



COMPRENSIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS ESCOLARES
RELACIONADAS CON LA ACTIVIDAD AGRÍCOLA DEL
CORREGIMIENTO DE TOCHECITO



OSCAR EDUARDO OCHOA BENÍTEZ

LEONARDO ESPINOSA CÁRDENAS

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

SANTIAGO DE CALI 2019



COMPRENSIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS ESCOLARES
RELACIONADAS CON LA ACTIVIDAD AGRÍCOLA DEL
CORREGIMIENTO DE TOCHECITO



OSCAR EDUARDO OCHOA BENÍTE CÓDIGO: 1604263

LEONARDO ESPINOSA CÁRDENAS CÓDIGO: 1604270

TESIS DE MAESTRÍA PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN CON
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TUTOR
MG. DEISY ZEMANATE CUELLAR

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

SANTIAGO DE CALI 2019



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÁREA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ACTA DE SUSTENTACIÓN

FECHA DE LA SUSTENTACIÓN: *Santiago de Cali, 31 de Mayo de 2019*

ESTUDIANTE: OSCAR EDUARDO OCHOA BENITEZ - CÓDIGO: 1604263
LEONARDO ESPINOSA CÁRDENAS - CÓDIGO: 1604270

TÍTULO DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN:

**"COMPRENSIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS ESCOLARES
RELACIONADAS CON LA ACTIVIDAD AGRÍCOLA DEL
CORREGIMIENTO DE TOCHECITO"**

DIRECTOR DE TESIS: *Profesora DEISY ZEMANATE CUÉLLAR*

EVALUADORES: *Profesor GABRIEL CONDE ARANGO*
Profesor DIEGO DÍAZ ENRÍQUEZ

COMENTARIOS DE LOS JURADOS

*Resaltar la actividad desarrollada en el contexto en el cual
se aplicó la feria y los hallazgos obtenidos.*

APROBADO

Y

APLAZADO

—

RECHAZADO

—

Henry Giovany Cabrera C.
Prof. HENRY GIOVANY CABRERA CASTILLO
Subdirector de Investigaciones y Posgrados

Gabriel Conde Arango
Prof. GABRIEL CONDE ARANGO
Jurado Evaluador

Deisy Zemanate Cuéllar
Prof. DEISY ZEMANATE CUÉLLAR
Directora de Tesis

Diego Díaz Enríquez
Prof. DIEGO DÍAZ ENRÍQUEZ
Jurado Evaluador

Agradecimientos

Agradecemos especialmente a las instituciones que hicieron posible este trabajo de profundización. Al Ministerio de Educación Nacional y su programa de becas para la excelencia docente promovido en el gobierno de Juan Manuel Santos. Al Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, en particular a la Mg. Deysi Zemanate Cuellar quien fue guía en la realización de este trabajo. A la I. E. Alto Rocío del municipio de Tuluá en cabeza de la rectora Mg. Isabel C. Gómez quien siempre brindó su colaboración.

Leonardo Espinosa Cárdenas & Oscar Eduardo Ochoa Benítez

Los más sinceros agradecimientos a mi familia, siempre presentes en el día a día. A mi madre Ruth Mirian Cárdenas; mi abuela querida María Concepción Pulido; mi Tía Graciela Cárdenas y mi primo Kevin Cárdenas, quienes son la inspiración para seguir adelante. A Melissa Rojas por su apoyo, su amor incondicional y paciencia. Quiero rendir un sentido homenaje en memoria de mi Tía Amparo Cárdenas quien nos dejó prematuramente. A todos muchas gracias.

Leonardo Espinosa Cárdenas

Primero agradezco a Dios por permitirme alcanzar un nuevo logro académico en mi vida. A mi familia que siempre me han apoyado para salir adelante. A Kimberly mi esposa por el apoyo y comprensión durante todo el tiempo de la Maestría, Mi hijo Miguel Ángel que siempre tenga en cuenta que la perseverancia tiene sus frutos y a mi pequeña hija Sophia que es mi inspiración para salir adelante
gracias a todos

Oscar Eduardo Ochoa Benítez

Resumen

El presente trabajo indaga por el nivel de comprensión de gráficas estadísticas que alcanzan los estudiantes de grado noveno de una institución Educativa oficial de la zona rural de Tuluá Valle del Cauca. Se establecen algunos conocimientos matemáticos, didácticos y curriculares para la construcción de rejillas denominadas la obra matemática y didáctica local en torno a la comprensión de gráficas estadísticas. Estas obras se articulan con el cultivo y la comercialización del café desde el diseño de una propuesta de aula que moviliza la comprensión de gráficas estadísticas y se relacionan los resultados obtenidos en el desarrollo de la propuesta puesta en acto con los niveles de comprensión de gráficas estadísticas propuestas por Curcio y Bright (2001). Para la construcción de la obra matemática se propone como fundamento conceptual la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) ya que se tienen en cuenta no solo los objetos matemáticos o la didáctica como tal, sino que se trata de dar cuenta de la mayor cantidad de factores que participan de la actividad matemática. Este trabajo utiliza un enfoque cualitativo y descriptivo.

Palabras clave: Niveles de comprensión, gráficas estadísticas escolares, obra matemática, obra didáctica.

Abstract

The present work investigates by the level of understanding of statistical graphs that reach the ninth grade students of an official educational institution of the rural area of Tuluá Valle del Cauca. Some mathematical, didactic and curricular knowledge is established for the construction of grids called the local mathematical and didactic work around the understanding of statistical graphs. These works are articulated with the cultivation and marketing of coffee from the design of a classroom proposal that mobilizes the understanding of statistical graphs and relates the results obtained in the development of the proposal put into effect with the levels of understanding of statistical graphs proposed by Curcio and Bright (2001). For the construction of the mathematical work is proposed as the conceptual foundation of the Anthropological Theory of the Didactic as it is taken into account not only mathematical objects or didactics as such, but it is to account for the largest number of factors that participate in the mathematical activity. This work uses a qualitative and descriptive approach.

Keywords: Levels of understanding, graphic statistics, mathematical work, didactic work.

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1 EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	18
1.1 Planteamiento del problema	18
1.2 Justificación	24
1.3 Objetivos	31
1.4 Antecedentes	32
 CAPÍTULO 2 MARCO CONCEPTUAL.....	 41
2.1 Comprensión de gráficas estadísticas	41
2.2 Gráficas estadísticas escolares.....	46
2.2.1 Perspectiva Matemática	47
2.2.2 Perspectiva Didáctica.....	52
2.3 Teoría Antropológica de lo Didáctico	60
 CAPÍTULO 3 METODOLOGIA E INSTRUMENTOS.....	 64
3.1 Enfoque Metodológico.....	64
3.2 Marco contextual.....	68
3.3 Referentes curriculares.....	72
3.3.1. Lineamientos Curriculares	73
3.3.2. Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas.....	75
3.3.3. Derechos básicos de aprendizaje de Matemáticas (DBA)	78

3.3.4. Plan Educativo Institucional (PEI)	80
CÁPITULO 4 RESULTADOS Y CONCLUSIONES	90
4.1 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 1 Tablas (Lectura de datos)	102
4.2 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 2 Tablas (Lectura entre datos)	107
4.3 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 1 gráfico de barras (Lectura de datos)	116
4.4 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 2 gráfico de barras (Lectura entre los datos).	120
4.5 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 1 gráfico circular (Lectura de datos)	121
4.6 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 2 gráfico circular (Lectura entre de datos)	123
4.7 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 2 histograma (Lectura entre de datos)	125
4.8 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 3 tablas, gráfico de barras, gráfico circular e histogramas (Leer más alla de los datos)	129
5.Conclusiones	133
6. Reflexiones	137
7. Referencias.....	139
8. Anexos	146

Lista de tablas

Tabla 1. Porcentaje de desempeño de los estudiantes de grado 9 de la I.E. Alto Rocío en las pruebas Saber 2015.....	20
Tabla 2. Porcentaje de desempeño de los estudiantes de grado 9 de la I.E. Alto Rocío en las pruebas Saber 2016.....	21
Tabla 3. Relación entre la magnitud del terreno y producción de café.....	70
Tabla 4. Relación de magnitudes	70
Tabla 5. Relación entre plaza de tierra, abono y costo.....	71
Tabla 6. Variables de la comercialización del café.....	71
Tabla 7. Costo de transporte Tohecito – Sevilla.....	72
Tabla 8. Estándares básicos de aprendizaje coherencia vertical y horizontal.....	77
Tabla 9. Rejilla curricular. Tarea 1.....	82
Tabla 10. Rejilla curricular. Tarea 2.....	83
Tabla 11. Rejilla curricular. Tarea 3.....	84
Tabla 12. Rejilla Obra Matemática. Tarea 1.....	85
Tabla 13. Rejilla Obra matemática. Tarea 2.....	86
Tabla 14. Rejilla Obra matemática. Tarea 3.....	87
Tabla 15. Rejilla Obra Didáctica. Tarea 1.....	87

Tabla 16. Rejilla Obra Didáctica. Tarea 2.....	88
Tabla 17. Rejilla Obra Didáctica. Tarea 3.....	88
Tabla 18. Tabulación de datos. Situación 1.....	91
Tabla 19. Tabulación de datos situación 2.....	97

Lista de figuras

Figura 1. "Carta figurativa de las sucesivas pérdidas de hombres de la armada francesa en la campaña de Rusia en 1812-1813"	33
Figura 2. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	103
Figura 3. (S1-A1) Fuente: estudiante.....	104
Figura 4. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	104
Figura 5. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	105
Figura 6. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	105
Figura 7. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	106
Figura 8. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	106
Figura 9. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	107
Figura 10. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	108
Figura 11. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	108
Figura 12. (S1- A1) Fuente: estudiantes.....	108
Figura 13. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	109
Figura 14. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	111
Figura 15. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	111

Figura 16. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	111
Figura 17. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	112
Figura 18. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	112
Figura 19. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	113
Figura 20. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	113
Figura 21. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	114
Figura 22. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	114
Figura 23. (S2- A1) Fuente: estudiantes.....	115
Figura 24. (S2- A3) Fuente: estudiantes.....	115
Figura 25. (S2- A3) Fuente: estudiantes.....	115
Figura 26. (S2- A3) Fuente: estudiantes.....	116
Figura 27. (S2- A3) Fuente: estudiantes.....	116
Figura 28. (S2- A3) Fuente: estudiantes.....	116
Figura 29. (S2- A2) Fuente: estudiantes.....	117
Figura 30. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	117
Figura 31. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	118
Figura 32. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	118

Figura 33. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	118
Figura 34. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	119
Figura 35. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	119
Figura 36. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	119
Figura 37. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	119
Figura 38. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	120
Figura 39. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	121
Figura 40. (S1- A2) Fuente: estudiantes.....	121
Figura 41. (S1- A3) Fuente: estudiantes.....	121
Figura 42. (S1- A3) Fuente: estudiantes.....	122
Figura 43. (S1-A3) Fuente estudiante.....	122
Figura 44. (S1-A3) Fuente estudiante.....	122
Figura 45. (S1-A3) Fuente estudiante.....	123
Figura 46. (S1-A3) Fuente estudiante.....	124
Figura 47. (S2-A2) Fuente estudiante.....	126
Figura 48. (S1-A3) Fuente estudiante.....	126
Figura 49. (S2-A1) Fuente estudiante.....	127

Figura 50. (S1-A3) Fuente estudiante.....	128
Figura 51. (S2-A2) Fuente estudiante.....	129
Figura 52. (S2-A2) Fuente estudiante.....	130
Figura 53. (S2-A2) Fuente estudiante.....	130
Figura 54. (S2-A2) Fuente estudiante.....	130
Figura 55. (S2-A2) Fuente estudiante.....	132

Lista de anexo

Situación 1. (Actividades 1, 2, 3).....	146
Situación 2. (Actividades 1,2,3,)	154
Cuestionario socioeconómico	162

INTRODUCCIÓN

Este trabajo se inscribe dentro de la línea de Didáctica de la Matemática específicamente en Estadística descriptiva donde se pretende identificar los niveles de comprensión de gráficas estadísticas escolares (tablas de frecuencia, gráficos de barras y circulares e histogramas), que alcanzan los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Alto Roció del corregimiento de Tohecito relacionado con el cultivo y comercialización del café.

El manejo de la información y lectura de los instrumentos utilizados para ello, es fundamental para el aprendizaje de la estadística. El Ministerio de Educación Nacional (MEN) da algunas sugerencias de cómo afrontar la enseñanza y aprendizaje de la estadística en la escuela, las cuales están expresadas en los Lineamientos Curriculares (1998) y Estándares Básicos de Competencias para el área de Matemáticas (2006). Una de esas sugerencias es que el pensamiento estadístico se desarrolle con datos del entorno, pues esto facilita el aprendizaje de los estudiantes. Al trabajar con gráficas que representen problemas concretos de del entorno es posible que estos le permitan diversificar las representaciones que tiene de una misma situación problemática. De esta manera, al tiempo que los estudiantes aprenden estadística reconocen los problemas de su comunidad. Así mismo, se espera que al trabajar estadística en diferentes áreas del conocimiento los estudiantes puedan ingresar a la “cultura estadística” tal y como lo propone Gal (2002, p. 2).

En el capítulo 1 se presenta el problema de investigación, en este se incluyen algunos antecedentes, como por ejemplo el trabajo de investigación Fernández y Morais (2011) “Lectura

e interpretación de graficas estadísticas en estudiantes 9° grado de escolaridad”; el trabajo de Estrella y Olfos (2012) “La taxonomía de comprensión gráfica de Curcio a través del gráfico de Minard: una clase en séptimo grado”, entre otros estudios que tienen en cuenta los niveles de comprensión gráfica de Curcio aplicados a estudiantes de secundaria. Igualmente, en este capítulo se presenta la justificación y los objetivos de la investigación.

En el Capítulo 2 se presenta el marco teórico, en el cual se desarrollan el conjunto de teorías y conceptos que brindan el sustento a la investigación. Un aspecto fundamental es la comprensión de graficas estadísticas propuestas por Curcio (2001) donde se destacan tres niveles de comprensión: leer los datos, leer entre los datos y leer más allá de los datos. Otro aspecto fundamental son los aportes de la Teoría Antropológica de lo Didáctico TAD que permite organizar los conocimientos matemáticos y didácticos que moviliza una propuesta como la desarrollada desde las obras matemática y didáctica en este trabajo. Un aspecto teórico necesario en este engranaje conceptual son los conocimientos disciplinares relacionados con las gráficas estadísticas escolares.

En el capítulo 3 se presenta la metodología utilizada. Este es un trabajo con un enfoque cualitativo y descriptivo, busca detallar, por medio de unos tipos de tareas, las características que permiten afirmar en qué nivel de comprensión de gráficas estadísticas se encuentran los estudiantes. Los instrumentos que se utilizan son rejillas construidas desde la Teoría antropológica de lo didáctico TAD que tienen en cuenta los aspectos didácticos, matemáticos y curriculares, donde se involucra el cultivo y la comercialización del café. Este trabajo se lleva a cabo en tres fases donde cada una responde a los objetivos planteados en la investigación.

En la primera fase se analiza la parte curricular: los lineamientos, estándares del MEN, el PEI de la institución, Derechos Básicos de Aprendizaje DBA y la malla curricular Municipal, desde los cuales se construyen las rejillas que permiten construir los objetivos que van a orientar la construcción de las tareas. En la segunda fase se realiza la contextualización que permite conocer y extraer los datos del entorno para conocer la actividad agrícola de la región, esto permite diseñar las situaciones incluidas en la propuesta de aula. En la tercera fase se aplica dicha propuesta y se analizan los resultados obtenidos durante su implementación.

En el cuarto capítulo se presentan los análisis de la información obtenida por medio de la aplicación de la propuesta de aula. Esta se analiza teniendo en cuenta el nivel que la pregunta evalúa (leer los datos, leer entre los datos y leer más allá de los datos), diferenciando de acuerdo al tipo de representación gráfica (tablas, gráficos de barras, gráficos circulares e histogramas). Las respuestas de los estudiantes se organizan considerando los tipos de respuestas que dan. En la Tabla 19 y 20 se puede observar el tipo de respuesta, de izquierda a derecha, según se acerque o logre el nivel correspondiente, siendo la columna de la izquierda la que más se acerca al nivel evaluado mientras que la columna de la derecha es la que más se aleja del nivel evaluado.

Por último, en este capítulo se presentan las conclusiones. En primer lugar, es importante señalar que trabajar con datos del entorno, permite que los estudiantes realicen inferencias, pues poseen una praxis que les permite hablar con propiedad de un tema que conocen como lo es caficultura. Sin embargo, para esta propuesta no es suficiente trabajar con datos del entorno para lograr una comprensión gráfica, sino que se debe trabajar previamente en el conocimiento de la

estructura básica de los gráficos; igualmente los estudiantes necesitan tener herramientas para realizar operaciones matemáticas básicas, también deben apropiarse de algunos conceptos estadísticos como Muestra, Variable, entre otros y reconocer las medidas de tendencia central.

Al final del trabajo se hacen algunas reflexiones en torno a la parte curricular, prácticas de aula, sobre la necesidad de incluir gráficos estadísticos en otras áreas del conocimiento y sobre todo, una reflexión en la actitud del docente en el aula en relación con su quehacer y el quehacer del estudiante, pues es importante reconocer qué y cómo argumentan los estudiantes al resolver las diferentes situaciones.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Planteamiento del problema

En la actualidad la estadística ha cobrado gran importancia en los currículos escolares debido al gran flujo de información que circula con los avances tecnológicos y las telecomunicaciones. Begg (citado por Batanero, 2000. p.2) señala que la estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, uso de ordenadores, trabajo cooperativo y en grupo, a las que se da gran importancia en los nuevos currículos. Sin embargo, esto no ha sido suficiente para abordar su enseñanza de manera contextualizada e interdisciplinar.

En primer lugar, al parecer, la estadística ha recibido hasta la fecha menos atención que otras ramas de las matemáticas, su enseñanza carece en muchas ocasiones de una metodología que involucre al estudiante, al igual que pueda favorecer el trabajo colaborativo orientado a la solución de problemas con temas de interés para ellos, donde se aprenda explorando, investigando y adquiriendo conocimiento en su propio contexto.

En segundo lugar, los conceptos estadísticos son utilizados por diversas disciplinas como Ciencias Sociales, Biología, Medicina, Geografía y Economía, entre otras. En estas, los profesores sin formación en pensamiento estadístico, se ven obligados a enseñar estadística para abordar temas, como es el caso de las Ciencias Sociales, relacionados con el crecimiento demográfico, PIB, comportamiento económico y medio ambiente. Como consecuencia de esto se evidencian dificultades en los estudiantes para interpretar gráficas y tablas estadísticas. Pues la interpretación de los gráficos es una habilidad altamente compleja y algunos profesores que utilizan los gráficos estadísticos carecen de formación como lo muestran algunos estudios como Espinel (2007) donde se refleja la falta de conocimientos de profesores en formación de básica primaria para construir histogramas y la dificultad para interpretar la información estadística contenida en él.

Curcio (1989) describe tres niveles distintos de comprensión de los gráficos: “Leer en los datos, leer dentro de los datos y leer más allá de los datos”. Se espera que los estudiantes, al finalizar su escolarización, hayan alcanzado el último nivel. En consecuencia, la no comprensión e interpretación de gráficos estadísticos disminuye la posibilidad de los estudiantes para participar activamente en la vida social y económica de su comunidad, pues la estadística cada día adquiere más importancia en la vida cotidiana, al ser un sistema de pensamiento que potencia y cualifica el quehacer del ser humano al permitirle interpretar datos, que, de una forma u otra, representan la realidad que los afecta.

De acuerdo a lo descrito anteriormente se ha identificado en la I.E. Alto Rocío, del municipio de Tuluá, a partir de la experiencia docente y de los deficientes resultados en las pruebas saber

del grado noveno, en los años 2015 y 2016, que cerca del 50% de los estudiantes no usa ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación. Así mismo, hay dificultades en los estudiantes al momento de reconocer las medidas de tendencia central: media, mediana y moda entre otros aspectos importantes del pensamiento estadístico y sistemas de datos.

A continuación, se presentan los porcentajes de acuerdo a las competencias de comunicación, razonamiento y resolución. En la Tabla 1 se muestra el desempeño en el manejo de los sistemas de datos y medidas de tendencia central en el año 2015, en la Tabla 2 se muestran los desempeños correspondientes al año 2016.

Tabla 1: Porcentaje de desempeño de los estudiantes de grado 9° de la I.E. Alto Rocío en la prueba Saber 2015.

