

A LOS VEINTE AÑOS DEL "ARTE DE LA PROGRAMACION DE COMPUTADORES" DE DONALD KNUTH

Daniel Arbeláez Rojas.
Profesor Asistente.
Departamento de Información y Sistemas.
Universidad del Valle.

RESUMEN

Donald Knuth publicó en 1968 el primer volumen de una obra, que se ha convertido en un clásico de la computación y de la educación al mismo tiempo. El autor de esta reseña presenta sus impresiones sobre este trabajo e intenta apreciar la influencia que la obra ha tenido en Colombia.

En 1968 publicó la Adisson-Wesley, el primer volumen de la obra "El arte de la programación de computadores" de Donald Knuth, un trabajo que se había concebido en siete volúmenes a saber: Algoritmos Fundamentales, Algoritmos Seminúmericos, Clasificación y Búsqueda, Algoritmos Combinatorios, Teoría de Lenguajes y Compiladores. (1), (2), (3).

La primera hojeada del volumen, "Algoritmos Fundamentales", dejó la impresión de una obra extraña. Por un lado enciclopédica, cargada de personajes y hechos históricos, por otro lado escrita en un lenguaje matemático, elevado a primera vista. Si el lector puede excusar nuestra ingenuidad, el encuentro con este trabajo se puede asimilar al que descubrimos con "Cien Años de Soledad". En ambos casos se descubren lenguajes nuevos, lo que implicaba emociones pero también serias inquietudes.

La empresa que se proponía Knuth recuerda los propósitos de otras empresas científicas o culturales iniciadas y llevadas algunas a cabo, por escritores, científicos o artistas "iluminados", o sea aquellos que asumen una inmensa responsabilidad y procuran dejar para la posteridad su sello personal, aquellos que procuran establecer una vinculación definitiva con su ciencia o con su arte.

El compromiso de Knuth al bosquejar su trabajo, era ya muy grande por el ascendiente ganado en la Universidad de Stanford y por su colaboración permanente en las revistas científicas y técnicas que se ocupaban de temas matemáticos y de computación.

No hubiesen querido sus colegas y discípulos que le ocurriese lo mismo que a un famoso historiador inglés quien se propuso a los veinte años escribir "la historia de la civilización", y que posteriormente fué modificando sucesivamente por "la historia de la civilización en Occidente", "la historia de la civilización en Europa", y que finalmente a los setenta años escribió "La historia de Inglaterra en el siglo XVIII".

El proceso seguido por Knuth ha sido más bien al contrario. Se propuso escribir un libro sobre ciencias de la computación y encontró que tenía tantas ideas y planteamientos, que era imposible darles cabida en un solo volumen.

Nos proponemos en esta reseña, elaborar unas refle-

xiones elementales sobre esta obra veinte años después de haberse iniciado su publicación y al margen de las mismas elaborar algunos comentarios sobre su efecto en Colombia. Presentamos dos anexos al final de este comentario, sobre algunos personajes y conceptos utilizados. Lo hacemos como aficionados, pues eso somos.

Debemos advertir que solo conocemos los tres primeros volúmenes, los Algoritmos Fundamentales, los Algoritmos Seminúmericos y el volumen de la Clasificación y Búsqueda. Al parecer Knuth publicó ya los volúmenes IV y V. Los altos precios de los libros en Colombia no nos ha permitido adquirirlos y nos hemos privado así de indagar sobre lo que el autor llama los algoritmos combinatorios.

A cualquier lector desprevenido podría parecerle algo pretencioso el título bajo el cual aparecería su trabajo -"el arte de la programación de computadores"- . Se podría cuestionar si existe tal arte. Discutir esta situación es la principal motivación de este comentario. Para Knuth no existe ninguna confusión al respecto, tal como lo deja expreso en las primeras líneas de su prólogo :

"El proceso de preparar programas para un computador digital es especialmente atractivo, no únicamente a causa de la gratificación científica y económica, sino también porque puede ser una experiencia estética, similar a la composición de poesía o música."

La propuesta de Knuth es interesante al menos por dos razones.

