

**ESTIMACIÓN DEL RIESGO DE ACTIVOS COLOMBIANOS
BAJO 5 METODOLOGÍAS DIFERENTES: UNA TRANSICIÓN
DEL VaR AL ETL**

Andrés Felipe Bermúdez Valencia

**ESTIMACIÓN DEL RIESGO DE ACTIVOS COLOMBIANOS BAJO 5
METODOLOGÍAS DIFERENTES: UNA TRANSICIÓN DEL VaR AL ETL**

ANDRÉS FELIPE BERMÚDEZ VALENCIA

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
SANTIAGO DE CALI

2012

**ESTIMACIÓN DEL RIESGO DE ACTIVOS COLOMBIANOS BAJO 5
METODOLOGÍAS DIFERENTES: UNA TRANSICIÓN DEL VaR AL ETL**

ANDRÉS FELIPE BERMÚDEZ VALENCIA

Tesis para optar al título de economista

Director
Juan Byron Correa
Matemático Universidad de Antioquia

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
SANTIAGO DE CALI

2012

Resumen

Este documento estima y compara los resultados de las medidas Valor en Riesgo (VaR) y Pérdida Esperada de las Colas (ETL) obtenidos para un conjunto de 15 acciones catalogadas como de alta bursatilidad en el mercado accionario colombiano. La estimación del VaR y del ETL se desarrolla bajo 5 metodologías diferentes. En el presente se calcula el VaR y el ETL para el conjunto de acciones bajo un rango de niveles de confianza que va desde el 95% hasta el 99.9%. Esto tiene el propósito de comparar la teoría del límite central con la teoría del valor extremo, las cuales son las teorías subyacentes al cálculo del VaR y del ETL. Adicionalmente, el cálculo del VaR y del ETL bajo un rango de niveles de confianza permite tener una idea de las posibilidades de tomar una decisión de inversión de forma equivocada y de las posibilidades de que las instituciones gubernamentales financieras cometan errores al realizar sugerencias imprecisas.

Palabras claves: VaR, ETL, niveles de confianza, teoría del límite central, teoría del valor extremo, decisión de inversión.

Abstract

This paper estimate and compare the VaR and ETL for a set of 15 stocks of high bursatility in the Colombian stock market. The VaR and ETL's estimation is developed under 5 different methodologies. In this paper VaR and ETL is calculated for a set of stocks whose level of confidence is between 95% and 99.9%. The objective is comparing the central limit theory and generalized extreme value theory, because they both are the holding theories for the estimation of the VaR and ETL. Furthermore, the estimate of VaR and ETL between a range of level of confidence allows have an idea of possibilities of make a wrong investment choice and that financial institution make a mistake by inaccurate suggestions.

Key words: VaR, ETL, level of confidence, central limit theory, generalized extreme value theory, investment choice.

Introducción

La modelación y la investigación de las técnicas objetivas de medición del riesgo en activos financieros han venido creciendo sustancialmente. Aunque tales medidas poseen un conjunto de limitaciones, la aceptación de estas en el mundo financiero y más específicamente en el mundo gerencial, ha crecido exorbitantemente.

El Valor en Riesgo (VaR por sus siglas en inglés) y la Pérdida Esperada de las Colas (ETL por las siglas *Expected Tail Loss*) son las herramientas que mejor resumen el grado de exposición al riesgo de un activo financiero. Aunque desde cierto punto de vista la pérdida esperada de las colas posee unas características mejores que el valor en riesgo, el mundo gerencial y financiero las acepta de igual manera y las hace parte del arsenal cotidiano usado para la toma de decisiones de inversión. La aceptación del VaR y del ETL radica en su fácil interpretación. El VaR es la máxima pérdida esperada que podría registrarse durante un determinado periodo de tiempo, para un nivel dado de confianza y en condiciones “normales” de mercado. Por otro lado el ETL es el valor esperado de nuestras pérdidas, si obtenemos una pérdida que excede el VaR.

En concreto, además de que uno de los problemas que afronta cualquier institución o grupo financiero es asumir una cantidad relativamente grande de riesgo, lo es también obtener la información y el conocimiento necesario para realizar una inversión que, aunque pueda generarle rendimientos tanto negativos como positivos, le permita generar unas consideraciones racionales a cerca de la decisión de inversión realizada. Un problema subsecuente que afrontan las instituciones financieras es determinar qué herramientas le permiten obtener un mayor conocimiento y una mayor y más exacta información que sea útil para tomar una decisión de inversión racional.

Para que las firmas inversionistas en el sector financiero puedan obtener una mayor información y un mayor conocimiento, deben contar con algún objetivo y un mecanismo de desarrollo. Uno de los objetivos de las instituciones es medir la exposición al riesgo a la cual está expuesto un activo o un portafolio. El mecanismo de desarrollo, a lo largo de la historia, ha estado sujeto a una constante evolución y tal ha sido la evolución, que actualmente se conjugan la estadística y el pensamiento económico para dar como resultados mecanismos rigurosos y exactos, que son de suprema importancia para la información y el conocimiento que mínimamente debería tener una institución financiera al momento de invertir en un activo.

Una de las herramientas con la que cuentan los grupos financieros, generada inicialmente por RiskMetrics, es el Valor en Riesgo. El objetivo de esta herramienta es generar en una sola cifra, la exposición al riesgo en la cual se puede incurrir si se invierte en un determinado activo o portafolio. El Valor en Riesgo a pesar de que representa una herramienta muy poderosa, debido a sus fundamentos estadísticos, carece de ciertas cualidades que posiblemente lleven a las instituciones a ser precavidas al momento de tomar la decisión de inversión.

A pesar de sus carencias estructurales, la medida conocida como Valor en Riesgo es mundialmente aceptada y difundida por las instituciones gubernamentales y bancarias. Uno de los principales problemas presentados por la metodología del Valor en Riesgo radica en las malas prácticas a las que se puede acudir si se especifica de manera incorrecta los parámetros de Valor en Riesgo. De acuerdo a Dowd (2002), a partir de 1996, el Comité de Basilea para la regulación financiera y requerimientos de capital sugirió que cada institución financiera calculara el VaR al nivel de confianza del 98%. Sin embargo, aunque existe la libertad para que cada institución calcule el VaR como mejor le parezca, de igual forma existe la posibilidad de que al calcular el VaR a niveles elevados de confianza, se cometa un error en la aplicación de la teoría que subyace a la estimación del VaR o ETL. Es probable que al calcular el VaR y el ETL a niveles de confianza superiores al 99% se realice la estimación bajo la teoría del límite central. Este tipo de procedimientos errados son delicados en el mundo inversionista debido a que las pérdidas esperadas pueden ser mayores a las predichas por el VaR y el ETL.

Otra de las falencias más notables de la metodología del Valor en Riesgo es la característica de no ser subaditivo. En términos propiamente financieros, esto indica que al diversificar el portafolio de inversión, existe la posibilidad de que el riesgo no disminuya (Dowd, 2002). Esta característica del Valor en Riesgo ha llevado a mejorar más aún las herramientas de ayuda en la toma de decisiones y es por eso que la literatura académica ha sugerido una medida alternativa conocida como Pérdida Esperada de las Colas (Dowd, 2002). Esta medida se conoce como una medida coherente de la exposición al riesgo de un activo debido a que si cumple con la característica de ser subaditiva.

La problemática expuesta anteriormente genera interrogantes pertinentes para los avances en las técnicas de medición del riesgo. Uno de ellos hace referencia a la especificación del parámetro probabilístico. Si el nivel de confianza fuera relativamente bajo – entre el rango de 95% a 98% - ¿Es la teoría del Valor Extremo más adecuada que la teoría basada en el teorema del límite central para estimar el Valor En riesgo? Por otro lado, si el Valor en Riesgo es una medida no subaditiva en comparación con la Pérdida Esperada de las Colas ¿En cuánto se subestima o se sobreestima la exposición al riesgo de un activo? y finalmente, señalando una más de las muchas interrogantes que esta problemática exige, si el comité de Basilea sugiere la estimación del Valor en Riesgo bajo un 98% de confianza, ¿Qué sucedería si se estimara el VaR bajo un nivel de 98% de confianza pero con la teoría estadística incorrecta, por ejemplo, bajo el marco de la teoría subyacente al teorema del límite central?

Las anteriores preguntas de investigación tienen como propósito presentar al mundo académico y financiero los procedimientos bajo los cuales se obtiene el VaR y el ETL y los posibles errores de modelación que se puedan cometer en la aplicación de las anteriores herramientas. Es por eso que el objetivo principal del presente es evaluar las diferencias entre la estimación del VaR y del ETL. Para este propósito se usará un conjunto de acciones de alta bursatilidad que participan en el mercado de acciones colombiano. Adicionalmente, en el presente se utilizará la terminología de “niveles de confianza tradicionales”, para denominar a aquellos niveles de confianza que van desde el 95% hasta el 98,5% y se llamará “niveles de confianza extremos” a aquellos niveles que van desde el 99% hasta el 99,9%. Debido a que se busca la estimación del VaR y del ETL y los posibles errores de estimación que se pueden cometer, un objetivo subsecuente es la evaluación de las diferencias que existen entre la estimación del VaR bajo la teoría del límite central y la teoría del valor extremo. Con esto se busca plantear diferencias cuantitativas. Sin embargo, debido a las carencias estructurales del VaR, se estimará un ETL y por tanto un tercer objetivo es la determinación de las diferencias entre la medida de exposición al riesgo basada en el VaR y la medida basada en el ETL. Por último, en el desarrollo del presente se llevará a cabo métodos de estimación paramétricos y no paramétricos con el fin de tener diferentes puntos de vista. Es así como el último objetivo es identificar los diferentes resultados que existen al estimar el VaR y el ETL bajo los métodos paramétricos y no paramétricos.

El documento está organizado de la siguiente manera. La primera parte muestra el desarrollo en materia de investigación de las medidas VaR y ETL. La segunda parte muestra los métodos de estimación usados en el presente. Posteriormente se plantea la metodología usada. En la cuarta parte se expone los resultados obtenidos al calcular los modelos VaR y ETL y finalmente las conclusiones.

Estado del arte

Desde que el hombre moderno comprendió que de alguna manera la ganancia, en cierta medida, es producto de la capacidad de reducción del tiempo de trabajo por hombre para obtener un producto, ha dedicado decenas de décadas e innumerables esfuerzos para alcanzar, sostener y mejorar tal capacidad reductora. Dentro de los innumerables esfuerzos, el aporte más destacable que el hombre ha realizado son los rigurosos planteamientos matemáticos y estadísticos que buscan predecir el precio futuro de los productos: Pues al realizar tal predicción del precio es muy probable que sus decisiones estén acordes con una acertada reducción del tiempo de trabajo, es decir, con un aumento en la productividad y por tanto de la ganancia. Sin embargo, estas teorías de predicción no han sido del todo acertadas. A pesar de que a través del tiempo, con el fin de llenar el hueco dejado por la imposibilidad científica de predecir con exactitud el precio futuro de los productos, se han planteado diversas alternativas que van desde lo esotérico hasta innovadores y vanguardistas avances en redes neuronales, ninguna se ha aproximado mínimamente a la predicción exacta del precio de un producto en un futuro cercano o de largo plazo.

Metodológicamente, tal vez la mejor aproximación que se ha realizado de la predicción del precio de un producto es la predicción y análisis del riesgo de dicho producto. Sin embargo artículos propuestos por Engle (1982) tienden a sugerir que esta aproximación carece de adeptos en la comunidad científica debido a que la predicción y análisis del riesgo como una aproximación de la predicción del precio, es rica en inconvenientes. Uno de los inconvenientes fuertes que tiene la predicción del riesgo, es que hay una alta dependencia de las decisiones humanas basadas en la intuición del individuo (Engle, 1982). Otro inconveniente de los análisis o estudios de predicción del riesgo es que no son aplicables a todo tipo de bienes: Para analizar el riesgo, por definición, debe acudir a un bien que esté sujeto a algún tipo de riesgo. Un inconveniente adicional es que si se busca avances significativos en esta línea de investigación, debe tenerse un bien que este sujeto a una volatilidad que tenga cambios considerables en periodos relativamente cortos de tiempo: Aunque se puede analizar y predecir el riesgo de bienes que tengan una volatilidad cambiante en largos periodos de tiempo, estos no ofrecen una capacidad de contraste tan rica como los bienes con una volatilidad variable en periodos cortos de tiempo, como por ejemplo los bienes tradicionales del mundo financiero.

Al referirse a estudios de predicción y análisis del riesgo, fundamentalmente debe tenerse claro el concepto de riesgo al cual se refiere el estudio. A grandes rasgos existen dos tipos de riesgos que la literatura económica y financiera considera: el riesgo sistemático y el no sistemático. En el presente, se considerará el riesgo no sistemático, es decir, el riesgo que puede comprenderse mediante estructuras teóricas establecidas por instituciones económicas y que puede disminuirse a medida que aumenta la diversificación del portafolio. El riesgo sistemático no es

considerado en la mayor parte de la literatura financiera simplemente por no estar determinado y no ser parte de las estructuras teóricas y porque no disminuye a medida que se diversifica la cartera (Dowd, 2002).

El desarrollo de los estudios que tratan sobre el riesgo como una aproximación de la predicción del precio, actualmente se dividen en dos grupos. Un grupo que estudia la heurística de la predicción y análisis de riesgo, el cual fundamenta sus estudios básicamente en cierta eficiencia del mercado (Restrepo, Mantilla y Holguín; 2007) y otro grupo que realiza aportes y avances en la estructura teórica de los estudios de predicción y análisis de riesgo (Dowd, 2002; Taylor, 2008; Engle, 1982). Generalmente la literatura financiera fundamenta sus planteamientos en el riesgo natural que está inmerso en los mercados financieros y de capitales. Esto se debe a que este tipo de mercados arroja grandes cantidades de información que permiten una contrastación constante y por tanto, un avance continuo y significativo en el objeto de estudio. De esta manera, los estudios que se fundamentan en cierta eficiencia del mercado como base del estudio de la predicción y análisis del riesgo, fundamentalmente resaltan la importancia de la calificación del riesgo (Restrepo, Mantilla y Holguín; 2007). Estos estudios califican el riesgo con el propósito de hacer que el consumidor tenga información lo más precisa posible que le permita tomar decisiones con el menor costo. Restrepo et. al. (2007), son un ejemplo de un tipo de investigación en la cual se afirma y se defiende la importancia de las instituciones que califican el riesgo en la toma de decisiones de quienes participan en el mercado financiero.

