



Diseño de Tareas para el Reconocimiento de los Parámetros de la Función Cuadrática Integrando
Geogebra en Grado Noveno de Educación Básica

Robert Onasis Pechené Ramírez

Diego Fernando Olave Rocha

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Área de Educación Matemática

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática

Santander de Quilichao 2020



Diseño de Tareas para el Reconocimiento de los Parámetros de la Función Cuadrática Integrando
Geogebra en Grado Noveno de Educación Básica

Robert Onasis Pechené Ramírez

Código: 201458399

Diego Fernando Olave Rocha

Código: 201458230

Dirigido por

M cs. Diana Ximena Ortiz

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Área de Educación Matemática

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática

Santander de Quilichao 2020

Resumen Analítico	
Título:	Diseño de tareas para el reconocimiento de los parámetros de la función cuadrática integrando Geogebra en grado noveno de educación básica
Autores:	Robert Onasis Pechené Ramírez Robert.pechene@correounivalle.edu.co Diego Olave Rocha Diego.olave@correounivalle.edu.co
Tutora del trabajo de grado:	MSc. Diana Ximena Ortiz Collazos Diana.ximena.ortiz@correounivalle.edu.co
Evaladores:	MSc.. Alex Bonilla alexfiscus@gmail.com MSc. Luis Fernando Espinosa Luisfernando.512@hotmail.com
Palabras Clave:	Diseño de tareas, función cuadrática, parámetros, mediación.
Objetivos:	Objetivo general ● Reconocer los aportes que genera al aprendizaje una

	secuencia de tareas mediado por Geogebra respecto a la función cuadrática en grado noveno de educación básica. Objetivos específicos ● Estipular algunos fenómenos, pensamientos matemáticos y procesos matemáticos asociados con los procesos de aprendizaje de la función cuadrática desde una perspectiva epistemológica, cognitivo, didáctica y curricular. ● Diseñar tareas integrando Geogebra para el aprendizaje de la función cuadrática. ● Examinar los resultados obtenidos en la puesta en acto del diseño de tareas en torno a los procesos de mediación.
Enfoque Metodológico:	Enfoque Cualitativo.
Estrategia Metodológica:	Estudio de Caso.
Resumen El presente trabajo plantea una propuesta de aprendizaje sobre los parámetros de la función cuadrática para el grado noveno de educación básica, para ello se parte	

del diseño de una secuencia de tareas desde algunos principios de la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau (1986), entre estos, la noción de medio, situación, contrato didáctico y tipologías de situaciones, siendo estos principios incidentes en el aprendizaje, así como también las mediaciones instrumentales que surgen en la puesta en acto de dicha secuencia de tareas.

Octubre de 2020.

Tabla de Contenido

Introducción	111
Capítulo I. Apartado del Problema de Indagación	13
Planteamiento del problema	13
Justificación	20
Planteamiento de los objetivos	222
Capítulo II. Marco Teórico	22
Referente Curricular	22
Referente matemático	300
Referente Didáctico	39
Referente Cognitivo	41
Posibles articulaciones teóricas	45
Capítulo III. Metodología	46
Enfoque metodológico: Investigación Cualitativa	46
Estrategia metodológica: Estudio de casos.	511
Campo de trabajo y contexto de la implementación	543
Desarrollo metodológico	54
Descripción del diseño de tareas.	555
Tarea 1	555
Tarea 2	56
Tarea 3	56
Capítulo IV. Análisis de Resultados de las Tareas	57
Tarea 1	58
Tarea 2	66
Tarea 3	74
Validación de parámetro “a”	79
Validación de parámetro “b”	84
Validación de parámetro “c”	88
Conclusiones	93
Referencias	100
Anexos	10503

Índice de Tablas

Tabla 1.....	27
Tabla 2.....	29

Índice de Figuras

Figura 1: Coherencia vertical y horizontal	28
Figura 2: Gráfica de la función cuadrática cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.	32
Figura 3: Desplazamiento vertical de una función	35
Figura 4: Reflexión vertical de una función.	36
Figura 5: Reflexión horizontal de una función.	37
Figura 6: Expansión y contracción horizontal.	38
Figura 7: Construcción del caso.	54

Índice de Imágenes

Imagen 1: Presentación de las Tareas	56
Imagen 2: Preguntas de la Tarea N. 1	65
Imagen 3: Desarrollo Tarea 1.	66
Imagen 4: Desarrollo Tarea 1	69
Imagen 5: Respuestas de un estudiante a la tarea 1.	72
Imagen 6: Diálogo entre el docente y el estudiante.	73
Imagen 7: Gráfica Inicial de la Tarea 2	75
Imagen 8: Comportamiento de la gráfica cuando b es positivo y la parábola cóncava hacia arriba.	76
Imagen 9: Comportamiento de la gráfica cuando b es negativa y la parábola cóncava hacia arriba.	77
Imagen 10: Respuesta al interrogante 1 por parte de un estudiante.	77
Imagen 11: Respuesta al interrogante 2 por parte de un estudiante.	78
Imagen 12: Comportamiento de la gráfica cuando b es negativo y la parábola cóncava hacia abajo	79
Imagen 13: Comportamiento de la gráfica cuando b es negativa y la parábola cóncava hacia abajo	80
Imagen 14: Respuesta número 3 por parte de un estudiante	81
Imagen 15: Estudiante interactuando con el applet	81
Imagen 16: Respuesta número 4 por parte del estudiante	82
Imagen 17: Tarea tres sobre el parámetro " c "	83
Imagen 18: Valores positivo y negativo en el parámetro c .	85
Imagen 19: Respuestas por parte del estudiante sobre el parámetro c .	
Imagen 20: Respuestas 7 por parte del estudiante sobre el parámetro c .	89
Imagen 21: Primer enunciado en la validación del parámetro " a "	91
Imagen 22: Segundo enunciado validación del parámetro " a "	92
Imagen 23: Tercer enunciado validación del parámetro " a "	82
Imagen 24: Segundo enunciado validación del parámetro " b "	83

Imagen 25: Primer enunciado validación del parámetro “b”	85
Imagen 26: Segundo enunciado validación del parámetro “b”	86
Imagen 27: Tercer enunciado validación parámetro “b”	87
Imagen 28: Primer enunciado parámetro c	89
Imagen 29: Segundo enunciado parámetro c	89
Imagen 30: Tercer enunciado parámetro c	91

Introducción

Este trabajo se realiza en el programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, en el contexto de la línea de formación de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, sede Norte del Cauca.

Se plantea una problemática, donde se busca realizar un diseño de tareas mediado por Geogebra para dar cuenta de los procesos de aprendizaje relacionados con los parámetros de la función cuadrática en grado noveno de educación básica en la Institución Educativa la Cauca.

A continuación, se presentará una breve descripción de los cuatro capítulos que comprende este trabajo:

En el primer capítulo se presenta el problema de investigación, que contextualiza y sustenta su pertinencia, la justificación y los objetivos en donde a partir del estado del arte se analiza la viabilidad del trabajo.

El segundo capítulo, centra la atención en los referentes teóricos que sustentan el problema de investigación desde los referentes matemáticas, cognitiva y didácticas, abordando la mediación instrumental como medio para analizar las construcciones cognitivas que se logran a través del paso del artefacto a instrumentos, dando cuenta del proceso de Génesis instrumental.

En el tercer capítulo, se desarrolla la metodología de investigación, la cual se centra en el enfoque cualitativo que permite analizar comportamientos naturales, discursos, respuestas abiertas para la posterior interpretación de significados partiendo de un estudio de casos.

En el cuarto capítulo se muestra el análisis de los resultados obtenidos sobre las tareas en Geogebra desarrolladas por parte de los estudiantes de grado noveno. Seguidamente, se presentan las conclusiones obtenidas y las bibliografías utilizadas en este trabajo.

Capítulo I. Apartado del Problema de Indagación

El presente apartado establece los aspectos generales del trabajo partiendo del planteamiento del problema, abordando en él, algunos hallazgos encontrados en investigaciones que centran su atención en la función cuadrática. Igualmente, se plantean los argumentos que lo hacen pertinente, así como su justificación, para terminar con la enunciación de los objetivos.

Planteamiento del Problema

Desde hace varios años, la enseñanza y el aprendizaje del álgebra ha sido objeto de interés de algunos investigadores, entre ellos: Usiskin (1989), Kieran (1996), entre otros, quienes reconocen que el conocimiento algebraico es uno de los principales elementos matemáticos que desempeña un papel muy importante dentro del plan de estudios escolar, ya que este interviene en diferentes áreas de la formación del alumno. Tal formación recae a manera de ejemplo en el pensamiento variacional, los sistemas algebraicos y analíticos. Este como su nombre lo indica, es un tipo de pensamiento que tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Así mismo, se puede visualizar que tiene como propósito construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. (Ver estándares básicos MEN)

Desde este contexto, se encuentran investigaciones que ilustran dificultades en la enseñanza y aprendizaje del álgebra, particularmente en lo que refiere a la función, como lo demuestra Insuasti (2014), quien plantea que “históricamente se puede apreciar que en el progreso del concepto de función se han presentado dificultades en sus diferentes etapas de desarrollo” (p. 14). Lo anterior de acuerdo a lo que dice Ruiz (como se citó en Insuasty, 2010) quien menciona que se debe:

- Apreciar los entes matemáticos como algo estático, al considerar la variabilidad como algo externo a las matemáticas.
- Considerar que las únicas relaciones dignas de estudio eran aquellas que podían ser descritas mediante expresiones algebraicas y ecuaciones.
- Considerar las curvas como una trayectoria de una partícula y no como una representación de la relación funcional (p. 14).

Es decir, que al tomar la matemática como un referente estático no da posibilidad a la variabilidad, se toma como algo que permanece y que siendo abstracto no puede extraerse a lo externo que es el ámbito en el cual los números se hacen reales físicamente. De ahí que se llegue también a otra dificultad en la cual únicamente se le da relevancia a las expresiones de índole algebraica y sus ecuaciones, pues la matemática es muy amplia y otros aspectos también son fundamentales en su estudio. Además, es importante expresar que las curvas actúan como representación de las relaciones entre funciones y que por lo tanto, no se cierran a condiciones de trayectoria. Esto implica una visualización más amplia en las dificultades las cuales no posibilitan el correcto y completo desarrollo de lo que se determina como función.

De la misma forma, otras investigaciones realizadas (Azcárate y Deulofeu, 1996; Higuera, 1998; Robledo, 2003) plantean que, de acuerdo al concepto de función generalmente las barreras

presentadas por los estudiantes en su aprendizaje están sujetas a: la falta de elaboración de unos conceptos claros y prácticos que pueda ser entendidos por ellos de acuerdo a su edad y que le permitan al estudiante crear y construir un referente mental a partir de sus anteriores experiencias, este reforzado por las diferentes dificultades que nacen en los modelos pedagógicos utilizados en las aulas de clase que utilizan procesos de enseñanza poco efectivos que no permiten la comprensión de los conceptos y sus elementos, y sumado a los problemas que tienen los alumnos para comprender y solucionar situaciones del contexto tales como, identificación de variables, relación de dependencia y clasificación de funciones, por su falta de dominio del concepto de función y del pensamiento simbólico que permite conocer y apropiarse los procesos de algoritmos (Castro et.al., 2011).

Lo anterior hace referencia a que los estudiantes no logran comprender el concepto de función de una manera completa, debido a que las situaciones que se emplean para la enseñanza no permiten evidenciar lo verdaderamente significativo del objeto matemático, pues las actividades que se proponen en los diversos registros no permiten identificar todos los elementos propios de una función. Lo cual conlleva a que el estudiante presente dificultades en el momento de contextualizar el concepto de función en la vida cotidiana.

Existen diferentes tipos de funciones, entre ellas: cuadrática, lineal, exponencial, logarítmica, trigonométrica, entre otras. Para efectos de este trabajo se centrará la atención en la función cuadrática. Este interés surgió por dos razones, en primera instancia la universidad nos envió a hacer las prácticas a la Institución Educativa Cauca, donde nos pidieron asesorar a los estudiantes de décimo en la resolución de un taller sobre el pensamiento variacional, puntualmente la función cuadrática y se observó que los estudiantes no reconocían los parámetros de la función cuadrática y su funcionalidad en la representación gráfica, como

tampoco había una relación entre lo gráfico y la ecuación, la segunda razón surgió luego de consultar sobre las dificultades que surgen por parte del estudiante y el profesor en torno a este objeto matemático, donde encontramos que según Gustin y Avirama (2014):

Se evidencian dificultades en la función cuadrática, en cuanto que hay poca conciencia por parte de los estudiantes en determinar la forma de la parábola y su dependencia de los coeficientes, es decir el estudiante no nota que cuando $a > 1$ la parábola se comprime hacia el eje de las ordenadas, cuando $a < 1$ la parábola se expande hacia el eje de las abscisas, que b determina la ubicación del vértice de la parábola y c el eje del corte ordenado. (p. 17)

Respecto a la articulación de representaciones los estudiantes presentan ciertas dificultades para reconocer un eje de simetría en la parábola de la función cuadrática, y que esta es determinada por el coeficiente del término lineal correspondiente (Díaz, 2013). También se encontró que se les dificulta analizar las soluciones o raíces en relación con el punto de corte en el eje x , como también determinar el vértice de la parábola a través de las ecuaciones correspondientes.

Ahora bien, estas dificultades son asociadas a la manera como el profesor presenta el objeto matemático, dado que en ocasiones focaliza la atención al despeje en resolución de ecuaciones, o trabaja un caso particular de la función cuadrática, dado que trabajar a lápiz y papel requiere mayor tiempo. Una posible ayuda que nos brinda las herramientas tecnológicas se puede evidenciar en el momento que el estudiante interactúa con dicha herramienta y esta le permite interiorizar algunas características propias del objeto matemático, a través de la visualización.

Por lo anterior, nos lleva a considerar que otra de las posibles problemáticas es el poco dominio del profesor en herramientas tecnológicas propias de su área, sumado a esto se

evidencia la falta de interés y de motivación por parte del estudiante, la falta de recursos tecnológicos que permitan hacer el análisis de diferentes tipos de casos y textos actualizados que sean acordes a las necesidades de los individuos en cuestión; acorde con ello las necesidades según el contexto.

Para Galvis (como se citó en Vence, 2014) plantea que:

La evolución de la tecnología de la información, particularmente a raíz del auge de los microcomputadores y de las redes teleinformáticas, ha puesto al servicio de la educación lo mejor de las características del computador, es decir dinamismo, interactividad, almacenamiento y procesamiento de la información. Gracias a ellas, estamos ante una tecnología sin precedentes, sobre la cual se puede construir sistemas educacionales que construyan la transmisión de la herencia cultural, la promoción de un nuevo entendimiento, la creación de nuevos modelos de entendimiento, la creación de modelos propios de pensamiento. (p. 5)

... “y que aseguren a las nuevas generaciones el acceso al conocimiento, más actual, a la información, al desarrollo de competencias de mayor alcance y a la comunicación con otros grupos, culturas y centros académicos” (Vence, 2014, p. 5).

Desde este contexto se puede decir que es importante que en el aprendizaje de las matemáticas se vaya integrando la parte tecnológica pues a medida que evoluciona la matemática es conveniente ir mejorando las formas de enseñar para que los estudiantes muestren más interés por aprender ya que la tecnología permite esa interacción con el objeto matemático y a su vez la identificación de sus propiedades

Es así como al tener en cuenta que en el transcurso de un proceso educativo este debe ir avanzando a un ritmo. Debido a que la tecnología lo hace de manera muy rápida, entonces se hace notoria la necesidad de implementar una herramienta de enseñanza – aprendizaje diferente en la cual el estudiante sea quien construya conocimiento a su propio ritmo, mediado por la observación, práctica y experimentación a partir de situaciones que encuentre fácilmente en su diario vivir, es aquí donde la mediación instrumental aparece en la propuesta de Vigotsky como un concepto central para pensar y analizar las modalidades por las cuales los instrumentos como Geogebra influyen la construcción del saber (Radamel,1999).

Es necesario hacer un cambio en la forma en la que se aprende no dejando a un lado el lápiz y el papel si no complementar el uso de la tecnología y de manera específica el software de Geogebra', este es un software de matemáticas para todo nivel educativo. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos de análisis y de organización en hojas de cálculo. Geogebra, con su libre agilidad de uso, congrega a una comunidad vital y en crecimiento. En todo el mundo, millones de entusiastas lo adoptan y comparten diseños y aplicaciones de Geogebra. Dinamiza el estudio armonizando lo experimental y lo conceptual para experimentar una organización didáctica y disciplinar que cruza matemática, ciencias, ingeniería y tecnología

Ahora bien, un cambio significativo que se puede implementar en el aula es poder incorporar la tecnología con mayor intensidad, dado que el uso tradicional de herramientas como el lápiz y el papel, necesitan de ser complementado con nuevos artefactos¹ tecnológicos que permitan innovar las formas de aprendizaje. De esta manera, tener mayor y mejor aplicación de la temática relacionada con la función cuadrática.

¹ El artefacto: está conectado al uso que el sujeto hace como medio para su acción y que puede ser considerado como una máquina, un objeto técnico, objetos y sistemas simbólicos, o sea, que puede ser definido como material o simbólico (Rabardel, 2011).

Es aquí donde se hace pertinente implementar una serie de tareas utilizando una herramienta tecnológica como lo es el software de Geogebra en los métodos de aprendizaje, que permita al estudiante poder identificar propiedades a partir de la interacción con el medio sin necesidad de recurrir a la memorización de extensas teorías, con un sistema de evaluación más participativo en el cual los tópicos sean mejor asimilados y se logre un aprendizaje significativo (Ruiz, 2018).

En este sentido, entiéndase por tareas a partir de (Margolinas, 2013) como aquellas tareas que involucran objetivos de aprendizaje, donde un maestro propone una tarea a un alumno, asume que lograrla causará aprendizaje, implica que el estudiante encuentre un problema matemático y se realiza mediante acciones concretas y conceptuales del alumno. Dichas tareas estarán mediadas por Geogebra, el cual es un software dinámico diseñado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con gran cantidad de aplicaciones y beneficios. Uno de estos que puede ser mencionado es el tener una doble percepción de los objetos, ya sea mediante la presentación gráfica y la presentación algebraica simultáneamente.

Es así como se propone el diseño de las tareas enfocadas al aprendizaje de los parámetros de la función cuadrática. Pues, partiendo de el referente matemático la definición de función cuadrática está dado por la forma $Y = f(x)$ donde $y = ax^2 + bx + c$ además, a debe ser diferente de 0. Siendo a , b , c los parámetros de la función. Por esto, nuestro trabajo se enfocó en la función cuadrática, particularmente en sus parámetros a , b y c . Los cuales hacen referencia a la variable que aparece en una ecuación cuyo valor se fija a voluntad. Por tal motivo se quiso diseñar tres de tareas para dar cuenta de la funcionalidad de cada uno de ellos. Así pues, se diseñó tres tareas, una tarea por cada uno de los parámetros de la función cuadrática.

Seguidamente, en el transcurso del Seminario de trabajo de grado orientado por el profesor Cristian Hurtado magister de la Universidad del Valle, se dio inicio al diseño de tareas, en cada

uno de estos seminarios se debía ir mostrar los avances en la construcción de las applet. Gracias a las sugerencias realizadas por el profesor y los aportes de los estudiantes del seminario se iban perfeccionando las tareas que se pretendían implementar en la institución. Esto permitió ir mejorando cada vez más la estructura de las tareas con el propósito que fueran lo más apropiadas posibles para mejorar el aprendizaje de los estudiantes sobre la aplicabilidad de los parámetros de la función cuadrática.

También se tuvo en cuenta las recomendaciones de un docente de la facultad de matemáticas de la universidad del valle el cual nos apoyó desde la parte matemática para el planteamiento de los enunciados. Es así como se pudo validar el diseño de tareas sobre la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática para que posteriormente pudieran ser aplicadas a un grupo de estudiantes.

En este sentido la pregunta que da cuenta de este trabajo de investigación es;

¿Qué aportes genera al aprendizaje un diseño de tareas mediado por Geogebra respecto a los parámetros de la función cuadrática en grado noveno de educación básica en la Institución Educativa la Cauca?

Justificación

Las funciones cuadráticas ayudan a predecir ganancias y pérdidas en los negocios, graficar el curso de objetos en movimiento, y asistir en la determinación de valores mínimos y máximos. También usamos ecuaciones cuadráticas en situaciones donde dos cosas se multiplican juntas y ambas dependen de la misma variable, por ejemplo, cuando trabajamos con un área. Si ambas dimensiones están escritas en términos de la misma variable, usamos una ecuación cuadrática. Esto en razón de que la cantidad de un producto vendido normalmente depende del precio, a veces usamos una ecuación cuadrática para representar las ganancias como un producto del

precio y de la cantidad vendida. Es así como muchos de los objetos que usamos hoy en día, desde los carros hasta los relojes, no existirían si alguien, en alguna parte, no hubiese aplicado funciones cuadráticas para su diseño.

Desde este contexto se pueden evidenciar según algunos investigadores como Insuasti (2014), que los estudiantes presentan algunas dificultades en el momento que se enfrentan al aprendizaje y la enseñanza de la función cuadrática por considerar las matemáticas como algo estático al considerar la variabilidad como algo externo a las matemáticas. En este mismo sentido, al realizar las prácticas exigidas por la universidad se pudo encontrar que en la Institución Educativa la Cauca los estudiantes de grado noveno no reconocían la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática. Pues había poco conocimiento en que la parábola dependía de sus coeficientes. Es decir, que no había conciencia por parte de los estudiantes de la relación que existe entre los cambios de los valores de los parámetros y su representación gráfica. Es así como surge la preocupación por poder contribuir a encontrar la forma de disminuir estas dificultades presentadas por los estudiantes frente al pensamiento variacional.

Por ende, se pretende hacer un aporte necesario, el cual consiste en aplicar el diseño de tareas mediado por Geogebra a la institución en mención. La importancia de este diseño radica en la idea de que este plantea un objetivo de aprendizaje y es el profesor el que propone al estudiante las tareas asumiendo que al lograrlo causará el aprendizaje. Esto implica que el estudiante encuentre un problema matemático y deba realizarlo mediante acciones conceptuales, concretas, sean mediadas por el software de Geogebra.

Por tal razón, en el presente trabajo se realiza un diseño de tareas mediado por Geogebra, ya que es un software diseñado con finalidades didácticas, lo que posibilita el enriquecimiento del objeto matemático, para este caso; la función cuadrática que requiere hacer evidente aspectos

como la gráfica de la parábola, la concavidad, la simetría, entre otros aspectos a considerar y que tienen un carácter abstracto y es allí donde el software representa un elemento preponderante dado que permite que a través del arrastre y la visualización se reconozcan los elementos propios de este objeto matemático. Los software de geometría dinámica tradicionales se caracterizan porque los objetos se pueden arrastrar directamente con el ratón, respondiendo a la teoría matemática, a estas respuestas las llamamos retroacciones matemáticas.

Adicionalmente se debe mencionar que es un software que es de uso libre y fácil acceso para las Instituciones Educativas, cuenta con una página donde se puede subir recursos y ser utilizados o modificados según la conveniencia del profesor y es allí donde se desea hacer un aporte a la comunidad de educadores del área de educación matemáticas, dado que el diseño resultado de este trabajo estará habilitado para quien lo requiera.

Se busca con este aporte contribuir a los procesos de enseñanza, particularmente en lo que respecta a la función cuadrática incorporando diferentes tipos de representación, dado que, diversas investigaciones en educación matemática (Hitt, 1998; Cantoral y Montiel, 2001; Duval, 1998) resaltan la importancia de construir el camino para que los estudiantes desarrollen una habilidad de visualización matemática, donde las consideraciones visuales ayuden a comprender el concepto y permitan relacionar sus diversas representaciones.

Como también Margolina (2013), menciona que los diseños donde se desea analizar variables, representaciones, contextualizar situaciones de variación y cambio se debe contemplar la integración de artefactos, particularmente la mediación de un AGD como lo es Geogebra, permite interpretar nociones relacionadas como la función.

Es así como la función cuadrática se considera más que una curiosidad algebraica, debido a que es ampliamente utilizada en la ciencia, los negocios, y la ingeniería. La parábola puede

describir trayectorias de chorros de agua en una fuente, o puede ser incorporada en estructuras como reflectores parabólicos que forman la base de los platos satelitales y faros de los carros.

Planteamiento de los Objetivos

Objetivo General

Reconocer los aportes que genera al aprendizaje el diseño de una secuencia de tareas mediado por Geogebra respecto a la función cuadrática en grado noveno de educación básica.

Objetivos Específicos

- Estipular algunos fenómenos, pensamientos y procesos matemáticos asociados con los procesos de aprendizaje de la función cuadrática desde una perspectiva epistemológica, cognitivo, didáctica y curricular.
- Diseñar tareas integrando Geogebra para el aprendizaje de la función cuadrática.
- Examinar los resultados obtenidos en la puesta en acto del diseño de tareas en torno a los procesos de mediación.