En primer lugar, para el común de la gente, la idea del trabajo en programación de computadores puede parecer atractivo en lo económico. Podría ser esa la razón principal de la existencia de un apreciable número de instituciones privadas y públicas que se dedican a la enseñanza de la computación y temas afines. O podría plantearse, más bien, siguiendo el hilo de Knuth, que es por el presentimiento general de que tras la elaboración de programas se ofrecen posibilidades estéticas, lo cual hace del oficio de programador, una tarea similar a la composición artística y que ha llevado a miles de personas a las aulas donde se imparte la correspondiente instrucción. Hablaría muy bien de nuestro país se se pudiese comprobar la segunda hipótesis. Desafortunadamente no se podría explicar la demanda de nuestros bachilleres por los conservatorios y academias artísticas.

En segundo lugar, Knuth anuncia tanto en el título como en su prólogo, que el lector encontrará allí experiencias estéticas. Adquiere de esta forma un tremendo compromiso con el lector.

El autor habría podido tomar un camino menos compro-

metedor, habría podido escribir, por ejemplo, "La técnica de programación de computadores", incluso, podría haber aventurado sobre un título que ya existía en esa época en los EE. UU., la ciencia de la computación y haber escrito "La programación de computadores como una ciencia", tal como el mismo lo sugiere en su disertación al recibir el premio Turing en 1974, (4). La clasificación de la programación de computadores como una ciencia le resultaba inapropiado, puesto que pensaba que los desarrollos en este campo eran incipientes y mal podrían clasificarse como tal. Pensaba que tal vez se estaban dando los primeros pasos de la transformación entre un arte y una ciencia.

Mirada la cuestión hoy, después de 20 años de la publicación de los "Algoritmos Fundamentales", y observando un poco de lejos el proceso de asentamiento de las ciencias de la computación, o sea definiéndonos como estudiantes en un país subdesarrollado, con una escasa formación científica y humanística, debemos admitir que el trabajo de Knuth causó la impresión de una obra de arte.

Para entender un poco esta consideración, o sea, aquella cualidad de que un texto universitario pudiese ser considerado como una obra artística, bastaría solamente mencionar los innumerables y aburridos textos con los cuales fuimos abrumados en nuestros ya lejanos años universitarios. Nuestra ingeniería se desarrolló con base en los "handbooks". Unos inmensos y pesados volúmenes, repletos de tablas, fórmulas, nomogramas, esquemas y textos escritos, parece que intencionalmente para causar fastidio al iletrado e ingenuo lector. Nunca, y en eso podemos ser enfáticos, tuvimos a nuestra disposición un libro que abriese el panorama de un oficio o de una profesión en la forma como lo hizo Knuth con su volumen 1.

Para Knuth, el arte consiste en una adecuada combinación de lo analítico y de lo intuitivo, del juego y de los asuntos serios, de las matemáticas profundas, del aritmética al alcance de todos, de los conceptos históricos y de su evolución a lo largo de siglos. Su primer volumen lo titula "Algoritmos Fundamentales", y son fundamentales primordialmente por razones históricas.

En este volumen y en toda su obra recoge los trabajos de los babilonios, de los griegos, de la edad media. Muestra como cuestiones que parecen ser ultramodernas, habían sido ya consideradas en la edad media. Plantea como las verdaderas ideas geniales, aquellas que constituyen el núcleo de las ciencias de la computación, se sustentan en los trabajos de los grandes matemáticos del pasado, pero también resalta la importancia de los científicos modernos, varios de ellos todavía vivos.

Un pasaje de la obra de Knuth podría tener un perfil como el siguiente: Plantea un problema computacional,

algo así, como analizar un algoritmo para realizar una operación intuitiva, fácil de realizar a mano pero con dificultades para el planteamiento simbólico. Examina los antecedentes históricos del problema. Encuentra en los textos más curiosos, -con un parecido sorprendente a Borges-, valiosas referencias. Elabora una descripción matemática del problema y procura sacarle partido a esta formulación, reconociendo planteamientos de otros problemas que dan lugar a formulaciones matemáticas similares. Estudia las soluciones de estos problemas similares. Encuentra que estas soluciones fueron propuestas por algún gran matemático, por ejemplo, Euler. Estudia las circunstancias bajo las cuales se llegó a una solución. Traslada estos resultados al problema original. Resuelve el problema. Le plantea luego al lector variaciones y divertimentos del problema. Finalmente le plantea al lector un problema que él no ha podido resolver y cuya solución, se cree, todavía no ha sido elaborada. Le promete que si la encuentra, el nombre del lector aparecera en una próxima edición.