Sin embargo son de mayor importancia los estudios basados en avances teóricos debido a su capacidad de contrastación. Estos estudios pertenecen a una amplia gama de avances de estudios financieros y van desde *Thèorie de la Spèculation* de Bachelier (1900), pasando por los aportes de RiskMetric en 1994, hasta los últimos avances en medición del riesgo propuestos por Taylor (2008). Dentro de este conjunto de estudios, uno de los avances de más relevancia fue propuesto por Robert Engle. Engle (1982) planteó que, si se mide el riesgo mediante la desviación estándar de los datos, las series financieras se comportan de una manera peculiar y además deben ser modeladas de una manera diferente. Engle observó y demostró que las series financieras generalmente tienen una varianza cambiante en el tiempo y poseen una distribución leptocúrtica. El planteamiento principal de Engle (1982) fue que las series financieras, dado sus hechos estilizados, deberían ser modeladas mediante modelos que él denominó modelos Generalizados Autorregresivo con varianza Condicional Heterocedástica, GARCH (p,q). Estos modelos abrieron el camino a la predicción y análisis del riesgo. Desafortunadamente este tipo de modelos, desde el punto de vista de las instituciones financieras, dependen mucho de la intuición y son de difícil comprensión, por tanto no fueron adoptados por la comunidad financiera en general.

No fue sino hasta 1994 cuando RiskMetrics de JP Morgan, planteó una medida del riesgo que no sólo conjugaba la rigurosidad científica con la facilidad interpretativa, sino que encendió nuevamente la chispa de los modelos que buscaban pronosticar y analizar el riesgo financiero. RiskMetrics introdujo una

medida de fácil interpretación, la cual representaba en una sola cifra el riesgo de inversión en un determinado portafolio o activo, denominado Valor en Riesgo. De acuerdo a RiskMetrics, Nieppola (2009), Linsmeier y Pearson (1996), entre muchos otros, el VaR se define como:

“Se define como la máxima pérdida esperada (o la peor pérdida) que podría registrarse durante un determinado periodo de tiempo, para un nivel dado de confianza, en condiciones “normales” de mercado.”

Uno de los primeros estudios que aplicaban el VaR para medir el riesgo financiero fue propuesto por Linsmeier y Pearson (1996). En este se planteó un VaR con el objetivo de que la metodología del VaR fuera entendida por ejecutivos más que por científicos. Los autores plantearon diferentes formas de estimar el VaR, las cuales se han convertido en las formas más tradicionales de estimación en las instituciones financieras. Los anteriores autores propusieron estimar el VaR mediante un método de Varianza-Covarianza o Delta-normal, un método de Simulación Histórica y finalmente un método de Monte Carlo. Aunque el objetivo de los autores fue facilitar la comprensión del VaR a ejecutivos, indirectamente abrieron las puertas para que la comunidad científica se involucrara más en el estudio del VaR. Los estudios posteriores del VaR involucraron contrastes de hipótesis para las medidas del VaR (Fallon; 1996, Dowd; 2002), descomposición del VaR en subgrupos (Hallerbach; 1999, Krokmal, Palmquist y Uryasev; 2001.), obtención del portafolio óptimo restringido a un VaR (Campbell, Huisman y Koedjik; 2001), una conjugación de los modelos GARCH (p,q) con la metodología del VaR (Burns; 2002, Dowd; 2002, Maya y Vergara; 2007), entre otros.

La metodología del VaR ha sido de una interpretación tan simple que la mayoría de las instituciones financieras lo han acogido como una herramienta vital en sus requerimientos de capital (Dowd, 2002). Más aún, el Comité de Basilea para la regulación financiera y requerimientos de capital, ha establecido esta metodología como un requisito indispensable en los bancos y en las instituciones financieras. En Colombia la superintendencia financiera y el Ministerio de Hacienda han dado un papel importante a la estimación del VaR para estimar la relación de solvencia. Desafortunadamente, a pesar de los adeptos ganados por el VaR en el mundo financiero, la literatura científica reconoce que el VaR carece de propiedades importantes para ser una medida coherente de la estimación del riesgo. Específicamente, el VaR no posee la propiedad de ser subaditivo, lo que sugiere, en términos generales, que al diversificar el portafolio, es probable que no disminuya el riesgo del portafolio (Acerbi y Tasche; 2001).

A pesar de esta dificultad, el VaR sigue siendo una medida del riesgo común en la mayoría de las instituciones financieras del mundo. Sin embargo, autores como Rau-Bredow (2002), Dowd (2002), Fermanian y Scaillet (2004), Cai y Wang (2006), Taylor (2008), entre un creciente número de publicaciones, establecen y en algunos casos demuestran (Rau-Bredow; 2002 y Dowd; 2002) que la pérdida

esperada de las colas o *Expected Tail loss*¹ o ETL, es una mejor medida de exposición de riesgo de un portafolio debido a que es una medida coherente que se caracteriza por ser subaditiva. El ETL es conocido en la literatura como un VaR condicional, debido a que esta medida se desprende directamente de la metodología del VaR. De acuerdo a Dowd (2002) “el ETL es el valor esperado de nuestras pérdidas, si obtenemos una pérdida que excede el VaR” (Dowd, 2002; pp. 32).

Los últimos avances en estimación del VaR y el ETL están dirigidos directamente al mundo financiero y corporativo y a encontrar nuevas medidas más modernas y exactas de la exposición del riesgo. Es por eso que los estudios que tratan de medir y pronosticar el riesgo de un portafolio o un activo están en una etapa de transición. Sin embargo esta etapa de la investigación científica no ha sido impedimento para realizar VaR's y ETL's más precisos y exactos. Hull y White (1998) proponen la estimación del VaR mediante una simulación histórica ajustada por volatilidad, en la cual se debe obtener un modelo GARCH (p,q) para realizar tal ajuste. Barone-Adesi y Giannopoulos (2000) sugieren estimar el VaR y por tanto el ETL mediante una simulación histórica filtrada; nuevamente esta técnica depende de la estimación de un modelo de heterocedasticidad condicional. Dowd (2002) plantea estimar el VaR y el ETL en niveles de confianza elevados – cercanos al 99%- mediante distribuciones de valor extremo generalizado.

En la academia colombiana los avances científicos han estado dirigidos especialmente a la eficiencia y a la contrastación empírica del VaR y del ETL. Estos aportes son supremamente útiles en el mundo gerencial y en la toma de decisiones de inversión. Un ejemplo de esta utilidad lo ofrece Alonso (2005) y Alonso y Arcos (2005). Los autores estiman el VaR el de 7 diferentes índices de bolsa de 7 diferentes países latinoamericanos. Para este propósito, los autores ajustan una distribución preestablecida como la *t*-student y la normal a los datos bajo estudio. Análogamente realizan una actualización de volatilidad mediante modelos GARCH (p,q) y finalmente realizan un contraste de hipótesis para seleccionar el modelo que mejor se ajusta. Como conclusión los autores encuentran que no existe un modelo que se comporte mejor que los demás y que adicionalmente existe evidencia de presencia de eventos extremos, ya que al momento de considerar acontecimientos al final de las colas, es decir, con niveles de significancia menores al 1%, los métodos tradicionales no tienen un correcto desempeño pues tienden a sobreestimar la proporción de excepciones (Alonso y Arcos; 2005). Por otro lado y desde una perspectiva gerencial, Morera (2002) propone al VaR como una opción para medir el riesgo en el mercado de fondos de pensiones. Morera (2002) presenta tres metodologías no comparables como el delta-normal, la cual supone que los datos se distribuyen normalmente, una simulación histórica y finalmente una estimación por Monte Carlo. El propósito principal de la aplicación de los diferentes métodos del VaR en el mercado de fondos de pensiones es mostrar las bondades que la aplicación de esta herramienta puede generarle a dicho mercado colombiano. Dentro de estas ventajas se

¹ En general el Expected Tail Loss es conocido por varios nombres, como por ejemplo Expected Shortfall, VaR condicional, entre otros.

encuentra la mejora en la presentación de la información en el mundo gerencial y más importante aún se encuentra el monitoreo permanente del riesgo, que es de fundamental importancia en la toma de decisiones de inversión (Morera; 2002). Otro estudio similar, desarrollado dentro de la academia nacional, fue presentado por Ospina y Tangarife (2008). En resumen, el aporte realizado por las autoras fue agregar la estimación del VaR mediante Monte Carlo Estructurado, el cual, aunque es mucho más costoso en términos computacionales, permite realizar ajustes por volatilidad con una mejor precisión.

En resumen, los últimos años de investigación científica han tratado de combinar teorías con el propósito de obtener medidas del riesgo cada vez más exactas, que sean útiles tanto en el mundo académico como en el cambiante y acelerado mundo de la toma de decisiones de inversión.

Marco Teórico

Valor en Riesgo

Como ha sido definido por una amplia literatura, en términos generales (Linsmeier y Pearson; 1996, Culp, Miller y Neves; 1998, Burns; 2002, Morera; 2002 Dowd; 2002, Nieppola; 2009,)

“El VaR es una particular y única medida estadística de pérdidas posibles de un portafolio. Específicamente, el VaR es una medida de pérdidas debido a condiciones “normales” de mercado. Las pérdidas más grandes que el valor en riesgo, se sufren sólo con una probabilidad muy pequeña. Sujeto a los supuestos simplificadores usados en su cálculo, el VaR agrega todo el riesgo de un portafolio en un número particular para el uso en reportes dirigidos a entidades reguladoras [...] Es una forma muy simple de describir la magnitud de la pérdida probable de un portafolio.” (Linsmeier y Pearson, 1996; pp. 3)

En términos más concretos, el Valor en Riesgo es la máxima pérdida que puede esperar tener en un portafolio o un activo, dado un horizonte temporal y un nivel de confianza dado, en condiciones normales de mercado. La anterior definición del VaR incurre en la necesidad de responder lo más exactamente posible, tres interrogantes innatas a la definición: ¿Cuál debe ser el horizonte temporal? ¿Cuál debe ser el nivel de confianza? Y finalmente ¿Qué significa condiciones “normales” de mercado?

En primer lugar, la definición de un horizonte temporal no es el resultado endógeno a una estructura teórica establecida, esta depende estrictamente de las necesidades, la normatividad y los requerimientos de cada institución financiera o académica. De acuerdo a Morera (2002):

“Con series de datos largas se pueden obtener distribuciones de los retornos mejor elaboradas, mientras que periodos cortos le permiten a las estimaciones del VaR reaccionar más rápido a los cambios en los mercados”

Aunque al igual que Morera (2002) la literatura trata de establecer la cantidad de datos óptima para una buena estimación del VaR, no es muy clara si los datos deben ser diarios, mensuales, anuales, etc. Debido a que las instituciones financieras buscan la mayor precisión posible, tratan de calcular VaR diarios e inclusive intradía. Esto se debe a que un VaR mensual, anual, etc., puede no captar los cambios fuertes acontecidos en el mercado. Adicionalmente, en paralelo con Morera (2002), los datos diarios ofrecen una mayor cantidad de observaciones y esto permite obtener una distribución mejor comportada.

El nivel de confianza de igual manera no es una cuestión endógena a la metodología del VaR, este depende en gran medida de la normatividad y de los requerimientos del inversionista. Bajo la enmienda de 1996 del Comité de Basilea, las instituciones que tengan prácticas del manejo del riesgo se les permiten la opción de tener sus requerimientos de capital determinados por sus propios VaR. Esto se conoce como aproximación de modelos internos para los requerimientos de regulación de capital. El efectivo requerimiento de capital diario es el máximo de los VaR del día previo y k veces el promedio del VaR diario en los últimos 60 días, donde k es un multiplicador que está en el rango de 3 y 4. Este multiplicador es puesto por los supervisores bancarios, condicionado a los resultados de un conjunto de pruebas de contraste estandarizadas. La enmienda también requiere que el VaR se derive al 99% de confianza usando un periodo de 10 días. Sin embargo, en la implementación inicial de esta aproximación, a los bancos se les permite una aproximación del VaR a 10 días, multiplicando un VaR a 1 día por la raíz cuadrada de 10. (Dowd, 2002; pp. 26). De acuerdo a la normatividad sugerida por el comité de Basilea, un nivel de confianza del 99% es un valor elevado para estimar un VaR de manera tradicional y por tanto debe usarse distribuciones de valor extremo (Dowd, 2002). Sin embargo, de acuerdo a la flexibilidad del comité de Basilea, es posible que las instituciones calculen sus respectivos VaR a niveles del 95%. . Dowd (2002) indica que a medida que el nivel de confianza aumenta las medidas del Valor en Riesgo y de pérdida esperada de las colas van aumentando de manera casi exponencial.

Finalmente, la definición del VaR sugiere la necesidad de responder a lo que significa “normalidad” en el mercado. Aunque la literatura económica no es clara en este concepto, la normalidad en un mercado financiero se relaciona con el vínculo entre la actitud frente al riesgo y los momentos en los cuales la volatilidad de los activos no es muy elevada. La actitud frente al riesgo establecida concretamente en los mercados financieros, de acuerdo a una amplia aceptación académica propuesta inicialmente por Harry Markowitz (1952), puede medirse por la desviación estándar de los activos o del portafolio.

Una vez expuesto el problema de la elección de los parámetros básicos para la estimación del VaR, debe establecerse la forma exacta de estimación del Valor en Riesgo. Básicamente existen dos formas de obtener un VaR: Por un lado se tienen métodos paramétricos, los cuales por definición dependen de parámetros como la media, la varianza, la curtosis y la asimetría. Por otro lado existen métodos no paramétricos, los cuales dejan que los datos expresen un comportamiento por si solos.

VaR no paramétrico

Simulación histórica básica

La estimación no paramétrica del VaR es frecuentemente utilizada por las instituciones financieras debido a que tienen una gran ventaja: No restringen la distribución de los datos a una función pre-establecida. El método no paramétrico posee la bondad de que no parte del supuesto de que los datos se comportan de manera normal o mediante una distribución t . Linsmeier y Pearson (1996), Morera (2002), Burns (2002), Dowd (2002), Alonso (2005), Alonso y Arcos (2005) y Ospina y Tangarife (2008) concuerdan en que la forma más básica de estimar un VaR mediante simulación histórica es organizando las series de los retornos de un activo de mayor a menor, estableciendo un nivel de confianza de $\alpha\%$ y localizar el retorno correspondiente a ese $\alpha\%$ de la muestra organizada. Es decir que de una muestra de 100 observaciones de retornos organizados de mayor a menor, a un nivel de confianza del 5%, el VaR mediante simulación histórica es aquella observación que corte en el 5% de los datos. Desafortunadamente, aunque este tipo de estimación del VaR es de fácil implementación, tiene muchas dificultades debido a que carece de exactitud. Existen refinamientos del VaR por simulación histórica que ajustan las observaciones por volatilidad.

