque no se garantice que los resultantes sean óptimos. A partir de esto se puede concluir que, aunque el algoritmo genético para las instancias pequeñas requiere más tiempo de ejecución en comparación al método exacto, brinda la posibilidad de obtener soluciones para instancias mayores donde el método exacto no funciona, por esta razón, en la metodología se establece que a partir de 20 departamentos según esta estructura se debe usar el algoritmo genético.

5.2.2 Experimento 2

Para revisar el comportamiento del algoritmo genético frente a los diferentes parámetros, se realizaron pruebas variando los atributos de la instancia más grande la cual fue la de mayor tiempo de ejecución que es la instancia de 100 Departamentos para 3 periodos.

Para la primera prueba, se ejecutó el algoritmo variando el tamaño de población desde 10 individuos hasta 60, con un número de 100 generaciones. En la tabla 4 se muestran los resultados.

Tabla 4. Instancia de 100 Departamentos variando el tamaño de población N.

N	Función Objetivo	tiempo(s)	tiempo(min)
10	9064770	2219	37
20	7251251	4267	71
30	5927584	6357	106
40	6023576	8532	142
50	5316784	9989	166
60	6655320	12139	202

Fuente: Elaboración propia.

La figura 12 ilustra el comportamiento de los resultados de la instancia de 100 departamentos variando el tamaño de la población.

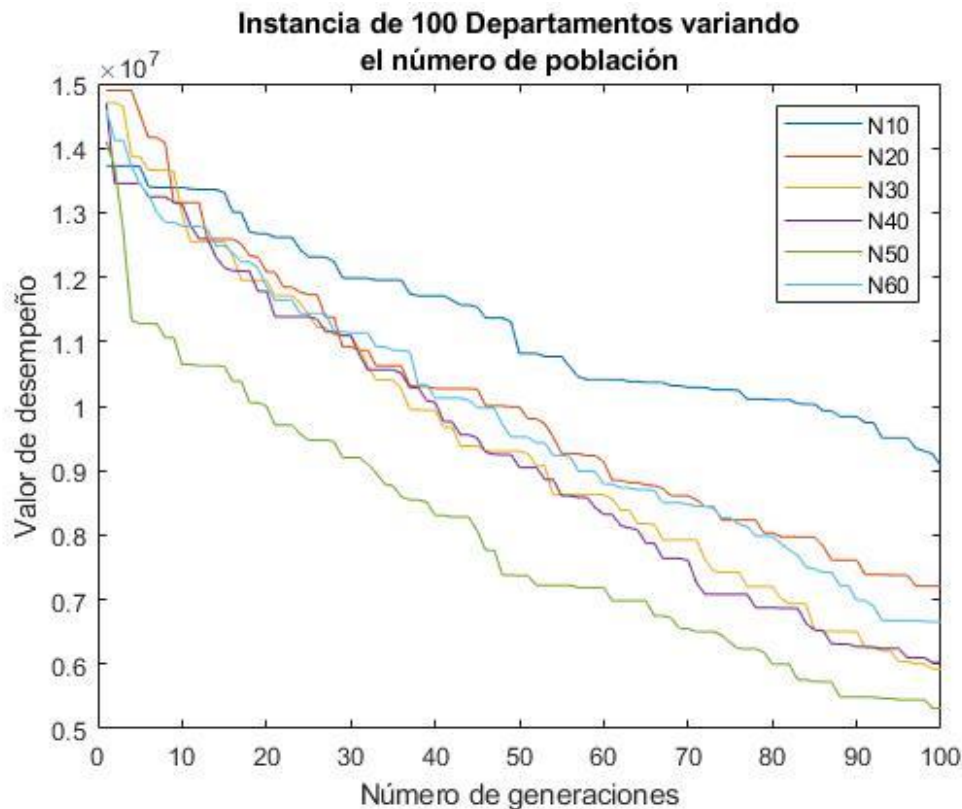


Figura 12. Instancia de 100 Departamentos variando el tamaño de población N. Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la instancia con 100 departamentos señalan que el tamaño de población de 50 individuos presenta un mejor comportamiento alcanzando un valor de desempeño menor a las demás instancias durante la mayor parte de las generaciones, es decir, que esta instancia alcanzó mejores resultados debido a que la función de desempeño tiene como objetivo la minimización de los costos, mientras que la instancia con tamaño de población de 10 individuos es la más ineficiente, entonces, hay que tener en cuenta que entre mayor número de población el tiempo de ejecución también será mayor.

Para la siguiente prueba se ejecutó el ejemplo con población de tamaño 20 con 100 generaciones y esta vez variando el porcentaje de probabilidad de mutación entre 10, 20 y 30%. En la tabla 5 se presentan los resultados de las instancias.

Tabla 5. Instancia de 100 Departamentos variando la probabilidad de mutación.

% P. mutación	Función objetivo	tiempo(s)	tiempo(min)
10	7813971	4087	68
20	7151910	4120	69
30	7251251	4267	71

Fuente: Elaboración propia.

Dados los resultados anteriores, se obtuvo un mejor resultado utilizando una probabilidad de mutación del 20% obteniendo un valor de la función objetivo de 7.151.910 en un tiempo de ejecución de 68 minutos, aunque no muy alejado del resultado utilizando el 30% de probabilidad de mutación donde se obtuvo un valor de 7.251.251 en un tiempo de 69 minutos, presentando una diferencia del 1,39 % con respecto al mejor resultado. Mientras para el caso de la probabilidad del 10% resulta ser la de peor desempeño donde se obtuvo un valor de función objetivo de 7.813.971 en un tiempo de 68 minutos y presenta una diferencia de 9,26 % con respecto al mejor resultado. Cabe anotar que la mutación hace que exista mayor variabilidad en las soluciones sin embargo un alto porcentaje de mutación haría que el modelo se convierta en una búsqueda aleatoria.

En la figura 13 se ilustra el comportamiento de los resultados.