Para Knuth, el computador solamente es un pretexto para escribir. El centro de su trabajo se desarrolla alrededor de las matemáticas, de la historia y de su formidable capacidad para especular.

No existe una teoría de la computación en el "arte de la programación". Bien por Knuth. Casarse con una teoría así sea de "corte liberal" le habría ganado el aplauso de algunas decenas de "scholars" pero habría perdido la oportunidad de influir en miles de lectores poco propensos a aceptar imposiciones de algún tipo. Recuérdese que la aparición del "arte...", coincide con la aparición del hipismo, de los Beatles. Ocurre precisamente con la protesta estudiantil de los años 68, con la cual los estudiantes entre otras manifestaciones, declararon su profunda insatisfacción ante una academia recargada de teorías, pero anquilosada y aburrida.

Claro está que Knuth anuncia que en el sexto volumen y como culminación de su obra se ocupará de este asunto teórico. Nuevamente bien por Knuth. El sexto tomo puede demorarse en aparecer. Con seguridad no será el más leído.

Al comienzo del primer tomo, se elabora una definición de algoritmo. Es una definición intuitiva, como el mismo autor lo indica y previniéndose de las críticas de los "puristas", anuncia que jamás podría ser considerada como una definición matemática (5).

De allí en adelante, todo está permitido. El autor se declara en absoluta libertad para acometer el estudio y la solución de problemas y le pide al lector que haga lo propio. No existen reglas ni esquemas para solucionar casos y problemas. Cada uno de los problemas hay que mirarlo siempre desde ópticas diferentes. Pequeñas variaciones en la formulación de un problema induce a

cambios drásticos en sus métodos de análisis. A lo largo de la obra se aprecia también que un problema, situación o algoritmo merece la pena ser estudiado solo si da lugar a nuevos planteamientos o a nuevos problemas. Pero cómo saberlo ?.

En la ingeniería clásica y en muchas ciencias tradicionales este tipo de práctica no es posible. Se ha logrado acumular tanta información acerca de los objetos de estudio, que el lector de estos textos siempre encuentra reducido su espacio. No se le permite participar. Un buen lector es el que adoptando los esquemas propuestos por el autor, resuelve los problemas de final de capítulo. El "éxito" del autor es ese. Convencer al lector de que la "síntesis" - la del autor -, a la cual ha llegado resulta ser la más conveniente para la solución de una clase de problemas. Un texto de esta clase puede constituirse en una obra técnica o práctica valiosa pero jamás podría ser considerada una obra arte.

Fácil es demostrar la inmensa influencia que tuvo el trabajo de Knuth en todas las organizaciones científicas, educativas y sociales que se ocupaban de la computación. Indudablemente este trabajo ha sido el más importante desde el punto de vista educativo que se haya escrito en casi medio siglo de historia de la computación digital. Knuth fué maestro de innumerables autores que aparecieron en los años 75-85. Varios lo reconocen. Algunos llegan a exclamar cuan difícil les resulta escapar a su notable influencia. Los supuestos de Knuth, en especial los que elaboró en su primer volumen, los problemas que allí dejó planteados han sido objeto de cientos de artículos aparecidos en revistas matemáticas, de computación, de ingeniería, de música, de ciencia ficción, de magia, etc. etc. (6).

Si alguien pudiese tener alguna reserva en cuanto a considerar estos trabajos como productos típicos de la pequeño-burguesía americana, permításenos informarle que ha sido traducida al ruso y que los institutos científicos de la URSS la consideran como una obra clásica. Los estudiantes cubanos y nicaraguenses tienen la ventaja de que la obra circula por allí a precios bastante módicos. Si alguien mantiene aún la duda, permításenos informarles que también fué traducida al chino.

Y EN COLOMBIA ?.

La obra llegó a Colombia en los maletines de los profesores que regresaron de cumplir sendas comisiones de estudio en los EE. UU. y por supuesto que se sentían impresionados, algunos de ellos se encontraban moralmente comprometidos.

Algunos, muy pocos, en la Universidad de los Andes y en la Universidad Nacional de Bogotá, en su primer curso

de reenganche la impusieron como texto de curso. Es muy difícil aventurar conclusiones de estos primeros intentos. No podemos decir que fracasaron. Pero tampoco se puede indicar que tuvieron éxito. Enfrentaron serias dificultades para mantenerlo como texto de curso tanto que al final de la primera experiencia estos mismos profesores lo relegaron a texto de consulta primero, y luego lo olvidaron.