Simulación histórica ajustada por volatilidad

Hull y White (1998) propusieron ajustar las observaciones de los retornos de los activos de acuerdo a la volatilidad. Los autores propusieron estimar un modelo GARCH (p,q) para los retornos de las observaciones y de esta estimación, obtener la serie de las desviaciones estándar y transformar los datos mediante la siguiente fórmula.

$$r_{t,i}^* = \frac{\sigma_{T,i} r_{t,i}}{\sigma_{t,i}} \quad (1)$$

En donde $\sigma_{T,i}$ es el pronóstico más reciente de la volatilidad del activo i ; $r_{t,i}$ es el retorno del activo i en el periodo t y finalmente $\sigma_{t,i}$ es el pronóstico de la volatilidad del activo i en el periodo t . Una vez que se obtiene la serie de retornos transformada, los autores proponen obtener el VaR como se obtuvo en la simulación histórica básica: se organizan de mayor a menor la serie de retornos transformada y al nivel de confianza de $\alpha\%$, se establece el VaR como la observación correspondiente a este nivel de confianza.

VaR paramétrico

VaR normal

A pesar de lo práctico y sencillo que resulta la implementación de un VaR mediante simulación histórica, es necesario reconocer que esta metodología depende completamente de los datos. Con el fin de cubrir los vacíos que deja la metodología de la simulación histórica, los métodos paramétricos ajustan una función de probabilidad establecida a los datos existentes, aún si la distribución de los datos no se distribuye exactamente como lo indica la función de ajuste. Uno de los métodos más básicos de estimar un VaR paramétrico es suponiendo que los datos se distribuyen normalmente (Dowd, 2002). En su forma rigurosa, el VaR normalizado es:

$$VaR_{\alpha} = \mu + \sigma\Phi^{-1}(1 - \alpha) \quad (2)$$

En donde μ es la media muestral, σ es la desviación estándar de la distribución de los datos y $\Phi^{-1}(1 - \alpha)$ es la distribución normal invertida estandarizada, con media 0 y varianza 1. Generalmente, σ se obtiene mediante la varianza condicional de los datos. El problema con las distribuciones normales es que no reflejan la curtosis habitual de las series financieras; las distribuciones normales tienen una cola más ajustada que la que suelen encontrarse en las distribuciones de datos financieros. Un segundo problema se relaciona con el teorema del límite central. La normalidad estadística generalmente se justifica refiriéndose al teorema del límite central, sin embargo el teorema aplica sólo a la masa central de la función de probabilidad y no a sus extremos. Al trabajar con valores extremos se debe acudir al teorema del valor extremo el cual indica que no se debe usar normalidad para modelar los extremos. (Dowd, 2002). Con el fin de ajustar la función que represente la verdadera curtosis de los datos, se puede acudir a una distribución t como una medida alternativa.

VaR-t o VaR bajo distribución t

De acuerdo a Dowd (2002) al modelar los datos financieros con una distribución t debe tenerse en cuenta dos parámetros conaturales a la distribución: la probabilidad asociada y los grados de libertad. Los grados de libertad de una distribución t están determinados por:

$$Curtosis_t = \frac{3(v-2)}{(v-4)} \quad (3)$$

En donde v son los grados de libertad. Un histograma de los datos fácilmente presenta el valor de la curtosis, por tanto obtener los grados de libertad no debe ser un problema trascendente. El VaR para una distribución t está dado por:

$$VaR_{t,\alpha} = \mu + \sqrt{\frac{(v-2)}{v}} \sigma t^{-1}(1 - \alpha, v) \quad (4)$$

En donde $\sqrt{\frac{(v-2)}{v}}$ es un ajuste por grados de libertad que se realiza al VaR (Dowd, 2002) y $t^{-1}(1 - \alpha, v)$ es la distribución t inversa con una probabilidad de $1 - \alpha$ y con v grados de libertad. La cualidad principal de la distribución t es que permite un exceso razonable de curtosis. Sin embargo debe tenerse en cuenta que a medida que aumenta los grados de libertad la distribución t converge a una distribución normal. La distribución t tiene un problema similar a la distribución normal en cuanto a valores extremos se refiere: Los valores extremos no pueden modelarse mediante una distribución t .

VaR-GVE o VaR bajo distribución de Valor Extremos Generalizado

La teoría del valor extremo indica qué distribución debería usarse para modelar situaciones extremas como por ejemplo niveles de confianza elevados. En concreto la teoría del valor extremo indica que existen diversas formas de modelar situaciones extremas y una de ellas es la distribución de valor extremo generalizado (Dowd, 2002). Tal distribución, justificada por el teorema de Fisher-Tippett, indica que si X posee una función de distribución bien comportada, $F(X)$, entonces la función de distribución de valor extremo de X converge asintóticamente a una función de valor extremo generalizado, dada por:

$$H_{\xi,a,b} = \begin{cases} \exp\left[-(1 + \xi(x - a)/b)^{-1/\xi}\right] & \text{sii } \xi \neq 0 \\ \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-a}{b}\right)\right] & \text{sii } \xi = 0 \end{cases} \quad (5)$$

En donde a y b son parámetros de posición y escala respectivamente; ξ (chi) se conoce como el índice de cola. Para valores correspondientes a $\xi > 0$ la distribución es una Frèchet y para valores de $\xi = 0$ la distribución es una Gumble. En series financieras es importante la distribución Frèchet debido a que frecuentemente posee colas gordas. Adicionalmente es importante determinar el índice de cola. Dowd (2002) sugiere que una manera tradicional y popular de estimación de ξ es mediante el estimador de Hill. Este está determinado por:

$$\xi_{n,k}^{(H)} = k^{-1} \sum_{j=1}^k \text{Ln } X_{j,n} - \text{Ln } X_{k+1,n} \quad (6)$$

Este estimador indica el promedio de las k observaciones más extremas menos la $(k + 1)$ –ésima observación; este estimador es consistente y está normalmente distribuido de forma asintótica. Para un estudio más profundo respecto al estimador de Hill o diferentes formas de estimar el índice de cola véase Bassi et. al. (1998). El VaR para valores extremos está dado por:

$$VaR = \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left[1 - (-\log(1 - \alpha))^{-\xi}\right]; \quad (VaR - Frèchet, \xi > 0) \quad (7)$$

$$VaR = \mu - \sigma \log \left[\log\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)\right]; \quad (VaR - Gumble, \xi = 0) \quad (8)$$

Pérdida Esperada de las Colas

Sin embargo, a pesar de la amplia gama de estimación del VaR, el VaR no posee una característica que le permite ser un estimador coherente de la exposición al riesgo. El incumplimiento de la subaditividad hace que diversificar el portafolio no necesariamente disminuya el riesgo al cual se expone el portafolio. De acuerdo a Dowd (2002) una medida del riesgo $\rho(\cdot)$, se dice que es subaditiva si el riesgo medido de la suma de las posiciones A y B es menor o igual que la suma del riesgo medido de las posiciones individuales consideradas en su haber, es decir:

$$\rho(A + B) \leq \rho(A) + \rho(B) \quad (9)$$

La subaditividad es importante debido a que si las instituciones usan medidas del riesgo no subaditivas para establecer los requerimientos de capital, dichas instituciones podrían estar tentadas a reducir sus requerimientos de capital debido a que la suma de los requerimientos de capital de las unidades más pequeñas podrían ser menos que los requerimientos de capital del total de la institución. (Dowd, 2002). A pesar de los inconvenientes del VaR, una creciente literatura referente a medición del riesgo sugiere que el ETL es una medida coherente de la exposición del riesgo (Artzner et. al., 1999; Acerbi y Tasche, 2001; Rau-Bredow, 2002; Cai y Wang, 2006). De acuerdo a Dowd (2002) “la pérdida esperada de las colas o ETL es el valor esperado de nuestras pérdidas, L, si tenemos una pérdida que excede al VaR”, es decir:

$$ETL = E(L|L > VaR) \quad (10)$$

En general, lo que el ETL indica es el riesgo al cual estaría expuesto un portafolio en el peor de los casos. Las formas para estimar el ETL están divididas en dos grupos: Una forma básica para metodologías no paramétricas y una estimación del ETL paramétrica.

ETL no paramétrico

Bajo la metodología no paramétrica, el ETL de acuerdo a Dowd (2002) es el promedio de la probabilidad ponderada de la pérdida de la cola o las pérdidas que exceden el VaR. El ETL sugiere que se puede estimar mediante un promedio del VaR. La forma más fácil de implementar esta aproximación es dividir la cola en un gran número de subdivisiones, cada una de las cuales posee la misma masa probabilística, y estimar el VaR asociado a cada una de las subdivisiones. Posteriormente se toma el ETL como el promedio de esos VaR's.

ETL paramétrico

A diferencia de la metodología no paramétrica, el ETL que depende de la media, la varianza, la curtosis, etc., posee unas distribuciones específicas y unas fórmulas

concretas para ser estimado. De acuerdo al supuesto bajo el cual se restringe la distribución de los retornos se plantea una pérdida esperada de las colas.

ETL normal

Algunos autores como Dowd (2002) estiman la pérdida esperada de las colas mediante la forma:

$$ETL = \mu + \sigma \frac{\phi(\Phi(1-\alpha))}{\alpha} \quad (11)$$

En donde ϕ es la distribución normal estándar y Φ es la distribución normal invertida medida con una probabilidad de $1 - \alpha$ con una desviación estándar de 1 y una media de cero. El problema de esta medida radica en el supuesto de normalidad: Los valores extremos no están sustentados por el teorema del límite central y generalmente las series financieras poseen la característica de tener un exceso de curtosis.

ETL-t o ETL bajo distribución t

Bajo el supuesto de que la distribución de los retornos es una *t-student* el ETL se puede obtener obedeciendo a la siguiente forma funcional:

$$ETL = \mu + \sigma \sqrt{\frac{(v-2)}{v}} t((t^{-1}(1 - \alpha, v), v, 2)/\alpha) \quad (12)$$

Bajo el supuesto de distribución *t*, la pérdida esperada de las colas se ajusta por grados de libertad, $\sqrt{\frac{(v-2)}{v}}$, y si se desea se especifica que sea a 2 colas. De forma análoga, la gran ventaja del ETL-*t* es la posibilidad de manejar cantidades considerables de curtosis. Sin embargo debe tenerse presente que a medida que aumentan los grados de libertad la distribución *t* converge a una distribución normal. De igual forma la gran desventaja de las distribuciones *t* es su incapacidad de modelar correctamente valores extremos.

ETL-GVE o ETL bajo distribución de Valor Extremos Generalizado

Dowd (2002) sugiere que una forma práctica de estimar un ETL bajo las distribuciones Frèchet (si $\xi > 0$) o Gumble (si $\xi = 0$), es usando la misma metodología que se usa para estimar el ETL no paramétrico. Una vez que se han obtenido los respectivos VaR-Frèchet o VaR-Gumble a diferentes niveles de confianza, se promedian estos Valores en Riesgo y se obtiene una medida del ETL-Frèchet o del ETL-Gumble, respectivamente.

Metodología

La primera etapa del presente estará dirigida a la estimación del VaR de un conjunto de acciones del mercado colombiano. Tales acciones, con el propósito de obtener una alta cantidad de datos, serán tomadas por su alta bursatilidad dentro de la Bolsa de Valores de Colombia. De acuerdo a los informes de bursatilidad presentados por la Superintendencia Financiera, tomados trimestralmente desde el año 2005 hasta el año 2011, se realizará un Índice de Frecuencia de Bursatilidad. Tal índice muestra la proporción de aparición de una acción en la categoría de Alta Bursatilidad que la superintendencia presenta en sus informes con su respectiva metodología. Es decir, si la acción de Ecopetrol ha aparecido en los informes de bursatilidad en la categoría de Alta Bursatilidad durante todo el periodo del 2005 hasta el 2011, entonces, el índice de bursatilidad de la acción de Ecopetrol será 1.

Las acciones tomadas en el desarrollo del presente serán aquellas que tengan un índice de bursatilidad mayor a 0,50. Una vez que se haya determinado qué acciones están por encima de este umbral, se prosigue a realizar las respectivas mediciones del riesgo.

Debido a las intermediaciones de la obtención del VaR y el ETL, es importante establecer un nivel de confianza o un rango de niveles de confianza y un horizonte temporal. Debido a esto, y con el propósito de alcanzar los objetivos propuestos, los niveles de confianza utilizado en el desarrollo del presente serán del 95%, 95.5%, 96%, 96.5%, 97%, 97.5%, 98%, 98.5%, 99%, 99.5%, 99.6%, 99.7%, 99.8% y 99.9%. Por otro lado, el horizonte temporal será diario lo que quiere decir que los datos son tomados diariamente

Es importante aclarar que no se trabajará con el precio diario de cierre de la acción sino con el retorno diario de la acción. La importancia de esta transformación radica en que a diferencia de las series de los precios, las series de los retornos son estacionarias y no generarán relaciones espúreas. Esto es de suma importancia para la posterior estimación GARCH. Para tal propósito será necesario utilizar la siguiente fórmula.

$$\text{Retorno}_i = \text{Log}(P_{i,t}) - \text{Log}(P_{i,t-1}) \quad (13)$$

En donde i es el activo bajo estudio; $P_{i,t}$ y $P_{i,t-1}$ es el precio de cierre del activo i en el periodo t y $t - 1$ respectivamente.

Para la estimación de un VaR mediante Simulación Histórica, la forma más básica de estimarlo es organizando las series de los retornos de un activo de mayor a menor, estableciendo un nivel de confianza de $\alpha\%$ y localizar el retorno correspondiente a ese $\alpha\%$ de la muestra organizada. Es decir que de una muestra de 100 observaciones de retornos organizados de mayor a menor, a un nivel de confianza del 5%, el VaR mediante simulación histórica es aquella observación que corte en el 5% de los datos. Por otro lado, debido a que la obtención del VaR bajo simulación histórica ajustada por volatilidad requiere la estimación de un modelo GARCH, entonces los modelos ajustados a cada uno de los activos seleccionados, en caso de presentar heterocedasticidad condicional autorregresiva, serán los siguientes:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (14)$$

En donde σ_t^2 es el pronóstico de la varianza basado en información pasada y también se conoce como varianza condicional. ω es el término constante, ϵ_{t-i}^2 son los rezagos estadísticamente significativos del término de error cuadrático, el cual también se conoce como término ARCH y finalmente σ_{t-j}^2 es el pronóstico de la varianza en periodos pasados el cual también es conocido como término GARCH. Este tipo de modelos están validados y desarrollados por Engle (1982).