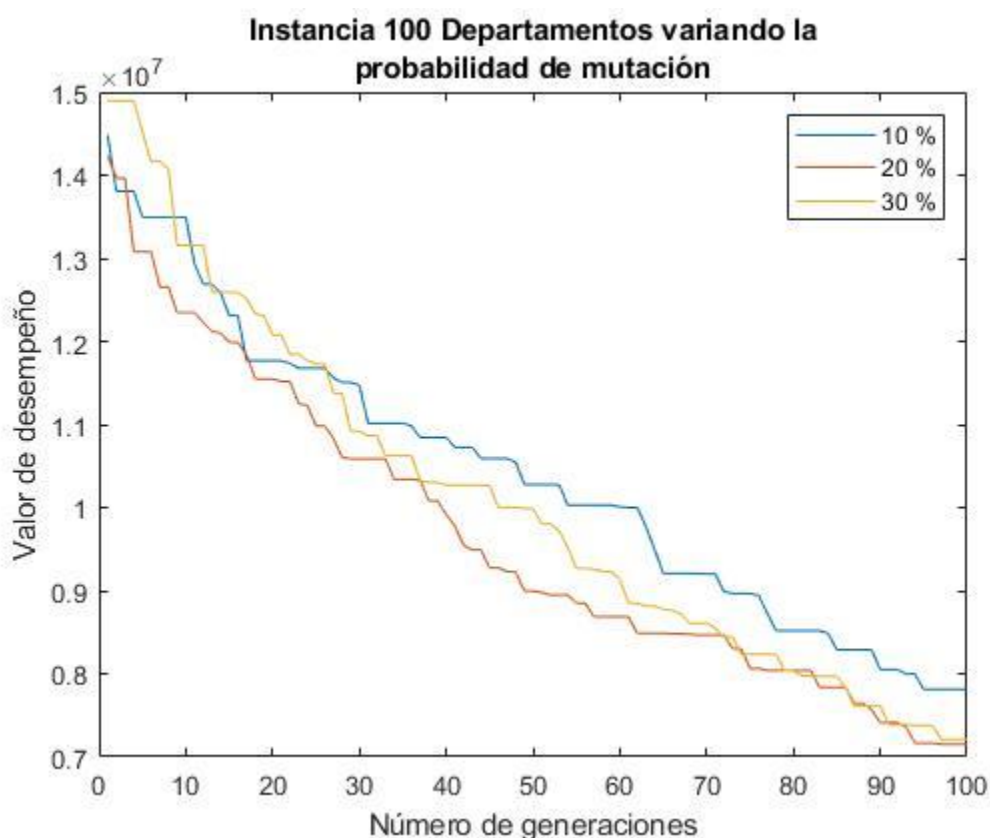


Figura 13. Instancia 100 Departamentos variando el porcentaje de mutación. Fuente: Elaboración propia.

Como último análisis, se ejecutó la instancia de 100 departamentos, para 3 periodos de tiempo con un tamaño de población de 20 individuos, 1000 generaciones y con una probabilidad de mutación del 20%, aplicando las 3 estrategias de selección de padres presentados en el paso 4 de la aplicación del algoritmo genético.

El método 1 resultó ser el más eficiente debido a que converge mucho más rápido que los otros dos métodos y alcanzó un mejor resultado con un valor de función objetivo de 2.692.100 en un tiempo de 611 minutos. Por otro lado, el método 2 arrojó como resultado un valor de función mayor de 3.338.400 en un tiempo de 641 minutos, es decir que presenta una diferencia del 24 % con respecto al mejor resultado. Por último, el método

3 presentó un valor de función objetivo de 2.997.300 con una diferencia del 11% con respecto al mejor resultado.

Los resultados se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Instancia aplicando los 3 métodos de selección de padres.

Método	Función Objetivo	tiempo(s)	tiempo(min)
1	2692100	36683	611
2	3338400	38480	641
3	2997300	36903	615

Fuente: Elaboración propia.

Para observar mejor el comportamiento de los resultados, se ilustran en la figura 14.

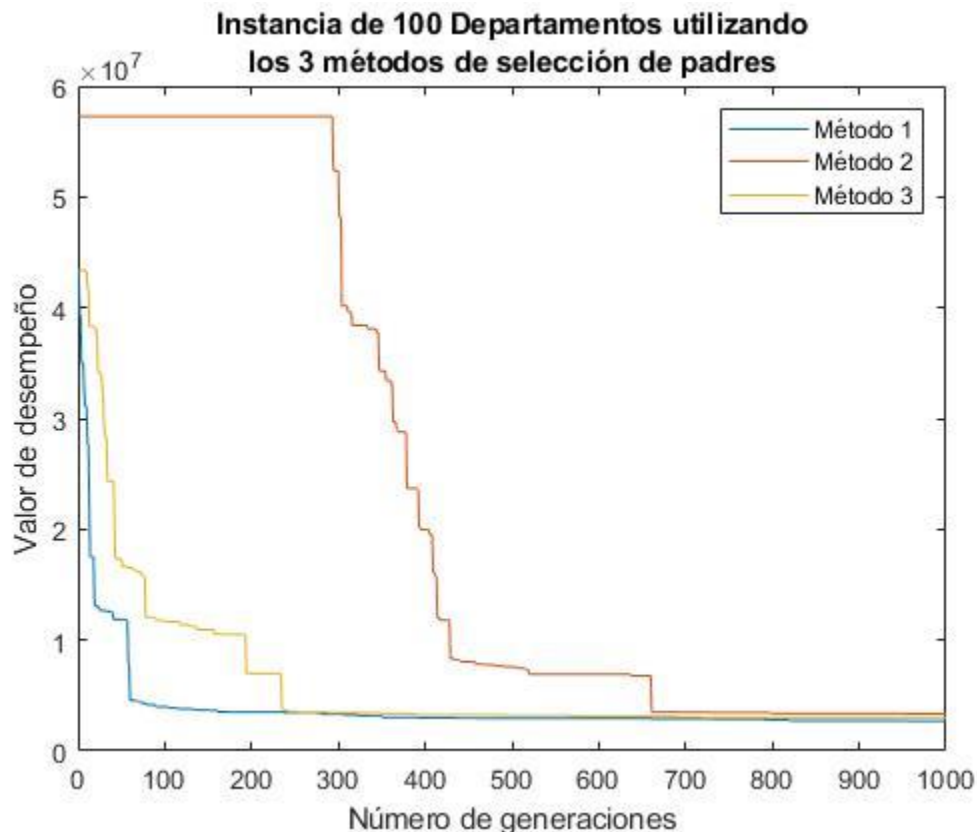


Figura 14. Instancia de 100 Departamentos ejecutada con los 3 métodos de selección de padres. Fuente: Elaboración propia.