Hoy 20 años después de la aparición de los Algoritmos Fundamentales, la obra es prácticamente desconocida en la población universitaria que estudia ingeniería, matemáticas, computación. Es un resultado paradójico. El programa profesional en ingeniería más populoso después de la ingeniería civil -la cual tiene más de dos siglos de existencia- es la ingeniería de sistemas -la cual tiene 20 años-, con 12000 estudiantes de pregrado. (7). En 1990 la ingeniería de sistemas será el programa profesional más populoso en ingeniería. En el año 2000 habrá más ingenieros de sistemas que abogados, si las tasas actuales se mantienen.

Nadie en sus cabales, puede pretender que una obra por muy importante que haya sido se mantenga de generación en generación de estudiantes. Aunque aquí podríamos anotar por lo menos seis obras de ciencias e ingeniería que conocimos como estudiantes se mantienen como textos de estudio en la Universidad Nacional (8).

Qué pasó ?. Se encontraron ideas y textos mejores en el interregno de los veinte años ?. Se logró al fin una teoría de la computación, que hizo irrelevante la obra de Knuth, de tal suerte que el trabajo con computadores dejó de ser un arte ?.

La respuesta es si. Se encontraron ideas y textos mejores. Ciertamente. Se encontró una teoría de la computación. También. El trabajo de Knuth se encontró obsoleto y difícil. Bien ido.

La respuesta es si, bajo la lógica de la academia en ingeniería (9).

Nada parece ser de mejor recibo en ingeniería que un buen esquema. Sea Ud. esquemático y tendrá éxito en su vida profesional, parodiando un poco a Dale Carnegie. Los estudiantes al fin de la carrera piden esquemas y solo esquemas. Los profesores suministran esquemas. Algunos cursos en ingeniería son famosos porque sus objetivos son perfectamente comprendidos en términos de los comportamientos finales. Tanto profesor y estudiantes saben exactamente a donde han de llegar. Nada se deja al azar.

Bajo esta lógica se explica como Knuth se convierte en obsoleto. Los algoritmos en el "arte de la programación", no son estructurados. Utiliza la instrucción "GO TO".

Allí viene el esquema abuelo : "en la programación estructurada no se debe utilizar la instrucción -go to-".

Después aparece un esquema más fino: Las metodologías estructuradas. Por este camino se pretende reducir un trabajo de tipo artístico en el cual el participante podría hasta divertirse, en algo serio de tipo tayloriano. Se trata de no perder tiempo. La elaboración de sistemas de información pasa ahora a convertirse en un trabajo con una alta dosis de rutina. Como resultado de este enfoque aplicado intensamente en varias universidades todos los sistemas de información elaborados después de 1985 se parecen.

Definitivamente la programación de computadores no es un arte en Colombia. Para algunos es una calamidad que esto ocurra.

ANEXO - 1

ALGUNOS PERSONAJES CELEBRES DEL "ARTE DE LA PROGRAMACION"

ADA AUGUSTA, condesa de Lovelace, mecenas del trabajo científico de Babbage. En 1844 la condesa expresaba que las máquinas de cómputo no solo servirían para realizar operaciones aritméticas sino que podrían manejar símbolos de diferente naturaleza. Podría ser que se obtuviesen expresiones algebraicas como resultados.

Dr. I. J. MATRIX, matemático de origen irlandés. Creía tener un don especial para el manejo de expresiones aritméticas y algebraicas. Creía que el siguiente descubrimiento se convertiría en una gran revelación:

$$\begin{aligned} 9.1 + 2 &= 11, & 9.12 + 3 &= 111, \\ 9.123 + 4 &= 1111, & \dots \end{aligned}$$

Esperaba que este descubrimiento y otros similares fueran publicados en el "American Mathematical Monthly". Algún colega nos contó hace días que el buen Dr. Matrix, tenía descendencia en Colombia: Se lo creemos. Todos tenemos algo del Dr. Matrix.

FIBONACCI. (1170 - 1250). El más grande matemático de su época. Estudiando el problema de la reproducción de conejos, encontró la sucesión:

0,1,1,2,3,5,8,13,....., en la cual cada número es la suma de los dos precedentes. La serie de Fibonacci está conectada al algoritmo de Euclides para encontrar el máximo común divisor de dos números, por allí a toda la teoría de números y por esa vía a los problemas modernos de computación y de optimización.