Si después de un análisis de los retornos del activo, dicha acción requiere la calibración de un modelo GARCH (p,q), se procede a obtener la serie de varianzas condicionales del modelo GARCH resultante. Esta serie es crucial debido a que la desviación estándar usada en las fórmulas del VaR y del ETL, en primera instancia, será la última que aparezca en las series de las varianzas condicionales de los modelos GARCH ajustados al comportamiento de los retornos de los activos. En caso de que el comportamiento de los retornos no requiera de la modelación GARCH, la desviación estándar para calcular el VaR y el ETL, resultará de la varianza muestral de la distribución de los retornos. Sin embargo, como más adelante se verá, esto sobreestima las medidas de exposición al riesgo. Por otro lado, una vez que se haya establecido el apropiado modelo GARCH para la serie de los retornos, se obtiene la serie de las desviaciones estándar condicionales y se transforman mediante la ecuación (1). Una vez que se haya obtenido la serie de retornos transformados, se obtiene el VaR como se obtuvo en la simulación histórica básica: se organizan de mayor a menor la serie de retornos transformada y al nivel de confianza de $\alpha\%$, se establece el VaR como la observación correspondiente a este nivel de confianza.

El horizonte temporal, el cual es determinante en la medición del VaR y el ETL, será diario, debido a que la información diaria genera una mayor cantidad de datos. Esta aclaración es importante ya que un VaR y un ETL mensual arrojarán unos resultados diferentes. Sin embargo el propósito del presente no es presentar la relación o las diferencias entre las medida de exposición diaria y mensual, sino

observar el funcionamiento del VaR y el ETL entre los niveles de confianza anteriormente establecidos.

En la obtención del VaR paramétrico se utilizará la ecuación (2) en caso de ser un VaR normal y la ecuación (4) en caso de ser un VaR-t. En este último caso, debe notarse que de acuerdo a la curtosis de cada uno de los retornos de las distribuciones, se establece un ajuste por grados de libertad como se nota en la ecuación (4).

Al estimar el VaR y el ETL bajo la distribución de valor extremo generalizado, como se estableció en la ecuación (6), se utilizará el estimador de Hill para determinar si las distribuciones de los retornos de los activos, en sus valores extremos, convergen a una distribución Gumble o a una Frèchet. Para la mayoría de las acciones se utilizó las 5 observaciones positivas más extremas que aparecen en la distribución de los retornos de cada una de las acciones seleccionadas. Sólo para las acciones de CorficolCF, Grupoaval y Bogotá se utilizaron las 12, 9 y 7 observaciones positivas más extremas de los respectivos retornos de estas distribuciones. Esto se estableció de acuerdo a que Dowd (2002) establece unos límites de masa probabilística calculados a partir de las siguientes fórmulas:

$$\text{Límite inferior} = \mu_i - 2\sigma_i \quad (15)$$

$$\text{Límite superior} = \mu_i + 6\sigma_i \quad (16)$$

En donde μ_i es la media del retorno del activo i y σ_i es la desviación estándar del retorno del activo i .

Las acciones de CorficolCF, Grupoaval y Bogotá generaron unos límites que permitían obtener una alta cantidad de observaciones extremas. Desafortunadamente, el resto de acciones generó un límite superior demasiado alto y este inconveniente llevaba a una poca cantidad de observaciones, limitando así la obtención del estimador de Hill. Si los activos presentan estimadores de Hill negativos, la literatura sugiere una distribución Weibull. Sin embargo para aquellos activos que presenten tal estimador negativo sólo serán obtenidos los respectivos VaR y ETL de valor extremo generalizado mediante la convergencia a la distribución Gumble ya que esta distribución no está restringida por el estimador de Hill. Eventualmente, de acuerdo a si las distribuciones convergen a una Gumble o a una Frèchet, se utilizará la ecuación (5) para estimar el VaR-GVE.

Para la obtención del ETL no paramétrico y del ETL-GVE, como se indicó en el marco teórico, la mejor manera será realizar un promedio de los diferentes VaR realizados para los diferentes niveles de confianza. Finalmente, en el desarrollo del ETL normal y el ETL-t, se utilizará las ecuaciones (11) y (12), respectivamente.

Desarrollo del problema

El siguiente cuadro presenta el Índice de Frecuencia de Bursatilidad y por tanto las acciones seleccionadas para el desarrollo del problema. Los datos fueron tomados de la página de la Bolsa de Valores de Colombia.

Tabla 1. Índice de frecuencia de bursatilidad

| Nombre del título valor | Índice de Frecuencia de Bursatilidad |
|--|--------------------------------------|
| ADP BANCOLOMBIA S.A. | 1 |
| AO BANCOLOMBIA | 1 |
| AO CEMENTOS ARGOS S.A - (ANTES CEMENTOS DEL CARIBE) | 1 |
| AO ALMACENES EXITO S.A. | 0,96 |
| AO COMPAÑIA COLOMBIANA DE INVERSIONES S.A. | 0,92 |
| AO CORPORACION FINANCIERA COLOMBIANA S.A. (ANTES CORFIVALLE) | 0,92 |
| AO GRUPO AVAL ACCIONES Y VALORES S.A. | 0,92 |
| AO TABLEROS Y MADERAS CALDAS S.A. | 0,84 |
| AO TEXTILES FABRICATO TEJICONDOR S.A. | 0,84 |
| AO INTERBOLSA S.A. | 0,72 |
| AO EMPRESA DE TELECOMUNICACIONES DE BOGOTA S.A. ESP | 0,68 |
| AO BANCO DE BOGOTA | 0,64 |
| AO ISAGEN S.A. E.S.P. | 0,6 |
| AO CIA. COLOMBIANA DE TEJIDOS S.A. | 0,56 |
| AO ECOPETROL S.A. | 0,56 |

Fuente: Superintendencia de Valores de Colombia

Sin embargo, acciones como SURA, ARGOS, BVC y la acción de Interconexión eléctrica S.A., aunque estuvieron en la categoría de alta bursatilidad, no fueron presentadas debido a varias razones. En el caso de la acción de Inversiones Argos, la variabilidad de la acción fue nula. Esta cuestión hace supremamente difícil el análisis estadístico o por lo menos genera unos resultados con poco valor estadístico. Las demás acciones no presentaron observaciones una vez que se compilaron los datos y por tanto, aunque estuvieron en la categoría de Alta Bursatilidad en los informes de la Superintendencia Financiera, fueron eliminadas del desarrollo del presente.

El siguiente cuadro muestra la cantidad de observaciones que se utilizaron para obtener el VaR y el ETL de las diferentes acciones seleccionadas.

Tabla 2. Muestra

| Nombre del título valor | Nemotécnico | Muestra |
|---|-------------|---------|
| ADP BANCOLOMBIA S.A. | PFBColom | 1312 |
| AO ALMACENES EXITO S.A. | Éxito | 1292 |
| AO BANCO DE BOGOTA | Bogota | 1313 |
| AO BANCOLOMBIA | Bcolombia | 1313 |
| AO CEMENTOS ARGOS S.A | Cemargos | 1313 |
| AO CIA. COLOMBIANA DE TEJIDOS S.A. | Coltejer | 1313 |
| AO COMPAÑIA COLOMBIANA DE INVERSIONES S.A. | Colinvers | 1313 |
| AO CORPORACION FINANCIERA COLOMBIANA S.A. | CorficolCF | 1313 |
| AO ECOPETROL S.A. | Ecopetrol | 834 |
| AO EMPRESA DE TELECOMUNICACIONES DE BOGOTA S.A. ESP | ETB | 1071 |
| AO GRUPO AVAL ACCIONES Y VALORES S.A. | Grupoaval | 1313 |
| AO INTERBOLSA S.A. | Interbolsa | 1313 |
| AO ISAGEN S.A. E.S.P. | ISAGEN | 884 |
| AO TABLEROS Y MADERAS CALDAS S.A. | Tablemac | 1313 |
| AO TEXTILES FABRICATO TEJICONDOR S.A. | Fabricato | 1313 |

Fuente: Bolsa de Valores de Colombia

El nemotécnico, tal y como aparece en los datos presentados por la BVC, hace referencia a como se reconoce la acción de una determinada firma dentro del mercado. Aunque anteriormente se especificó los diferentes niveles de confianza bajo estudio, por simplicidad se suprimieron los resultados del VaR a los niveles de 95.5%, 96.5%, 97.5% y 98.5%. Adicionalmente los valores del VaR y del ETL fueron aproximados a 4 decimales. Sin pérdida de importancia, los programas estadísticos utilizados fueron Eviews y Excel.

Como era de esperarse, de acuerdo a la literatura revisada y a los estudios empíricos realizados por los autores citados en el presente, la estimación del VaR, con los datos considerados, creció a medida que el nivel de confianza aumentaba. Los valores del VaR estimado bajo simulación histórica se presentan a continuación en el cuadro 3.

Tabla 3. Resultados de VaR por simulación histórica

| Activo | VaR por Simulación Histórica Básica | | | | | | | | | |
|------------------------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| PFBColom | 0,0326 | 0,0352 | 0,0392 | 0,0436 | 0,0530 | 0,0653 | 0,0710 | 0,0726 | 0,0996 | 0,1088 |
| Éxito | 0,0319 | 0,0348 | 0,0385 | 0,0457 | 0,0607 | 0,0767 | 0,0815 | 0,0933 | 0,0992 | 0,1385 |
| Bogota | 0,0250 | 0,0282 | 0,0316 | 0,0366 | 0,0489 | 0,0741 | 0,0821 | 0,0889 | 0,1033 | 0,1151 |
| Bcolombia | 0,0288 | 0,0314 | 0,0353 | 0,0420 | 0,0566 | 0,0736 | 0,0798 | 0,0957 | 0,1151 | 0,1911 |
| Cemargos | 0,0312 | 0,0041 | 0,0360 | 0,0414 | 0,0523 | 0,0589 | 0,0749 | 0,0953 | 0,1528 | 0,1692 |
| Coltejer* | 0,0478 | 0,0572 | 0,0730 | 0,0864 | 0,1325 | 0,1677 | 0,1753 | 0,1771 | 0,1866 | 0,1877 |
| Colinvers* | 0,0302 | 0,0344 | 0,0402 | 0,0491 | 0,0690 | 0,0831 | 0,0872 | 0,0927 | 0,1225 | 0,1955 |
| CorficolCF | 0,0272 | 0,0301 | 0,0345 | 0,0437 | 0,0594 | 0,0785 | 0,0795 | 0,0839 | 0,1046 | 0,1705 |
| Ecopetrol | 0,0271 | 0,0309 | 0,0323 | 0,0366 | 0,0438 | 0,0572 | 0,0884 | 0,0894 | 0,0996 | 0,0996 |
| ETB* | 0,0364 | 0,0410 | 0,0475 | 0,0542 | 0,0658 | 0,0829 | 0,0834 | 0,0924 | 0,1702 | 0,2144 |
| Grupoaval | 0,0306 | 0,0336 | 0,0398 | 0,0490 | 0,0654 | 0,0770 | 0,0784 | 0,0866 | 0,1178 | 0,1178 |
| Interbolsa* | 0,0338 | 0,0414 | 0,0483 | 0,0574 | 0,0827 | 0,1198 | 0,1293 | 0,1570 | 0,1684 | 0,1926 |
| ISAGEN | 0,0221 | 0,0255 | 0,0289 | 0,0352 | 0,0523 | 0,0640 | 0,0822 | 0,0937 | 0,0943 | 0,0943 |
| Tablemac | 0,0486 | 0,0543 | 0,0640 | 0,0723 | 0,0910 | 0,1138 | 0,1157 | 0,1162 | 0,1382 | 0,1542 |
| Fabricato | 0,0522 | 0,0603 | 0,0681 | 0,0800 | 0,1021 | 0,1287 | 0,1317 | 0,1431 | 0,1605 | 0,1858 |
| 1-α | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 99,5 | 99,6 | 99,7 | 99,8 | 99,9 |

El cuadro 3., por la misma definición del VaR, muestra cuanto se puede perder si se invierte en una de las anteriores acciones. Por ejemplo, al 95% de confianza, si se invierte en la acción de ISAGEN en condiciones normales de mercado, puede generar una pérdida de 2.21%. Una interpretación análoga puede ser que al invertir en la acción de ISAGEN 5 de cada 100 veces, se tendrá una pérdida del 2.21% del monto invertido.

Para la obtención de algunos de los valores en riesgo, no fue posible obtener unos modelos GARCH (p,q) debido a que el modelo ARIMA (p,d,q) bajo el cual se modelaron los retornos no presentaban heterocedasticidad condicional autorregresiva. El Anexo A presenta los modelos GARCH ajustados a los activos acá desarrollados. Debido a esto no fue posible desarrollar el VaR y el ETL con la última desviación estándar de la serie de las varianzas condicionales resultantes de los modelos GARCH. Por este inconveniente, los valores en riesgo y las pérdidas esperadas de las colas de las acciones de Coltejer, Colinvers, ETB e Interbolsa, las cuales aparecen acompañadas de asterisco en el cuadro 3., fueron calculados con base en la desviación estándar muestral de la distribución de los respectivos retornos. De acuerdo a esto no es posible comparar, por ejemplo, la acción de PFBancolom con la acción de Coltejer, por el hecho de que la desviación estándar usada en el cálculo del VaR no proviene de un mismo método.

Sin embargo, las acciones que no están acompañadas con asterisco si son comparables y como puede observarse, a los niveles de confianza que van desde 95% hasta 99,7%, fue la de mayor VaR, es decir, la que puede generar una mayor pérdida, es la de Fabricato.

A continuación, los cuadros 4., 5., y 6., presentarán los resultados de los valores en riesgo calculados bajo simulación histórica ponderada por volatilidad, suponiendo normalidad y suponiendo una distribución *t*. La interpretación de los diversos resultados VaR's es análoga a los resultados obtenidos en el cuadro 3.