2015		
comunicación	Razonamiento	Resolución
50% de los estudiantes no usa y relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación	El 44% de los estudiantes no reconoce la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicita sus diferencias en distribuciones diferentes.	67% de los estudiantes no resuelve y formula problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular.
	El 78% de los estudiantes no establece conjeturas y verifica hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad.	56% de los estudiantes no resuelve problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos.
	78% de los estudiantes no usa	

modelos para discutir acerca de
la probabilidad de un evento
aleatorio

Tabla 2: Porcentaje de desempeño de los estudiantes de grado 9 de la I.E. Alto Rocío en la prueba Saber 2016.

Comunicación	Resolución
El 50% de los estudiantes no compara, usa e interpreta datos que provienen de situaciones reales ni traduce entre diferentes representaciones de un conjunto de datos.	83% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas en diferentes contextos, que requieren hace inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes.
33% de los estudiantes no reconoce la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos ni explicita sus diferencias en distintas distribuciones.	66% de los estudiantes no resuelve problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos
33% de los estudiantes no reconoce relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos ni analiza la pertinencia de la representación.	16% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular.

Algunas de las conclusiones más importantes de este informe oficial de los dos últimos años son: que para el 2015 el 67% de los estudiantes no resuelve y formula problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular; mientras que para el 2016 este porcentaje mejoró llegando a un 16% de estudiantes con este mismo problema. No obstante, así haya mejorado el indicador el problema persiste, ya que, si se tiene en cuenta que para 2015 y 2016 el 50% de los estudiantes no compara, usa e interpreta datos que provienen de situaciones reales, ni traduce entre diferentes representaciones de un conjunto de datos, es señal de que la dificultad de interpretación de tablas y graficas estadísticas persiste en un alto número de estudiantes que no logra representar de manera apropiada los datos obtenidos. Otro indicador de esta problemática es que para el 2016 el 83% de los estudiantes no resuelve ni

formula problemas en diferentes contextos, que requieren hacer inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes.

Así mismo, otra situación que afecta la interpretación de gráficas y tablas estadísticas es que los estudiantes tienen dificultades con las medidas de tendencia central, por ejemplo, en 2016 el 33% de los estudiantes no reconoce las medidas de tendencia central: media, mediana y moda ni logra relacionarlas con base en un conjunto de datos. En este mismo sentido, para 2015 el 56% de los estudiantes no resuelven problemas que requieren el cálculo e interpretación de estas medidas para analizar el comportamiento de un conjunto de datos, porcentaje que para el 2016 aumenta a un 66%, evidenciando una profundización de la problemática. Otro dato importante, en cuanto a la dificultad del uso de estas medidas, es que el 44% de los estudiantes no reconoce la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicita sus diferencias en distribuciones diferentes. Las medidas de tendencia central se consideran en este trabajo de investigación sólo desde la interpretación de datos agrupados, pues de un buen manejo de ellas se desprende en muchas ocasiones, una buena interpretación de gráficas y tablas.

Por otra parte, en el área de Ciencias Sociales se evidencian desde la experiencia de los autores algunas falencias en la interpretación, comprensión y análisis de tablas y gráficos estadísticos en situaciones propias de esta disciplina. Estas dificultades pueden estar relacionadas al poco, casi nulo, dominio conceptual de la estadística, probablemente al no construir estos recursos conceptuales, el estudiante presentará dificultad para la comprensión y análisis de cualquier tipo de información dada por medio de gráficas.

De acuerdo hasta lo aquí presentado, el problema de esta investigación apunta a las dificultades que tienen los estudiantes, del grado Noveno, con respecto a la comprensión de graficas estadísticas. Se propone relacionar el pensamiento estadístico, en particular los sistemas de datos, mediante la comprensión de gráficas estadísticas con temas de Ciencias Sociales, por medio de una propuesta de aula. Los estudiantes interpretaron datos de su entorno social, a partir de la actividad económica más representativa de la región el cultivo del café. Así pues, la pregunta que intenta responder esta investigación es **¿Qué nivel de comprensión de gráficas estadísticas escolares alcanzan los estudiantes del grado noveno de la IE Alto Roció al desarrollar una propuesta de aula que involucre procesos estadísticos en torno al cultivo y la comercialización del café?**

1.2 justificación

El manejo de la información y lectura de los instrumentos utilizados para ello, da origen a la creciente preocupación por el aprendizaje de la estadística tanto a nivel nacional como internacional; por un lado los Lineamientos Curriculares (1998) y Estándares Básicos de Competencias para el área de Matemáticas (2006) sugieren algunas pautas y recomendaciones, sobre la manera de abordar la enseñanza y aprendizaje de la estadística en la escuela tanto de manera general, como en cada tema específico, como es el caso de la representación de datos. En este sentido, propone que los alumnos se involucren en la recogida, organización y descripción de los datos, siendo capaces de construir, leer e interpretar gráficas, así como analizar tendencias y proponer conjeturas y predicciones a partir de los datos. “Estas actividades permiten además encontrar relaciones con otras áreas del currículo y poner en práctica conocimientos sobre los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas” (MEN, p. 47).

Es preciso señalar que la importancia de trabajar en estadística con problemas de diferentes áreas, como medicina, biología, psicología, entre otras, y en especial de las Ciencias Sociales radica en tres situaciones: primera: permite que el estudiante desarrolle pensamiento estadístico a partir de datos reales de su entorno; segunda: que al tiempo que aprende estadística conoce problemas propios de su comunidad y región; tercera: al interpretar y analizar tablas y gráficas estadísticas de problemas concretos, diversifica las representaciones que tiene de una misma situación o problema dado.

La primera situación permite que los estudiantes desarrollen pensamiento estadístico a través de datos reales de su entorno, con lo cual se espera que los conocimientos adquiridos, en ambas áreas, sean significativos para él. Según los Lineamientos curriculares uno de los objetivos de la renovación curricular es acercarse a los distintos campos de las matemáticas; entre ellas la estadística, desde una perspectiva sistémica que los comprendiera como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones.” (MEN, 1998. p 6). Para lograr este objetivo es indispensable desarrollar el pensamiento estadístico, en los estudiantes, a partir de datos que reflejan su cotidianidad y las relaciones que en ella se establecen. Estos datos están dados por los problemas propios de las ciencias sociales tales como demografía, economía, política entre otros.

Así mismo, de acuerdo con los Lineamientos Curriculares (MEN, p.17, 1998.) la estadística en la escuela debe procurar desarrollar procedimientos que le permita al estudiante proponer leyes, controlar y elaborar modelos que expliquen situaciones; que presentan múltiples variables y de efectos impredecibles, las cuales se consideran regidas por el azar, y por tanto denominadas aleatorias. Además, la estadística tiene un carácter globalizante al estar presente en la comprensión de fenómenos de la vida cotidiana y de las ciencias, haciendo énfasis en el tratamiento de situaciones no deterministas, en donde la recolección, la organización y la representación de los datos obedece a una intencionalidad que les dé sentido, que guíe su interpretación para la toma de decisiones y posteriores predicciones. Finalmente, proponen el desarrollo de la intuición sobre la probabilidad mediante valoraciones cualitativas y mediante la exploración de problemas reales que permitan la elaboración de modelos de probabilidad.

De acuerdo a lo anterior, las Ciencias Sociales son una de las ramas del conocimiento que provee insumos (situaciones, problemas y experiencias de la vida cotidiana y de las ciencias) que la estadística utiliza para que los profesores y estudiantes puedan llenar de sentido los conocimientos adquiridos. Además, permite que los estudiantes en su ejercicio de ciudadanos tomen decisiones informadas, con base en datos y hechos reales.

La segunda situación es que permite a los estudiantes conocer problemas de su comunidad y región. Al trabajar con datos de su entorno, los conocimientos construidos le permiten reconocer que la estadística expresa datos de un contexto particular y que pueden ser generalizados, de acuerdo a unas condiciones y características dadas. La importancia del contexto en la educación parte de lo planteado por el Ministerio de Educación Nacional al reconocer que

Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas. En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas surgen progresivamente técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente decantadas y compartidas. (2006, p.49-50)

y se expande hasta la realidad misma del estudiante que reconoce que lo aprehendido en la escuela se manifiesta en la cotidianidad, permitiéndole comprender problemas que lo aquejan a él y a su comunidad y que en la mayoría de casos se espera que él pueda aportar a la solución de

los mismos. De esta manera, los conocimientos aprehekidos¹ en estadística y en ciencias sociales no se quedan en problemas internos de cada cuerpo teórico, sino que trascienden a lo externo, a la sociedad, donde como ciudadano está llamado a aportar en la construcción de un mejor país.

La tercera situación apunta a que con esta forma de trabajo el estudiante, sin proponérselo, podría analizar y comprender gráficas al igual que tablas estadísticas. Los problemas propuestos en las Ciencias Sociales al ser contextualizados proveerán datos concretos que han de ser presentados en diversos sistemas de representación usados en la estadística. La información obtenida del contexto no se queda sólo en el dato, sino que ha de ser formalizada; es decir, llevada a otro tipo de representación, que para este caso son las tablas y gráficas estadísticas para posteriormente ser analizadas y obtener conclusiones y predicciones que contribuyan a la comprensión del problema estudiado.

Para Duval (2004) el aprendizaje de las matemáticas requiere que el estudiante pase del lenguaje natural a sistemas de representación y de expresión distintos a este. Este paso no es sencillo, aunque si esencial en la formación matemática de los estudiantes, y no compete solamente al dominio de esta área, sino que apunta a la naturaleza misma del funcionamiento cognitivo del ser humano.

Trabajar en Estadística con problemas de las Ciencias sociales permite que el estudiante se mueva entre varios sistemas de representación, que pueda interactuar entre el lenguaje natural, el

¹Conocimientos que el estudiante ha hecho suyos, los ha construido, forman parte de él, pues ha logrado dar cuenta del proceso de aprendizaje y el papel activo que asume como parte de este proceso, él es parte del resultado por tal motivo el conocimiento tiene sentido y es altamente significativo.

científico y el estadístico. Es muy probable que esta forma de trabajo facilite su trasegar de la lengua natural a sistemas de expresión y representación mucho más complejos.

Siguiendo a Duval (2004), en uno de sus argumentos sobre la dificultad del aprendizaje tanto de la lengua nativa como de las matemáticas, en la afirmación “que no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación” es posible presentar otra ventaja de esta propuesta de trabajo, pues permite que el estudiante distinga un objeto, el que se esté estudiando, de su representación en estadística).

De igual forma, el segundo argumento de Duval sobre la misma dificultad, refuerza la idea de la importancia del trabajo transversal, pues “se basa en la existencia de representaciones mentales, es decir, en todo aquel conjunto de imágenes y de concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre lo que le está asociado” (Duval, p.14, 2004). De esta manera, el trabajar problemas de las Ciencias Sociales en Estadística le permite al estudiante establecer asociaciones entre aquel conjunto de imágenes y concepciones que él tiene acerca del problema tratado, así como crear asociaciones nuevas y proponer alternativas de abordaje.

De esta forma el estudiante no sólo tiene imágenes mentales, sino que trasciende a lo que Duval (2004) llama representaciones semióticas, las cuales no son sólo indispensables para la comunicación, sino que le permiten efectuar tratamientos a los objetos matemáticos dependiendo de la representación semiótica utilizada. A mayor pluralidad de sistemas semióticos, mayor diversificación de las representaciones de un mismo objeto.

Al utilizar problemas de las Ciencias Sociales en la Estadística se está haciendo una apuesta por diversificar las representaciones que un estudiante pueda hacer de una misma situación o un mismo problema; esto podría potenciar sus capacidades cognitivas al descubrir que no hay una sola forma de representarlos y que, de hecho, las realidades sociales son complejas por lo tanto reciben diferentes tratamientos.

Como consecuencia de trabajar en estadística con problemas de diferentes áreas, como medicina, biología, psicología, entre otras, y en especial de las Ciencias Sociales, potenciando las tres situaciones desarrolladas hasta ahora, se espera que los estudiantes puedan ingresar a la “cultura estadística” teniendo en cuenta que:

Diversos autores han intentado describir la naturaleza de la cultura estadística y constructos relacionados con ella, tales como “conocimiento estadístico” y “razonamiento estadístico”. Aunque hay desacuerdos entre las distintas definiciones, todos comparten la necesidad actual de que los ciudadanos sean capaces de tratar con diversos tipos de informaciones estadísticas y sus representaciones que se les presentan por distintos medios de comunicación y en distintos contextos de su vida (Arteaga et.al. 2011).

Este acercamiento es importante en el contexto actual donde nos movemos en una red de información y de datos que es preciso comprender, como lo señala Ottaviani, (1998) citado en Batanero (2002):

A nivel internacional la UNESCO implementa políticas de desarrollo económico y cultural para todas las naciones, que incluyen no sólo la alfabetización básica, sino la numérica. Por ello los estadísticos sienten la necesidad de difusión de la estadística, no sólo como una técnica para tratar los datos cuantitativos, sino como una cultura, en

términos de capacidad de comprender la abstracción lógica que hace posible el estudio cuantitativo de los fenómenos colectivos. (2002, p. 2)

Esto conduce a la necesidad de ver la educación estadística como una realidad para todos.

En el mismo sentido Gal (2002) define la cultura estadística como la unión de dos competencias relacionadas: Por un lado, está interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y por otro discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Identificar los niveles de comprensión de gráficas estadísticas que alcanzan los estudiantes de la institución Educativa Alto Rocío del grado noveno al desarrollar una propuesta de aula que involucra el cultivo y la comercialización del café.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Establecer algunos conocimientos matemáticos, didácticos y curriculares para la construcción de la obra matemática y didáctica local en torno a la comprensión de gráficas estadísticas.
2. Articular la obra matemática y didáctica local con el cultivo y la comercialización del café desde el diseño de una propuesta de aula que moviliza la comprensión de gráficas estadísticas
3. Relacionar los resultados obtenidos en el desarrollo de la propuesta puesta en acto con los niveles de comprensión de gráficas estadísticas propuestas por Curcio y Bright (2001)

1.4 Antecedentes

En la actualidad se evidencia la importancia de alfabetizar a los ciudadanos en el campo de la estadística, pues más allá de conocerla es necesaria su apropiación y aplicación, ya que en algún momento se puede requerir de un razonamiento estadístico que permita leer e interpretar gráficos para tomar algún tipo de decisión en situaciones que se presentan a diario, Este hecho lo precisa Batanero (2002) cuando afirma que hoy día es innegable la presencia de la estadística en nuestra sociedad, pues se reconoce su utilidad como una herramienta metodológica que permite analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar estudios y experimentos y tomar decisiones adecuadas en situaciones de incertidumbre.

Como consecuencia de esto, nace la necesidad de iniciar procesos de alfabetización estadística, incorporado su enseñanza, en forma generalizada, en la educación primaria, básica, media y en estudios posteriores. La importancia de su utilidad la describe Batanero (2002) citando a Holmes (1980), cuando afirma lo siguiente:

- La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.
- Es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.
- Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva

- Ayuda a comprender otros temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos.

Por otro lado, representar datos por medio de gráficas se ha utilizado desde varios siglos atrás, siendo las gráficas una manera eficaz de transmitir información. Un ejemplo de ello es una gráfica representativa del siglo XIX elaborada por el Ingeniero Francés Charles Minard, y que sirvió como tema principal para desarrollar una propuesta de investigación llamada “La taxonomía de comprensión gráfica de Curcio a través del gráfico de Minard: una clase en séptimo grado”, por parte de Estrella y Olfos (2012).

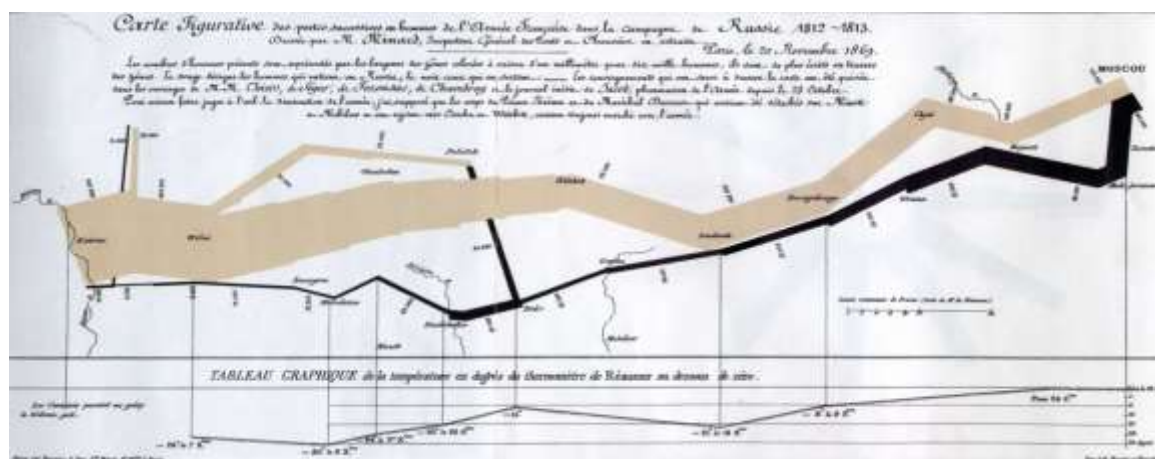


Figura 1. "Carta figurativa de las sucesivas pérdidas de hombres de la armada francesa en la campaña de Rusia en 1812-1813"

Esta investigación fue estructurada bajo una visión constructivista del aprendizaje, ya que provee a los estudiantes la oportunidad de elaborar estrategias personales usando los conocimientos adquiridos, al tiempo que brinda la oportunidad a los docentes para que orienten a los estudiantes hacia la indagación y el desarrollo de un pensamiento autónomo.

El objetivo principal de esta investigación fue desarrollar la lectura comprensiva de gráficos, descubrir y explicitar los diferentes niveles de comprensión en la tarea, promoviendo la vinculación del pensamiento inductivo y el pensamiento analógico tal como lo propone Régnier (2003). Estrella y Olfos (2012) citando a Régnier (2003) concluyen que el pensamiento estadístico integra de manera dominante, ambos pensamientos.

Al mismo tiempo que los estudiantes articulan estos dos tipos de pensamiento, se mide la capacidad de comprensión gráfica, siguiendo “la taxonomía de Curcio”² a través de la visualización de un gráfico histórico de la campaña expansionista de Napoleón hacia Moscú durante el siglo XIX. La metodología utilizada para medir qué grado de comprensión alcanzan los estudiantes mediante el análisis gráfico, inicia entregando una copia de la gráfica a cada uno de los estudiantes para que la analicen durante cinco minutos. Después se promovió el trabajo en parejas donde comparten lo observado e identifican las coincidentes o las diferentes apreciaciones. Durante la actividad el docente promueve y tutela la discusión, absteniéndose de entregar él la lectura; pero consciente de que, en la gestión de su clase, es él quien maneja las variables didácticas puestas en juego en la situación propuesta.

Desde el trabajo en parejas se llegó a una discusión plenaria —apoyada en una proyección ampliada del gráfico a través del uso de TICS—, donde varios alumnos comienzan a indicar y discutir sus ideas de comprensión del gráfico al grupo de alumnos. Según el estudio en esta etapa plenaria, todos los alumnos ya habían dejado el primer nivel “leer los datos” y movilizan sus argumentos en el segundo nivel, “leer entre los datos”. Mediante la formulación de preguntas

² Taxonomía de Curcio, este término es utilizado por los autores para referirse a los tres niveles de comprensión grafica descritos por Curcio (1989). “leer los datos”, “leer dentro de los datos” y “leer más allá de los datos”.

tales como: ¿tendrán algún significado los distintos tonos de gris del gráfico? ¿Qué clima había en Rusia? ¿Frío o calor? ¿Qué comen los caballos... cuando nieva?, ¿Cómo se accede al alimento natural? Con estas preguntas se trató de activarla constatación de la presencia de distintas variables que contribuyen al “descubrimiento” de información. Pues incentivó a transitar al tercer nivel de comprensión de Curcio, “leer más allá de los datos”. Los estudiantes después del ejercicio detectaron las temperaturas e infirieron sus efectos, y más allá, las asociaron con el frío invierno ruso y las posibilidades de deceso de los animales, volviendo al gráfico para buscar indicios que avalaran su predicción. De igual manera con estos tipos de preguntas se trató que mientras ponía en juego el pensamiento inductivo buscando tendencias, regularidades y evoluciones al leer los datos se llegara poco a poco al desarrollo del pensamiento analógico porque permite al estudiante entrar y salir del contexto para verificar sus posibles hipótesis.

Con este sencillo, pero buen ejercicio de visualización e inferencia del grafico se motivó a los estudiantes a transitar por los 3 niveles de interpretación de graficas propuestos por Curcio, además se promovió durante toda la actividad la vinculación del pensamiento inductivo y el pensamiento analógico.