RAMANUJAN. (1887 - 1920). Matemático hindú. Uno de los fuertes de Knuth es el trabajo con expresiones asintóticas, o sea la suma de una serie en términos de funciones conocidas. Para estudiar el comportamiento de un algoritmo de clasificación es necesario evaluar expresiones tales como:

$$Q(n) = 1 + \frac{n-1}{n} + \frac{n-1 \cdot n-2}{n \cdot n} + \frac{n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{n \cdot n \cdot n} + \dots$$

En 1912 Ramanujan propuso sin demostración que:

$$Q(n) = \frac{n!e^n}{2n^n} - \frac{1}{3} - \frac{4}{135n} + \frac{8}{2835n^2} - \dots$$

Esta, como todas las fórmulas que propuso resultaron ciertas. El cuaderno de notas de Ramanujan en el cual consigna cientos de fórmulas, integrales, series infinitas y fracciones continuas ha mantenido ocupados a varios matemáticos durante 60 años, quienes sucesivamente han pretendido "editar" el cuaderno de notas, (10). Dos matemáticos británicos muestran cómo una de estas fórmulas les permitió elaborar un algoritmo para encontrar el valor de pi, con una precisión de cientos de millones de dígitos.

SIMON NEWCOMB. Astrónomo americano del siglo pasado y aficionado al juego de cartas. Se proponía diferentes formas de solitarios, pero tenía cuidado de analizar el comportamiento del juego en términos de probabilidades. Planteó alternativas, algunas las resolvió, otras quedaron sin respuesta. Muchos años más tarde algunas de sus conjeturas fueron recogidas cuando se estudiaba el desempeño de los algoritmos de clasificación.

RICHARD BELLMAN. Autor del libro "Programación Dinámica". En este texto aparecen a final de capítulo un grupo de problemas bajo el encabezamiento de "Ejercicios y Problemas de Investigación". El autor, -Bellman-, coloca en medio de ejercicios simples, problemas que no han sido resueltos, pero no le advierte al lector. Algún estudiante pasó meses resolviendo un problema creyendo por supuesto que se trataba de una investi-

gación. Lo que hacía realmente era resolver un problema de modesta dificultad. Así es la programación dinámica, una de las materias más complejas en el área de las matemáticas aplicadas. Es una bella disciplina pero difícil como pocas. Deja por lo general un estrecho rendimiento económico. Como cabe esperarse la programación dinámica tiene muy poco éxito en Colombia.

KARL PEARSON. Autor de la primera versión del estadígrafo chi-cuadrado, la popular prueba estadística. Permaneció durante dos semanas en el casino de Monte Carlo estudiando los resultados de la famosa ruleta que había causado tantas ruinas y suicidios. Estaba interesado en la "honestidad" de la ruleta. Nada mejor para probar su famosa prueba estadística, que observar una larga corrida y compararla con los valores esperados en condiciones de completa aleatoriedad. Eso fué exactamente lo que hizo, solo para encontrar luego de largos cálculos que la ruleta bajo estudio se comportaba de manera "no canónica", por decir lo menos. Este resultado, inesperado para Pearson, no constituía una fatalidad para la multitud de jugadores que se agolpaban tras la mesa de juego procurando desentrañar los misteriosos mecanismos de la máquina, según se relata en forma magistral en la novela "El jugador" de Dostowieski.

ANEXO - 2

ALGUNOS CONCEPTOS QUE RECORREN LOS TRES VOLUMENES

EL ALGORITMO DE EUCLIDES. El algoritmo de Euclides (AE), es un método para calcular el máximo común divisor de dos números enteros. Es interesante observar como se puede obtener provecho pedagógico a un método inventado por los griegos hace más de dos mil años. Este antiguo procedimiento había sido planteado en términos geométricos. Hoy se trabaja con la versión numérica. Knuth utiliza el AE para ilustrar su definición intuitiva de algoritmo. Por supuesto utiliza las operaciones aritméticas en su ilustración. Más adelante al tratar de ilustrar otra definición, esta un poco más formal, - la de Markov -, reproduce de manera inesperada la demostración de Euclides, pero esta vez es la antigua, la original, la geométrica, la que aparece en el libro VII, proposiciones I y II. De esta manera el viejo y olvidado Euclides se convierte en informático.