Capítulo II. Marco Teórico

Este capítulo centra su reflexión en los referentes teóricos que sustentan el problema de indagación, conformado por el enfoque instrumental, acompañado de los procesos de mediación instrumental; el referente matemático abordará la función cuadrática y los referentes curriculares en el cual se hace alusión especialmente a los Lineamientos, los Estándares elaborados por el Ministerio de Educación Nacional y los DBA. Para fundamentar el diseño de tareas se aborda desde los parámetros de Mackrell, Maschietto & Soury-Lavergne (2013), así como también los referentes antes mencionados.

Referente Curricular

En esta sesión se presenta los aspectos curriculares relacionados con el álgebra escolar, que direccionan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), los Derechos Básicos de Aprendizaje, como conjunto coherente de conocimientos y habilidades, son referentes de calidad según el Ministerio de Educación Nacional (MEN), los cuales determinan pautas para el diseño curricular en las instituciones educativas y para propuestas de aula en la escuela.

Los lineamientos curriculares son orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el MEN con el apoyo de la comunidad académica educativa para apoyar el proceso de fundamentación y planeación de las áreas obligatorias y fundamentales definidas por la ley general de la educación. De la que surgen las preguntas sobre ¿qué enseñar? y ¿qué aprender en la escuela? Dichos cuestionamientos hacen que las reflexiones converjan temas de currículo, plan de estudios, evaluación y promoción de los estudiantes. Es así como los lineamientos curriculares tienen como finalidad fomentar el estudio de la fundamentación pedagógica de las disciplinas, el intercambio de experiencias en el contexto de los Proyectos Educativos Institucionales.

De acuerdo con la visión del quehacer matemático se propone considerar tres aspectos para crear un currículo de forma armoniosa:

En el primer aspecto se encuentran los conocimientos básicos que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas.

Estos procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional, entre otros.

En este trabajo se hará referencia al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de este pensamiento es de cultivar distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral.

El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación de procesos y situaciones naturales y sociales por medio de modelos matemáticos.

En segundo lugar los Procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. (Ministerio de Educación Nacional).

Para efecto de este trabajo se focalizará en el razonamiento y la comunicación.

La formulación, tratamiento y resolución de problemas, es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas, consiste en crear situaciones problemas proporcionados por el contexto inmediato donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones en que se abordan estén ligadas a experiencias cotidianas, por ende

sean significativos para los alumnos. Aquí la función cuadrática se evidencia en el momento que se crea el diseño de tareas mediante la formulación de un problema y su respectiva solución.

La comunicación se refiere a que las matemáticas pueden construirse, refinarse, y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan.

La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aun universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos.

Aquí la función cuadrática al mostrarse en diversas representaciones se está evidenciando por medio de un lenguaje propio de las matemáticas que dicho objeto matemático existe.

Según Estándares (como se cita en Hernandez, 2014) plantea que:

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. (p. 23)

Realizar actividades de tipo didáctico con materiales herramientas que se puedan emplear y operar utilizando varios de los sentidos y capacidades del estudiante sirven para que este comprenda y memorice mejor las matemáticas dejando atrás el aprendizaje aburrido y tedioso

donde solo se aprenden teorías, reglas y algoritmos, presentando la oportunidad de aprender utilizando otras capacidades como la lógica, la imaginación y el juego.

Es así como en la interacción con recursos interactivos donde involucre la función cuadrática posibilita la extracción de propiedades, las cuales permitirán interiorizar el objeto matemático por parte del individuo.

El tercero es el aspecto del currículo es el contexto, este tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le da sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas. Para aprovechar el contexto como un recurso en el proceso de enseñanza se hace necesaria la intervención continua del maestro para modificar y enriquecer ese contexto con la intención de que los estudiantes aprendan.

Al considerar los estándares básicos de competencias, se pueden mencionar que estos son una de esas herramientas en las cuales viene trabajando el Ministerio de Educación desde 2002, a través de una movilización nacional con el apoyo decidido de las facultades de Educación del país a través de Ascofade, de maestros adscritos a instituciones de educación básica y media, asociaciones académicas y científicas, y secretarías de educación. Además de ellos, cabe resaltar que, estos estándares sirven como referente y que a partir de ellos se pueden evaluar o medir los niveles de desarrollo de las competencias que adquieren los alumnos. Los estándares son criterios claros y públicos que permiten establecer los niveles básicos de calidad de la educación a los que tienen derecho los niños y niñas de todas las regiones del país en todas las áreas que integran el conocimiento escolar. En los estándares básicos de calidad se hace mayor énfasis en

las competencias, sin excluir los contenidos temáticos (Estándares Básicos de Competencia, 2006).

A continuación estándares del mismo pensamiento de octavo a noveno:

Tabla 1:

Estándares Básicos de Competencia del pensamiento Variacional y los sistemas algebraicos y analíticos de octavo a noveno

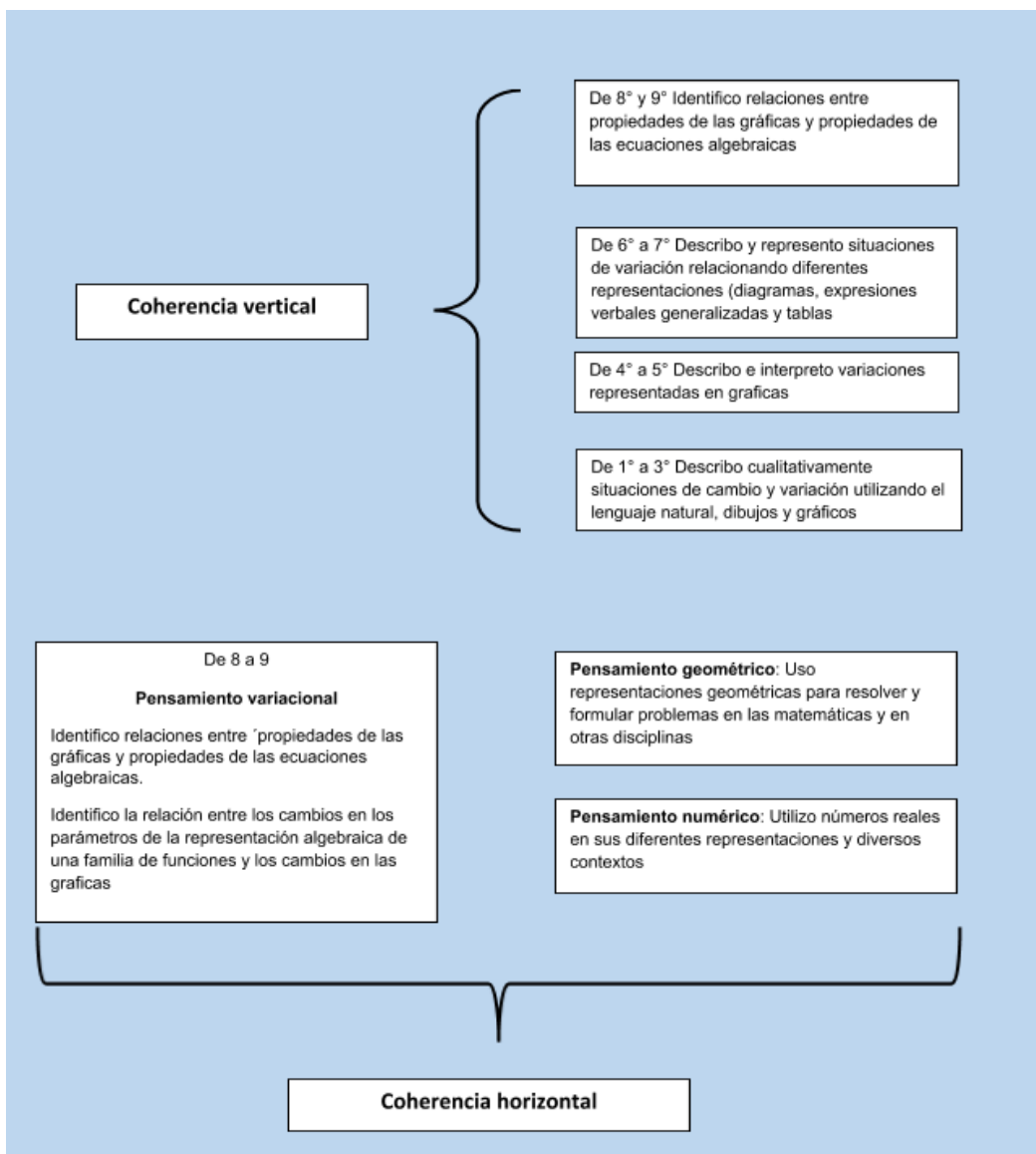
Tabla 1

Octavo a noveno	Pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos
	Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

Nota: La tabla anterior muestra los estándares básicos y las competencias básicas para los alumnos del grado noveno. *Fuente:* Datos tomados del MEN (2006)

Figura 1

Coherencia vertical y horizontal



Nota: La figura muestra la coherencia vertical y horizontal de cada uno de los estándares seleccionados para el estudio de caso. Fuente: elaboración propia adaptada de MEN (2006).

Coherencia vertical y horizontal

La coherencia vertical está dada por la relación de un estándar con los demás Estándares del mismo pensamiento en los otros conjuntos de grados. Por tanto, se identificaron algunos estándares que se relacionan con el pensamiento variacional en los diferentes grados. Es así como en la coherencia vertical el contenido matemático es el mismo, aquello que varía en el

pensamiento variacional de un conjunto de grados a otro es su complejidad. Esto permite tener una base sobre los conocimientos básicos que el estudiante debe haber abordado en un grado determinado.

La coherencia horizontal está dada por la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados. De este modo se identificaron algunos estándares que se relacionan con los estándares de pensamiento diferente al variacional. En la coherencia horizontal en los procesos de variación (pensamiento variacional) es necesario describir situaciones numéricas (por ejemplo, la venta de coches deja en promedio 500 millones diarios de ganancia) y esta información puede ser representada en una gráfica donde se hace uso de figuras geométricas como la parábola (pensamiento geométrico).

Adicionalmente los DBA se organizan guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). Su importancia radica en que plantean elementos para construir rutas de enseñanza que promueven la consecución de aprendizajes año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos por cada grupo de grados. Para efectos de este trabajo se busca que el estudiante de grado noveno identifique la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. Además, que identifique las relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Tabla 2

Ítem de los de DBA de grado noveno

Tabla 2

GRADO	ITEM
-------	------

Noveno	Expresa la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ de distintas formas ($y = a(x + d)^2 + e$, o $y = a(x - f)(x - g)$) y reconoce el significado de los parámetros a , c , d , e , f y g , y su simetría en la gráfica.
--------	---

Nota: Datos tomados de Derechos Básicos del Aprendizaje matemática - grado noveno.

Estos tres aspectos anteriormente mencionados son importantes para este trabajo, pues al llevarlos a la implementación se evidencian los pensamientos que deben desarrollar los estudiantes. También es necesario tener en cuenta el objeto matemático y los DBA en el proceso de construcción de la secuencia, por tal motivo se tienen que considerar los conocimientos previos del estudiante y como estos ayudan en la construcción del concepto del objeto matemático. En la realización de la secuencia de tareas se espera que el estudiante movilice como procesos generales el razonamiento y la comunicación de la actividad matemática.

Referente Matemático

Historia

Dado el extenso campo que aglomera la matemática, abordamos una parte de ella, en particular lo concerniente al estudio de la función concepto de gran complejidad que se debe abordar en el campo escolar, aquí algunos apartes de su historia según Agudelo (2018):

Para estudiar el concepto de función históricamente debemos remontarnos a los Babilonios (2000 A.C - 500 A.C) quienes plasmaron en tablas información sobre cálculos de cuadrados y cubos de algunos números, generalmente en busca de patrones relacionados con fenómenos que observaban en la naturaleza, en este sentido se puede decir que la función no tenía el valor

adecuado, debido a que en esa época, lo importante era el estudio de objetos que fuesen tangibles o susceptibles a ser medidos...

Seguidamente otro gran aporte realizado al concepto de función fue realizado por... Descartes (1596-1650), quien expuso el concepto de función en forma analítica al momento de representar una curva por medio de una expresión algebraica. James Gregory (1638 - 1675), es el encargado de dar la primera definición en forma explícita de función. (p. 8)

Tal como lo describe Vargas Nuñez (como lo citó Agudelo , 2018) “Una cantidad que se obtiene de otras cantidades mediante una sucesión de operaciones algebraicas o mediante cualquier operación imaginable”.

Asimismo, las nociones de relaciones cuadráticas estuvieron presentes desde los mismos inicios de las matemáticas, según Kline (1992), *"La matemática, entendida como disciplina racional bien organizada e independiente, no existía antes de que entraran en escena los griegos de la época clásica"* (p.18). Sin embargo, algunas civilizaciones anteriores iniciaron la construcción de conceptos matemáticos.

Entre estos el concepto de ecuación es uno de los más importantes del análisis matemático actual, y ha estado presente a través de la historia en diversas culturas, en la medida en que dos expresiones algebraicas se conectan con una expresión de igualdad donde el interés radica en encontrar el o los valores particulares que la hace válida.

En algunos registros babilónicos se han encontrado producciones de los cuales se puede inferir que tenían ciertas concepciones de elementos del álgebra, al respecto Posada y Villa (2006) afirma, "Pues desde los babilonios (5000 a. C hasta los primeros años del cristianismo) se encuentran registros en los cuales se evidencia que estudiaban algunos problemas que trataban con la variación continua, pero sólo desde un registro tabular" (p. 46).

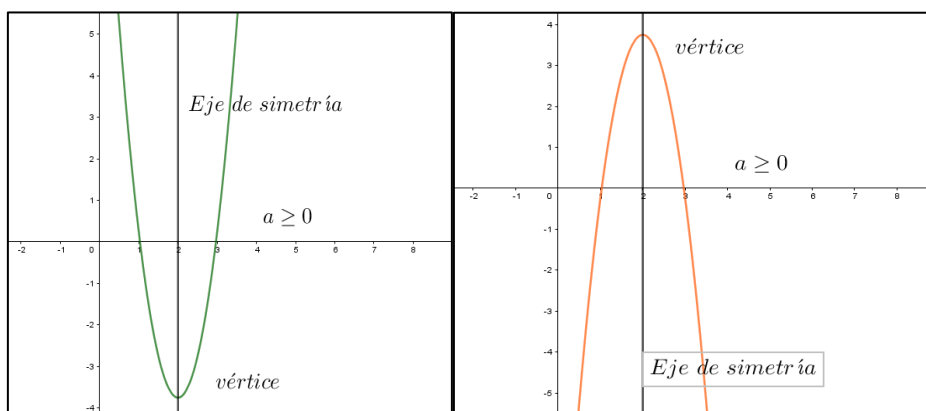
De esta manera se observa una aproximación a la noción del concepto de función, aunque haciendo referencia a sus observaciones astronómicas. En este sentido, al considerar las ecuaciones se podía evidenciar de qué forma los babilónicos abordaban situaciones de tipo cuadrático.

La cultura Griega está notablemente caracterizada por un pensamiento de carácter deductivo a la que se le atribuye el aporte a la Historia del pensamiento matemático del sistema axiomático para el estudio de las matemáticas y con grandes aportes en lo que a concepciones cuadráticas se refiere, entre ellos puede identificarse: Euclides en la obra *Los Elementos* se puede observar el manejo y tratamiento de las relaciones cuadráticas que les competía como puede verse a manera de ejemplo en la proposición 5 del libro II, en la que se realiza una demostración de forma retórica y deductiva de una de las propiedades de la división de segmentos.

Los aportes de estas culturas permitieron dar paso a la construcción del concepto de función cuadrática, de tal forma que dada la función $y = f(x)$ definida por la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, b y c son constantes y $x \in \mathbb{R}$ recibe el nombre de función cuadrática. Su respectiva gráfica es una parábola con el eje de simetría paralelo al eje vertical. La parábola abre hacia arriba cuando $a > 0$ y hacia abajo cuando $a < 0$. El punto de la intersección de la parábola con su eje de simetría recibe el nombre de vértice.

Figura 2

Gráfica de la función cuadrática cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.



Nota: Imagen tomada de Fisicalab.

Propiedades de $y = ax^2 + bx + c$:

i) Eje de simetría de la parábola: $x = -\frac{b}{2a}$

ii) $y = \frac{\Delta}{4a}$ es el valor máximo de $y = f(x)$ si $a < 0$, y es el valor mínimo si $a > 0$, donde $\Delta = b^2 - 4ac$.

iii) vértice de la parábola: $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

Una característica tener en cuenta en la función cuadrática es el Valor máximo y mínimo de la función donde dada una función cuadrática en su forma normal $f(x) = a(x - h)^2 + k$, y supongamos además que su vértice es $V = (h; k)$, diremos que la función tiene un máximo en el vértice si dicha función abre hacia abajo y habrá un mínimo si la función abre hacia arriba.

De manera explícita una función $f(x) = a(x - h)^2 + k$ tiene su valor máximo o mínimo cuando:

f toma el valor de $x = h$, esto es:

Si $a > 0$, se tendrá un mínimo en $f(h) = k$

Si $a < 0$, se tendrá un máximo en $f(h) = k$

Análogamente, si la función cuadrática está dada en la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, dicha función tomará su valor máximo o mínimo cuando f tome el valor de $x = -\frac{b}{2a}$, es decir:

Si $a > 0$, se tendrá un mínimo en $f(-\frac{b}{2a})$

Si $a < 0$, se tendrá un máximo en $f(-\frac{b}{2a})$

La función cuadrática contempla el desplazamiento vertical dado que si sumamos una constante a una función cuadrática, su gráfica se desplazará de manera vertical sobre el eje y. Si la constante que se suma a la función es positiva el movimiento será hacia arriba, y si la constante es negativa el desplazamiento de la gráfica será hacia abajo.

Por ejemplo, consideremos la función $f(x) = x^2$, si le sumamos una constante c , obtendremos $f(x) = x^2 + c$, si damos a c el valor de $3 > 0$ nos queda que $f(x) = x^2 + 3$ cuya gráfica es una parábola desplazada hacia arriba 3 unidades de la gráfica de x^2 . Caso contrario, si otorgamos a c un valor de $-2 < 0$ tendríamos $f(x) = x^2 - 2$ que es una parábola desplazada 2 unidades hacia abajo de la gráfica de x^2 .

Continuando con el desplazamiento Horizontal, este se da cuando se suma una constante c a la preimagen x de la función cuadrática, si sumamos una constante $c > 0$ se tendrá un desplazamiento horizontal hacia la izquierda, en caso de tener $c < 0$ será un desplazamiento horizontal hacia la derecha.

Por ejemplo, si consideramos nuevamente la función cuadrática $f(x) = x^2$ y sumamos a su Preimagen $c = -1$ y $c = 2$, obtenemos las funciones $g(x) = (x - 1)^2$ y $h(x) = (x + 2)^2$ respectivamente.

En el eje de simetría de una parábola la gráfica de una función cuadrática es una parábola. El eje de simetría de una parábola es una recta vertical que divide la parábola en dos mitades congruentes. El eje de simetría siempre pasa a través del vértice de la parábola. La coordenada en x del vértice es la ecuación del eje de simetría de la parábola.

Transformaciones de funciones

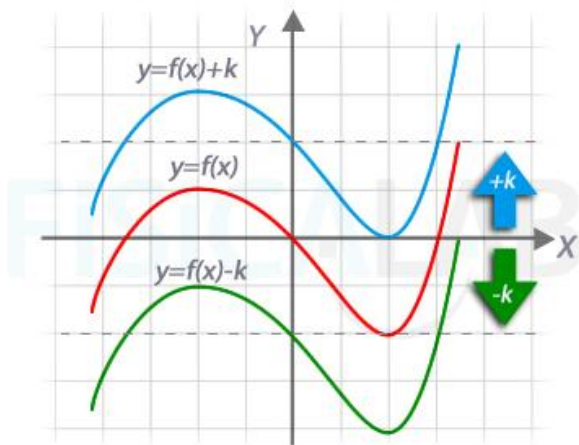
En ocasiones es posible realizar la representación gráfica de una función $g(x)$ a partir de transformaciones elementales sobre otra función $f(x)$ cuya gráfica ya conocemos. El resultado final dependerá de la *operación concreta* aplicada. En general, cuando la operación afecta a $y=f(x)$ se producen cambios en el eje vertical. Cuando la operación afecta a x , los cambios son en el eje horizontal. En este apartado vamos a describir estas transformaciones y sus operaciones asociadas a través de los siguientes puntos:

Traslación vertical: $g(x) = f(x)+k$; $g(x) = f(x)-k$

En este caso estamos sumando (o restando) una constante k a la coordenada y de la función $f(x)$ para así obtener la nueva coordenada y de $g(x)$. El efecto es un desplazamiento en el eje vertical (eje de ordenadas) de la función original, quedando igual en el eje horizontal (eje de abscisas).

Figura 3

Desplazamiento vertical de una función.



Nota: Figura tomada de Fisicalab.

Si sumas una constante k a una función de gráfica conocida $y=f(x)$ (en rojo) se produce un desplazamiento k unidades hacia arriba de la gráfica de la función original (gráfica azul). Si resta

una constante k el efecto es que la gráfica de la función original se desplaza hacia abajo k unidades (gráfica en verde).

Observa un punto cualquiera de la gráfica original. Por ejemplo, el $(x,y)=(0,0)$. Si haces $y=f(x)+k$, el nuevo punto pasará a ser $(0,k)$.

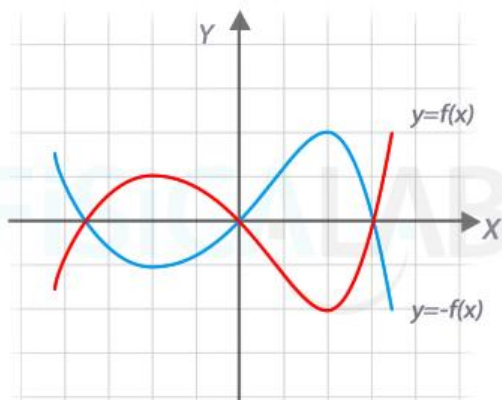
Como **ejemplo concreto** piensa en la parábola centrada en el origen $f(x)=x^2$. Conocida su gráfica, la de $g(x)=f(x)+3=x^2+3$ será igual, pero desplazada 3 unidades hacia arriba. La de $g(x)=f(x)-3=x^2-3$ será igual, pero desplazada 3 unidades hacia abajo.

Reflexión vertical: $g(x)=-f(x)$

La reflexión vertical ocurre cuando cambiamos el signo al eje y de una función $f(x)$ o, dicho de otro modo, cuando lo multiplicamos por -1 . El efecto es el de obtener la función simétrica respecto al eje x .

Figura 4

Reflexión vertical de una función.



Nota: Figura tomada de Fisicalab.

Multiplicar una función por -1 es equivalente a cambiar el signo de todas sus imágenes (valores de y). Así, la función en azul es la simétrica de la función original en rojo, respecto al eje de abscisas.

Observa un punto cualquiera de la gráfica original. Por ejemplo, el $(x,y)=(-2,1)$. Si haces $y=-f(x)$, el nuevo punto pasará a ser $(-2,-1)$.

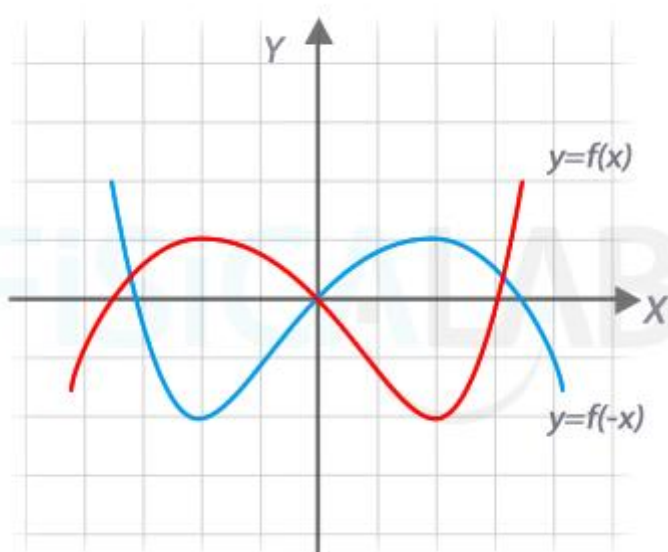
Como **ejemplo concreto**, la función $f(x)=x^2+1$. Si queremos construir $g(x)=-f(x)=-(x^2+1)=-x^2-1$ y conocemos la gráfica de la original $f(x)$, no tenemos más que invertirla respecto al eje x . Esto es, que el punto $(0, 1)$ pasaría a ser el $(0, -1)$, el $(1, 2)$ pasaría a ser el $(1, -2)$ y así sucesivamente.

