



DISEÑO DE SITUACIONES COMO ESTRATEGIA PEDAGÓGICA PARA
DOCENTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

YARA LISETH CUERO MOSQUERA - 201757533
MARÍA ALEJANDRA MINA MARTÍNEZ - 201757364

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ESCUELA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS, TECNOLOGÍA Y CULTURA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUENAVENTURA
2022



DISEÑO DE SITUACIONES COMO ESTRATEGIA PEDAGÓGICA PARA
DOCENTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

YARA LISETH CUERO MOSQUERA - 201757533

MARÍA ALEJANDRA MINA MARTÍNEZ - 201757364

Trabajo de Grado para optar el título de
LICENCIADO EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

DIRECTOR

JUAN CARLOS JARAMILLO RIASCOS

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ESCUELA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS, TECNOLOGÍA Y CULTURA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUENAVENTURA
2022

	INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA Subdirección Académica	ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO
---	---	---

Programa Académico _____ Lic. En Edu. Básica Énfasis en Matemáticas Fecha _____

Código del programa: _____ 3469 Resolución del programa: _____

Día	Mes	Año
4	mayo	2022

Título del Trabajo o Proyecto de Grado					
DISEÑO DE SITUACIONES COMO ESTRATEGIA PEDAGÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FIGURAS PLANAS					
Se trata de:					
Proyecto	☒	Informe Final	☒		
Director					
Juan Carlos Jaramillo Riascos					
Nombre del Primer Evaluador					
Ana María Gómez López					
Nombre del Segundo Evaluador					
Mara Cristina Valencia Molina					
Estudiantes					
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto	
MARIA ALEJANDRA MINA MARTINEZ	201757384	3469	maria.alejandra.mina@correounivalle.edu.co	3187225756	
YARA LISETH CUERO MOSQUERA	201757533	3469	yara.cuero@correounivalle.edu.co	3163372696	
Evaluación					
Aprobado	☒	Meritorio	☐	Laureado	☐
Aprobado con recomendaciones	☐	No Aprobado	☐	Incompleto	☐

En el caso de ser **Aprobado con recomendaciones** (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) **antes**:

Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐ Primer Evaluador ☐ Segundo Evaluador ☐

En el caso de que el Informe Final se considere **Incompleto** (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: _____ dd _____ mm _____ aa

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).

Firmas		
 Juan C. Jaramillo R.	 Ana María Gómez López	 Mara Cristina Valencia Molina
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

[illegible]

DEDICATORIA

Llena de orgullo, dedico este logro a todos mis seres queridos.

A mis padres y hermanos, gracias por confiar siempre en mí. A mi madre Luz Mosquera, por acompañarme en cada paso que doy y por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, por su incondicional apoyo y por demostrarme la profunda fe que tiene en mí.

A ustedes, gracias por formar parte de este sueño.

Yara Liseth Cuero Mosquera

Primeramente, doy gracias a Dios todo poderoso por ser el guía de mi vida e iluminar mi mente en este trabajo.

Llena de orgullo dedico este gran logro a mi madre Rosana Martínez que siempre ha estado apoyándome incondicionalmente dándome su amor y comprensión, de igual manera a mi abuela Filomena Garcés, tíos, sobrinos, primos y amigos. A mis hermanos (Liseth, Cindy, Alfredo y Ximena) por el acompañamiento, colaboración y amor en todo este proceso; a mi esposo Yeisson González e hija Katherlin Sharay que siempre me apoyaron dándome ánimo, cariño, amor y llenándome de mucha motivación para alcanzar este gran logro.

A ustedes infinitas gracias.

María Alejandra Mina Martínez

AGRADECIMIENTOS

Con toda la gratitud de nuestros corazones, dedicamos este logro primeramente a Dios por darnos la fortaleza necesaria para culminar este proyecto. A él, sea toda la gloria, la honra y el poder.

A la universidad del Valle y a cada uno de los profesores que aportaron en esta etapa tan significativa para nuestras vidas.

A nuestro tutor Juan Carlos Jaramillo, por el apoyo incondicional, su dedicación y por creer siempre en nosotras.

A todas aquellas personas que de una u otra forma aportaron en la realización de este proyecto.

A ustedes, con quienes estamos profundamente agradecidas.

RESUMEN

En el presente trabajo de investigación se propuso un diseño de un material de enseñanza que contribuyera a la cualificación de docentes de educación secundaria en el área de educación matemática, tomando en consideración la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría propuesta por Duval (2016), enfocado en las cuatro entradas y una quinta en las que se exponen unas maneras de ver diferentes las figuras (el botánico, agrimensor geómetra, el constructor, el inventor artesano y la deconstrucción dimensional de las formas) Las cuales ayudan para encaminar al estudiante en el aprendizaje de las figuras geométricas planas.

Por otra parte, como todo diseño al no ser implementado se considera hipotético, se determinó la posible contribución del material diseñado por medio de la revisión de un grupo de profesionales en educación matemática (un licenciado en educación básica con énfasis en matemática y dos licenciados en matemática y física), quienes manifiestan de manera positiva que el diseño posiblemente si contribuya en el aprendizaje de las figuras geométricas planas, puesto que el material de enseñanza diseñado les permitió dar cuenta de diferentes maneras en las que se pueden abordar las figuras geométricas planas basadas no sólo en criterios matemáticos sino también en criterios cognitivos de manera que se pueda apreciar diferentes formas de ver las figuras, es decir, poder trascender de lo icónico a lo no icónico.

Palabras claves: Enseñanza de la geometría, Figuras planas, Perspectiva Semiótico Cognitiva, Docentes, Geometría, Situaciones didácticas.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	5
INTRODUCCIÓN.....	12
CAPÍTULO I.....	14
I. ASPECTOS GENERALES DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.....	14
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	14
1.2 OBJETIVOS	23
1.2.1 Objetivo General.....	23
1.2.2 Objetivos Específicos	23
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	24
1.4 MARCO CONTEXTUAL.....	26
1.4.1 Institución Educativa República de Venezuela.....	26
1.4.2 Institución Educativa Liceo del Pacifico	27
1.4.3 Institución Educativa San Vicente	28
1.5 ANTECEDENTES	30
1.5.1 Investigaciones relacionadas con aspectos del aprendizaje de las figuras geométricas vista desde un enfoque semiótico y cognitivo.	30
1.5.2 Investigaciones que reconocen avances frente al trabajo con figuras geométricas..	31
1.5.3 Investigaciones que abordan la formación de docentes en matemáticas.	32
CAPÍTULO II.....	33
2.1. ASPECTOS SEMIÓTICOS Y COGNITIVOS	33

2.1.1. Algunos elementos de la teoría de las condiciones cognitivas de la enseñanza de la geometría.....	34
2.1.2. Cuatro maneras de ver en geometría	35
2.1.3. Deconstrucción dimensional “una quinta entrada”	39
2.1.4. Los procesos cognitivos en Geometría.....	42
2.2. ASPECTOS DIDÁTICOS.....	49
2.2.1. Situación y Actividad.....	49
2.2.2. Formación de docentes de matemática.....	50
2.3. ASPECTOS DISCIPLINARES.....	52
2.3.1. Figuras geométricas.....	52
2.3.4. Los cuadriláteros.....	53
2.3.5. Los triángulos	57
CAPÍTULO III.....	60
3.1. DESARROLLO DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN	60
3.1.1. Elementos metodológicos	62
3.2. DISEÑO DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS	64
3.2.1. Fundamentación del diseño de las situaciones didácticas.....	65
CAPÍTULO IV.....	73
4.1 ANÁLISIS DEL DISEÑO DE ACTIVIDADES.....	73
4.2 VALIDACIÓN DEL DISEÑO.....	80
CONCLUSIONES.....	86
REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍA.....	88

ANEXOS.....	92
-------------	----

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: aprendizajes por mejorar de las Instituciones Educativas Liceo del Pacifico, Republica de Venezuela y San Vicente. Fuente: http://www2.icfesinteractivo.gov.co	20
Tabla 2: clasificación de los paralelogramos.	55
Tabla 3: clasificación de los trapecios y trapezoides.	56
Tabla 4: clasificación de los triángulos atendiendo a sus ángulos. Fuente: elaboración propia.	59
Tabla 5: niveles de valoración de la rúbrica	80
Tabla 6: rúbrica	81

ÍNDICE DE ILUSTRACIÓN

Ilustración 1: Institución Educativa República de Venezuela.	27
Ilustración 2: Institución Educativa Liceo del Pacifico.	28
Ilustración 3: Institución Educativa San Vicente.....	29
Ilustración 4: Ejemplo de representación de algunas figuras euclidianas elementales. Fuente: elaboración propia.....	36
Ilustración 5: Ejemplo alusivo a una tarea de la entrada del agrimensor-geómetra. Fuente: elaboración propia.....	37
Ilustración 6: Ejemplo de construcción de un cuadrado ABCD. Fuente: elaboración propia.	38
Ilustración 7: Ilustración de la reconfiguración de un paralelogramo en un rectángulo con una sola partición. Fuente:(Duval, 2016, página, 17)	39
Ilustración 8: Ejemplo de descomposición estrictamente homogénea de un Rectángulo ABCD. Fuente: elaboración propia.....	40
Ilustración 9: Ejemplo de descomposición heterogénea Fuente: elaboración propia.	41
Ilustración 10: reconfiguración de un paralelogramo en un rectángulo con una sola partición. Fuente:(Duval, 2016, página 17)	41
Ilustración 11:Clasificación de los triángulos atendiendo a sus lados. Fuente: elaboración propia.	58

Ilustración 12:Situación 1: entrada del (botánico, constructor y agrimensor geómetra).	67
Ilustración 13:Situación 1: entrada del (botánico, constructor y agrimensor geómetra).	67
Ilustración 14: Situación 2: entrada del (constructor y el inventor artesano).	69
Ilustración 15: Situación 2: entrada del (constructor y el inventor artesano).	69
Ilustración 16:Situación 3: quinta entrada (deconstrucción dimensional de las formas).	71
Ilustración 17:Situación 3: quinta entrada (deconstrucción dimensional de las formas).	71

INTRODUCCIÓN

La educación matemática es una disciplina objeto de interés para muchos investigadores debido a la gran cantidad de dificultades que se derivan de los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta. Así, tomando como caso particular el abordaje de la geometría en la escolaridad, es posible identificar que se han realizado un gran número de investigaciones enfocadas a los procesos de aprendizaje, y en menor medida dirigidas hacia los procesos de enseñanza, sin embargo, las dificultades asociadas a este primer proceso siguen persistiendo. De ahí que, en este trabajo se propuso contribuir a la cualificación docente de educación secundaria a partir de la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría de Duval (2016), en torno a los procesos de enseñanza de las figuras geométricas planas, buscando mitigar algunas dificultades que persisten en el abordaje del saber en cuestión. De esta manera, la investigación comprende los siguientes capítulos.

El primer capítulo, expone aspectos relacionados con el planteamiento del problema, en el cual se abordan algunas dificultades que se presentan en el aprendizaje de las figuras geométricas planas, por lo que se reconoce que hay que aumentar el volumen de investigaciones en cuanto a los procesos de enseñanza de este objeto de conocimiento. Luego, se presenta la pregunta que encamina la investigación y pone en funcionamiento los objetivos planteados en la propuesta de investigación. Seguido de ello, se presentan elementos que justifican el porqué de la propuesta, cuyos argumentos giran en torno al porqué trabajar desde la geometría y particularmente las figuras planas y además por qué priorizar en los procesos de enseñanza.

Además, se presenta el marco contextual, en el cual se describen los planteles educativos y la población con la que se va a llevar a cabo la propuesta de investigación y finalmente se encuentran los antecedentes, en los que se exponen una serie de investigaciones asociadas a esta

propuesta, permitiendo identificar algunos elementos conceptuales y procedimentales que intervienen en el concepto de figuras geométricas planas.

En el segundo capítulo reposa el marco teórico que se desarrolla a partir de tres aspectos: Semiótico y Cognitivo, Didáctico y disciplinar. En el primero, se muestran algunos elementos de la teoría de las actividades cognitivas del aprendizaje de la geometría desde la mirada de Duval (2016). En el segundo aspecto, se expone qué son las situaciones didácticas y cómo son entendidas las actividades y los elementos que la componen. Además, se abordan algunos aspectos relacionados con la formación inicial de docentes. Teniendo en cuenta autores como Obando (2015), Shulman (1986, 1987) Tardif (2013). En el tercero se expone todo lo concerniente al concepto de figuras geométricas planas desde la mirada de Godino, J. y. Ruiz (2002).

En el tercer capítulo, se plantean los aspectos metodológicos que guían la estructura del presente trabajo de indagación de forma general, en el cual se expone primeramente la línea de investigación en la que está inscrita esta investigación (lenguaje, razonamiento y comunicación de saberes matemáticos de la facultad de educación y pedagogía.), la metodología que se utilizó y el método de investigación. Luego se presentan los elementos metodológicos tenidos en cuenta para dar una posible respuesta a la pregunta problema. Seguido de ello, se expone el diseño de las situaciones en que reposan todas las actividades propuestas. Y finalmente se presenta la fundamentación del diseño de las situaciones en que se describen todos los fundamentos utilizados para el diseño de las situaciones.

En el cuarto y último capítulo, se presenta todo lo concerniente al análisis de cada una de las actividades que están inmersas en las situaciones y las conclusiones derivadas del proceso investigativo.

CAPÍTULO I

I. ASPECTOS GENERALES DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo, se presentan los aspectos generales del trabajo de investigación, el cual está conformado por el planteamiento del problema, los objetivos, la justificación, los antecedentes y el marco contextual. Para el desarrollo de este apartado, se abordaron investigaciones en las que se muestran algunas dificultades en el aprendizaje de figuras geométricas planas, identificando, además, los procesos de enseñanza como uno de los principales factores en la génesis de las dificultades mencionadas. Por tanto, es válido pensar que fortaleciendo o mejorando los procesos de enseñanza podría generarse un mejor aprendizaje por parte de los estudiantes.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La educación matemática en Colombia es una disciplina que entre sus múltiples propósitos busca movilizar el aprendizaje a través de competencias por parte de los estudiantes, de tal manera que les permitan desarrollar el pensamiento matemático de forma integral. Así, en procura de lograr éste y muchos otros propósitos, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) organizó el saber matemático escolar en cinco pensamientos (numérico, espacial, aleatorio, variacional, métrico). Por lo que, se hace necesario adelantar procesos de investigación que promuevan constantes reflexiones en torno a los procesos de enseñanza, aprendizaje e incluso, de la forma en la que se presentan los saberes matemáticos categorizados en los pensamientos antes mencionados, sin que esto implique que no haya correlación entre saberes matemáticos propios de pensamientos diferentes.

En ese orden de ideas, centrando la atención en los pensamientos espacial y métrico, es posible notar que en estos intervienen procesos de reconocimiento, clasificación, visualización, construcción, medición de formas geométricas, entre otros, que inciden en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la geometría. De este modo, el MEN (1998) plantea que, en los sistemas geométricos se hace hincapié en el desarrollo del pensamiento espacial, en el que se crean y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, sus relaciones, transformaciones y diversas traducciones a representaciones mentales. Así también,

Las figuras geométricas son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos que tienen su origen en nuestra necesidad de describir el mundo de las formas de los cuerpos perceptibles que nos rodean, su tamaño y su posición en el espacio. (Godino y Ruiz, 2002, Pág.14).

En este sentido, los procesos de enseñanza de las figuras geométricas planas, según el MEN (1998), deberían posibilitar en el sujeto aprendiz el desarrollo de la visualización, justificación, construcción, interpretación entre otras. En este sentido, los procesos de enseñanza de las figuras geométricas planas, según El MEN (1998), deberían posibilitar en el sujeto aprendiz el desarrollo de la visualización, justificación, construcción, interpretación entre otras. Pero, de acuerdo con López y García (2008) existen muchos puntos de desencuentro entre educadores en cuanto a los propósitos, contenidos y manera de abordar estos objetos geométricos.

Al respecto, un análisis realizado por Arceo (1999, pág. 28), sobre las concepciones que tienen algunos docentes de primaria sobre la geometría dio como resultado que:

- La geometría se continúa abordando de manera estática y su aprendizaje consiste principalmente en asociar nombres a las figuras y cuerpos, así como en saber realizar trazos y mediciones.
- Se continúan llevando a cabo las propuestas didácticas estipuladas en los años ochenta, en torno a las figuras geométricas, en cuanto a la forma en la que se introduce el nuevo objeto, debido a que se sigue ejercitando el trazado de figuras estáticas y se aplica el nuevo saber en una serie de actividades que involucran trazos y reconstrucción.
- No se propicia la exploración libre de las diferentes figuras y cuerpos geométricos para identificar las características que definen a esa figura o cuerpo geométrico, se trabaja directamente con la identificación de las figuras y la asociación con ciertos nombres.

Las anteriores concepciones de algunos docentes, permiten identificar a grandes rasgos la forma en la que se ha venido enseñando la geometría, reduciéndose al reconocimiento, clasificación y medición de las formas planas. Además, de la enseñanza de fórmulas y conceptos que suelen ser memorizados para resolver problemas. Del mismo modo, contrastando lo antes mencionado con las concepciones que tienen algunos estudiantes graduados acerca de la enseñanza de la geometría, según (Barrantes y Blanco, 2005) se tiene que:

- La geometría escolar se concibe como una materia difícil, a la que se le dedica poco tiempo. Debido a la falta de dominio del contenido de esta área por parte de los docentes, que provoca que esta sea enseñada de manera muy teórica o abstracta lo cual hace que se necesite una mayor capacidad de razonamiento.
- Los temas numéricos son más familiarizados para los estudiantes que los temas geométricos, dado que los temas numéricos son los que se trabajan con mayor frecuencia mientras que los geométricos son desplazados al final del año. Por lo que, los estudiantes

señalaron que los estudios de los diferentes números y sus operaciones son más importantes que los estudios de la geometría.

- Los estudiantes, consideran que la mayor dificultad de la geometría se centra en la memorización de fórmulas y saber cuándo aplicarlas. Como consecuencia de que en la enseñanza de esta área se les explicaba que fórmula debían de saber y aplicar, pero no a razonar esas fórmulas ni un método alternativo por el cual ellos pudieran aprender las fórmulas mejor.
- Revelan los estudiantes, que la metodología clásica de la que proceden para la enseñanza de la geometría se divide en dos partes: la teórica, que se caracteriza por presentar las definiciones, propiedades, entre otros, y la práctica, caracterizada por la aplicación de problemas y ejercicios. En vista de que, esa es la forma en que el docente ha venido dividiendo la enseñanza en las clases de geometría. La primera parte se centra netamente en explicar las definiciones, conceptos, propiedades y demás, siendo así la segunda parte, la más importante dado que el saber solucionar cada uno de los problemas les ayudará a pasar las evaluaciones. ya que, estos están basado en ejercicios y problemas mecánicos y monótonos.
- Los estudiantes mencionan que los contenidos que más se estudian son los relacionados con la geometría plana, especialmente todo lo relacionado con el estudio de elementos de las figuras, clasificación y sobre todo de medida. Como consecuencia de esto, se trabaja muy poco la geometría espacial y apenas se estudian los contenidos relacionados con las transformaciones geométricas en el plano, lo que podría conducir a pensar que la geometría plana es mucho más simple que la espacial.

