

Fecha de presentación del Informe: Día Mes Año

1. Datos generales del Proyecto

Código del proyecto: CI71234			
Título del proyecto: Calculo Pseudodiferencial y Teoria Espectral			
Facultad o Instituto Académico: Ciencias naturales y Exactas			
Departamento o Escuela: Matemáticas			
Grupo (s) de investigación: <u>Ecuaciones Diferenciales Parciales</u> y <u>Geometría - EDPG</u>			
Entidades: Universidad del Valle			
Palabras claves: Operador pseudodiferencial, Ecuación de Hill, algebra de operadores, determinante de Poincaré			
Investigadores ¹	Nombre	Tiempo asignado	Tiempo dedicado
Investigador Principal	Julio Cesar Delgado	10h/semana	10h/semana
Coinvestigadores			
Otros participantes			

2. Resumen ejecutivo:

La investigación sobre el espectro de un operador y sus múltiples propiedades tiene una larga tradición en las matemáticas puras y aplicadas. En este proyecto nos concentramos en propiedades que se derivan del estudio del operador como elemento de un álgebra de operadores adecuada así como del cálculo pseudodiferencial. En particular se establecen fórmulas de Plemelj-Smithies para determinantes de los operadores correspondientes. La relación básica entre la traza, el determinante y los

¹ Todas las personas relacionadas en el informe y que participen en el proyecto deben haber suscrito el acta de propiedad intelectual de acuerdo con los formatos establecidos.

VICERRECTORIA DE INVESTIGACIONES

valores propios está dada por la fórmulas de Lidskii y Grothendieck-Lidskii. Los valores propios y la pertenencia a un ideal de operadores se relacionan mediante la desigualdad de Weyl. Como resultado principal hemos obtenido fórmulas para el determinante de Poincaré en términos del símbolo de la ecuación correspondiente. El prototipo de aplicación fue la ecuación diferencial de Hill sobre el toro, para la cual se establecieron propiedades de existencia aplicando el determinante de Poincaré. Estos resultados se lograron aún para ecuaciones más generales en dimensiones superiores usando la noción de cuantización toroidal. En conclusión, la aplicación de una interrelación entre álgebras de operadores, determinantes y operadores pseudodiferenciales permitió establecer buenas propiedades para ecuaciones diferenciales que extienden la ecuación diferencial de Hill a dimensiones superiores. Los métodos empleados claramente son susceptibles de aplicarse a otro tipo de variedades donde se dispone de una buena transformada de Fourier.

English

The research on the spectrum of an operator and its multiple properties has a long tradition in pure and applied mathematics. In this project we focus on properties that derive from the study of the operator as a member of an operator algebra as well as from the pseudodifferential calculus. In particular we establish Plemelj-Smithies formulas for determinants of the corresponding operators. The basic link between the trace, the determinant and the eigenvalues is given by means of the Lidskii and Grothendieck-Lidskii formulas. The eigenvalues and the membership to certain ideal of operators are related thanks to the Weyl inequality. As a main result we have obtained formulas for the Poincaré determinant in terms of the symbol of the corresponding equation. The prototype application is the Hill's differential equation on the torus, for which we establish the existence of solutions by applying the Poincaré determinant. . These results were also achieved for more general equations in higher dimensions by using the toroidal quantization. In conclusion, the application of the interrelation between operator algebras , determinants and pseudodifferential operators allowed us to obtain good properties for differential equations that extend the Hill's equation to higher dimensions. The methods are clearly susceptible to be applied to other types of manifolds where one disposes of a suitable Fourier transform.

3. Síntesis del proyecto:

Tema: Teoría espectral de operadores pseudodiferenciales y ecuaciones diferenciales propiedades

Objetivos:

VICERRECTORIA DE INVESTIGACIONES

En éste proyecto el objetivo general es estudiar propiedades de operadores en álgebras encajadas sus propiedades espectrales en relación con determinantes y aplicaciones a las ecuaciones diferenciales tipo Hill.

Como Objetivos específicos se consideraron obtener la formula para traza y determinantes tipo Plemelj-Smithies en terminos del simbolo. Por otro lado, usar el algebra del determinante de Poincaré sobre el toro para obtener propiedades de operadores periodicos.

Metodología

La idea general de la metodología consiste en la aplicación de herramientas básicas del cálculo pseudodiferencial y de las algebras encajadas introducidas por Gohberg, Goldberg y Krupnik para establecer las formulas de traza, determinantes y propiedades espectrales deseadas.

Para el estudio del determinante de Poincaré sobre el toro, se usa una factorización de operadores via la transformada de Fourier para asi obtener coeficientes en forma de sucesiones y así aplicar la teoría del determinante de Poincaré en los espacios de sucesiones.