Reflexión horizontal: $g(x)=f(-x)$

La reflexión horizontal ocurre cuando sustituimos cualquier aparición de x de una función $f(x)$ de la que conocemos la gráfica por $-x$. El efecto es el de obtener la función simétrica respecto al eje y .

Figura 5:

Reflexión horizontal de una función.



Nota: Figura tomada de Fisicalab.

Dada una función, en rojo, su simétrica respecto al eje y , en azul, se obtiene cambiando x por $-x$ en la expresión analítica de la original.

Observa un punto cualquiera de la gráfica original. Por ejemplo, el $(x,y)=(-2,1)$. Si haces $y=f(-x)$, el nuevo punto pasará a ser $(2,1)$.

Observa que las funciones que presentan paridad par, es decir, simetría respecto al eje y no varían su gráfica.

Como **ejemplo concreto**, piensa en la función simétrica respecto al eje de ordenadas $f(x)=x^2+1$. Gráficamente sabes que es una parábola con las ramas hacia arriba y con el vértice en $(0,1)$. Si la invertimos "gráficamente" respecto al eje y , la gráfica no cambia. Observa ahora lo que ocurre analíticamente; la nueva función $g(x)=f(-x)$ se obtiene cambiando todas las apariciones de x en $f(x)$ por $-x$, quedando: $g(x)=f(-x)=(-x)^2+1=x^2+1$, que tiene la misma expresión que la función original $f(x)$.

Expansión y contracción horizontal: $g(x)=f(k \cdot x)$

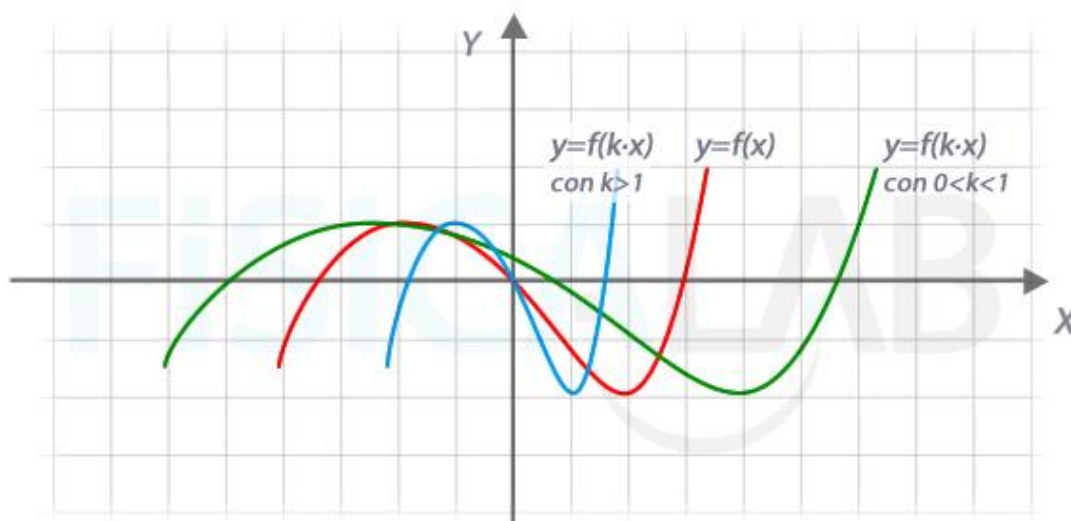
En este caso multiplicamos la coordenada x de la función $f(x)$ por una constante k para obtener la nueva gráfica de $g(x)$. Se trata de sustituir todas las apariciones de x en la función original $f(x)$ por $k \cdot x$:

Si $k > 1$, la función contrae en el eje x

Si $0 < k < 1$, se dilata (se expande) en el eje x

Figura 6

Expansión y contracción horizontal.



Nota: Figura tomada de Fisicalab.

Puedes contraer o expandir una función en el eje x multiplicando todas las apariciones de x por un número k mayor que uno o entre cero y uno respectivamente. La función roja, es la función original. La función azul es la función original contraída y la función verde es la función original dilatada.

Observa un punto cualquiera de la gráfica original. Por ejemplo, el $(x,y)=(2, -2)$. Si haces $y=f(k \cdot x)$, el nuevo punto pasará a ser $(2/k, 1)$. A la luz de esto, ¿sabrías decir el valor de k para la función contraída y la dilatada?

Ten presente que multiplicar por un número entre 0 y 1 equivale a *dividir* por un número mayor que 1 ($g(x)=f(0.5 \cdot x)=f((1/2) \cdot x)$).

Debes evitar la tentación de expandir la función cuando veas un $k > 1$, o de contraerla cuando $0 < k < 1$ en $f(k \cdot x)$. Como hemos señalado, el efecto *sobre la función* al multiplicar todas las apariciones de la variable independiente por k es justo el contrario a lo que le ocurriría a un

número cualquiera que se multiplicase por k . Efectivamente, este crecería si $k > 1$ o se compactaría si $0 < k < 1$.

Referente Didáctico

En el siguiente apartado se abordará el referente didáctico con el cual se realiza este trabajo, el cual está direccionado a la elaboración de un diseño de tareas, para lo cual referenciamos a Mackrell, Maschietto & Soury-Lavergne (2013) en su artículo “The interaction between task design and technology design in creating tasks with Cabri Elem”, en el cual el diseño de tareas es dimensionado como importante para la solución de problemas y en el aprovechamiento de la tecnología en el aula de clases.

Dentro de las situaciones didácticas (Brousseau, 1998) nos brinda una serie de herramientas conceptuales que permitirán el estudio y el diseño de tareas. Es aquí donde el conocimiento es visto como un sistema construido por un sujeto y un medio en su interacción, el sujeto actúa dentro y recibe retroalimentación del medio. Sin embargo, hay un requisito adicional. La significación de los conocimientos que se puede construir en la interacción depende de la existencia de un espacio de incertidumbre y la libertad para el sujeto sobre la acción y la estrategia apropiada. Si el estudiante no tiene otra opción, el resultado del aprendizaje puede no llegar a tener un significado matemático.

Existe una gran relación entre el medio y la tecnología, pero el medio no puede reducirse a solo tecnología. La tecnología puede ser un componente del entorno, sin embargo, sólo parte de la tecnología es relevante para las matemáticas. El entorno relacionado con el estudiante cambia a medida que el conocimiento del estudiante se desarrolla, además, el problema matemático y la tarea son elementos clave de una situación didáctica. En el contexto de esta contribución la tarea involucra objetivos de aprendizaje, pues cuando un maestro propone una tarea a un

alumno, asume que lograr la tarea causará aprendizaje, esto implica que el estudiante encuentre un problema matemático, el cual se realiza mediante acciones concretas y conceptuales del alumno, se corresponde con las fases de la situación didáctica (en el sentido de Brousseau) y se relaciona con diferentes valores de un conjunto de variables didácticas. Estas hacen referencia a la variación de un conjunto de condiciones y relaciones propias de un conocimiento bien determinado. Dicha variación puede ocurrir a la voluntad del docente, y se constituye variable didáctica cuando según los valores que toman modifican las estrategias de resolución y en consecuencia el conocimiento necesario para resolver la situación.

Un diseño de tareas consiste, por un lado, en identificar las variables didácticas de la situación y por otro el de elegir la sucesión de combinaciones apropiadas de variables didácticas.

Dentro de los parámetros de la situación se hallan las variables didácticas, con valores que causan efecto en estrategias de solución, los efectos se clasifican de tres formas: el primero consiste en un cambio en la validez de una estrategia, donde la estrategia que produce una respuesta correcta con cierto valor de una variable didáctica producirá una respuesta incorrecta con otro valor. En el segundo un cambio en el costo de la estrategia; por ejemplo contar elementos uno por uno es suficiente para uno pequeño, pero más costoso para uno mayor. En el tercero se encuentra la posibilidad de usar la estrategia. Al realizar la combinación de los diferentes valores de variables didácticas, estas contribuyen a la definición de la tarea. Es así como el diseño de tarea permitirá identificar las variables didácticas de la situación y elegir la sucesión de combinaciones apropiadas de valores de variables didácticas.

Al crear una tarea de aprendizaje en un entorno informático, el autor debe crear todos los elementos con los que el estudiante interactuará, los objetos que este manipulará, las posibilidades de acción sobre estos objetos y los comentarios proporcionados por el entorno.

Los elementos que se tomen determinan el entorno, el potencial de aprendizaje y la retroalimentación dada por el entorno será un segundo enfoque en la descripción del proceso de diseño de la tarea.

Asimismo, la génesis instrumental la cual corresponde a ese proceso en el que el artefacto se convierte en instrumento en las manos de un usuario – en nuestro caso el estudiante. Esta génesis instrumental implica los procesos de instrumentación mediante los cuales una persona construye esquemas de utilización personal para un artefacto e instrumentalización, por el cual una persona adapta un artefacto a sus propios propósitos, con el fin de que un artefacto se convierta en un instrumento para ser utilizado en la búsqueda de un objetivo (Rabardel y Bourmaud, 2003). La instrumentalización es de gran relevancia en el diseño de tareas, además de ser relevante para la propia tecnología.

También es importante tener en cuenta la tipología de situaciones incluidos en la teoría de Brousseau (1986) en una situación didáctica que conforman el medio didáctico que son : la acción , formulación, validación.

La situación de acción consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber mediante la implementación de estrategias.

La situación de formulación consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes; esto es, compartir experiencias en la construcción del conocimiento.

La situación de la validación, donde una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal en el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esa interacción.

La institucionalización del saber representa una actividad de suma importancia en el cierre de una situación didáctica. En esta los estudiantes ya han construido su conocimiento y simplemente el docente retoma y formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos ante los cuales la situación tuvo problemas.

Así la teoría de las situaciones didácticas, como herramienta teórica, nos permitirá conocer como el estudiante reconoce la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática, su razonamiento al respecto desde la representación gráfica con la interacción con las tareas. En específico se trata que el estudiante identifique la relación que existe entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

También es importante tener en cuenta los lineamientos curriculares de matemáticas, puesto que proponen organizar el currículo como un todo armonioso e integrado alrededor de tres ejes: en el primer eje se encuentran los procesos de aprendizaje: como el razonamiento; la resolución y planteamiento del problema, la comunicación, la modelación, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Para este caso se tendrá en cuenta el razonamiento y la comunicación. En el segundo eje están los conocimientos básicos que tienen que ver con los procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de la matemática. Estos procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, entre otros. Para el interés de este trabajo se tendrá en cuenta el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. En el tercer eje se encuentra el contexto, que tienen que ver con los ambientes que lo rodean al estudiante y que le dan sentido a la matemática que aprende. Para este trabajo se tendrá en cuenta el contexto de las mismas matemáticas incorporando las nuevas tecnologías al currículo.

Por tanto, lo anterior es pertinente para la elaboración de este trabajo, debido a que se toman partes de la didáctica que son esenciales para el diseño de tareas, como lo es la construcción del conocimiento matemático a través de la interacción del sujeto con el medio, logrando así una retroalimentación del medio hacia él. Al igual que se tiene en cuenta los lineamientos curriculares de matemáticas para organizar el currículo alrededor de los tres ejes anteriormente mencionados.

Referente Cognitivo

Una noción importante que se destaca del enfoque instrumental es su naturaleza antropocéntrica, reflejada en su conceptualización de objeto antropotécnico, en el cual se promueve un punto de vista centrado en los sujetos, quienes son los que usan, cooperan y controlan el funcionamiento. Lo que se propone es entonces abordar de un modo general estos enfoques teóricos que se usan hoy en la investigación para la integración de la tecnología en la Educación Matemática.

Rabardel (1995), estudia la transformación de artefacto a instrumento y los procesos que envuelven esa transformación progresiva. Así que se dice:

El sujeto es un individuo o grupo de individuos que desarrollan una acción y/o son elegidos para el estudio y el desarrollo de sus posibles esquemas de utilización. También se dice que artefacto puede entenderse como una cosa susceptible de su uso, elaborada para inscribirse en actividades intencionales. Puede ser, por ejemplo: un medio material como un computador. También puede ser un medio simbólico como el código Morse, la iconografía inca, el lenguaje algebraico, un gráfico en un sistema de coordenadas. El instrumento se entiende como un artefacto en situación de uso. La noción de instrumento involucra tanto al artefacto como a los

esquemas de utilización desarrollados por el sujeto cuando realiza una clase de tareas. Cuando el artefacto evoluciona con ayuda del sujeto, a este proceso se le denomina de Génesis Instrumental.

Se le llama génesis instrumental a un proceso de gran generalidad, a partir del cual se da la producción o elaboración de los instrumentos por parte del sujeto, a través de la utilización del artefacto. “Un artefacto junto con las habilidades del sujeto en su utilización, forman lo que es denominado por Rabardel (2011) como instrumento” (Perez-Medina, 2014, p. 132).

Según Rabardel (como se citó en García-Cuellar, Martínez-Miraval y Flores-Salazar, 2020) afirma que:

El artefacto está conectado al uso que el sujeto hace como medio para su acción y que puede ser considerado como una máquina, un objeto técnico, objetos y sistemas simbólicos, o sea, que puede ser definido como material o simbólico. (p. 547)

Durante este proceso, de acuerdo con el autor, el sujeto se apropia de los instrumentos, confiriéndoles funciones que van más allá de sus funciones constitutivas. Este proceso tiene dos dimensiones: instrumentalización, se refiere a la aparición y a la evolución de los componentes artefacto del instrumento, instrumentación, se refiere a la adaptación del sujeto a las dificultades que constituyen el artefacto y sus funciones constitutivas.

Con base a este enfoque, analizaremos la génesis instrumental de un estudiante de grado noveno de la educación básica cuando estudia el concepto de función cuadrática a través de un recurso digital mediado por Geogebra.

Enfoque instrumental

La idea del enfoque instrumental gira alrededor de la conceptualización del instrumento, la actividad instrumentada del sujeto, la mediación instrumental, la génesis instrumental y los sistemas de instrumentos.

En el libro *Les Hommes et les Technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains*, de Rabardel (1995) plantea un enfoque teórico que pretende dar cuenta de la naturaleza compleja del instrumento y la génesis del instrumento en el sujeto, enfatizando en la naturaleza de la mediación instrumental en la actividad humana. Pues se plantea que los instrumentos por ser desarrollos de la historia social y cultural, presentan una fuerte influencia en el sujeto, por tanto, constituyen estructuras cognitivas que median la construcción del conocimiento. En este libro, Rabardel pretende explicar la relación sujeto – instrumento, lo cual deviene de un análisis del impacto de las tecnologías en la vida de las personas. Una noción importante que se destaca del enfoque instrumental es su naturaleza antropocéntrica, reflejada en su conceptualización de objeto antropotécnico, donde fundamentalmente se promueve un punto de vista centrado en los sujetos, donde estos son los llamados a usar, cooperar y controlar el funcionamiento de los objetos e instrumentos.

El origen de los objetos y sistemas tecnológicos es eminentemente antropotécnico, es decir poder ver más allá del objeto en sí, esto se debe a que todos los instrumentos y sistemas de instrumentos, son a su vez, fruto de desarrollos tecnológicos de la cultura de los espacios humanizados, por tanto no es suficiente aprender de los instrumentos solamente a partir de las tecnologías que los han surgido, sino también de las culturas en las que han sido concebidos, desarrollados e incluso, desechados.

La aproximación instrumental desarrolla una conceptualización de instrumento, diferenciándola del artefacto. El instrumento, producto de una construcción del sujeto, se

presenta como una entidad mixta compuesta por el artefacto y determinadas estructuras conocidas como esquemas de utilización.

Mediación instrumental

La acción mediada del sujeto requiere previamente la construcción o desarrollo de instrumentos por parte del sujeto, el cual no le está dado desde el principio y es éste el que lo elabora en dicho proceso mencionado anteriormente, conocido como Génesis Instrumental.

En la mediación instrumental, los artefactos son considerados además de medio para llevar a cabo una acción concreta, como un medio para la enseñanza. El rol de los artefactos en la enseñanza está expresado frecuentemente a través de la metáfora de dar acceso al conocimiento matemático, es decir presentan una fuerte influencia en la construcción del saber y en sus modos de construcción.

Como lo dice Moreno (como se citó en Perez-Medina, 2014), “La mediación instrumental comienza desde el momento en que podemos redefinir los objetos matemáticos en términos de las construcciones ejecutables. No solo hay representaciones ejecutables sino también construcciones ejecutables como las que se hacen con el software Cabri” (p. 132).

El impacto de los instrumentos en la actividad cognitiva del sujeto está relacionado con determinados factores relacionados con la idea de la actividad previamente requerida y la apertura del campo de las acciones posibles.

Este referente la idea central de Rabardel (1999) de que las génesis hacen parte integral del proceso de aprendizaje de las matemáticas y que por tanto deben de considerarse en el diseño y puesta en escena de secuencia de tareas.

Posibles Articulaciones Teóricas

Establecer una articulación de la relación existente entre las dimensiones matemática, curricular, didáctica y cognitiva es de gran importancia para lograr que los referentes teóricos converjan en el diseño de la secuencia de tareas y en su implementación.

De este modo. Desde lo curricular se estipula aquello que se desea trabajar según el grado de escolaridad que este caso en particular se desea que el estudiante identifique relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades, reconociendo el significado de los parámetros, esto se realizará a través de la implementación de un Software como lo es Geogebra, donde se puede visualizar los elementos abstractos propios de la parábola.

Para ello se tiene en cuenta el referente didáctico, dentro de las situaciones didácticas (Brousseau, 1998) nos brinda una serie de herramientas conceptuales que permitirán el estudio y el diseño de tareas. Es aquí donde el conocimiento es visto como un sistema construido por un sujeto y un medio en su interacción, el sujeto actúa dentro y recibe retroalimentación del medio.

El uso de las TIC en esta propuesta le permitirá al estudiante acercarse, de manera más interesante y significativa, al conocimiento de la función cuadrática, puesto que según el MEN (1998, p. 18) algunas de las ventajas que ofrecen las nuevas Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) son: se enfoca en el estudiante y sus preferencias, así como los medios con los que este cuenta, a través de las diferentes herramientas informáticas que existen hoy en día, las cuales sirven como apoyo al maestro para que este pueda acercar más el conocimiento del alumno, pero esta vez desde un rol de acompañante del aprendizaje, esto le permite ofrecer otras perspectivas del aprendizaje, desde lo autodidáctico y autónomo.

Capítulo III. Metodología

Existen diversos métodos para abordar una investigación, entre estos el método de investigación cuantitativa y el método de investigación cualitativo. El primero basado en un tipo

de pensamiento deductivo, que va desde lo general a lo particular, utilizando la recolección y análisis de datos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente. Además, confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de estadísticas para establecer con exactitud, patrones de comportamiento en una población. El segundo es el método cualitativo que tiene como objetivo la descripción de las cualidades de un fenómeno, busca un concepto que pueda abarcar una parte de la realidad, trata de descubrir tantas cualidades como sea posible y obtener un entendimiento lo más profundo posible.

Los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de su estudio. Se ha dicho de ellos que son naturalistas. Es decir que interactúan con los informantes de un modo natural y no intrusivo. En la observación participante tratan de no desentonar en la estructura, por lo menos hasta que han llegado a una comprensión del escenario. Para el desarrollo de este trabajo se tendrá en cuenta la investigación cualitativa, pues se pretende observar el comportamiento de un grupo de estudiantes del grado noveno en el momento que se enfrenten a solucionar las tareas diseñadas con el software de Geogebra, con el objetivo que reconozcan la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática. Posteriormente se analizarán los resultados que arroje la actividad, teniendo en cuenta los registros fílmicos y registros físicos plasmados en las hojas de respuesta una vez desarrollen las diferentes tareas.

Enfoque Metodológico: Investigación Cualitativa

La metodología de la investigación que se realizará en este trabajo, es una metodología cualitativa, se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos, como lo dice Taylor y Bogan (1984) “las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable”.

Se tomará la investigación cualitativa para el desarrollo de este trabajo, debido a que a través de ella se logra recopilar datos por medio de la observación en el momento que se evidencian algunos comportamientos que permiten dar cuenta de la forma del aprendizaje de los estudiantes del grado noveno

Inicialmente se hará la implementación de las tareas a los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa la Cauca, las cuales fueron validadas previamente por el magister de la clase de seminario de trabajo de grado y los estudiantes de último semestre de la licenciatura de Educación Básica con énfasis en matemáticas.

La secuencia de tareas consta de tres tareas diseñadas con el software interactivo de Geogebra. La tarea uno contiene siete enunciados que el estudiante debe resolver con el objetivo de identificar la funcionalidad del parámetro “a” al mismo tiempo que va interactuando con el applet diseñado con este software. En la tarea dos se le proporcionan cuatro enunciados para que el estudiante los desarrolle, con el objetivo de identificar la funcionalidad del parámetro “b”. En la tarea tres se le proporcionan siete enunciados para que el estudiante los desarrolle al mismo tiempo que interactúa con el respectivo applet. En el desarrollo de estas tareas el estudiante tiene la posibilidad de intercambiar información entre pares, es decir, que el estudiante puede interactuar con sus compañeros, y si es del caso con el profesor, con el propósito de resolver dudas que se le presenten en la evolución de la actividad.

En el transcurso de la implementación de estas tareas se recogerán registros fílmicos, y físicos como las fichas resueltas por parte de los estudiantes. Además, se realizará la respectiva observación por parte del docente para cualificar e informar de manera objetiva y precisa acerca de lo observado en el momento de la aplicación. Seguidamente, se hará el análisis de los resultados obtenidos, haciendo uso de los registros recolectados, donde se tendrá en cuenta, lo

observado, los diálogos que se dieron, las respuestas a los enunciados de las fichas y la entrevista realizada previamente. Con el fin de identificar si se cumple con el objetivo propuesto que es el de aportar al aprendizaje sobre el reconocimiento de la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática.

Estrategia Metodológica: Estudio de Casos

Los casos de investigación adoptan, en general una perspectiva integradora. Un estudio de caso es según la definición de Yin (1994, pág 13),

Una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto de la vida real, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes. El estudio de caso no tiene especificidad, pudiendo ser usado en cualquier disciplina para dar respuesta a preguntas de la investigación para la que use. (...) Una investigación de estudio de caso trata exitosamente con una situación técnicamente distintiva en la cual hay muchas más variables de interés que datos observacionales; y, como resultado, se basa en múltiples fuentes de evidencia, con datos que deben converger en un estilo de triangulación; y, también como resultado, se beneficia del desarrollo previo de proposiciones teóricas que guían la recolección y el análisis de datos”

Optamos por esta técnica de investigación dado que también permite estudiar fenómenos en el aprendizaje sobre los parámetros de la función cuadrática dentro de un contexto matemático, a un grupo de estudiantes de grado noveno, quienes serán el caso de estudios. Donde existen variables de interés y datos observacionales que posteriormente serán revisados. Los resultados estarán basados en varias fuentes de evidencia: filmicas, observables y diálogos entre pares. Estos datos convergen del grupo de estudiantes del grado noveno donde se centra en identificar los diferentes comportamientos de los estudiantes a partir de los datos recolectados en la

implementación, y estará orientado a lo cualitativo para dar respuesta al planteamiento del problema. Como cualquier otro diseño o método, los estudios de caso permiten analizar una gran variedad de Fenómenos, desde situaciones o eventos inusuales hasta interacciones complejas (Timmons y Cairns, 2009) y responder a diversos planteamientos de problemas de investigación Green (2011). Por tanto, el análisis se hará teniendo en cuenta algunos eventos inusuales que se presenten en el desarrollo de las tareas y estará guiado sobre la caracterización de los procesos de aprendizaje de los parámetros de la función cuadrática, articulado al diseño de tareas con el software de Geogebra.

Campo de Trabajo y Contexto de la Implementación

Para el desarrollo de este trabajo se hará la implementación de las tareas en la Institución educativa CAUCA, la cual se encuentra ubicada en la carrera 9° N. 1-14 Barrio el Centro en el municipio de Santander de Quilichao - Cauca, dicha Institución es pública de carácter mixto, calendario A, jornada vespertina. La etnia predominante es la mestiza, existiendo en bajos índices indígenas y afrocolombianos. Al igual, dentro de esta población existen los siguientes componentes: desplazados, discapacitados y estudiantes con problemas de aprendizaje.

El grupo escogido para la implementación de las tareas es el grado noveno de educación Básica secundaria, con un número de 30 estudiantes entre 14 y 18 años de edad, de los cuales se seleccionarán 20 para realizar la actividad, debido a que ello corresponde con el número de computadores disponibles. Haciendo referencia a los conocimientos básicos de los estudiantes del grado noveno de la institución Educativa la Cauca acerca de la función cuadrática, se pudo evidenciar que en el plan de estudios de la institución está contenida la temática de la función cuadrática. Por tanto, los estudiantes ya tenían esos conocimientos, pues habían sido orientados por el profesor. Además, al dialogar con el profesor que orienta el área de matemáticas, él

manifiesta que el concepto de función cuadrática ya había sido visto por los estudiantes de este grado, así como sus características y algunas de sus representaciones. Por tanto, el profesor muestra interés en la implementación de las tareas mediadas por el software Geogebra.