Tabla 4. Resultados de VaR por simulación histórica ponderada por volatilidad

| Activo | VaR por Simulación Histórica Ponderada por Volatilidad | | | | | | | | | |
|------------------------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| PFBColom | 0,0236 | 0,0267 | 0,0309 | 0,0339 | 0,0399 | 0,0490 | 0,0559 | 0,0581 | 0,0617 | 0,0737 |
| Éxito | 0,0220 | 0,0245 | 0,0285 | 0,0324 | 0,0399 | 0,0507 | 0,0521 | 0,0585 | 0,0622 | 0,0691 |
| Bogota | 0,0177 | 0,0198 | 0,0228 | 0,0249 | 0,0285 | 0,0385 | 0,0390 | 0,0399 | 0,0497 | 0,0633 |
| Bcolombia | 0,0213 | 0,0227 | 0,0246 | 0,0296 | 0,0331 | 0,0368 | 0,0388 | 0,0400 | 0,0476 | 0,0539 |
| Cemargos | 0,0230 | 0,0261 | 0,0278 | 0,0324 | 0,0381 | 0,0435 | 0,0439 | 0,0458 | 0,0651 | 0,0705 |
| Coltejer* | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| Colinvers* | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| CorficolCF | 0,0155 | 0,0174 | 0,0193 | 0,0216 | 0,0250 | 0,0355 | 0,0379 | 0,0386 | 0,0567 | 0,0633 |
| Ecopetrol | 0,0233 | 0,0251 | 0,0276 | 0,0300 | 0,0325 | 0,0406 | 0,0454 | 0,0537 | 0,0552 | 0,0552 |
| ETB* | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| Grupoaval | 0,0175 | 0,0194 | 0,0221 | 0,0246 | 0,0308 | 0,0380 | 0,0384 | 0,0393 | 0,0462 | 0,0517 |
| Interbolsa* | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| ISAGEN | 0,0360 | 0,0394 | 0,0424 | 0,0594 | 0,0734 | 0,0864 | 0,0873 | 0,0878 | 0,1836 | 0,1836 |
| Tablemac | 0,0385 | 0,0417 | 0,0479 | 0,0572 | 0,0716 | 0,0829 | 0,0900 | 0,0905 | 0,0980 | 0,1312 |
| Fabricato | 0,0648 | 0,0706 | 0,0783 | 0,0855 | 0,1009 | 0,1391 | 0,1402 | 0,1501 | 0,1553 | 0,1658 |
| 1-α | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 99,5 | 99,6 | 99,7 | 99,8 | 99,9 |

Tabla 5. Resultados de VaR bajo distribución normal estándar

| Activo | VaR normal estándar | | | | | | | | | |
|------------------------------|----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| PFBColom | 0,0241 | 0,0256 | 0,0275 | 0,0300 | 0,0339 | 0,0375 | 0,0386 | 0,0400 | 0,0418 | 0,0449 |
| Éxito | 0,0235 | 0,0249 | 0,0267 | 0,0291 | 0,0328 | 0,0362 | 0,0373 | 0,0386 | 0,0404 | 0,0433 |
| Bogota | 0,0178 | 0,0189 | 0,0203 | 0,0221 | 0,0250 | 0,0276 | 0,0284 | 0,0294 | 0,0308 | 0,0331 |
| Bcolombia | 0,0218 | 0,0232 | 0,0249 | 0,0271 | 0,0307 | 0,0339 | 0,0349 | 0,0362 | 0,0378 | 0,0406 |
| Cemargos | 0,0251 | 0,0268 | 0,0288 | 0,0316 | 0,0359 | 0,0399 | 0,0411 | 0,0426 | 0,0447 | 0,0480 |
| Coltejer* | 0,1123 | 0,1197 | 0,1288 | 0,1410 | 0,1601 | 0,1777 | 0,1830 | 0,1897 | 0,1989 | 0,2138 |
| Colinvers* | 0,1095 | 0,1166 | 0,1253 | 0,1369 | 0,1553 | 0,1720 | 0,1771 | 0,1836 | 0,1923 | 0,2066 |
| CorficolCF | 0,0168 | 0,0179 | 0,0191 | 0,0208 | 0,0235 | 0,0260 | 0,0267 | 0,0276 | 0,0289 | 0,0310 |
| Ecopetrol | 0,0223 | 0,0237 | 0,0254 | 0,0276 | 0,0312 | 0,0344 | 0,0354 | 0,0367 | 0,0384 | 0,0412 |
| ETB* | 0,0408 | 0,0434 | 0,0467 | 0,0510 | 0,0577 | 0,0639 | 0,0658 | 0,0682 | 0,0715 | 0,0767 |
| Grupoaval | 0,0172 | 0,0183 | 0,0196 | 0,0213 | 0,0241 | 0,0266 | 0,0274 | 0,0284 | 0,0297 | 0,0318 |
| Interbolsa* | 0,0821 | 0,0875 | 0,0941 | 0,1028 | 0,1166 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1380 | 0,1446 | 0,1553 |
| ISAGEN | 0,0369 | 0,0393 | 0,0421 | 0,0460 | 0,0520 | 0,0576 | 0,0593 | 0,0614 | 0,0643 | 0,0690 |
| Tablemac | 0,0354 | 0,0377 | 0,0404 | 0,0441 | 0,0498 | 0,0551 | 0,0567 | 0,0587 | 0,0615 | 0,0660 |
| Fabricato | 0,0631 | 0,0671 | 0,0721 | 0,0787 | 0,0891 | 0,0987 | 0,1016 | 0,1053 | 0,1103 | 0,1184 |
| 1-α | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 99,5 | 99,6 | 99,7 | 99,8 | 99,9 |

Tabla 6. Resultados de VaR bajo distribución *t*

| Activo | VaR-t | | | | | | | | | |
|------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 99,5 | 99,6 | 99,7 | 99,8 | 99,9 |
| PFBColom (5) | 0,0304 | 0,0326 | 0,0354 | 0,0396 | 0,0474 | 0,0560 | 0,0590 | 0,0630 | 0,0691 | 0,0804 |
| Éxito (5) | 0,0282 | 0,0302 | 0,0328 | 0,0367 | 0,0437 | 0,0516 | 0,0543 | 0,0580 | 0,0635 | 0,0738 |
| Bogota (5) | 0,0196 | 0,0210 | 0,0228 | 0,0256 | 0,0305 | 0,0361 | 0,0380 | 0,0406 | 0,0444 | 0,0517 |
| Bcolombia (4) | 0,0251 | 0,0269 | 0,0293 | 0,0327 | 0,0391 | 0,0462 | 0,0487 | 0,0520 | 0,0570 | 0,0663 |
| Cemargos (4) | 0,0278 | 0,0299 | 0,0327 | 0,0367 | 0,0442 | 0,0526 | 0,0554 | 0,0593 | 0,0651 | 0,0761 |
| Coltejer* (4) | 0,1244 | 0,1336 | 0,1459 | 0,1639 | 0,1970 | 0,2338 | 0,2466 | 0,2638 | 0,2895 | 0,3379 |
| Colinvers* (4) | 0,1211 | 0,1299 | 0,1416 | 0,1588 | 0,1905 | 0,2257 | 0,2380 | 0,2544 | 0,2790 | 0,3253 |
| CorficolCF (4) | 0,0185 | 0,0198 | 0,0215 | 0,0240 | 0,0286 | 0,0338 | 0,0356 | 0,0380 | 0,0415 | 0,0483 |
| Ecopetrol (5) | 0,0268 | 0,0287 | 0,0312 | 0,0348 | 0,0416 | 0,0491 | 0,0517 | 0,0552 | 0,0604 | 0,0703 |
| ETB* (4) | 0,0451 | 0,0484 | 0,0527 | 0,0591 | 0,0708 | 0,0838 | 0,0883 | 0,0944 | 0,1035 | 0,1206 |
| Grupoaval (5) | 0,0207 | 0,0222 | 0,0241 | 0,0269 | 0,0322 | 0,0380 | 0,0400 | 0,0427 | 0,0468 | 0,0544 |
| Interbolsa* (5) | 0,0909 | 0,0975 | 0,1064 | 0,1193 | 0,1432 | 0,1697 | 0,1789 | 0,1913 | 0,2098 | 0,2448 |
| ISAGEN (4) | 0,0407 | 0,0437 | 0,0475 | 0,0532 | 0,0637 | 0,0754 | 0,0794 | 0,0848 | 0,0930 | 0,1083 |
| Tablemac (5) | 0,0428 | 0,0458 | 0,0498 | 0,0557 | 0,0667 | 0,0788 | 0,0830 | 0,0886 | 0,0971 | 0,1130 |
| Fabricato (5) | 0,0763 | 0,0818 | 0,0891 | 0,0999 | 0,1196 | 0,1416 | 0,1492 | 0,1595 | 0,1748 | 0,2037 |
| 1-α | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 99,5 | 99,6 | 99,7 | 99,8 | 99,9 |

De acuerdo al cuadro 4., y tal como se estableció anteriormente, el comportamiento de los retornos de Coltejer, Colinvers, ETB e Interbolsa no presentaron heterocedasticidad condicional autorregresiva y por tanto no fue posible estimar sus respectivos VaR bajo simulación histórica ponderada por volatilidad. Como nota adicional, los respectivos números que se encuentran entre paréntesis en la columna donde aparecen los nombres de los activos en el cuadro 6., son los grados de libertad de cada una de las hipotéticas distribuciones t que fueron usadas para estimar el VaR de cada uno de los respectivos retornos. Un hecho característico al asumir una función de distribución predeterminada para obtener el VaR, es que las medidas de exposición al riesgo resultaron mayores en los activos al asumir una distribución t que una distribución normal estándar. Una posible explicación respecto a la diferencia entre el VaR normal y el VaR bajo un t , es que la distribución $t - student$, al tener colas más gruesas, recoge más masa probabilística ajustándose mejor a la verdadera distribución de los retornos.

Un punto crítico en el desarrollo del presente es la obtención del VaR a niveles de confianza extremos. Tales niveles de confianza van desde el 99% hasta el 99.9%. En estos niveles existe una distinción importante entre las teorías que subyacen a la obtención del VaR y del ETL. De acuerdo al teorema de Fisher-Tippet, el cual estructura la teoría del valor extremo, no es posible modelar las colas de una distribución suponiendo normalidad. Si no es posible suponer normalidad, entonces la teoría del límite central no es adecuada para modelar las observaciones extremas. La teoría del valor extremo, en definitiva, indica que las observaciones extremas deberían ser modeladas mediante una distribución de valor extremo generalizado y que de acuerdo al índice de cola, la distribución puede converger a una distribución Weibull, Gumble o Frèchet. El siguiente cuadro muestra el estimador de Hill el cual estima el índice de cola para los diferentes retornos de los activos bajo estudio. Para obtener estas estimaciones se usó la ecuación (6).

Tabla 7. Resultados de estimador de Hill

| Activo | ξ (Psi) |
|-------------|-------------|
| PFBColom | 0,22584 |
| Éxito | 0,06543 |
| Bogota | 0,05229 |
| Bcolombia | -0,19955 |
| Cemargos | -0,01245 |
| Coltejer* | 0,29662 |
| Colinvers* | -0,22365 |
| CorficolCF | -0,59757 |
| Ecopetrol | 0,17791 |
| ETB* | -0,28541 |
| Grupoaval | -0,07395 |
| Interbolsa* | 0,15498 |
| ISAGEN | 0,27455 |
| Tablemac | 0,19858 |
| Fabricato | 0,13667 |

El símbolo ξ indica el estimador de Hill para el índice de cola. Se observa que la acción de BColombia, Cemargos, Colinvers, CorficolCF, ETB y Grupoaval presentaron un indicador de cola negativo lo cual sugiere que la distribución de valor extremo converge a una distribución Weibull. Sin embargo, como se especificó anteriormente, los valores en riesgo bajo valor extremo generalizado serían calculados sólo mediante distribuciones Gumble y Frèchet, es decir que sería calculado para aquellas distribuciones cuyo estimador de Hill fuera cero o positivo, respectivamente. Un estimador de Hill negativo sugiere que la distribución de valor extremo generalizado converge a una distribución Weibull, mientras que un estimador de Hill igual a cero o con valor positivo, converge a una distribución Gumbel o Frèchet, respectivamente. Como sugiere Dowd (2002), las distribuciones Weibull tienen la característica de tener colas más pequeñas que las de una distribución normal. Por tanto estas distribuciones no son apropiadas para modelar series financieras. Sin embargo, por una parte, para aquellas acciones cuyo índice de Hill sea negativo, se supondrá que el índice será cero. Dicho de otra manera, al suponer que tal índice es cero, se fuerza a que la función de distribución de valor extremo que tomen los retornos de las acciones sea una Gumble. Esto tiene un objeto comparativo. La tabla 7., indica que los índices de Hill asignan una distribución Frèchet o una Weibull a los retornos de las acciones. Como no se trabaja con una Weibull, se busca poder comparar las distribuciones Frèchet con alguna otra distribución de valor extremo: La única resultante es la distribución Gumble, debido a que su cola es más gruesa que la de una Weibull. Es por esta razón comparativa que se supone que aquellos índices negativos sean cero. Por otro lado y adicionalmente, siguiendo el propósito comparativo, no sólo las acciones con un índice de Hill negativo serán modeladas bajo una distribución Gumble, si no todas las acciones bajo estudio. Como puede notar el lector, ninguna de las acciones toma un valor exacto a cero. No obstante es necesario comparar la distribución Frèchet con alguna otra distribución de valor extremo y debido a que la cola de la Gumble es más gruesa que la de la Weibull, entonces por sus características estadísticas más favorables se tomará una Gumble.

A continuación, en el cuadro 8., y el cuadro 9., se presentan los resultados de los diferentes valores en riesgo calculados para los activos bajo investigación obtenidos. En caso de que el estimador de Hill sea positivo, se presentará el VaR calculado a partir de las distribuciones Frèchet.