En adelante el AE se incorpora a los conceptos relacionados con los números primos, los números de Fibonacci y en general a la teoría de números. Pero

0,1,1,2,3,5,8,13,....., en la cual cada número es la suma de los dos precedentes. La serie de Fibonacci está conectada al algoritmo de Euclides para encontrar el máximo común divisor de dos números, por allí a toda la teoría de números y por esa vía a los problemas modernos de computación y de optimización.

RAMANUJAN. (1887 - 1920). Matemático hindú. Uno de los fuertes de Knuth es el trabajo con expresiones asintóticas, o sea la suma de una serie en términos de funciones conocidas. Para estudiar el comportamiento de un algoritmo de clasificación es necesario evaluar expresiones tales como:

$$Q(n) = 1 + \frac{n-1}{n} + \frac{n-1 \cdot n-2}{n \cdot n} + \frac{n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{n \cdot n \cdot n} + \dots$$

En 1912 Ramanujan propuso sin demostración que:

$$Q(n) = \frac{n! e^n}{2 n^n} - \frac{1}{3} - \frac{4}{135 n} + \frac{8}{2835 n^2} - \dots$$

Esta, como todas las fórmulas que propuso resultaron ciertas. El cuaderno de notas de Ramanujan en el cual consigna cientos de fórmulas, integrales, series infinitas y fracciones continuas ha mantenido ocupados a varios matemáticos durante 60 años, quienes sucesivamente han pretendido "editar" el cuaderno de notas, (10). Dos matemáticos británicos muestran cómo una de estas fórmulas les permitió elaborar un algoritmo para encontrar el valor de pi, con una precisión de cientos de millones de dígitos.

SIMON NEWCOMB. Astrónomo americano del siglo pasado y aficionado al juego de cartas. Se proponía diferentes formas de solitarios, pero tenía cuidado de analizar el comportamiento del juego en términos de probabilidades. Planteó alternativas, algunas las resolvió, otras quedaron sin respuesta. Muchos años más tarde algunas de sus conjeturas fueron recogidas cuando se estudiaba el desempeño de los algoritmos de clasificación.

RICHARD BELLMAN. Autor del libro "Programación Dinámica". En este texto aparecen a final de capítulo un grupo de problemas bajo el encabezamiento de "Ejercicios y Problemas de Investigación". El autor, -Bellman-, coloca en medio de ejercicios simples, problemas que no han sido resueltos, pero no le advierte al lector. Algún estudiante pasó meses resolviendo un problema creyendo por supuesto que se trataba de una investi-

gación. Lo que hacía realmente era resolver un problema de modesta dificultad. Así es la programación dinámica, una de las materias más complejas en el área de las matemáticas aplicadas. Es una bella disciplina pero difícil como pocas. Deja por lo general un estrecho rendimiento económico. Como cabe esperarse la programación dinámica tiene muy poco éxito en Colombia.

KARL PEARSON. Autor de la primera versión del estadígrafo chi-cuadrado, la popular prueba estadística. Permaneció durante dos semanas en el casino de Monte Carlo estudiando los resultados de la famosa ruleta que había causado tantas ruinas y suicidios. Estaba interesado en la "honestidad" de la ruleta. Nada mejor para probar su famosa prueba estadística, que observar una larga corrida y compararla con los valores esperados en condiciones de completa aleatoriedad. Eso fué exactamente lo que hizo, solo para encontrar luego de largos cálculos que la ruleta bajo estudio se comportaba de manera "no canónica", por decir lo menos. Este resultado, inesperado para Pearson, no constituía una fatalidad para la multitud de jugadores que se agolpaban tras la mesa de juego procurando desentrañar los misteriosos mecanismos de la máquina, según se relata en forma magistral en la novela "El jugador" de Dostowieski.

ANEXO - 2

ALGUNOS CONCEPTOS QUE RECORREN LOS TRES VOLUMENES

EL ALGORITMO DE EUCLIDES. El algoritmo de Euclides (AE), es un método para calcular el máximo común divisor de dos números enteros. Es interesante observar como se puede obtener provecho pedagógico a un método inventado por los griegos hace más de dos mil años. Este antiguo procedimiento había sido planteado en términos geométricos. Hoy se trabaja con la versión numérica. Knuth utiliza el AE para ilustrar su definición intuitiva de algoritmo. Por supuesto utiliza las operaciones aritméticas en su ilustración. Más adelante al tratar de ilustrar otra definición, esta un poco más formal, - la de Markov -, reproduce de manera inesperada la demostración de Euclides, pero esta vez es la antigua, la original, la geométrica, la que aparece en el libro VII, proposiciones I y II. De esta manera el viejo y olvidado Euclides se convierte en informático.