Adicionalmente afirma que es interesante hacer el uso de las tic's en este tipo de actividades y que este software es una herramienta que les permite a los estudiantes un mayor aprendizaje a través de la interacción.

Antes de realizar la implementación de las tareas con el software de Geogebra se les preguntó a los estudiantes que si conocían de Geogebra o habían trabajado alguna vez con este software, para lo cual los estudiantes responden de forma afirmativa, que Geogebra es un software que permite realizar tareas de matemáticas y de geometría, donde pueden interactuar recreando un objeto matemático. Además que ya habían hecho algunas actividades en clase con este software.

El espacio donde se realizará la implementación es la sala de informática de la Institución Cauca, la cual cuenta con 30 computadores, de los cuales 20 están bien equipados para llevar a cabo la actividad.

En las tareas a realizar se hace necesario contar con los siguientes artefactos: un computador bien equipado para instalar Geogebra, el software de Geogebra para la implementación de las tareas, un bolígrafo y una hoja con los respectivos interrogantes de cada tarea para llevar un registro de cada estudiante participante.

El tiempo estipulado para cada actividad será de 45 minutos, donde los estudiantes interactuarán con los applets y tendrán que resolver los interrogantes planteados. Debido a que se tomarán registros fílmicos y fotográficos, los estudiantes participantes deberán llenar un formato de consentimiento, los cuales serán firmados por los padres, autorizando que sus hijos hagan

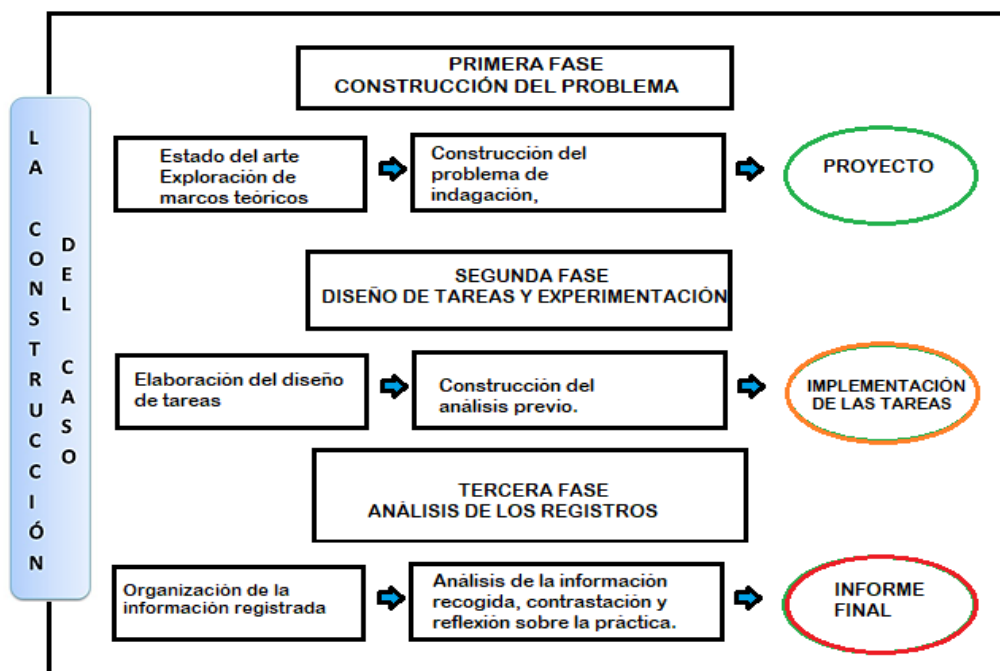
parte de esas evidencias. Dichos consentimientos se guardarán en el archivo de la Institución Educativa y se anexará una copia en este trabajo.

Desarrollo Metodológico

Para llevar a cabo el presente trabajo, se estipularon tres fases de acuerdo a los objetivos planteados, las cuales se describen a continuación:

Figura 7

Construcción del caso.



Nota: La figura anterior muestra las fases que se llevaron a cabo en el desarrollo metodológico de este trabajo. Fuente: elaboración propia.

La primera fase consistió en abordar diferentes investigaciones cuyo centro reside en el objeto matemático que contempla este trabajo, donde se analizaba qué se había hecho hasta el momento, las dificultades que se presentan en relación con el objeto matemático y con la innovación educativa, para así dar paso a la elaboración del planteamiento del problema.

En la segunda fase se pretende realizar el proceso de concepción, diseñar y poner en acto el diseño de tareas. Aquí de lo que se trata es de diseñar la tarea de modo tal que posibilite en su aplicación una mejor percepción de la función en relación con la representación gráfica. Así, se busca minimizar las dificultades por parte de los estudiantes al momento de su ejecución.

La intención de la tercera fase es revisar los registros fílmicos, fotográficos y demás tomados en la segunda fase evidenciando reflexiones en torno a los procesos de aprendizaje. Así las cosas, con base en la información física de las tareas que desarrollaban los estudiantes referente a enunciados que competen a problemas en donde interviene la función cuadrática, lograr observar el comportamiento y el accionar en los estudiantes al instante en que resuelven las tareas planteadas. Además de ello, al aplicar análisis de los registros poder interpretar los resultados de los estudiantes de acuerdo con la respuesta a los interrogantes generados.

Descripción del Diseño de Tareas

En este apartado se especifican los propósitos que guían el diseño de la secuencia de tareas, secuencia que consta de tres partes cuyo objetivo general es el aprendizaje sobre los parámetros de la función cuadrática. La presente propuesta de enseñanza y aprendizaje estará articulada desde varias perspectivas, a saber, la matemática, la curricular, cognitiva, didáctica y la perspectiva tecnológica. En este trabajo, se hace más evidente esta última debido al uso de Geogebra. Software mediante el cual, el arrastre y la visualización proporcionados favorecen aspectos como la percepción de objetos independientes y dependientes, móviles y estáticos dependiendo de la construcción, magnitudes dependientes o independientes, la conservación o no de propiedades matemáticas. Todo dependiendo de la construcción.

En razón de esto, a continuación se especifica los propósitos de cada una de las tareas.

Tarea 1

Con el desarrollo de la primera tarea se pretende que los estudiantes coloquen en práctica sus conocimientos sobre función cuadrática y puedan identificar cuál es la aplicabilidad del parámetro **a** en la función, mediante la interacción del applet y visualización de los cambios de la gráfica. Es decir, el estudiante debe reconocer que si el parámetro **a** es positivo la parábola es cóncava hacia arriba; si el parámetro **a** es negativo la parábola es cóncava hacia abajo; y, si el parámetro **a** es igual a cero, no existe parábola. Además, las funciones cuadráticas pueden sufrir algunas transformaciones como lo son la expansión y contracción de la misma, es aquí donde se pretende que los estudiantes logren identificar que entre más pequeño sea el valor del parámetro **a** positiva, la parábola cambia; es decir, sufre una transformación que se denomina expansión y entre más grande sea el valor de **a** esta se comprime sufriendo aquí otra transformación llamada contracción. Por otro lado, cuando el parámetro **a** es negativo, entre más se acerque el valor del parámetro **a** al cero la parábola sufre una transformación llamada expansión y entre más se aleje del cero la parábola se comprime siendo esta la transformación de contracción. También se espera que los estudiantes observen el momento donde el signo del parámetro **a** cambia de positivo a negativo o de negativo a positivo, mostrando aquí una nueva función cuadrática, que es una transformación llamada reflexión.

Tarea 2

Con el desarrollo de la segunda tarea se espera que el estudiante pueda identificar la aplicabilidad del parámetro **b** en la función cuadrática, teniendo en cuenta la interacción con el applet y la visualización de los cambios que presenta la gráfica a medida que se cambia los valores a dicho parámetro. Es decir, el estudiante debe lograr identificar que cuando el parámetro **b** toma valores positivos y la parábola es cóncava hacia arriba se desplaza hacia la izquierda, y al tomar valores negativos, la parábola con la misma concavidad se desplaza hacia la

derecha. Así mismo, debe reconocer que cuando el parámetro **b** toma valores positivos y la parábola es cóncava hacia abajo, se desplaza hacia la derecha, y al tomar valores negativos la parábola con la misma concavidad se desplaza hacia la izquierda.

Tarea 3

En la tercera tarea se pretende que el estudiante logre reconocer la aplicabilidad del parámetro **c** en la función cuadrática mediante la interacción con el applet y la visualización de los cambios en la gráfica a medida que se cambian los valores de dicho parámetro. La transformación que sufre la función cuadrática cuando el valor del parámetro **c** cambia, es lo que se quiere que el estudiante identifique, que cuando **c** toma un valor positivo la parábola se traslada hacia arriba, dejando ver en ese momento la transformación de una función cuadrática denominada desplazamiento vertical y cuando el parámetro toma un valor negativo la parábola se traslada hacia abajo mostrando aquí la transformación desplazamiento vertical. Además, se pretende mostrar que el valor del parámetro **c** en la función cuadrática coincide con el valor de la intersección en el eje y.

Capítulo IV. Análisis de Resultados de las Tareas

La fase de experimentación se llevó a cabo en la Institución educativa CAUCA, la cual se encuentra ubicada en el Barrio Centro del municipio de Santander de Quilichao – Cauca. El desarrollo de las tareas se realizó con la participación de los estudiantes de grado noveno de Básica secundaria, de los cuales se seleccionaron 20 para realizar la actividad, debido a que ello corresponde con el número de computadores disponibles.

El espacio donde se realizó la implementación fue en la sala de informática de la Institución Cauca, la cual cuenta con 20 computadores, para llevar a cabo la actividad. Además se cuenta con un video beam para la proyección del trabajo a ejecutar.



Imagen 1: Presentación de las tareas

Los estudiantes se organizaron de manera individual en un computador para iniciar el desarrollo de las tareas. Se les asignó las preguntas de cada tarea de forma física, al tiempo que en el applet. Seguidamente, se le solicitó que las respondieran a medida que interactuaban con las tareas en el software de Geogebra.

Para dar inicio a la actividad los autores del presente trabajo (ver imagen 1) procedieron a dar las respectivas recomendaciones sobre cómo se iba a desarrollar la clase. En primer instancia, se hizo la respectiva presentación de los autores del trabajo; se dio a conocer cuál era el objetivo de la tarea; finalmente la presentación de la tarea. Posteriormente, se da apertura a la primera tarea en cada uno de los equipos de cómputo, a los cuales ya se les habían instalado el software de Geogebra anticipadamente. Se les preguntó a los estudiantes si ellos estaban familiarizados con el software de Geogebra, a lo que ellos respondieron que ya habían trabajado con este software anteriormente.

Tarea1

En la tarea 1 que hace mención al **parámetro “a”**, donde el propósito es que el estudiante pueda reconocer que el parámetro “a” es el que permite determinar la concavidad de la parábola en una función cuadrática. Además de la estrechez y su amplitud.

Para el desarrollo de esta tarea se diseñó un applet y se plantearon las siguientes preguntas (ver imagen 2) en las cuales, los estudiantes para dar solución demoraron en promedio 45 minutos por cada tarea. Es de aclarar que a los estudiantes se les proporcionó una ficha de trabajo de manera física con los interrogantes para cada tarea al mismo tiempo que se le proporcionaba en el mismo applet.

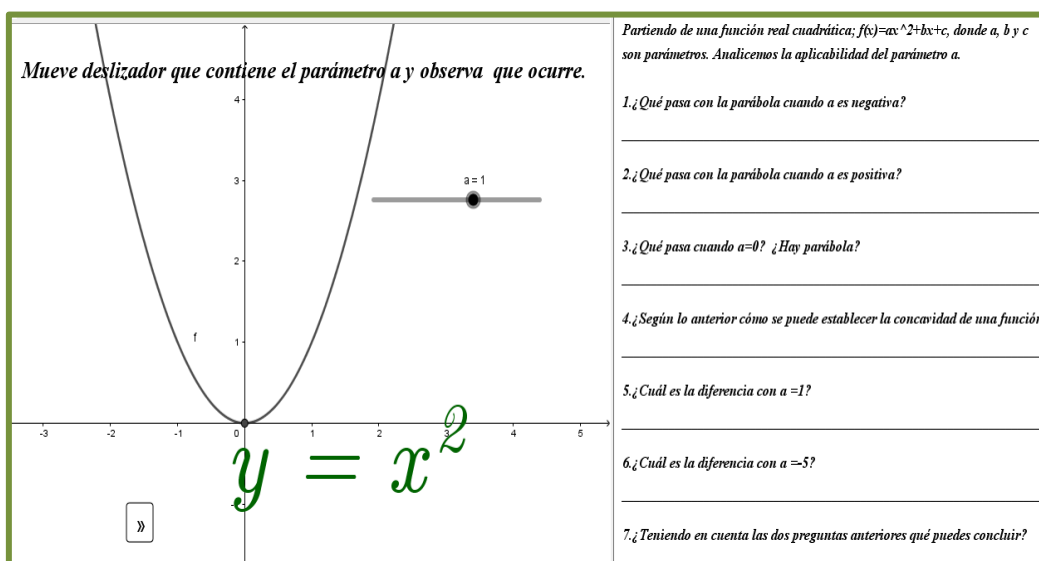


Imagen 2: Preguntas de la tarea N. 1

En esta tarea los estudiantes empiezan a movilizar los deslizadores mediante el arrastre, (como se muestra en la imagen 3) lo cual les permite poder visualizar los cambios que se presentan en la gráfica de la función, pues cada vez que se le realiza un cambio en el valor del parámetro, la gráfica muestra un cambio en su parábola. Esto se debe a la interacción realizada por el estudiante con el deslizador respectivo o cuando se varía el valor del parámetro. Es así como el estudiante realizaba el arrastre del deslizador una y otra vez. Al mismo tiempo iba

observando que la parábola subía y bajaba cambiando su concavidad. De igual forma el estudiante podía identificar que la representación algebraica del parámetro “ a ” cambiaba.



Imagen 3: Desarrollo tarea 1.

Luego de interactuar con el applet se procedió a dar respuesta a los interrogantes de la tarea 1. La primera, segunda, tercera y cuarta pregunta que tienen como consigna ¿Qué pasa con la parábola cuando a es negativa? ¿Qué pasa con la parábola cuando a es positiva? ¿Qué pasa cuando a es igual a 0? ¿Hay parábola? ¿Según lo anterior cómo se puede establecer la concavidad de una función cuadrática?

En un comienzo, se les preguntó a los estudiantes qué era una parábola. Después, se les mencionó que es una parábola y cuáles son sus características, se le contextualizó con ejemplos reales, como que la parábola puede describir trayectorias de chorros de agua en una fuente, o puede ser incorporada en estructuras como reflectores parabólicos que forman la base de los platos satelitales y faros de los carros.

Seguidamente, para dar solución a estas preguntas hubo interacción del estudiante con el applet, al mismo tiempo que se generaban diálogos con el docente, como el siguiente:

-Estudiante (E): Profesor, no entiendo este interrogante: ¿Qué pasa con la parábola cuando **a** toma valores positivos?

-Profesor (P): Para dar solución a este interrogante debes interactuar con el deslizador para que puedas ver el comportamiento de la gráfica.

-E: ¡Ah! Entiendo.

-P: ¿Qué puedes observar?

-E: Profesor, considero que cuando el deslizador toma valores positivos, la parábola tiene una abertura hacia arriba.

-P: ¿Y al tomar el deslizador de este parámetro valores negativos, qué sucede?

-E: Al tomar valores negativos, la gráfica le cambia su abertura hacia abajo.

-P: ¡Muy bien!

-E: Cuando movemos el deslizador hasta el cero ya no hay una línea curva, sino una línea recta

-P: Es así como debes seguir interactuando con el deslizador.

-E: Cuando hablo de concavidad, ¿A qué se refiere?

-P: Se refiere a la abertura que hemos venido hablando que tiene la parábola, la cual puede ser hacia arriba o hacia abajo.

-E: ¿Concavidad es cuándo la parábola es así? (realizando un semicírculo con los dedos en el aire).

-P: Así es, eso es concavidad.

-E: Ah, entiendo, entonces la concavidad depende del signo de **a**.

Los descubrimientos alcanzados a partir de la retroacción generada por el artefacto causaron sorpresa por parte del estudiante (ver imagen 4). Pues le permitieron dar respuesta a los interrogantes planteados en la tarea 1 sobre el parámetro **a**.



Imagen 4: Desarrollo tarea 1

Desde este contexto, la retroacción del artefacto en el momento que hay una interacción con el applet poco a poco le permite ir identificando cual es la aplicabilidad del parámetro que se le está dando a conocer, de esta manera el estudiante va interiorizando algunas características propias de este parámetro que contiene la función cuadrática, tales como que la concavidad depende del signo de **a**, si es positivo su abertura es hacia arriba y si es negativa su abertura es hacia abajo, dando así respuesta a estos primeros interrogantes.

Para dar solución a las tres preguntas siguientes ¿Cuál es la diferencia con **a** igual a 1? ¿Cuál es la diferencia con **a** igual a -5? ¿Teniendo en cuenta las dos preguntas anteriores qué puedes

concluir? El estudiante procedió a hacer la opción arrastre del deslizador en varias ocasiones, con el fin de poder determinar qué otra función cumplía este parámetro de la función cuadrática y cómo se evidenciaba el cambio en la gráfica. De esta manera el software de Geogebra causa retroacciones mediadas por el instrumento que le permiten al estudiante generar nuevos aprendizajes al detectar los cambios que presentaba la gráfica a medida que cambiaba los valores de **a**. A manera de ejemplo podemos encontrar un diálogo entre estudiantes y docente, el cual se muestra al respecto:

-Estudiante (E): Profesor ¿Qué pasa cuando toma estos valores? (señala los valores dados en la pregunta).

-Profesor (P): Mueve el deslizador que contiene el parámetro “a” y trata de identificar lo que sucede en la gráfica. Mira los valores 1, 3, 5, 6, -1,

-E: ¡Ah!, ¡cambia.

-P: Intenta identificar entonces lo que sucede.

-E: Cuando toma valores como: -1, 2 la concavidad de la parábola es más amplia.

-P: Y cuándo toma valores como: 6 y 8 ¿Qué sucede?

-E: Al tomar estos valores la parábola se nota más estrecha.

-P: ¿Y qué puedes decir sobre esos valores?

-E: Entiendo, entonces si los valores de **a** están más cercanas al cero la parábola es más amplia y si está lejos del cero la parábola se hace más estrecha sin importar el signo de **a**.

-P: Correcto. ¿Y si le damos estos valores 2, -2, 1, -1, 4, -4, 5, -5?

-E: Cuando le damos el valor de 2 la concavidad está hacia arriba y cuando le damos -2 la concavidad está hacia abajo, cuando le damos el valor de 1 la concavidad está hacia arriba y cuando le damos -1 la concavidad está hacia abajo. Esto sucede con todos estos valores.

-P: ¿Qué más puedes observar?

-E: Se puede observar que la concavidad cambia, pero mantiene su forma, como si girara la gráfica.

-P: Así es, lo que acabas de observar es una transformación llamada reflexión, al cambiarle el signo a un mismo valor.

-E: Si profe, ya recuerdo esta transformación.

-P: Muy bien, ahora puedes dar solución a estos tres interrogantes.

De este modo, se empieza a evidenciar que el estudiante puede reconocer otras particularidades del parámetro “a” como su amplitud y su estrechez. Respecto a ello resultan algunas dudas por parte de los estudiantes frente a la búsqueda de respuestas a los interrogantes planteados en esta tarea, tales como: La dificultad presentada por un estudiante se debía a que en algunos casos confunden la dirección de la concavidad al no tener en cuenta el signo. Al mismo tiempo que iban interactuando con el software el docente iba despejando esas dudas.

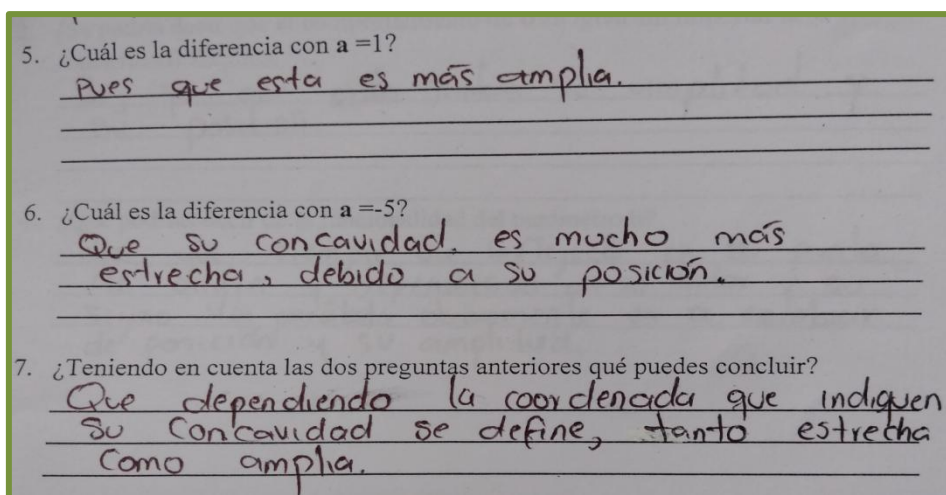


Imagen 5: Respuestas de un estudiante a la tarea 1.

Es así como la mayoría de estudiantes iban dando respuestas más acertadas como lo muestra la imagen 5 a los interrogantes planteados:



Imagen 6: Diálogo entre el docente y el estudiante.

A partir de estos diálogos entre el docente y los estudiantes, estos últimos iban aclarando las dudas que resultaban en el desarrollo de esta actividad, permitiéndoles ir identificando algunas características propias del parámetro “ a ” y su relación con la representación gráfica de una función dada.

De este modo, el profesor guía al estudiante, para que este se vaya encaminando hacia la identificación de características propias de este parámetro, es decir, se le indica las pautas a seguir y no necesariamente a darle la respuesta. El profesor le realiza preguntas a los estudiantes mientras ellos van interactuando con el applet, por ejemplo: ¿Al accionar con el deslizador la gráfica tiene cambios? Si hay cambios ¿Qué tipo de cambios se da?. De esta manera, el estudiante va reconociendo la funcionalidad del parámetro “ a ” del objeto matemático a medida que el estudiante interiorice cada una de las características propias del parámetro “ a ”, es decir, cuando reconozca que dicho parámetro es el que le da la concavidad a la parábola en la función cuadrática. Teniendo en cuenta todos estos aspectos en el desarrollo de la tarea uno sobre la aplicabilidad del parámetro “ a ” se puede decir que el estudiante pudo reconocer que la

concavidad de la parábola depende del signo de **a**, pues si es positivo la concavidad es hacia arriba, si es negativo la concavidad es hacia abajo y si es igual a cero no existe una parábola. Además, que si los valores que toma **a** son cercanos al cero la abertura de la parábola es más amplia, que si los valores que toma **a** son más lejanos al cero la abertura de la parábola es más estrecha sin importar el signo de **a**.

Tarea 2

En la tarea 2 relacionada con el parámetro **b**, donde el propósito es que el estudiante pueda reconocer que el parámetro **b** es el que permite realizar desplazamientos de la parábola hacia la derecha o hacia la izquierda, dependiendo de la concavidad.

En un primer momento de la tarea 2 se le proporciona una imagen como la siguiente (ver imagen 7)

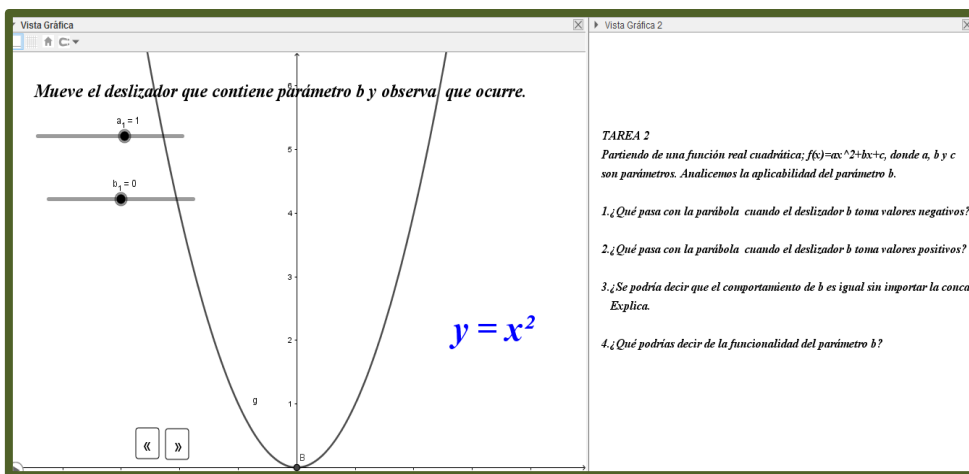


Imagen 7: Gráfica inicial de la tarea 2

Es así como mediante el arrastre del deslizador el estudiante inicia a identificar el comportamiento de la parábola mientras se le va realizando cambio de valores al parámetro “**b**”, ya que a medida que interactúa con el deslizador inmediatamente se puede observar la parábola y sus cambios en el monitor del equipo, pues el artefacto permite una retroacción, que conlleva a

que el estudiante pueda ir identificando algunas características de este parámetro y pueda dar respuesta a los siguientes interrogantes: ¿Qué pasa con la parábola cuando el deslizador **b** toma valores negativos? ¿Qué pasa con la parábola cuando el deslizador **b** toma valores positivos? ¿Se podría decir que el comportamiento de **b** es igual sin importar su concavidad? ¿Qué podrías decir de la funcionalidad del parámetro **b**?