- Los estudiantes declaran que la pizarra y el libro de texto son los recursos más utilizados para la enseñanza de la geometría. Además, mencionan que el uso de materiales como figuras de madera u otros son poco frecuentes y cuando se utilizan se hacen construcciones o actividades sin ninguna utilidad posterior. Puesto que, en el contexto escolar tradicionalmente la metodología empleada por los docentes en la enseñanza de esta asignatura se remite a la simple utilización de la pizarra y el libro de texto, lo que conlleva a que en ocasiones no se muestre la versatilidad que tiene la geometría para ser tratada con diferentes recursos didácticos tales como (software dinámicos, geoplanos, tangram, recortes de papel cartulina entre otros; que permitan un mejor aprovechamiento de los contenidos geométrico a enseñar.
- La palabra actividad para los estudiantes egresados, es sinónimo de ejercicios y resolución de problemas, es decir, que la mayoría de las actividades que se les presentaban eran problemas o ejercicios en donde la complejidad consiste en saber cuál era la fórmula correcta que debían aplicar para resolver dicha actividad.

Las concepciones anteriores, reflejan de manera general, que la metodología empleada por los docentes para la enseñanza de la geometría se reduce al uso del tablero y libros de textos, la presentación de definiciones y el desarrollo de ejercicio.

Debido a ello, los docentes han procurado implementar nuevas metodologías para la enseñanza de la geometría buscando atenderlo sugerido por El MEN, sin embargo, aunque algunos educadores han implementado algunos de los softwares antes mencionados en el abordaje de las figuras geométricas planas con los estudiantes, siguen priorizando sobre los mismos elementos trabajados a lápiz y papel, como los son; el reconocimiento, clasificación y medición. Persistiendo

de este modo, en una geometría estática, la cual sigue limitando procesos de visualización, razonamiento y construcción, fundamentales para el aprendizaje de este objeto.

Por otra parte, teniendo en consideración autores como Castiblanco et al. (2004), Medici et al. (1986), Barrantes & Zapata (2008) y el MEN (1998) se listan algunas dificultades asociadas al aprendizaje de las figuras geométricas planas por parte de los estudiantes, considerando como uno de los causales principales de este hecho, los procesos de enseñanza rutinarios y estáticos, tal como se describieron anteriormente.

- A los estudiantes se les dificulta pasar de la descripción de propiedades de las figuras a un proceso natural que involucre que este tenga que razonar y argumentar sobre las transformaciones que se puedan presentar en la figura.
- Existen dificultades al descomponer figuras en subfiguras. En muchos casos el estudiante concibe las figuras como formas estáticas a las que solo pueden nombrar, clasificar y medir entre otros., desconociendo que este objeto matemático puede ser cambiada mediante la realización de trazos.
- Existen dificultades en los estudiantes con la aprehensión de los conceptos, pues, aunque conocen la definición del concepto, en muchos casos no son capaces de reconocerlo cuando aparecen las figuras en una posición diferente a las figuras iniciales que se da en el libro de texto, puesto que han tomado esa posición como parte de la definición.
- Los estudiantes presentan dificultades al nombrar las figuras, puesto que consideran como figuras geométricas solamente aquellas que tienen un nombre común, es decir, que se hace demasiada insistencia sobre la nomenclatura tradicional.

Todas las dificultades expuestas hasta aquí, no son ajenas a la realidad educativa de Buenaventura, particularmente; en las Instituciones Educativas Liceo del Pacífico, República de Venezuela y San Vicente, como se muestra en los aprendizajes por mejorar de los años 2015, 2016 y 2017 relacionados en la tabla 1.

PROMEDIO TRIENIO POR I. E			APRENDIZAJES POR MEJORAR
Liceo del Pacífico	República de Venezuela	San Vicente	
73%	76%	64%	De los estudiantes no usa sistemas de referencia para localizar o describir posiciones de objetos y figuras.
73%	74%	58%	De los estudiantes no identifica ni describe efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.
77%	74%	72%	De los estudiantes no generaliza procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.
71%	66%	66%	De los estudiantes no predice ni explica los efectos de aplicar transformaciones rígidas sobre figuras bidimensionales.
59%	64%	54%	De los estudiantes no argumenta formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.
64%	70%	52%	De los estudiantes no resuelve ni formula problemas usando modelos geométricos.
68%	73%	64%	De los estudiantes no resuelve ni formula problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación.
69%	63%	56%	De los estudiantes no analiza la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

Tabla 1: aprendizajes por mejorar de las Instituciones Educativas Liceo del Pacífico, República de Venezuela y San Vicente. Fuente: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co>

Los aprendizajes por mejorar de estas instituciones educativas del distrito de Buenaventura en torno a los pensamientos espacial y métrico, muestran la necesidad de brindar un poco más de atención a los procesos de enseñanza de la geometría, puesto que se ha identificado que las formas de abordaje quizás no son las más adecuadas para que los estudiantes logren aprender en toda su

dimensión los conocimientos propios de estos pensamientos, en particular los relacionados con las figuras geométricas. Es por eso que se piensa en la pertinencia del uso de nuevas estrategias metodológicas en pro de mitigar las dificultades asociadas a los pensamientos matemáticos en cuestión. Considerando lo dicho, lograr esto requiere de algunas habilidades y destrezas como, visualizar, razonar, construir e imaginar objetos e imágenes más allá de lo que a primera vista se ve.

(Díaz, Fernández y Gonzato, 2011) consideran, “la visualización. y la orientación espacial como un conjunto de habilidades relacionadas con el razonamiento espacial. Visualizar y orientar un objeto, un sujeto o un espacio, no incluye únicamente la habilidad de “ver” los objetos y los espacios, sino también la habilidad de reflexionar sobre ellos y sus posibles representaciones, sobre las relaciones entre sus partes, su estructura, y de examinar sus posibles transformaciones (rotación, sección, desarrollos...)” (p.100).

En este sentido, visualizar va más allá de lo que a simple vista se ve en los objetos, es la habilidad de reflexionar sobre ellos, sus representaciones y la forma como se relacionan sus partes.

Por otro lado, (Marmolejo y Vega, 2012), mencionan que los estudiantes privilegian una visualización de naturaleza estática o icónica, centrada en lo que “a primera vista se ve” de la figura geométrica en estudio, y que de quedarse en esta forma tan trivial de visualización, el proceso cognitivo que se realiza resulta no solo insuficiente, sino que además dificulta la aplicación y desarrollo de conceptos y relaciones geométricas. Es decir, que si se trabaja solo la parte icónica de las figuras se dejaría de lado aspectos relacionados a la parte operatoria como, por ejemplo; la vinculación de trazos, transformaciones de figuras, construcciones, descomposiciones entre otras.

En este sentido, se podría considerar la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría de Duval (2016) como una estrategia interesante para la enseñanza de las figuras

planas, pues a través de esta se le da una mirada distinta de las formas de abordaje tradicional que dicho objeto de conocimiento ha tenido y, además podría permitir que el sujeto aprendiz logre alcanzar estos aprendizajes.

Por todo lo antes expuesto, en este trabajo de investigación se pretende dar respuesta al siguiente interrogante:

¿Cómo contribuir a la cualificación docente de educación secundaria en algunas instituciones oficiales del distrito de Buenaventura en torno a los procesos de enseñanza de las figuras geométricas planas a partir de la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría propuesta por Duval?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Contribuir a la cualificación docente de educación secundaria de algunas instituciones oficiales del distrito de Buenaventura en torno a los procesos de enseñanza de las figuras geométricas planas a partir de la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría de Duval.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Identificar elementos conceptuales que contribuyan a la enseñanza de las figuras geométricas planas a partir de la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría de Duval.
- Articular en un diseño de situaciones, elementos conceptuales que median en la enseñanza de las figuras geométricas planas a partir de la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría de Duval.
- Caracterizar las situaciones propuestas en el diseño de situaciones didácticas que favorezcan el aprendizaje de las figuras planas a partir de elementos de la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría de Duval.

1.3 JUSTIFICACIÓN

En educación matemática, es común que se presenten muchas dificultades asociadas al aprendizaje, a la enseñanza o al saber que es llevado al aula de clase. De este modo, si se pone el lente en el área de geometría, es posible identificar que existen desde hace mucho tiempo múltiples saberes que fueron introducidos al currículo escolar (en matemáticas) que no logran ser aprendidos de forma satisfactoria por los estudiantes, y al día de hoy se siguen enseñando de la misma forma y los resultados de aprendizaje de parte de los estudiantes siguen siendo negativos.

En este sentido, si se revisan los aprendizajes por mejorar producto de las últimas aplicaciones de las pruebas saber ICFES de grado 9° de educación secundaria de algunas instituciones educativas oficiales del distrito de Buenaventura como el Liceo del Pacifico, Republica de Venezuela y San Vicente (Ver anexo: Aprendizajes por mejorar pruebas Saber ICFES 9°) en torno a los pensamientos espacial y métrico, prestando especial atención a las que vinculan figuras geométricas, a nivel nacional y regional, en las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas relacionados con el concepto de figuras planas, se expone que entre un 60% y un 70% de los estudiantes tiene dificultades para:

- Identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.
- Analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
- Argumentar formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas.
- Resolver problemas de medición utilizando de manera pertinente instrumentos y unidades de medida.

- Predecir y explicar los efectos de aplicar transformaciones rígidas sobre figuras bidimensionales.

Con lo anterior, es posible identificar que para dichas instituciones ha sido tarea pendiente el fortalecer los procesos académicos que involucran la enseñanza y aprendizaje de las figuras geométricas. Sin embargo, de acuerdo con investigaciones como la de (Barrantes y Zapata 2008), entre los obstáculos y errores que presentan los estudiantes de secundaria en el aprendizaje de las figuras geométricas, muchos se asocian a la utilización exclusiva de libros de textos (con ejercicios rutinarios) y a la falta de implementación de nuevas didácticas y metodologías por parte de los docentes. Este último hecho, permite pensar en la necesidad de generar nuevas investigaciones en torno a la enseñanza de las figuras geométricas, de tal manera que los docentes puedan reflexionar y transformar sus prácticas pedagógicas en procura de brindarles los elementos necesarios a los estudiantes para el aprendizaje del objeto matemático en cuestión.

En este orden de ideas, el MEN (1998) y Duval (2016) manifiestan que la geometría se ha venido presentado como algo estático, priorizando en el reconocimiento, clasificación y medición (perímetro y área) de diferentes formas geométricas, y por tanto, limita su naturaleza dinámica, lo que conlleva a que los estudiantes presenten dificultades asociadas al hecho de no reconocer diferentes formas de construir, razonar y ver una figura, además, dificulta también la posibilidad de realizar transformaciones, de construcciones, vinculación de trazos entre otros.

Es por todo lo anterior, que para efectos de este trabajo de investigación se consideró relevante hacer un aporte a los procesos de enseñanza de las figuras geométricas planas, bajo la premisa de que contribuir a la mejora de los procesos de enseñanza podría generar una mejora en los aprendizajes de los estudiantes.

1.4 MARCO CONTEXTUAL

El distrito especial de Buenaventura se encuentra ubicado al occidente del Departamento del Valle del Cauca. Es el municipio más extenso, con un área de 6785 Km² que equivale al 29.7% del área total del departamento, lo que le convierte en un territorio difícil de controlar y vigilar. Buenaventura se constituye en el principal puerto colombiano en el Litoral Pacífico y el segundo comparado con el resto del país, lo que le concede una posición geográfica estratégicamente importante. Cuenta con una única vía principal la Avenida Simón Bolívar que aproximadamente tiene 13 kilómetros y que comunica a la ciudad con el interior del país.

En relación con este trabajo de investigación, para el marco contextual se seleccionaron tres instituciones educativas (República de Venezuela, San Vicente y Liceo del Pacifico), de las 42 instituciones educativas oficiales en el Distrito de Buenaventura.

1.4.1 Institución Educativa República de Venezuela

La Institución Educativa República de Venezuela del Distrito Especial de Buenaventura inició como escuela el 21 de septiembre en el año 1961, está ubicada en el barrio Centenario en la CRA 11 CLL 2 No 1-04 comuna 4 de la zona Isla Cascajal. Por los cambios de planeación administrativa posteriormente, se unieron varias sedes y recibe el nombre de Institución Educativa República de Venezuela. Respecto a la población estudiantil de la institución estos pertenecen a los estratos socioeconómicos 1 y 2 y que en su mayoría viven en zonas de baja mar, la gran mayoría de estudiantes son afrodescendientes y una minoría pertenecen a la etnia indígena, además, por situaciones de desplazamiento y violencia en estos sectores de la ciudad la mayor parte de las familias son disfuncionales, y su sustento diario proviene de la economía informal. Por otro lado, para la atención del proceso de enseñanza se cuenta con una planta docente conformada aproximadamente por 60 docentes, los niveles Educativos que brinda esta Institución son: Preescolares, Primarias, Secundarias,

Educación Media, fuera de la sede central a excepción de la sede Mandela no se presta el servicio en secundaria.



Ilustración 1: Institución Educativa República de Venezuela.

1.4.2 Institución Educativa Liceo del Pacífico

La Institución Educativa Liceo del Pacífico del distrito de Buenaventura, inició como escuela de 9 de octubre de 1943 como institución comercial. Se encuentra ubicada en la Calle 6 N° 54-25 frente al Barrio Transformación en la comuna 8, en la avenida Simón Bolívar. En relación a la población estudiantil la mayoría pertenece a los estratos socioeconómicos 1 y 2 y que en su mayoría viven en zonas de baja mar, la gran mayoría de estudiantes son afrodescendientes y una minoría pertenecen a la etnia indígena, además, por situaciones de desplazamiento y violencia en estos sectores de la ciudad la mayor parte de las familias son disfuncionales, y su sustento diario proviene de la economía informal. Para la atención del proceso de enseñanza se cuenta con una planta docente conformada aproximadamente por 57 docentes, la cual ofrece los niveles de educación desde Preescolar, Primaria, Secundaria, Educación Media técnica hasta la educación para jóvenes y adultos en la jornada nocturna.



Ilustración 2: Institución Educativa Liceo del Pacifico.

1.4.3 Institución Educativa San Vicente

La Institución Educativa San Vicente del distrito de Buenaventura se encuentra ubicada en la carrera 55 # 6-30, avenida Simón Bolívar es de carácter oficial y fue aprobada bajo la resolución No. 0372 del L 2 de abril de 2007, es una I.E. con énfasis en Gestión Empresarial y Desarrollo Humano. Respecto a la población estudiantil la mayoría pertenece a los estratos socioeconómicos 1 y 2 y que en su mayoría viven en zonas de baja mar, la gran mayoría de estudiantes son afrodescendientes y una minoría pertenecen a la etnia indígena, además, por situaciones de desplazamiento y violencia en estos sectores de la ciudad la mayor parte de las familias son disfuncionales, y su sustento diario proviene de la economía informal. Para la atención del proceso de enseñanza se cuenta con una planta docente conformada aproximadamente por 67 docentes, ofrece los siguientes niveles de educación, preescolar, básica primaria, básica secundaria, Media, Educación para jóvenes y adultos por ciclos, jornada nocturna.



Ilustración 3: Institución Educativa San Vicente.

1.5 ANTECEDENTES

Durante la búsqueda de investigaciones relacionadas con la problemática que se aborda en este trabajo, se identifica la dificultad que existe en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la geometría, lo que ha dejado claro que hay una problemática sobre las figuras geométricas planas, por lo que ha sido motivo de estudio en muchas investigaciones como la de (Galeano, 2015), (Marmolejo y Vega ,2012), (Hoyos, 2015), y (Palacios, 2019).

1.5.1 Investigaciones relacionadas con aspectos del aprendizaje de las figuras geométricas vista desde un enfoque semiótico y cognitivo.

En su tesis de maestría, (Galeano, 2015) realizó una investigación a partir de una perspectiva semiótica y cognitiva con el propósito de promover un trabajo para el desarrollo del pensamiento espacial con base en las figuras geométricas, tomando en cuenta el reconocimiento de tres procesos cognitivos fundamentales para el desarrollo de la actividad geométrica: la visualización, el razonamiento y la construcción.

La aplicación de la propuesta cognitiva de Duval, le permitió caracterizar algunas situaciones que formaron parte del diseño de actividades que fueron aplicadas y analizadas bajo la metodología de Experimentos de Enseñanza, con la que buscó estimular el trabajo con los procesos cognitivos en geometría por lo que fue posible ampliar la comprensión de los procesos en situaciones en las que se utilizaron instrumentos no convencionales tales como moldes rotos, plantillas y reglas no graduadas para establecer las bases en el tratamiento sobre las figuras geométricas.

Así mismo el trabajo de (Hoyos, 2015), es una propuesta que se desarrolló con alumnos del grado sexto del colegio Jefferson en la ciudad de Cali, el cual se enfoca en que a partir del

proceso cognitivo de construcción, contribuya a que los estudiantes puedan superar los problemas de visualización de figuras geométricas.

La propuesta de investigación anterior, tiene tres aspectos fundamentales que son: describir las problemáticas que hay alrededor del aprendizaje de la geometría desplegando el contexto teórico que enmarca el trabajo, identificar los elementos que fundamentan la propuestas para reforzar el aprendizaje de los estudiantes por medio de la actividad cognitiva de la visualización y diseñar, aplicar y analizar un experimento de enseñanza que tome en consideración aspectos matemáticos geométricos y cognitivos. Los análisis y resultados de la investigación, dieron como resultado que la gran mayoría de los estudiantes tienen progreso en la manera de ver la figuras y fueron muy pocos los que no pudieron pasar la barrera.

1.5.2 Investigaciones que reconocen avances frente al trabajo con figuras geométricas.

Otro estudio por referenciar es el de (Marmolejo y Vega, 2012), en el que se analiza la importancia que tiene promover la enseñanza de la visualización asociada a las figuras geométricas en el área de la matemática, teniendo en cuenta la aprehensión operatoria de las figuras geométricas bidimensionales. La investigación fue aplicada a 150 estudiantes del grado tercero donde realizaron una secuencia de enseñanza referente a la comparación de figuras y sus respectivas áreas, en los que la visualización fue fundamental para dar solución a los problemas presentados, además, en los procedimientos expresados por los estudiantes se logró observar que gran parte del porcentaje de la población que participó en la investigación posee un alto grado de desconocimiento de los tratamientos que se pueden realizar con las figuras geométricas.

En ese sentido, dentro de las conclusiones de los autores se expresa que, para que los estudiantes puedan pasar de una manera de ver una figura geométrica en el desarrollo de las actividades matemáticas, es fundamental y de urgencia que se abran espacios específicos en los

currículos escolares de la educación primaria dirigidos a su enseñanza. Esto por el gran abandono que hay en los currículos escolares en el área de geometría.

1.5.3 Investigaciones que abordan la formación de docentes en matemáticas.

En su tesis de maestría, (Palacios, 2019) realizó una investigación en la que se presenta una descripción y análisis del proceso de formación a un grupo de docentes de la Institución Educativa Republica de Venezuela, respecto al conocimiento tanto disciplinar como didáctico de los cuadriláteros, a través de la estrategia de Laboratorio de Matemáticas. Los docentes identificaron propiedades de los cuadriláteros, también el establecieron relaciones y diferencias respecto a la clasificación de estos, bajo la propuesta del uso de material manipulativo, el uso de materiales convencionales de las clases de geometría y el uso del lenguaje.

Esta investigación se realizó bajo una metodología cualitativa en un estudio de caso, y se llevó a cabo en tres sesiones en las que se le proporcionaron al grupo de docentes unas fichas que contenían actividades para ser resueltas en equipo. Este trabajo permitió enlazar elementos de interés para la investigación en la educación tales como, la cualificación de docentes en un contexto matemático y las estrategias utilizadas en la fundamentación y construcción de pensamiento matemático en la escuela.