Como es evidente en la figura 14 el método 1 tuvo un mejor desempeño que los otros dos, alcanzando mejores resultados en pocas generaciones. Por ejemplo, para las 100 generaciones, el método 1 ya había alcanzado muy buenos resultados, en comparación con los otros dos métodos, es decir que el método 1 es mucho más eficiente debido a que requiere de menos tiempo de ejecución para obtener buenos resultados.

Por otro lado, el método 2 resulta ser muy poco eficiente, alcanzando buenos resultados a partir de aproximadamente 800 generaciones, esto quiere decir que requiere de mayor tiempo de ejecución en comparación con los otros dos métodos de selección.

6. CONCLUSIONES

Con la revisión de la literatura fue posible, conocer gran parte de los problemas que rodean el diseño de distribución en planta, diferentes enfoques que se han estudiado y además la gran cantidad de métodos que han sido desarrollados y aplicados al problema en cuestión. Entre algunos enfoques, están los que dependen del número de objetivos, enfoques según la forma y dimensiones de los departamentos, según el tipo de sistema de manufactura, entre otros. Se encontró que hay un enfoque del problema que depende de la variación en los flujos entre departamentos. Si el flujo entre departamentos no varía el problema se trata de un problema de distribución en planta estática, mientras que, si el flujo tiene variación en diferentes periodos de tiempo, se convierte en un problema de distribución en planta dinámica.

La caracterización de los problemas de distribución en planta dinámica permitió contextualizar el problema y conocer diferentes enfoques y metodologías de solución y se encontró que la minimización del costo de manejo de materiales es una de las medidas de desempeño más utilizadas para resolver los problemas de distribución en planta debido a su impacto en los costos operativos totales.

A pesar de que existen métodos exactos para resolver el problema de distribución dinámica, estos solo se pueden utilizar para problemas pequeños. Según la metodología propuesta para problemas con un número de departamentos menor a 20 y hasta 3 periodos de tiempo es posible utilizar métodos exactos, sin embargo, esto limita las posibilidades de aplicación en el mundo real, por lo cual se implementó un algoritmo genético con la finalidad de acercarse lo mayor posible a la solución óptima en problemas de gran tamaño.

Los algoritmos genéticos son metaheurísticos que se han aplicado para resolver el problema de distribución en planta dinámica y han demostrado ser eficientes en términos de tiempo para encontrar buenas soluciones y aunque para pequeños problemas el algoritmo genético requiere mayor tiempo de ejecución, brinda la posibilidad de obtener buenas soluciones para problemas de gran tamaño.

Se logró mejorar la distribución inicial del caso de estudio aplicando los dos métodos propuestos, donde se calculó el desempeño de la distribución actual y luego se aplicaron los dos métodos propuestos. Con el método exacto se alcanzó la solución óptima en un tiempo de 21 segundos. El algoritmo genético obtuvo la misma solución en un tiempo de ejecución de 39 segundos, con un tamaño de población de 50 y 1000 generaciones, aunque en el gráfico se puede evidenciar que la solución converge entre las 600 y 700 generaciones.

Se realizaron diferentes experimentos con el propósito de identificar la escalabilidad del algoritmo, probando diferentes instancias y variando parámetros con el objetivo de observar el comportamiento del modelo y analizar los resultados con esas variaciones.

En el primer experimento de variación de departamentos se ejecutaron varias instancias donde, hasta llegar a una instancia con 100 departamentos y 3 periodos de tiempo, la cual se estableció con un número de población de 50 individuos y 100 iteraciones. En este punto se encontró que, a partir de 20 departamentos, el método exacto no encuentra solución, mientras que el algoritmo genético a pesar de tardar más en dar solución para problemas pequeños siguió arrojando soluciones para problemas más grandes.

Se realizó un segundo experimento de variación de parámetros donde se tomó como base la instancia de 100 departamentos puesto que es aquella que consume mayor tiempo computacional. Se hicieron variaciones en el tamaño de población encontrando que los mejores resultados se dieron para un tamaño de población de 50 individuos, además se probaron instancias con diferentes porcentajes de mutación encontrando que se obtuvieron mejores resultados con el porcentaje del 20% aunque el resultado fue muy cercano al del 30%. Por último, se solucionó la instancia utilizando los 3 métodos de selección de padres, identificando que el método 1 es más eficiente que los otros dos.

7. INVESTIGACIONES FUTURAS

Para próximos estudios, este modelo puede aplicarse fácilmente en otras empresas, cuyos procesos tengan características flexibles en cuanto a la facilidad de mover sus centros de trabajo y que además los costos de reasignar centros de trabajo no sean muy altos, esto garantizará que sea viable la aplicación de una distribución en planta dinámica.

Así mismo se puede añadir al modelo la posibilidad de considerar demandas probabilísticas y que pueda aplicarse en entornos flexibles donde la secuencia de operaciones cambie con el tiempo. Por otro lado, agregar al modelo la capacidad de fijar departamentos en localidades entre los periodos de tiempo.

Con relación al algoritmo genético se podrían ampliar los experimentos variando el número de periodos de planificación y así comparar los resultados. También se pueden explorar otras técnicas de selección y cruce de padres, así como otros métodos de mutación. De la misma forma pueden añadirse técnicas de búsqueda local y construir algoritmos genéticos híbridos.

También podrían considerarse trabajos que solucionen problemas de distribución de planta con departamentos de área desigual, así como problemas que consideren múltiples objetivos.

Además, aplicar otras metaheurísticas como el algoritmo de recocido simulado, algoritmos de enjambre, GRASP, búsqueda tabú, entre otras, y así comprobar si se obtienen mejores resultados.