Tabla 8. Resultados de VaR bajo distribución Gumble

| Activo | VaR bajo Valor Extremo Generalizado (Gumble) | | | | | | | | | |
|------------------------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PFBColom | 0,0432 | 0,0464 | 0,0506 | 0,0565 | 0,0666 | 0,0766 | 0,0798 | 0,0839 | 0,0898 | 0,0997 |
| Éxito | 0,0416 | 0,0448 | 0,0488 | 0,0544 | 0,0640 | 0,0735 | 0,0766 | 0,0805 | 0,0861 | 0,0956 |
| Bogota | 0,0318 | 0,0342 | 0,0373 | 0,0416 | 0,0490 | 0,0563 | 0,0587 | 0,0618 | 0,0660 | 0,0734 |
| Bcolombia | 0,0390 | 0,0420 | 0,0458 | 0,0511 | 0,0602 | 0,0692 | 0,0721 | 0,0759 | 0,0811 | 0,0901 |
| Cemargos | 0,0461 | 0,0498 | 0,0544 | 0,0609 | 0,0720 | 0,0831 | 0,0866 | 0,0912 | 0,0976 | 0,1086 |
| Coltejer* | 0,2054 | 0,2214 | 0,2420 | 0,2708 | 0,3199 | 0,3687 | 0,3845 | 0,4047 | 0,4332 | 0,4819 |
| Colinvers* | 0,1985 | 0,2139 | 0,2336 | 0,2611 | 0,3081 | 0,3548 | 0,3698 | 0,3892 | 0,4165 | 0,4631 |
| CorficolCF | 0,0298 | 0,0321 | 0,0349 | 0,0389 | 0,0458 | 0,0526 | 0,0548 | 0,0576 | 0,0616 | 0,0684 |
| Ecopetrol | 0,0396 | 0,0426 | 0,0464 | 0,0518 | 0,0609 | 0,0699 | 0,0729 | 0,0766 | 0,0819 | 0,0910 |
| ETB* | 0,0737 | 0,0794 | 0,0867 | 0,0969 | 0,1142 | 0,1315 | 0,1371 | 0,1442 | 0,1543 | 0,1716 |
| Grupoaval | 0,0306 | 0,0329 | 0,0359 | 0,0400 | 0,0471 | 0,0542 | 0,0564 | 0,0593 | 0,0634 | 0,0705 |
| Interbolsa* | 0,1492 | 0,1608 | 0,1756 | 0,1964 | 0,2318 | 0,2670 | 0,2783 | 0,2929 | 0,3135 | 0,3486 |
| ISAGEN | 0,0664 | 0,0714 | 0,0779 | 0,0871 | 0,1026 | 0,1180 | 0,1230 | 0,1294 | 0,1384 | 0,1539 |
| Tablemac | 0,0634 | 0,0682 | 0,0744 | 0,0831 | 0,0978 | 0,1125 | 0,1172 | 0,1233 | 0,1319 | 0,1465 |
| Fabricato | 0,1138 | 0,1225 | 0,1337 | 0,1494 | 0,1762 | 0,2028 | 0,2114 | 0,2224 | 0,2379 | 0,2645 |
| 1-α | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 99,5 | 99,6 | 99,7 | 99,8 | 99,9 |

Tabla 9. Resultados de VaR bajo distribución Frèchet

| Activo | VaR bajo Valor Extremo Generalizado (Frèchet) | | | | | | | | | |
|------------------------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| PFBColom | 0,0871 | 0,0950 | 0,1058 | 0,1222 | 0,1539 | 0,1908 | 0,2040 | 0,2219 | 0,2493 | 0,3023 |
| Éxito | 0,0601 | 0,0642 | 0,0694 | 0,0770 | 0,0904 | 0,1043 | 0,1089 | 0,1149 | 0,1236 | 0,1390 |
| Bogota | 0,0449 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0572 | 0,0668 | 0,0767 | 0,0800 | 0,0843 | 0,0904 | 0,1012 |
| Bcolombia | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| Cemargos | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| Coltejer* | 0,4919 | 0,5432 | 0,6142 | 0,7249 | 0,9470 | 1,2190 | 1,3191 | 1,4582 | 1,6756 | 2,1132 |
| Colinvers* | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| CorficolCF | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| Ecopetrol | 0,0718 | 0,0778 | 0,0858 | 0,0978 | 0,1204 | 0,1458 | 0,1547 | 0,1666 | 0,1845 | 0,2183 |
| ETB* | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| Grupoaval | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A | N.A |
| Interbolsa* | 0,2613 | 0,2825 | 0,3108 | 0,3528 | 0,4306 | 0,5169 | 0,5467 | 0,5866 | 0,6460 | 0,7566 |
| ISAGEN | 0,1494 | 0,1643 | 0,1848 | 0,2165 | 0,2793 | 0,3550 | 0,3826 | 0,4207 | 0,4798 | 0,5974 |
| Tablemac | 0,1207 | 0,1312 | 0,1454 | 0,1667 | 0,2072 | 0,2535 | 0,2698 | 0,2919 | 0,3253 | 0,3890 |
| Fabricato | 0,1911 | 0,2060 | 0,2258 | 0,2550 | 0,3086 | 0,3673 | 0,3874 | 0,4142 | 0,4538 | 0,5267 |
| 1-α | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 99,5 | 99,6 | 99,7 | 99,8 | 99,9 |

De igual manera, la interpretación del VaR bajo las distribuciones Gumble o Frèchet es análoga a los valores en riesgo anteriormente calculado. Por ejemplo, al invertir en la acción de PFBColom, 0.1 de cada 100 veces se puede obtener una pérdida de 9.97% bajo una distribución Gumble o de 30.23% suponiendo una Frèchet.

La acción de Coltejer merece una mención especial en los resultados de la tabla 8. Como todas las acciones, a medida que aumenta el nivel de confianza, el VaR aumenta exponencialmente (Dowd, 2002). Sin embargo, a partir del 99,5%, la acción de Coltejer empieza a generar posibles pérdidas mayores al 100%. Debido a que la varianza muestral es más grande que la varianza obtenida a partir de las series de varianzas de los modelos GARCH, puede decirse que la varianza muestral usada en el VaR de Coltejer afecta mucho más que las varianzas obtenidas de los modelos GARCH usadas para los valores en riesgo de los otros activos. Además la varianza de los retornos obtenidos para Coltejer es la más grande entre el total de varianzas utilizadas en el presente –incluyendo varianzas de los modelos GARCH y muestrales.- Obsérvese también el VaR-Frèchet de la acción de Interbolsa; Aunque las pérdidas posibles no fueron mayores al 100%, el VaR generado fue del 75,66%. Esto es una pérdida bastante elevada.

Los resultados de los valores en riesgo obtenidos bajo una Gumble y una Frèchet fueron calculados para niveles de confianza no extremos; es decir para niveles que están entre 95% y 98%. Aunque los resultados a este rango de confianza deberían ser obtenidos a partir de distribuciones cobijadas por la teoría del límite central, se presentaron estos resultados con un propósito comparativo. A continuación, con el propósito de comparar los diferentes valores en riesgo, sólo se tomarán unos niveles de confianza del 95% y del 99.9%. Es decir se tomará el nivel de confianza más tradicional y el nivel de confianza más extremo.

A continuación se presenta un cuadro de resumen, el cual busca comparar los diferentes valores en riesgo calculados hasta ahora bajo los niveles de confianza especificados en el párrafo anterior.

Tabla 10. Cuadro comparativo de resultados

| Activo | No Paramétrico | | | | Paramétrico | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------------|--------|--|--------|---------------------|--------|--------|--------|--------------|--------|---------------|--------|
| | VaR por Simulación Histórica Básica | | VaR por Simulación Histórica Ponderada por Volatilidad | | VaR normal estándar | | VaR-t | | VaR (Gumble) | | VaR (Frèchet) | |
| PFBColom | 0,0326 | 0,1088 | 0,0236 | 0,0737 | 0,0241 | 0,0449 | 0,0304 | 0,0804 | 0,0432 | 0,0997 | 0,0871 | 0,3023 |
| Éxito | 0,0319 | 0,1385 | 0,0220 | 0,0691 | 0,0235 | 0,0433 | 0,0282 | 0,0738 | 0,0416 | 0,0956 | 0,0601 | 0,1390 |
| Bogota | 0,0250 | 0,1151 | 0,0177 | 0,0633 | 0,0178 | 0,0331 | 0,0196 | 0,0517 | 0,0318 | 0,0734 | 0,0449 | 0,1012 |
| Bcolombia | 0,0288 | 0,1911 | 0,0213 | 0,0539 | 0,0218 | 0,0406 | 0,0251 | 0,0663 | 0,0390 | 0,0901 | N.A | N.A |
| Cemargos | 0,0312 | 0,1692 | 0,0230 | 0,0705 | 0,0251 | 0,0480 | 0,0278 | 0,0761 | 0,0461 | 0,1086 | N.A | N.A |
| Coltejer* | 0,0478 | 0,1877 | N.A | N.A | 0,1123 | 0,2138 | 0,1244 | 0,3379 | 0,2054 | 0,4819 | 0,4919 | 2,1132 |
| Colinvers* | 0,0302 | 0,1955 | N.A | N.A | 0,1095 | 0,2066 | 0,1211 | 0,3253 | 0,1985 | 0,4631 | N.A | N.A |
| CorficolCF | 0,0272 | 0,1705 | 0,0155 | 0,0633 | 0,0168 | 0,0310 | 0,0185 | 0,0483 | 0,0298 | 0,0684 | N.A | N.A |
| Ecopetrol | 0,0271 | 0,0996 | 0,0233 | 0,0552 | 0,0223 | 0,0412 | 0,0268 | 0,0703 | 0,0396 | 0,0910 | 0,0718 | 0,2183 |
| ETB* | 0,0364 | 0,2144 | N.A | N.A | 0,0408 | 0,0767 | 0,0451 | 0,1206 | 0,0737 | 0,1716 | N.A | N.A |
| Grupoaval | 0,0306 | 0,1178 | 0,0175 | 0,0517 | 0,0172 | 0,0318 | 0,0207 | 0,0544 | 0,0306 | 0,0705 | N.A | N.A |
| Interbolsa* | 0,0338 | 0,1926 | N.A | N.A | 0,0821 | 0,1553 | 0,0909 | 0,2448 | 0,1492 | 0,3486 | 0,2613 | 0,7566 |
| ISAGEN | 0,0221 | 0,0943 | 0,0360 | 0,1836 | 0,0369 | 0,0690 | 0,0407 | 0,1083 | 0,0664 | 0,1539 | 0,1494 | 0,5974 |
| Tablemac | 0,0486 | 0,1542 | 0,0385 | 0,1312 | 0,0354 | 0,0660 | 0,0428 | 0,1130 | 0,0634 | 0,1465 | 0,1207 | 0,3890 |
| Fabricato | 0,0522 | 0,1858 | 0,0648 | 0,1658 | 0,0631 | 0,1184 | 0,0763 | 0,2037 | 0,1138 | 0,2645 | 0,1911 | 0,5267 |
| 1-α | 95 | 99,9 | 95 | 99,9 | 95 | 99,9 | 95 | 99,9 | 95 | 99,9 | 95 | 99,9 |

Dentro de los métodos paramétricos se observa que la acción que representa un mayor riesgo, en condiciones normales de mercado, a un nivel de confianza del 95% y estimado bajo la varianza de los respectivos modelos GARCH es Fabricato. Por otro lado, el mayor valor en riesgo al 99.9% de confianza bajo los métodos de simulación histórica y simulación histórica ponderada por volatilidad respectivamente, lo presentan las acciones de Bcolombia e ISAGEN con valores en riesgo de 19.11% y 18.36%, respectivamente. Aunque en el método de simulación histórica la acción de Colivers presentó un VaR de 19.55% con un 99.9% de confianza, debe tenerse en cuenta que la desviación estándar usada es la desviación estándar muestral más no la resultante de la serie de varianzas condicionadas que aparecen en los respectivos modelos GARCH. Por tanto Colivers, y todas aquellas activos acompañados con asterisco en la primera columna, no pueden ser comparadas con el resto.

La desviación estándar muestral tiende a sobreestimar los valores de los VAR´s si se tiene como referencia la varianza condicional de los modelos GARCH.

Los métodos paramétricos mostraron unos valores en riesgo similares a aquellos estimados mediante métodos no paramétricos. A un 95% de confianza, la acción de Ecopetrol presentó un VaR de 2.23% bajo una distribución normal estándar y de 2.68% bajo una distribución *t* con 5 grados de libertad. Esto indica que al invertir en Ecopetrol 5 de cada 100 veces puede obtenerse una pérdida de 2.23% del monto de inversión inicial si la decisión de inversión se basa en el resultado presentado por el VaR normal estándar, o puede obtenerse una pérdida de 2.65% si la decisión de inversión se basa en un VaR-*t*.

Sin embargo, si erradamente se toma una decisión de invertir en Ecopetrol, basándose en un VaR-Gumble al 95% de confianza, se puede obtener una pérdida de 3.96% del monto de inversión inicial. Esto sobreestima el calculo en 1.73% si se compara con un VaR normal o en 1.28% si se compara con el resultado arrojado por el VaR-*t*. Análogamente, si erradamente se toma una decisión de invertir en Bogotá al 99.9% basándose en los métodos de VaR normal estándar o VaR-*t*, puede subestimarse el cálculo en 4.95% y en 6.81% si se comparan el VaR normal y el VaR-*t* con un VaR-Frèchet, respectivamente. De igual manera se puede cometer una subestimación de 2.16% si se compara el VaR-*t* con un VaR-Gumble y una subestimación de 4.03% si se compara un VaR normal con un VaR-Gumble al nivel de confianza de 99.9%.

A pesar de todo, como la literatura financiera plantea, el VaR no es una medida coherente de la estimación del riesgo. Una forma alternativa de medición mucho más apropiada para la estimación de la exposición al riesgo de activos financieros es la pérdida esperada de las colas o ETL. EL *Expected Shortfall* mide la exposición al riesgo de un activo financiero en el peor de los escenarios económicos. El siguiente cuadro presenta los resultados de la estimación del ETL, de las acciones bajo investigación, mediante los métodos de simulación histórica y simulación histórica ponderada por volatilidad.

Tabla 11. Resultados de ETL no paramétrico

| Activo | ETL por Simulación Histórica Básica | ETL por Simulación Histórica Ponderada por Volatilidad |
|------------------------------|-------------------------------------|--|
| PFBColom | 0,0384 | 0,0294 |
| Éxito | 0,0394 | 0,0278 |
| Bogota | 0,0315 | 0,0219 |
| Bcolombia | 0,0361 | 0,0252 |
| Cemargos | 0,0330 | 0,0284 |
| Coltejer* | 0,0714 | N.A |
| Colinvers* | 0,0406 | N.A |
| CorficolCF | 0,0359 | 0,0190 |
| Ecopetrol | 0,0327 | 0,0270 |
| ETB* | 0,0460 | N.A |
| Grupoaval | 0,0404 | 0,0215 |
| Interbolsa* | 0,0476 | N.A |
| ISAGEN | 0,0291 | 0,0463 |
| Tablemac | 0,0622 | 0,0484 |
| Fabricato | 0,0682 | 0,0768 |
| 1-α | [95;98,5] | [95;98,5] |

Debido a que el cálculo de ETL requiere promediar los diferentes valores en riesgo de un activo para un rango de niveles de confianza, la última celda, la que aparece indicada con el rango [95; 98,5], indica el rango de niveles de confianza bajo el cual se obtuvo el ETL. Es decir, que todos los valores de VaR de un activo que fueron obtenidos bajo el rango de niveles de confianza que están dentro del 95% hasta el 98.5%, se promediaron para obtener el ETL. La interpretación del ETL es análoga a la del VaR sólo que cambia el escenario financiero: mientras que en el VaR la interpretación estaba condicionada a una situación “normal” de mercado, el ETL está condicionado a la peor situación de mercado. Por ejemplo, para CorficolCF el ETL fue de 3.59% bajo simulación histórica y de 1.9% bajo simulación histórica ponderada por volatilidad, lo que indica que en el peor de los escenarios, al invertir en CorficolCF se puede perder 3.59% o 1.9% bajo las peores condiciones de mercado.