Otro trabajo que utiliza como referente teórico los niveles de comprensión gráfica de Curcio, es el de Fernández y Morais (2011) “Lectura e interpretación de graficas estadísticas en estudiantes de 9° grado de escolaridad”. Este estudio hizo énfasis en el nivel de conclusiones que los alumnos extraen de los gráficos y los errores y dificultades que revelan. En él participaron 108 estudiantes del 9° año de escolaridad de escuelas públicas (rurales) en el distrito de Braga,

ubicada en la región norte de Portugal. La metodología utilizada fue aplicar una prueba escrita constituida por varias tareas que se refieren a la lectura e interpretación de gráficos, donde intervienen tres gráficos; gráfico barras, gráfico círculo y gráfico de puntos, cada uno acompañado de tres preguntas las cuales sirven para evaluar los niveles de comprensión grafica de Curcio (1989): “leer los datos”, “leer entre los datos” y “leer más allá de los datos”.

La prueba fue aplicada en sesiones, de 90 minutos de duración, bajo la supervisión de la investigadora. Los alumnos, de ser necesario, podían utilizar calculadora para efectuar los cálculos. Finalmente, el tratamiento y el análisis de datos se centraron en el estudio de las respuestas presentadas por los alumnos, las cuales se clasificaron en correctas, parcialmente correctas e incorrectas. Después de la aplicación de la tarea y el análisis de las respuestas, los autores presentaron las siguientes conclusiones: que a nivel general los estudiantes tuvieron un débil desempeño en la interpretación de los tres gráficos estadísticos propuestos en las tareas. A pesar de que en el primer nivel “leer los datos” más del 90% contesto de manera correcta pues, se trataron de preguntas literales que se encontraban en el gráfico y no poseían un alto nivel de complejidad, la verdadera dificultad se presentó en el segundo nivel “leer entre los datos” ya que alrededor de 1/3 estudiantes fue capaz de responder correctamente, al parecer una de las causas podría ser la ausencia de algunos conocimientos matemáticos en la transformación de los datos, pues la complejidad de los cálculos implicados repercutió en una significativa reducción del porcentaje de respuestas correctas. También se evidenció una elevada adhesión a la regla de tres simples para transformar los datos, sobre todo en las cuestiones del nivel leer entre los datos. El mayor énfasis dado a la regla de tres simple en las clases, muy probablemente, les hace adoptar este tipo de procedimiento en la resolución de problemas.

Finalmente, entre las cuestiones introducidas en el nivel de lectura más allá de los datos, donde se espera que el estudiante pueda leer la información total del gráfico, así como realizar inferencias y tener un conocimiento profundo sobre el asunto referente a los datos del gráfico para que pueda extrapolar la información, se produjo un porcentaje de respuestas considerablemente superior en algunos estudiantes. Parece ser que el contexto juega un papel importante en este nivel, pues en uno de los gráficos titulado "esperanza de vida" se involucran asuntos abordados en la escuela, mientras que en otro gráfico titulado "venta de automóviles" no se involucró asuntos tratados en la escuela, al menos de forma prescriptiva.

En otro trabajo consultado, Monroy (2007) en su investigación "Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15)" diseñó y aplicó un cuestionario donde utilizó como referente los componentes del marco teórico propuestos por Mooney (2002) que involucra 4 procesos estadísticos; *descripción, organización y reducción, representación, y análisis e interpretación de datos*. Monroy (2007) consideró solo dos de los cuatro procesos del pensamiento estadístico: *descripción y representación de datos*. El primero, implica la lectura explícita de los datos presentados en tablas, cuadros, o representaciones gráficas. El segundo involucra mostrar datos en forma gráfica. El estudio se llevó a cabo en 4 escuelas públicas de la zona metropolitana de la ciudad de México, con un total de 231 estudiantes. 101 estudiantes cursaban primer grado, 25 segundo grado y 105 tercer grado. Con ellos no se habían realizado cursos relacionados con la comprensión de gráficas, además tenían poca experiencia con el manejo de datos.

El problema se abordó diseñando y aplicando a los estudiantes un cuestionario de tres preguntas relacionadas con un gráfico llamado “la altura de los gatos”. Los estudiantes debían argumentar sus respuestas. También se utilizaron datos de una lista “las calificaciones de los estudiantes” que debían ser organizados por los estudiantes en una tabla de frecuencias. Su objetivo era evaluar los procesos de: *descripción*, y *representación*, por medio de la evaluación de las respuestas, teniendo en cuenta el modelo de Money (2002) donde se exhiben cuatro niveles de pensamiento estadístico: idiosincrásico (asociado con el nivel pre estructural y pensamiento representado en el modo icónico), transicional, cuantitativo y analítico (asociados respectivamente con el nivel uniestructural, multiestructural y relacional; pensamiento representado en el modo concreto simbólico).

En el proceso de *descripción de datos*, los resultados del estudio mostraron que la mayoría de los estudiantes se ubicaron en los niveles idiosincrásico o transicional, ya que tuvieron dificultad para identificar los elementos de una gráfica como son: escalas, ejes, marcas de referencia. Por otro lado, en el proceso de *representación de datos* el desconocimiento de los elementos de la gráfica impide la comprensión de relaciones entre los datos; los estudiantes se ubican en los niveles transicional e idiosincrásico al elegir inadecuadamente una escala, graduar incorrectamente los ejes y no usar etiquetas para identificar los objetos que se están graficando.

Monroy (2007) concluye que los principales problemas encontrados en este estudio exploratorio se relacionan con que la mayoría de estudiantes confunden los ejes, no identifican las unidades de medida de cada eje, no utilizan etiquetas para identificar las variables expresadas en la gráfica, omiten las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical o en ambos, no

especifican el origen de coordenadas, no proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

Continuando con la revisión de antecedentes se encuentra que Insunza (2015) realizó una investigación sobre la comprensión gráfica en estudiantes universitarios y de maestría en niveles de interpretación sobre gráficas para comunicar información de contextos económicos y socio demográficos. El objetivo de este estudio fue caracterizar la interpretación que los estudiantes hicieron sobre gráficas diseñadas con el propósito de comunicar información en estos contextos e identificar las relaciones de las gráficas que los estudiantes visualizaban con mayor facilidad y la forma cómo las conectaron en el proceso de interpretación. El autor abordó el estudio de las gráficas desde la perspectiva de comunicación definida por Kosslyn (1985); “es decir, como instrumentos facilitadores para la visualización y comunicación de la información”.

La metodología utilizada consistió en emplear un cuestionario que contenía cuatro gráficas seleccionadas de boletines oficiales que proporcionaban información demográfica y socioeconómica de la república mexicana. Se tuvo en cuenta para su elección tres factores: “a) que la complejidad de la gráfica fuera accesible a los estudiantes, b) que el contexto de la información de la gráfica fuera familiar a los estudiantes, y c) que se incluyeran diversos tipos de gráficas” (Insunza, 2015). Además, se tuvo en cuenta que las gráficas expresaran ítems de información y relaciones cuantitativas que requirieran diferentes niveles de razonamiento en la interpretación de los estudiantes que les permitiera identificar valores mínimos y máximos de frecuencias, tendencias, predicciones, comparaciones de categorías para establecer jerarquías y

relaciones de multiplicidad. A los estudiantes se les pidió que analizaran cuidadosamente y describieran la información que las gráficas les presentaban de la forma más completa posible.

Los participantes fueron estudiantes universitarios de nivel licenciatura (18-19 años de edad) y maestría (25-35 años de edad). Dos grupos tomaban el curso de probabilidad y estadística en la licenciatura en Informática; a uno de ellos se le aplicó el cuestionario antes de iniciar el tema de gráficas, mientras que al otro una vez concluido. Los resultados que se obtuvieron en esta investigación muestran que la comprensión gráfica de los estudiantes se ubicó fundamentalmente en los niveles idiosincrático y lectura básica de la taxonomía. El grupo al que se le aplicó la prueba al finalizar el curso de probabilidad y estadística tuvo una mejoría en los resultados en comparación con el grupo que tomó la prueba al inicio del curso, sin embargo, la diferencia entre ambos no fue lo que se esperaba. Las interpretaciones, de ambos grupos, estuvieron enfocadas principalmente en aspectos locales de las gráficas y tuvieron dificultades para relacionar información relevante del contexto. Las relaciones más fáciles de identificar fueron cambios de una variable a través del tiempo (tendencias) y las frecuencias de los grupos. La jerarquización de categorías, relaciones de multiplicidad de una categoría con otra (ordenamientos y comparaciones) y aspectos predictivos (estimaciones) sobre el comportamiento de las gráficas fueron relaciones menos observadas por los estudiantes.

CAPITULO 2

2. MARCO CONCEPTUAL

En el siguiente capítulo se presenta el marco teórico que sustenta esta investigación, teniendo en cuenta los elementos de análisis que guían la pregunta inicial; comprensión de gráficas estadísticas, graficas estadísticas y propuesta de aula. En lo relacionado en la comprensión de graficas estadística escolares la guía conceptual son los trabajos de Curcio y Bright (1987, 1989, 2001), se tienen en cuenta algunas citas que los autores toman para ampliar algunos conceptos. En las gráficas estadísticas se plantean como referentes conceptuales los trabajos de Tamayo (2008) y Estruch (2010). En cuanto a la propuesta de aula se tiene en cuenta las perspectivas Matemática y Didáctica, Así como el trabajo de Chevallard (1999).

2.1 Comprensión de gráficas estadísticas

Representar datos por medio de gráficas ha sido un instrumento históricamente eficaz para dar a conocer la información a una comunidad. Como ejemplo se presentan dos sorprendentes gráficos del siglo XIX realizados por el ingeniero francés Charles Minard. El primero de ellos representa las pérdidas del ejército napoleónico en su campaña a Rusia y el segundo el viaje de Aníbal, general cartaginense, a través de los Alpes en la segunda guerra púnica, ambos muestran una variedad de datos representados en figuras, colores y números. A pesar del tiempo, ellos

siguen transmitiendo información a través de la interpretación que se hace de estas representaciones de hechos históricos.

Actualmente, las gráficas se han convertido en objetos cotidianos que aparecen en la prensa, televisión, Internet, entre otros medios, combinando diversos tipos de información numérica, así como variables, cuantitativas o cualitativas. Inevitablemente, las representaciones gráficas han evolucionado a través del tiempo, al igual que la forma como se realizan. Hoy día es posible crearlas a través de ordenadores (software) que no paran de evolucionar, por tal motivo, se han transformado, y seguirán transformando, en objetos semióticos más complejos (Friel, Curcio & Bright 2001) sin que esto implique dejar de compartir algunos componentes estructurales.

Para la interpretación de gráficas estadísticas se requiere que el lector desarrolle unas competencias específicas, además de que conozca algunos factores claves que ayudan a la comprensión de las relaciones gráficas (Curcio 1987). Así mismo, la comprensión de la información en forma escrita o simbólica implica tres tipos de comportamientos que parecen estar relacionados con: traslación, interpretación y extrapolación / interpolación en la comprensión de las gráficas estadísticas (Curcio & Bright 2001).

Así pues, estos tres tipos de comportamiento, parecen estar relacionados con la traducción, la interpretación y la extrapolación/interpolación. La **traducción** requiere un cambio en la forma de una comunicación: traducir entre gráficos y tablas. Se podría describir el contenido de una tabla de datos en palabras o interpretar un gráfico a un nivel descriptivo, comentando la estructura específica de la gráfica. La **interpretación** requiere reordenar material, para establecer relaciones

entre los datos representados, clasificando los más relevantes de los que no lo son. Para interpretar gráficos, se pueden buscar relaciones entre especificadores de un gráfico o entre un especificador y un eje etiquetado. *La extrapolación e interpolación*, consideradas como extensiones de interpretación, exigen no sólo indicar la esencia de la comunicación, sino también identificar algunas de las consecuencias. Al trabajar con gráficos, se podría extrapolar o interpolar observando tendencias percibidas en los datos o especificando las implicaciones. Los tres tipos de comportamientos expresados anteriormente parecen estar relacionados con la comprensión considerada en el contexto de la enseñanza de la estadística en la escuela.(Curcio citando a Jolliffe, 1991& Wood, 1968).

De acuerdo a la complejidad de las interpretaciones realizadas Curcio (1989) propone los siguientes niveles; leer los datos, leer entre los datos y leer más allá de los datos. Después aparecerá un cuarto nivel: leer detrás de los datos (Curcio & Bright, 2001) el cual no se tendrá en cuenta en este trabajo.

Lectura de los datos (Nivel I)

Lo que caracteriza este nivel es que el lector realiza una lectura literal del gráfico. Reconoce los hechos explícitamente indicados en el gráfico o la información que se encuentra en el título del gráfico y las etiquetas del eje, directamente del gráfico. En este nivel no hay interpretación. La lectura que requiere este tipo de comprensión es una tarea cognitiva de muy bajo nivel.

Lectura entre los datos (Nivel II)

Para este nivel de comprensión se incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico. El lector debe tener la capacidad de comparar cantidades (por ejemplo, mayor que más alto, más pequeño) además debe utilizar otros conceptos y habilidades matemáticas (por ejemplo, suma, resta, multiplicación, división) que le permitan combinar e integrar datos e identificar las relaciones matemáticas expresadas en el gráfico.

Lectura más allá de los datos (Nivel III)

La característica fundamental de este nivel de comprensión es que el lector pueda predecir o inferir datos a partir de esquemas existentes, conocimiento de fondo y/o conocimiento en memoria, para obtener información que no está explícita ni implícitamente establecida en el gráfico. Mientras que el Nivel II de comprensión puede requerir que el lector haga una inferencia basada en los datos presentados en el gráfico, el Nivel III requiere que la inferencia se realice sobre la base de una "base de datos" en la cabeza del lector, y no en el gráfico

De acuerdo a lo anterior, es preciso analizar, en un primer momento, la estructura básica de los gráficos donde se identifican cuatro elementos estructurales: ***El Marco de un Gráfico*** (ejes, escalas, cuadrículas, las marcas de referencia) da información sobre los tipos de medidas que se están utilizando y los datos que se están midiendo; los marcos simples tiene una forma de L, (eje X horizontal) por ser los datos medidos y el otro (eje Y vertical) que proporciona información acerca de las mediciones; Como ejemplo de ellos están: gráficos de líneas, gráficos de barras, e

histogramas. Otro elemento estructural que mencionan son las Dimensiones Visuales, llamados *especificadores*, que se utilizan para representar los valores de datos. Por ejemplo, los especificadores pueden ser las líneas de un gráfico de líneas, las barras rectangulares de un gráfico de barras u otras marcas que especifiquen relaciones particulares entre los datos representados en el marco de referencia. Otro elemento de esta estructura básica son las *etiquetas*, cada marco tiene una etiqueta que indica el tipo de medición que se está realizando o los datos que la medida aplica, el título del gráfico en sí puede considerarse un tipo de etiqueta. Por último, se plantea que hay que tener en cuenta el *Fondo del Gráfico* que incluye cualquier tipo de colorantes, rejilla, y fotos sobre la cual se puede superponer el gráfico (Curcio & Bright, 2001).

Conocer la estructura básica no basta para leer e interpretar tablas y gráficos. Es necesario conocer las relaciones que se establecen entre ellos lo que permitiría desarrollar un buen sentido gráfico. *Primero*, reconocer las interrelaciones entre los componentes y el efecto de esos componentes en la presentación de la información. *Segundo*, utilizar el lenguaje específico de los gráficos cuando se razona sobre la información desplegada en ellos. *Tercero*, comprender las relaciones entre una tabla, un gráfico y los datos que se están analizando. *Cuarto*, responder a los diferentes niveles de preguntas asociadas con la comprensión gráfica, interpretar información desarrollada en ellos. *Quinto*, reconocer cuándo un gráfico es más útil que otro, según la tarea que se pretende realizar y el tipo de datos que hay que representar. *Sexto*, estar seguro de las relaciones entre uno mismo y el contexto al que se refiere el gráfico, para dotar de significado a lo que se ha representado en el gráfico (Curcio y Bright, 2001).

Además de las competencias que el lector de gráficas debe desarrollar, se deben considerar tres factores, a la hora de interpretar las gráficas, relacionados con los conocimientos previos. El primero de ellos es el *discurso general*, que se refiere a la relación entre palabras e ideas, suele ser identificado en el título y en las etiquetas de los ejes, ayuda al lector a recuperar de la memoria información familiar pertinente, estos conocimientos se requieren para poder identificar las relaciones matemáticas expresadas en el gráfico, el contenido del material de texto, cuya familiaridad permite al lector reconocer, por ejemplo, una causa-efecto. El segundo factor es el *Contenido Matemático* de un gráfico, este se refiere al número de conceptos y relaciones fundamentales de las operación es matemáticas que contiene, y que el lector de gráficos necesita para lograr la comprensión del mismo. El tercer factor es la *forma o tipo* de gráfico, se refiere al conocimiento previo de las convenciones que permite al lector diferenciar si es un gráfico de líneas, de barras, pictograma o gráfico circular (Curcio, 1987).

2.2 Gráficas estadísticas escolares

Los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN) para el área de matemáticas, en relación con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos expresa que algunos contenidos de la estadística, se enseñan mediante definiciones formales de reglas de cálculo y funciones matemáticas, sin embargo, no es suficiente para darles sentido. La enseñanza de la Estadística se debe acompañar de un marco de significación, aplicaciones concretas, que pueden ser la obtención de datos y las encuestas estadísticas.

Para el desarrollo del pensamiento aleatorio se hace uso de sistemas de datos, tablas y gráficas. En el trabajo de aula se pueden obtener datos mediante el uso de encuestas estadísticas, los cuales se representan en gráficas de barras, histograma, graficas circulares, entre otros. Estos tipos de representación gráfica permiten captar la aleatoriedad y la incertidumbre, para que los estudiantes tengan una visión más amplia que les permita formar su propio criterio en la toma de decisiones y no quedarse únicamente en los cálculos formales de los esquemas matemáticos.

2.2.1 PERSPECTIVA MATEMATICA

A continuación, se construye la perspectiva matemática que favorece la construcción de la obra matemática relacionada con la comprensión de gráficas estadísticas y que orienta la construcción de las tareas planteadas en la propuesta de aula. Los referentes conceptuales de que se presentan en este apartado son: Gráficas estadísticas escolares (Gráfica de barras, circular e histograma), Medidas de tendencia central (Media, Mediana y Moda), variable, frecuencias, población y muestra, Intervalo de clase, escalas. Clasificación ordenada, marco del gráfico, especificadores, etiquetas y Símbolos para representar cantidades.

Gráfico de barras. Configurado horizontal o verticalmente, el grafico de barras le permite al lector comparar cantidades discretas expresadas por barras rectangulares de ancho uniforme, cuyas alturas (longitudes) son proporcionales a las cantidades que representa. Las barras se construyen dentro de los ejes perpendiculares que se cruzan en un punto de referencia común, generalmente cero. Los ejes están etiquetados (Curcio, pp. 3, 1989).

Gráfico circular. Son representaciones en sectores que dividen, generalmente, a un círculo de manera que el área (o ángulo) de cada sector es proporcional a la frecuencia (absoluta o relativa) de la clase que representa (Estruch, pp. 17, 2010).

Histograma. Representación gráfica formada por rectángulos cuyas áreas son proporcionales a las respectivas frecuencias de los intervalos considerados (Estruch, pp. 18, 2010).

Media aritmética. Es la suma de las calificaciones o de los valores de una variable dividida por su número (Audrey, pp. 74, 1973). La media aritmética de forma algebraica se representa, $\bar{x}$ es el promedio de todos los valores que toma la variable. Esta media es única para cada distribución cuantitativa y se calcula mediante la expresión:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

La mediana. Es el valor central de la variable ordenada, es decir, su puesta la muestra ordenada en orden creciente o decreciente, la m_e es el valor que divide en dos partes la muestra. (Tamayo, pp. 71, 2008). Mediana. De forma algebraica se representa. m_e

La moda. Es el valor de la variable que tenga mayor frecuencia absoluta, la que más se repite, es la única medida de centralización que tiene sentido estudiar en una variable categórica, pues no precisa la realización de ningún cálculo (Tamayo, pp. 75, 2008). La moda. De forma algebraica se representa. Mo

Variables. Es cualquier propiedad o característica de algún evento, objeto o persona que pueda arrojar diferentes valores en distintos momentos, según las condiciones presentes. (Pagano, pp.7, 2011). Las variables estadísticas pueden ser cualitativas si no se puede medir ejemplo: comida favorita, deporte que practica, profesión. Y cuantitativas si se puede medir ejemplo: estatura, edad en años, peso. Al igual pueden ser discretas cuando toma solamente valores aislados que se expresan mediante números naturales; y variables continuas cuando toma todos los valores posibles dentro de un intervalo.