BIBLIOGRAFÍA

- Azevedo, Maria Manuela, José António Crispim, and Jorge Pinho de Sousa. 2017. "A Dynamic Multi-Objective Approach for the Reconfigurable Multi-Facility Layout Problem." *Journal of Manufacturing Systems* 42:140–52.
- Balakrishnan, Jaydeep, and Chun Hung Cheng. 2009. "The Dynamic Plant Layout Problem: Incorporating Rolling Horizons and Forecast Uncertainty." *Omega* 37:165–77.
- Bozorgi, N., M. Abedzadeh, and M. Zeinali. 2015. "Tabu Search Heuristic for Efficiency of Dynamic Facility Layout Problem." *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 77(1–4):689–703.
- Emami, Saeed., and Ali S. Nookabadi. 2013. "Managing a New Multi-Objective Model for the Dynamic Facility Layout Problem." *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 68(9–12):2215–28.
- Gaspar Cunha, António, Ricardo Takahashi, Carlos Henggeler Antunes, and Francisco J. B. Pereira. 2012. "Algoritmos Genéticos." *Manual de Computação Evolutiva e Metaheurística* 25–47.
- Golmohammadi, Amir-Mohammad, Hamid Bani-Asadi, Hamid Esmaeeli, Hengameh Hadian, and Farzaneh Bagheri. 2016. "Facility Layout for Cellular Manufacturing System under Dynamic Conditions." *Decision Science Letters* 5:407–16.
- Hosseini-Nasab, Hasan, Sepideh Fereidouni, Seyyed Mohammad Taghi Fatemi Ghomi, and Mohammad Bagher Fakhrzad. 2018. "Classification of Facility Layout Problems: A Review Study." *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 94(1–4):957–77.
- Kamoshida, Ryota. 2018. "Concurrent Optimization of Job Shop Scheduling and Dynamic and Flexible Facility Layout Planning." *2018 5th International Conference on Industrial Engineering and Applications, ICIEA 2018* 289–93.
- Koopmans, T. C., and M. J. Beckmann. 1957. "Assignment Problems and the Location of Economic Activities Author (s): Tjalling C . Koopmans and Martin Beckmann." *Econometrica* 25(1):53–76.
- Kulturel-Konak, Sadan. 2007. "Approaches to Uncertainties in Facility Layout Problems: Perspectives at the Beginning of the 21st Century." *Journal of Intelligent Manufacturing* 18(2):273–84.
- Kulturel-Konak, Sadan. 2017. "A Matheuristic Approach for Solving the Dynamic Facility Layout Problem." *Procedia Computer Science* 108:1374–83.
- Lacksonen, T. A. 1997. "Preprocessing for Static and Dynamic Facility Layout Problems." *International Journal of Production Research* 35(4):1095–1106.
- McKendall, Alan R., and Artak Hakobyan. 2010. "Heuristics for the Dynamic Facility

- Layout Problem with Unequal-Area Departments.” *European Journal of Operational Research* 201(1):171–82.
- Moslemipour, Ghorbanali, and T. S. Lee. 2012. “Intelligent Design of a Dynamic Machine Layout in Uncertain Environment of Flexible Manufacturing Systems.” *Journal of Intelligent Manufacturing* 23(5):1849–60.
- Mostafa Abedzadeh, Mostafa Mazinani, Emad Nazanin Moradinasab, and Roghanian. 2014. “Parallel Variable Neighborhood Search for Solving Fuzzy Multi-Objective Dynamic Facility Layout Problem.” *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 75(5–8):687–91.
- Pourhassan, Mohammad Reza, and Sadigh Raissi. 2017. “An Integrated Simulation-Based Optimization Technique for Multi-Objective Dynamic Facility Layout Problem.” *Journal of Industrial Information Integration* 8:49–58.
- Pourvaziri, Hani, and Henri Pierreval. 2016. “Dynamic Facility Layout Problem Based on Open Queuing Network Theory.” *European Journal of Operational Research* 259:538–53.
- Ripon, Kazi, Kyrre Glette, Mats Hovin, and Jim Torresen. 2011. “Dynamic Facility Layout Problem under Uncertainty: A Pareto-Optimality Based Multi-Objective Evolutionary Approach.” *Open Computer Science* 1(4).
- Ripon, Kazi Shah Nawaz, Kyrre Glette, Mats Hovin, and Jim Torresen. 2010. “Dynamic Facility Layout Problem with Hybrid Genetic Algorithm.” *2010 IEEE 9th International Conference on Cybernetic Intelligent Systems, CIS 2010*.
- Rosenblatt, Meir J. 1986. *The Dynamics of Plant Layout*. Vol. 32.
- Salazar, Andres Felipe, Leidy Carolina Vargas, Camilo Ernesto Añasco, and Juan Pablo Orejuela. 2010. “PROPUESTA DE DISTRIBUCIÓN EN PLANTA BIETAPA EN AMBIENTES DE MANUFACTURA FLEXIBLE MEDIANTE EL PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO.” *Revista EIA* (14):161–75.
- Singh, S. P., and R. R. K. Sharma. 2006. “A Review of Different Approaches to the Facility Layout Problems.” *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 30(5–6):425–33.
- Tompkins, James A., John A. White, Yavuz A. Bozer, and J. M. A. Tanchoco. 1996. *Facilities Planning*. Third. edited by Wiley-Blackwell.
- Ulutas, Berna, and A. Attila Islier. 2015. “Dynamic Facility Layout Problem in Footwear Industry.” *Journal of Manufacturing Systems* 36:55–61.
- Urban, Timothy L. 1998. “Solution Procedures for the Dynamic Facility Layout Problem.” *Annals of Operations Research* 76:323–42.
- Yang, Chang Lin, Shan Ping Chuang, and Tsung Shing Hsu. 2011. “A Genetic Algorithm for Dynamic Facility Planning in Job Shop Manufacturing.” *International Journal of*

Advanced Manufacturing Technology 52(1–4):303–9.

Yang, Taho, and Brett Peters. 1998. "Flexible Machine Layout Design for Dynamic and Uncertain Production Environments." *European Journal of Operational Research* 108(1):49–64.