A continuación se presentan los resultados del ETL estimado suponiendo normalidad y una distribución t .

Tabla 12. Resultado de ETL bajo distribución normal estándar

| 1- α | ETL normal estándar | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------|---------------------|----------|-----------|----------|---------|------------|------------|-----------|----------|-----------|-------------|---------|---------|---------|-----------|
| | Ecopetrol | PFBColom | Bcolombia | Cemargos | Éxito | Colinvers* | CorficolCF | Grupoaval | Tablemac | Fabricato | Interbolsa* | ETB* | Bogota | ISAGEN | Coltejer* |
| 95 | 0,2488 | 0,2734 | 0,2471 | 0,3007 | 0,2613 | 1,2758 | 0,1869 | 0,1929 | 0,4018 | 0,7273 | 0,9608 | 0,4720 | 0,2011 | 0,4226 | 1,3315 |
| 95,5 | 0,2778 | 0,3053 | 0,2759 | 0,3360 | 0,2917 | 1,4251 | 0,2086 | 0,2154 | 0,4488 | 0,8123 | 1,0734 | 0,5272 | 0,2245 | 0,4720 | 1,4876 |
| 96 | 0,3141 | 0,3452 | 0,3120 | 0,3801 | 0,3298 | 1,6118 | 0,2359 | 0,2435 | 0,5074 | 0,9186 | 1,2140 | 0,5962 | 0,2539 | 0,5337 | 1,6827 |
| 96,5 | 0,3607 | 0,3965 | 0,3583 | 0,4368 | 0,3787 | 1,8518 | 0,2709 | 0,2797 | 0,5828 | 1,0553 | 1,3948 | 0,6850 | 0,2916 | 0,6131 | 1,9336 |
| 97 | 0,4229 | 0,4649 | 0,4201 | 0,5124 | 0,4439 | 2,1718 | 0,3175 | 0,3279 | 0,6833 | 1,2376 | 1,6359 | 0,8033 | 0,3418 | 0,7189 | 2,2681 |
| 97,5 | 0,5099 | 0,5607 | 0,5066 | 0,6183 | 0,5353 | 2,6199 | 0,3828 | 0,3954 | 0,8241 | 1,4927 | 1,9735 | 0,9689 | 0,4122 | 0,8671 | 2,7365 |
| 98 | 0,6404 | 0,7043 | 0,6364 | 0,7771 | 0,6723 | 3,2919 | 0,4808 | 0,4966 | 1,0352 | 1,8754 | 2,4798 | 1,2174 | 0,5178 | 1,0893 | 3,4390 |
| 98,5 | 0,8580 | 0,9437 | 0,8527 | 1,0418 | 0,9006 | 4,4120 | 0,6441 | 0,6654 | 1,3870 | 2,5133 | 3,3236 | 1,6315 | 0,6938 | 1,4598 | 4,6098 |
| 99 | 1,2931 | 1,4226 | 1,2854 | 1,5712 | 1,3573 | 6,6521 | 0,9707 | 1,0029 | 2,0907 | 3,7890 | 5,0113 | 2,4596 | 1,0458 | 2,2006 | 6,9515 |
| 99,5 | 2,5983 | 2,8590 | 2,5832 | 3,1593 | 2,7273 | 13,3724 | 1,9505 | 2,0153 | 4,2019 | 7,6161 | 10,0745 | 4,9442 | 2,1017 | 4,4230 | 13,9766 |
| 99,6 | 3,2510 | 3,5772 | 3,2321 | 3,9533 | 3,4123 | 16,7326 | 2,4404 | 2,5215 | 5,2575 | 9,5297 | 12,6060 | 6,1864 | 2,6297 | 5,5342 | 17,4891 |
| 99,7 | 4,3387 | 4,7742 | 4,3137 | 5,2768 | 4,5540 | 22,3329 | 3,2569 | 3,3652 | 7,0167 | 12,7190 | 16,8253 | 8,2569 | 3,5096 | 7,3863 | 23,3433 |
| 99,8 | 6,5142 | 7,1682 | 6,4767 | 7,9236 | 6,8374 | 33,5335 | 4,8899 | 5,0526 | 10,5353 | 19,0976 | 25,2638 | 12,3978 | 5,2695 | 11,0903 | 35,0518 |
| 99,9 | 13,0406 | 14,3503 | 12,9659 | 15,8641 | 13,6875 | 67,1353 | 9,7888 | 10,1149 | 21,0910 | 38,2333 | 50,5794 | 24,8205 | 10,5492 | 22,2026 | 70,1771 |

Tabla 13. Resultados de ETL bajo distribución t

| 1-α | ETL-t | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------------|---------------|--------------|---------------|--------------|-----------|----------------|----------------|---------------|--------------|---------------|-----------------|----------|------------|------------|---------------|
| | Ecopetrol (5) | PFBColom (5) | Bcolombia (4) | Cemargos (4) | Éxito (5) | Colinvers* (4) | CorficolCF (4) | Grupoaval (5) | Tablemac (5) | Fabricato (5) | Interbolsa* (5) | ETB* (4) | Bogota (5) | ISAGEN (4) | Coltejer* (4) |
| 95 | 0,0969 | 0,1110 | 0,0915 | 0,1056 | 0,1018 | 0,4504 | 0,0665 | 0,0750 | 0,1561 | 0,2817 | 0,3390 | 0,1668 | 0,0714 | 0,1496 | 0,1244 |
| 95,5 | 0,1081 | 0,1239 | 0,1022 | 0,1181 | 0,1136 | 0,5032 | 0,0742 | 0,0838 | 0,1742 | 0,3147 | 0,3788 | 0,1864 | 0,0797 | 0,1671 | 0,1287 |
| 96 | 0,1221 | 0,1401 | 0,1155 | 0,1337 | 0,1283 | 0,5692 | 0,0839 | 0,0946 | 0,1970 | 0,3559 | 0,4285 | 0,2108 | 0,0900 | 0,1889 | 0,1336 |
| 96,5 | 0,1402 | 0,1609 | 0,1326 | 0,1538 | 0,1472 | 0,6540 | 0,0962 | 0,1086 | 0,2262 | 0,4088 | 0,4924 | 0,2421 | 0,1034 | 0,2170 | 0,1393 |
| 97 | 0,1643 | 0,1886 | 0,1555 | 0,1805 | 0,1725 | 0,7672 | 0,1127 | 0,1273 | 0,2651 | 0,4794 | 0,5776 | 0,2840 | 0,1211 | 0,2544 | 0,1459 |
| 97,5 | 0,1980 | 0,2274 | 0,1874 | 0,2179 | 0,2079 | 0,9256 | 0,1358 | 0,1535 | 0,3196 | 0,5782 | 0,6970 | 0,3425 | 0,1460 | 0,3068 | 0,1538 |
| 98 | 0,2485 | 0,2855 | 0,2353 | 0,2741 | 0,2609 | 1,1632 | 0,1705 | 0,1927 | 0,4014 | 0,7264 | 0,8760 | 0,4304 | 0,1834 | 0,3854 | 0,1639 |
| 98,5 | 0,3328 | 0,3825 | 0,3152 | 0,3677 | 0,3494 | 1,5592 | 0,2282 | 0,2580 | 0,5376 | 0,9735 | 1,1743 | 0,5768 | 0,2456 | 0,5163 | 0,1772 |
| 99 | 0,5013 | 0,5764 | 0,4750 | 0,5548 | 0,5263 | 2,3512 | 0,3437 | 0,3887 | 0,8102 | 1,4675 | 1,7710 | 0,8696 | 0,3700 | 0,7782 | 0,1970 |
| 99,5 | 1,0068 | 1,1580 | 0,9542 | 1,1163 | 1,0569 | 4,7272 | 0,6901 | 0,7809 | 1,6278 | 2,9498 | 3,5611 | 1,7480 | 0,7434 | 1,5640 | 0,2338 |
| 99,6 | 1,2596 | 1,4489 | 1,1938 | 1,3970 | 1,3222 | 5,9152 | 0,8633 | 0,9769 | 2,0366 | 3,6909 | 4,4562 | 2,1872 | 0,9300 | 1,9569 | 0,2466 |
| 99,7 | 1,6809 | 1,9336 | 1,5932 | 1,8649 | 1,7643 | 7,8952 | 1,1519 | 1,3037 | 2,7180 | 4,9261 | 5,9479 | 2,9192 | 1,2411 | 2,6117 | 0,2638 |
| 99,8 | 2,5234 | 2,9030 | 2,3920 | 2,8007 | 2,6487 | 11,8552 | 1,7293 | 1,9572 | 4,0807 | 7,3965 | 8,9314 | 4,3832 | 1,8633 | 3,9213 | 0,2895 |
| 99,9 | 5,0511 | 5,8114 | 4,7883 | 5,6081 | 5,3017 | 23,7352 | 3,4613 | 3,9178 | 8,1690 | 14,8078 | 17,8818 | 8,7753 | 3,7300 | 7,8500 | 0,3379 |

En términos generales, el ETL debe ser mayor que el VaR. Debido a que la estimación del ETL es posible mediante una fórmula directa, los cuadros 12., y 13., sólo son comparables directamente con los cuadros 5., y 6. Es decir que los resultados del ETL normal estándar son comparables directamente con los resultados del VaR normal estándar. El ETL, para los resultados estimados bajo los diferentes niveles de confianza, crece de una manera mucho más exponencial que el crecimiento del VaR para los resultados estimados bajo los diversos niveles de confianza. Debido a esto los resultados del ETL normal estándar y ETL-t a niveles de confianza extremos sobrepasan el 100%. Esto evidentemente es un claro signo de que las distribuciones cubiertas por el teorema del límite central, como por ejemplo la distribución normal y la t , no son apropiadas para estimar la pérdida esperada de las colas a niveles extremos.

A continuación se presenta los resultados del ETL estimado bajo una distribución Gumble y una distribución Frèchet.

Tabla 14. Resultados de ETL bajo distribuciones Gumble y Frèchet

| Activo | ETL - Gumble | ETL - Frèchet |
|------------------------------|------------------|------------------|
| PFBColom | 0,0827 | 0,2204 |
| Éxito | 0,0794 | 0,1135 |
| Bogota | 0,0609 | 0,0832 |
| Bcolombia | 0,0748 | N.A |
| Cemargos | 0,0899 | N.A |
| Coltejer* | 0,3988 | 1,4553 |
| Colinvers* | 0,3836 | N.A |
| CorficolCF | 0,0568 | N.A |
| Ecopetrol | 0,0755 | 0,1650 |
| ETB* | 0,1422 | N.A |
| Grupoaval | 0,0585 | N.A |
| Interbolsa* | 0,2887 | 0,5806 |
| ISAGEN | 0,1276 | 0,4191 |
| Tablemac | 0,1216 | 0,2895 |
| Fabricato | 0,2192 | 0,4097 |
| 1-α | [99;99,9] | [99;99,9] |

El cuadro 14., presenta los resultados del ETL-Gumble y ETL-Frèchet. Debido a la metodología empleada, este es el resultado del promedio del VaR-Gumble y el VaR-Frèchet a niveles de confianza extremos. Como se especificó anteriormente, los estimadores de Hill negativos serían eliminados y se supondría que el estimador sería cero. Es por eso que las acciones de Bcolombia, Cemargos, Colinvers, CorficolCF, ETB y Grupoaval, las cuales tuvieron un estimador de Hill negativo (Ver cuadro 7.) no fueron presentadas en la columna de resultados del ETL-Frèchet del cuadro 14. A comparación de los cuadros 12., y 13., la estimación del ETL bajo niveles de confianza extremos – en el presente van del

99% al 99.9% - tiene más sentido que en los dos cuadros anteriores. En el cuadro 14., el ETL de la acción de Bogotá bajo una distribución Gumble es del 6% y bajo una distribución Frèchet es de 8.32%, lo que sugiere que en el peor de los casos la exposición al riesgo que se adquiere al invertir en la acción de Bogotá es de 6% o de 8.32%. Sin embargo la acción de Coltejer, cuyo ETL-Frèchet fue de 1.4553 no es muy acertado. Esto se debe a, como se indicó anteriormente, la varianza utilizada en la estimación del VaR y del ETL de este activo, es la varianza muestral más no la varianza condicional resultado de los modelos GARCH. Nuevamente, los VaR's y ETL's de las acciones acompañadas de asterisco fueron calculados con la varianza y la desviación estándar muestral.

En términos de una medida objetiva en la toma de decisiones de inversión, una decisión basada incorrectamente puede generar posibles pérdidas mayores a las esperadas. Por ejemplo, Si algún inversionista decidiera basar su decisión en una medida como el ETL y basara su decisión de inversión en un ETL normal estándar o un ETL-t a un nivel de confianza extremo, podrían ocurrir algunas situaciones poco favorables. En primer lugar, a niveles extremos de confianza, como se observó en la tabla 12., y 13., es posible que los valores del ETL sobrepasen el 100% de las pérdidas esperadas y por tanto esto sea carente de sentido. Por otro lado, si de forma recursiva se hiciera un promedio del VaR normal estándar y el VaR-t en los niveles de confianza extremos trabajados en el presente (del 99% al 99.9%) para cada una de las acciones, es posible que el valor resultante ni siquiera esté dentro del rango de resultados de ETL que aparecen en las tabla 12., y 13., respectivamente. Por ejemplo, si se tomara la acción de Ecopetrol, puede encontrarse que el valor promedio del VaR normal estándar (de acuerdo a lo planteado bien puede ser el ETL normal estándar), a niveles de confianza extremos, es de 0.03621663 y que el valor promedio del VaR-t o ETL-t es de 0.0547007. Pero de acuerdo a los resultados de las tablas 12., y 13., los anteriores valores no están dentro del rango de resultados obtenidos mediante las fórmulas (11) y (12) para el ETL normal estándar y ETL-t de Ecopetrol.