Para dar solución a los enunciados planteados, los estudiantes movilizaron el deslizador del parámetro “b” varias veces, para ver qué cambios ocurría en la gráfica a medida que los valores del parámetro “b” iban cambiando. De esta manera el estudiante podía notar que cuando el deslizador del parámetro “b” tomaba valores positivos la parábola se trasladaba hacia la izquierda (como lo muestra la imagen 8) y cuando el deslizador del parámetro “b” tomaba valores negativos la parábola se trasladaba hacia la derecha (como lo muestra la imagen 9) (tomando como referencia el parámetro “a” mayor que cero).



Imagen 8: Comportamiento de la gráfica cuando b es positivo y la parábola cóncava hacia arriba.

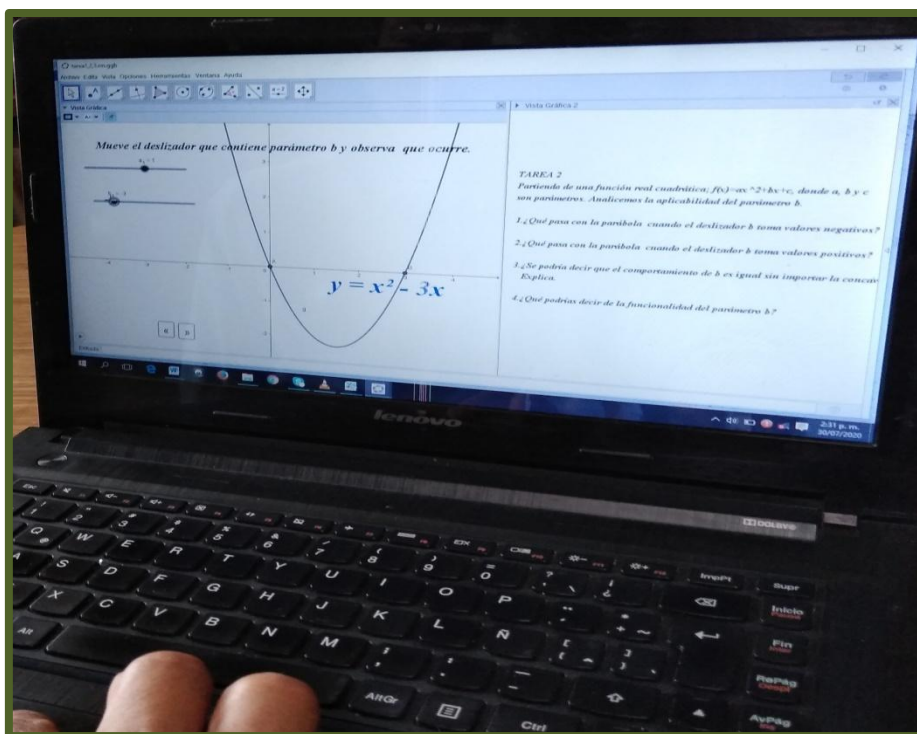


Imagen 9: Comportamiento de la gráfica cuando b es negativa y la parábola cóncava hacia arriba.

De esta forma el applet mediante la retroacción conllevaba al estudiante a descubrir algunas características del parámetro b las cuales le permitieron dar solución a estos interrogantes de manera correcta, como lo muestran las imágenes siguientes (Ver imágenes 10 y 11):

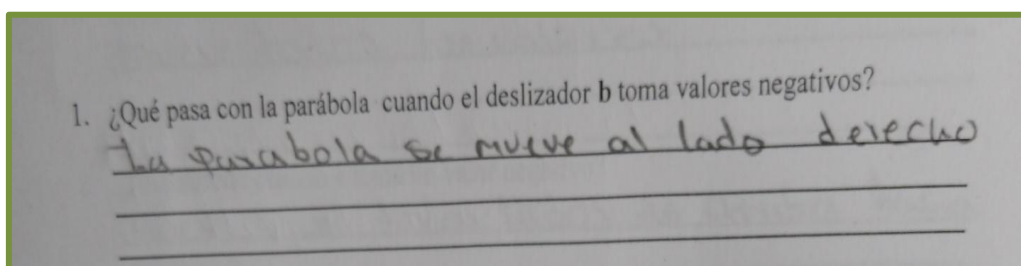


Imagen 10: Respuesta al interrogante 1 por parte de un estudiante.

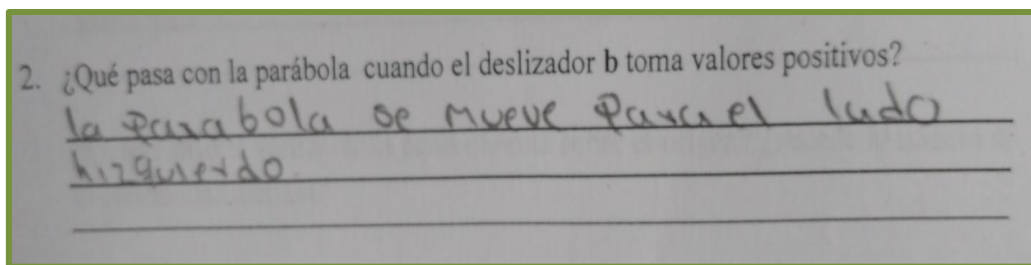


Imagen 11: Respuesta al interrogante 2 por parte de un estudiante.

Sin embargo, cuando el estudiante se encuentra con el siguiente enunciado: ¿se podría decir que el comportamiento de “b” es igual sin importar la concavidad? El estudiante se le generaba la duda para dar respuesta a esta. Porque a pesar de reconocer algunas características de este parámetro **b** no había claridad para este interrogante. Pues algunos estudiantes manifestaban que, si era igual. Esta respuesta posiblemente se debía a que al interactuar con el deslizador del parámetro “b” el estudiante no estaba teniendo en cuenta que podría interactuar también con el deslizador del parámetro “a”, el cual le indicaría la importancia de la concavidad en la funcionalidad del parámetro “b” en esta tarea. Por tanto, el docente guía al estudiante generándole algunas preguntas para que él interactúe con los deslizadores de los parámetros “a” y “b” y de esta forma pudiesen identificar los cambios que presentaba la parábola y así llegar a una respuesta más acertada a este enunciado. Algunos interrogantes presentados se pueden ver en el siguiente diálogo:

-P: ¿Qué sucede al movilizar el deslizador del parámetro b?

-E: La gráfica se mueve de un lado a otro

-P: ¿En qué sentido se mueve?

-E: Se mueve de derecha a izquierda y viceversa.

-P: ¿Qué más puedes observar sobre la gráfica?

-D: Observo que se mantiene el punto de corte de la gráfica con el eje x en el momento que se moviliza la gráfica de derecha a izquierda.

-P: ¡Muy bien! Ahora interactúa también con el deslizador del parámetro **a**, vuelve a movilizar el deslizador del parámetro **b**, y observa el comportamiento de la gráfica.

-E: Mmm se observa que su comportamiento es diferente, dependiendo del valor de **a**.

-P: ¿Si? ¿Cuál es la diferencia que observas?

-E: La dirección en que se mueve la gráfica es diferente dependiendo si **a** tiene valores positivos o valores negativos, pues si **a** es negativa al darle valores negativos a **b** la gráfica se mueve hacia la izquierda (Ver imagen 12). Y al darle valores positivos a **b** la gráfica se mueve hacia la derecha. (Ver imagen 13)

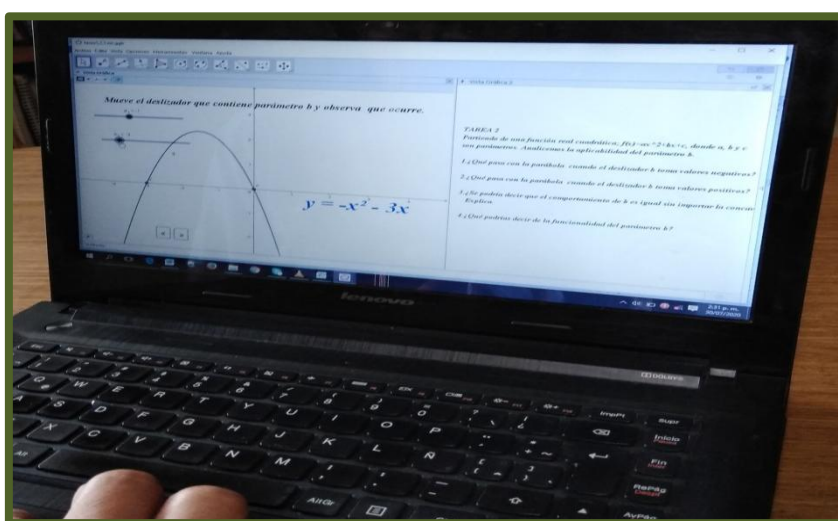


Imagen 12: Comportamiento de la gráfica cuando b es negativo y la parábola cóncava hacia abajo

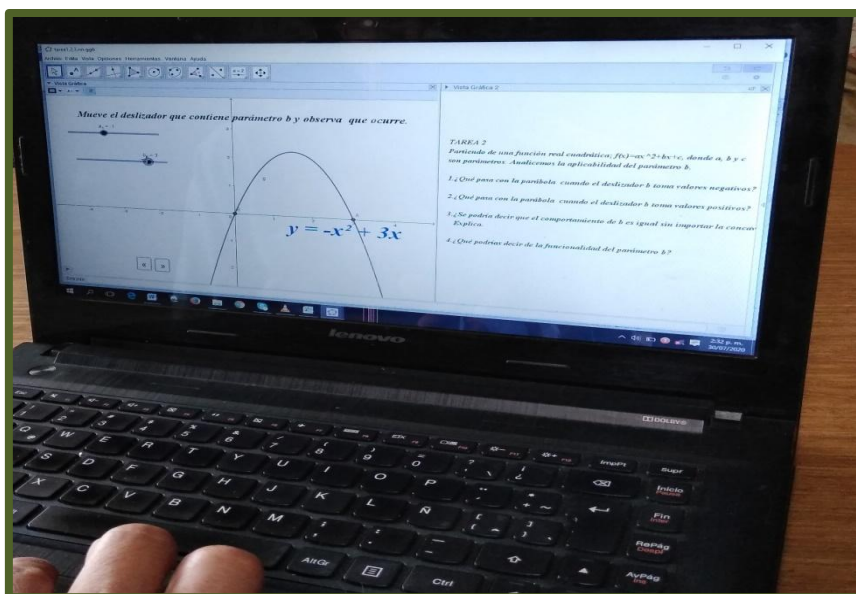


Imagen 13: Comportamiento de la gráfica cuando b es negativa y la parábola cóncava hacia abajo

El estudiante nuevamente interactúa con el deslizador del parámetro “ a ” deslizándolo una y otra vez, con el objetivo de ver como se comportaba la parábola en la gráfica cuando el parámetro “ a ” tomaba valores positivos y cuando el parámetro “ a ” tomaba valores negativos. Del mismo modo, continúa interactuando con el deslizador del parámetro “ b ”, dándole valores tanto positivos como negativos.

De esta manera, la retroacción por parte del artefacto le permite al estudiante poder evidenciar que el parámetro “ b ” no se comporta de la misma manera cuando la parábola es cóncava hacia arriba que cuando la parábola es cóncava hacia abajo. A continuación una respuesta por parte del estudiante que da cuenta de esto:

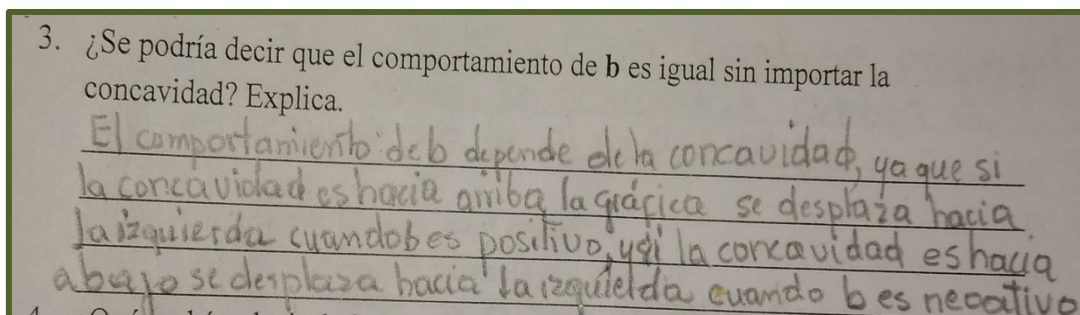


Imagen 14: Respuesta número 3 por parte de un estudiante

Es así como el artefacto utilizado en el desarrollo de esta tarea como el software de Geogebra, le permite al estudiante poder ir identificando características más detalladas de este parámetro “ b ” y de esta manera ir construyendo el objeto matemático en consideración.



Imagen 15: Estudiante interactuando con el applet

El estudiante a medida que fue desarrollando la tarea fue adquiriendo nuevas propiedades del objeto matemático en consideración. Lo que le permitirá poder identificar estos conocimientos en otro tipo de ejercicios donde se va involucrando la función del parámetro “ b ” de la función cuadrática. De esta manera el estudiante logra identificar la funcionalidad del parámetro “ b ” teniendo en cuenta la concavidad que esta presenta, como lo muestra la imagen

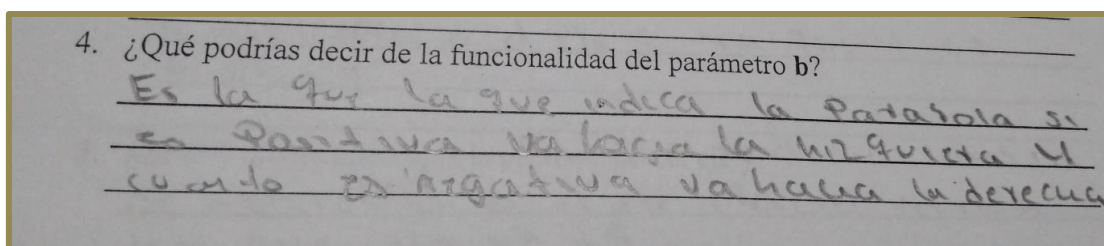


Imagen 16: Respuesta número 4 por parte del estudiante

Es así como el estudiante logra identificar las características del parámetro b a través de la interacción con el applet. Además de dar cuenta de la funcionalidad que esta representa en la función cuadrática y como se ve representada en una gráfica.

Tarea 3

Seguidamente se pasa a desarrollar la tarea número tres llamada Aplicabilidad del parámetro “ c ”, donde el propósito de esta tarea es que los estudiantes observen el comportamiento que tiene el parámetro “ c ”, que es el que determina el punto de corte de la función con respecto al eje y .

Los estudiantes en esta tarea tienen la posibilidad de arrastrar deslizadores que les permite visualizar la gráfica cada vez que movilizan a estos.

En esta tarea se les proporciona una función donde se le brinda al estudiante una serie de preguntas en físico (cuestionario impreso) pero además tienen las preguntas en pantalla como se muestra en la imagen 17.

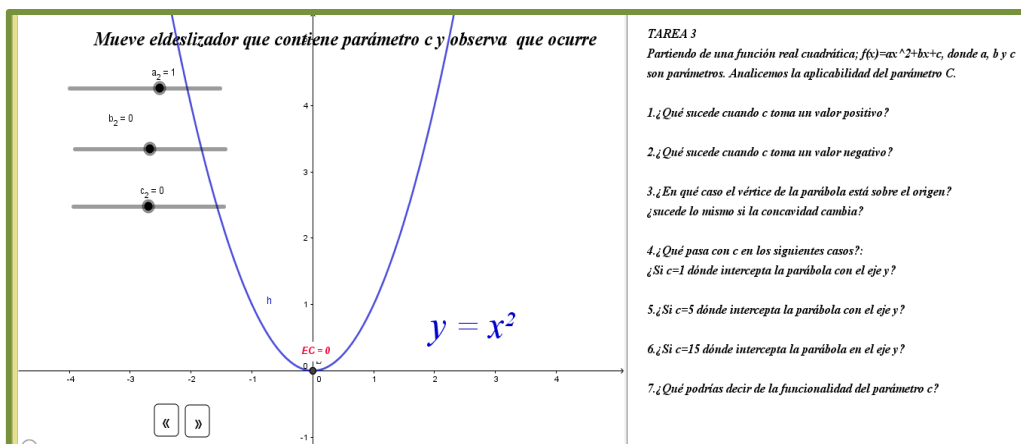


Imagen 17: Tarea tres sobre el parámetro “c”

En esta tarea se les deja los deslizadores que modifican los parámetros a , b y c para que no se queden con la interacción del parámetro “ c ” únicamente, sino que tengan la posibilidad de movilizar toda la función y den cuenta de lo que ocurre con ella; los estudiantes evidencian lo que ocurre con el parámetro “ c ” sin dejar de lado los otros dos parámetros que se tienen en la función. Se tiene un encabezado que dice “mueve el deslizador que contiene el parámetro “ c ” y observa que ocurre” (Ver imagen 17) este es el que le da la apertura a la tarea siendo el momento en que los estudiantes empiezan a arrastrar el deslizador que contiene los valores del parámetro “ c ”, de esta manera los estudiantes observan cierto comportamiento de la función.

Para el desarrollo de esta tarea se plantean algunos interrogantes como los siguientes: ¿Qué sucede cuando c toma un valor positivo? ¿Qué sucede cuando c toma un valor negativo? ¿En qué casos el vértice de la parábola está sobre el origen? ¿Sucede lo mismo si la concavidad cambia?

Los estudiantes inician a interactuar con el deslizador del parámetro “ c ” para dar solución a los enunciados, al mismo tiempo se genera un diálogo de un estudiante con el profesor:

-(E): ¿Profe solo puedo mover el “ c ”?

- (P): Para resolver las primeras preguntas solo interactúa con el deslizador que moviliza el parámetro “c”, pero después, puedes mover los tres deslizadores, son para que interactúes con ellos.
- (E): A bueno, voy a ver
- (P): Mira, ¿Qué es lo que ocurre?
- (E): Mmmmmmm la función sube y baja
- (P) ¿Cuándo sube y cuándo baja?
- (E) Sube cuando hay valores positivos y baja cuando hay valores negativos.
- (P) ¿Y cuándo está en el origen?
- (E) La parábola está en el origen cuando el valor de c es igual a 0
- (P): ¡Muy bien!, Ahora dale un valor negativo al parámetro **a** e interactúa nuevamente con **c**.
- (d): Profe al darle un valor negativo al parámetro “a” la concavidad cambia, pero al movilizar **c**, sigue trasladándose de arriba hacia abajo por el eje y.
- (P): Muy bien, has evidenciado una de las transformaciones, la traslación. Puedes continuar con los demás enunciados.

Es así como los estudiantes lograron evidenciar que la gráfica se trasladaba hacia arriba y hacia abajo por el eje y, según cambiara el valor del parámetro “c” (ver imagen 18), reconociendo de esta manera una de las transformaciones geométricas como la traslación y la aplicabilidad del parámetro “c”.

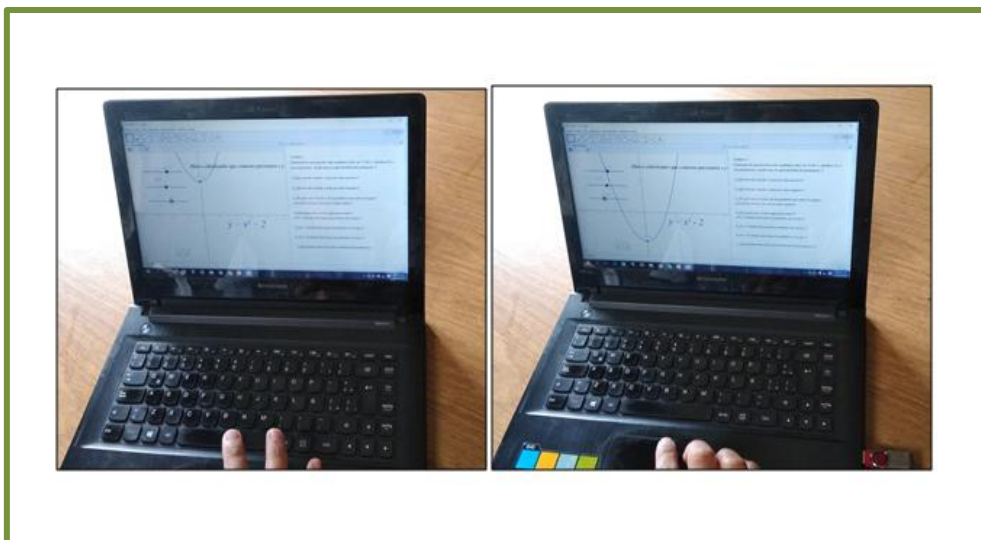


Imagen 18: Valores positivo y negativo en el parámetro c .

Los estudiantes logran identificar a través del arrastre que cuando el parámetro “ c ” toma valores positivos la función se traslada hacia arriba, y cuando el parámetro “ c ” toma valores negativos se traslada la función hacia abajo. También logran identificar que el valor de c se comporta de la misma manera sin importar la concavidad. Esto lo vemos reflejado en las respuestas que se obtuvieron al momento de implementar la tarea, tal como lo demuestra la imagen 19.

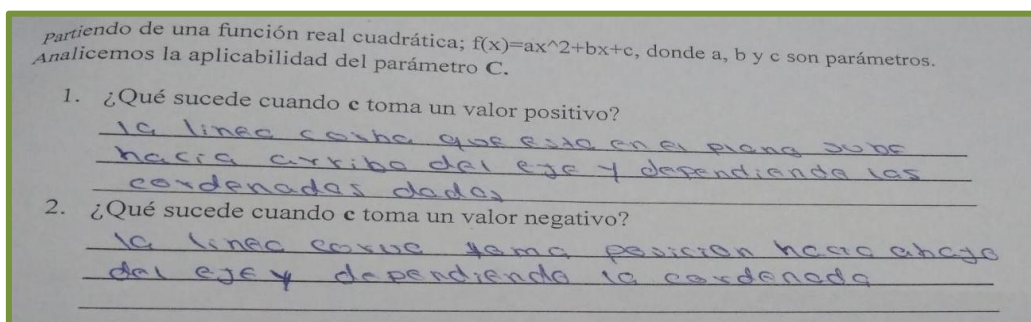


Imagen 19: Respuestas por parte del estudiante sobre el parámetro c .

Es en ese momento en el que el artefacto por medio del applet e interacción de los mismos permite identificar lo que ocurre con cada uno de los parámetros, es aquí donde el estudiante

logrará ir interiorizando la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática dándole así sentido a cada uno de los parámetros que conforman la función,

Seguidamente continúa con las demás preguntas: ¿Qué pasa con c en los siguientes casos? ¿Si c es igual a 1 dónde intercepta la parábola con el eje y ? ¿Si c es igual a 5 dónde intercepta la parábola con el eje y ? ¿Si c es igual a 15 dónde intercepta la parábola con el eje y ? ¿Qué podrías decir de la funcionalidad del parámetro c ?

Para dar solución a estas preguntas los estudiantes tienen la posibilidad de seguir interactuando con cada uno de los deslizadores que movilizan los parámetros.

Tomemos en consideración algunos diálogos que resultaron entre el docente y los estudiantes en el momento en que se están desarrollando estos enunciados:

- (E): Profe cuando c marca 1 la parábola está cortando el eje vertical .
- (P): ¿Y qué sucede cuando c es igual a 5?
- (E): El corte de la parábola en el eje vertical coincide con el 5
- (P): ¡Muy bien! ¿Entonces cuando c es igual a quince ¿Dónde será ese corte?
- (E): Debe ser en el 15.
- (P): ¡Excelente!. Entonces ¿Cuál sería la funcionalidad de c ?
- (E): Es el que me permite identificar donde es el corte.
- (P): ¿De quién?
- (P): Del eje “ y ” con la parábola.