En adelante el AE se incorpora a los conceptos relacionados con los números primos, los números de Fibonacci y en general a la teoría de números. Pero

como ocurre con todas las ideas, alguien se preguntó si se podría encontrar un mejor algoritmo para encontrar el MCD de dos números. Se obtuvo una respuesta típica de la época en 1962. Si, para los computadores. Resulta que si se representa en binario un número, al dividir por dos no es necesario hacer realmente la división. Simplemente se pierde el último dígito. Este simple detalle mejora, no radicalmente, pero mejora en algo el desempeño en el cálculo del MCD. Nadie ha dicho la última palabra sobre el algoritmo de Euclides. Si no lo cree, encuentre Ud. entonces el valor esperado del número de iteraciones para calcular el $\text{mcd}(a,b)$, para valores de a y b enteros, menores que n .

LA FUNCION GENERADORA. La función generadora, FG, o funciones gereradoras, mejor, ya que se trata de una clase de funciones, constituyen un mecanismo para la solución de problemas de tipo probabilístico o combinatorio. Una función generadora, por ejemplo, resume de la mejor manera posible una asignación de probabilidades de una variable aleatoria. Todo lo que hay que saber de una variable aleatoria se encuentra en su función generadora.

La práctica normal, lo que se hace en los cursos de probabilidad y lo que muestran multitud de textos americanos sobre el tema es el método de encontrar la FG a partir de la distribución de probabilidades. En este caso sirve como propósitos de documentación y para demostrar el teorema del límite central. Pero no más de allí.

El trabajo normal que se realiza en ingeniería y en ciencias para el estudio de un fenómeno aleatorio, consiste a grades rasgos en, a partir de un modelo y la definición de una o más variables aleatorias emprender la búsqueda de su función de densidad o función de probabilidad con base en supuestos teóricos y/o experimentales. Un trabajo valioso sin duda. Pero ocurre que en el análisis de algoritmos, así sean estos muy simples, se encuentran situaciones de cierta complejidad que hacen muy difícil encontrar la función de probabilidad por métodos directos.

A lo largo del "Arte de la programación de computadores", Kuth propone otro camino. Le indica al lector que primero intente encontrar la función generadora. Parece fácil, pero es un proceso complejo. Lo que sugiere es un cambio de lenguaje. Se trata de observar los problemas desde un plano diferente, inusual para el lector corriente. Pero si se hace, se consigue una recompensa. La mejor, por tal camino se podrían encontrar los hilos históricos.

Los grandes matemáticos del pasado Euler, Gauss,

Poincaré y del presente como Von Newmann, Ramanujan y muchos otros trabajaban de la manera más familiar en este plano. Esta es una forma, no la única, de vincular la historia de la matemática a las ciencias de la computación.

Una vez que se ha encontrado la función generadora de una variable aleatoria, se puede recorrer el camino inverso, o sea, explicar en términos probabilísticos y/o combinatorios los resultados logrados con la función generadora. La teoría de la probabilidad y el análisis combinatorio son sujetos entonces a fuertes jalonazos. Pero es desde el punto de vista educativo que estas sugerencias surtan el máximo efecto. Algunos estudiantes sienten indescriptibles sensaciones relacionadas con descargas de adrenalina cuando entienden situaciones como éstas. Es el efecto del arte. Es allí donde Knuth es un maestro.

LOS NUMEROS ALEATORIOS. Los programadores de computadores a partir de 1950 le han puesto trabajo a un buen número de matemáticos. No se crea que todas las preguntas han sido contestadas. Algunos programadores en su impaciencia por obtener respuestas rápidas se convirtieron en matemáticos. Algunos matemáticos, al no poder responder satisfactoriamente estas preguntas se convirtieron en programadores. En computación es más fácil preguntar que responder.

Nada mejor para ilustrar estas simples ideas que la historia reciente de los números aleatorios. Vamos a contarla a grandes rasgos.