Frecuencia absoluta. Es el número de veces que se repite cada valor de la variable (Tamayo, pp. 47, 2008). Frecuencia absoluta. (n_i).

Frecuencia relativa. Es el resultado de dividir cada frecuencia absoluta entre el número total de observaciones (n) (Tamayo, p. 48, 2008). Frecuencia relativa. (h_i).

Frecuencia relativa acumulada. Consiste en ir acumulando las frecuencias relativas. Estas se interpretan en forma de porcentaje (Tamayo, p. 49, 2008). Frecuencia relativa acumulada. (H_i).

Población. Es el conjunto completo de individuos, objetos o puntajes que el investigador tiene interés en estudiar (Pagano, p.6, 2011).

Muestra. Es un subconjunto representativo de la población o universo este se debe elegir de forma aleatoria.

Intervalos de clase. Al crecer el número de observaciones se hace necesario condensar los datos para poder realizar una tabla apropiada agrupándolos por intervalos. (Tamayo, pp. 48, 2008).

Organización de los intervalos.

Determino el rango, al mayor valor de la variable le resto el menor de la variable. $(x_n - x_1)$

Determino el rango ampliado. $R_a = R + C$, $C = \text{Constante}$

Determino la amplitud del intervalo. Si deseo que los intervalos tengan igual amplitud (a), entonces $a = (R_a / S)$, donde $S = N^0$ de intervalos deseados, dependiendo del número de datos.

Escala nominal. Se pueden asignar valores numéricos para representar las diferentes clases en una escala nominal, pero estos números no poseen propiedades cuantitativas y sirven únicamente para identificar las clases (Audrey, pp. 14, 1973).

Escala ordinal. Representan series ordenadas de acuerdo con sus relaciones, de manera que las clases en las escalas ordinales no solo se diferencian unas de otras sino que mantienen una serie de relación entre sí, las relaciones se pueden expresar en términos algebraicos de desigualdades “a es menor que b” ($a < b$), o “a es mayor que b” ($a > b$) ejemplo: posición que ocupan los candidatos políticos según su popularidad (Audrey, pp. 14, 1973).

Clasificación ordenada. Consiste en ordenar los datos sin procesar desde el valor más pequeño hasta el más grande y así facilitar la evaluación de sus principales características (Tamayo, pp. 44, 2008).

El marco de un gráfico. Según Curcio (2001) (por ejemplo, ejes, escalas, cuadrículas, las marcas de referencia) da información Sobre los tipos de medidas que se están utilizando y los datos que se están midiendo. Los marcos simples tienen una forma de L, con una pierna (*eje x*) de pie por ser los datos medidos y el otro (*eje y*) que proporciona información acerca de las mediciones siendo utilizado. Gráficos de imagen, gráficos de líneas, gráficos de barras, e histogramas son Ejemplos de marcos implícitos o explícitos en forma de L.

Los especificadores. De acuerdo con Curcio (2001) estos se utilizan para representar los valores de datos, los especificadores pueden ser las líneas de un gráfico de líneas, las barras de un gráfico de barras u otras marcas que especifiquen relaciones particulares entre los datos representados en el marco de referencia.

Las etiquetas. En una estructura en forma de L, cada marco tiene una etiqueta que indica el tipo de medición que se está realizando o los datos que la medida aplica. El título del gráfico en sí puede considerarse un tipo de etiqueta. (Curcio, pp. 126, 2001).

Símbolos para representar cantidades: N Representa el número de observaciones que estamos tratando, entonces si tenemos 15 observaciones,

$$N = 15$$

Algunas de las notaciones más frecuentes utilizadas en Estadísticas para representar variables son (X, Y) .

Ejemplo, Si estuviéramos estudiando las variables peso y altura

X , Se podría utilizar para representar el peso Y , se podría utilizar para representar la altura

Por otro lado si tenemos una serie de observaciones o resultados, podemos representarlos como

X_1, X_2, X_3, X_4 , etc.

También hallaremos con frecuencia la expresión x_i , en la que el sub- índice puede tomar el valor que nosotros deseemos.

Σ , Esta notación indica que debemos sumar todas las cantidades u observaciones que siguen al símbolo.

$$\Sigma(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5,)$$

2.2.2 PERSPECTIVA DIDACTICA

Como se ha mencionado anteriormente la estadística se utiliza en diversas disciplinas, pues es una herramienta útil para transmitir información. Son muchos los profesores que sin una formación adecuada hacen uso de ella, de ahí que puedan caer en algunas ocasiones en errores al momento de utilizar algún tipo de gráfico para transmitir información a los estudiantes. Unos errores pueden ser por falta de conocimiento de la disciplina y otros pueden ser errores didácticos. No sólo basta con conocer la disciplina, sino que es preciso tener un conocimiento de las posibles dificultades, obstáculos y errores a los que se enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de la matemática (Socas, 1997), en particular los relacionados con la lectura y comprensión de gráficas estadísticas.

El autor plantea que las dificultades del aprendizaje de las matemáticas son de naturaleza distinta. Algunas tienen su origen en el macro sistema educativo, pero se concretan en el microsistema educativo: alumno, materia, profesor e institución. Estas dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores. Según el autor las dificultades que se dan en el aprendizaje de las matemáticas son de origen distinto, por lo cual pueden ser agrupadas en cinco categorías, las dos primeras asociadas a la misma disciplina.

La primera dificultad es asociada a la complejidad de los objetos matemáticos, pues la comunicación de estos objetos se hace a través de la lengua habitual que permite interpretar los signos matemáticos. Es en esta interpretación donde aparece un primer conflicto ya que, en el lenguaje habitual, a pesar de tener reglas gramaticales, en muchas ocasiones se cometen errores puesto que su significado puede ser comunicado por alusión o asociación. No ocurre lo mismo con el lenguaje matemático, el cual es preciso y está sometido a reglas exactas. Siguiendo a Socas (1997) se evidencia otro problema que ocurre con el lenguaje en matemáticas el cual es originado por el vocabulario común donde usamos palabras como: raíz, primo, factor, integral, moda, muestra, población, etc...las cuales tiene diferentes significados tanto en el contexto matemático como en el cotidiano, generando posiblemente una confusión semántica.

La segunda son las dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático, las cuales pueden tener causa en el abandono de las demostraciones formales o aspecto deductivo formal, es decir, la capacidad de seguir un argumento lógico. Pero según el autor, la lógica de las matemáticas escolares depende muchas veces de la situación donde se encuentre el estudiante,

así como las palabras dependen del contexto también se puede plantear la influencia de lo social sobre lo lógico, de ahí que en muchas ocasiones se pueda llegar a plantear problemas matemáticos en contextos socialmente absurdos. Lo ideal es buscar un equilibrio entre la lógica social y la lógica escolar.

Para Socas (1997) la tercera dificultad es asociada a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas. Estas tienen que ver con la institución escolar la cual debe propiciar una organización escolar que tienda a reducir las dificultades de aprendizaje de las matemáticas dependiendo de los materiales curriculares, de los recursos y de los estilos de aprendizaje. La organización curricular también puede generar dificultades relacionadas con el desarrollo de las habilidades matemáticas que definen la competencia de un estudiante, tales como la necesidad de contenidos anteriores, el nivel de abstracción requerido y la naturaleza lógica de las matemáticas escolares.

La cuarta dificultad que plantea el autor es la asociada al desarrollo cognitivo de los estudiantes. Es conveniente conocer los estadios generales del desarrollo intelectual, representado cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por unas tareas específicas de matemáticas que los alumnos son capaces de hacer. El conocer este proceso cognitivo permite diseñar material de enseñanza adecuado.

Por último están las dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas, que en muchas ocasiones puede ser actitudes negativas de tensión y miedo por parte de los estudiantes. Esto puede estar asociado a la naturaleza jerárquica del conocimiento

matemático, la actitud de los profesores de matemáticas hacia sus alumnos, los estilos de enseñanza y las actitudes y creencias que les son transmitidas.

De acuerdo a esta compleja gama de dificultades Socas (1997) evidencia el surgimiento de obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas. Un obstáculo desde el punto de vista de Socas (pp.15, 1997 citando a Bachelard y Brousseau) es que “aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas”. En el mismo sentido Brousseau (1993) considera que en el sistema didáctico se pueden presentar obstáculos de tipo ontogénico debido a las características del desarrollo del niño. De origen didáctico, esto tiene que ver con la elección didáctica que se hace para establecer una situación de enseñanza. De origen epistemológico relacionado con el concepto mismo.

Finalmente, Socas (1997) presenta los errores que surgen en el aprendizaje de las matemáticas, reconociendo que estos son importantes para el desarrollo del pensamiento matemático y que radican fundamentalmente en algunos procedimientos. En los estudiantes los errores más comunes son considerados por el autor como de “concepciones limitadas”, es decir, que un procedimiento es correcto o no, a partir de los elementos que conforman las teorías actuales, lo que lleva a que se hagan juicios con marcos de referencia que no corresponden a la situación en cuestión. Esto lleva a que los estudiantes desarrollen métodos que son válidos sólo en algunas circunstancias y no pueden ser aplicados generalmente.

Los procedimientos erróneos más comunes en los estudiantes en el contexto escolar están relacionados con las operaciones con fraccionarios, el cuadrado del binomio, la cancelación y las pseudo-demostraciones. Estos errores son una oportunidad para el trabajo en el aula ya que si se logra develar las propiedades que subyacen a estos errores es posible ampliar la comprensión de algunos contenidos matemáticos. Conocer los errores básicos permiten al docente comprender la forma como los estudiantes interpretan el problema y realizan los diferentes procedimientos para alcanzar una meta satisfactoriamente (Socas, pp. 19-23, 1997).

Cuando el estudiante va a adquirir un nuevo conocimiento hay dos razones básicas que se deben tener en cuenta: La primera, “el nuevo conocimiento debe tener significado para el alumno, y para ello debe contestar a preguntas que él se ha hecho a sí mismo” (Socas, pp. 24, 1997). La segunda, se relaciona con que el “saber anterior produce modelos implícitos que a veces son favorables con el nuevo conocimiento matemático y que, por tanto, hay que explicarlos, y otras veces, al contrario, son un obstáculo” (Socas, pp. 24, 1997). De acuerdo al autor se pueden caracterizar en dos grupos las causas principales de los errores cometidos por los estudiantes en matemáticas: Errores que tienen su origen en un obstáculo y errores que tienen su origen en una ausencia de significado. Los últimos procederían de dos fuentes distintas, una se relaciona con la complejidad de los objetos matemáticos y a los procesos de pensamiento matemático y la otra se relaciona con las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas (Socas, p. 24, 1997).

En resumen, los errores más comunes cometidos por los estudiantes se caracterizan en tres ejes, determinados por: Errores que tienen su origen en un obstáculo; Errores que tienen su

origen en ausencia de sentido; Errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales (Socas, p. 37, 1997).

A continuación, se presentan algunas dificultades, obstáculos y errores que se han evidenciado en diferentes estudios. En lo que tiene que ver con las tareas en contexto se ha encontrado que algunos estudiantes pueden llegar a tener desconocimiento de la situación que se plantea, Socas (1997) afirma que, a efectos de aminorar las dificultades de los alumnos, parece necesario potenciar el pensamiento lógico de las matemáticas y conjugar esta lógica interna de la Matemática con la “lógica social” en la que está inmerso el alumno. En este mismo sentido y teniendo en cuenta la comprensión gráfica, Curcio (2001) afirma que uno de los factores críticos que parece afectar dicha comprensión son las características de las tareas, pues éstas deben integrar el entendimiento del contexto con las representaciones mentales que generan tareas apropiadas.

Otra dificultad asociada a la instrucción convencional, es que el meta-conocimiento de los estudiantes a menudo no está comprometido, y así llegan a saber "cómo graficar" sin entender para qué son los gráficos o por qué las convenciones tienen sentido (Curcio, pp.133, 2001). También están las dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático, una de ellas relacionada al desconocimiento previo del plano cartesiano y las coordenadas. Puede ocurrir lo mismo en lectura de gráficos circulares, pues alguno de los estudiantes no tiene claro el concepto de fracción y proporción (Curcio, pp. 4, 1989). Otra dificultad es asociada a la complejidad de los objetos matemáticos, por ejemplo, cuando realiza una lectura literal del gráfico en las etiquetas puede llegar a desconocer el concepto de medida, convención, escala, etc. También

pueden surgir dificultades en relación con los sistemas de representación que pudo haber hecho el estudiante, qué herramientas o recursos utilizó para resolver la tarea (Socas, 1997).

Arteaga et. al (2009) citando a Lee & Meletiou advierten que los histogramas se perciben como representación de datos aislados, suponiendo que cada rectángulo se refiere a una observación particular y no a un intervalo de valores; en otro caso se compara sólo la altura de los rectángulos (y no su área) al tratar de detectar variaciones en el histograma.

En relación con los obstáculos se reconoce que alguno de ellos tiene que ver con el conocimiento adquirido y construido, el cual tiene eficacia para responder a ciertas preguntas, pero cuando se utiliza en otro contexto puede generar respuestas inadecuadas (Socas, 1997). Según Brousseau (1983) un obstáculo didáctico resulta de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza. Por ejemplo, la introducción de un nuevo simbolismo tal como:

$$(\sum x_i)/n$$

cuando los estudiantes necesitan trabajar con ejemplos concretos.

Algunos obstáculos están basados en la secuencia de un tema, la razón para creer en un obstáculo surge fundamentalmente del hecho de que ciertos conceptos tienen un grado de complejidad, por lo que es preciso familiarizarse con ellos en un cierto orden, por ejemplo, adquirir las destrezas operatorias (suma, resta, multiplicación y división) con anterioridad para desarrollar ideas conceptuales como: media aritmética, mediana y porcentaje (Socas 1997 citando a Tall 1989).

Otros obstáculos didácticos están basados sobre la repetición de casos simples, posiblemente causados por limitar al estudiante a casos simples por un periodo sustancial de tiempo, antes de pasar a casos más complejos (Socas 1997 citando a Tall 1989). Por ejemplo, la representación de los datos en tablas a gráficos o leer los datos de un gráfico sin realizar preguntas que requieran mayor análisis (leer más allá de los datos).

Pollatsek, (et all, 1981) encontraron que las situaciones en las cuales se debe calcular una media ponderada y la selección de los correspondientes pesos no son fácilmente identificadas por los estudiantes. Li y Shen (1992) indican que, cuando los datos se agrupan en intervalos, los estudiantes olvidan con frecuencia que cada uno de estos grupos debería ponderarse de modo distinto al calcular la media y se limitan a calcular la de todas las marcas de clase. Carvalho (1996), en una investigación con alumnos de 7º de educación básica (14-15 años), sugiere que algunos, al calcular la media, suman las frecuencias absolutas en lugar de los valores de la variable. Para la mediana toman el valor central de la serie de frecuencias absolutas.

Batanero (2004 citando a Li & Shen 1992), indica que los autores incluyen, además una lista de errores de carácter técnico entre los cuales se destacan los siguientes: omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos; no especificar el origen de coordenadas; no proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes. Para Batanero (2004 citando a Campbell 1974) un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones.

2.3 TEORIA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDACTICO

En el marco de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) es crucial reconocer que lo que la hace merecedora de este nombre es que “sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad del estudio en matemáticas, en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales” (Chevallard, p.1, 1999). Esto lo que quiere decir es que se tienen en cuenta no solo los objetos matemáticos o la didáctica como tal, sino que se trata de dar cuenta de la mayor cantidad de Factores sociales que favorecen la construcción y uso del conocimiento y que por ende permiten conocer los principios o bases para aplicar o desarrollar una técnica.

La noción de praxeología

El termino praxeología, se refiere a la unión de los términos griegos logos y praxis. De acuerdo a lo expresado por Chevallard (1999) en este ámbito quedarían inmersas todas las actividades humanas, pues en ellas se identifica una praxis (saber hacer) y un logos (saber). Todo ser humano contaría con un conjunto de prácticas sociales que a su vez se relacionan con un conocimiento. No podría existir conocimiento sin práctica, inclusive toda Teoría por más abstracta que sea es producto de una práctica social, que bien puede ser una comunidad científica, una institución educativa o los intercambios cotidianos de las personas.

Es pues, que para poder comprender el concepto de praxeología es necesario adentrarse en las nociones que Chevallard (1999) propone de tarea y los tipos de tarea asociadas a ella. Un tipo de

tarea hace referencia a una gama amplia de actividades humanas, sirviéndose de un verbo para expresarse, por ejemplo, reparar la estufa, conducir un automóvil, entre muchas otras.

La noción de tarea, o mejor los tipos de tarea que se le asocian suponen un objeto relativamente preciso (Chevallard, 1999). Conducir un automóvil es un tipo de tarea, pero conducir no lo es, pues es algo más genérico que no da cuenta de una tarea. En este sentido conducir es un género de tarea. De esta manera es preciso aclarar qué Tareas, tipos de tarea y géneros de tarea no son datos de la naturaleza, sino que son construcciones (“artefactos”) institucionales. Para comprender estas construcciones institucionales hace falta plantearse el papel que desempeñan técnicas, tecnologías y teorías.

Técnicas:

Teniendo en cuenta la estructura que subyace la noción de praxeología que se propone desde la TAD, es preciso señalar que la praxis (saber hacer) apunta a las formas como los seres humanos realizan tareas. Es precisamente esto a lo que se le llama técnica, a una manera de realizar las tareas, a una manera determinada de hacer (Chevallard, 1999). Sin embargo, una forma de hacer solo tiene éxito parcial sobre la tarea, mientras que fracasa para otra parte de la tarea, a esto se le denomina alcance de la técnica. De acuerdo a lo anterior, es posible afirmar que una técnica es superior a otra cuando es capaz de resolver, al menos, una parte de la tarea, mientras que la otra no.

Según Chavallard (1999) en las instituciones se adopta en general una sola técnica, o pequeño número de técnicas excluyendo otras alternativas que funcionan y son aceptadas en otras instituciones. Esto se debe a que en las instituciones existe la creencia de que es natural resolver las tareas o tipos de tarea de la forma como ellas lo hacen.

Tecnologías

Generalmente se entiende por tecnología “un discurso racional –el logos- sobre la técnica –la tekhnē” (Chevallard, 1999). De esta manera el papel de la tecnología es justificar racionalmente el uso de determinada técnica para realizar tal o cual tipo de tarea. El tipo de discurso varía de acuerdo a cada institución, lo que en una puede parecer racional en otra puede no ser considerado así. En algunas instituciones el hecho de que exista una técnica canónica le confiere a ésta un estatus de tecnología, ya que el actuar o el resolver tareas de esa forma no necesita mayor justificación pues de esa forma es que se ha actuado siempre y por lo tanto es una buena manera de actuar. Una segunda función de la tecnología es aclarar la técnica (Chevallard, 1999), es decir por qué es correcta el tipo de técnica utilizada. Finalmente, una tercera función de la tecnología corresponde a la producción de técnicas.

Teorías

Las teorías son un nivel superior que procuran justificar- explicar-producir los discursos que las tecnologías exponen, así como las afirmaciones que contienen. “La teoría retoma, en relación a

la tecnología, el papel que ésta última tiene respecto a la técnica” (Chevallard, 1999). Las teorías también están sujetas a las fluctuaciones históricas, siendo portadoras del progreso teórico.

CAPITULO 3

3. METODOLOGÍA E INSTRUMENTOS

En este apartado se presentan los aspectos de tipo metodológico que fueron tomados en consideración para el desarrollo del trabajo, como el tipo de investigación, enfoque metodológico, marco contextual y diseño metodológico. Así mismo, se presentan los instrumentos utilizados para el desarrollo de la propuesta de aula.

3.1 Enfoque Metodológico.

El enfoque de este trabajo es de tipo cualitativo, ya que los datos obtenidos se extraen de los discursos aportados por los estudiantes, tanto de manera escrita como verbal, por medio de textos escritos, videos, rejillas y observación en el aula, durante el desarrollo de las tareas propuestas. A la información obtenida no se les hará una medición numérica, tampoco se aplicará un análisis estadístico. Es descriptivo, en tanto que no pretende confirmar si los hechos respaldan una teoría, sino que se intenta conocer, interpretar y analizar a fondo la información que se obtenga durante la implementación. Esta investigación se basa en un proceso inductivo donde se aborda caso por caso para describir una situación dada con el fin de llegar a una perspectiva más general (Hernández, et all. 2010).