Resultados obtenidos

Se logró identificar operadores pseudodiferenciales periódicos con una álgebra de operadores sobre retículos (los enteros por ejemplo) via un isomorfismo. Usando éste isomorfismo se introdujo una generalización del determinante de Poincaré en toros de dimensión cualquiera. Como consecuencia se estableció la existencia de soluciones para ecuaciones diferenciales tipo Hill sobre el toro n-dimensional. También se obtuvieron propiedades de elipticidad y Fredholm para una clase de operadores diferenciales sobre el toro.

Principales conclusiones y/o recomendaciones

VICERRECTORIA DE INVESTIGACIONES

La identificación de las matrices del álgebra de Poincaré y los operadores pseudodiferenciales sobre el toro n -dimensional es un enfoque prometedor que se espera poder aplicar en otro tipo de dominios y ecuaciones diferenciales más generales. En particular los métodos utilizados deben funcionar en grupos de Lie compactos y algunas ecuaciones elípticas.

4. Impactos actual o potencial:

Durante los últimos meses del desarrollo del proyecto empecé a trabajar con otros colegas internacionales en problemas relacionados y de dicha colaboración han surgido 2 artículos adicionales, uno terminado y otro que estaremos culminando pronto.

Por otro lado, estos temas pueden desarrollarse en otras direcciones en las cuales se podría interactuar con colegas del departamento y/o a nivel nacional también. Igualmente, se podrán orientar trabajos de grado de posgrado en ésta temática, para lo cual ya hay problemas abiertos.

Sobre la divulgación presente 2 charlas, una nacional y una internacional.

5. Productos:

Tabla No. 1. **Cantidad y tipo de productos pactados en el *Acta de Trabajo y Compromiso* y productos finalmente presentados**

TIPO DE PRODUCTOS	No. de PRODUCTOS PACTADOS				No. de PRODUCTOS PRESENTADOS			
Productos de nuevos conocimientos								
Artículo en revista ISI-SCOPUS:	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4

VICERRECTORIA DE INVESTIGACIONES

Artículo completo publicado en revistas indexadas	A1	A2	B	C	A1	A2	B	C
		1				2sometidos		
Libros de autor que publiquen resultados de investigación								
Capítulos en libros que publican resultados de investigación								
Productos o procesos tecnológicos patentados o registrados								
• Prototipos y patentes								
• Software								
Productos o procesos tecnológicos usualmente no patentables o protegidos por secreto industrial								
Normas basadas en resultados de investigación								
Formación de recursos humanos	No. de estudiantes vinculados		No. de tesis		No. De estudiantes Vinculados		No. De tesis	
Estudiantes de pregrado								
Semillero de Investigación								
Estudiantes de maestría								
Estudiantes de doctorado								
Joven investigador								
Productos de divulgación								
Publicaciones en revistas no indexadas								

VICERRECTORIA DE INVESTIGACIONES

Ponencias presentadas en eventos (congresos, seminarios, coloquios, foros)	No. de ponencias nacionales 1	No. de ponencias internacionales 1	No. de ponencias nacionales 1	No. de ponencias internacionales 1
Propuesta de investigación				
Propuestas presentadas en convocatorias externas para búsqueda de financiación.				1 Mathamsud Aprobada para empezar pronto este año junto con Prof. R. Quintero

Tabla No. 2. Detalle de productos

Para cada uno de los productos obtenidos y relacionados en la tabla anterior, indique la información solicitada para cada uno, anexando copia de las respectivas constancias. Como anexo a este formato encontrará el instructivo para instructivo para la revisión de informes finales y productos

Tipo de producto:	Libro, Artículo, Software, Capítulo de libro, Memorias, Tesis, Prototipo Industrial, Diseño Industrial, Software, Patente
Nombre General:	Si el producto obtenido se encuentra en el marco de un documento o evento, indicar este nombre. Ejemplo: Revista Anales del Jardín Botánico de Madrid. (Año 2000). Vol: 1. Núm: 58. Págs: 186 - 188
Nombre Particular:	Escribir el nombre del producto generado. Ejemplo: Artículo Rorippa curvisiliqua (Cruciferae), nueva en Europa
Ciudad y fechas:	Ciudad y fecha de publicación o presentación del resultado.
Participantes:	Relacionar los autores del producto.
Sitio de información:	Mencionar el sitio en el cual quedará disponible el documento con los resultados del proyecto en extenso. Ejemplo: Biblioteca Central, Centro de Documentación, etc.
Formas organizativas:	Grupos, centros, institutos o laboratorios al cual se adscriben los autores del proyecto.



VICERRECTORIA DE INVESTIGACIONES

La presente versión del informe contiene las observaciones de los evaluadores:

Julio C. Delgado V.

Firma del investigador principal

VoBo. Vicedecano de Investigaciones

Por favor presente su informe impreso y en formato digital en hoja tamaño carta, letra arial 11, con espacios de 1 1/2