ANEXOS

Anexo 1. Código AMPL

```

set Depart; # Conjunto de departamentos
set Locat; # Conjunto de localidades
set Per ordered; # Conjunto de periodos

param f{Depart,Depart,Per}; # flujo entre los departamentos
param d{Locat,Locat}; # distancia entre localidades
param ADep{Depart}; # Area requerida por los departamentos
param ALoc{Locat}; # Area Disponible de las localidades
param CostA{Depart,Locat,Per}; #Costo de mantener un departamento en una localidad

param Cost2{Locat,Locat,Per,Depart}; # Costo de reasignar un departamento

# Variables

var X{Depart,Locat,Per} binary;
var Y{Locat,Locat,Per,Depart} binary; #Esta variable bin toma val 1 si va de la loc j
a la loc s en el per t
var CostoMM;
var CostR;
var CostoA;

# Funcion Objetivo
minimize Z:
sum{t in Per}{
sum{i in Depart, k in Depart,j in Locat ,l in Locat} f[i,k,t] * d[j,l] * X[i,j,t]*
X[k,l,t]
+ sum{i in Depart, s in Locat, j in Locat} Y[s,j,t,i]*Cost2[s,j,t,i]
+ sum{i in Depart,j in Locat} X[i,j,t] * CostA[i,j,t]);

# Restricciones

s.t. R0: CostoMM >= sum{t in Per,i in Depart, k in Depart,j in Locat ,l in Locat}
f[i,k,t] * d[j,l] * X[i,j,t]* X[k,l,t];

s.t. R01: CostR >= sum{t in Per, i in Depart, s in Locat, j in Locat}
Y[s,j,t,i]*Cost2[s,j,t,i];

s.t. R02: CostoA>= sum{t in Per, i in Depart,j in Locat} X[i,j,t] * CostA[i,j,t];

s.t. R1{i in Depart, t in Per}: sum{j in Locat} X[i,j,t] = 1;
# Restriccion para asegurar que cada localidad esta ocupada por un
departamento

```

s.t. R2{j in Locat, t in Per}: $\sum\{i \text{ in Depart}\} X[i,j,t] \leq 1$; # Restriccion para asegurar que cada departamento esta asignado a una localidad

s.t. R3{i in Depart, j in Locat, t in Per }: $A\text{Dep}[i] * X[i,j,t] \leq A\text{Loc}[j]$;
Restriccion para asegurar que el area del departamento
asignado es menor al area de la localidad

s.t. R4{i in Depart, j in Locat, s in Locat, t in Per : t < card(Per)}:
 $X[i,s,t] + X[i,j,t+1] \leq Y[s,j,t+1,i] + 1$;

s.t. R5{i in Depart, t in Per}:
 $\sum\{s \text{ in Locat, j in Locat}\} Y[j,s,t,i] \leq 1$;

Anexo 2. Algoritmo genético en MATLAB

```

clc
clear all
% Algoritmo genetico problema de distribucion en plantas

[N,Niter,f,AD,AL,CostA,CostR,dist,NLoc,NDep,NPer] = Datos();

% PASO 1. GENERAR POBLACION INICIAL

POBLA = SolIniDP(N,NDep,NLoc,NPer,AD,AL); %Funcion para generar poblacion
inicial

OPTO = zeros(Niter,1);
cromo = zeros(Niter,NDep*NPer);
for q=1:Niter
    % PASO 2. EVALUAR SOLUCIONES

    [X,Y,FO] = CalcFuncion(POBLA,NDep,NLoc,NPer,f,dist,CostA,CostR,N,AD,AL);

    %esta funcion evalua el desempeno del cromosoma, devuelve la var
    %X,Y, FO es la matriz con los resultados de funcion fitness del
    %cromosoma

% PASO 3. SELECCION Y CRUCE DE PADRES

%Se seleccionan los mejores N padres y se cruzan

[nPobla,OPTO,cromo] = Selpadres(N,FO,NDep,NLoc,NPer,POBLA,q,OPTO,cromo);

% En esta funcion se seleccionan los padres y se cruzan dando como
% resultado una matriz con la nueva generacion

```

```

% PASO 4. MUTACION DE HIJOS

[POBLA] = Mutacion2(N,NDep,NLoc,NPer,nPobla);

end

[(1:Niter).'] OPTO];
[OPTIMO,INDOPT] = min(OPTO);
"El mejor valor es: " +OPTIMO
[Xopt] = salida(INDOPT,cromo,NDep,NLoc,NPer)

function PoblaIni = SolIniDP(N,NDep,NLoc,NPer,AD,AL)
%Solucion Inicial
POBLA = zeros(N,NDep*NPer);

for i=1:N

    for j=1:NPer

        POBLA(i,(j-1)*NDep+1:j*NDep) = randperm(NDep);

    end

end

PoblaIni = POBLA;
end

function [X,Y,FO] =
CalcFuncion(POBLA,NDep,NLoc,NPer,f,dist,CostA,CostR,N,AD,AL)
FO = zeros(N,1); %Matriz donde se almacenan los resultados de la funcion
objetivos de las soluciones
for u=1:N
    X = zeros(NDep,NLoc,NPer); %Matriz binaria de asignacion de departamentos
en localidades
    Y = zeros(NLoc,NLoc,NPer,NDep); %Matriz binaria de reasignacion de
departamentos

    Costo = 0; %Costo Total
    CostoMM = 0; %Costo de manejo de materiales
    CostoR = 0; %Costo de Reasignacion (Localidades)
    CostoA = 0; %Costo de mantener

    penalarea = 0; %Contador de penalizacion por restriccion de area
    penalrep = 0; %Contador de penalizacion por departamentos repetidos

    for t=1:NPer

```

```

parejas(:, :, t) = [POBLA(u, (t-1)*NDep+1:t*NDep); 1:NDep]; %Parejas
formadas por el arreglo de los departamentos y localidades por periodo
parejasareas(:, :, t) = [AD(POBLA(u, (t-
1)*NDep+1:t*NDep)); AL(1:length(AD))]; %Parejas formadas por el arreglo de las
areas de los departamentos y las areas de las localidades por periodo

if sum(parejasareas(1, :, t) <= parejasareas(2, :, t)) < NDep
%Si el area de cualquier departamento es menor que el area de la
%localidad, se iran sumando la cantidad de veces que incumple esta
%regla
penalarea = penalarea + NDep - sum(parejasareas(1, :, t) <=
parejasareas(2, :, t));
end
if length(unique(parejas(1, :, t))) < NDep
%Si algun departamento se repite dentro de un periodo de tiempo, se
%ira sumando la cantidad de veces que incumple esta regla
penalrep = penalrep + NDep - length(unique(parejas(1, :, t)));
end

for i=1:NDep
%En este bucle de pasa la solucion del cromosoma en una matriz
%binaria
X(parejas(1, i, t), parejas(2, i, t), t)= 1;
end

for i=1:NDep

if t>=2
Y(find(X(i, :, t-1)==1), find(X(i, :, t)==1), t, i) = 1;
%Se construye la matriz binaria que detecta los cambios de
%departamentos por periodo de tiempo
else
break
end

end

for i = 1:NDep
for k = 1:NDep
for j = 1:NLoc
for l = 1:NLoc
CostoMM = (CostoMM + f(i, k, t) * dist(j, l) * X(i, j, t)
* X(k, l, t) ); % Se calcula el costo de manejo de materiales