Finalmente, en las investigaciones anteriores se pudo identificar que el concepto de las figuras geométricas, ha sido objeto de estudio centrado en el aprendizaje de los estudiantes fundamentado en la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría propuesta por Duval (2016).

CAPÍTULO II

En este capítulo se presentan algunos elementos que sustentan el desarrollo de la presente propuesta, que se aborda desde tres aspectos; Semiótico y cognitivo, Didáctico y por último el Disciplinar. En el primer aspecto, se aborda lo referente a la Teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría propuesta por Duval (2016), y la concepción de autores como Marmolejo y Vega (2012), y Duval (1999,2000, 2004,2005) sobre los procesos cognitivos y su desarrollo en la geometría. En el segundo aspecto, se presentan elementos teóricos que fundamentan el instrumento que se va a emplear en esta propuesta de indagación (diseño de situaciones); Además se exponen algunos elementos a tener en cuenta y que son concernientes a la formación de docentes, que permitirán identificar algunos elementos conceptuales que contribuyan a la enseñanza de las figuras geométricas planas teniendo en consideración la teoría propuesta por Duval (2016).

En el último aspecto se desarrollan los conceptos relacionados con el objeto de conocimiento aquí tratado (figuras geométricas planas) desde un enfoque estrictamente disciplinar.

2.1. ASPECTOS SEMIÓTICOS Y COGNITIVOS

En este apartado se presenta una propuesta a desarrollar para contribuir a la enseñanza de las figuras geométricas planas en docentes de educación básica secundaria teniendo en cuenta la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría propuesta por Duval. Por lo tanto, se da a conocer una descripción general en la que se inicia mostrando algunos elementos de la teoría entre los cuales se encuentran los procesos cognitivos que son esenciales para el trabajo en geometría.

2.1.1. Algunos elementos de la teoría de las condiciones cognitivas de la enseñanza de la geometría

Entre todos los campos de conocimiento que existen en la actividad matemática, la geometría es una de las disciplinas que requiere de una actividad cognitiva mucho más íntegra, puesto que, recurre al gesto, al lenguaje y a la mirada de las figuras geométricas exigiendo que los estudiantes tengan que razonar, construir y ver, inherentemente. (Duval, 2016).

Duval considera que, en la enseñanza de la geometría, las figuras geométricas se encuentran en el cruce de una gran variedad de actividades como lo son: la observación, reproducción, construcción, descripción, definición, entre otras, por esto es importante indagar y realizar trabajos que ayuden a dar otra mirada en la forma como se puede enseñar este objeto de conocimiento teniendo en cuenta la variedad de elementos que en esto se presentan. En este sentido, la comprensión de todos los factores asociados en la enseñanza y aprendizaje de las figuras geométricas necesita del estudio de los tres procesos cognitivos básicos de la geometría que son: el razonamiento, la construcción y la visualización que son fundamentales para el aprendizaje en geometría.

La coordinación de registros permite el aprendizaje y la comprensión del objeto matemático se dan por medio de la distinción que se haga del objeto matemático y su representación dado que, la representación del objeto se da por medio de la ilustración gráfica que representa una propiedad de la figura geométrica, lo que le posibilita al estudiante pasar de lo cognitivo a la búsqueda de la representación del objeto para interpretar y dar significado por medio del entorno por lo que el sujeto aprendiz puede razonar desde lo que ve.

De acuerdo con Duval (2016) existen cuatro maneras de ver diferentes en geometría, las cuales ha denominado como las cuatro entradas clásicas (el botánico, agrimensor, geómetra, el

constructor y el inventor artesano), y estas ayudan a que los estudiantes entren en las representaciones geométricas. Duval (2004) expone, que las tres primeras formas de ver en geometría (el botánico, agrimensor geómetra y constructor), están ligadas directamente con las figuras y son las que a menudo se trabajan dentro del aula de clases. En estas, es importante separar dos procesos cognitivos en que sus funcionamientos son normalmente fusionados, el primero, la identificación (perceptiva) de las formas visuales de una figura y el segundo, la identificación (interpretativa) de los objetos y de las situaciones representadas; por lo que es importante hacer una distinción entre estos dos procesos ya que a menudo suelen ser confundidos lo que genera conflictos a la hora de identificar los objetos. La última forma (inventor artesano), se relaciona con la forma en la que se requiere o no la utilización de las figuras y la consideración de las propiedades geométricas representadas o implícitamente utilizadas.

2.1.2. Cuatro maneras de ver en geometría

Las cuatro maneras de ver en geometría propuestas por (Duval, 2016), aparecen al tener en cuenta la caracterización de las operaciones desarrollables sobre las formas dadas y el trabajo cognitivo en geometría., el autor presenta las cuatro entradas que son la del botánico, agrimensor geómetra, constructor y el inventor artesano. Estas cuatro maneras de ver componen diferentes maneras de entrar en geometría, siendo las tres primeras las que a menudo se enseñan en el aula de clases (reconocer, medir, construir con instrumentos).

La entrada del botánico trata de que el sujeto reconozca y nombre las formas elementales euclidianas a primera vista, es por esto, que esta entrada es considerada como la más clara. Esto debido a que, se trata de reconocer y nombrar diferencias entre distintas formas geométricas que tengan algunas particularidades semejantes, por ejemplo, un cuadrado y un rectángulo, y observar semejanzas entre dos formas diferentes como por ejemplo (un cuadrado y un rombo). Un ejemplo

puede ser el siguiente: nombra las siguientes formas euclidianas. Las figuras euclidianas se pueden apreciar en la ilustración 4.

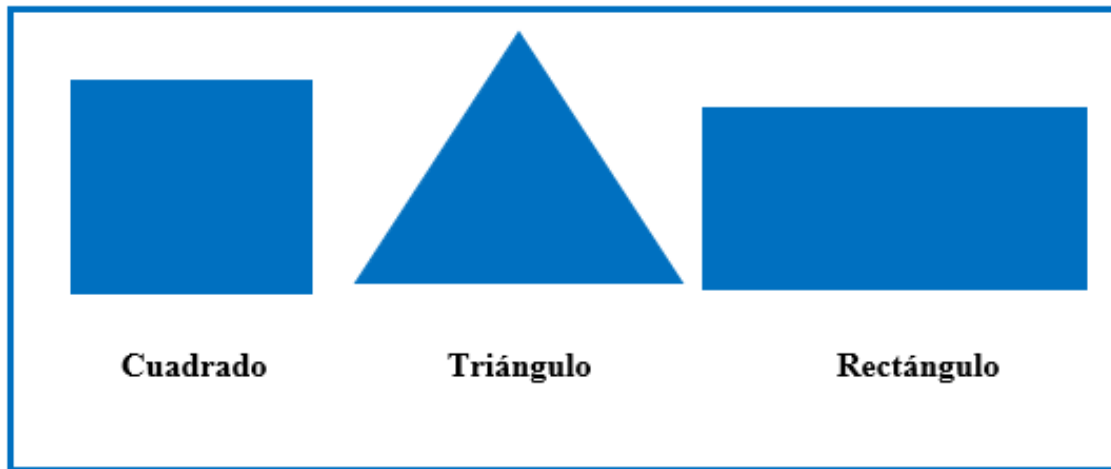


Ilustración 4: Ejemplo de representación de algunas figuras euclidianas elementales. Fuente: elaboración propia.

La entrada del agrimensor geómetra, es considerada la entrada histórica dado que, las actividades que se realizan en esta son con el fin de que el estudiante aprenda a medir longitudes en relación con un terreno, suelo o distancias entre dos puntos. Las actividades que se le presentan al sujeto aprendiz consisten en que este pase de una escala de magnitud a otra. Es decir, los ejercicios son planteados en dos escalas de magnitud que se van a poner en correspondencia. Esto implica, que en las actividades que se propongan no solo sean de comparar medidas, sino también el reconocer planos, la selección de puntos o ejes de referencia representación de la posición de los objetos y las direcciones de esto, lo que permite al estudiante diferenciar conocimientos propios del pensamiento espacial.

Ejemplo. Utilizando una regla y un lápiz, en una hoja construye un cuadrado ABCD, con tres centímetros de longitud de cada lado, dibuje a escala $1/3$ cm Y $3/1$ cm el mismo cuadrado ABCD.

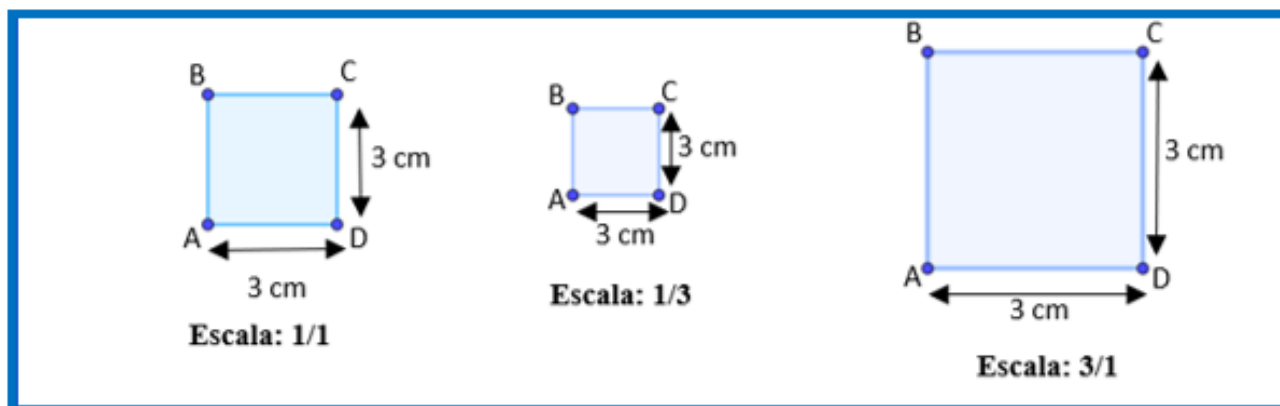


Ilustración 5: Ejemplo alusivo a una tarea de la entrada del agrimensor-geómetra. Fuente: elaboración propia.

Entrada del constructor, es considerada la entrada necesaria según (Duval, 2016), debido a que en esta se requiere trabajar con instrumentos o herramientas como: regla (no graduada), y el compás, para la construcción de figuras geométricas correspondientes a las formas euclidianas. Esta entrada es importante en la enseñanza dado que le permite al estudiante explorar una figura mediante la utilización de instrumentos que guían el movimiento de la mano o la reemplazan en la articulación de trazos, ayudando a la toma de conciencia de las propiedades geométricas que están inmersas en la construcción de una figura. Un ejemplo de esto se ve a continuación.

Ejemplo: con ayuda de GeoGebra haz la construcción de un cuadrado siguiendo las siguientes instrucciones:

Construir:

- 1) Un segmento AB, que será el lado del cuadrado.
- 2) Una circunferencia con centro en A y radio AB.
- 3) Una recta perpendicular (R1) al segmento AB que pase por A.
- 4) Una recta perpendicular (R2) al segmento AB que pase por B.

- 5) La intersección superior C (intersección) entre la circunferencia y la perpendicular anterior.
- 6) Una recta paralela (R3) al segmento AB que pase por C.
- 7) Una recta paralela (R4) al segmento AB que pase por B.
- 8) La intersección D entre la perpendicular y la paralela de los numerales anteriores.
- 9) El polígono (Polígono), señalando ordenadamente los puntos A, B, C, D y A.
- 10) Ocultar (Expone/oculta objeto). Construcciones auxiliares, circunferencia, rectas perpendiculares.

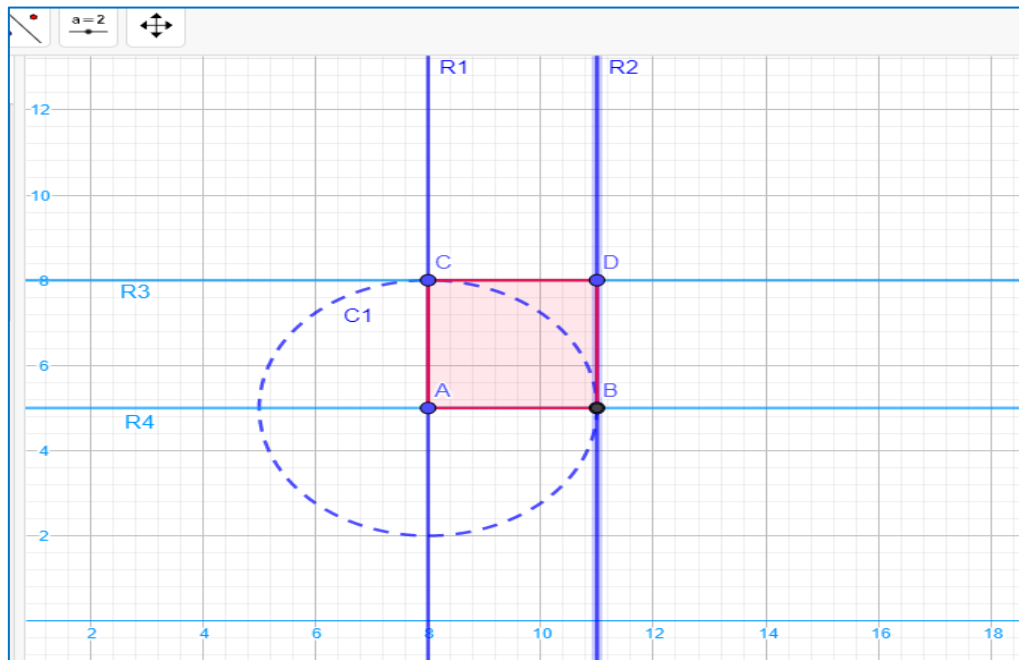


Ilustración 6: Ejemplo de construcción de un cuadrado ABCD. Fuente: elaboración propia.

Entrada del inventor artesano, es al igual que las anteriores una entrada fundamental para la enseñanza de las figuras geométricas, dado que, en esta, se debe de realizar deconstrucciones de las formas elementales que se imponen a primera vista para luego obtener la reconfiguración o la forma perdida de la figura inicial que se proponga, mediante la utilización de trazos suplementarios. La imagen y el ejemplo a continuación ilustran esta entrada. Ejemplo: Dado

un paralelogramo, dividirlo de un solo tijerazo de manera que se pueda formar un rectángulo con los pedazos.

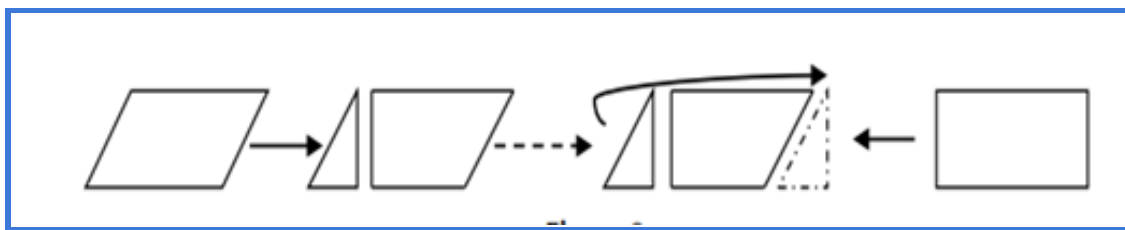


Ilustración 7: Ilustración de la reconfiguración de un paralelogramo en un rectángulo con una sola partición. Fuente: (Duval, 2016, página, 17)

2.1.3. Deconstrucción dimensional “una quinta entrada”

A Partir de las cuatro maneras de ver en geometría expuestas anteriormente, Duval (2016), propone una quinta entrada la cual es nombrada como deconstrucción dimensional de las formas, que consiste en la descomposición de cualquier forma reconocida como una forma $nD/2D$, en unidades figurales de dimensiones inferior al de las formas (p. 16). Es decir, que las figuras 3D (cubo) pueden ser descompuestas en formas 2D (cuadrado) que sería su representación y de igual forma estos descompuestos en figuras 1D (rectas) que también pueden ser descompuestos en figuras 0D (puntos).

Duval (2016), manifiesta que, la descomposición de las formas se puede hacer de dos maneras: la primera, como la descomposición heurística por división Mereológicas de las formas reconocidas y la segunda, a partir de la descomposición por deconstrucción dimensional de las formas percibidas corresponde al funcionamiento profundo de la visualización en geometría.

En este sentido, (Duval, 2016, p.28), menciona que la descomposición heurística por división Mereológicas, consiste en dividir una figura en unidades figurales del mismo número de partida que la figura inicial como si se tratara de las piezas de un rompecabezas. Por ejemplo, un

cuadrado puede ser descompuesto en otros cuadrados. En esta existen varios tipos de deconstrucción que son: las estrictamente homogéneas, las homogéneas y las heterogéneas.

En la deconstrucción estrictamente homogéneas, la descomposición se realiza en unidades de la misma forma de la figura de partida que se descomponen. Un ejemplo de esto se ve en la imagen a continuación.

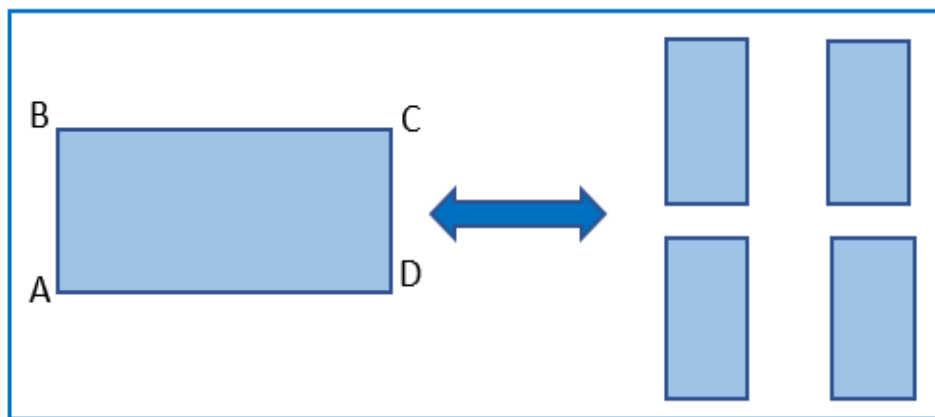


Ilustración 8: Ejemplo de descomposición estrictamente homogénea de un Rectángulo ABCD. Fuente: elaboración propia.

En el ejemplo de la imagen anterior, se puede observar cómo es descompuesto un cuadrado en unidades de la misma manera que como piezas de un rompecabezas al ser unidad vuelven a formar el cuadrado.

La deconstrucción homogénea, es aquella que se realiza mediante la descomposición de unidades figurales de la misma forma, pero distinta a la forma de la figura inicial que se descompone un ejemplo de esta se ve en la siguiente imagen.

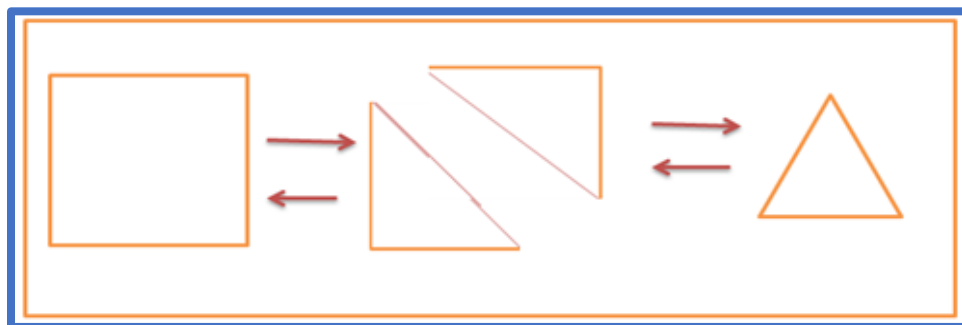


Ilustración 9: Ejemplo de descomposición heterogénea Fuente: elaboración propia.