A continuación los estudiantes lograron evidenciar que la gráfica se trasladaba hacia arriba y hacia abajo por el eje y , según cambiara el valor del parámetro “ c ”, por otro lado observaron que este parámetro es el que daba el punto en el que la función se corta (intersección) con el eje y .

Con el desarrollo de estos últimos interrogantes se puede evidenciar que el estudiante pudo identificar que el parámetro “c” coincide con el corte del eje y con la parábola, como se evidencia en una de las respuestas dadas por un estudiante, (ver imagen 20) . Dando por hecho que la interacción del estudiante con el software de Geogebra le proporcionó la retroacción suficiente para descubrir cuál era la funcionalidad del parámetro c.

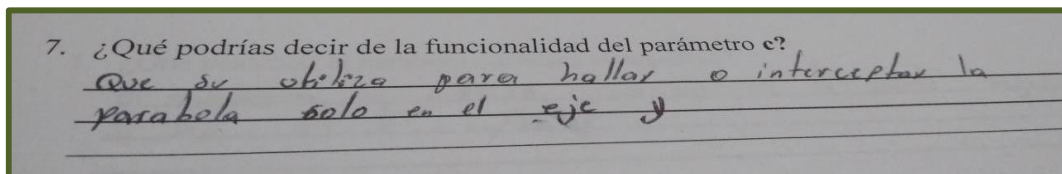


Imagen 20: Respuestas 7 por parte del estudiante sobre el parámetro c.

Poco a poco los estudiantes lograron ir evidenciando algunas características de la función cuadrática como lo fue en la primer tarea en donde se dieron cuenta de una forma interactiva que depende de los valores que se les dé al parámetro “a”, la función cambia de posición, es decir cambia su concavidad; siendo cóncava hacia abajo o cóncava hacia arriba, en la segunda tarea logran observar que esta gráfica se mueve hacia la derecha o hacia la izquierda aunque con algunas variables y por último en la tarea tres llegan a observar que la gráfica de la función cuadrática sube o baja cuando el valor del parámetro c cambia, también logran ver que este es el punto de corte de la función con el eje y. En esta tercera tarea se dejan los tres deslizadores para que los estudiantes vayan asociando los tres parámetros, no solo se queden con el último sino por el contrario vayan interiorizando cada uno de los parámetros de forma conjunta.

Validación de parámetro “a”

El propósito de esta tarea de validación es analizar si los estudiantes logran diferenciar cada uno de los parámetros de la función cuadrática teniendo en cuenta lo aprendido en las tareas anteriores.

Se da inicio con la validación tomando en consideración el parámetro “a” de la función cuadrática, en la cual se plantean una serie de enunciados con algunas gráficas como opciones de respuesta, donde el estudiante debe colocar en práctica todo lo aprendido en las actividades anteriores con cada uno de los parámetros que se le dieron a conocer y en los cuales podían interactuar.

En el primer enunciado (ver imagen N. 21) se plantea la siguiente pregunta con tres gráficas diferentes como opciones de respuesta: ¿Según las siguientes gráficas cuál o cuáles son las que tienen el parámetro “a” positivo? En este enunciado se debe seleccionar una de las tres opciones que el estudiante considere que es correcta, marcando en el recuadro donde se encuentra

señalizada por una flecha como muestra la siguiente imagen  en donde se les da la opción de poner un número del 1 al 3 que representa a cada una de las gráficas.

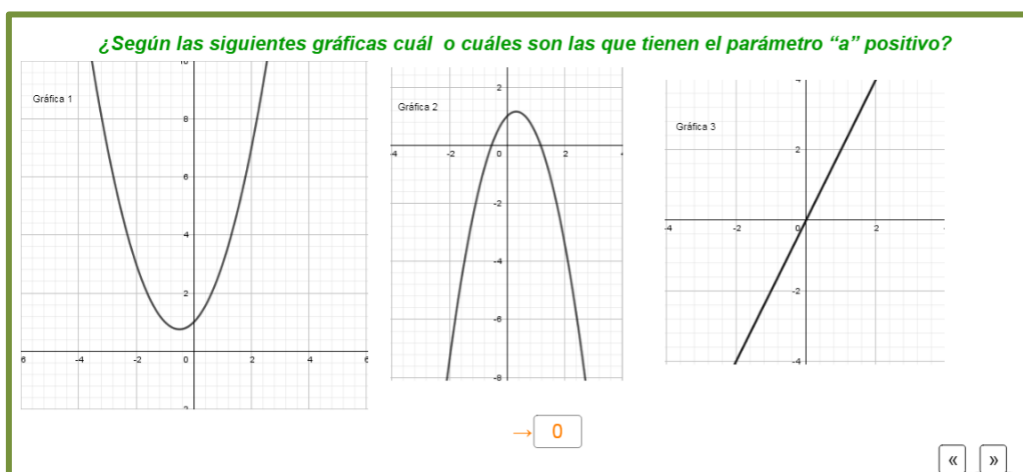


Imagen 21: Primer enunciado en la validación del parámetro “a”

Para dar respuesta al anterior enunciado es importante tener en cuenta la visualización para poder reconocer la diferencia que hay entre cada una de ellas. Es así como el software de Geogebra le permitió al estudiante por medio de dicha visualización poder identificar la relación

que existe entre la forma de la representación gráfica de una función y el signo, que en este caso era positivo. Fue así como el estudiante a través de la retroacción proporcionada por Geogebra pudo validar este tipo de ejercicios que involucraba el parámetro “a” de la función cuadrática.

Antes de llegar a la respuesta, algunos estudiantes interactuaron con sus compañeros o despejaron algunas dudas con el profesor, con el fin de dar una respuesta correcta.

En esta tarea de validación la mayoría de estudiantes respondieron correctamente, y una minoría presentó algunas dudas, las cuales fueron despejadas por el profesor y por la interacción entre los mismos compañeros. Pues en un primer intento dos estudiantes no respondieron correctamente, pero gracias a la retroacción que ofrece Geogebra se logró llegar a la respuesta correcta, ya que al seleccionar una opción, y si esta no era correcta el mismo Geogebra le indicaba, con la intención que el estudiante se diera cuenta que no ha seleccionado la respuesta correcta y pueda corregirla según las recomendaciones del profesor.

Después, en un segundo enunciado (ver imagen N. 22) se les pregunta: ¿Según las gráficas cuál es la que tiene el parámetro “a” negativo? Esto se hace con el propósito de lograr que los estudiantes validen lo aprendido en la primera tarea, en donde ellos tenían la oportunidad de manipular la forma de las gráficas que representaban las funciones cuadráticas por medio de deslizadores, que hacían variar el valor de los parámetros.

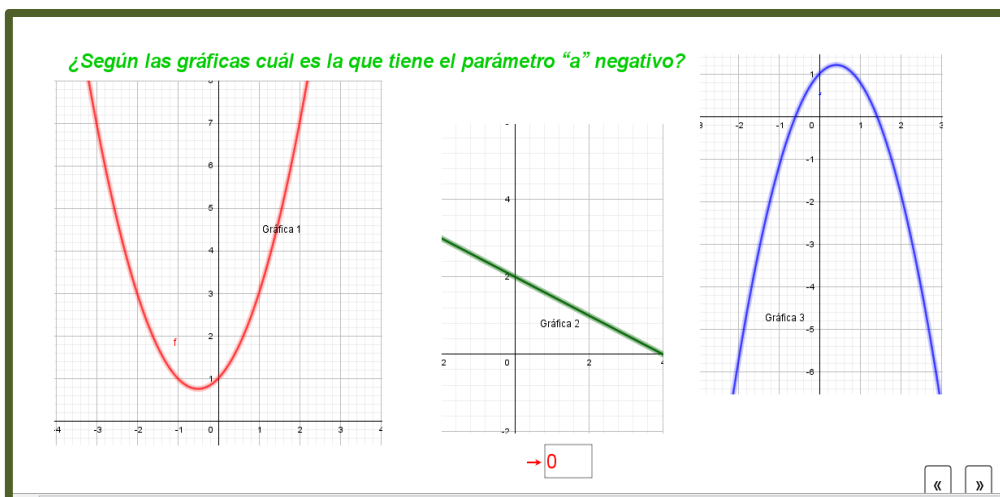


Imagen 22: Segundo enunciado validación del parámetro “a”

En esta tarea era importante tener en cuenta que la concavidad está relacionada con el signo del parámetro “a”, que en este caso es negativo, es decir, que si la concavidad de la parábola es hacia abajo, el signo del parámetro “a” es negativo. En la validación de esta tarea una gran mayoría de estudiantes contestó acertadamente, y a quienes se les generaba duda, el profesor estuvo presto a despejar esas dudas, para que el estudiante tuviera claridad del porqué de la respuesta.

Como tercer ejercicio se les propone una pregunta a los estudiantes en la que se les da unas funciones cuadráticas, (ver imagen N. 23) dichas funciones se encuentran en términos de una representación algebraica y el estudiante debía identificarlas relacionando la concavidad con el signo, lo cual le permitió indicar cuál de ellas correspondía en su representación gráfica a una concavidad hacia arriba. Esto lo responde como los casos anteriores, colocando el número de la función cuadrática que ellos consideren que es correcta en la parte indicada. Con este enunciado lo que se busca es que los estudiantes logren relacionar las diferentes formas de representación de una función, en este caso de una función cuadrática.

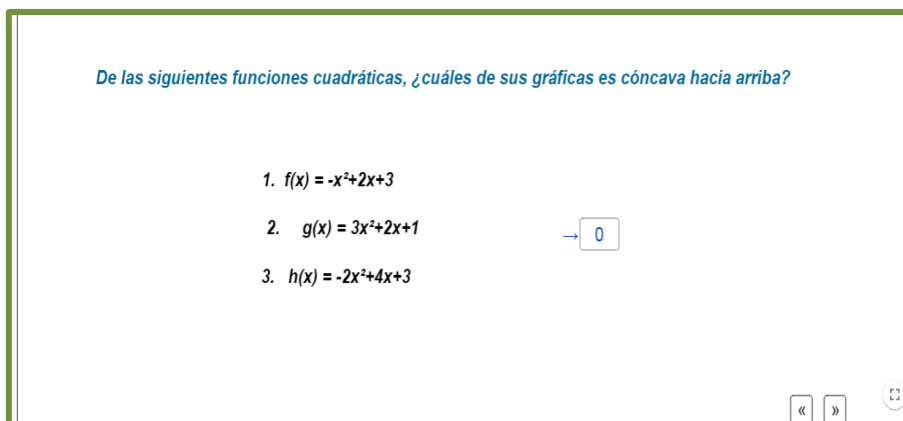


Imagen 23: Tercer enunciado validación del parámetro “a”

En esta tarea el profesor proyectó la imagen en el video beam y solicitó la participación de un estudiante para que indicara cuál era la opción correcta. Para tal efecto el estudiante que accedió a salir indica lo siguiente:

-E: La opción número 2 es la correcta

-P: ¿Por qué escogiste esta opción?

-E: Porque es la única donde la letra a es positiva y la gráfica tendrá una parábola cóncava hacia arriba.

-P: ¡Muy bien!

Para finalizar con esta tarea de validación en la que se pone en juego lo que el estudiante ha aprendido acerca del parámetro “a” de la función cuadrática se le pregunta: ¿Cuál de las siguientes funciones no es función cuadrática? Las cuales se encuentran en su lenguaje algebraico (ver imagen N. 24), para determinar si los estudiantes comprendieron como debe estar representada una función cuadrática en el lenguaje algebraico, así como también en su representación gráfica.

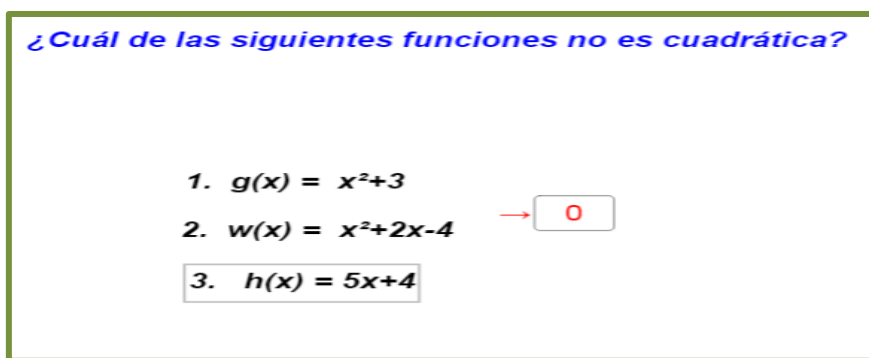


Imagen 24: Segundo enunciado validación del parámetro “b”

La gran mayoría de estudiantes respondieron correctamente a este enunciado, debido a que ellos tenían claro cómo se representa algebraicamente una función cuadrática, lo que permitía descartar fácilmente cuando se trataba de una función que no correspondía a una cuadrática. Adicionalmente en las tareas 1, 2 y 3 se les dio a conocer la representación algebraica y la representación gráfica de la función cuadrática en cada uno de los enunciados presentados. Sin embargo, un estudiante, le surgía una duda. Esto se evidencia a partir de la siguiente conversación entre el profesor y un estudiante:

-E: ¿Profe qué debo hacer aquí?

-P: Debes seleccionar una de las opciones, que tus creas que cumple con lo que te está preguntando en el enunciado. Colocando el número en el recuadro.

-E: ¡Ah ya!, pero parece que todas son cuadráticas

-P: Observa bien y ten en cuenta el tipo de funciones que se mostró al inicio.

-E: Ya recuerdo profe, hay funciones cuadráticas, lineales, entre otras.

-P: Así es, entonces... ¿Cuál sería la respuesta?

-E: Observando la imagen sería la número 3 debido a que su exponente no es 2, sino 1.

-P: Muy bien por esa apreciación.

A partir de estos diálogos el estudiante tuvo más claridad sobre cómo es la representación algebraica de una función cuadrática, como es su representación gráfica y cuál es la aplicabilidad de este parámetro “a”, dando así la respectiva corrección a su respuesta.

Validación de parámetro “b”

En la validación de la tarea 2 sobre la **aplicabilidad del parámetro b**, el propósito era que el estudiante pudiera reconocer que el parámetro “b” es el que permite realizar desplazamientos de la parábola hacia la derecha o hacia la izquierda, dependiendo de la concavidad.

Para el desarrollo de esta tarea de validación sobre el parámetro “b” que consta de tres actividades, el arrastre es mínimo, pues el estudiante debe limitarse a escoger una de las tres opciones en la primera actividad, donde la pregunta es ¿En qué gráfica el parámetro “b” es negativo? En la cual el estudiante debía marcar entre las opciones: gráfica 1, 2 o 3. (Ver imagen N. 24)

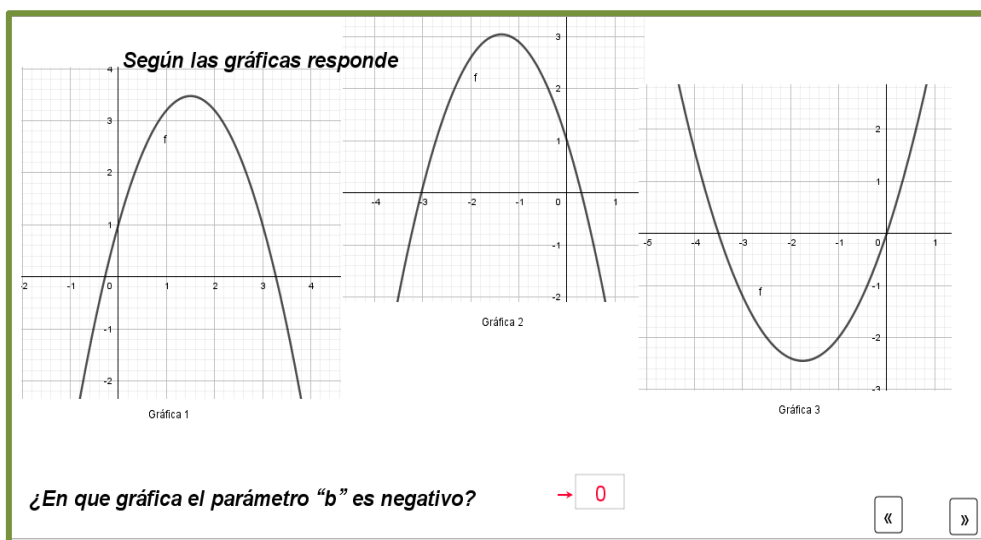


Imagen 25: Primer enunciado validación del parámetro “b”

El estudiante tiene la opción de marcar una de las tres opciones, dado el caso que la opción escogida no sea la correcta, el mismo applet mediante la retroacción le indicaría. De este modo, el estudiante se daba cuenta que tan acertado estaba respondiendo a los enunciados de esta tarea. Y poder validar los conocimientos que pudo interiorizar en las tareas de acción anteriormente desarrolladas. Algunos estudiantes para llegar a dar una respuesta a los enunciados, interactuó con su compañero más cercano, despejó algunas dudas con el docente y colocó en práctica lo ya aprendido en las tareas anteriores. El applet le iba permitiendo ir construyendo el objeto matemático, pues su retroacción le permite identificar si realmente desarrolló los enunciados de la manera correcta o no. En este enunciado la mayoría de los estudiantes respondieron de manera correcta y una minoría presentaron algunas dudas, debido a que no tenían en cuenta que la funcionalidad del parámetro “b” dependía también de la concavidad, pero gracias a la retroacción del mismo Geogebra y la orientación del profesor sobre dicha relación, los estudiantes nuevamente respondieron, pero ya de forma correcta.

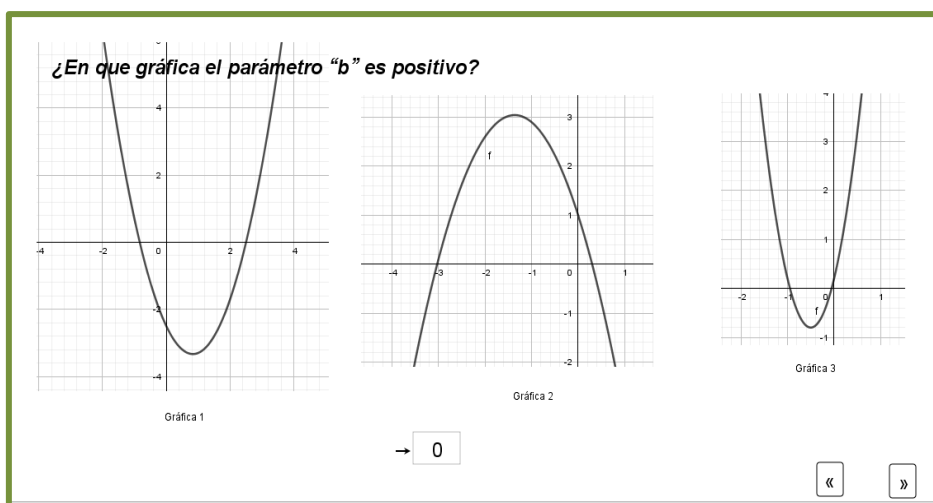


Imagen 26: Segundo enunciado validación del parámetro “b”

El segundo enunciado (ver imagen N 26) ¿En qué gráfica el parámetro “b” es positivo? Le permite al estudiante ir validando otra característica del parámetro “b”, en donde se debe tener en cuenta la concavidad de la parábola para determinar cuál de las gráficas tiene el parámetro “b”

positivo. Es así como se hace uso de lo aprendido tanto del parámetro “a” como con el parámetro “b”. En este enunciado la mayoría de los estudiantes respondieron de manera correcta, pues ya eran conscientes de la relación que hay en la concavidad de la parábola y la funcionalidad del parámetro b.

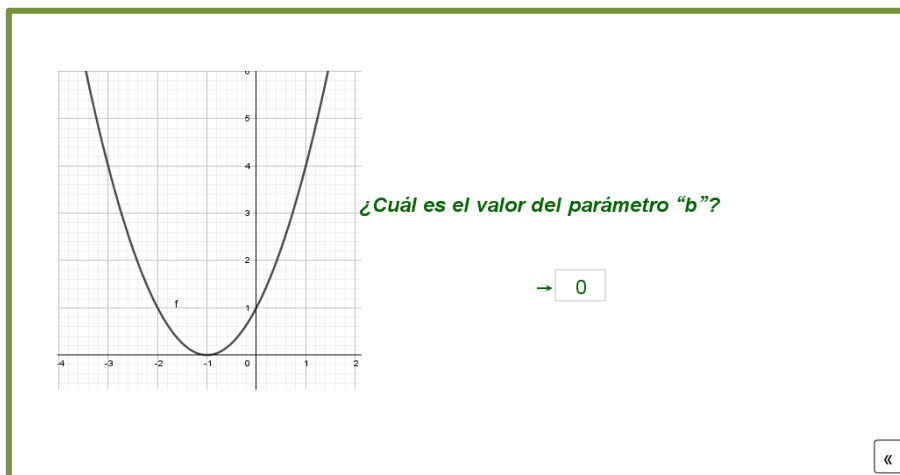


Imagen 27: Tercer enunciado validación del parámetro “b”

En el tercer enunciado de esta tarea: ¿Cuál es el valor del parámetro b? (Ver imagen 27) le permite al estudiante poder validar finalmente la aplicabilidad del parámetro “b”, en este enunciado la mayoría de estudiantes logran identificar el valor del parámetro en la gráfica. Sin embargo, algunos estudiantes presentan dificultad para llegar al resultado correcto. Es así como se desarrollan algunas interacciones entre estudiantes, y se presentan algunos diálogos entre estudiante y docente, como el siguiente:

-P: ¿Qué pasó con la última?

-E: ¿Es 1?

-P: Mira bien la gráfica

-E: Es 2

-P: ¿Por qué?

-E: No se

-P: Pero,... por algo lo colocaste ahí

-P: Observa bien

-E: ¡Sí, es 2! , porque también debo tener en cuenta el parámetro “a”, aquí (señalando la gráfica en la pantalla)

-P: ¿Es o no es?. Mira esto, ahí están los parámetros “a”, “b”.

E: Ah ya, así es.

Estos diálogos le permiten al docente poder ir guiando al estudiante hacia la respuesta, sin necesidad de dársela completamente, de esta manera el estudiante iba desarrollando el enunciado teniendo en cuenta las características propias de este parámetro y pudiéndose validar de manera autónoma y correcta. En esta tarea la mayoría de estudiantes respondieron correctamente, y los que dieron una respuesta no acertada al mismo software de Geogebra mediante la retroacción les permitió llegar a la respuesta correcta.

Validación de parámetro “c”

Para validar la tarea tres sobre la funcionalidad del parámetro “c”, se plantean tres enunciados:

En el primer y segundo enunciado se plantea este interrogante: según la gráfica ¿Qué valor tiene el parámetro c? (Ver imagen 28 y 29) para dar solución a estos dos interrogantes se muestran dos gráficas, las cuales tienen diferente cada una la posición de sus parábolas, es así como el estudiante observaba la gráfica y a partir de ello analizaba donde estaba ubicada la parábola.

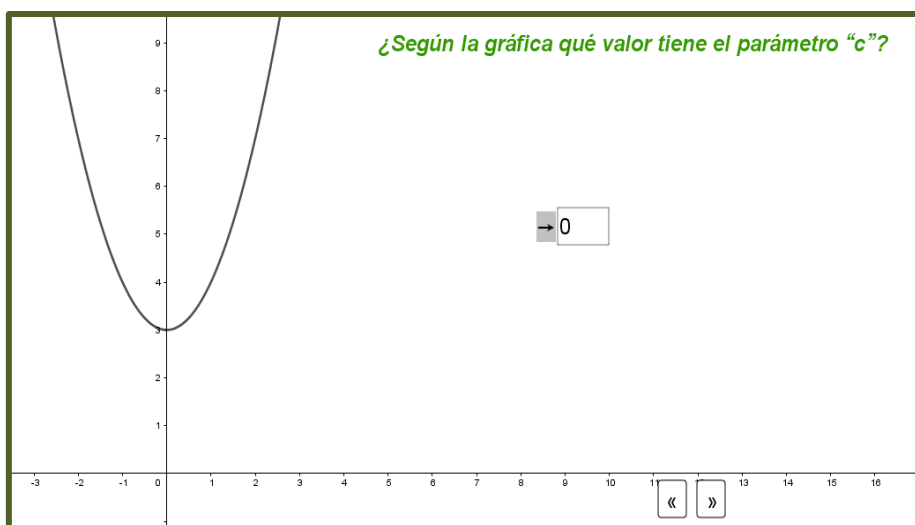


Imagen 28: Primer enunciado parámetro c

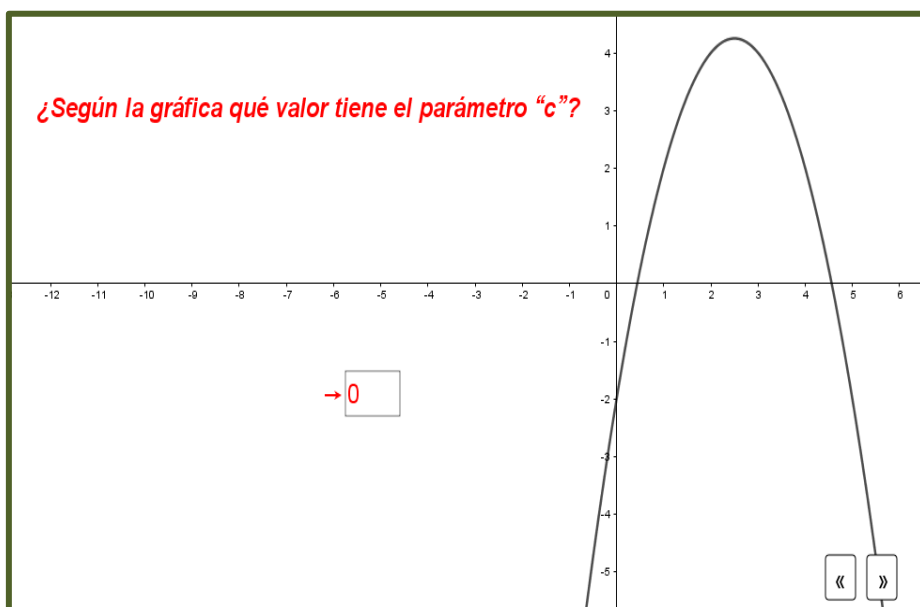


Imagen 29: Segundo enunciado parámetro “c”

Los estudiantes intercambiaban ideas con sus compañeros, como se muestra en el siguiente diálogo para intentar dar una solución a estos enunciados:

Estudiante 1 (E1): ¿Te acuerdas para qué era el parámetro “c”?