```

```

end
end
end

end

CostoR = sum(sum(sum(sum(Y(:, :, :, :).*CostR(:, :, :, :))))); %Se multiplica la
matriz de datos y la matriz binaria para tener como resultado el costo de
cambioCostoA = sum(sum(sum(X.*CostA))); %Se multiplica la matriz binaria de
asignacion por la matriz de costos de mantenimiento para obtener el costo de
mantener los departamentos en las localidades
Costo = CostoMM + CostoR + CostoA;%El costo total es la suma de los tres
costos
Costo = Costo + penalarea * Costo + penalrep * Costo*10; %En caso de haber
existido una penalizacion, se suma la penalizacion multiplicada por el costo
FO(u,1) = Costo; %El costo se almacena en la matriz FO

end

end

function [nPobla,OPTO,cromo] =
Selpadres (N,FO,NDep,NLoc,NPer,POBLA,q,OPTO,cromo)
%Seleccion y cruce de los padres. Se seleccionan los padres, se extraen los
%hijos con un punto de cruce al final de cada solución, tomando parte de los
padres y se forma una
%nueva generacion

NPadres = N;
[FOOR,INDFO] = sort(FO); %Se ordena la matriz que contiene las funciones
evaluadas de las soluciones
OPTO(q)= FOOR(1); %Se almacena en la matriz de las iteraciones, la mejor
solucion de la poblacion
cromo(q,:) = POBLA(INDFO(1),:); %Se almacena en la matriz cromo, el cromosoma
de la mejor solucion de la poblacion
nPobla = zeros(N,NDep*NPer); %Se crea una matriz que almacenara los hijos,
resultado del cruce de los padres y formaran la nueva poblacion
    nPobla(1,:) = POBLA(INDFO(1),:);%Se extraen las dos mejores soluciones de
la poblacion
    nPobla(2,:) = POBLA(INDFO(2),:);

for i=4:2:NPadres
    %En este ciclo se cruzan los padres ordenados por pares segun un punto de
%corte, el cual solo se dara al final de cada periodo con el objetivo de no
%cortar soluciones factibles

    padre1 = POBLA(INDFO(i-1-2),:);
    padre2 = POBLA(INDFO(i-2),:);
    %Crear hijos
    pcr = randi(NPer)*NDep;
    hijo1 = [padre1(1:pcr),padre2(pcr+1:end)];
    hijo2 = [padre2(1:pcr),padre1(pcr+1:end)];

```

```

        nPobla(i-1,:) = hijo1;
        nPobla(i,:) = hijo2;
end

end

function [nPobla,OPTO,cromo] =
Selpadres2(N,FO,NDep,NLoc,NPer,POBLA,q,OPTO,cromo)
%Seleccion y cruce de los padres. Se seleccionan los padres, se extraen los
%hijos con un punto de cruce, que se genera y cruza genes del cromosoma por
cada periodo de tiempo y se forma una
%nueva generacion

NPadres = N;
[FOOR,INDFO] = sort(FO); %Se ordena la matriz que contiene las funciones
evaluadas de las soluciones
OPTO(q)= FOOR(1); %Se almacena en la matriz de las iteraciones, la mejor
solucion de la poblacion
cromo(q,:) = POBLA(INDFO(1),:); %Se almacena en la matriz cromo, el cromosoma
de la mejor solucion de la poblacion
nPobla = zeros(N,NDep*NPer); %Se crea una matriz que almacenara los hijos,
resultado del cruce de los padres y formaran la nueva poblacion
nPobla(1,:) = POBLA(INDFO(1),:); %Se extraen las dos mejores soluciones de la
poblacion
nPobla(2,:) = POBLA(INDFO(2),:);

for i=4:2:NPadres
%En este ciclo se cruzan los padres ordenados por pares segun un punto de
%corte por cada periodo de tiempo

    %Crear hijos
    for j=1:NPer
        pcr = randi(NDep); %Punto de cruce
        padre1 = POBLA(INDFO(i-1-2),NDep*(j-1)+1:j*NDep);
        padre2 = POBLA(INDFO(i-2),NDep*(j-1)+1:j*NDep);
        hijo1(1,NDep*(j-1)+1:j*NDep) = [padre1(1:pcr),padre2(pcr+1:end)];
        hijo2(1,NDep*(j-1)+1:j*NDep) = [padre2(1:pcr),padre1(pcr+1:end)];

    end
        nPobla(i-1,:) = hijo1; % Se llena la matriz de la nueva poblacion con
los hijos
        nPobla(i,:) = hijo2;
end

end
function [nPobla,OPTO,cromo] =
Selpadres3(N,FO,NDep,NLoc,NPer,POBLA,q,OPTO,cromo)
%Seleccion y cruce de los padres. Se seleccionan los padres, se extraen los
%hijos con un punto de cruce, que puede resultar en cualquier gen del
cromosoma, tomando parte de los padres y se forma una
%nueva generacion