El ejemplo anterior, muestra la descomposición homogénea de un cuadrado descompuesto en unidades figural de formas diferentes a la imagen de inicio pero que al configurarlos forman de nuevo la figura inicial.

Finalmente, en las deconstrucciones heterogéneas, la descomposición se realiza en unidades figuras de formas diferentes entre ellas. Un ejemplo de esto se presenta en la siguiente imagen.

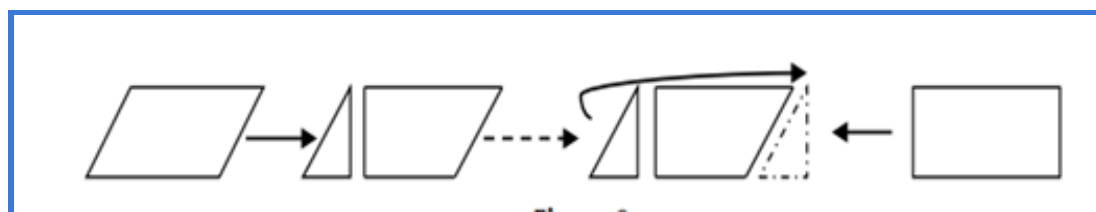


Ilustración 10: reconfiguración de un paralelogramo en un rectángulo con una sola partición. Fuente:(Duval, 2016, página 17)

El ejemplo muestra la descomposición que se hace de unidades figural de un rectángulo para configurarlo en un paralelogramo mediante la división del rectángulo en dos partes.

Cabe resaltar, que Duval manifiesta que, en las deconstrucciones homogéneas las descomposiciones de las figuras, las transformaciones son visualmente reversibles por lo que pueden ensamblarse de manera espontánea con solo observar la figura. A diferencia de las deconstrucciones heterogéneas que la descomposición de las figuras no es visualmente reversible.

En síntesis, existen diferentes formas mereorológicas que se pueden efectuar en una figura, sin embargo, no siempre conducen a la solución de un problema planteado que se relaciona con la exploración visual, por lo que dependerá en algunos casos del enunciado que se exponga en el problema.

En la descomposición por deconstrucción dimensional de las formas, acorde con lo expresado por (Duval, 2016) “la deconstrucción dimensional representa una revolución cognitiva para el funcionamiento espontáneo de la visualización icónica o no icónica” (p.31), donde se da un cambio de un momento a otro de la manera de ver que juega en contra de los procesos perceptivos y organizativos de las formas geométricas. No se trata de dividir una figura en unidades figurales del mismo número de partida sino de movilizar esos procesos procurando vencer las limitaciones inmediatas. Ya que, la descomposición de la figura se realiza en unidades de dimensiones más pequeñas al de la figura inicial. Ahora bien, la descomposición que se le realiza a la figura no es muy obvia, por lo que es necesaria la articulación de alguna actividad discursiva.

2.1.4. Los procesos cognitivos en Geometría

Dentro de la enseñanza de la geometría se moviliza una gran cantidad de procesos cognitivos, entre los cuales Duval (2000, 2016), expone la importancia de tres de ellos, manifestando que si se quiere aprender geometría se deben tener en cuenta estos tres procesos cognitivos básicos (visualización, razonamiento y construcción). Los cuales cumplen ciertas funciones dentro de la geometría. Cabe resaltar, que aunque estos tres procesos están estrechamente ligados se pueden desarrollar de manera separada y de acuerdo con (Duval, 2000), a pesar de que la construcción se relaciona con la visualización, una no depende enteramente de la otra, debido a que se puede llegar a las figuras geométricas de manera aislada a la forma en la

que se construyó, mientras que la construcción permite razonar sobre las propiedades matemáticas de los objetos que están representados mediante las figuras geométricas.

Este autor también manifiesta que si no se distingue un objeto de su representación no puede haber comprensión en matemáticas, debido a que un objeto matemático puede mostrarse por medio de diversas representaciones. Desde este punto de vista, siempre que se cambia de sistema de representación semiótica, el objeto se mantiene igual, mientras que la representación sufre una modificación. Esto significa que como los objetos matemáticos pueden ser reconocidos por alguna de sus representaciones, a los estudiantes se les dificulta aislar el contenido de la representación y el objeto que se está representando. En otras palabras, para los estudiantes los objetos cambian cuando cambia la representación. Es por esto que es necesario que se involucren en una actividad matemática y particularmente en la actividad geométrica los procesos de visualización, construcción y razonamiento, en estos procesos se ven inmersos varios sistemas de representación semiótica y cada uno de ellos contribuye con nuevos significados y técnicas para potenciar el pensamiento geométrico.

2.1.4.1. La visualización en Geometría

Según, (Duval, 2004c), La visualización es el primer proceso cognitivo que está asociado a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, ya que es la manera de ver las figuras geométricas y la forma de ilustrar las representaciones del espacio, y además permite comprender la percepción y los sentidos, Es decir, permite entender las distintas dificultades tanto espaciales como geométricas y la exploración heurística de situaciones, debido a que contribuye al desarrollo de la capacidad explotaría, de representar y de describir del sujeto.

De acuerdo con Marmolejo y González (2013)

“La principal función que desempeña la visualización vinculada a las figuras en el estudio de las matemáticas se relaciona con que estas representaciones coadyuvan en la resolución de un problema o en la búsqueda de una demostración” (p.91).

Dicho de otra manera, el proceso de visualización es una habilidad que se puede desarrollar como un recurso de manera inconsciente y que al unirse con los procesos de construcción y de razonamiento se puede convertir en otro enfoque desde el punto de vista cognitivo.

En tal sentido, (Duval R., 2016) expresa que existen dos formas de ver, es decir que en lo que se ve se puede distinguir diferentes elementos y objetos los cuales pueden ser de carácter icónico y no icónico al mismo tiempo. Estas formas dividen en dos grupos las entradas que propone Duval, la primera Botánico y segunda Agrimensor que hacen parte de la visualización icónica. Y la tercera del constructor y la cuarta inventor que corresponden a la visualización no icónica en geometría.

- La visualización icónica: es aquella que “se asemeja al perfil de un objeto real, la figura permanece como un objeto independiente de las operaciones que se efectúen sobre ella” (Duval, 2016, p.9). Es decir, en esta tan solo se ve y se reconoce la forma de la figura dejando por fuera todas aquellas propiedades que no estén estrechamente ligadas con el contorno particular de la figura. que no esté añadido en el contorno de la figura. Asimismo, las figuras aparecen como estáticas, en otros términos, estas son vistas de una forma en la que no se permite hacer cambios o transformarlas en otras figuras similares o distintas.
- La visualización no icónica: es “una secuencia de operaciones que permiten reconocer propiedades geométricas por la imposibilidad de obtener ciertas configuraciones, o por la invarianza de las configuraciones obtenidas, es decir, la figura hace parte de una configuración contextualmente destacada de una red o configuración más compleja”

(Duval, 2016, p.9). Dicho de otro modo, esta forma de ver permite que se reflexione sobre las propiedades y elementos propios de una figura, lo que se espera lograr en esta forma de ver es que los sujetos puedan percibir las propiedades de las figuras y realicen tratamientos desde lo visual Duval (2016).

En ese sentido, dentro del proceso de visualización surge la necesidad de reconocer algunos elementos afines con la operación de reconfiguración, pues Duval (2016) menciona que, toda figura geométrica está conformada por unidades figurales de diferente dimensión ya sean de cero como los vértices, de uno como los segmentos o líneas y de dos dimensiones como lo son algunas figuras tanto abiertas como cerradas esas unidades figurales son relevantes en este proceso cognitivo, pues permiten mostrar las dificultades que presentan los estudiantes, a la hora de dar respuestas a las diferentes situaciones propuestas en el aula.

Así pues, Duval (2016) destaca que el trabajar con instrumentos no convencionales genera una nueva forma de que el sujeto pueda comprender otros conceptos asociados a su actividad geométrica que usualmente no se abordan en las escuelas. Y es por esta razón que la visualización vista como actividad cognitiva busca superar las barreras de la visualización icónica que se presentan en las clases específicamente de geometría permitiendo que el sujeto pueda extraer información y de alguna forma relacionarla con los objetos matemáticos.

Por otro lado, Duval (1999) ha señalado que dentro de la visualización se desarrollan tres tipos de aprehensiones: perceptiva, discursiva y operatoria.

La aprehensión perceptiva se centra en reconocer de forma directa las unidades figurales que están dentro de una figura dada, asimismo puede formar un rol favorecedor o dificultoso permitiendo así que al observar las figuras geométricas se instituya ágilmente lo adecuado para

solucionar el problema en cuestión o que por el contrario aparezcan ciertos factores que imposibiliten el reconocimiento de las unidades figurales atrasando la visualización.

La aprehensión discursiva, se centra en darle el estatus a las propiedades matemáticas que se le dan a una figura presentadas en sus enunciados, puesto que, a simple vista no se le puede conceder propiedades específicas a las figuras geométricas, ya que, estas propiedades dependen de lo que se enuncia. Además, la articulación entre lo que se puede decir y lo que se puede ver en una figura puede generar algunos obstáculos, puesto que, la figura puede estar sujeta a una proposición que determine algunas propiedades representadas.

La aprehensión operatoria, dentro de la visualización está relacionada con las posibles modificaciones tanto ópticas, como posicionales y Mereológicas que se producen en una figura inicial al aplicarle una operación cognitiva, permitiendo que se lleven a cabo tratamientos como el de la reconfiguración de una figura, dividiéndola en subfiguras y transformándola en otra figura de igual o diferente área, de manera que esas modificaciones den cuenta de un resultado y a su vez permitan justificar y explicar ese resultado.

2.1.4.2. Construcción en Geometría

Respecto al proceso cognitivo de construcción esta es fundamental en la enseñanza de la geometría, puesto que, se está hablando de la actividad de construir una figura haciendo uso de herramientas, que de acuerdo con (Duval, 2000) se puede construir una figura a mano, pero, se esperaría que se estuviese en la capacidad de construir la misma figura con ayuda de algún instrumento tales como reglas, compás, entre otros. En cuanto a lo anterior (Duval, 2004c) señala que en el proceso de construcción es donde hay una mayor relación tanto en lo visual como en lo instrumental pues es el estudiante quien sirve de dibujante y la figura que es el dibujo. En los casos

donde la figura es dada por un enunciado hay una posibilidad mucho más grande de poder estudiar la geometría desde una perspectiva cognitiva como la propuesta por Duval (2016).

Por otra parte, las figuras geométricas difieren de un dibujo, porque las figuras geométricas cuentan con un proceso de construcción por medio de la adecuada utilización de los instrumentos apoyada en los postulados y conceptos que se adaptan en algunas propiedades que permiten el paso desde la visualización a la justificación.

De acuerdo con Duval (2016), utilizar un instrumento posibilita experimentar, de algún modo, las propiedades geométricas de un objeto pues para que sea posible la construcción de una forma que no está elaborada de una manera directa por un instrumento, es necesario emplear varias operaciones con trazados que por lo general se deben llevar a cabo en un orden, y el no tener en cuenta esto no se podría realizar la construcción. No obstante, si hay un cambio en el instrumento a utilizar esto podría presuponer una variación en las propiedades geométricas que se pretenden movilizar por medio de un instrumento, y es así como los estudiantes logran ser capaces de reconocer de que las propiedades geométricas no son únicamente características que se pueden encontrar perceptivamente.

2.1.4.3. Razonamiento en Geometría

El proceso cognitivo del razonamiento en geometría está relacionado con la argumentación, justificación y explicación, entre otras, que se utilizan para poder confirmar la validez de un procedimiento mediante el cual se llegó a un resultado. En este sentido, el razonamiento guarda una estrecha relación entre los procesos configural y discursivo, ya que en varios casos el enunciado hace alusión a los elementos que se deben tener en cuenta para poder resolver una situación geométrica (Duval, 2004b). Con lo anterior se entiende el razonamiento

como un mecanismo mediante el cual se pueden crear nuevas informaciones a partir de las informaciones posteriores.

Es por ello, se tiene en consideración los cuatro tipos de funciones discursivas que existen en torno al razonamiento: la función referencial, que permite designar un objeto y la cual establece cuatro operaciones: nombrar propiedades geométricas, nombrar organizaciones de trazos, nombrar trazos visuales, y nombrar ciertas relaciones como la de paralelismo o perpendicularidad (Duval, 2004b); la función apofántica es aquella que permite decir algo sobre los objeto que ya han sido designados previamente; la función de reflexividad discursiva, es la que permite establecer un estatus o un valor a cada enunciado; y la función de expansión discursiva, que radica en la organización de enunciados para realizar una descripción.

Por consiguiente, en geometría pasar de ver a decir algo sobre los objetos suele ser complejo, puesto que una imagen puede ser descrita por múltiples oraciones, y es necesario un enunciado escrito en lengua natural que acompañe a la figura, de esa forma los objetos y figuras en geometría poseen un carácter discursivo, ya que estas no pueden representarse por sí mismas.

Analizar esta actividad geométrica podría ser un aporte para identificar algunos de los problemas que pueden estar afectando el desempeño eficaz de los estudiantes en las pruebas nacionales.

2.2. ASPECTOS DIDÁTICOS

En el presente trabajo de indagación se diseñaron situaciones para contribuir a la enseñanza de las figuras geométricas planas e implícitamente fortalecer el aprendizaje de estas teniendo en cuenta la teoría del aprendizaje de la geometría desde la mirada de Duval (2016). Ahora bien, en este, se da a conocer como están siendo entendidas las Situaciones y actividades que se van a diseñar y los elementos que las componen. Además, cómo aprenden los docentes durante su formación inicial, cuáles son las condiciones en las que se formaron; qué habilidades y conocimientos deben adquirir, y cómo trabajar con estos.

2.2.1. Situación y Actividad

Para efectos de esta propuesta de investigación es importante dar una definición de cómo se entienden las situaciones didácticas considerando, que el diseño de las actividades se estructuró en situaciones y cada situación en actividades, para este fin se tienen en consideración la definición de dichos términos propuestos por Obando, (2015).

La situación es la manera como un estudiante o grupo de estudiantes actualiza en un aquí y en un ahora (momento histórico específico) su actividad matemática en el marco de las condiciones institucionales (medios culturales a su disposición) para su acción y en relación con los problemas que debe resolver al enfrentar la tarea propuesta por el maestro. (Obando, 2015 p. 162)

En este sentido, la situación se entiende como un marco de interacción entre un sujeto y un medio que determina “un conjunto de problemas agrupados en función de unas características lo suficientemente cercanas para que la actividad de los sujetos se desarrolle con cierto nivel de

estabilidad” (2015, p. 57). En este orden de ideas, las actividades son las preguntas que se proponen dentro del diseño con el fin de atender a un objetivo general (situación).

2.2.2. Formación de docentes de matemática

Desde hace algunas décadas la formación de docentes ha sido un tema de muchas investigaciones debido a que, los conocimientos, habilidades y competencias que desarrollen los estudiantes dependen en gran medida de la formación inicial que han recibido los docentes. Y, de acuerdo con, (Shulman, 1986), las decisiones que se tomaban desde hace décadas para determinar los conocimientos que los docentes en formación debían desarrollar estaban encaminadas primeramente en los contenidos matemáticos y pedagógicos que estos tenían que aprender.

Así pues, mediante la adquisición de conocimiento que adquiere el docente por medio de su formación inicial se considera que, obtienen la experiencia de aprendizaje por medio de la reflexión e investigaciones que realizan durante la práctica en relación con la forma de enseñar las matemáticas en la escuela.

(Jiménez y Gutiérrez, 2017), expresan que, durante mucho tiempo la formación inicial de docente y las investigaciones estaban focalizadas en los contenidos académicos que debían dominar los docentes en formación. En este sentido, se dejaba de lado el conocimiento didáctico y pedagógico de los contenidos y del currículo matemáticos que son fundamentales para la conexión de los contenidos a los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Esto podría ser en gran medida producto de los cursos que recibían, ya que estos eran muy académicos y la enseñanza en el aula no era algo priorizado.

Ahora bien, en educación matemática, algunos investigadores han establecido y generalizado la idea de que el docente de matemáticas debe disponer de un alto nivel de competencias matemáticas, donde deben entender y ser competente para llevar a cabo las prácticas

matemáticas requeridas que le permitan resolver los problemas matemáticos habitualmente presentados a los estudiantes, además, de saber articular esos contenidos con los núcleos temáticos posteriores. (Godino et al., 2017). Así mismo, existe la idea de que el docente debe tener cierto conocimiento específico del contenido y de las transformaciones que se le pueden aplicar en los distintos procesos de enseñanza y de aprendizaje, además, de la articulación del contenido que se va a enseñar con algunos elementos sociales, tecnológicos, pedagógicos, psicológicos entre otros; que determinan los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Sin embargo, actualmente, la enseñanza de un objeto de conocimiento se está presentando de la misma manera como el docente ha sido formado. Es decir, que se está copiando la forma pedagógica con la que se han formado hace tiempo, para enseñar dentro del aula de clases los contenidos dejando de lado que los tiempos y contextos no son los mismos. (Tardif, 2013).

Por lo anterior, es necesario que los docentes puedan reflexionar sobre la pedagogía que emplean dentro de las aulas de clases y para ello se necesita que estos se estén formando permanentemente. En este sentido, (Arboleda et al. 2004), manifiestan que la formación permanente de docente debe entenderse como un proceso de actualización que le posibilita realizar su práctica pedagógica y profesional de una manera significativa, pertinente y adecuada a los contextos sociales en que se inscribe y a las poblaciones que atiende. (p.81)

Lo expresado, permite deducir que la formación permanente de los docentes ayuda a que estos identifiquen la importancia de su práctica pedagógica y de esta manera el sentido de esta, lo que conlleva a que puedan traer a colación todo lo relacionado a la formación inicial que han tenido y todo lo relacionado a su rol como educador que les permita reflexionar sobre la práctica que están ejerciendo para de este modo innovar su formación profesional teniendo en cuenta las exigencias establecidas en los ámbitos académicos.

En consonancia con todo lo expuesto anteriormente, la secuencia didáctica como estrategia de formación es pertinente, para fomentar en docentes de diferentes instituciones del distrito de Buenaventura de la básica secundaria, la reflexión sobre sus prácticas pedagógicas y la innovación de estas en el área de la geometría.

2.3. ASPECTOS DISCIPLINARES

A continuación, se desarrollan aspectos conceptuales propios del objeto matemático tratado en esta investigación. De este modo, se parte desde las figuras geométricas, continuando con sus principales elementos y se finaliza centrando la atención en los cuadriláteros y triángulos. Lo anterior visto desde autores como J. D. Godino y F. Ruiz (2002)

2.3.1. Figuras geométricas

De acuerdo con J. D. Godino y F. Ruiz (2002), las figuras geométricas son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos. Por su parte (Fischbein 1993 como se citó en Moriena, Susana y Scaglia, Sara 2003), mencionan que, las figuras geométricas constituyen una clase especial de conceptos a los que denomina “conceptos figurales”, porque poseen una doble naturaleza, conceptual y figural. Además, desde el punto de vista figural, una figura geométrica “refleja propiedades espaciales (forma, posición y magnitud)” (p.4)

Así, en relación con las figuras geométricas planas Raffino y Marta Gómez 2017 plantean que, las figuras geométricas planas (2D) son polígonos, planos y superficies que no poseen profundidad, pero tienen un ancho y un largo mensurables. Además, son aquellas que no tienen

relieve, están limitadas por líneas rectas o curvas y todos sus puntos están contenidos en un solo plano, son aquellas que tienen dos dimensiones.