En lo que tiene que ver con las características de este tipo de investigación se encuentra que “explora los fenómenos con profundidad, se conduce básicamente en ambientes naturales, los significados se extraen de los datos y no se fundamenta en la estadística” (Hernández, et all. p.3). También se le da gran valor al contexto lo cual es valioso para la propuesta, pues está en consonancia con la TAD donde la praxis (saber hacer) está directamente relacionada con los conocimientos que las personas tienen de su oficio. En la elaboración de las tareas se tiene en cuenta el contexto socioeconómico de la región pues los datos utilizados para construirlas salen del entorno cercano de los estudiantes, igualmente sucede con “la elección del problema, los métodos de investigación, el uso de conocimiento científico y la generación de tecnología, los cuales se someten radicalmente al servicio específico de las personas afectadas por el proceso” (Tamayo, 2003. p.58).

Además del enfoque cualitativo también es descriptivo porque busca detallar, por medio de unos tipos de tareas, las características que permiten afirmar en qué nivel de comprensión de gráficas estadísticas se encuentran los estudiantes de grado 9° de acuerdo con la tipología propuesta por Curcio. Siguiendo a Hernández (2014, p.80), el investigador en estos tipos de enfoque busca “describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos (...) para especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis.

Los participantes en este trabajo son todos los estudiantes del grado 9°, 4 mujeres y 5 hombres, de la sede Bernarda González de la I.E. Alto Rocío, ubicada en el corregimiento Tohecito, del municipio de Tuluá, Valle del Cauca. Las edades de los estudiantes oscilan entre

14 y 20 años. Se escogió este grado porque son quienes presentan *Pruebas Saber 9°* y esto permitiría identificar su desempeño en relación con el pensamiento estadístico y sistemas de datos en este tipo de pruebas, así mismo permitiría llevar un proceso de trabajo con proyección hacia las *Pruebas Saber 11°*. Es importante subrayar que en la I.E sólo hay un grupo por grado escolar, es decir que no hay otro grado noveno.

.

Los instrumentos que se utilizan para la recolección de la información son grabaciones en video de las sesiones de aplicación, además de cuestionarios escritos aplicados a los estudiantes. Los instrumentos para el análisis de la información son una serie de rejillas que se construyeron teniendo en cuenta la Teoría antropológica de lo didáctico de Chevallard (1999) y los niveles de comprensión de gráficas estadísticas de Curcio (2001), para el análisis también se utilizan los videos y los cuestionarios resuelto por los estudiantes,

La investigación se llevó a cabo en tres fases donde cada una respondió a los objetivos planteados en la investigación. En la fase 1 se dio cuenta del primer objetivo del trabajo, el cual buscaba establecer algunos conocimientos matemáticos, didácticos y curriculares para la construcción de la obra matemática y didáctica local en torno a la comprensión de gráficas estadísticas. Para lograrlo se hizo una consulta bibliográfica de los referentes teóricos, en libros de texto, páginas web, trabajos de investigación y revistas especializadas. En esta fase, también se realizó la consulta de los referentes curriculares en los lineamientos, estándares, DBA, Malla curricular del municipio de Tuluá, el PEI, el plan de área de matemáticas y el plan de aula de la docente a cargo. Como resultado, se construyó las obras Matemática y Didáctica, que a su vez

permitió construir un instrumento de análisis (rejillas), basado en la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

En la fase 2, se tiene en cuenta el segundo objetivo, el cual busca articular la obra matemática y didáctica local con el cultivo y la comercialización del café, desde el diseño de una propuesta de aula que moviliza la comprensión de gráficas estadísticas. Inicialmente se indagó acerca del contexto socio- económico de la región, se visitaron algunas fincas del sector, se dialogó con varios caficultores (10), a los cuales se les aplicó un cuestionario. Con la información obtenida en esta fase y en la anterior, se diseñó una propuesta de aula desde la perspectiva teórica de la TAD).

Como resultado, se diseñaron 2 situaciones relacionadas con el cultivo y comercialización del café. Cada una de estas, tenía 3 actividades en las cuales se presentaban varias preguntas relacionadas con la información contenida en diferentes tipos de representación gráfica (Tablas, gráfico de barras, circular e histograma). Las preguntas apuntaban a identificar el nivel de comprensión gráfica de los estudiantes.

Finalmente, en la fase 3 se articula el tercer objetivo, el cual busca relacionar los resultados obtenidos en el desarrollo de la propuesta puesta en acto con los niveles de comprensión de gráficas estadísticas propuestas por Curcio y Bright (2001). En esta fase se aplicó la propuesta de aula, la cual se realizó durante tres semanas, en 5 sesiones de 2 horas cada una. La información obtenida se organizó de acuerdo a los niveles de la taxonomía de Curcio y Bright (2001) y de acuerdo a los tipos de representación gráfica que se evaluaban, para tal fin se elaboró una tabla

donde se consignó la información teniendo en cuenta los tipos de repuesta dada por los estudiantes. A partir del análisis de la información se elaboraron las conclusiones y reflexiones que se encuentran al final del documento.

3.2 Marco contextual.

La propuesta se lleva a cabo en la Institución Educativa Alto Roció del Municipio de Tuluá. La cual cuenta con una sede central en el corregimiento de Tohecito, donde se ofrece educación básica y media con énfasis agropecuario, también cuenta con cuatro sedes de primaria en las veredas cercanas, incluyendo una sede en el resguardo indígena Embéra “Dachi Drua”. El modelo educativo para la secundaria es tradicional mientras que para primaria es el modelo Escuela Nueva, donde se atiende población desde preescolar hasta quinto en un aula multigrado con un profesor. Por otro lado, el promedio de estudiantes por grado en secundaria es de 13, mientras que en las sedes de primaria es de 18 estudiantes. El promedio de estudiantes por grado es menor en comparación con los centros urbanos debido, en parte, a que la población de la región es flotante, debe trasladarse de un lugar a otro, ya que el empleo en la zona es temporal, dependiendo de los tiempos de cosecha.

En lo que respecta a la movilidad, el acceso en transporte público a la región se hace a través de jeeps, el cual va dos veces al día, una en la mañana y otra en la tarde. Si bien existen diferentes vías de acceso, ya sea desde Tuluá o Sevilla, siempre las carreteras están en mal estado. Por el lado de las telecomunicaciones la señal de telefonía celular es deficiente debido a la topografía montañosa. La conexión a internet se puede hacer a través de dos kioscos públicos

del programa del gobierno nacional “Vive Digital” ellos se encuentran en dos veredas bastante retiradas. Los servicios públicos son deficientes no existe manejo de aguas residuales ni alumbrado público.

En el aspecto demográfico la población de la región está conformada por familias campesinas, algunos propietarios de fincas, mientras que otros son campesinos de bajos ingresos económicos, familias desplazadas por la violencia, hogares disfuncionales y familias indígenas de la comunidad Embéra. La escolaridad de los padres, en su mayoría, no alcanza a superar el nivel de secundaria. En varios casos, en particular en la comunidad indígena Embéra, los padres son analfabetas. Estas podrían ser algunas razones por las cuales el acompañamiento al proceso escolar, por parte de los padres, es deficiente.

Por otro lado, la economía de la región se dinamiza alrededor del cultivo y comercialización del café que se produce. Al año se producen dos cosechas, la primera, la más grande, entre los meses de abril y mayo, genera gran movimiento comercial demandando gran cantidad de mano de obra, que en muchos casos no puede ser satisfecha, conduciendo a que en algunas ocasiones sean los estudiantes de la institución quienes se empleen en la recolección. En otros casos, las familias no pueden pagar trabajadores y todos los miembros del hogar deben colaborar con la recolección del grano, esto también implica que los estudiantes no asistan a clase durante estas jornadas. Los recolectores trabajan en horarios que pueden ir desde las 6:00 am hasta las 5:00 pm, de lunes a sábado (domingos y festivos en cosecha). La recolección manual por parte de los trabajadores se lleva a cabo utilizando un recipiente tradicional de plástico llamado “coca” con una capacidad de 18 litros aproximadamente unos 10 kilos de grano, este recipiente lleva unos

orificios por donde se introduce el arnés que va amarrado a la cintura del recolector, esto le brinda comodidad y mayor maniobrabilidad, también usan costales para ir depositando la recolección del día.

El contrato de trabajo entre el patrón y el trabajador es verbal, en algunas ocasiones se efectúan arreglos donde va incluida la comida y la dormida, ya que algunos trabajadores vienen de sitios lejanos. Así pues, se puede pactaron precio promedio de \$400 pesos libres por kilo de café recolectado. La recolección se lleva a cabo en la mayoría de las fincas cafeteras del corregimiento, donde la producción promedio en la primera cosecha, según las matas de café sembradas es:

Tabla 3. Relación aproximada entre la magnitud del terreno y producción de café.

Plaza de terreno	Matas	Cargas	Arrobas	Kilos
1	3.000	4	40 arrobas	500

Fuente: campesinos de la región.

Tabla 4. Relación aproximada de magnitudes

Cantidad	Magnitud	Unidad de medida
1	Plaza de terreno	80 mts^2
1	Carga de café	10 arrobas
1	Arroba de café	12.5 kilos

Fuente: campesinos de la región.

En este punto hay que tener en cuenta que la producción de café depende en gran medida de los procesos de fertilización que se efectúen en el cafetal durante todo el año. En algunas fincas este se realiza una sola vez, y en el mejor de los casos dos veces al año, esto debido a los altos costos del abono. En efecto, si se desea tener un cafetal que produzca regularmente café todo el

año este se debe abonar 3 veces al año. A continuación, se muestra la relación entre plaza de tierra, abono y costo.

Tabla 5. Relación aproximada entre plaza de tierra, abono y costo.

Plaza de terreno	3.000 matas de café	6 bultos de abono	1 bulto \$ 79.000 x 6 = \$ 474.000
------------------	---------------------	-------------------	------------------------------------

Fuente: campesinos de la región.

La comercialización del café generalmente se hace en el Municipio de Sevilla (Valle), en sitios autorizados para la compra. Los caficultores se trasladan hacia a este municipio por ser el más cercano y por ser el único hacia donde se dirige el transporte público (la línea), allí obtienen bienes y servicios para el sustento familiar, así como los insumos para sus fincas. Si bien este es un corregimiento de Tuluá, no se dirigen allí porque es más lejano y no existe transporte público incrementándose los costos del transporte. El precio de compra del grano de café depende de la calidad y de algunas variables como se muestran a continuación:

Tabla 6. Variables de la comercialización del café.

Café según su entrega	Precio por Kilo	Precio por Arroba	Precio por Carga
Seco	\$ 5.600	\$ 70.000	\$ 750.000
Mojado	\$ 2.800	\$ 35.000	\$ 350.000
Pasilla	\$ 2.000	\$ 25.000	\$ 250.000

Fuente: Cafisevilla 2018.

El transporte del café hacia el municipio de Sevilla se efectúa por medio de una empresa de transporte público de este municipio, utiliza jeep willys en un recorrido de 30 Kilómetros aproximadamente desde Sevilla hasta el corregimiento.

Tabla 7. Costo de transporte Tohecito – Sevilla.

Cantidad	Transporte	Precio
1	Persona	\$ 11.000
1	Arroba café	\$ 2.000
1	Carga de café	\$ 20.000
1	Bulto de abono	\$ 6.000
1	Carro completo (10 cargas)	\$ 120.000

Fuente: Cooperativa de transportadores Sevilla

La segunda cosecha se da entre los meses de octubre y noviembre, esta se desarrolla sin muchas expectativas porque la producción de café disminuye en un gran porcentaje, por lo cual en muchas ocasiones no es necesario contratar trabajadores y la recolección la hacen los mismos dueños de las fincas con sus familias. Por otro lado, en el corregimiento existen otros productos que poco a poco van ganando espacio y también dinamizan la economía de la región como son: el banano, el aguacate y por la parte de ganadería los cerdos y las reses.

3.3 Referentes curriculares.

Este apartado es producto del primer objetivo, desarrollado en la primera fase de este trabajo. Se consultó los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, los estándares básicos de competencias y los DBA, que son las orientaciones del Ministerio de Educación Nacional para la enseñanza. Además, se tuvo en cuenta la Malla curricular del municipio de Tuluá, el PEI, el plan de área de matemáticas y el plan de aula de la docente a cargo. Como resultado, se construyó las obras Matemática y Didáctica, que a su vez permitió construir un instrumento de análisis (rejillas).

Como ya se mencionó, en el caso colombiano las orientaciones educativas están dadas por el Ministerio de Educación Nacional, a través de los lineamientos curriculares (1998), los estándares básicos de competencias en matemáticas (2006), y los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016). Estas orientaciones son flexibles en cuanto a los contenidos que se deben abordar en el proceso educativo, dando lugar a la autonomía de la institución escolar para la elaboración Plan Educativo Institucional (PEI). A continuación, se van a analizar los lineamientos curriculares para el área de Matemáticas, los estándares básicos de competencias, los DBA y el PEI de la institución Educativa Alto Roció, haciendo énfasis en el desarrollo del pensamiento aleatorio, en particular lo relacionado con la lectura y comprensión de gráficas estadísticas escolares. Todos los aportes de los documentos mencionados facilitan la construcción de los objetivos a considerar en el diseño de la propuesta de aula, los cuales se presentan al final.

3.3.1. Lineamientos Curriculares.

Los lineamientos curriculares para el área de matemáticas en su capítulo “hacia una estructura curricular” plantea la necesidad de trabajar el contexto como articulador entre el conocimiento matemático y la vida diaria. Es frecuente que los estudiantes aprendan matemáticas formales y abstractas de una manera descontextualizada. El aprendizaje del objeto matemático está primero, dejando para el final la aplicación en la resolución de problemas o situaciones que son en ocasiones ajenas al contexto del estudiante. Para que esto no suceda es necesario que “(...) se creen situaciones problemáticas en las que los alumnos puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos” (MEN, 1998.p24)

Del mismo modo, Guzmán (MEN, 1998) plantea entre otras cosas que la enseñanza a partir de situaciones problemáticas en contexto pone énfasis en varios de los procesos de pensamiento matemático, así mismo, plantea que el alumno pueda manipular los objetos matemáticos para que el trabajo resulte atrayente, divertido, satisfactorio, autor-realizador y creativo al mismo tiempo se debe proporcionar a los jóvenes autonomía para resolver problemas de la ciencia, la tecnología y posiblemente de su vida cotidiana, permitiéndoles procesos efectivos de adaptación a los cambios en ciencia y de la cultura, de esta manera los conocimientos no se hacen obsoletos.

El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en la actualidad se han incorporado en el currículo, pues están presente en las diferentes ciencias y en la cultura misma. Fenómenos que parecen no tener orden son modelados a través de la estadística y sus representaciones gráficas, dándole un lugar relevante dentro del currículo en la escuela. En la incorporación curricular la estadística adquiere mayor interés por parte de los estudiantes si su enseñanza y aprendizaje se hace a través de una participación activa, en la búsqueda de respuestas a sus problemas por medio de la recolección de datos, su representación y análisis. Estas actividades cobran sentido cuando las situaciones son cercanas al estudiante y se abordan desde otras ciencias diferentes a las matemáticas, logrando, en muchas ocasiones, que los proyectos y propuestas resulten interesantes para ellos, favoreciendo la transversalidad y la riqueza interdisciplinar. Es importante que en estos trabajos los estudiantes puedan:

“Explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros, conjeturar, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar correlaciones, distinguir correlación de causalidad, calcular correlaciones y su significación, hacer inferencias

cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, reinterpretar los datos, criticarlos, leer entre líneas, hacer simulaciones, saber que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias, son logros importantes en el aprendizaje de la estadística”. (MEN, 1998. p48).

Por otro lado, la introducción de la estadística y la probabilidad promueven el pensamiento inductivo, pues al trabajar con conjuntos de datos se puede llegar a diferentes inferencias y tener varios puntos de vista sobre un mismo fenómeno, al contrario, de lo que sucede con las matemáticas que enfatiza en una respuesta única.

3.3.2. Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas

A nivel general los estándares básicos en competencias “constituyen uno de los parámetros de lo que todo niño, niña y joven debe saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo” (MEN, 2006. p.9). En un sentido más amplio del saber y saber hacer, la noción de competencia también se puede entender “como un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio-afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (MEN, pp. 49, 2006).

Específicamente, para la comprensión de gráficas estadísticas los estándares reconocen que “cada vez hay un uso más generalizado de tablas de datos, así como de la recopilación de información” (MEN, 2006. P.65) motivo por el cual los estudiantes deben desarrollar ciertas habilidades que les permita analizar y comprender este tipo de información y de

representaciones. Así pues, no basta con que el estudiante aprenda formulas y procedimientos para hallar las medidas de tendencia central u otras medidas estadísticas, sino que debe desarrollar, gradualmente, “(...) habilidades combinatorias para encontrar todas las situaciones posibles dentro de ciertas condiciones, estimar si son o no igualmente probables y asignarles probabilidades numéricas, así como dominar los conceptos y procedimientos necesarios para recoger, estudiar, resumir y diagramar sistemas de datos estadísticos y tratar de extraer de ellos toda la información posible (...)” (MEN, 2006. p.66).con el propósito de predecir eventos y tomar decisiones lo más razonables posibles en un mundo que se presenta, en muchos casos incierto.

Al tiempo que los estudiantes desarrollan las habilidades descritas en el párrafo anterior, está desarrollando otro tipo competencias. Esto se debe a que los Estándares Básico de Competencias guardan cierta coherencia entre sí. Los estándares, reconocen dos tipos de coherencia, la horizontal y la vertical. La coherencia Horizontal se refiere a la relación que se establece entre los tipos de pensamiento matemático y un conjunto de grados escolares. En ésta se involucran los cinco tipos de pensamiento, los cuales se deben trabajar de manera integral y no por separado, para lo cual los estándares recomiendan trabajarlos en el aula desde situaciones problema más allá que de puros contenidos conceptuales. La coherencia vertical, se refiere a la relación que se establece entre un tipo de pensamiento matemático y un conjunto de grados. Ésta garantiza el desarrollo de las competencias, pues al estar organizadas secuencialmente se supone que los estándares de un grado involucren los del grado anterior o los del año siguiente.

A continuación, se presentan los estándares relacionados con la comprensión de gráficas estadísticas para los grados 8° y 9°, que servirán de guía para la construcción de los objetivos de la propuesta:

- Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.
- Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) (MEN, 2006p.87).

En la Tabla 8 se muestra la relación de los estándares de 8° y 9° con los estándares de los grados de 6° a 11° (coherencia vertical). También se relacionan los 5 tipos de pensamiento en los grados 8° y 9° con los 2 estándares escogidos para trabajar la propuesta (coherencia horizontal).

Tabla 8. Estándares básicos de aprendizaje coherencia vertical y horizontal.

Coherencia Vertical	De 10 a 11. • Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación. • Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.
	De 9 a 10. • Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones. • Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). De 6 a 7. • Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

	• Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación. • Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (Diagramas de barras, diagramas circulares.)
--	--

Coherencia horizontal	
De 8 a 9 • Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones. • Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)	Pensamiento Numérico • Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos. • Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.
	Pensamiento Espacial • Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas. • Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.
	Pensamiento Métrico • Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.
	Pensamiento Variacional • Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.

3.3.3. Derechos básicos de aprendizaje de Matemáticas (DBA)

Por otro lado, los derechos básicos de aprendizaje (DBA) para el área de matemáticas en su segunda versión se organizan guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias, estos se plantean como un conjunto, que “explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes

como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende”. (MEN, 2016. p.6). Los DBA a pesar de estar concebidos por área y por grados, no se pueden tomar por si solos como una propuesta curricular ya que deben de ir acompañados de un enfoque, estrategias y una propuesta metodológica de acuerdo al contexto institucional, Igualmente los derechos básicos de aprendizaje son flexibles ya que el docente los puede trasladar de un grado a otro teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje de los estudiantes.

Para el grado noveno se tiene el DBA número 10 que inicia con un enunciado que referencia el aprendizaje estructurante para el área, el cual se articula con el pensamiento aleatorio y sistema de datos donde se espera que el estudiante pueda “Proponer un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización” (MEN, 2016.p.72).

Seguido se tienen las siguientes evidencias de aprendizaje que expresan indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado.

- Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio.
- Compara las distribuciones de los conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central, las de variación y las de localización.

- Elabora conclusiones para responder el problema planteado (2016, p72).

3.3.4. Plan Educativo Institucional (PEI)

La autonomía escolar instituida por la Ley General de Educación, brindó a cada establecimiento educativo la facultad para definir su identidad y plasmarla en su Proyecto Educativo Institucional (artículo 77 de la ley 115 de 1994). Igualmente, les permitió organizar su plan de estudios alrededor de las áreas fundamentales determinadas para cada nivel, de las asignaturas optativas en función del énfasis de su PEI, de los lineamientos curriculares y de los estándares básicos de competencias, además de las características y necesidades derivadas de la diversidad y la vulnerabilidad de las poblaciones según las especificidades propias de cada región.