Estudiante 2 (E2): Ven te ayudo. Debes mirar donde toca la parábola el eje vertical.

-E1: Mmm, entiendo. Ya sé cuál podría ser el valor.

-E2: Intenta ahora sí.

-E1: Si, era este valor. (El estudiante marcando en el primer enunciado el número 3)

El mismo artefacto a través de la gráfica que se mostraba en el applet iba permitiendo observar la posición de la parábola, de tal manera que el estudiante iba reconociendo las características de este parámetro y así poder llegar a la respuesta, lo cual podría indicar que posiblemente el estudiante podría ser capaz de validar la funcionalidad del parámetro “c” en otros ejercicios que involucraran el parámetro “c” de una función cuadrática.

En estos dos enunciados la gran mayoría respondió de manera correcta, debido a que los estudiantes tenían claro que el valor que estuviera en el corte del eje y con la parábola sería el valor del parámetro “c”.

El tercer interrogante de esta tarea de validación es el siguiente: ¿Cuál de las siguientes funciones representa la gráfica?

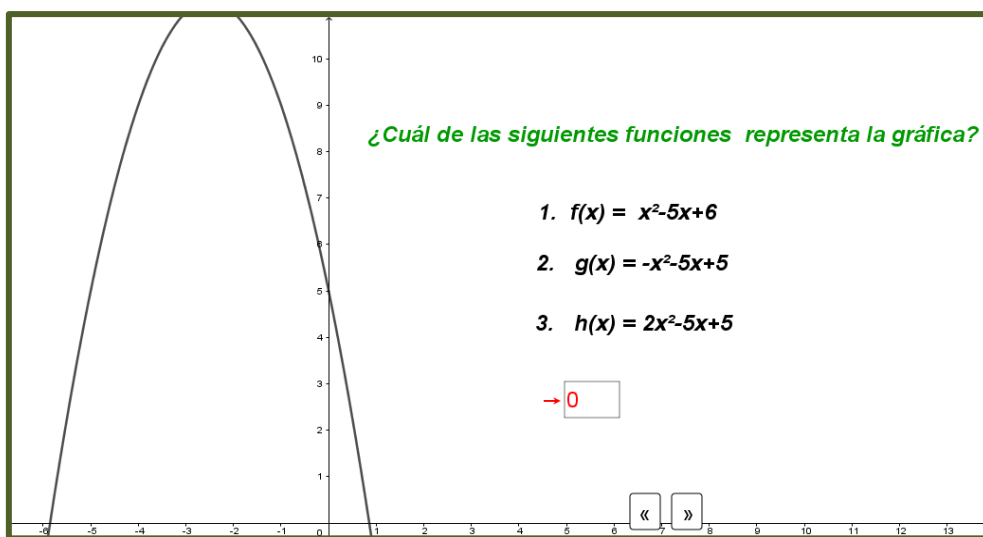


Imagen 30: Tercer enunciado parámetro “c”

Aquí, el estudiante debía escoger una de las tres opciones que pudiera validar, cuál de ellas representaba la gráfica que se mostraba en el applet, como aparece en la imagen N. 30.

Para dar solución al anterior enunciado se proyectó la gráfica con ayuda del video beam y se le solicitó a otro estudiante que indicara cuál creía él que era la opción correcta. En este sentido, se generó el siguiente diálogo:

-P: ¿Cuál crees que es la opción correcta?

-E: Profe yo iniciaría descartando, y descartaría la primera opción.

-P: ¿Por qué la descartarías?

-E: Profe, porque en la primera opción el valor de c es 6, y en la gráfica el punto de corte de la parábola con el eje y es 5, por lo tanto esta opción no sería.

-P: Eso está bien. Continúa.

-E: En las dos opciones que nos quedan se tendría en cuenta la concavidad, es decir, que si a es positiva, la parábola abre hacia arriba, y si a es negativa la parábola abre hacia abajo. Como en la tercera opción el valor de a es positivo y la gráfica nos muestra una parábola cóncava hacia abajo, entonces descartaría esta otra opción.

-P: Entonces... ¿Cuál sería la respuesta correcta?

-E: La respuesta correcta sería la 2 profe, debido a que esta función corresponde con la gráfica que nos muestra la tarea, porque el punto de corte entre la parábola y “ y ” es 5 que corresponde al valor de c , y la concavidad de la gráfica nos muestra que la parábola abre hacia abajo lo cual corresponde con el signo negativo de a .

-P: La apreciación realizada por el estudiante está correcta, la cual lo conllevó a que escogiera la opción 2, que era la que representaba correctamente la gráfica.

En esta tarea de validación no hubo mucha dificultad por parte de los estudiantes para reconocer algunas de las características que contiene el parámetro “ c ” y que a su vez se podía ver

relacionada con su representación gráfica. Lo cual valida la funcionalidad del parámetro “c” que consiste en determinar el punto de corte entre la parábola y el eje “y” en la función cuadrática.

Conclusiones

En este capítulo se exponen las conclusiones generales del trabajo, desde cuatro perspectivas: la primera, encierra aquellos aspectos relacionados con el planteamiento del problema, la metodología, y el marco; la segunda hace alusión al cumplimiento de los objetivos y su pertinencia para el desarrollo del trabajo; en la tercera se consideran algunos elementos centrales de los análisis previo a la experiencia y el análisis a los resultados, para dar paso a los alcances, aportes dificultades de este tipo de trabajo a nivel institucional.

Respecto al primer punto, es importante mencionar que efectivamente la pregunta problema es primordial, pues el diseño de tareas, el cual fue realizado por los autores de esta tesis permitió que los estudiantes reconocieran la funcionalidad de cada uno de los parámetros de la función cuadrática. Esto se hace evidente en los resultados que se obtuvo en el desarrollo de las tareas por parte de los estudiantes, pues la mayoría de estudiantes respondieron a los enunciados de cada tarea de manera correcta. Los estudiantes a los que fue dirigido el diseño de tareas pertenecían al grado noveno de educación básica de la Institución Educativa Cauca, el software y sus propiedades posibilitaron visualizar y reconocer la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática por medio del arrastre, pues esto sería un poco complejo analizarlo solamente a lápiz y papel.

Finalmente los estudiantes se dieron cuenta de lo que ocurría cuando el valor de los parámetros variaba dando cuenta de su funcionalidad, con ayuda de su representación gráfica.

Así mismo fue importante delimitar la metodología del trabajo de investigación, siendo la metodología cualitativa la que permitió observar los fenómenos que ocurrían en el momento que los estudiantes realizaban las tareas, generando algunas reflexiones en relación con los aprendizajes de los estudiantes, esto posibilitó observar a profundidad lo que ocurría en el salón

de clases así como el comportamiento de cada uno de ellos logrando analizar más detalladamente las diversas formas de aprendizaje de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cauca. Lo cual dio un acercamiento al problema, documentando las decisiones del estudiante respecto a la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática.

El referente teórico constituye tema central para abordar las problemáticas presente en el aprendizaje de la función cuadrática. Pues, a partir del aporte brindado por los referentes: matemático, curricular, cognitivo y didáctico, se pudo dar inicio y desarrollo al diseño de tareas articulando la propuesta. Seguidamente se pudo evidenciar los aportes que estos referentes generaron en el diseño y el resultado obtenido.

El referente matemático permitió identificar elementos matemáticos considerados para el diseño de las tareas la cual involucraba la función cuadrática según la escolaridad del estudiante a la que se direccionaba. Se considera que la función cuadrática está definida de la forma polinomial por la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$, b y c son constantes y $x \in \mathbb{R}$. y por la forma canónica $f(x) = y = a(x - h)^2 + k$, para efectos de este trabajo se enfatizó en la forma polinómica, pues es muy útil cuando se trata de funciones. Además que es de gran importancia para la ciencia, la ingeniería y los negocios. De esta manera se puede evidenciar que a partir de la aplicación de las tareas diseñadas por medio del software de Geogebra se pudo generar las respectivas retroacciones que permitieron al estudiante poder ir identificando algunas características de los parámetros a , b y c de la función cuadrática y su aplicabilidad en lo matemático.

En el referente curricular se tuvo en cuenta la coherencia vertical, la cual permitió reconocer los conocimientos previos con los que contaba el estudiante y que había abordado en momentos

anteriores. También, concibió mirar los aspectos matemáticos que el estudiante debe haber abordado referente a los parámetros de la función cuadrática en el grado noveno.

Así mismo, la coherencia horizontal relaciona otros pensamientos matemáticos que aportan en otros aspectos al desarrollo del diseño de las tareas.

Es así como el estudiante pudo desarrollar las tareas propuestas, las cuales fueron modeladas a través del software de Geogebra teniendo en cuenta la accesibilidad que tenía el estudiante a este software.

También se abordaron algunos procesos como el razonamiento y la comunicación y fue el currículo el que permitió delimitar estos dos procesos que se iban a trabajar en el desarrollo de las tareas, los cuales fueron indispensables para el diseño, como también lo fue el contexto matemático. Es así como se cumplió con parte del estándar, el cual hace referencia al hecho de identificar la relación que existe entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una función cuadrática y los cambios en la gráfica que la representa.

En el referente cognitivo apoyado en la mediación instrumental, todos los artefactos utilizados para el desarrollo de las tareas como: Geogebra, el computador, el video beam, las hojas de respuesta, el bolígrafo, entre otros, permitieron que el estudiante pudiera ir desarrollando las tareas a través de la visualización, el arrastre, proporcionados por el mismo Applet. De esta manera el artefacto se convierte en un instrumento que conlleva al estudiante a interiorizar la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática, mediante la retroacción proporcionada por la interacción con dicho artefacto, el software de Geogebra, el cual fue de gran importancia como medio cognitivo para la construcción del objeto matemático.

En el referente didáctico se tomó lo matemático, lo curricular y lo cognitivo para configurar el diseño de tareas, lo cual tenía como intencionalidad realizar una serie de tareas enfocadas a

identificar la funcionalidad de los parámetros a , b , c de la función cuadrática. Este referente didáctico permitió dar coherencia a la secuencialidad de las tareas y a la creación de los elementos con los cuales el estudiante interactuaría al momento de su desarrollo. Dicho diseño de tareas le permitió al estudiante poder interiorizar el objeto matemático, a través de la solución de los enunciados planteados. De este modo, pudo ir identificando las características de los parámetros a , b , c , a través del aprovechamiento de la tecnología.

Al hacer la articulación de estos referentes teóricos para dar cuenta del diseño y la aplicación, se dio cumplimiento al primer objetivo del trabajo, el cual focalizaba la atención en estipular fenómenos, pensamientos y procesos matemáticos asociados con los procesos de aprendizaje de la función cuadrática. Desde la dimensión epistemológica, cognitiva, didáctica y curricular se logró dar cuenta del diseño y la aplicación de la secuencia de situaciones para evidenciar los aportes frente al aprendizaje de la funcionalidad de cada uno de los parámetros de la función cuadrática.

Ahora bien, el trabajo realizado en cuanto el uso de la función cuadrática se refiere, puede llevar a concluir que el diseño de tareas utilizado para la ejecución de esta ecuación fue de gran utilidad, dado que Geogebra nos posibilita alcanzar un aprendizaje al ser utilizado como una herramienta que nos permite identificar en la función cuadrática, la funcionalidad de los parámetros a , b , c . Es así, como mediante el desarrollo del objetivo se realiza el diseño de tareas integrando Geogebra para el aprendizaje de la función cuadrática, tomando como referente el diseño de tareas de Margolinas. Con base en este se diseñaron las tareas de tal manera que estuviesen articuladas unas con otras. En la primera parte, se intentaba accionar sobre el medio, de tal forma que a través de la fórmula de la función cuadrática, el estudiante comprendiera la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática. Mientras que en la segunda parte de las

tareas, se pretendía validar las hipótesis y conjeturas que surgieron de la exploración con Geogebra.

Desde este contexto el análisis que se hizo a los resultados obtenidos por los estudiantes del grado noveno de la institución Educativa Cauca, lugar donde fue efectuada la implementación del diseño de tareas enfocado a reconocer la funcionalidad de los parámetros a , b y c de la función cuadrática, permitieron determinar que el uso de las tecnologías como el software de Geogebra en una clase, le facilita al estudiante la comprensión del objeto matemático en consideración, pues la mayoría de los estudiantes que desarrollaron las tareas respondieron correctamente a los enunciados propuestos en cada una de las tareas sobre los parámetros previamente ya enunciados. De esta manera, se dio cumplimiento mediante el análisis de los resultados de cada una de las situaciones entorno a los procesos de mediación. Se hizo explícito cómo el estudiante interactuó con el medio y cómo se evidenciaba el aprendizaje a través de la visualización, el arrastre y las retroacciones que los applet les generaban.

Con el alcance del análisis previo a la experiencia, la implementación y el análisis de los resultados se logró observar la manera en que aprenden los estudiantes, así como el comportamiento de ellos al enfrentarse a tareas con ayuda de las TIC. En el análisis previo, se presentaron situaciones de acción y validación para las cuales se tomaron decisiones en relación con las retroacciones que generaba el medio, en donde se tenía presente los posibles movimientos y la intención de los mismos. Fue en el análisis de los resultados en donde se logró identificar las variables y predecir ciertos comportamientos que se presentaron los estudiantes en el momento de la implementación.

Por otro lado, al momento de la implementación de las tareas, el profesor presentó elecciones y aportes que se hicieron evidentes frente al diseño de las tareas, la organización de la clase y la

presentación del medio. Así mismo, en resolver las dudas que se presentaron frente a los applets, guiando al estudiante para que se direccionara a dar una respuesta lo más acertada posible, mediante el intercambio de información al proponerle algunos interrogantes a los estudiantes.

También, se dieron determinaciones en relación con el papel del arrastre, dado que el estudiante, a través del medio, encontró regularidades que le permitieron identificar la funcionalidad de cada uno de los parámetros a , b y c . De esta manera, el medio realizó actos de devolución a través de acciones intencionadas para promover el aprendizaje en el estudiante. Es así como la mayoría de los estudiantes logran observar por medio del arrastre la funcionalidad de cada uno de los parámetros de la función cuadrática.

De esta manera, el aporte generado por el diseño de tareas en el aprendizaje sobre los parámetros de la función cuadrática, reside en el hecho de que el estudiante logra reconocer sus características mediante la retroacción producida por el medio, construyendo así el conocimiento matemático a través de esa interacción del sujeto con el applet, logrando que ambos se retroalimenten mutuamente. Además, la aplicación del objeto matemático en el nivel de escolaridad apropiado – para nuestro caso grado noveno posibilitó dar coherencia a la secuencialidad que brinda el diseño de tareas, para alcanzar el objetivo de reconocer la funcionalidad de los parámetros de la función cuadrática anteriormente mencionados.

La integración de diferentes instrumentos de mediación como lo fue el material virtual (Geogebra y las hojas de trabajo) generó en los estudiantes motivación e interés para aprender y desarrollar las tareas propuestas.

El diseño de tareas tiene como objetivo aportar a la educación matemática desde diversos aspectos. En el marco educativo se puede decir que posibilita la interacción entre el estudiante, el diseño de tareas y el profesor. Esto permite que el estudiante lo utilice como una herramienta de

trabajo la cual motivará al estudiante, dado que obedece a maneras más prácticas que las tradicionales. En la medida en que el docente hace uso de este también logra relacionar y transmitir conocimientos relacionados con las tics, en la medida en que la tecnología se pone de presente al momento de interactuar con las tareas. Esto transversaliza la matemática con la informática dado que a través de ella contribuye en dinamizar los conocimientos matemáticos con los conocimientos técnicos de los cuales se ocupa las tecnologías y la información por medio de computadores.

Un gran aporte que hace el diseño de tareas con respecto a la informática es que se trasmite la información de la utilización de la función cuadrática mediante un diseño de tareas en un formato digital. Esta información tiene mayor grado de atracción por los estudiantes, ya que estos se vuelven actores proactivos en tanto tienen a su disposición un medio tecnológico para realizar problemas matemáticos que en medios tradicionales causaban un poco más desidia.

Asimismo, se hace explícito el aporte y alcance de este tipo de trabajo a nivel Institucional. Esta estructura, el trabajo es un referente que contribuye a la investigación a futuro en la línea de Tecnologías de la Información y la Comunicación y Educación Matemática (TICEM) de la Universidad del Valle, tanto para estudiantes de pregrado, como para darle continuidad a nivel de maestría, focalizando la atención en los procesos de enseñanza. De igual forma, este diseño aporta desde su contenido en la ampliación y abordaje de otros aspectos de la función cuadrática. Estos pueden ser: los puntos de cortes, eje de simetría y vértices.

Referencias

- Azcárate, C. y Deulofeu J. (1996). *Funciones y gráficas*. Editorial Síntesis.
- Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers.
- Castro-Cortez, C., Diaz-Camacho, L. y Cespedes, Y. (2011, del 26 al 30 de junio). Análisis del concepto función, para la construcción de una propuesta de enseñanza. [conferencia]. *XIII conferencia interamericana de educación matemática*. Recife, Brasil. https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2180/1029
- Cotan-Fernandez, A. (2016). El sentido de la investigación cualitativa. *Escuela abierta*. (19), 33-48. http://www.ceuandalucia.es/escuelaabierta/pdf/articulos_ea19/EA19-sentido.pdf
- Díaz-Lozano, M., Haye, E., Montenegro, F. & Córdoba, L. (2015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, (41), pp. 20-38. <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/41/Artigo1.pdf>
- Fernandez, J. (s.f.). *Transformación de funciones*. Fisicalab. http://stg.fisicalab.com/apartado/transformacion-funciones#desp_hor
- Fernandez-Riquelme, S. (2017). Si las piedras hablaran. Metodología cualitativa de Investigación en Ciencias Sociales. *Revista hispanoamericana de Historia de las Ideas*, (37), 4-30. <https://www.revistalarazonhistorica.com/app/download/11357684798/Sergio+Fern%C3%A1ndez+Riquelme.+Metodolog%C3%ADa+cualitativa.+La+Raz%C3%B3n+hist%C3%B3rica+.pdf?t=1529403668&mobile=1>
- Gustin, J. y Avirama, L. (2014). Una propuesta para la enseñanza de la ecuación cuadrática en la escuela a través de la integración del material manipulativo. [Tesis de pregrado,

Universidad del Valle]. Archivo digital.

<http://funes.uniandes.edu.co/11509/1/Gustin2014Una.pdf>

Hernandez-Castaño, S. (2014). *Propuesta didáctica para el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado, por medio de estrategias de enseñanza mediadas por los sistemas de gestión de aprendizaje durante el año 2014*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Archivo digital. <http://bdigital.unal.edu.co/47504/1/21388400.2014.pdf>

Hernández-Santos, W., Márquez-Lobo, Z y Quiñonez-Bustamante, G. (2008). *La función cuadrática como marco referencial para el desarrollo del pensamiento variacional una experiencia con estudiantes de 9° de la institución educativa indígena técnica agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués*. [Tesis de pregrado, Universidad de Sucre]. Archivo digital. <https://repositorio.unisucree.edu.co/bitstream/001/112/2/515.252H557.pdf>

Insuasti, E. (2014). *Modelización de situaciones para el estudio de la función cuadrática al integrar TIC: el caso de la plataforma PhET*. [Tesis de pregrado, Universidad del Valle] Archivo digital. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/7161/3454-0430875.pdf;jsessionid=1C6B83DD3C2840321B3E0850301E6F13?sequence=1>

Jurado-Peña, D. y Suarez-Salazar, S. (2013). *Una secuencia didáctica en grado cuarto: cuadriláteros en un AGD*. [Tesis de pregrado, Universidad del Valle] Archivo digital. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/4780/CB-0478876.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Margolinas, C. (2009). *La importancia de lo verdadero y de lo falso en la clase de matemáticas*. (M. Acosta, & J. E. Fiallo, Trad.). Universidad Industrial de Santander.

Margolinas, C. (Ed.). (2013). *Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI*

Study 22. hal-00834054v2f. [https://hal.archives-](https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/837488/filename/ICMI_STudy_22_proceedings_2013-FINAL_V2.pdf)

[ouvertes.fr/file/index/docid/837488/filename/](https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/837488/filename/ICMI_STudy_22_proceedings_2013-FINAL_V2.pdf)

[ICMI_STudy_22_proceedings_2013-FINAL_V2.pdf](https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/837488/filename/ICMI_STudy_22_proceedings_2013-FINAL_V2.pdf)

Marrero, E. (2005). *Investigación Naturalista*. Academic.uprm.edu. [http://academic.uprm.edu/~](http://academic.uprm.edu/~eddiem/psic3001/id73.html)

[eddiem/psic3001/id73.html](http://academic.uprm.edu/~eddiem/psic3001/id73.html)

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*.

https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje,*

Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. [https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf)

[340021_recurso_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf)

Ministerio de Educación nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje,*

Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. [https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf)

[340021_recurso_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos del Estudiante (2)*.

[http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

[A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2018). *Informe por colegio del cuatrienio*.

[https://diae.mineduacion.gov.co/dia_e/documentos/2018/_2%20Colegios%20oficiales](https://diae.mineduacion.gov.co/dia_e/documentos/2018/_2%20Colegios%20oficiales%20para%20web1%20a%2015718/119698000250.pdf)

[%20para%20web1%20a%2015718/119698000250.pdf](https://diae.mineduacion.gov.co/dia_e/documentos/2018/_2%20Colegios%20oficiales%20para%20web1%20a%2015718/119698000250.pdf)

Monje-Alvarez, C. (2011). *Metodología de la investigación cualitativa*.

[https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Guia-didactica-metodologia-de-la-](https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Guia-didactica-metodologia-de-la-investigacion.pdf)

[investigacion.pdf](https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Guia-didactica-metodologia-de-la-investigacion.pdf)

- Montero, I. & León, G. (2002). Clasificación y descripción de las metodologías de investigación en Psicología. *Revista International Journal of Clinical and Health Psychology*, 2(3), 503-508. http://www.aepc.es/ijchp/articulos_pdf/ijchp-53.pdf
- Moreno, L. (2001). Cognición, mediación y tecnología. *Avance y Perspectiva*, 20, 65-68.
- Ospina, K. y Vasquez, S. (2019). *Una propuesta para la enseñanza del valor posicional en el sistema de numeración decimal integrando GeoGebra en grado segundo de educación básica* [Tesis de pregrado, Universidad del Valle]. Archivo digital. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/13876/3469-0525957.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- Panizza, M. (2003). *Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas*. Crecerysonreir.org, 1-17. http://www.crecerysonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf
- Perez-Medina, C. (2014). Enfoques teóricos en investigación para la integración de la tecnología digital en la educación matemática. *Perspectiva Educacional. Formación de Profesores*. 53(2), 129-150 <http://www.perspectivaeducacional.cl/index.php/peducacional/article/viewFile/200/117>
- Robledo, P. (2014). *Matemática Fundamental para Matemáticos*. Programa editorial Universidad del Valle.
- Rovira, I. (s.f.). *Estudio de caso: características, objetivos y metodología*. Psicologiyamente.com. <https://psicologiyamente.com/psicologia/estudio-de-caso>
- Ruiz-Higueras, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. Archivo digital. <http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2013/09/La-noci%C3%B3n-de-funci%C3%B3n.-An%C3%A1lisis->

epistemol%C3%B3gico-y-did%C3%A1ctico-TESIS-DOCTORAL-Luisa-Ruiz-Higueras_1aParte.pdf

Ruiz-Ordoñez, J. (2018). *Uso del software libre Geogebra para interpretar algunos modelos matemáticos de ciertos fenómenos cotidianos que facilite al estudiante la apropiación adecuada del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Archivo digital.