2.3.2. Puntos, rectas, planos y espacio

El punto, como objeto o figura geométrica, se considera que no tiene dimensiones y se usa para indicar una posición en el espacio.

La recta, Se considera que las rectas son ilimitadas por ambos extremos, así como que no tienen ningún espesor, lo que hace imposible "representar" las rectas. La característica de ser ilimitadas por ambos extremos se suele indicar marcando flechas en cada extremo. Además, se considera que dos puntos determinan una y sólo una línea recta que contiene a dichos puntos. Tres o más puntos pueden determinar varias rectas, pero si están contenidas en una recta se dice que son colineales.

El plano, es la figura geométrica que suele ser evocada por una hoja de papel apoyada sobre una mesa, la propia superficie de una mesa, la pizarra, etc., Tres puntos no colineales se dice que determinan un plano. Es decir, que esta es la superficie donde se pueden realizar puntos y rectas.

El espacio, es considerado como el conjunto de todos los puntos. Se dice que las rectas y los planos son conjuntos de puntos. Es por ello, que cualquier subconjunto de puntos del espacio se considera como una figura geométrica.

2.3.4. Los cuadriláteros

Un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados. Tienen distintas formas, pero todos ellos tienen cuatro vértices y dos diagonales. La suma de sus ángulos interiores es de 360° . Los paralelogramos son los cuadriláteros que tienen los lados paralelos dos a dos los dos.

Entre las propiedades de los cuadriláteros que se derivan de las de los polígonos en general tenemos:

- La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es igual a cuatro ángulos rectos.
- La suma de los ángulos exteriores es igual a cuatro rectos.
- Los cuadriláteros son los únicos polígonos para los cuales la suma de los ángulos exteriores es igual a la suma de los ángulos interiores.

Ahora bien, en las propiedades de los paralelogramos tenemos que:

En todo paralelogramo:

- Los lados opuestos son congruentes.
- Los ángulos opuestos son congruentes.
- Las diagonales se cortan mutuamente en partes congruentes.

2.3.4.1 Clasificaciones de los cuadriláteros

Todos conocemos dibujos de diversos tipos de cuadriláteros: cuadrados, rectángulos, rombos, entre otros. Pero realizar clasificaciones de estos objetos geométricos no solo ayuda a entender mejor sus propiedades sino a establecer relaciones entre ellos.

Para clasificar hay que estudiar las características comunes que tienen estas figuras, lo que dependerá a su vez de los criterios o variables que observemos:

- Paralelismo de lados
- Igualdad de lados
- Igualdad de ángulos
- Número de ángulos rectos
- Posición relativa de las diagonales

- Concavidad y convexidad.

Los cuadros a continuación, son ilustraciones de las clasificaciones de los paralelogramos de los cuales se ilustran algunos objetos geométricos considerados ejes centrales en lo que abordaremos en relación con los cuadriláteros, a continuación, se presentan algunas de sus características, y con ellas, dos de las tres descripciones que presentan para cada uno (Roa et al., 2006).

Las tablas 2 y 3 a continuación, son ilustraciones de la clasificación de los cuadriláteros.

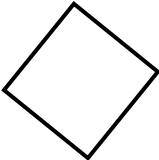
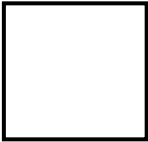
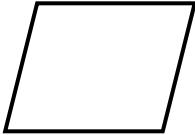
PARALELOGRAMOS (Tienen dos pares de lados paralelos)		
Objeto geométrico	Descripción	Característica
Rectángulo 	Se llama rectángulo al paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos rectos. El conjunto de los rectángulos está incluido en el conjunto de los paralelogramos.	Sus diagonales son congruentes.
Rombo 	Se llama rombo al paralelogramo que tiene sus cuatro lados congruentes	Sus diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.
Cuadrado 	Se llama cuadrado al paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos y sus cuatro lados congruentes. El cuadrado es rectángulo y rombo a la vez.	Sus diagonales se cortan en partes congruentes. Sus diagonales son congruentes. Sus diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.
Romboide 	Se llama romboide al paralelogramo que tiene dos ángulos idénticos agudos (menores que 90°) y otro par de ángulos, también iguales, que son obtusos (mayores que 90°), dos de sus lados miden lo mismo y los otros dos comparten la misma longitud.	Presenta dos pares de lados iguales, opuestos y paralelos entre sí. Las diagonales nunca son perpendiculares entre sí. Sus lados contiguos son desiguales.

Tabla 2: clasificación de los paralelogramos.

TRAPECIO Y TRAPEZOIDES (Cuadriláteros que no son paralelogramos)		
Objeto geométrico	Descripción	Clasificación de los trapecios
Trapecio <i>Trapezio escaleno</i> <i>Trapezio isósceles</i> <i>Trapezio escaleno rectángulo</i>	Se llama trapecio al cuadrilátero que tiene únicamente dos lados opuestos paralelos. Así, el cuadrilátero de la figura es un trapecio, porque tiene paralelos únicamente los lados AD y BC.	Cuando el trapecio tiene los lados no paralelos congruentes, se llama trapecio isósceles; En caso contrario, trapecio escaleno. Dentro de los trapecios escalenos, puede ocurrir que uno de los lados no paralelos sea perpendicular a las bases, y en tal caso se dice que el trapecio es rectángulo.
Trapezoide	Es el cuadrilátero que no tiene ningún par de lados paralelos.	
Cometa	Se llama así al trapezoide que tiene dos lados consecutivos congruentes y los otros dos lados distintos de los anteriores, pero también congruentes entre sí.	Propiedad de la cometa La diagonal principal de la cometa es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une, y corta perpendicularmente a la otra diagonal en el punto medio.

Tabla 3: clasificación de los trapecios y trapezoides.

En relación con la anterior información presentada en las tablas, se considera que en el ámbito escolar uno de los componentes más importantes es la clasificación de los cuadriláteros, debido a que esta se puede hacer de diferentes formas. Además, los paralelogramos son de las figuras más utilizadas para la enseñanza en la geometría.

2.3.5. Los triángulos

Un triángulo es un polígono de tres lados en contacto entre sí por puntos comunes denominados vértices, es decir, una porción de plano limitada por tres segmentos unidos, dos a dos, por sus extremos. Los tres segmentos que limitan el triángulo se denominan lados, y los extremos de los lados, vértices. Cabe resaltar, que en un triángulo se tiene en consideración dos tipos de ángulos: interior (formado por dos lados) y exterior (formado por un lado y la prolongación de otro).

2.3.5.1. Algunas propiedades

- En todo triángulo, la suma de los ángulos interiores es igual a dos rectos, es decir, a 180° .
- En todo triángulo, un ángulo exterior es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes.
- Dos triángulos son iguales cuando tienen iguales un lado y sus dos ángulos adyacentes.
- Dos triángulos son iguales cuando tienen dos lados iguales y el ángulo comprendido.
- Dos triángulos son iguales cuando tienen los tres lados iguales.
- En todo triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo.
- Si un triángulo tiene dos lados iguales, entonces, los ángulos opuestos son también iguales.
- En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

2.3.5.2. Clasificación de triángulos

Para poder dibujar o construir un polígono es importante su clasificación. Es por ello que para el caso de los triángulos se puede hacer de las diferentes formas:

- Conocidos los tres lados
- Conocidos los tres ángulos (se pueden construir infinitos triángulos).
- Conocidos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos (el tercer lado viene automáticamente determinado por situarse en los extremos de los otros dos).
- Conocido un lado y los dos ángulos contiguos

A Continuación, se muestran las clasificaciones de los triángulos considerando sus lados y sus ángulos.

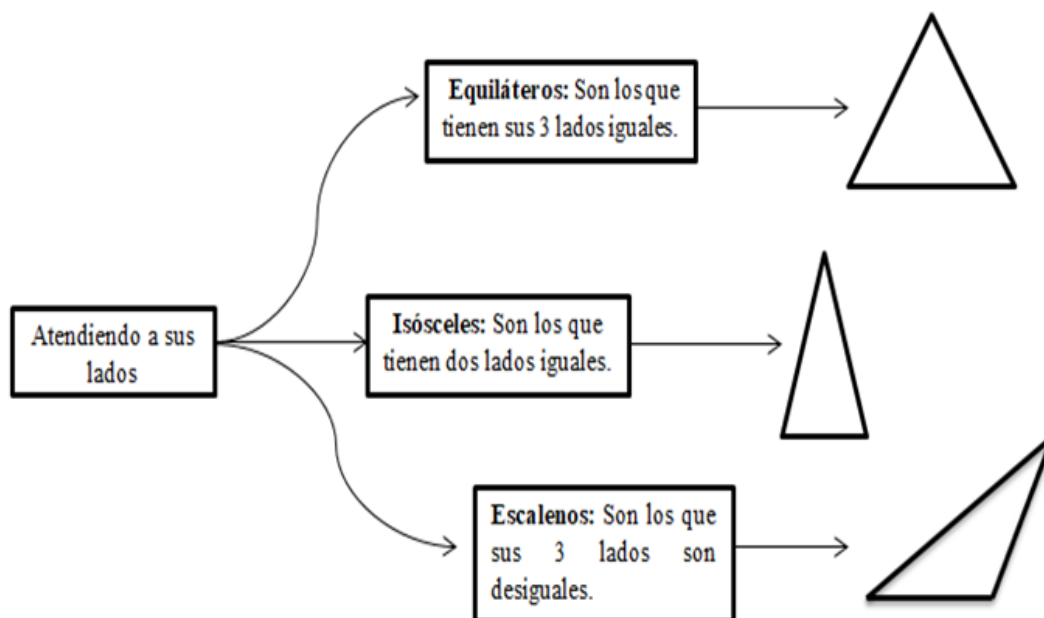


Ilustración 11: Clasificación de los triángulos atendiendo a sus lados. Fuente: elaboración propia.

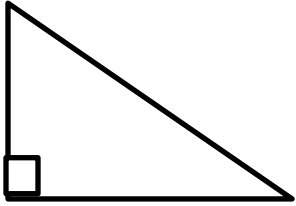
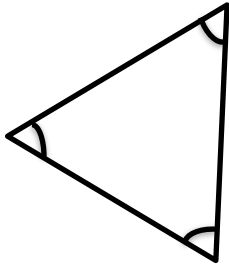
ATENDIENDO A SUS ÁNGULOS		
Objeto geométrico	Descripción	Ejemplo
Rectángulos	Son los que tienen un ángulo recto (90°).	
Acutángulos	Son los que tienen sus 3 ángulos agudos.	
Obtusángulos:	Son los que tienen un ángulo obtuso.	

Tabla 4:clasificación de los triángulos atendiendo a sus ángulos. Fuente: elaboración propia.

CAPÍTULO III

En este capítulo se exponen los elementos metodológicos que permitieron dar una orientación al diseño de las situaciones didácticas; en este orden de ideas se presenta el diseño de las situaciones didácticas en el cual se expresan todos los elementos utilizados para su elaboración. Por último, se aborda la fundamentación del diseño en el cual se deja explícito cómo este diseño se relaciona con el referente teórico que fundamenta este trabajo de investigación.

3.1. DESARROLLO DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

El presente trabajo de investigación está inscripto en la línea de lenguaje, razonamiento y comunicación de saberes matemáticos de la facultad de educación y pedagogía. La metodología utilizada es de tipo cualitativo descriptivo y se tomó como referente a Sampierí (2014) quien afirma que “La investigación cualitativa se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en relación con el medio y su entorno” (p. 7). En este orden de ideas, este estudio permitirá describir cada una de las situaciones presentadas en esta investigación.

Se escogió la estrategia investigativa de diseño desde su generalidad, fundamentado en la interpretación de (Camargo, 2018), quien señala que esta “estrategia de investigación consiste en preguntarse “¿qué pasaría si...? sobre un fenómeno en particular. Se pretende hacer un análisis a profundidad, en ámbitos socialmente complejos, sobre potenciales efectos de cierto diseño, movilizado por una conjetura o hipótesis, sobre el fenómeno de interés” (pág 67).

En este sentido, se hace una descripción y un análisis detallado de cada uno de los momentos de esta investigación y del diseño de las situaciones.

A continuación, se presentan las fases con las que se dio el desarrollo de este trabajo de investigación.

Fase 1: elaboración del planteamiento del problema y antecedentes: en este punto se realizó la revisión de muchos artículos y trabajos de investigación presentes en bibliotecas digitales y bases de datos, de revistas nacionales e internacionales, con el fin de identificar algunas dificultades e investigaciones que dieran cuenta del objeto de estudio en cuestión. De ellos, se seleccionaron algunos trabajos nacionales como los de: (Galeano, 2015), (Marmolejo y Vega, 2012), (Hoyos, 2015), y (Palacios, 2019).

Fase 2: objetivos y justificación: considerando el objeto de estudio en cuestión, se trazaron los objetivos de manera que tuvieran relación con la problemática que se quería abordar (formulación del problema). Por esto, se realizó una revisión de los aprendizajes por mejorar de los estudiantes a partir de las pruebas saber 9° para justificar el porqué es importante hacer este trabajo de indagación en el área de las matemáticas.

Fase 3: marco contextual: Dado que para el desarrollo de este trabajo de investigación se tuvieron en cuenta algunas instituciones educativas, se hizo un estudio que ayudará a identificar algunas de las instituciones educativas públicas de Buenaventura que presentan dificultades en las pruebas saber 9° entre los años 2015, 2016 y 2017 asociadas al aprendizaje de las figuras geométricas planas. Entre estas está la institución educativa Liceo del pacífico, República de Venezuela y San Vicente de paúl.

Fase 4: marco teórico y metodología: la elaboración del marco teórico se estructuró en tres Aspectos; el primero muestra la perspectiva semiótica cognitiva que propone Duval para ayudar a que los estudiantes entren en las representaciones geométricas, en la cual se exponen cuatro entradas y una quinta con la que se pretenden que los estudiantes logren identificar distintas

maneras de ver una figura. Los (Aspecto semiótico y cognitivo). Cabe resaltar que, en esta perspectiva se presentan las entradas que proponen Duval que se relacionan con el objeto de estudio de esta indagación., el segundo recoge los aspectos que se deben considerar en algunas orientaciones pedagógicas en relación al cómo abordar los elementos conceptuales en los procesos de enseñanza y de aprendizaje (Aspecto didáctico), y el tercero da cuenta de los elementos conceptuales necesarios para el desarrollo de esta indagación (Aspecto Disciplinar). La metodología, por su parte, se diseñó teniendo en cuenta los objetivos planteados en la presente investigación; debido que se tienen en cuenta que debe haber una relación entre lo que se quiere alcanzar y el cómo se debe elaborar, mostrando también la manera como se diseñó este trabajo desarrollado en un conjunto de fases.

Fase 5: Diseño de las situaciones didácticas: a partir de los elementos presentes en el marco teórico, se hace una articulación con los objetivos planteados que servirán de insumo para el diseño y el análisis de las situaciones didácticas, en el cual, se articulan los elementos conceptuales y procedimentales que vinculan el concepto de figuras geométricas planas.

Fase 6: análisis del diseño de las situaciones didácticas: Teniendo en cuenta los elementos puestos en la teoría, se realizó un análisis al diseño de las actividades que componen las situaciones didácticas. Este análisis consistió en poner en relación cada uno de los objetivos de las Situaciones con lo que se espera que los docentes realicen en el desarrollo de las mismas.

3.1.1. Elementos metodológicos

Para poder dar respuesta a la pregunta de investigación la cual busca la manera de contribuir a la cualificación de docentes de educación matemática fue necesario tener en cuenta algunos elementos metodológicos, el primero tiene que ver con la revisión del diseño de actividades y de esta manera contar con información que permitió dar claridad en cuanto a todo lo

que se debe tener en cuenta en el momento de diseñar situaciones didácticas. Esto también mostró que la realización de un diseño puede estar fundamentado de teorías, organizado de manera coherente las actividades. En este sentido, para poder garantizar que el diseño de situaciones didácticas esté bien organizado y apoyado en la teoría de las situaciones cognitivas del aprendizaje de la geometría, se dio la necesidad de darle al diseño un enfoque cognitivo que ayude a ejecutar de manera organizada dicha teoría.

Lo expuesto anteriormente, ayudó a que se llegara a otro elemento metodológico el cual fue clasificar el contenido específico con el que se iba a diseñar el material de contribución, por lo que fue necesario recurrir a búsqueda de documentos en las que se mostrará dificultad o deficiencia de los estudiantes. Encontrando que es en las competencias relacionadas con el desarrollo del pensamiento espacial y métrico especialmente en la visualización de figuras 2D en las que estos no tienen resultados satisfactorios. Ahora bien, para lograr el diseño de las situaciones didácticas se consideró importante integrar la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría desde la mirada de Duval dado que en esta se exponen 4 entradas y una quinta que permiten según Duval (2016), que los estudiantes entren en las representaciones geométricas. Se debe de tener en cuenta que, las tres primeras formas de ver en geometría (el botánico, agrimensor geómetra y constructor), están ligadas directamente con las figuras y son las que a menudo se trabajan dentro del aula de clases.

En estas, es importante separar dos procesos cognitivos donde sus funcionamientos son normalmente fusionados, la primera, la identificación (perceptiva) de las formas visuales de una figura y la segunda, la identificación (interpretativa) de los objetos y de las situaciones representadas. Es importante la distinción entre estas dos pues a menudo hay conflictos entre estos dos procesos. La última forma (inventor artesano), se relaciona con la forma en la que se requiere

o no la utilización de las figuras y la consideración de las propiedades geométricas representadas o implícitamente utilizadas.

Finalmente, otro elemento que se consideró importante para validar el diseño, fue una revisión de este por parte de dos licenciados en física matemática y un licenciado en educación básica con énfasis en matemática con experiencia en la enseñanza en la asignatura de geometría por más de 10 años en la labor docente. Para de esta manera tomar en cuenta sus sugerencias, comentarios, recomendaciones, opiniones entre otros. captando de esta manera las recomendaciones para realizar las modificaciones necesarias, para lograr un diseño de situaciones que posiblemente contribuya a la cualificación de docentes de educación matemática.

3.2. DISEÑO DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

Las actividades que se presentan en el presente trabajo de investigación, tienen en cuenta la comprensión e interpretación que los docentes tienen acerca de las figuras geométricas planas a menudo. También, se tiene en cuenta el planteamiento del problema que tienen como soluciones el reconocimiento de características y propiedades de las figuras que se aborden.

El diseño presenta tres situaciones divididas en dos actividades:

La situación 1 contienen tres entradas (constructor, botánico y agrimensor geómetra), la cual está enfocada con los saberes conceptos que comúnmente los docentes trabajan dentro del aula de clases, por lo que se considera en la actividad 1 como objetivo trabajar con algunos de los conceptos que normalmente se trabaja con las figuras geométricas planas en relación a la clasificación, características, construcción y relación de estas. La actividad 2 tiene como objetivo que se trabaje con los conceptos de área de una figura plana. Así, en esta Actividad, se presenta un polígono irregular y dos unidades de medidas.

La situación 2, contiene la entrada del (constructor y el agrimensor geómetra), está enfocada en la reproducción de figuras planas a partir de reglas no convencionales con las cuales se puede apreciar aún mejor las características de las figuras planas por medio de la utilización del lenguaje natural y la articulación de los procesos de visualización y construcción.

Para el diseño de la tercera y última situación, se tomó como base la situación 5 y 6 desarrolladas en Galeano (2015) conservando su intención. Por lo que se exponen actividades enfocadas en las modificaciones meteorológicas y las transformaciones que se le pueden realizar a las figuras planas partiendo de una figura inicial para llegar a la posible solución de un determinado problema.