```



```

NPadres = N;
[FOOR,INDFO] = sort(FO); %Se ordena la matriz que contiene las funciones
evaluadas de las soluciones
OPTO(q)= FOOR(1);%Se almacena en la matriz de las iteraciones, la mejor
solucion de la poblacion
cromo(q,:) = POBLA(INDFO(1),:); %Se almacena en la matriz cromosoma, el cromosoma
de la mejor solucion de la poblacion
nPobla = zeros(N,NDep*NPer); %Se crea una matriz que almacenara los hijos,
resultado del cruce de los padres y formaran la nueva poblacion
    nPobla(1,:) = POBLA(INDFO(1),:);%Se extraen las dos mejores soluciones de
la poblacion
    nPobla(2,:) = POBLA(INDFO(2),:);

for i=4:2:NPadres

    %En este ciclo se cruzan los padres ordenados por pares segun un punto de
%corte, el cual solo se puede dar en cualquier lugar del cromosoma.

    padre1 = POBLA(INDFO(i-1-2),:);
    padre2 = POBLA(INDFO(i-2),:);
    %Crear hijos
    pcr= randi(NDep*NPer); %Aleatorio entre NDep y NPer
    hijo1 = [padre1(1:pcr),padre2(pcr+1:end)];
    hijo2 = [padre2(1:pcr),padre1(pcr+1:end)];
    nPobla(i-1,:) = hijo1;
    nPobla(i,:) = hijo2;
end

end

function [POBLA] = Mutacion2(N,NDep,NLoc,NPer,nPobla)

%Algunos hijos mutara de acuerdo a una probabilidad de mutacion
%intercambiando posicion de sus genes.

probmute = 0.3; %Probabilidad de que exista mutacion

for i=3:N
    pm = rand(); %Probabilidad de que cada individuo mute
    if pm <= probmute
        %Si se da la mutacion, se intercambian genes en cada periodo de
        %tiempo
        for j=1:NPer
            pm1 =randi(NDep); %Posicion del gen 1
            pm2 =randi(NDep); %Posicion de gen 2
            temp = nPobla(i,pm1+NDep*(j-1)); %Se guarda el valor del gen 1
            nPobla(i,pm1+NDep*(j-1)) = nPobla(i,pm2+NDep*(j-1)); %Se cambia
el gen1 por el gen 2
            nPobla(i,pm2+NDep*(j-1)) = temp; %Se cambia el gen2 por el gen1
        end

    else
        % No muta
    end
end

```

```
end
end

POBLA = nPobla; %Se asignan las soluciones como una nueva poblacion

End
```

Anexo 3. Datos para el caso de estudio.

Flujo de materiales para diferentes pedidos de puertas.

Flujo de materiales para pedido de 300 puertas											
	CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6	CT7	CT8	CT9	CT10	CT11
CT1	0	0	20130	0	0	0	0	9360	0	0	0
CT2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20130	0
CT4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT5	0	0	0	0	0	28741,2	0	0	0	0	28741,2
CT6	0	0	0	0	28741,2	0	0	0	0	0	0
CT7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT8	0	0	0	0	8611,2	0	0	0	0	0	0
CT9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT10	0	0	0	0	20130	0	0	0	0	0	0
CT11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Flujo de materiales para pedido de 500 puertas											
	CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6	CT7	CT8	CT9	CT10	CT11
CT1	0	0	33550	0	0	0	0	15600	0	0	0
CT2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	33550	0
CT4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT5	0	0	0	0	0	47902	0	0	0	0	47902
CT6	0	0	0	0	47902	0	0	0	0	0	0
CT7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT8	0	0	0	0	14352	0	0	0	0	0	0
CT9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT10	0	0	0	0	33550	0	0	0	0	0	0
CT11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Flujo de materiales para pedido de 200 puertas											
	CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6	CT7	CT8	CT9	CT10	CT11
CT1	0	0	13420	0	0	0	0	6240	0	0	0
CT2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13420	0
CT4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT5	0	0	0	0	0	19160,8	0	0	0	0	19160,8
CT6	0	0	0	0	19160,8	0	0	0	0	0	0
CT7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT8	0	0	0	0	5740,8	0	0	0	0	0	0
CT9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CT10	0	0	0	0	13420	0	0	0	0	0	0
CT11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fuente: Elaboración propia.

Matriz de distancia entre localidades expresada en metros.

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11
L1	0	3,3	6,1	4,2	6,3	5,7	9,4	9,5	13	20,3	20,7
L2	3,3	0	3	1,9	7	8,4	12	11	14,9	22,9	22,5
L3	6,1	3	0	2,2	7,2	10,1	13,4	11,5	15,4	24	23,1
L4	4,2	1,9	2,2	0	5,4	7,8	11,2	9,6	13,5	21,9	21,2
L5	6,3	7	7,2	5,4	0	4,8	7	4,3	8,2	16,9	15,9
L6	5,7	8,4	10,1	7,8	4,8	0	3,6	5	7,7	14,5	14,7
L7	9,4	12	13,4	11,2	7	3,6	0	4,4	5,1	10,9	11,2
L8	9,5	11	11,5	9,6	4,3	5	4,4	0	3,9	12,7	11,6
L9	13	14,9	15,4	13,5	8,2	7,7	5,1	3,9	0	9,1	7,7
L10	20,3	22,9	24	21,9	16,9	14,5	10,9	12,7	9,1	0	4
L11	20,7	22,5	23,1	21,2	15,9	14,7	11,2	11,6	7,7	4	0

Nota: Elaboración propia.

Áreas de centros de trabajo y de localidades expresada en metros cuadrados.

L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11
10	4,4	5,1	3,8	11,1	9,3	8,9	10,6	9,5	7,3	16,2
CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6	CT7	CT8	CT9	CT10	CT11
3,2	0,6	4,8	4,3	3,7	2,7	2,7	1	0,48	1,8	15,5

Nota: Elaboración propia.

Costos de reasignación de centros de trabajo.

D1	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11
L1	0	10215	10215	10215	10215	10215	10215	12258	10215	12258	12258
L2	10215	0	10215	10215	10215	10215	10215	12258	12258	12258	12258
L3	10215	10215	0	10215	10215	10215	12258	12258	12258	12258	12258
L4	10215	10215	10215	0	10215	10215	12258	12258	12258	12258	12258
L5	10215	10215	10215	10215	0	10215	10215	12258	12258	12258	12258
L6	10215	10215	12258	10215	10215	0	10215	10215	10215	12258	12258
L7	12258	12258	12258	12258	10215	10215	0	10215	10215	12258	12258
L8	10215	12258	12258	12258	10215	10215	10215	0	10215	12258	12258
L9	12258	12258	12258	12258	12258	10215	10215	10215	0	12258	10215
L10	12258	12258	12258	12258	12258	12258	12258	12258	12258	0	10215
L11	12258	12258	12258	12258	12258	12258	12258	12258	10215	10215	0

D2	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11
L1	0	10215	10215	10215	10215	10215	10215	12258	10215	12258	12258
L2	10215	0	10215	10215	10215	10215	10215	12258	12258	12258	12258
L3	10215	10215	0	10215	10215	12258	12258	12258	12258	12258	12258
L4	10215	10215	10215	0	10215	10215	12258	12258	12258	12258	12258
L5	10215	10215	10215	10215	0	10215	10215	10215	12258	12258	12258
L6	10215	10215	12258	10215	10215	0	10215	10215	10215	12258	12258
L7	12258	12258	12258	12258	10215	10215	0	10215	10215	12258	12258
L8	10215	12258	12258	12258	10215	10215	10215	0	10215	12258	12258
L9	12258	12258	12258	12258	12258	10215	10215	10215	0	12258	10215
L10	12258	12258	12258	12258	12258	12258	12258	12258	12258	0	10215
L11	12258	10215	12258	12258	12258	12258	12258	12258	10215	10215	0

Se utilizan los mismos costos para los otros dos periodos de tiempo restantes.