Por tanto al basar una decisión de inversión en Ecopetrol a niveles de confianza extremos, existe una marcada diferencia entre un incorrecto ETL normal de 3.62% y un ETL-Gumble de 7.55% o un ETL-Frèchet de 16.5%. Análogamente, hay una diferencia entre un incorrecto ETL-t de 5.47% y un ETL-Gumble de 7.55% y un ETL-Frèchet de 16.5%. En general, al basar una decisión de inversión en un ETL a niveles de confianza extremos pero con una distribución normal o una distribución *t*, pueden generarse resultados absurdos como los presentados en los cuadros 12., y 13., o puede generarse una subestimación si se recurre al promedio de los VaR's calculados a niveles extremos de confianza.

A pesar de lo visto, los resultados al promediar los VaR's normal y los VaR-t, a niveles de confianza extremos, como medidas del ETL normal y el ETL-t, se acercan a los resultados arrojados por el ETL por simulación histórica y ETL por simulación histórica ponderada por volatilidad. Sin embargo, debido a que las metodologías no son las mismas, no son directamente comparables.

Conclusiones

La estimación de la exposición al riesgo de 15 de las acciones más bursátiles dentro del mercado accionario colombiano, mediante la metodología del valor en riesgo y la pérdida esperada de las colas, generó un conjunto de recomendaciones y de advertencias que deberían ser tenidas en cuenta a la hora de desarrollar modelos similares o al momento de tomar decisiones de inversión. En primer lugar, además de las diferencias conceptuales existentes entre el VaR y el ETL, existen diferencias en la magnitud de los resultados. Una vez que se encontró el resultado del VaR para uno de los activos, el resultado del ETL tenía una tendencia a ser más grande en magnitud. Adicionalmente, al estimar el VaR y el ETL bajo niveles de confianza tradicionales y extremos se encontró un resultado importante. Por un lado, al estimar el VaR bajo distribuciones cobijadas por la teoría del límite central bajo niveles de confianza extremos (del 99% en adelante) puede cometerse una subestimación en el verdadero resultado. Por otro lado, al estimar el VaR bajo alguna distribución cobijada por la teoría del valor extremo a niveles de confianza tradicionales (entre el 95% y el 98.5%), puede cometerse un error debido a que el resultado puede ser una sobreestimación del verdadero resultado.

Al estimar el ETL a niveles de confianza extremos bajo una función de distribución basada en la teoría del límite central como la normal o la t , puede llegarse a un resultado absurdo o, si recursivamente se promedian los valores en riesgo a niveles de confianza extremos, puede generar una subestimación del verdadero resultado.

El comité de Basilea, al sugerir que cada institución financiera es libre de realizar sus propios requerimientos de capital bajo su propio cálculo del VaR y que además es recomendable estimar a niveles de confianza superiores al 98%, debería tener en cuenta la teoría bajo el cual subyace la estimación del VaR. No es claro en donde comienza o en donde termina realmente, lo que en el presente se denominó, un nivel de confianza extremo o tradicional. Algunas instituciones o algunos inversionistas pueden tomar un nivel de confianza del 98% como un nivel extremo y otros simplemente lo pueden tomar como un nivel tradicional. El asunto con la recomendación del Comité de Basilea, no es el nivel de confianza *per se*, sino la imprecisión de la recomendación. Es necesario aclarar que cualquiera que sea el nivel de confianza tomado por la institución financiera, el cálculo del VaR y por tanto del ETL, debe estar lógicamente ligado a la teoría estadística correcta. Si las instituciones toman el nivel de confianza del 98% como

un nivel extremo, es necesario aclarar que la modelación del VaR y el ETL debe hacerse bajo distribuciones de valor extremo generalizado, como por ejemplo la convergencia de Gumble y de Frèchet. De forma contraria, si el nivel de confianza es tradicional, el VaR y el ETL calculado debe hacerse bajo distribuciones normal y t .

La estimación del VaR y del ETL bajo métodos paramétricos y no paramétricos es una decisión interna de la institución financiera. No hay ningún parámetro que indique que el método paramétrico es mejor que el no paramétrico y viceversa. Sin embargo existe un *trade off* entre la elección de los métodos paramétricos versus los métodos no paramétricos. Al escoger un método paramétrico se fuerza, por principio, a que la distribución de los retornos asuma una media y una varianza como las propias de las distribuciones normal, *t-student*, Gumble, Frèchet, etc. En resumen, los métodos paramétricos suponen que las observaciones de los retornos siguen una distribución predeterminada. Al contrario de los métodos paramétricos, los métodos no paramétricos no restringen, mediante ningún supuesto, la distribución de los retornos. Sin embargo este tipo de procedimientos, a excepción de la simulación histórica ponderada por volatilidad, tienen la desventaja de no tener en cuenta la varianza actualizada de los retornos.

Dentro de los métodos no paramétricos, las instituciones y el sector académico claramente pueden evidenciar las diferencias entre la simulación histórica y la simulación histórica ponderada por volatilidad. En el mundo financiero diariamente se trabaja con series de datos sujetos a volatilidades: Esto indica que la simulación ponderada por volatilidad es mucho mejor que la simulación histórica básica, debido a que la primera tiene en cuenta los cambios en la volatilidad, mientras que la segunda no considera en absoluto dichos cambios. Aunque la implementación del método es una cuestión interna de las instituciones financieras, el presente desarrolló ambos métodos con fines instructivos y comparativos; tanto los grupos financieros dedicados al manejo del riesgo y la academia es libre de escoger el método más apropiado.

En adición a los resultados de Alonso y Arcos (2005), en el presente se mostró la evidencia y el impacto de eventos extremos, es decir, eventos a niveles de confianza menores al 1% (Alonso y Arcos; 2005). Los resultados aquí presentados claramente muestran la necesidad de modelar correctamente las herramientas de exposición al riesgo y por otro lado

Finalmente, las comparaciones de los métodos a diferentes niveles de confianza tienen un matiz político de trasfondo. Aunque existen entidades reguladoras a nivel internacional y nacional, como el de Basilea y la Superintendencia Financiera respectivamente, las instrucciones, las recomendaciones y en general todas las restricciones legales deben tener en cuenta los fundamentos teóricos y técnicos bajo los que se plantean las herramientas de exposición al riesgo al momento de imponer restricciones en el mercado. Las malas recomendaciones o una débil normatividad pueden ocasionar pérdidas mayores a las esperadas.

Referencias bibliográficas

ACERBI, Carlo & TASCHE, Dirk (2001). Expected Shortfall: A natural coherent alternative to Value at Risk. Trabajo conjunto entre Abaxbank y Zentrum Mathematik, Mayo 9 del 2001.

ALONSO C., Julio (2005). Introducción al cálculo del valor en riesgo. Apuntes de Economía No. 7, Departamento de Economía – Universidad ICESI, Julio del 2005.

ALONSO C., Julio & ARCOS, Alejandro (2005). Valor en Riesgo: Evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 7 países Latinoamericanos. Departamento de economía – Universidad ICESI, Junio del 2005.

ARTZNER, P. DELBAEN, J. EBER, M. & HEATH, D. (1999). “Coherent measures of risk”, *Mathematical Finance* 9, Noviembre, pp. 203-228.

BACHELIER, L. (1900). Thèorie de la Spèculation. *Annales Scientifiques de L'É.N.S.*, 3(17), 21-86.

BARONE-ADESI, G & GIANNOPOULOS, K (2002). Non-parametric VaR techniques. Myths and realities. Mimeo. Università della Svizzera Italiana, City University Business School and Westminster School, November 2000.

BASSI, F. EMBRECHETS, P & KAFETZAKI, M (1998). “Risk management and quantile estimation”. PP. 111 – 130 en R. J. Adler, R.E.Feldman y M.S.Taqqu (eds), *A practical Guide of heavy tails: Tails: Statistical Techniques and application*. Boston, Birkhäuser.

BURNS, Patrick (2002). The quality of Value at Risk via univariate GARCH. Burns statistic work papers. <http://www.burns-stat.com>.

CAI, Zongwu & WANG, Xian (2006). Nonparametric methods for estimating conditional VaR and Expected Shortfall. The Wang Yanan Institute for studies in economics, Xiamen University, China, July 30th 2006.

CAMPBELL, Rachel. HUISMAN, Ronald. & KOEDJIK, Kees (2001). Optimal Portfolio selection in a Value-at-Risk framework. *Journal of Banking & Finance* 25, Department of Business Administration and Financial Management, Erasmus University Rotterdam, Netherlands 2001.

CAYÓN, Edgardo & SARMIENTO, Julio (2004). Is historical VaR a reliable tool for relative risk measurement in the Colombian stock market?: An empirical analysis using the coefficient of variation. Research Project Number 104, “Caracterización de los Métodos de Valoración de Empresas en Colombia 2002-2004”, Bogotá (Colombia), enero-junio del 2004.

CULP, Christopher. MILLER, Merton & NEVES, Andrea (1998). Value at Risk: Uses and Abuses. *Journal of applied corporate finance*, Bank of America, Vol. 10, No. 4, winter 1998.

DOWD, Kevin (2002). "Measures of financial risk", *Measuring Market Risk*, Wiley Finance Series, John Wiley & Sons, ltd, pp. 15-36, Sussex, England.

DOWD, Kevin (2002). "Basic Issues in Measuring Market Risk", *Measuring Market Risk*, Wiley Finance Series, John Wiley & Sons, ltd., pp. 37-46, Sussex, England.

DOWD, Kevin (2002). "Non-parametric VaR and ETL", *Measuring Market Risk*, Wiley Finance Series, John Wiley & Sons, ltd., pp. 57-75, Sussex, England.

DOWD, Kevin (2002). "Parametric VaR and ETL", *Measuring Market Risk*, Wiley Finance Series, John Wiley & Sons, ltd., pp. 78-103.

ENGLE, Robert (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of the U.K inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1008.

FALLON, William (1996). *Calculating Value-at-Risk*. Financial Institution Center, The Wharton School, University of Pennsylvania, October 1996.

FERMANIAN, Jean-David & SCAILLET, Olivier (2004). Sensitivity Analysis of VaR and Expected Shortfall for portfolios under netting agreements. HEC Genève and FAME, Université de Genève, 102 Bd Carl Vogt, CH-1211 Genève 4, Suisse 2004.

HALLERBACH, Winfried (1999). Decomposing portfolio Value-at-Risk: A general Analysis. Erasmus University of Rotterdam and Tinbergen Institute Graduate School of Economics, Netherland, May 10th of 1999.

HULL, J & WHITE, A (1998). Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk. Journal of risk 1 (fall): 5-19.

KROKHMAL, Pavlo, PALMQUIST, Jonas & URYASEV, Stanislav (2001). Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints. University of Florida, Dep. Of industrial and systems engineering, Gainesville September 25th, 2001.

LINSMEIER, Thomas & PEARSON, Neil (1996). Risk Measurement: An introduction to Value at Risk. University of Illinois at Urbana-Champaign, July 1996.

MAYA, Cecilia & VERGARA, María (2007). Medición del riesgo de mercado de una inversión en acciones en Colombia con Monte Carlo estructurado (2003-2006). Universidad EAFIT, Medellín, Colombia.

MARKOWITZ, Harry (1952). "Portfolio selection", The Journal of finance, Vol. 7, No.1. (Mar., 1952), pp 77-91.

MORERA, Ana Patricia (2002). VaR: Una opción para medir el riesgo de mercado en los fondos de pensiones. Departamento de Estudios Especiales y Valoración del Riesgo, SuPen, superintendencia de pensiones, Nota técnica No. 2, Agosto del 2002.

NIEPPOLA, Ollie (2009). Backtesting Value-at-Risk models. Helsinki School of Economics, department of economics, Master's thesis in economics, spring term 2009.

OSPINA, Valentina & TANGARIFE, Victoria Eugenia (2008). Medición del VaR en los portafolios de acciones – Mercado colombiano. Universidad Tecnológica del Pereira, Facultad de ingeniería industrial, Pereira, Risaralda, Junio del 2008.

RAU-BREDOW, Hans (2002). Value at Risk, Expected Shortfall, and the marginal risk contribution. Priv.-Doz. Dr. oec. publ. Hans Rau-Bredow, <http://www.wifak.uni-wuerzburg.de/bw14/namen/bredow2.htm>.

RESTREPO, Francisco J., MANTILLA, Gabriel & HOLGUÍN, Darinel (2007). Calificación del riesgo en el mercado de capitales colombiano. Universidad

de Medellín, tesis de especialización en finanzas y mercado de capitales,
Medellín, 2007.

TAYLOR, James (2008). Estimating Value at Risk and Expected Shortfall Using
Expectiles. *Journal of Financial Econometrics*, University of Oxford, Vol. 6,
pp. 231-252, 2008.

Anexo A

A continuación se presentan los modelos GARCH(p,q) ajustados para los diferentes activos. El resultado en paréntesis es el p-valor.

Modelo GARCH(1,2) para acción de PFBColom

$$\sigma_t^2 = 0,0000158 + 0,886497\sigma_{t-1}^2 + 0,182021\epsilon_{t-1}^2 + 0,113014\epsilon_{t-2}^2$$

(0,0007) (0,0000) ((0,0014) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de Éxito

$$\sigma_t^2 = 0,0000481 + 0,188217\sigma_{t-1}^2 + 0,698813\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de Bogotá

$$\sigma_t^2 = 0,0000303 + 0,269208\sigma_{t-1}^2 + 0,616576\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de Bcolombia

$$\sigma_t^2 = 0,0000380 + 0,689882\sigma_{t-1}^2 + 0,199614\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo EGARCH(1,1) para acción de Cemargos

$$\text{Log}(\sigma_t^2) = -6,562541 + 1,538261 \left| \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + 0,747968 \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + 0,252485 \text{Log}(\sigma_{t-1}^2)$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de CorficolCF

$$\sigma_t^2 = 0,0000262 + 0,677717\sigma_{t-1}^2 + 0,327277\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de Ecopetrol

$$\sigma_t^2 = 0,0000261 + 0,690565\sigma_{t-1}^2 + 0,220524\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de Grupoaval

$$\sigma_t^2 = 0,0000339 + 0,622208\sigma_{t-1}^2 + 0,324424\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de ISAGEN

$$\sigma_t^2 = 0,0000223 + 0,627155\sigma_{t-1}^2 + 0,279524\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de Tablemac

$$\sigma_t^2 = 0,0000598 + 0,755253\sigma_{t-1}^2 + 0,164348\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Modelo GARCH(1,1) para acción de Fabricato

$$\sigma_t^2 = 0,0000606 + 0,730323\sigma_{t-1}^2 + 0,213133\epsilon_{t-1}^2$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)