La Institución Educativa Alto Roció del corregimiento de Tohecito, perteneciente a la zona de alta montaña del Municipio de Tuluá, elaboró su PEI de acuerdo al contexto. En la actualidad cuenta con una sede central y cuatro sedes de primaria, incluido un resguardo indígena Embéra. En las sedes de básica primaria se trabaja con el enfoque de escuela nueva, el cual es un modelo educativo para zonas de baja densidad de población que permite atender toda la primaria en escuelas multigrados, en las cuales se ofrece los seis grados (preescolar, 1º, 2º, 3º, 4º y 5º) de la primaria con un docente por sede. Este modelo se implementa a través de los siguientes aspectos:

- Textos de auto aprendizaje que se estimulan en el trabajo individual y grupal con ejercicios graduados y secuenciados.
- Centro de recursos de aprendizaje que permitan a varios grupos realizar actividades simultaneas.
- El docente es un orientador.
- Las guías de aprendizaje se adaptan con contenidos locales.
- Se desarrollan valores y competencias democráticas a través del gobierno estudiantil y la participación comunitaria.
- Se aplica la promoción flexible, que anula el concepto de repitencia con actividades de recuperación.

Por otro lado, en la educación media, tiene como propósito corresponder a la preparación del estudiante en el desarrollo y fortalecimiento de sus competencias laborales generales o específicas que permiten su preparación e ingreso posterior a la educación superior o a los oficios y técnicas que también ofrece la educación formal. Lo anterior se evidencia en el último nivel de escolaridad (11°) en él se puede observar el resultado del impacto social que genera la adecuada aplicación del PEI con su ingreso al sector productivo. Para el pertinente desarrollo del PEI es importante tener en cuenta que la educación media, en la Institución Educativa Alto Roció, tiene el carácter de académica y a su término se obtiene el título de bachiller con énfasis en educación para el trabajo, que habilita al educando para ingresar a la educación superior en cualquiera de sus niveles y carreras o al sector productivo con una formación específica en el sector agropecuario.

La malla curricular unificada del Municipio de Tuluá, que fundamenta el PEI, se incorporó en todas las instituciones oficiales desde el año 2017, la cual está articulada con todos los documentos oficiales del MEN, de ahí que para conocer el contenido matemático del plan de estudios nos referimos a la malla curricular municipal del grado noveno. La cual tiene como objetivo para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Interpretar información presentada en tablas y gráficas. (Pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).

A continuación, se presenta el producto del objetivo 1, Las Rejillas Curricular, Obra Matemática y Obra Didáctica. En la *Rejilla Curricular* se relacionan todas las habilidades, destrezas, competencias y conocimientos que se articulan desde las propuestas curriculares. En la *Rejilla de la Obra Matemática* se relacionan todas las habilidades y conocimientos matemáticos que se plantean desde las propuestas teóricas de Curcio (1987, 1989, 2001); Pagano (2011); Audrey (1973) y Tamayo (2008), En la *Rejilla de la Obra Didáctica* se relacionan los referentes teóricos de Socas (1997) que da cuenta de las dificultades, errores y obstáculos que pueden presentar los estudiantes, Las tres rejillas son consideradas para construir cada una de las tareas propuestas: leer los datos, leer entre los datos y leer más allá de los datos.

Tabla 9. Rejilla curricular. Tarea 1.

Rejilla curricular	
Tarea: 1	Lectura de los datos
Lineamientos Curriculares Relacionados	Considerar la estructura, el formato y el orden de los datos representados en gráficas.
Estándares Básicos	Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.

Relacionados	
PEI	Fortalecer las competencias en Interpretación e información presentada en tablas y gráficas. (Pictogramas, gráficas de barras, diagramas circulares Identificar la información requerida para desarrollar una tarea o actividad.
Habilidades necesarias para esta tarea	Bertín (1983) Extracción de información elemental. Curcio (1987) Levanta la información del gráfico para responder preguntas explícitas para las cuales la respuesta es obvia, está en el gráfico. Mcknight (1990) observar hechos individuales y relaciones en datos presentados gráficamente o interpretar relaciones cuando las respuestas implican parafrasear o replantear los hechos. Wainer (1992) extracción de datos. Carswell (1992) lectura puntual o atención de un único especificador.

Tabla 10. Rejilla curricular. Tarea 2.

Rejilla curricular	
Tarea: 2	Leer entre los datos
Lineamientos Curriculares relacionados	Explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros analizar el tipo de crecimiento, buscar correlaciones, distinguir correlación de causalidad, calcular correlaciones y su significación, reinterpretar los datos, leer entre líneas, (1998, P. 48)
Estándares Básicos relacionados	Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría. Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).
PEI	Desarrollo y fortalecimiento de competencias en interpretar información presentada en tablas y gráficas. Organiza la información recolectada utilizando procedimientos definidos.

Habilidades necesarias para esta tarea	Bertín (1983) Reducción en el número de categorías de datos mediante la combinación y compilación de datos para descubrir o crear menos categorías. Curcio (1987) Interpretación e integración de la información que se presenta en un gráfico, el lector completa al menos un paso lógico o pragmático, inferir para pasar de la pregunta a la respuesta. Mcknight (1990) observar las relaciones con los gráficos e interpretar los gráficos como visualizaciones, sin referencia al significado de los elementos gráficos en el contexto. Wainer (1992) identificación de tendencias observadas en partes de los datos. Carswell (1992) Comparación visual local o global de las características gráficas reales y atención a más de un único especificador. - Autores citados por Curcio (2001)
--	---

Tabla 11. Rejilla curricular. Tarea 3.

Rejilla Curricular	
Tarea: 3	Leer más allá de los datos
Lineamientos Curriculares relacionados	Establecer conjeturas, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar correlaciones, distinguir correlación de causalidad, hacer inferencias cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, criticarlos, leer entre líneas, hacer simulaciones, saber que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias (1998, p. 48).
Estándares básicos relacionados	Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).
PEI	Desarrollo y fortalecimiento de sus competencias en Interpretar información presentada en tablas y gráficas. Organiza la información recolectada utilizando procedimientos definidos y analiza los cambios que se producen al hacerlas cosas de manera diferente.
Habilidades necesarias para esta tarea	Bertín (1983) Reducción de todos los datos a un solo estado o relación sobre los datos. Curcio (1987) Extendiendo, prediciendo o deduciendo de la representación, el lector da una respuesta sobre una pregunta que está relacionada con el gráfico y que requiere conocimiento previo. Mcknight (1990) Interpretar las relaciones cuando las respuestas requieren hacer declaraciones que vayan más allá del enunciado de las proposiciones, para extraer inferencias o reformular interpretaciones en términos más técnicos. Determinación

	de valores de los datos transmitidos en el gráfico como evidencia para apoyar o rechazar una proposición. Evaluar la propia evaluación de evidencia provista por datos cuantitativos. Wainer (1992) Comprensión de la estructura íntegra de los datos en su totalidad, generalmente mediante la comparación de tendencias y grupos. Carswell (1992) síntesis o integración de la mayoría o todos los valores graficados. - Autores citados por Curcio (2001)
--	--

Tabla 12. Rejilla Obra Matemática. Tarea 1

Obra Matemática	
Tarea : 1 Lectura de los datos	
Técnica:	Se establece mediante: Lectura literal general del gráfico. Lectura del título del gráfico. Lectura de las etiquetas del eje vertical como del eje horizontal y de las etiquetas de los diagramas circulares.
Tecnología:	Se lleva a cabo mediante el reconocimiento de: Variables. Población. Muestra. Las etiquetas. Los especificadores. El marco del gráfico. Escala nominal. Escala ordinal.
Teoría:	Estadística descriptiva. Símbolos para representar cantidades. N Representa el número de observaciones que estamos tratando , entonces si tenemos 15 observaciones, $N = 15$ Variables(X, Y).

	Si tenemos una serie de observaciones o resultados, podemos representarlos como X_1, X_2, X_3, X_4, etc. La expresión X_i, en la que el sub- índice puede tomar el valor que nosotros deseemos. Σ Sumatoria $\Sigma(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5,)$ Diagrama de barras. Histograma. Gráfico de sectores. Gráfico de líneas. Clasificación ordenada.
--	--

Tabla 13. Rejilla obra matemática. Tarea 2

OBRA MATEMÁTICA	
TAREA: 2	Lectura entre los datos
TECNICA:	Se establece mediante: Lectura específica de un aspecto del gráfico y las relaciones entre las etiquetas. Comparar la información que se presenta en los ejes, las etiquetas y especificadores de los gráficos. Interpretación e Integración de los datos Comparar cantidades (mayor que, más alto, más pequeño etc...) Identificar las relaciones matemáticas Integrar las etiquetas a través de relaciones matemáticas
TECNOLOGIA:	Se lleva a cabo mediante el reconocimiento de: Los especificadores Habilidades en las operaciones básicas en matemáticas (Suma, resta, multiplicación, división) Frecuencia absoluta Frecuencia relativa. Frecuencia relativa acumulada. Intervalos de clase. Media aritmética. La mediana. La moda.

TEORIA:	La media aritmética $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ Mediana. m_e La moda. Mo Frecuencia absoluta. (n_i) Frecuencia relativa. (h_i) Frecuencia relativa acumulada. (H_i) Organización de los intervalos.
----------------	---

Tabla 14. Rejilla obra matemática. Tarea 3

OBRA MATEMÁTICA	
TAREA: 3	Lectura más allá de los datos
TECNICA:	Se establece mediante: Conocimientos previos Extrapolar la información Inferencias
TECNOLOGIA:	Predecir o inferir de los datos al tocar esquemas existentes (es decir conocimiento de fondo, conocimiento en memoria). Extrapolar o interpolar la información observando tendencias percibidas en los datos o Especificando las implicaciones
TEORIA:	Para realizar las técnicas establecidas fue necesario que el estudiante superara las dos primeras tareas por lo cual en este nivel ha hecho uso de todo lo anterior (ver página.....)

Tabla 15. Rejilla Obra Didáctica. Tarea 1

OBRA DIDÁCTICA	
TAREA 1:	LEER LOS DATOS
	Desconocimiento de la estructura básica de los gráficos (barras, histogramas, puntos, circulares) Dificultad para relacionar el título con el contenido del gráfico. Desconocer el concepto de medida, convención o escala. Dificultad en el concepto de fracción o proporción para los gráficos circulares. Omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos. Dificultad en relacionar el valor del especificador con algunos de los ejes (horizontal y vertical).

	Dificultad para relacionar la pregunta con el significado de las etiquetas. Dificultad para extraer información puntual del gráfico, debido a no centrarse en una única lectura del especificador o etiqueta y empezar hacer relaciones entre estas.
--	--

Tabla 16. Rejilla Obra Didáctica. Tarea 2

OBRA DIDÁCTICA	
TAREA 2: LEER ENTRE LOS DATOS	
	Dificultad para interpretar el contexto socio cultural donde se encuentra inmersa la información del gráfico. Dificultades para establecer las relaciones entre las etiquetas. Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático con respecto al desconocimiento previo del plano cartesiano y las coordenadas. Dificultad con los histogramas pues se pueden percibir como representación de datos aislados, suponiendo que cada rectángulo se refiere a una observación particular y no a un intervalo de valores Dificultad en la lectura de los histogramas pues se puede comparar sólo la altura de los rectángulos y no su área, al tratar de detectar variaciones en el histograma. Dificultad en no saber en qué contexto se debe utilizar las habilidades matemáticas (suma, resta, multiplicación división) Dificultad para obtener el porcentaje, media aritmética y mediana, por no manejar con anterioridad la multiplicación y división. Dificultad en detectar en qué situaciones se debe calcular una media ponderada. Cuando los datos se agrupan en intervalos, los estudiantes olvidan con frecuencia que cada uno de estos grupos debería ponderarse de modo distinto al calcular la media, pues se limitan a calcular la de todas las marcas de clase. Dificultad para compilar o reducir los datos para facilitar la interpretación de la gráfica. Dificultad para inferir lo necesario en el gráfico para pasar de la pregunta a la respuesta Dificultades para identificar algunas tendencias en la frecuencia de los datos. Dificultad para realizar comparaciones de las características generales entre los especificadores, (mayor o menor que, área, frecuencia)

Tabla 17. Rejilla Obra Didáctica. Tarea 3

Obra Didáctica	
Tarea 3: Leer más allá de los datos	
	Desconocimiento del tema que se presenta en la gráfica o tabla Dificultad poseer un conocimiento previo del tema. Dificultad para realizar una síntesis de los datos que se encuentran en el gráfico.

	Dificultad para extrapolar la información Dificultad para percibir tendencias Dificultad para especificar algunas implicaciones a partir de la observación de los datos. Dificultad para realizar una predicción a partir del conocimiento previo y la información del gráfico.
--	---

CAPÍTULO 4

4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este apartado se presenta los resultados y conclusiones de la aplicación de la propuesta de aula. Es el producto del tercer objetivo, pues se relacionan los resultados obtenidos en la propuesta puesta en acto con los niveles de comprensión de gráficas estadísticas propuestos por Curcio Bright (2001). Los instrumentos utilizados en este apartado fueron las grabaciones de video, en cuyas transcripciones se utiliza **P** para referirse al profesor y **E** para los estudiantes, y los cuestionarios escritos donde los estudiantes consignaron sus respuestas. Para facilitar el análisis de la información se tuvo en cuenta las siguientes convenciones: S se refiere a la situación, en la propuesta de aula se incluyeron dos situaciones **S1** y **S2**; en cada una de estas situaciones se incluían 3 actividades **A1**, **A2** y **A3** donde A se refiere a la actividad y el número a la ubicación de la actividad dentro de la situación. Por ejemplo: si se va a hacer referencia a la situación 1 actividad 3 la convención será S1-A3.

Inicialmente, se consolidó la información en una tabla, en ella se consignó el tipo de respuestas dadas por los nueve estudiantes. En la primera columna se ubica el número de pregunta y al nivel que corresponde. En las siguientes 4 columnas se organizan los tipos de respuestas encontradas. De izquierda a derecha se organizan dependiendo de si se aproxima o

alcanza el nivel que la pregunta explora. De tal manera, que si se ubica en la primera columna de los tipos de repuesta significa que fue el mejor tipo de respuesta encontrado y, a medida que se desplaza hacia la derecha, se aleja del nivel evaluado.

Posteriormente, se presenta el análisis de las respuestas obtenidas durante la implemantación de la propuesta, de acuerdo al tipo de representación de los datos (tablas, gráficos de barras, gráficos circulares e histogramas) y al nivel de comprensión que alcanzan los estudiantes en cada pregunta. Para identificar los conocimientos matemáticos movilizados; el nivel de comprensión gráfica; las dificultades, obstáculos y los errores de los estudiantes se tuvo en cuenta las rejillas de la Obra Matemática, de la Obra Didáctica y la rejilla Curricular.

Tabla 18. Tabulación de datos. Situación 1

Situación 1 Actividad 1	Tipo de Respuesta			
Pregunta 1 (Nivel 1)	Estudiantes que identifican la mayor parte de la información de la tabla pero no tienen en cuenta que los valores de los porcentajes aluden a aproximaciones	Estudiantes que ven la información de manera parcial ya que obvian las dos primeras columnas	Tiene en cuenta parte de la información de la tabla y logra realizar una inferencia.	No identifica la información general de la tabla.
Frecuencia absoluta	4	2	1	2
Porcentaje	44.44%	22.22%	11.11%	22.22%
Pregunta 2 (Nivel 1)	Identifican la información puntual de cada una de las columnas de la tabla sus titulos y los datos representados.	Identifican la información puntual de cada una de las columnas, excepto la primera columna que no se tiene en cuenta. Al igual que el concepto de porcentaje aproximado que aparece en el titulo de la columna	Relaciona la primera columna con las filas y obvia la información explícita de las demas columnas	

Frecuencia absoluta	4	4	1	
Porcentaje	44.44%	44.44%	11.11%	
Pregunta 3 (Nivel 1)	Identifica la respuesta explícita en la tabla, teniendo en cuenta el título de la columna y su relación con la fila	Identifica la respuesta explícita en la tabla. Pero no tiene en cuenta el concepto de porcentaje aproximado que aparece en el título de la columna.		
Frecuencia absoluta	1	8		
Porcentaje	11.11%	88.88%		
Pregunta 4 (Nivel 1)	Identifica la respuesta explícita en la tabla, teniendo en cuenta el título de la columna y su relación con la fila.			
Frecuencia absoluta	9			
Porcentaje	100%			
Pregunta 5 (Nivel 2)	Identifica la respuesta comparando las cantidades que se representan en la columna correspondiente			
Frecuencia absoluta	9			
Porcentaje	100%			
Pregunta 6 (Nivel 2)	Relaciona el texto con la columna correspondiente a la pregunta, y encuentra el promedio de los datos por medio de operaciones matemáticas	Relaciona el texto con la columna correspondiente a la pregunta, y encuentra el promedio de los datos por medio de operaciones matemáticas pero su respuesta no hace referencia a lo que representa o a su unidad.		
Frecuencia absoluta	8	1		
Porcentaje	88.88%	11.11%		
Pregunta 7 (Nivel 2)	Identifica la columna	Relaciona el texto con la columna		

	correspondiente a la pregunta, y encuentra el promedio de los datos por medio de operaciones matematicas	correspondiente a la pregunta, y encuentra el promedio de los datos por medio de operaciones matematicas pero su respuesta no hace referencia a lo que representa o a su unidad.		
Frecuencia absoluta	6	3		
Porcentaje	66.66%	33.33%		
Pregunta 8 (Nivel 2)	Identifica la columna correspondiente a la pregunta y relaciona los datos con las filas para comparar el dato mayor con el menor y asi hallar la diferencia por medio de una operación matematica adecuada.	Identifica la columna correspondiente a la pregunta. Pero no reconoce el dato mayor y el dato menor para Hallar la diferencia entre los dos.	Identifica la columna correspondiente a la pregunta. Pero la respuesta que debe ser en cantidades la responde en porcentaje.	
Frecuencia absoluta	6	2	1	
Porcentaje	66.66%	22.2%	11.11%	
Pregunta 9 (Nivel 2)	Identifica la columna correspondiente a la pregunta y relaciona los porcentajes con las magnitudes para para hallar las fincas que dedican la mitad de su terreno al cultivo de otros productos.			
Frecuencia absoluta	9			
Porcentaje	100%			
Situación 1 Actividad 2	Tipo de respuesta			
Pregunta 1 (Nivel 1)	Estudiantes que identifican la información general de la gráfica .	Estudiantes que identifican la información general de la gráfica. Y realizan algun tipo de inferencia con la información.	Estudiantes que identifican la información parcial de la gráfica obviando el titulo.	
Frecuencia absoluta	5	3	1	

Porcentaje	55.55%	33.33%	11.11%	
Pregunta 2 (Nivel 1)	Identifica la información puntual del eje horizontal al leer las etiquetas.	Estudiantes que no identifican la información puntual del eje horizontal agregando información del eje vertical.	Muestra Confusión con respecto a los ejes, tanto horizontal como vertical.	
Frecuencia absoluta	4	3	2	
Porcentaje	44.44%	33.33%	22.22%	
Pregunta 3 (Nivel 1)	Identifica la información puntual del eje vertical al leer las etiquetas.	Identifica la información puntual del eje vertical al leer las etiquetas. Pero no especifica la unidad de medida expresada en ella.		
Frecuencia absoluta	4	5		
Porcentaje	44.44%	55.55%		
Pregunta 4 (Nivel 1)	Establece la relación entre el eje horizontal y el eje vertical con la altura del especificador para hallar su respuesta.	Establece la relación entre el eje horizontal y el eje vertical con la altura del especificador pero halla dos respuestas.		
Frecuencia absoluta	8	1		
Porcentaje	88.88%	11.11%		
Pregunta 5 (Nivel 2)	Compara la altura del especificador con la distancia entre dos frecuencias para obtener una aproximación numerica que no esta explicita en el eje vertical.	Compara la altura del especificador con la distancia entre dos frecuencias para obtener una aproximación numerica que no esta explicita en el eje vertical. y puntualiza que su respuesta es aproximada.	No especifica la magnitud aproximada de la escala del eje vertical y obtiene su respuesta al observar el eje horizontal	No establece una proporción numerica adecuada entre dos frecuencias ademas no tiene claro las etiquetas del eje vertical
Frecuencia absoluta	4	1	3	1
Porcentaje	44.44%	11.11%	33.33%	11.11%
Pregunta 6 (Nivel 2)	Compara la altura del especificador con la distancia entre dos	Compara la altura del especificador con la distancia entre dos frecuencias para obtener	Compara la altura del especificador con la distancia entre dos	

	frecuencias para obtener una aproximación numerica que no esta explicita en el eje vertical.	una aproximación numerica que no esta explicita en el eje vertical. y puntualiza que su respuesta es aproximada.	frecuencias para obtener una aproximación numerica que no esta explicita en el eje vertical. Pero n tiene claro sus etiquetas.	
Frecuencia absoluta	6	2	1	
Porcentaje	66.66%	22.22%	11.11%	
Pregunta 7 (Nivel 2)	Establece una comparación entre la longitud de los especificadores para hallar una diferencia numerica que no esta explicita en el eje vertical de forma adecuada.	Establece una comparación entre la longitud de los especificadores para hallar una diferencia numerica que no esta explicita en el eje vertical con dificultad en la proporción del tamaño de las frecuencias.	Responde a la pregunta del grafico con datos de otra tabla omitiendo la diferencia numerica que hace alusión la pregunta	
Frecuencia absoluta	5	3	1	
Porcentaje	55.55%	33.33%	11.11%	
Pregunta 8 (Nivel 2)	Establece una comparación entre la longitud de los especificadores para hallar una diferencia numerica entre ambos de forma adecuada			
Frecuencia absoluta	9			
Porcentaje	100%			
Pregunta 9 (Nivel 2)	Relaciona el tamaño de la muestra con la escala de las frecuencias etiquetadas en el eje vertical.			
Frecuencia absoluta	9			
Porcentaje	100%			
Situación 1	Tipo respuesta			