Esta situación tiene como objetivo que los docentes comprendan las transformaciones y las modificaciones que se le puede realizar a una figura inicial entre otras posibles figuras y cómo la organización perceptible de las modificaciones que se realiza a la figura inicial ayuda a la solución de una situación problema.

3.2.1. Fundamentación del diseño de las situaciones didácticas

Para la fundamentación del diseño se tuvo en cuenta la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, en la cual se presentan unas tipologías (acción, formulación, validación e institucionalización), que son esenciales en la situación didáctica cuando existe una intención y un propósito donde un sujeto aprende algo. Además, un posicionamiento teórico semiótico-cognitivo fundamentado en la teoría de Duval (2016), dado los elementos que en esta se exponen como lo son las cuatro entradas y una quinta y los procesos cognitivos. Para todas las situaciones del material de enseñanza, las entradas juegan un papel fundamental dado que facilitan un

acercamiento a unas maneras de ver la figura diferente que permiten que se pueda entrar en las representaciones geométricas.

Es necesario mencionar que con la utilización de reglas no convencionales no se está dejando de lado la utilización de las convencionales si no que por el contrario que generaron actividades con reglas no convencionales para que el docente utilizará este material físico que permita apreciar mejor las características y las propiedades de las figuras. Cada situación contiene una serie de preguntas en relación a las figuras planas, construcciones de estas y sus relaciones que se deben de responder.

Situación 1: entrada del (botánico, constructor y agrimensor geómetra).

Esta situación está compuesta de dos actividades, las cuales se desarrollan teniendo en cuenta que son muy trabajadas en las clases de geometría dentro del aula de clases. En esta situación se expone dentro de las actividades unas reglas no convencionales (instrumentos) como un aspecto considerado para mostrar a los docentes en la propuesta de contribución. Por lo que, en esta situación, se debe de construir con los instrumentos entregados formas geométricas (cuadriláteros o triángulos) y se deben de nombrar. Además, diferenciar las formas que tengan similitud, las que sean semejantes entre otras cosas. También se debe determinar el área de la figura que se muestra tomando como unidades de medida las que se establecen para la figura. en cada una de las actividades se establecen una serie de preguntas o algunas condiciones como ¿qué procedimientos hiciste para llegar al resultado? ¿por qué son semejantes y congruentes las formas?, construye figuras que tengan lados congruentes entre otras.

Este tipo de preguntas se realizaron para poder comprender la forma de proceder y visualizar de cada estudiante para llegar al resultado. Cada actividad está compuesta por figuras geométricas para el caso de la primera actividad nos encontramos con las siguientes figuras.

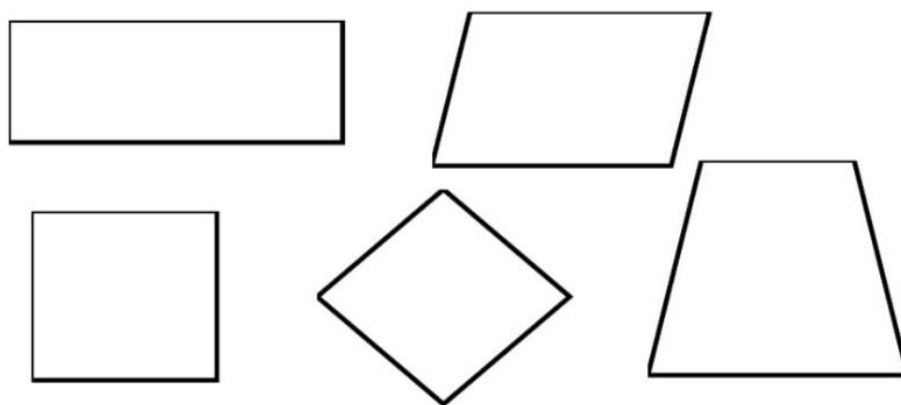


Ilustración 12: Situación 1: entrada del (botánico, constructor y agrimensor geómetra).

Como podemos observar las figuras 2,3,4 son polígonos regulares dados que todos sus lados son iguales y las figuras 1 y 5 son polígonos irregulares debido a que todos sus lados no son iguales. se tiene como intención que los estudiantes mencionen si las formas son semejantes, si tienen alguna similitud, mencionen las diferencias que encuentran entre estas entre otras.

En relación con la segunda actividad, se expone la siguiente figura con sus unidades de medidas.

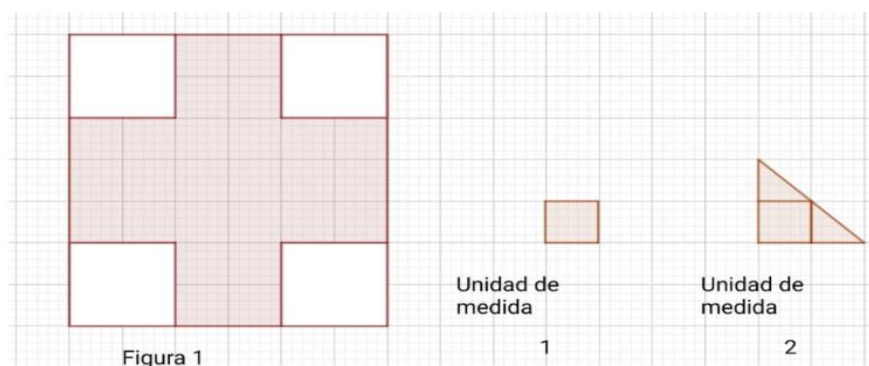


Ilustración 13: Situación 1: entrada del (botánico, constructor y agrimensor geómetra).

Como se puede apreciar la figura que se muestra (1) es un polígono regular dado que es una figura cerrada donde sus lados son todos iguales. Esta figura se encuentra dividida en las unidades de patrón que se establecieron para esta, cabe resaltar que una unidad de patrón es un polígono regular cerrado dado que tiene todos sus lados iguales y el otro es un polígono irregular cerrado debido a que todos sus lados no son iguales. Donde se espera que se pueda establecer a qué resultado se llega con cada una de esas unidades.

Situación 2: entrada del (constructor y el inventor artesano).

Esta situación está compuesta de dos actividades, en las cuales se debe de tener en cuenta las figuras geométricas que se muestran para poder hacer una descripción de las características de ellas y sus propiedades de forma escrita, y de este modo un compañero pueda realizar la construcción de las figuras. Además se debe de hacer algunas divisiones en las figuras para obtener otras resultantes. Por lo que en una de las actividades se establecen algunas condiciones en las que se especifica que el mensaje de la descripción de las figuras no debe de tener dibujos ni el nombre de la figura. En la otra actividad se exponen una serie de preguntas como ¿qué procedimientos hiciste para llegar a la solución de las figuras obtenidas? ¿Qué figuras resultan de la división de la figura? entre otras.

Las preguntas anteriores se establecieron dado que contribuyen a la comprensión de los pasos que realizarán los estudiantes para llegar a la solución de las figuras obtenidas, además, de la identificación de las figuras y las características que estos ven e identifican de estas. Cada actividad está compuesta por figuras geométricas para el caso de la primera actividad nos encontramos con las siguientes figuras que están expuesta encima de una mesa.

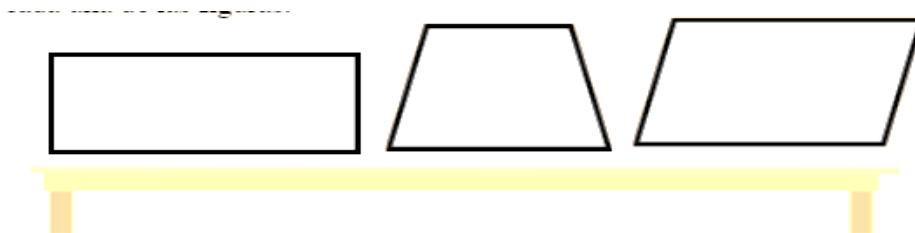


Ilustración 14: Situación 2: entrada del (constructor y el inventor artesano).

Como se puede observar las figuras geométricas que se muestran sobre la mesa, son algunos polígonos irregulares y otras regulares dado que son figuras cerradas donde algunos de sus lados son desiguales y en otras sus lados son iguales. La intención en esta, es que se pueda realizar una buena descripción de las figuras que se observan de manera escrita para que un compañero las pueda construir.

En relación con la segunda actividad, nos encontramos con las siguientes figuras.

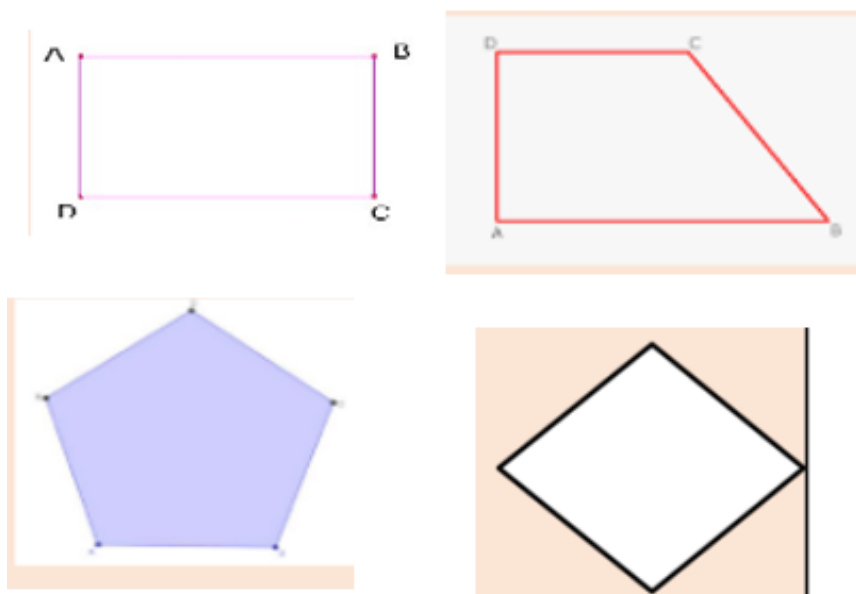


Ilustración 15: Situación 2: entrada del (constructor y el inventor artesano).

Como se puede apreciar, las figuras geométricas que se exponen son polígonos irregulares y regulares dado que algunos son figuras cerradas donde sus lados son desiguales y en las otras sus lados son iguales. La intención en esta situación, es que los estudiantes puedan realizar divisiones en algunas de las figuras de manera que en la división resulten otras figuras y a partir de esto, realizar una descripción de los pasos que realizaron para llegar a tal solución. Además, que los sujetos aprendices puedan apreciar las figuras resultantes de la división de la figura inicial para de esta manera mencionar las características que tienen las figuras resultantes de la división.

Situación 3: quinta entrada (deconstrucción dimensional de las formas).

Esta situación se compone de dos actividades, estas actividades se desarrollaron debido a que son muy pocas trabajadas dentro del aula de clases de geometría, en esta se presentan un trapecio que está dividido por un segmento, por lo que se aprecian dos figuras en la figura inicial. Por lo que se presentan una secuencia de figuras que mostraran un resultado interesante. Se expone como un aspecto considerado para mostrar a los docentes en la propuesta de contribución. Por lo que, en esta situación, se debe de observar las transformaciones y las modificaciones que sufre la figura inicial para poder explicar en cada paso que se está realizando y posteriormente escribir a qué resultado se llega. También se debe de explicar todos los vértices y el punto de corte de la figura que se muestra y de ese modo escribir todas las figuras geométricas que se aprecian en la figura, las relaciones existentes entre estas. Además los estudiantes deben realizar de una serie de subfiguras para poder apreciar mejor las figuras que se forman en la figura inicial.

En cada una de las actividades se establecen una serie de preguntas implícitamente como ¿Qué procedimientos se realizaron? ¿A qué resultado llegaste? ¿Qué relaciones encuentras entre las figuras que se forman en la figura inicial? entre otras.

Este tipo de preguntas se realizaron para poder comprender la forma en la que los estudiantes realizan procedimientos y cómo visualizan la figura para llegar al resultado. Cada actividad está compuesta por figuras geométricas. Para el caso de la primera actividad nos encontramos con la siguiente figura.

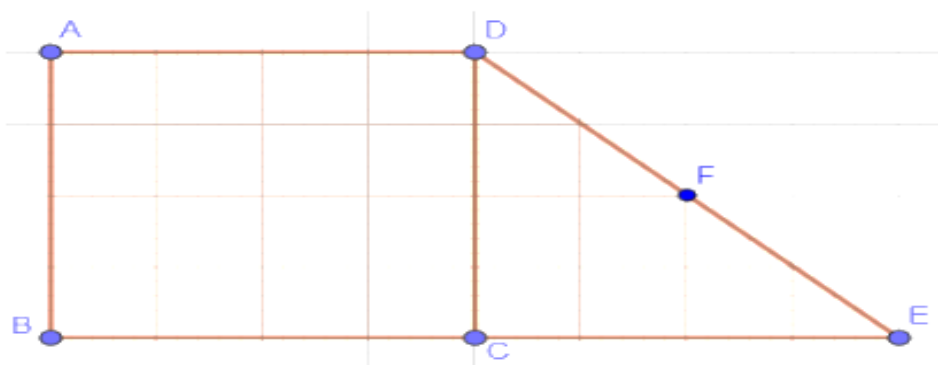


Ilustración 16: Situación 3: quinta entrada (deconstrucción dimensional de las formas).

Como se puede apreciar, la figura inicial que se muestra (trapezio) es un polígono irregular dado que es una figura cerrada donde algunos de sus lados son desiguales. La intención en esta, es que se pueda apreciar por medio de la realización de trazos la descomposición del trapezio de manera que puedan apreciar las divisiones que comienza a tener la figura y el resultado al que se llega. Por lo que se pide al estudiante que se escriba que se realizó en cada paso de la secuencia y a que resultado llega.

En relación con la segunda actividad, nos encontramos con las siguientes figuras.

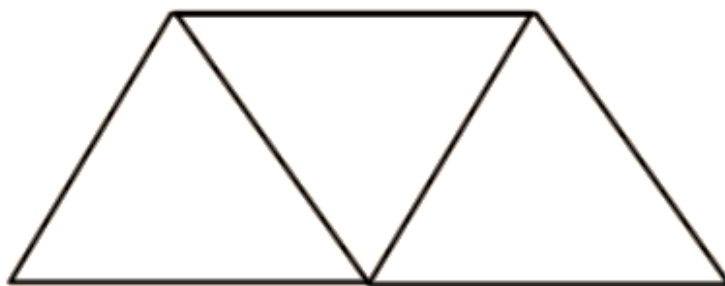


Ilustración 17: Situación 3: quinta entrada (deconstrucción dimensional de las formas).

Se puede observar, que la figura geométrica inicial que se expone es un polígono irregular dado que es una figura cerrada que tiene lados diferentes. La intención en esta, es que se pueda señalar todos los vértices que existen en la figura y el punto de corte que se establece en esta. Además de que se escriban todas las figuras geométricas que se pueden observar en la figura y las relaciones que existentes en esta, por lo que se debe de realizar una serie de subfiguras para apreciar mejor las relaciones existentes entre las figuras.

CAPÍTULO IV

4.1 ANÁLISIS DEL DISEÑO DE ACTIVIDADES

En este apartado, se hizo una caracterización del diseño de situaciones didácticas construido, logrando poner en correspondencia, las actividades propuestas en dicho diseño con la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría de Duval(2016). Permitiendo de este modo, mostrar cómo a partir de lo propuesto, se pueden privilegiar algunos elementos de las figuras geométricas planas que no suelen ser tenidos en cuenta a la hora de enseñarlas en la escolaridad.

Situación 1: Actividades relacionadas con la entrada del botánico, constructor y agrimensur geómetra.

En la primera situación se tiene la intención de que los estudiantes identifiquen, clasifiquen y reconozcan cuadriláteros y triángulos, a partir de la utilización de reglas no convencionales para la construcción de figuras geométricas planas que contribuyan a la apreciación de sus características. Es decir, la relación que se crea entre los procesos de construcción y de visualización que ayudan a la creación de una forma diferente de ver las figuras, de modo que permite identificar las características de las formas. De esto se espera que los estudiantes reconozcan las características generales de los cuadriláteros y triángulos, su clasificación a partir de sus propiedades.

De este modo, para alcanzar dicho objetivo, La primera situación fue subdividida en 2 Actividades, mediante las cuales se busca mostrar a los estudiantes desde un enfoque estrictamente cognitivo, la identificación de figuras planas a partir de sus características y de las relaciones que

pueden establecer de estas para realizar su construcción. Esta actividad se planteó desde un enfoque cognitivo, porque de acuerdo con Duval (2016), en el campo de la geometría la exigencia de la actividad cognitiva es mayor, ya que esta requiere del gesto, el lenguaje y lo visual. Allí es necesario construir, razonar y ver, indisociablemente. Por ello se parte desde lo que el estudiante comúnmente está más familiarizado en la realización de sus clases (construcción de figuras, identificación de figuras, entre otras), para que posteriormente puedan distinguir una manera de identificar las características de una figura geométrica. Cabe resaltar que por estar los instrumentos no convencionales en la Actividad 1 como una condición para la construcción que se menciona en esta, se espera que las construcciones que realicen los sujetos aprendices las hagan con estas reglas no convencionales, dado que en el aprendizaje de estas figuras planas normalmente el estudiante está acostumbrado a nombrar, clasificar y construir figuras con reglas convencionales.

Por otro lado, se espera en cuanto a la actividad 1 propuesta en la situación 1, que el sujeto aprendiz recurra a la identificación de las figuras teniendo en cuenta las condiciones que se estipulan para su construcción. Estas condiciones fueron consideradas porque se asume que, mediante las características, los estudiantes pueden identificar las propiedades de las figuras y clasificarlas. Además, si los sujetos hacen lo antes mencionado, esto ayudará de cierta manera en las respuestas a la actividad. Así, se considera que, para realizar la actividad, se hará uso de reglas no convencionales, lo que les permitirá construir las figuras con las indicaciones expresadas y apreciar sus características.

Ante esto, en la segunda actividad de la situación 1, los estudiantes deben pensar qué desplazamiento realizar para llegar al resultado de la figura propuesta en la actividad. Para ellos los sujetos aprendices deben de realizar rotaciones, de las unidades de patrón que se le presentan

para obtener un resultado correcto, por lo que no debe de pensar que las unidades de patrón deben estar siempre en la misma posición para hallar el área en la figura indicada.

En este orden de ideas, en esta actividad 2 se asume que los estudiantes están familiarizados con los conceptos de área de una figura. Así, en esta Actividad, se presenta un polígono irregular y dos unidades de medidas en que se espera que los docentes logren establecer relaciones entre la unidad de medida 1 y la 2, para que posteriormente argumenten si se llega al mismo resultado con ambas unidades de medidas.

Situación 2: Actividades relacionadas con la entrada del constructor y el inventor artesano.

La situación 2, tiene como fin lograr que los estudiantes a partir de la identificación de las características de las figuras planas expuestas en la actividad 1, y de la utilización de reglas no convencionales, reproduzcan figuras planas, partiendo de la descripción del lenguaje natural y la articulación de procesos de visualización y construcción, que ayudan a la creación de una manera de visualizar y construir las figuras de manera diferentes de modo que permite identificar y nombrar las figuras planas. De esto se espera que los sujetos aprendices definan, describan y construyan las formas partiendo de sus características. De este modo, para alcanzar dicho fin, la Situación 2 fue dividida en dos actividades.