<http://bdigital.unal.edu.co/65796/1/10293041.2018.pdf>

Ruiz-Ramírez, J. (2018). *La integración de Geogebra en el desarrollo del carácter intelectual*. [Tesis de maestría, Universidad Externado de Colombia]. Archivo digital.

<https://bdigital.uexternado.edu.co/handle/001/906>

Sastre-Vázquez, P., Rey, G. y Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la historia. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (16),141-155.

Taylor, S.J. y Bogdan R. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados*. Editorial Paidós Ibérica S.A. <http://mastor.cl/blog/wp-content/uploads/2011/12/Introduccion-a-metodos-cualitativos-de-investigaci%C3%B3n-Taylor-y-Bogdan.-344-pags-pdf.pdf>

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of Algebra and Uses of Variables. En A.F. Coxford y A.P. Shulte (Eds.). *The ideas of algebra K-12* (pp. 8-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Vargas-Núñez, M. (2011). *El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/10183/01186564.2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Vence, L. (2014, del 12 al 14 de noviembre). Uso pedagógico de las TIC para el fortalecimiento de estrategias didácticas del programa todos a aprender del Ministerio de Educación de Colombia. [congreso]. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, Buenos Aires, Argentina.*

file:///Users/Guest/Downloads/48.pdf

Wisniewski, P. y Gutierrez-Banegas, A. (2003). *Introducción a la Matemática Universitaria.* McGraw-Hill.

Yin, R. (1994). *Case Study Research: Design and Methods.* Sage Publications, Thousand Oaks, CA.

Anexos



ANEXO 1
FICHA DE ESTUDIANTE.
UNIVERSIDAD DEL VALLE



SEDE NORTE DEL CAUCA

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

FICHA DEL ESTUDIANTE

ESTUDIANTE _____

INSTITUCIÓN: _____

Funcionalidad de parámetros		
Función cuadrática		
Hoja de trabajo		
Materia	Grado	Tiempo :
Matemática	Noveno	45 minutos Por cada tarea
Objetivo de Aprendizaje	Habilidad/conocimiento	
Identificar los parámetros de la función cuadrática y dos sistemas de representación, mediante la visualización.	1. Reconoce características de la función cuadrática. 2. Reconoce la concavidad de una función cuadrática. 3. Identifica movimiento de la función vertical y horizontal.	

TAREA 1

Partiendo de una función real cuadrática; $f(x)=ax^2+bx+c$, donde a , b y c son parámetros.

Analicemos la aplicabilidad del parámetro a .

1. ¿Qué pasa con la parábola cuando a es negativa?

2. ¿Qué pasa con la parábola cuando a es positiva?

3. ¿Qué pasa cuando $a=0$? ¿Hay parábola?

4. ¿Según lo anterior cómo se puede establecer la concavidad de una función cuadrática?

5. ¿Cuál es la diferencia con $a = 1$?

6. ¿Cuál es la diferencia con $a = -5$?

7. ¿Teniendo en cuenta las dos preguntas anteriores qué puedes concluir?

TAREA 2

Partiendo de una función real cuadrática; $f(x)=ax^2+bx+c$, donde a , b y c son parámetros.

Analicemos la aplicabilidad del parámetro **b**.

1. ¿Qué pasa con la parábola cuando el deslizador **b** toma valores negativos?

2. ¿Qué pasa con la parábola cuando el deslizador **b** toma valores positivos?

3. ¿Se podría decir que el comportamiento de **b** es igual sin importar la concavidad?
Explica.

4. ¿Qué podrías decir de la funcionalidad del parámetro **b**?

TAREA 3

Partiendo de una función real cuadrática; $f(x)=ax^2+bx+c$, donde a , b y c son parámetros.

Analicemos la aplicabilidad del parámetro **C**.

1. ¿Qué sucede cuando c toma un valor positivo?

2. ¿Qué sucede cuando c toma un valor negativo?

3. ¿En qué caso el vértice de la parábola está sobre el origen? ¿sucede lo mismo si la concavidad cambia?

4. ¿Qué pasa con c en los siguientes casos?:
¿Si $c=1$ dónde intercepta la parábola con el eje y ?

5. ¿Si $c=5$ dónde intercepta la parábola con el eje y ?

6. ¿Si $c=15$ dónde intercepta la parábola en el eje y ?

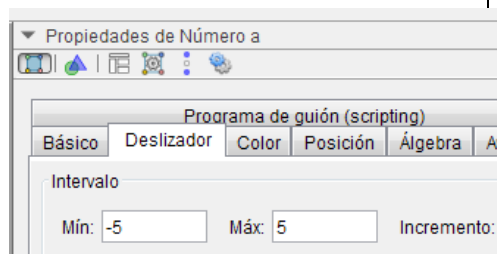
7. ¿Qué podrías decir de la funcionalidad del parámetro c ?

ANEXO 2.*Paso a paso para construcción del Applet****Tareas de Parámetros de Función Cuadrática***

Para la construcción del applet se llevó a cabo el siguiente procedimiento:

Inicialmente se construyen cuatro deslizadores ***a***, ***b***, ***c*** y ***d***. Los tres primeros cumplen con las condiciones de mínimo y máximo de ***-5 y 5 de su intervalo***.

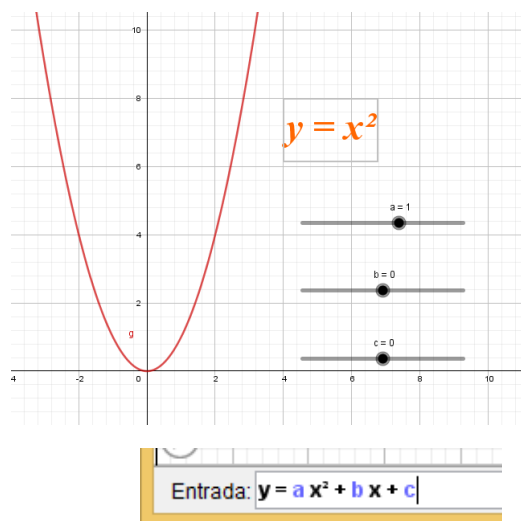
Por su parte, el deslizador de ***d*** con un mínimo y máximo de ***0 y 4*** respectivamente. Así pues, los tres primeros indicarán el valor de nuestra función.



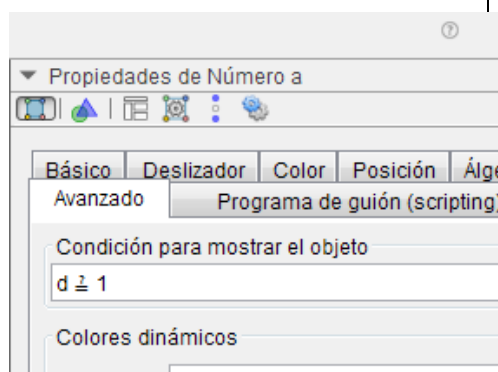
Seguidamente en la casilla entrada escribimos la expresión de la ecuación cuadrática. $y = a x^2 + b x + c$. Donde las letras a, b, c indican las constantes.

Esto nos dará como resultado una gráfica, para este caso una parábola.

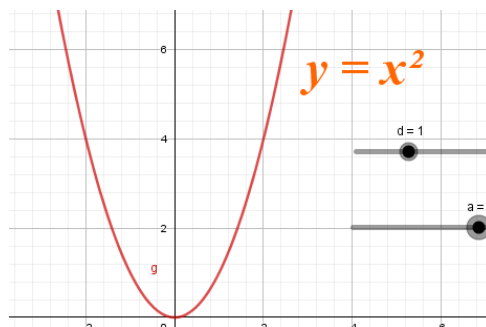
Posteriormente para ubicar el texto, ejemplo para ubicar x^2 vamos a la barra de herramienta superior y damos clic en la opción texto. Después damos clic en cualquier parte de la pantalla donde queremos que aparezca. Se origina un cuadro. En este se da clic en la opción objeto. Seleccionamos la letra que corresponde a nuestra parábola en nuestro caso **g**.



A continuación seleccionaremos la parábola, el texto, y el deslizador ***a***. Le damos clic derecho, propiedades, y en avanzado, y seleccionamos condiciones de mostrar objeto le damos ***d = 1***. Con esto lograremos que nuestros objetos solo aparezcan cuando el valor del deslizador ***d*** sea 1. Para el deslizador ***b*** y ***c*** le damos clic derecho y seleccionamos la opción mostrar logrando ocultar estos dos deslizadores.



Ahora cambiamos el valor del deslizador d y observamos que todo desaparece lo dejamos en 2 que será nuestro nuevo sitio de trabajo.



Luego de ello creamos tres deslizadores más con los nombres a_1 , b_1 y c_1 que serán los deslizadores de nuestra nueva parábola.

Escribimos en entrada lo siguiente:

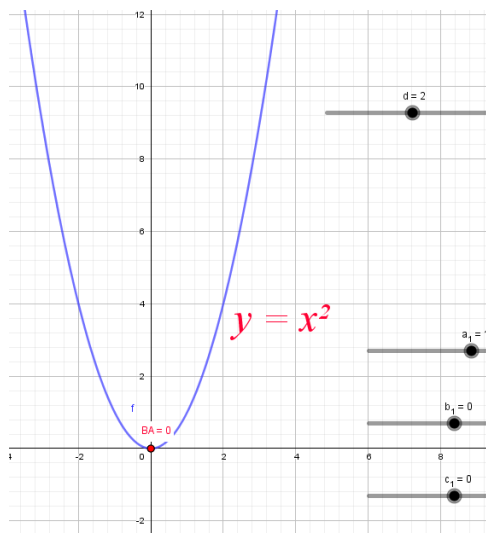
$$y = a_1 x^2 + b_1 x + c_1$$

$$y = a_1 x^2 + b_1 x + c_1$$

Dando como origen una gráfica.

Después seleccionamos la herramienta texto damos clic donde queremos que esté y en objeto le damos clic a la parábola, en nuestro caso f

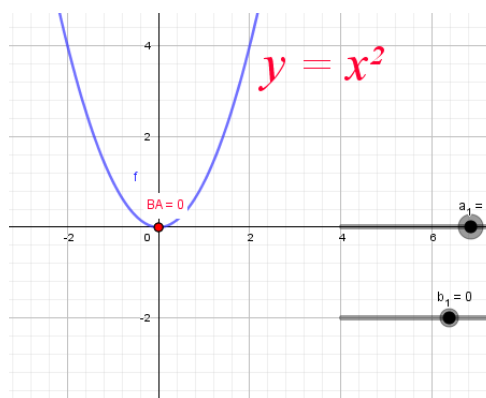
Posteriormente, para ubicar el texto, ejemplo para ubicar x^2 vamos a la barra de herramienta superior y damos clic en la



opción texto. Después damos clic en cualquier parte de la pantalla donde queremos que aparezca. Se origina un cuadro. En este se da clic en la opción objeto. Seleccionamos la letra que corresponde a nuestra parábola en nuestro caso f .

Nuevamente seleccionamos todos los objetos (la parábola, el texto y los dos deslizadores a_1 y b_1). Damos clic derecho y vamos a propiedades donde seleccionamos la opción mostrar objeto y colocamos $d=2$ en el recuadro que aparece.

Para ocultar el deslizador c_1 seleccionamos la opción objeto visible o mostrar.



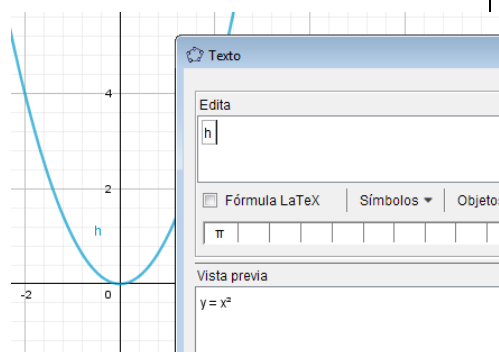
Al deslizador **d** le damos valor 3 que será nuestro sitio de trabajo. Creamos tres deslizadores adicionales con los nombres **a_2**, **b_2** y **c_2** los cuales serán los deslizadores de nuestra nueva parábola.

Escribimos en entrada lo siguiente:

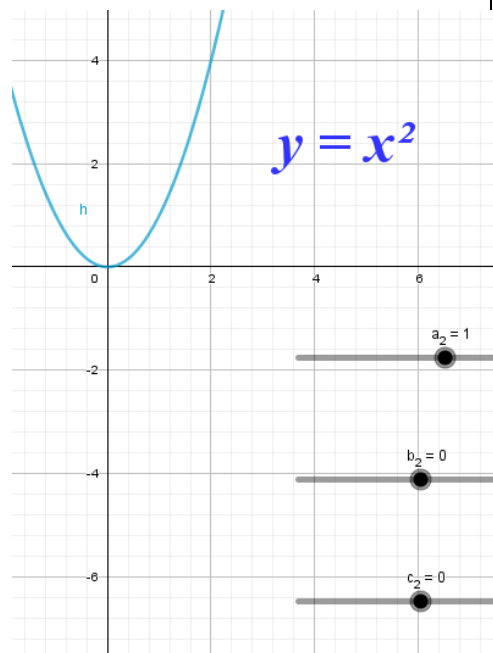
$$y=a_2x^2+b_2x+c_2.$$

$$y = a_2 x^2 + b_2 x + c_2$$

Posteriormente para ubicar el texto, vamos a la barra de herramienta superior y damos clic en la opción texto. Después damos clic en cualquier parte de la pantalla donde queremos que aparezca. Se origina un cuadro. En este se da clic en la opción objeto. Seleccionamos la letra que corresponde a nuestra parábola en nuestro caso **h**.



Nuevamente seleccionamos todos los objetos (la parábola, el texto y los dos deslizadores a_2 , b_2 y c_3). Damos clic derecho y vamos a propiedades donde seleccionamos la opción mostrar objeto y colocamos $d=3$ en el recuadro que aparece.



Ahora si cambiamos el valor de d observamos que las parábolas desaparecen y aparecen de acuerdo al valor que le asignemos.

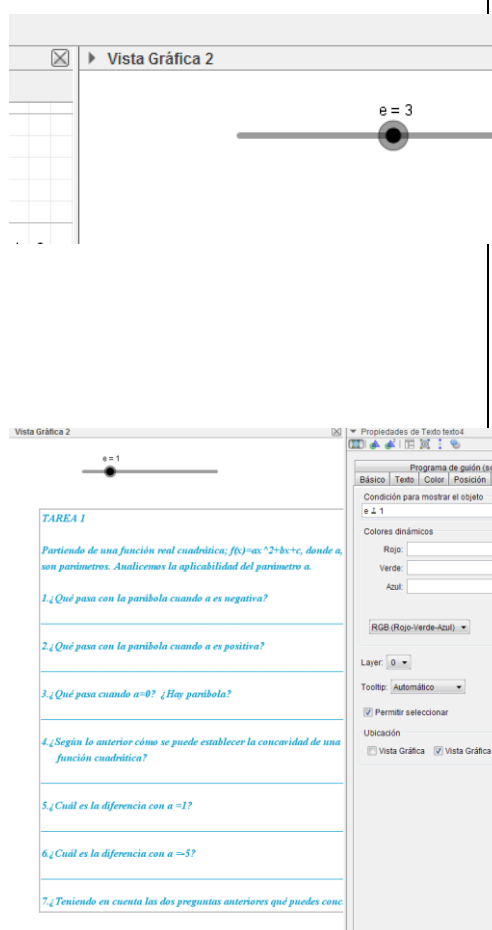
Después en la parte superior de la pantalla seleccionamos vista y seleccionamos vista algebraica 2, en donde crearemos un nuevo deslizador. Este tendrá por nombre e . En la opción intervalo se escribe los valores: mínimo 0, máximo 4 incremento 1, tal como aparece en la imagen de la derecha. Finalmente damos clic en la opción ok.

The image shows a dialog box titled "Deslizador" (Slider) with a yellow header. It contains the following elements:

- Three radio buttons for unit selection: "Número" (selected), "Ángulo", and "Entero".
- A "Nombre" (Name) text field containing the letter "e".
- An "Aleatorio" (Random) checkbox, which is currently unchecked.
- A tabbed interface with three tabs: "Intervalo", "Deslizador" (active), and "Animación".
- Under the "Deslizador" tab, there are three input fields: "Mín:" with the value "0", "Máx:" with the value "4", and "Incremento:" with the value "1".
- At the bottom, there are two buttons: "OK" and "Cancela".

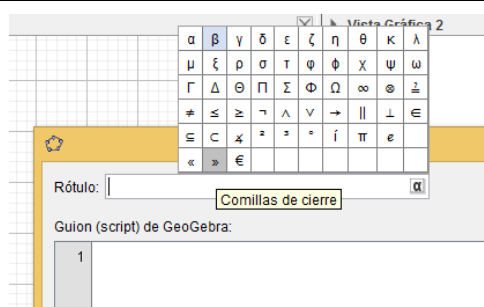
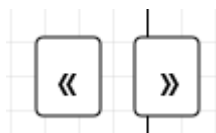
Ahora, seleccionamos la opción texto en la vista 2 y pegamos los enunciados de la **tarea 1** que están previamente seleccionados en otro lugar, ejemplo Microsoft Word.

Luego clic derecho, opción propiedades, avanzado, condición mostrar objeto. Ahí escribimos $e = 1$ y damos enter. Ahora, cuando el valor del deslizador e varía, el texto desaparece.

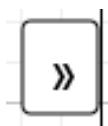


Para colocar los enunciados de las **tareas 2 y 3** se siguen los mismos pasos de los dos párrafos anteriores, pero se debe tener en cuenta que en la opción “condición para mostrar el objeto”, e debe ser igual a 2 y 3 respectivamente.

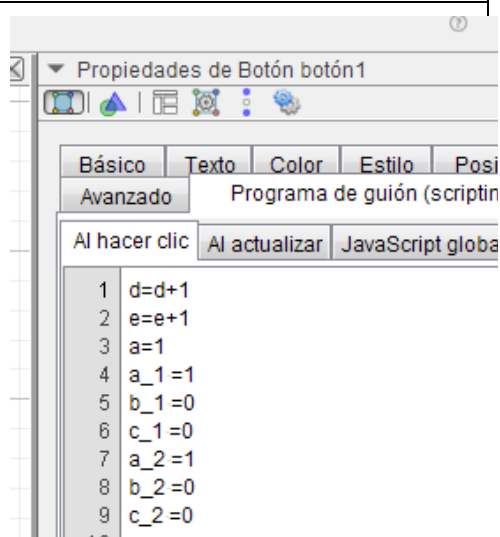
Luego de ello debemos crear los botones de las tareas. Para $d=1$ vamos a crear dos botones como los siguientes. Para ello debemos dirigirnos a la parte superior de la barra de herramientas icono botón y seleccionamos.



Posteriormente, les daremos una serie de comandos. Damos clic derecho en este botón



Seleccionamos propiedades, luego

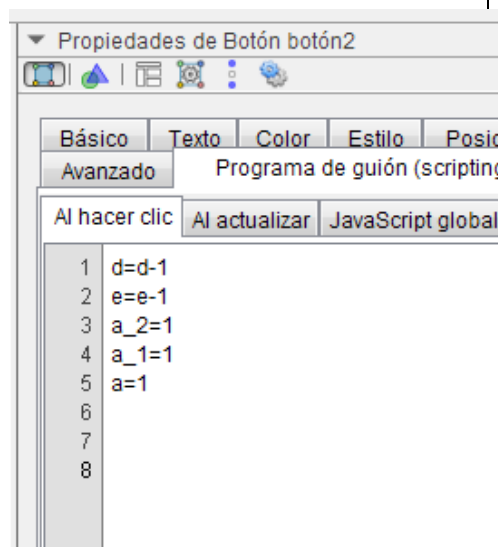


programa de gui3n, despu3s seleccionamos la opci3n: al hacer clic y escribimos los comandos. (ver comandos de la imagen de la derecha)

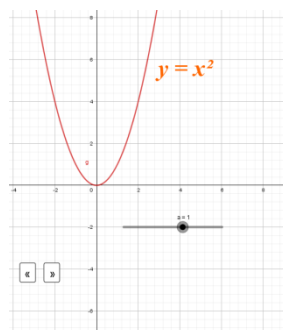
Para el otro bot3n realizamos los mismos pasos anteriores que se hicieron con las comillas de cierre. pero en la opci3n al hacer clic escribimos lo que el comando que muestra la imagen de la derecha.



De esta forma quedar3an dise3adas las tareas 1, 2 y 3.



Tarea 1



TAREA 1

Partiendo de una función real cuadrática, $f(x) = ax^2$, con $a > 0$, analicemos la aplicabilidad del parámetro a .

1. ¿Qué pasa con la parábola cuando a es negativo?

2. ¿Qué pasa con la parábola cuando a es positivo?

3. ¿Qué pasa cuando $a = 0$? ¿Hay parábola?

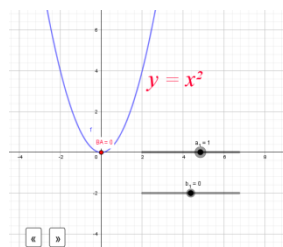
4. ¿Según lo anterior cómo se puede cambiar la con función cuadrática?

5. ¿Cuál es la diferencia con $a = 1$?

6. ¿Cuál es la diferencia con $a = 5$?

7. ¿Teniendo en cuenta las dos preguntas anteriores q

Tarea 2



TAREA 2

Partiendo de una función real cuadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a > 0$, analicemos la aplicabilidad del parámetro b .

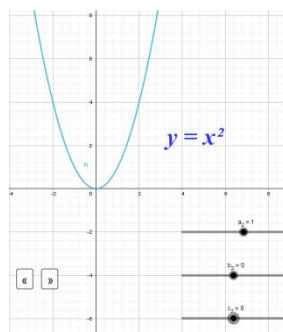
1. ¿Qué pasa con la parábola cuando el coeficiente b toma

2. ¿Qué pasa con la parábola cuando el coeficiente b toma

3. Se podría decir que el comportamiento de b es igual sin explicar.

4. ¿Qué podría decir de la funcionalidad del parámetro b ?

Tarea 3



TAREA 3

Partiendo de una función real cuadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a > 0$, analicemos la aplicabilidad del parámetro c .

1. ¿Qué sucede cuando c toma un valor positivo?

2. ¿Qué sucede cuando c toma un valor negativo?

3. En qué caso el vértice de la parábola está sobre el eje x o en el eje y ?

4. ¿Qué pasa con c en los siguientes casos?

5. Si $c = 1$ dónde interseca la parábola con el eje y ?

6. Si $c = 5$ dónde interseca la parábola con el eje y ?

7. ¿Qué podría decir de la funcionalidad del parámetro c ?

ANEXO 3.**CARTA DE CONSENTIMIENTO PADRES DE FAMILIA O ACUDIENTES**

Institución educativa _____

Código de DANE: _____

Municipio: _____

Docente evaluador: _____

Cc/ce: _____

Yo _____, _____ mayor de edad padre y/o
acudiente del estudiante _____ de ____ años de edad he sido
informado acerca de la grabación del video de práctica educativa, el cual requiere para que el docente de mi hijo
(a) participe en la implementación de un diseño de tareas mediado por Geogebra en una clase de matemáticas sobre
los parámetros de la función cuadrática.

Luego de haber sido informado sobre las condiciones de la participación de mi hijo en la grabación y resuelto mis
inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- La participación de mi hijo en este video no tendrá repercusión o consecuencias en sus actividades escolares evaluaciones o calificaciones en el curso.
- La participación de mi hijo en el video no generará ningún gasto ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mi hijo en caso que no autorice su participación.
- La identidad de mi hijo no será publicada y las imágenes y sonidos registrados durante la grabación se utilizarán únicamente como evidencia de la práctica educativa y fines académicos.
- El docente a cargo de la implementación de la práctica garantizará la protección de las imágenes de mi hijo y el uso de las mismas de acuerdo a la normatividad vigente durante y posteriormente al proceso de la implementación de la clase por parte del docente.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados y de forma consciente y voluntaria.

Doy el consentimiento _____ No doy el consentimiento _____ para la participación de mi hijo(a) en la grabación
del video de la práctica educativa del docente en las instalaciones de la institución educativa donde estudian.

Lugar y fecha.

FIRMA DEL PADRE

CC _____

FIRMA DEL ACUDIENTE O REPRESENTANTE:

CC _____