Actividad 3				
Pregunta 1 (Nivel 1)	Tiene en cuenta el titulo para relacionarlo con los porcentajes del gráfico. Y hace una lectura general de él.	Realiza una lectura parcial del grafico pues, obvia el titulo y las etiquetas.		
Frecuencia absoluta	6	3		
Porcentaje	66.66%	33.33%		
Pregunta 2 (Nivel 1)	Identifican la información puntual de cada uno de los sectores del grafico como lo pide la pregunta.	No identifica la información puntual de cada sector del grafico y hace énfasis en los porcentajes, en el total de cargas de café recolectado o en el color de cada parte del grafico.	Identifica la información de cada sector del grafico, aunque en su respuesta esta información no es explícita si realiza inferencias a partir de la observación de cada uno de los sectores.	
Frecuencia absoluta	3	5	1	
Porcentaje	33.33%	55.55%	11.11%	
Pregunta 3 (Nivel 1)	Identifican la información puntual de cada uno de los sectores del grafico como lo pide la pregunta			
Frecuencia absoluta	9			
Porcentaje	100%			
Pregunta 4 (Nivel 2)	Transforma un porcentaje a un número entero para dar respuesta a la pregunta y aproxima su resultado.	Transforma un porcentaje a número entero. Y tiene en cuenta el concepto de aproximación cuando se trabaja con variables cuantitativas continuas.		
Frecuencia absoluta	8	1		
	88.88%	11.11%		
Pregunta 5 (Nivel 2)	Transforma los porcentajes a números enteros y los suma para dar	No tiene el sentido de la proporción en un gráfico circular y su respuesta no se aproxima al resultado.		

	respuesta a la pregunta y aproxima su resultado.			
Frecuencia absoluta	3	6		
Porcentaje	33.33%	66.66%		
Pregunta 6 (Nivel 3)	Realiza inferencias con datos que no estan explicitos e implicitos en el gráfico.	Realiza inferencias sin tener en cuenta datos estadísticos. Tampoco la información explicita ni implicita en el gráfico.	El estudiante no realiza ninguna inferencia porque dice “que el grafico no ofrece suficiente información”	
Frecuencia absoluta	3	3	3	
Porcentaje	33.33%	33.33%	33.33%	

Tabla 19. Tabulación de datos situación 2

Situación 2 Actividad 1	Tipo de Respuesta			
Pregunta 1 (Nivel 1)	Responde acertadamente realizando una lectura horizontal y vertical de la tabla	Responde acertadamente sin hacer referencia a la tabla	Responde acertadamente pero no hace referencia a la tabla ni al objeto de estudio (presentacion del café)	
Frecuencia absoluta	1	6	2	
Porcentaje	11.11%	66.66%	22.22%	
Pregunta 2 (Nivel 2)	Responde acertadamente teniendo en cuenta las unidades de medida propone una operación y la resuelve.	Responden acertadamente proponiendo una operación basica (resta)	No responden acertadamente. Plantean la operación (resta) pero la resuelven erroneamente.	No responde acertadamente, no tiene en cuenta las unidades de medida y no plantea ninguna operación matematica.
Frecuencia absoluta	3	3	2	1
Porcentaje	33.33%	33.33%	22.22%	11.11%
Pregunta 3 (Nivel 2)	Halla el porcentaje y su relación con el valor en pesos	Halla el porcentaje pero no establece una relacion explicita con el valor en pesos.	No logran resolver problemas donde deben hallar un porcentaje	Da una respuesta que no se relaciona con la pregunta

Frecuencia absoluta	2	1	5	1
Porcentaje	22.22%	11.11%	55.55%	11.11%
Pregunta 4 (Nivel 2)	Tiene en cuenta la información general de la tabla, realiza operaciones matematicas y toma en cuenta su experiencia personal para encontrar una respuesta adecuada.	Tiene en cuenta la información general de la tabla, realiza operaciones matematicas para encontrar una respuesta adecuada.	Tiene en cuenta la informacion de la tabla pero no logra comprender significado de los datos que representa.	No tienen en cuenta la información de la tabla y responden a partir de su experiencia personal.
Frecuencia absoluta	1	4	1	3
Porcentaje	11.11%	44.44%	11.11%	33.33%
Pregunta 5 (Nivel 2)	Tiene en cuenta la pregunta anterior para responder correctamente	Responde correctamente pero no es coherente con la respuesta anterior.	No comprendio la información de la tabla para dar respuesta a la pregunta 4 y 5 las cuales van articuladas.	
Frecuencia absoluta	5	2	2	
Porcentaje	55.55%	22.22%	22.22%	
Pregunta 6 (Nivel 2)	Plantean un procedimiento, realizan operaciones para hallar el valor en pesos de acuerdo al porcentaje dado y responden correctamente.	Plantea un procedimiento pero no logra hallar el valor en pesos de acuerdo al porcentaje dado. Presentando dificultad en las operaciones u omiten cifras.	No logra, ni plantea un procedimiento para hallar el valor en pesos de acuerdo al porcentaje dado.	
Frecuencia absoluta	3	5	1	
Porcentaje	33.33%	55.55%	11.11%	
Pregunta 7 (Nivel 3)	Realizan inferencias reconociendo que la información de la pregunta anterior no es suficiente para establecer una tendencia.	Realizan alguna inferencia teniendo en cuenta la informacion de la pregunta anterior	No realizan ninguna inferencia porque dicen que la información que tiene no es suficiente	
Frecuencia absoluta	2	2	5	
Porcentaje	22.22%	22.22%	55.55%	
Situación 2 Actividad 2	Tipo de Respuesta			

Pregunta 1 (Nivel 2)	Tienen en cuenta el eje vertical para establecer que el tamaño de la muestra es la suma de las frecuencias.	Tienen en cuenta el eje horizontal para establecer que el tamaño de la muestra es el ancho de cada intervalo.		
Frecuencia absoluta	3	6		
Porcentaje	33.33%	66.66%		
Pregunta 2 (Nivel 2)		Tienen en cuenta unicamente un rango de los intervalos de clase para hallar el promedio de los datos en el histograma. Por lo cual da una respuesta incorrecta.	Encuentra una marca de clase incorrecta en los intervalos para realizar los promedios del histograma por lo cual da una respuesta incorrecta	
Frecuencia absoluta		6	3	
Porcentaje		66.66%	33.33%	
Pregunta 3 (Nivel 2)		Realizan operaciones matemáticas sin tener claro los promedios de cada intervalo para hallar una respuesta adecuada	Multiplica el numero de fincas por la cantidad de matas de cada plaza obviando la información de los intervalos.	
Frecuencia absoluta		4	5	
Porcentaje		44.44%	55.55%	
Pregunta 4 (Nivel 3)	Analizan la cantidad de fincas que tiene cada uno de los intervalos y las relacionan con la produccion de cada plaza.	En su respuesta tienen en cuenta solamente la cantidad de fincas de cada intervalo	En su respuesta tiene en cuenta unicamente la cantidad de matas sembradas en cada intervalo.	En su respuesta no tiene en cuenta el los datos representados en el histograma.
Frecuencia absoluta	3	4	1	1
Porcentaje	33.33%	44.44%	11.11%	11.11%
Pregunta 5 (Nivel 2)	Para su respuesta tiene en cuenta unicamente el rango superior del intervalo. Y realiza las operaciones matematicas correspondientes.	En su respuesta tiene en cuenta el limite inferior del primer intervalo ademas no tiene en cuenta las frecuencias.	No logran comprender el problema que se plantea	
Frecuencia absoluta	1	1	7	

Porcentaje	11.11%	11.11%	77.77%	
Pregunta 6 (Nivel 2)	Para su respuesta suma unicamente los rangos superiores de cada intervalo. Y realiza las operaciones matematicas correspondientes.	No logran comprender el problema que se plantea		
Frecuencia absoluta	1	8		
Porcentaje	11.11%	88.88%		
Pregunta 7 (Nivel 3)	Realizan inferencias a apartir de la información del gráfico y su experiencia.	Realiza una interpretación literal del gráfico sin ninguna inferencia.	No realizan ningun inferencia a apartir del gráfico.	
Frecuencia absoluta	2	2	5	
Porcentaje	22.22%	22.22%	55.55%	
Situación 2 Actividad 3	Tipo de Respuesta			
Pregunta 1 (Nivel 1)	Tiene en cuenta las categorias de cada una de las columnas y su relación con la frecuencia	Tiene en cuenta las categorias de cada una de las columnas pero no establece una relación con las frecuencias.	Tiene en cuenta la frecuencia pero no la categoria de cada una de las columnas	Tiene en cuenta el tema de la tabla pero no establece una relación entre las categorias y las frecuencias.
Frecuencia absoluta	3	2	3	1
Porcentaje	33.33%	22.22%	33.33%	11.11%
Pregunta 2 (Nivel 2)	Reconocen la categoria y la magnitud. Ademas, realiza las operaciones adecuadas para encontrar el resultado.	Realiza las operaciones adecuadas pero no tiene en cuenta en su respuesta la categoria.	Realiza las operaciones adecuadas pero en su resultado no hace referencia a la unidad de medida.	
Frecuencia absoluta	4	1	4	
Porcentaje	44.44%	11.11%	44.44%	
Pregunta 3 (Nivel 2)	Conoce la definición de mediana, propone un procedimiento pero no organiza los datos.	No conocen la definición y el procedimiento para hallar la mediana. Plantea un procedimiento no apropiado para este caso.	No conocen la definición y el procedimiento para hallar la mediana. Plantea un procedimiento no apropiado para este caso. No resuelve bien una división.	

Frecuencia absoluta	1	6	2	
Porcentaje	11.11%	66.66%	22.22%	
Pregunta 4 (Nivel 2)	Hallan la media teniendo en cuenta la categoría y la suma de las frecuencias, para después dividirla por el número de fincas	Tiene en cuenta la categoría pero no establece un procedimiento adecuado para hallar la media.	No tiene en cuenta la categoría, tampoco establece un procedimiento adecuado para hallar la media.	
Frecuencia absoluta	4	3	2	
Porcentaje	44.44%	33.33%	22.22%	
Pregunta 5 (Nivel 2)	Hallan la media teniendo en cuenta la categoría y la suma de las frecuencias, para después dividirla por el número de fincas.	Tiene en cuenta la categoría pero no establece un procedimiento adecuado para hallar la media.	No tiene en cuenta la categoría, tampoco establece un procedimiento adecuado para hallar la media.	
Frecuencia absoluta	4	3	2	
Porcentaje	44.44%	33.33%	22.22%	
Situación 2 / Actividad 3	Tipo de Respuesta			
Pregunta 1 (Nivel 2)	Expresan que la variable son las categorías que están representadas en las etiquetas.			
Frecuencia absoluta	9			
Porcentaje	100%			
Pregunta 2 (Nivel 2)	Establece una relación del eje horizontal con el eje de las frecuencias para hallar el alto del especificador. (rectángulo)	No responde a la pregunta que se le plantea.		
Frecuencia absoluta	8	1		
Porcentaje	88.88%	11.11%		
Pregunta 3 (Nivel 2)	Hallan la moda en el conjunto de datos pero su respuesta no hace referencia a la unidad de medida.	No reconoce la moda en un conjunto de datos		
Frecuencia absoluta	8	1		
Porcentaje	88.88%	11.11%		

Pregunta 4 (Nivel 2)	Hallan la media teniendo en cuenta la categoría y la suma de las frecuencias, para después dividirla por el número de fincas.	Tiene en cuenta la categoría establece un procedimiento para hallar la media pero el resultado no es el apropiado	Tiene en cuenta la categoría pero no establece un procedimiento adecuado para hallar la media.	Establece un procedimiento inadecuado para hallar la media en un diagrama de barras.
Frecuencia absoluta	2	1	4	2
Porcentaje	22.22%	11.11%	44.44%	22.22%
Pregunta 5 (Nivel 3)	Realizan una buena interpretación del gráfico, elaboran las operaciones adecuadas discriminando de acuerdo a las categorías. Y realizan inferencias de acuerdo a su experiencia.	Realizan una buena interpretación del gráfico, elaboran las operaciones adecuadas y realizan inferencias de acuerdo a su experiencia.	Confunden parte de la información del gráfico o no realizan las operaciones correctamente	No tiene una comprensión del gráfico por lo cual no proponen ninguna respuesta.
Frecuencia absoluta	3	1	2	2
Porcentaje	33.33%	11.11%	22.22%	22.22%
Pregunta 6 (Nivel 3)	Realizan inferencias teniendo en cuenta una sola categoría.	Tiene en cuenta las categorías pero no identifica ninguna tendencia en los datos		
Frecuencia absoluta	8	1		
Porcentaje	88.88%	11.11%		

4.1 Análisis de respuestas de las preguntas Nivel 1 en Tablas (Lectura de datos)

Para responder a este tipo de preguntas, con datos representados en tablas los estudiantes utilizaron la técnica de lectura literal, teniendo en cuenta cada una de las categorías de las columnas. Se pudo observar que ellos lograron identificar tanto información general como puntual contenida en las tablas. Logran extraer información elemental, recuperan información del gráfico para responder preguntas explícitas para las cuales la respuesta es obvia, está en el gráfico. Logran hacer una lectura puntual manteniendo la atención en un lugar específico de la tabla.

A continuación se evidencia el caso de un estudiante en cuya respuesta, a la primera pregunta de S1-A1, logra dar cuenta de lo indicado en el párrafo anterior.

1) ¿Qué información se relaciona en la tabla?

en la anterior tabla nos muestran la cantidad de matas sembradas en cada finca y esta información nos muestra y se relaciona con el porcentaje de cultivo de café y otros, que nos ayuda a saber lo cultivado.

Figura 2.(S1- A1) Fuente: estudiante

Como no es suficiente la respuesta escrita para saber qué tuvo en cuenta de la tabla para llegar a la respuesta, el profesor le pide que justifique su respuesta e indique (muestre) qué parte de la tabla tuvo en cuenta:

Video 1 min 14:52

P: ¿qué tuviste en cuenta para dar esa respuesta?

E: Cada una de las columnas y agruparlas y tratar de juntarlas y la información que se encuentra en cada una, tratar de ponerla acá (señala el espacio donde escribió la respuesta).

En la argumentación se pudo establecer que el estudiante realiza una articulación de todas las categorías de las columnas, para después realizar una generalización de la información de la tabla. Así mismo, en la pregunta 4 de la S1-A1 se evidencia como los 9 estudiantes identificaron

la información explícita en la tabla, teniendo en cuenta la categoría de la columna y su relación con la fila, como se muestra a continuación.

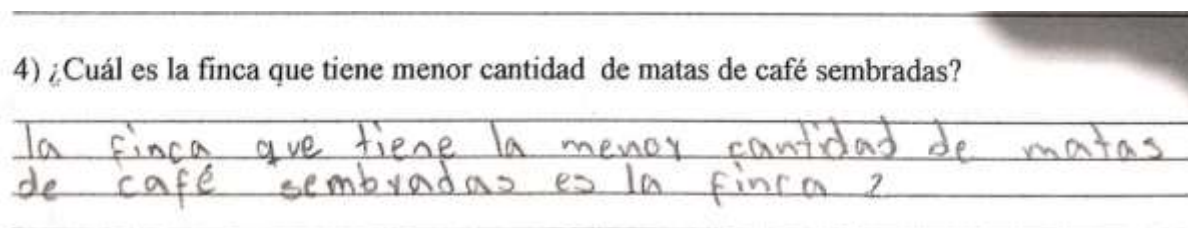


Figura3. (S1-A1) fuente: estudiante

En la pregunta 1 de la situación 2 de la actividad 1 (S2-A1) todos responden acertadamente lo que muestra que logran identificar información puntual dentro de la tabla como se muestra a continuación

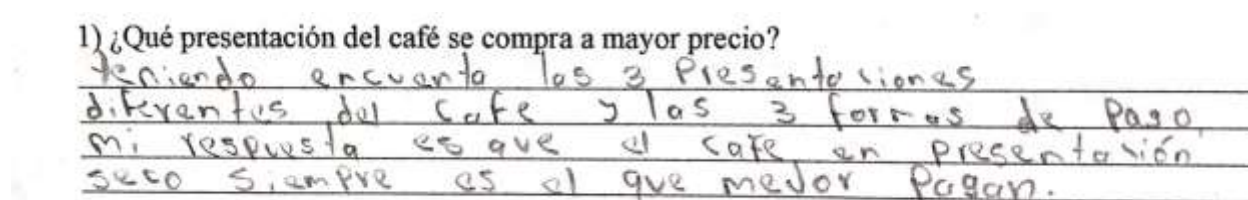


Figura 4. (S2-A1) Fuente estudiante

Retomando la primera pregunta de la S1-A1 se encontró que dos estudiantes muestran dificultades para relacionar las categorías de las primeras columnas con el contenido general de la tabla, pues ellos dan una información parcial obviando las categorías expresadas en las primeras columnas donde aparece los datos de las fincas y la cantidad aproximada de matas de café sembradas en cada una de ellas, presentan dificultad para extraer información puntual de la tabla, la respuesta la obtienen al observar solo las dos últimas categorías de la tabla, como se muestra a continuación

1) ¿Qué información se relaciona en la tabla?

Se relaciona sobre el porcentaje aproximado
de terreno de café sembrado y terrenos
sembrado con otros cultivos

Figura 5. (S1-A1) Fuente estudiante

Un estudiante toma en cuenta parte de la información de la tabla y realiza una inferencia con dicha información. El estudiante logró deducir, a partir de la representación de los datos, una respuesta que requiere un conocimiento previo del contexto.

1) ¿Qué información se relaciona en la tabla?

- el porcentaje malos de café sembrados
y el porcentaje de otros cultivos, mandados
una idea sobre el tamaño del terreno de
cada finca.

Figura 6 (S1-A1) Fuente estudiante.

Este caso es interesante pues, aunque cae en el error de obviar la primera columna, donde se expresa la frecuencia absoluta, logra proponer una inferencia para ir más allá de la pregunta inicial.

Dos estudiantes presentan dificultades para extraer información puntual de la tabla, pues no se centran en las categorías y empieza a buscar relaciones entre las categorías, como se muestra en la siguiente imagen

1) ¿Qué información se relaciona en la tabla?

la relación que nos muestra la tabla es que de cada 2 fincas está el mismo promedio de matas de café y de otros cultivos sembrados

Figura 7. (S1-A1) Fuente estudiante

La mayoría de las respuestas obviaron el concepto de aproximación que aparece en las categorías de cada una de las columnas, pues se está trabajando con datos de magnitudes continuas. Para las 3 y 4 los estudiantes debían centrar su atención en aspectos puntuales de la tabla. Todos ellos utilizaron la técnica de la lectura literal del título de la columna y la relacionaron con la fila para obtener las respuestas. Pero en la pregunta 3 siguen omitiendo el concepto de porcentaje aproximado en las respuestas.

3) ¿Qué porcentaje de terreno hay sembrado con café en la finca número 5?

en la finca número 5 hay un porcentaje del 90% de la finca sembrado con café

4) ¿Cuál es la finca que tiene menor cantidad de matas de café sembradas?

la finca que tiene la menor cantidad de matas de café sembradas es la finca 2

Figura 8. (S1-A1) Fuente estudiante

4.2 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 2 en Tablas (Lectura entre datos)

Las siguientes preguntas 5, 6, 7, 8 y 9 de S1-A1; 2, 3, 4, 5 y 6, de S2- A1 y 2, 3, 4 y 5 de S2-A3 son de nivel 2. En este nivel se requiere interpretar e integrar los datos, comparar cantidades y usar algunos conceptos y habilidades matematicas. Los estudiantes deben seleccionar y usar algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema planteado. Además deben organizar información con procedimientos definidos.