La segunda situación fue subdividida en 2 Actividades, mediante las cuales se busca mostrar una manera diferente en la que se pueden identificar características, formas y propiedades de las figuras planas. Para ello se parte desde el lenguaje natural, teniendo en cuenta que la identificación de una figura es algo con lo que el sujeto aprendiz no está muy acostumbrado hacer

es sus clases de geometría, para que posteriormente los estudiantes puedan hacer la construcción de las figuras planas expuestas. Cabe señalar que como es necesaria la utilización del lenguaje natural para la construcción de las figuras planas se espera, que las descripciones que realicen los estudiantes no incluyan los nombres ni los dibujos de las figuras.

Por otro lado, se espera en cuanto a la actividad 1 propuesta en la situación 2, que los estudiantes inicien la construcción del mensaje partiendo de las características de la figura teniendo en cuenta sus propiedades dadas las condiciones estipuladas. Estas condiciones fueron consideradas debido a que, se asume que mediante la descripción de las características y propiedades de las figuras los sujetos aprendices pueden realizar la construcción de estas. Además, si los estudiantes hacen lo antes mencionado, esto ayudará de cierta medida en las respuestas a la actividad. De este modo, se considera que los estudiantes para realizar la actividad van a hacer una buena descripción de la figura por medio de las características de estas y sus propiedades, lo que le permitirá al otro docente construir las figuras que se indican.

En este sentido, en esta actividad se asume que los estudiantes reconocen las características de las figuras planas. Por esto se presentan unas instrucciones en las que se establece que uno de los sujetos aprendices realice una descripción de las figuras que se presentan para que luego, esa descripción sea utilizada por otro estudiante de manera que con esta pueda construir las figuras establecidas.

Con lo anterior, la segunda actividad de la situación 2, los sujetos aprendices deben pensar qué procedimiento realizar para dividir las figuras que se les indican en dos figuras menores. Para ello los estudiantes deben de realizar trazos suplementarios que les ayude a la división de las figuras. Además, deben de reproducir la figura que se les indica realizando la construcción de la

misma con la utilización de las reglas no convencionales. Cabe resaltar, que el objetivo de esta actividad es que los sujetos aprendices le realicen a las figuras trazos suplementarios y diagonales a las figuras indicadas de manera que las puedan dividir en subfiguras dependiendo de la particularidad de cada figura. Además, que a partir de la construcción de un trazo puedan determinar las propiedades de las figuras.

Con esto, para esta actividad se asume que los estudiantes dividirán, trazarán segmentos y diagonales a las figuras de manera indicada. Por esto se presentan las instrucciones en la que se establece que dividan la figura y describen los pasos que realizaron para llegar a la solución de las figuras obtenidas. Además, mediante la división de la figura, respondan ¿qué figuras resultan? y las características de estas.

Situación 3: Actividades relacionadas con la quinta entrada (la deconstrucción dimensional de las formas).

Esta situación tiene el propósito de que los estudiantes comprendan las transformaciones y las modificaciones que se le puede realizar a una figura inicial entre otras posibles figuras y cómo la organización perceptible de las modificaciones que se realiza a la figura inicial ayuda a la solución de una situación problema. De esto se espera que los estudiantes comprendan el desarrollo de modificaciones metodológicas que se establece sobre la figura, dado que este apoya la comprensión de la aprehensión operatoria de las formas planas. Además, que se puede realizar conjeturas a partir de la deconstrucción dimensional de las formas de manera que se pueda llegar a la solución de una situación problema. De este modo, para alcanzar dicho objetivo, la Situación 3 fue dividida en dos actividades.

La tercera situación fue subdividida en 2 Actividades, con las que se busca que los estudiantes reconozcan las unidades figurales que componen a las figuras planas, es decir, que los sujetos distingan las unidades figuras 1D que componen las formas 2D. Lo que ayuda a que se pueda apreciar los elementos del borde de una figura plana. Esta actividad se planteó desde un enfoque cognitivo, porque de acuerdo con Duval (2016), la deconstrucción dimensional de las figuras ayuda a que se tenga un cambio en la manera habitual de ver las formas.

Por esto, se parte desde lo que el estudiante comúnmente no está acostumbrado a realizar en el desarrollo de sus clases de geometría (de construcción de figuras en subfiguras), para que posteriormente puedan a partir de la realización de rectas en la figura, identificar las subfiguras que están dentro de esta para llegar a la solución de un determinado problema.

Es importante resaltar, que por estar la figura del trapecio y unos trazos que lo dividen en la actividad 1 de esta situación, se espera que los sujetos aprendices puedan hacer una aprehensión perceptiva de las formas en las que se divide el trapecio, explicar lo que sucede en cada paso de la secuencia y decir a qué resultado se llegó.

Además, que los estudiantes partiendo de las figuras en las que se dividen la figura inicial expresen qué figura se dividió y cuál es la figura resultante teniendo en cuenta que es la condición que se estipula para poder explicar el resultado al que se llegó. Duval (1994) menciona que, la aprehensión operatoria es la modificación y transformación de una figura inicial en otras subfiguras. Además, es la organización perceptiva de las modificaciones de la figura que ayudan a determinar la idea de una solución de una situación problema establecido. En este sentido, la condición es esta situación es estipulada dado que se asume que mediante la apreciación operatoria

de la figura inicial el docente puede realizar conjeturas que le ayuden a llegar a la solución de un determinado problema.

Ahora bien, en la segunda actividad de la situación 3, los estudiantes deben de realizar conjeturas en relación a los puntos de cortes de los dos segmentos trazados en el trapecio y la relación de las figuras que en esta se determinan. Para ello los sujetos aprendices deben de identificar todos los vértices y describir todas las formas geométricas en las que se subdivide la figura inicial para poder realizar unas series de subfiguras que les ayude a responder las relaciones que existen entre las figuras en las que se subdivide el trapecio.

En este orden de ideas, en esta actividad considera que los estudiantes pueden estar poco familiarizados con la realización de subfiguras por lo que, en esta actividad, se presenta un trapecio con dos segmentos trazados donde se espera que los docentes logren realizar diversas series de subfiguras que les ayude a establecer las relaciones existentes entre las figuras que se forman en el trapecio.

4.2 VALIDACIÓN DEL DISEÑO

Se realizó una revisión por parte de un grupo de profesionales en el área de educación matemática como validación interna para recoger sus apreciaciones en relación al contenido del material de enseñanza que se construyó, y de este modo realizar modificaciones pertinentes al diseño. Estas consideraciones se registraron en una rúbrica. y seguido de ello, se presenta un apartado con una síntesis de los aportes de cada uno de los expertos.

De esta manera se podrá tener algunas consideraciones previas en cuanto a las fortalezas y debilidades del diseño, logrando así evaluar su pertinencia para el trabajo de los docentes con sus estudiantes. De este modo, se propuso los siguientes criterios evaluativo:

Niveles	Valores
En desacuerdo	1
Ligeramente en desacuerdo	2
Neutral	3
Ligeramente de acuerdo	4
De acuerdo	5

Tabla 5: niveles de valoración de la rúbrica

Teniendo en cuenta lo anterior, se consideró que los elementos comprendidos en la rúbrica permitirían; por un lado, analizar la organización, manipulación o cambio que ejecutan los docentes para utilizar la información de diferentes formas y así dar solución a las situaciones propuestas, y, por otro lado, analizar la articulación de los elementos que median en enseñanza de las figuras geométricas planas. Es decir, esto último se refiere al uso que pueden hacer los docentes respecto a los conceptos, procesos, relaciones, y el discurso asociado que aquí se consideran. El instrumento aquí presentado se ha considerado como insumo y elemento necesario para dar un

orden, relacionar y validar la información objeto de análisis de los datos. A continuación, se muestra la rúbrica (tabla 6).

CRITERIOS A EVALUAR	NIVELES				
	1	2	3	4	5
SITUACIÓN 1					
¿Las actividades propuestas en la situación 1 son potencialmente buenas para enseñar las figuras geométricas planas?					
¿Considera usted que el uso de instrumentos no convencionales le permiten reconocer las características y propiedades de una figura geométrica?					
¿Utilizarías este tipo de actividades para el trabajo en geometría con tus estudiantes?					
SITUACIÓN 2					
¿Las actividades propuestas en la situación 2 son potencialmente buenas para enseñar las figuras geométricas planas?					
¿Considera usted que la articulación del lenguaje natural con los procesos de visualización y construcción ayudan a que se aprecien más las características y propiedades de las figuras planas?					
¿Utilizarías este tipo de actividades para el trabajo en geometría con tus estudiantes?					
SITUACIÓN 3					
¿Las actividades propuestas en la situación 3 son potencialmente buenas para enseñar las figuras geométricas planas?					
¿Añadir trazos a una figura, como un procedimiento propio del registro figural, ayuda a superar el proceso de visualización icónica y apoyar la operación de reconstrucción dimensional?					
¿Utilizarías este tipo de actividades para el trabajo en geometría con tus estudiantes?					

Tabla 6: rúbrica

Profesional N°1

Considera que las actividades que se encuentran en la actividad 1 son pertinentes para la clase de geometría, dado que los estudiantes a pesar de tener conocimientos con respecto a las figuras geométricas planas, pueden también movilizarse por otros aspectos como la exploración y la construcción de estas, a través de la utilización de moldes rotos y plantillas (reglas no convencionales), lo que les ayuda al reconocimiento de otras figuras planas, lo que le puede permitir al docente fortalecer el concepto de las figuras geométricas planas. Y ayudar de mejor manera a que los sujetos aprendices puedan hacer una mejor identificación de figuras como el cuadrado y el rectángulo que en muchas ocasiones la consideran como la misma figura. Con lo que pueden ir superando este tipo de dificultad. Sin embargo, considera que se deben numerar las figuras que están expuestas en la actividad 2 para que se identifiquen mejor.

En relación a las actividades expuestas en la situación 2, considera que son actividades buenas con las que se puede trabajar con los estudiantes dado que coinciden a la utilización de la visualización y construcción en las figuras de manera que se aprecian aún mejor sus características ayudando así al trabajo de procesos cognitivos en el trabajo con las figuras y no solo en procesos matemáticos.

En relación a las actividades de la situación 3, menciona que son actividades muy completas y buenas dado que el añadir trazos a una figura, como un procedimiento propio del registro figural, ayuda a superar el proceso de visualización icónica y apoyar la operación de reconstrucción dimensional de las formas. En este sentido la manera de mirar del sujeto es matemáticamente pertinente.

Profesional N°2

A Partir de la calificación de la rúbrica, sugirió realizar unos aportes de manera general en relación a las situaciones. Considerando de este modo, que las actividades expuestas en la situación 1 son actividades con las que normalmente se trabajan dentro de las aulas de clases pero que tienen algo nuevo para él (reglas no convencionales), que las hace diferente y muy buenas para el trabajo con las figuras planas dentro del aula de clases. En este sentido, la actividad 2 le pareció buena dado que pone a razonar y visualizar al sujeto aprendiz por medio de las unidades de medidas para hallar el área de la figura que se muestra.

En relación a las actividades de la situación 2, considera que son actividades buenas con las que se pueden trabajar dentro del aula de clases dada la articulación del lenguaje natural con los procesos de visualización y construcción que ayudan a que se aprecien más las características y propiedades de las figuras plana, además, que se aprecie otra forma de ver las figuras.

En relación a las actividades de la situación 3, este profesional menciona que son muy completas, puesto que permiten que el sujeto aprendiz llegue a distintas maneras de visualizar las figuras, lo que les posibilita pasar de la forma icónica a la no icónica de ver una figura. Además, estas actividades potencian el reconocimiento de subfiguras accediendo así que lleguen a una forma de ver geométricamente más pertinente.

Profesional N°3

Respondió la rúbrica, y dio algunas sugerencias de manera general sobre el diseño de las situaciones y la posible contribución que esta puede aportar en la enseñanza de las figuras planas dado que las actividades de las situaciones contribuyen al desarrollo de la visualización en la

construcción, de construcción y descomposición de figuras de las figuras planas. Es por esto, que este considera que las actividades propuestas en la situación 1 son potencialmente buenas para enseñar las figuras geométricas planas

En relación a las actividades de la situación 1, menciona que estas brindan herramientas de trabajo necesarias para el desarrollo de la visualización por medio del manejo de material manipulativo.

En relación a las actividades expuestas en la situación 2, el profesional considera que se debe modificar la redacción de las instrucciones que se dan en la actividad 1 para la creación del mensaje dado que, de la forma como esta escrito no se comprende muy bien la intencionalidad que se quiere lo que impide que se pueda realizar la construcción del mensaje de manera adecuada. Por otra parte, en la actividad 2 considera que es una actividad muy pertinente dado que, ayuda a que se pueda mirar las figuras de manera diferente dejando de lado la manera estática como comúnmente se está acostumbrada a verlas.

En cuanto a las actividades de la situación 3, sugiere en la actividad 1 que las figuras de la sucesión tengan el mismo tamaño de la figura inicial para que se pueda apreciar mejor la descomposición de estas y evitando así que el estudiante se pueda confundir. Para terminar, le pareció pertinente que en el caso de que el diseño sea aplicado lo realicen los docentes con sus estudiantes dado que de esta manera los docentes podrán poner en práctica esta metodología y los sujetos aprendices están familiarizados con el educando lo que puede permitir un mejor trabajo con el materia. De igual manera se evidenciaría mejor el funcionamiento de este diseño para las clases de geometría. En relación al contenido en general estima que en primer lugar las situaciones brindan herramientas que ayudan a un acercamiento de la visualización, razonamiento y

construcción y que a medida que se avanza en las situaciones el desarrollo de la visualización aumenta en la construcción de las figuras planas.

Ahora bien, considerando las calificaciones en la rúbrica, las sugerencias y los aportes por parte de los profesionales, es posible mencionar que estos, concuerdan en que las actividades Diseñadas son potencialmente buenas para enseñar las figuras geométricas planas. Además, que el uso de instrumentos no convencionales ayuda reconocer mucho mejor las características y propiedades de una figura geométrica plana. De igual forma, que la articulación del lenguaje natural con los procesos de visualización y construcción ayudan a que se aprecien más las características y propiedades de las figuras planas, por último, que el Añadir trazos a una figura, como un procedimiento propio del registro figural, ayuda a superar el proceso de visualización icónica y apoyar la operación de reconstrucción dimensional. Por lo que los docentes si utilizarían este tipo de actividades para el trabajo en geometría con tus estudiantes.

Finalmente, teniendo en cuenta todo lo mencionado en el desarrollo del presente trabajo de investigación para dar respuesta del objetivo planteado, en el transcurso de este análisis se deja mencionado la forma en la que cada uno de los elementos que conforman las situaciones didactas fueron organizadas partiendo de lo que expone Duval (2016) en la teoría de las situaciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Además, de la revisión y calificación que realizaron el grupo de profesionales, para conseguir una validación interna en la que se puede estipular si el diseño de las situaciones didácticas para contribuir a la enseñanza de las figuras planas posiblemente contribuye a este fin o no. Y a partir de sus aportes, sugerencias, recomendaciones y demás, se realizaron las modificaciones pertinentes al material de enseñanza (diseño).

CONCLUSIONES

La enseñanza y aprendizaje de las figuras geométricas planas, desde la mirada de los distintos actores involucrados en los procesos de educación escolar, exige unos procesos de reflexión y transformación que posibiliten el aprendizaje por parte de los estudiantes. Y es en este orden de ideas, que a partir del diseño propuesto en el que se articulan elementos de la teoría de las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría de Duval (2016) se pudo mostrar cómo a través de las actividades propuestas, se pueden trabajar aspectos de dichas figuras que por lo regular no son tenidos en cuenta a la hora de llevar este aprendizaje al aula. Además, el análisis que se realizó del diseño contrastado con la teoría, les permitirá a los docentes poder realizar sus propios diseños de actividades en pro de que sus estudiantes tengan un mayor acercamiento al aprendizaje de las figuras geométricas planas.

Por otra parte, se debe considerar que la creación de cualquier material de enseñanza es una suposición si no se lleva a la fase de implementación, caso que se presenta en este trabajo de investigación, por ello se menciona que el aprendizaje del objeto en cuestión no solo lo garantiza el material diseñado, sino que también lo hace la metodología y el rol que debe tomar el docente, el contexto, la aptitud del estudiante, entre otros factores que son necesarios para que se cumplan los objetivos trazados en esta investigación.

Otro aspecto importante a mencionar, es que el estudio de la percepción de las características de las figuras, ayuda a que se tenga que hacer un razonamiento para apreciar las formas icónicas y no icónicas, por lo que se puede cambiar la manera habitual de ver las figuras planas. Ahora bien, considerando que el diseño es una hipótesis al no ser implementado, el enfoque de las cuatro entradas y una quinta de Duval se puede ver también como entradas de aprendizaje

hipotéticas, lo que permitió que el diseño del material de enseñanza tuviera una evaluación interna por parte de un grupo de expertos.

Según la revisión que realizaron los tres profesionales en Educación Matemática y tomando a bien las sugerencias que dieron en relación a las situaciones, se puede decir finalmente que el diseño de las situaciones didácticas posiblemente contribuya a la cualificación de docentes de educación secundaria, dado que estos coinciden en que a medida que van pasando por las actividades que se presentan en cada situación, se puede ir apreciando diferentes formas de visualizar una figura. También, los profesionales consideran que estas situaciones didácticas permiten dar cuenta de que el uso de reglas no convencionales favorece en gran medida a los procesos de enseñanza y aprendizaje, dado que, se pueden considerar elementos propios del contexto, articulándolos al saber en cuestión (figuras geométricas planas).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍA

Arboleda, M. V., Calvo, G., Arbeláez, M. C. F., Prieto, C. G., Camacho, S. L., Jaramillo, F. Z., y Abello, M. C. (2004). Las necesidades de formación permanente del docente. *Educación y educadores*, (7), 79-112.

Arceo, E. (abril de 1999). ¿Problemas de geometría o problemas con la geometría? *Revista Educación Matemáticas*. 11 (1), pp. 28 - 35.

Barrantes, M. y. (2005). Análisis de las concepciones de los profesores en formación sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría. No. 62, pp. 33 – 44.

Barrantes, M. y. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. pp. 55-71.

Camargo, L. (2018). Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática: Recursos para la captura de información y el análisis. pp. 68-72.

Castilblanco, A. U. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Díaz, J. F. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Revista de Didáctica de las matemáticas* (Número, 77), pp. 99-117.

Díaz-Barriga, A. (1984). *Didáctica y Curriculum*. Articulaciones en los programas de estudios. 15.

Duval, R. (2000). La Geometría desde un punto de vista cognitivo. *Boletín de la red en educación matemática: síntesis*, pp. 1-7.

Duval, R. (2004b). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (Vol. Segunda edición). (M. V. Restrepo, Trad.) Cali: Peter Lang., Colombia: Universidad del valle.

Duval, R. (2004c). *Cómo hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y.... una quinta.* En M. d.-H. CHAMORRO PLAZA, *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño* (págs. 159 - 188). Madrid, España: M. d. Ciencia, SECRETARÍA GENERAL TÉCNICA: Subdirección General de Información y Publicaciones.

Duval, R. (2010). *Los cambios de mirada sobre las figuras.* TEA Tecné, Episteme y Didaxis. N° 27 (pp. 108 – 129).

Duval, R. (2016). *Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos.* En R. Duval, & A. (. Sáenz- Ludlow, *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas Énfasis.* (págs. pp. 13-60). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Galeano, J. (2015). *Diseño de situaciones para el trabajo con figuras geométricas basado en las operaciones cognitivas de construcción, visualización y razonamiento.* Tesis de Maestría, Universidad del Valle., Cali.