Costos de mantener los centros de trabajo en las localidades.

T1	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11
D1	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D2	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D3	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D4	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D5	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D6	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D7	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D8	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D9	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D10	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336
D11	40948	18017	20884	15560	45453	38082	36444	43405	38901	29892	66336

Se utilizan los mismos costos para los otros dos periodos de tiempo restantes.

Anexo 4. Resultados caso de estudio con método exacto

```
AMPL: include 'g:\ModeloPrueba\RunModeloAMPL.run';
```

```
Presolve eliminates 1145 constraints and 314 variables.
```

```
Adjusted problem:
```

```
4045 variables:
```

```
    3868 binary variables
```

```
    174 nonlinear variables
```

```
     3 linear variables
```

```
2015 constraints; 17632 nonzeros
```

```
    1 nonlinear constraint
```

```
   2014 linear constraints
```

```
    30 equality constraints
```

```
   1985 inequality constraints
```

```
1 nonlinear objective; 3701 nonzeros.
```

```
Gurobi 9.0.2: optimal solution; objective 4064877.1
```

```
73431 simplex iterations
```

```
1452 branch-and-cut nodes
```

```
No dual variables returned.
```

```
X [*,*,1]
```

```
:   L1   L10  L11  L2   L3   L4   L5   :=
```

```
D1   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0
```

```
D11  0.0   0.0   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0
```

```
D2   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0   0.0
```

```
D4   0.0   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0
```

```
D7   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0   0.0   0.0
```

```
D8   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0
```

```
D9   0.0   0.0   0.0   1.0   0.0   0.0   0.0
```

```
:   L6   L7   L8   L9   :=
```

```
D10  0.0   1.0   0.0   0.0
```

```
D3   1.0   0.0   0.0   0.0
```

```
D5   0.0   0.0   0.0   1.0
```

```
D6   0.0   0.0   1.0   0.0
```

```

[* ,*,2]
:      L1    L10   L11   L2    L3    L4    L5    :=
D1     1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0
D11    0.0   0.0   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0
D2     0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0   0.0
D4     0.0   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0
D7     0.0   0.0   0.0   0.0   1.0   0.0   0.0
D8     0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0
D9     0.0   0.0   0.0   1.0   0.0   0.0   0.0

:      L6    L7    L8    L9    :=
D10    0.0   1.0   0.0   0.0
D3     1.0   0.0   0.0   0.0
D5     0.0   0.0   0.0   1.0
D6     0.0   0.0   1.0   0.0

[* ,*,3]
:      L1    L10   L11   L2    L3    L4    L5    :=
D1     1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0
D11    0.0   0.0   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0
D2     0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0   0.0
D4     0.0   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0
D7     0.0   0.0   0.0   0.0   1.0   0.0   0.0
D8     0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0
D9     0.0   0.0   0.0   1.0   0.0   0.0   0.0

:      L6    L7    L8    L9    :=
D10    0.0   1.0   0.0   0.0
D3     1.0   0.0   0.0   0.0
D5     0.0   0.0   0.0   1.0
D6     0.0   0.0   1.0   0.0
;

```



```
Y [L1,*,1,*]
  [L1,*,2,*]
:   D1   :=
L1  1.0
```

```
  [L1,*,3,*]
:   D1   :=
L1  1.0
```

```
  [L10,*,1,*]
  [L10,*,2,*]
:   D4   :=
L10 1.0
```

```
  [L10,*,3,*]
:   D4   :=
L10 1.0
```

```
  [L11,*,1,*]
  [L11,*,2,*]
:   D11  :=
L11 1.0
```

```
  [L11,*,3,*]
:   D11  :=
L11 1.0
```

```
  [L2,*,1,*]
  [L2,*,2,*]
:   D9   :=
L2  1.0
```

```
  [L2,*,3,*]
:   D9   :=
L2  1.0
```

```
[L2,*,1,*]  
[L2,*,2,*]  
: D9 :=  
L2 1.0
```

```
[L2,*,3,*]  
: D9 :=  
L2 1.0
```

```
[L3,*,1,*]  
[L3,*,2,*]  
: D7 :=  
L3 1.0
```

```
[L3,*,3,*]  
: D7 :=  
L3 1.0
```

```
[L4,*,1,*]  
[L4,*,2,*]  
: D2 :=  
L4 1.0
```

```
[L4,*,3,*]  
: D2 :=  
L4 1.0
```

```
[L5,*,1,*]  
[L5,*,2,*]  
: D8 :=  
L5 1.0
```

```
[L5,*,3,*]  
: D8 :=  
L5 1.0
```

```

[L5,*,2,*]
:      D8      :=
L5    1.0

```

```

[L5,*,3,*]
:      D8      :=
L5    1.0

```

```

[L6,*,1,*]
[L6,*,2,*]
:      D3      :=
L6    1.0

```

```

[L6,*,3,*]
:      D3      :=
L6    1.0

```

```

[L7,*,1,*]
[L7,*,2,*]
:      D10     :=
L7    1.0

```

```

[L7,*,3,*]
:      D10     :=
L7    1.0

```

```

[L8,*,1,*]
[L8,*,2,*]
:      D6      :=
L8    1.0

```

```

[L8,*,3,*]
:      D6      :=
L8    1.0

```

```

[L9,*,1,*]
[L9,*,2,*]
:      D5      :=
L9    1.0

```

```

[L9,*,3,*]
:      D5      :=
L9    1.0
;

```

CostoMM = 2883112.0

CostoA = 1181766.0

CostR = 0.0