Primero el éxito de las teorías que involucran el azar en la física. Luego en la biología. Luego en toda la ciencia.

Segundo, la dificultad de resolver por medios analíticos los modelos probabilísticos basados en estas teorías.

Tercero la aparición del computador digital.

En estos momentos empieza la interacción programador - matemático.

El gran programador y matemático Von Newmann recogiendo las experiencias, tal vez de los geometras franceses, estilo Buffon, propuso que dada la velocidad de cálculo de los computadores digitales se podrían resolver algunos problemas al desmenuzarlos en sus propiedades microscópicas, y al repetir estas experiencias, un número suficientemente grande de veces podría ser razonable elaborar algunas conclusiones sobre sus propiedades generales. Es el origen de los métodos de Monte Carlo.

Se requería entonces encontrar algoritmos para generar

números aleatorios en el computador digital. Cómo encontrar un algoritmo que fuera eficiente y que suministrara números uniformes e independientes entre cero y uno. La respuesta la conocía ya Von Neumann. No se puede. Pero que más da, como complementa Knuth, lo importante no es que sean aleatorios sino que lo parezcan. Estas ideas motivan a un numeroso grupo de matemáticos a elaborar algoritmos, a demostrar teóricamente sus propiedades, y a demostrar la independencia estadística para los métodos de generación. En el proceso de esta elaboración los matemáticos encuentran que es posible "pasear" por todos los números enteros menores que un número posiblemente muy grande, visitándolos una y una sola vez, y haciendo que esta caminata parezca aleatoria.

De esta manera se llega a una receta que a juicio de expertos constituye uno de los aportes de estos nuevos "científicos de la computación". Generar tal caminata es simple. Basta usar la siguiente fórmula, que había sido ya planteada en los trabajos de Gauss y de Euler:

$$X_{n+1} = (A \cdot X_n + C) \bmod M$$

La sucesión pedida es $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots, X_{M-1}$

Donde: M es el módulo, puede ser tan grande como la palabra de un computador, A y C son constantes.

Un teorema que se puede enunciar en tres líneas gastó varios años de trabajo. La fórmula genera todos los posibles números si y solo si:

- i) C y M son primos relativos.
- ii) $A - 1$ es múltiplo de p , para cada primo p que divide a M
- iii) $A - 1$ es múltiplo de 4, si m es múltiplo de 4.

Estas formas de generación pasaban satisfactoriamente todas las pruebas estadísticas que se habían construido para asegurar independencia y aleatoriedad. Pero los estadísticos se encontraban insatisfechos. Cómo así, se preguntaban, una fórmula que a todas luces es determinística, con un X_0 que es un valor dado, se puede concluir que es una serie aleatoria. Algo estaba incompleto es su teoría. Había que tumbar esos métodos

desde el punto de vista estadístico. Empezó un trabajo que no ha concluido. En el camino se han encontrado las llamadas pruebas espectrales. Pero aún estas son bondadosas en cuanto a los métodos de generación congruencial. El proceso no ha concluido.

BIBLIOGRAFIA Y NOTAS

1. D. Knuth. The art of computer programming. Vol. 1. Fundamental Algorithms. Addison Wesley. 1968.
2. D. Knuth. idem. Vol. 2. Seminumerical Algorithms. A.W., 1973.
3. D. Knuth, idem. Vol. 3. Sorting and searching. A.W., 1973. Traducida al español por Reverté.
4. D. Knuth, Computer programming as an art, Comm. of ACM, Diciembre de 1974.
5. Knuth suministra en el primer capítulo una definición algo más formal sobre algoritmo. Es la definición de Markov. Al final de cuentas todas las definiciones de algoritmo conducen a la definición de la máquina de Turing.
6. Las referencias a estos artículos se pueden observar en Communications of ACM, Journal of math. computing, IEEE transactions on math. Software. Además Knuth analiza diferentes juegos de cartas, solitarios y aspectos de magia. Aunque en la obra tiene limitadas referencias a aspectos musicales, en artículos diversos estudia formas de codificación musical.
7. Boletín estadístico del ICFES.
8. Ejemplos el cálculo de Thomas, la física de Sears y Zemanski, la termodinámica de Smith, el Handbook de Perry, la cinética química de Smith, y otros.
9. Se hace referencia exclusiva a Univalle.
10. Borwein and Borwein; Ramanujan and π ; Scientific American, Feb. 1988.