Godino, J. D. (2017). *Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas.* Bolema, 31 (57), pp. 90-113.

Godino, J. y. Ruiz (2002). *Geometría y su didáctica para maestros.* pp. 14- 22.

Grupo, L.A.C.E. (1999). Introducción al estudio de caso en educación. Cádiz: Universidad de Cádiz. Recuperado de: <http://www2.uca.es/lace/documentos/EC.pdf>.

Hoyos, M. (2015). Diseño de situaciones que permitan el desarrollo del Pensamiento Espacial a través de la actividad cognitiva de Construcción para los estudiantes del grado sexto del colegio Jefferson. Trabajo de grado. Universidad del Valle. , Cali.

Jiménez, A. y. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. Revista Educación Matemáticas,29(2), pp.109-129.

Laliena, F. (2013). Dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría en primero de la ESO. (Tesis de maestría). Universidad de la Rioja. Facultad de educación. Tesis de Maestría, Universidad Internacional de La Rioja, Métodos pedagógicos (Matemáticas), Huesca.

Lopez, O. y. (2008). La enseñanza de la Geometría. (Vol. 1). (T. R. Miguel Á. Aguilar R. y, Ed.) México, D.F: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN.

Marmolejo A, G. A., & M, V. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje de la Educación Matemática. vol. 24, (núm. 3), pp. 7-32.

Medici, D. S. (1986). Sobre la formación de los conceptos geométricos y sobre el léxico geométrico Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 4(1) ISSN: 0212-4521, ISSN-e: 2174-6486, pp. 16-22.

Medici, D. S. (1986.). Sobre la formación de los conceptos geométricos y sobre el léxico geométrico. Vol. 4(No 1), pp. 16 -22.

MEN. (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas.

Moriena, Susana y Scaglia, Sara (2003). Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. *Educación Matemática*, 15 (1),5-19. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40515101>

Obando, G. (2015). Sistema de prácticas matemáticas en relación con las razones, las proporciones y la proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la educación básica (Doctoral dissertation, Universidad del Valle). (s.f.).

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), pp. 4-14.

Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. En M. F. Camacho, *Investigación en educación matemática* (págs. 19-52). San Cristóbal de la laguna, Tenerife: SEIEM.

Tardif, M. (2013). Las políticas de formación docente en América Latina. Avances y desafíos pendientes. En M. Poggi, *políticas docentes: formación, trabajo y desarrollo profesional* (págs. pp. 22- 34). Buenos Aires, Argentina: Unesco.

ANEXOS

DISEÑO DE LAS SITUACIONES.

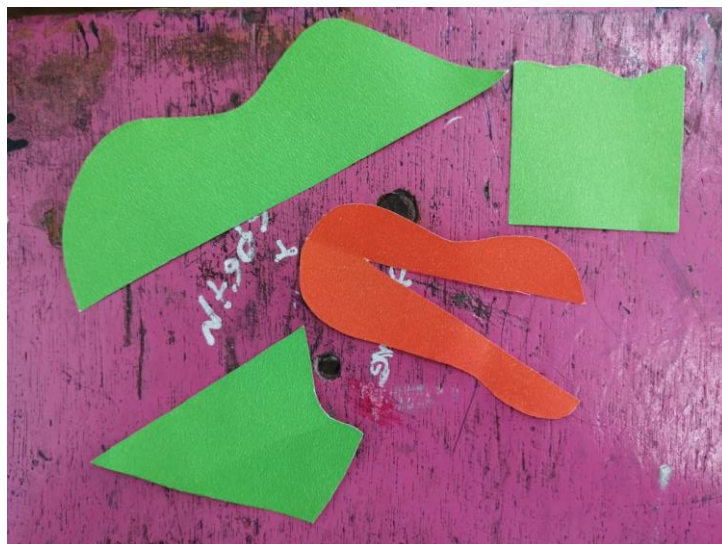
INSTITUCIÓN EDUCATIVA

**MATEMÁTICA 6° A 9°
GEOMETRÍA**

Profesoras: Yara Cuero - María Mina.

SITUACIÓN 1

Actividad 1



1. Con los instrumentos entregados elabora figuras que tengan formas de cuadriláteros o triángulos y nombra las figuras construidas.

Para la elaboración ten en cuenta que alguna figura cumpla la siguiente condición:

- Lados congruentes
- Lados con distintas longitudes
- Lados iguales 2 a 2

Espacio de trabajo.

Adaptado de “Diseño de situaciones para el trabajo con figuras geométricas basado en las operaciones cognitivas de construcción, visualización y razonamiento.” Galeano, 2015, p.65 (<http://hdl.handle.net/10893/9457>). Declaración de derechos de autor.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

9°

MATEMÁTICA 6° A

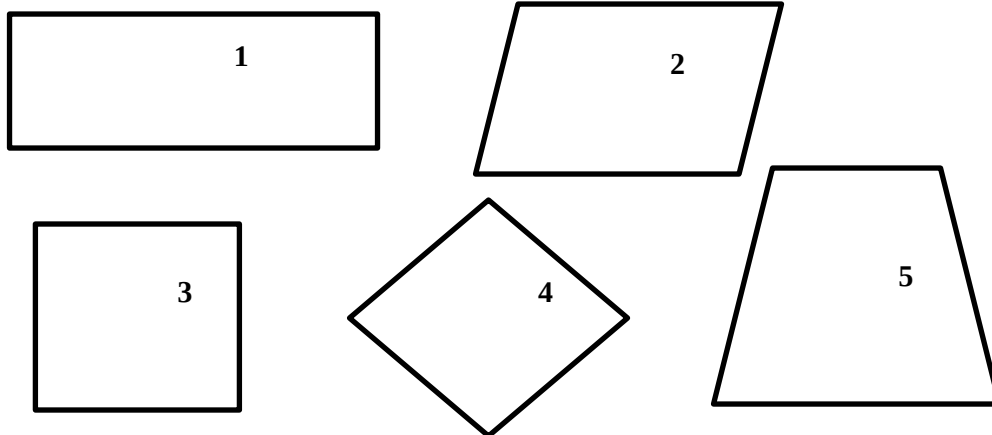
GEOMETRÍA

Profesoras: Yara Cuero - María Mina.

SITUACIÓN 1

Actividad 2

1. Observas las figuras que se muestran a continuación:



- Menciona cuales de las figuras anteriores tienen similitud. ¿Por qué?
- Menciona las diferencias que encuentres entre las figuras anteriores si las hay.
- ¿Existen algunas similitudes o diferencias entre las figuras 3 y 4? sí, no ¿Por qué?
- ¿Existen algunas semejanzas entre las figuras? sí, ¿Cuales?, no, ¿Por qué?

2. Determine el área sombreada de la figura 1, para ello toma como unidad de medida la unidad 1 y luego la unidad 2:

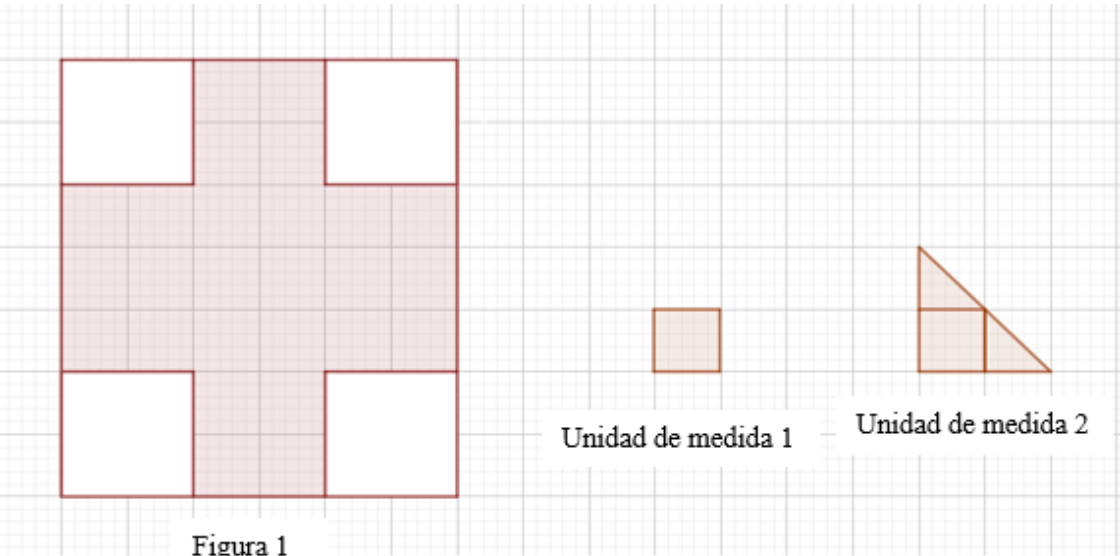


Figura 1

Responde:

- ¿Qué procedimiento hiciste para llegar al resultado?
- ¿Existe alguna relación entre la unidad de medida 1 y 2? ¿Cuáles?
- ¿Llegaste al mismo resultado con ambas unidades de medida?

Espacio de trabajo.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
9°

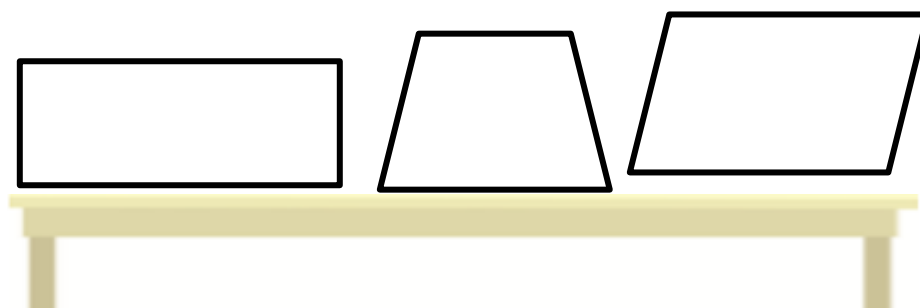
MATEMÁTICA 6° A
GEOMETRÍA

Profesoras: Yara Cuero - María Mina.

SITUACIÓN 2

Actividad 1

1. Observa las figuras geométricas que se muestran a continuación y haz una



La descripción no puede contener dibujos, ni nombres de las figuras, solo las características que identifican a cada una de ellas, Puedes hacerles a las figuras lo que consideres necesario para la elaboración de la descripción.

Espacio de trabajo.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

MATEMÁTICA 6° A 9° GEOMETRÍA

Profesoras: Yara Cuero - María Mina

SITUACIÓN 2

Actividad 2.

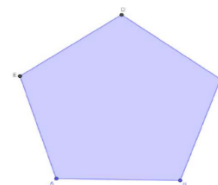
1. Divide la figura en dos cuadrados. Haz una descripción de los pasos que hiciste para llegar a la solución de los cuadrados obtenidos.



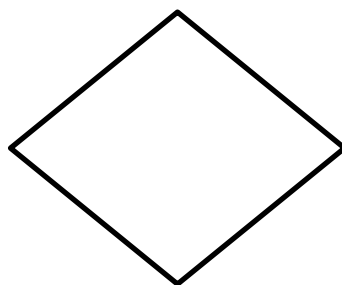
Divide la figura en un triángulo y un cuadrado. Haz una descripción de los pasos que hiciste para llegar a la solución del triángulo y el cuadrado obtenido.



Divide la figura en un trapecio y un triángulo. Haz una descripción de los pasos que hiciste para llegar a la solución del triángulo y el trapecio obtenido.



2. Construye el rombo que se muestra con los instrumentos entregados y divídelo a la mitad.



¿Qué figuras resultan de la división del rombo?

¿Qué características tienen las dos mitades en las que se divide?

Espacio de trabajo.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

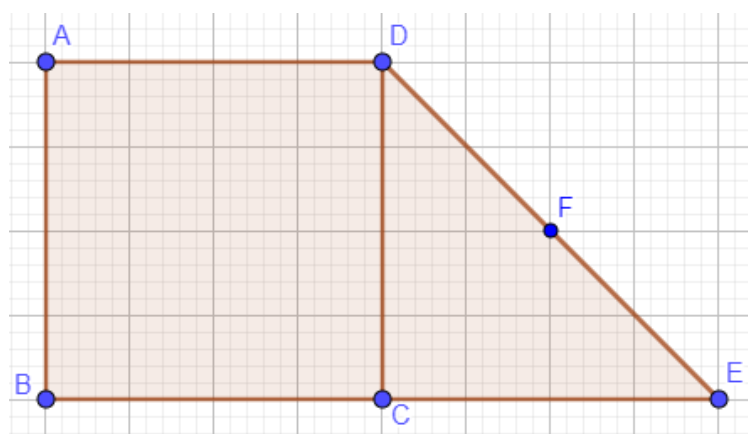
**MATEMÁTICA 6° A 9°
GEOMETRÍA**

Profesoras: Yara Cuero - María Mina.

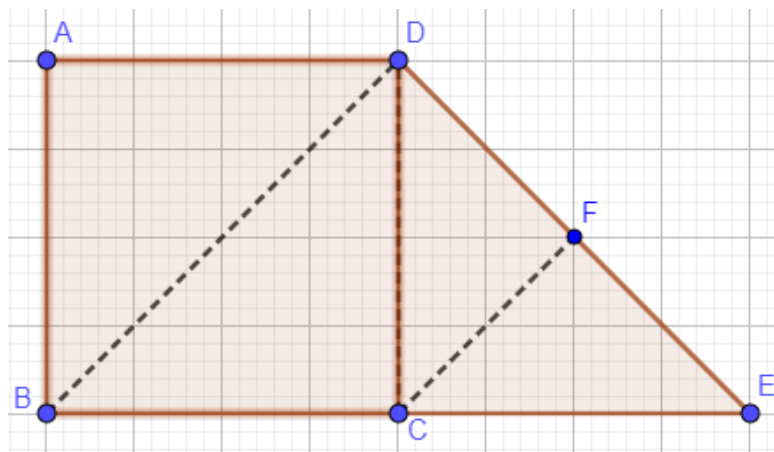
SITUACIÓN 3

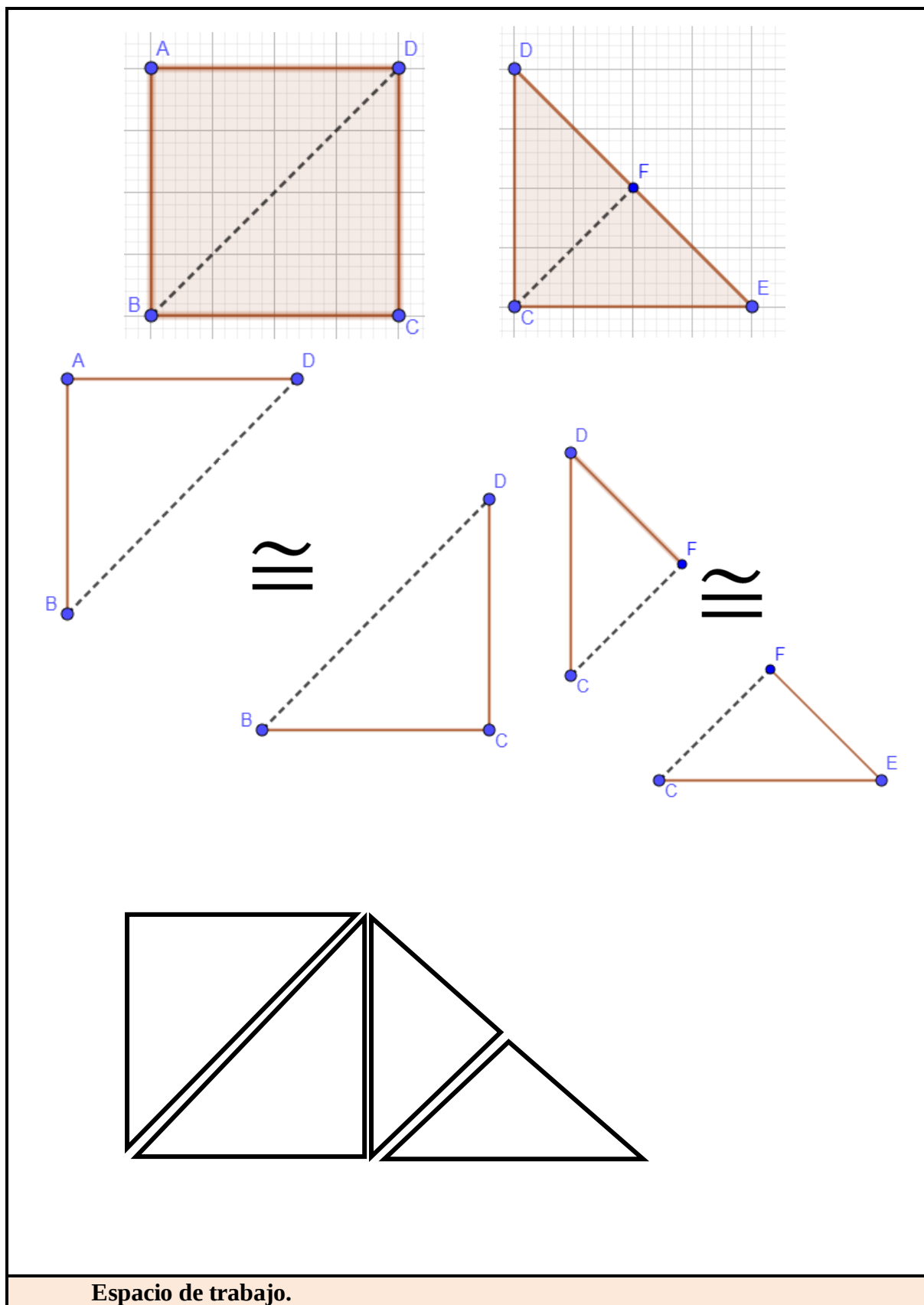
Actividad 1

1. ABED es un trapecio, en el cual se traza un segmento CD que divide la figura en un cuadrado y un triángulo. F es el punto medio del segmento ED.



Observa la siguiente secuencia de figuras explica cada paso y a qué resultado se llegó.





Espacio de trabajo.

Explicación:

Adaptado de “Diseño de situaciones para el trabajo con figuras geométricas basado en las operaciones cognitivas de construcción, visualización y razonamiento.” Galeano, 2015, p.117 (<http://hdl.handle.net/10893/9457>). Declaración de derechos de autor.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

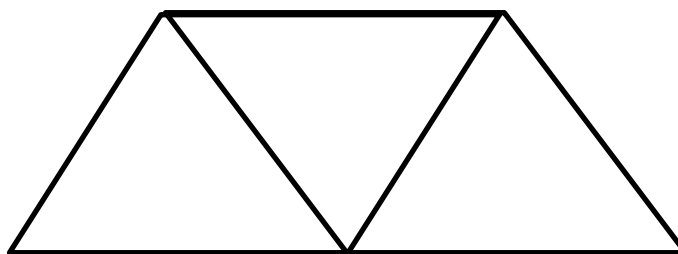
**MATEMÁTICA 6° A 9°
GEOMETRÍA**

Profesoras: Yara Cuero - María Mina

SITUACIÓN 3

Actividad 2

Sobre un trapecio se han trazado 2 segmentos que van desde dos de sus vértices hasta un punto medio como se presenta en la figura de abajo.



1. Señala todos los vértices y el punto de corte de los segmentos y escribe todas las figuras geométricas que puedes observar.
2. ¿Qué relaciones encuentras entre las figuras que se forman en el trapecio? Justifica tu respuesta.
3. Formula una serie de subfiguras que te ayuden a establecer mejor las relaciones que existes entre las figuras que se forma en el trapecio.

Espacio de trabajo.

REGISTRO FOTOGRÁFICO DE LA VALIDACIÓN.