En la pregunta 5 (S1-A1) , los estudiantes deben encontrar relaciones de orden entre números, la tecnica utilizada fue comparar las cantidades que se representan en la columna correspondiente “mayor que” ($>$) y “menor que” ($<$) en la cual ninguno tuvo dificultad. En la pregunta 6 y 7 los estudiantes deben encontrar el promedio en los datos que se presentan en la tabla, todos utilizaron calculadora y la técnica de integración de los datos sumando la información de cada una de las filas de la columna .Y posteriormente lo dividieron por el total de los datos de la columna. a continuación se muestra una de las respuestas

6) ¿Cuál es el promedio de matas de café sembradas en la vereda La Norcacia?

el promedio de matas de café sembradas en la vereda la Norcacia es de 9,300 matas

Figura 9. (S1-A1) Fuente estudiante

La tecnología que sustenta la tecnica se ve reflejada en la habilidad para realizar las operaciones matemáticas, la adición y la división. Como se registró a continuación

Video 1 min 27: 38

P: ¿Cómo llegaste a esa conclusión a esa respuesta?

E: Pues.... Sumo la cantidad de matas que habia y despues lo divide por la cantidad de fincas que eran 10 y me dió 9.300.

Tanto en la pregunta 6 y 7 cuatro estudiantes en sus respuestas no hacen referencia a lo que representa lo numérico o a su unidad como se muestra.

6) ¿Cuál es el promedio de matas de café sembradas en la vereda La Norcacia?

9.300

Figura 10. (S1-A1) Fuente estudiante

7) ¿Cuál es el promedio del porcentaje de terreno dedicado al cultivo de otros productos?

25.5

Figura 11. (S1-A1) Fuente estudiante

En la pregunta 8 (S1-A1) 6 estudiantes identifican la columna correspondiente a la pregunta y relacionan los datos con la fila para establecer la comparación del dato mayor con el dato menor y hallar la diferencia por medio de una operación matemática, mientras que 1 estudiante no ubica la categoría indicada y pone su atención en otras columnas para dar su respuesta en una unidad de medida diferente a la que se pide a la pregunta como se muestra en la siguiente imagen.

8) ¿Cuál es la diferencia de la cantidad de matas de café, si se comparan la finca que tien mayor cantidad de matas sembradas con la que tiene menor cantidad ?

la diferencia de la cantidad de matas, comparado con la finca que tiene mayor cantidad de matas con la menor es de un 20 %

Figura 12. (S1-A1) Fuente estudiante

Video 1 min 30:58

P. ¿Cómo llegaste a esa respuesta dime?

E. Mirando en el cuadro que por ejemplo la finca número dos es de un 90%, eh pues las matas pues la cantidad de matas aproximada de café es de 3.500 la menor y tiene un 90 % y la finca número 4 tiene 20.000 matas sembradas y es de un 70% entonces ahí mire la diferencia del 70 y el 90% y ahí saque el 20%

P. ah miraste la diferencia entre el 90% y el 70%

E. Sí señor.

E. Y te dio 20%

Dos estudiantes logran identificar la columna correspondiente a la pregunta, pero no reconocen el dato mayor y el dato menor para hallar la diferencia lo que evidencia una dificultad asociada a los procesos de pensamiento matemático con respecto a la sustracción por lo cual no da una respuesta acertada.

Con respecto a la pregunta 3 (S2- A1) 3 estudiantes logran trabajar con porcentajes. Aunque solo 2 establecen una relación con el valor en pesos, lo que fue acertado para la pregunta cómo se muestra a continuación.

3) ¿Qué porcentaje de valor en pesos se pierde al vender una carga de café mojado en comparación con la venta de café seco?

4 %

• $750000 \div 100 = 7500$

7500 se multiplica por algún porcentaje para que el resultado sea 30000 que es lo que se perdió en pesos.

Figura 13. (S2-A1) Fuente estudiante

Video 2 Min 9:40

E. Aquí ya se divide esto es la carga, esto equivale a la carga (señala con el dedo la cifra 750.000) que equivale al 100% entonces se divide y da setecientos...(corrige) 7.500

P. 7.500 es que

E. El resultado de dividir esto con esto (señala 750.000 dividido 100). Se multiplica por algún porcentaje para que el resultado sea 30.000 pesos que es lo que se perdió en pesos ósea lo que se perdió en pesos fue 30.000 entonces ahí me están preguntando el porcentaje cual sería, entonces uno ya hace la... ya multiplica cierto algún porcentaje, ósea que ya multiplica esto (señala 750.000) por 1 por 2

P. Y en el caso tuyo por qué porcentaje

E. Porque acá lo está preguntando (señala el enunciado de la pregunta)

P. 7.500 se multiplica por algún porcentaje para que el resultado sea 30.000 que es lo que se perdió en pesos. Entonces ese algún porcentaje ¿cuál sería?

E. Eh. Por eso como le explicara 7.500 se multiplica por algún porcentaje o mejor dicho por algún número mejor ósea supongamos que multiplicamos 7.500 por 1 y que nos da eso nos da menos no pero no nos da 30.000 nosotros necesitamos un número que multiplicado por este (señala el 7.500) o este por otro número (vuelve a señalar) le dé a uno de 30.000 pesos hasta llegar a él, este ya sería el porcentaje, entonces 7.500 por 4 da 30.000

P. Entonces el algún porcentaje tú lo buscas sumando o multiplicando ok.

El estudiante restante no logra establecer una relación del porcentaje con su valor en pesos, como se muestra a continuación

3) ¿Qué porcentaje de valor en pesos se pierde al vender una carga de café mojado en comparación con la venta de café seco?
se pierde el 4%

Figura 14.(S2-A1) Fuente estudiante

Seis estudiantes no logran reconocer la relación que hay entre el valor en pesos y el porcentaje. Cinco de ellos se limitaron a restar al valor de la carga de café seco el valor de la carga de café mojado, dando la respuesta en pesos.

3) ¿Qué porcentaje de valor en pesos se pierde al vender una carga de café mojado en comparación con la venta de café seco?
el porcentaje de valor en pesos que se pierde
es de 30.000 pesos
750 000
- 720 000
0 30 000

Figura 15.(S2-A1) Fuente estudiante

Mientras que el otro estudiante da una respuesta que no se relaciona con la pregunta debido, por un lado, a que no halla la relación entre el valor en pesos perdido y el porcentaje. Por otro lado, tomó en cuenta la categoría del precio por kilo y no la categoría de precio por carga que era sobre la que indagaba la pregunta.

3) ¿Qué porcentaje de valor en pesos se pierde al vender una carga de café mojado en comparación con la venta de café seco?
Se le está perdiendo 240 pesos por kilo

Figura 16.(S2-A1) Fuente estudiante

En la pregunta 4 (S2- A1) 5 estudiantes tienen en cuenta la información general de la tabla realizan operaciones matemáticas y llegan a la conclusión que en cualquier presentación da igual vender 125 kilos de café, pero uno de ellos toma en cuenta su experiencia personal pues, afirma que lo que influye en el precio del café es la calidad.

4) ¿En qué cantidad es más rentable vender 125 kilos de café: Por arroba, por carga o por kilos? justifique su respuesta.

en todas sus formas es igual por que a
 6000×12.5 es 75.000 y 75.000×10 es igual
 a 750.000

Figura 17.(S2-A1) Fuente estudiante

Video 3 12:11

E. En todas sus formas es igual porque al multiplicar 6.000 por 12.5 me da 75.000 a lo que equivale una arroba y si multiplico 75.000 por 10 me daría 750.000 entonces pues en todas sus formas da lo mismo.

Un estudiante tiene en cuenta la información de la tabla pero no logra comprender el significado de los datos que se representa, pues él multiplica 125 por \$750.000, como si el valor de cada kilo fuera ese desconociendo que \$ 750.000 es el valor de la carga de café y que cada carga está compuesta por 10 arrobas y cada arroba por 12.5 kilos. Es importante tener en cuenta que el estudiante logra realizar las operaciones básicas.

4) ¿En qué cantidad es más rentable vender 125 kilos de café: Por arroba, por carga o por kilos? justifique su respuesta.

en carga que saldrian valiendo los 125
 kilos 93750000
 $125 \times 750.000 = 93750000$

Figura 18.(S2-A1) Fuente estudiante

Tres estudiantes no toman en cuenta la información de la tabla y su respuesta se basó en su experiencia personal, omitiendo los procesos de pensamiento matemático.

4) ¿En qué cantidad es más rentable vender 125 kilos de café: Por arroba, por carga o por kilos? justifique su respuesta.

es más rentable vender 125 kilos de café por carga por que se vende todo de una sola

Figura 19.(S2-A1) Fuente estudiante

En la pregunta 6 (S2-A1) 3 estudiantes plantean un procedimiento, realizan operaciones para hallar el valor en pesos de acuerdo al porcentaje dado y responden correctamente,

6) Cuando el propietario de la finca "El Recreo" fue a vender las 18 cargas de café seco, el comprador le dijo que el precio había caído en un 25% con respecto a los precios estipulados en la Tabla 2 ¿cuánto dinero perdió en esa venta el propietario?

El propietario le perdió a las 18 cargas
3.375.000 Pesos.

Valor
Carga
750.000 $\frac{100}{100}$
7.500
7.500
25
1.875.000
18
33.750.000

Figura 20.(S2-A1) Fuente estudiante

Como se puede observar en la imagen el estudiante divide el valor de la carga (\$750.000) entre 100, el resultado (7.500) lo multiplica por el porcentaje que se le pide hallar (25%) y el resultado lo multiplica por la cantidad de carga.

Cinco estudiantes plantean un procedimiento adecuado pero no logran hallar el valor en pesos de acuerdo al porcentaje dado. Presentan dificultad en las operaciones u omiten cifras. Uno de estos estudiantes primero multiplica el valor de la carga de café (\$750.000) por 18 cargas dándole como resultado \$13,500.000. Después decide hallar el 50% de \$750.000 encontrando la mitad, cometiendo el primer error porque obtiene como resultado 350.000. Después, para hallar el 25%, decide hallar la mitad del resultado obtenido (350.000) cometiendo el segundo error pues el

resultado fue 125.000. Este resultado lo multiplicó por las cargas de café (18) y obtuvo un resultado de \$ 2.250.000. El procedimiento de llegar al 25% encontrando mitades es adecuado y muestra las diferentes heurísticas para este tipo de preguntas, sin embargo el estudiante presenta dificultades para hallar las mitades de los valores en pesos.

6) Cuando el propietario de la finca "El Recreo" fue a vender las 18 cargas de café seco, el comprador le dijo que el precio había caído en un 25% con respecto a los precios estipulados en la Tabla 2 ¿cuánto dinero perdió en esa venta el propietario?

mitad de 750.000

60%	350.000	100%	750.000
25%	125.000	mitad de 350.000	175.000
125.000 + 18 = 2250000		750.000	
B: / 2250000		2250000 + 750.000 = 3000000	

¿cuál es la tendencia con respecto al precio del café seco?

Figura 21.(S2-A1) Fuente estudiante

Otro caso de este tipo es el de una estudiante que omite una cifra, aunque plantea un procedimiento adecuado este error no le permite reponder satisfactoriamente. Primero multiplica el valor de la carga (\$750.000) por la cantidad de cargas (18), obteniendo un total de \$13.500.000. Este resultado lo divide entre 10, cuando debía dividirlo entre 100(%), la estudiante omite un cero. El resultado obtenido lo multiplica por el porcentaje requerido (25%).

6) Cuando el propietario de la finca "El Recreo" fue a vender las 18 cargas de café seco, el comprador le dijo que el precio había caído en un 25% con respecto a los precios estipulados en la Tabla 2 ¿cuánto dinero perdió en esa venta el propietario?

perdió 33,750.000

750.000	18
6000.000	
7500.000	
13500.000	
13,500.000 ÷ 10 = 1350.000	
1350.000 × 25 = 33,750.000	

¿cuál es la tendencia con respecto al precio del café seco?

Figura 22.(S2-A1) Fuente estudiante

Un estudiante no plantea un procedimiento ni halla el valor en pesos de acuerdo al porcentaje dado.

6) Cuando el propietario de la finca "El Recreo" fue a vender las 18 cargas de café seco, el comprador le dijo que el precio había caído en un 25% con respecto a los precios estipulados en la Tabla 2 ¿cuánto dinero perdió en esa venta el propietario?

Pierde 73500000

*750,000
x 18

13500000*

Figura 23.(S2-A1) Fuente estudiante

En cuanto a las medidas de tendencia central la mediana es la que mayor dificultad presenta pues ningún estudiante logra hallarla. La tecnología utilizada fue sumar todos los totales de los datos y dividirlos entre 2.

3) ¿Cuál es la mediana del total de la carga de café comercializado?

62

*74+28+2
= 124
124 ÷ 2 =
= 62*

Figura 24.(S2-A3) Fuente estudiante

E. Entonces yo llegue cojí los tres resultados del total de las cargas los sumé y me dió 124 y a 124 los divide por 2 (señala las operaciones de la derecha) porque la mediana trata como del....lo ...como le dijera lo mediano como lo.. el de la mitad, (muestra confusión en el concepto) entonces lo divide por 2 y me dio 62 ; si;

solamente un estudiante tuvo en cuenta algunos datos el dato menor (1) y el dato mayor (14) y halló la mitad (7)

3) ¿Cuál es la mediana del total de la carga de café comercializado?

la media es de 7

Figura 25.(S2-A3) Fuente estudiante

En relación al procedimiento para hallar la media hay 4 estudiantes que tienen en cuenta el total de los datos y lo dividen entre la cantidad de datos. Tienen en cuenta el total de la producción de cada finca y lo dividen entre la cantidad de fincas.

4) ¿Cuál es la media de la producción de carga de café mojado en todas las fincas?
 la media es de 2.8 $28 \div 10$

Figura 26.(S2-A3) Fuente estudiante

Un estudiante tienen en cuenta la cantidad de producción de café en cada una de las fincas y lo dividen entre dos y, sin tener en cuenta que se debe dividir entre la cantidad de fincas.

4) ¿Cuál es la media de la producción de carga de café mojado en todas las fincas?
 la media es 14 cargas de café $\begin{array}{r} 28 \overline{) 12} \\ 08 \\ \hline 0 \end{array}$

Figura 27.(S2-A3) Fuente estudiante

Dos estudiantes no tienen en cuenta los datos de la categoría de la tabla y no plantean un procedimiento adecuado

4) ¿Cuál es la media de la producción de carga de café mojado en todas las fincas?
 es la finca 3 con 4 cargas de café mojado

Figura 28.(S2-A3) Fuente estudiante

4.3 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 1 en gráfico de barras (Lectura de datos)

Las siguientes preguntas 1,2,3,4, (S1-A2) son de nivel 1. Específicamente en la pregunta 1, ocho estudiantes realizan una lectura literal general del gráfico, utilizando las técnicas de lectura del título del gráfico y lectura de las etiquetas del eje vertical como del eje horizontal. Ejemplo de este tipo de respuesta es la siguiente.

1) ¿Qué problema se relaciona en la gráfica?

en la grafica se relaciona el problema de cual es el consumo de abono por finca.

Figura 29. (S1-A2) Fuente estudiante

De este grupo, tres estudiantes van más allá realizando algún tipo de inferencia con la información. Un ejemplo de los estudiantes que van más allá de la lectura general del gráfico y realizan algún tipo de inferencia de acuerdo a los datos observados es el siguiente: el estudiante tienen en cuenta los ejes horizontal y vertical de la gráfica, relacionando la cantidad de abono con cada una de las fincas. Además tienen en cuenta la tabla que acompaña la gráfica donde se muestra la relación entre terreno, matas sembradas, bulto de abono y precio por bulto. De lo anterior infiere que entre más consumo de abono la finca es más grande y por tanto se necesita invertir más dinero. La respuesta dada por el estudiante es:

1) ¿Qué problema se relaciona en la gráfica?

el problema que veo que se relaciona en la grafica es que entre mas grande es, la finca mas abono necesita y mas dinero invierte.

Figura 30. (S1-A2) Fuente estudiante

Por otro lado, un estudiante no logra hacer una lectura literal general del gráfico ya que centra su atención en la altura de un especificador y con base a esta observación da una respuesta, sin tener en cuenta el título del gráfico y las etiquetas, tanto del eje vertical como horizontal. El estudiante tiene en cuenta la finca que más cantidad de bultos utiliza (F4) y establece una relación (*mayor que > menor que <*) con el resto de fincas.

1) ¿Qué problema se relaciona en la gráfica?

que en una finca se usan mas abono que la otras

Figura 31.(S1-A2) Fuente estudiante

En las preguntas relacionadas con la lectura literal de los ejes horizontal y vertical (2 y 3) se evidencia que ocho estudiantes realizan la lectura literal del eje vertical al lograr identificar información puntual al leer las etiquetas. Mientras que, en la lectura literal del eje horizontal se encuentra que 4 estudiantes logran identificar la información puntual al leer las etiquetas; tres estudiantes no identifican la información puntual de este eje pues agregan información del eje vertical; También se da el caso de 1 estudiante que muestra confusión con respecto a los ejes, tanto horizontal como vertical.

Como ejemplo de respuestas acertadas, relacionadas con la lectura literal del eje horizontal, al lograr identificar información puntual se muestra el siguiente:

2) ¿Qué información se relaciona en el eje horizontal?

en el eje horizontal encontramos las 10 fincas de la vereda la norcuvia y cada una tiene su barra las cuales se relacionan con el eje vertical.

Figura 32.(S1-A2) Fuente estudiante

3) ¿Qué información se relaciona en el eje vertical?

la información que se relaciona en el eje vertical es la cantidad de bolsas de abono utilizadas en las fincas

Figura 33.(S1-A2) Fuente estudiante

Como ejemplo, de los estudiantes que no identifican la información puntual del eje horizontal pues agregan información del eje vertical, se presenta:

2) ¿Qué información se relaciona en el eje horizontal?

la información que muestra el eje horizontal son las fincas y la cantidad de abono.

Figura 34.(S1-A2) Fuente estudiante

A continuación se presenta el caso del estudiante que confunde el eje horizontal con el vertical, presenta dificultad con respecto al desconocimiento previo del plano cartesiano y las coordenadas pues, para dar razón del eje horizontal tienen en cuenta las etiquetas del eje vertical.

2) ¿Qué información se relaciona en el eje horizontal?

cantidad de bultos utilizados en cada finca

Figura 35.(S1-A2) Fuente estudiante

En la pregunta 4 (S1-A2) 8 estudiantes comparan la información que se presenta en los ejes para establecer una relación entre el eje horizontal y el eje vertical con la altura del especificador para hallar la respuesta adecuada como se muestra en el siguiente ejemplo

4) ¿Cuál de las fincas utiliza mayor cantidad de bultos de abono?

la finca numero 4 (F4), la cual usa 40 bultos de abono

Figura 36.(S1-A2) Fuente estudiante

Un estudiante establece la relación entre el eje horizontal y el eje vertical con la altura del especificador pero halla dos respuestas

4) ¿Cuál de las fincas utiliza mayor cantidad de bultos de abono?

son las fincas 4 y fincas 7

Figura 37. (S1-A2) Fuente estudiante

4.4 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 2 en gráfico de barras (Lectura entre de datos)

Las siguientes preguntas 5,6,7,8,9 (S1-A2) y 1,2,3,4 (S2-A3) son de nivel 2. Para la pregunta 5 y 6, cuatro y seis estudiantes respectivamente comparan la altura del especificador con la distancia entre dos frecuencias para obtener una aproximación numerica que no esta explicita en el eje vertical, pero en su respuesta no utilizan el termino aproximado ya que en el eje vertical se trabaja con magnitudes continuas.

5) ¿Cuál es la menor cantidad de abono utilizado en una finca?

La finca número 2 (f_2), la cual usa 7 bultos de abono.

Figura 38. (S1-A2) Fuente estudiante

En este caso el estudiante compara las alturas de los especificadores, reconociendo que el especificador con menor altura corresponde al menor consumo de abono, dándole un valor numérico que no está explícito en el eje vertical.

De igual modo se encontró que algunos estudiantes realizan el mismo proceso pero su resultado no corresponde a un valor numérico aproximado así mismo, tres estudiantes en la pregunta 5, obtienen su respuesta de la observación exclusiva de la variable en el eje vertical, ignorando la frecuencia aproximada que se encuentra en el eje vertical, por tal razón no logran dar una respuesta que satisfaga la pregunta.

5) ¿Cuál es la menor cantidad de abono utilizado en una finca?

la menor cantidad que fue utilizada fue en la finca 2

Figura 39.(S1-A2) Fuente estudiante

Para este tipo de preguntas un estudiante no establece una proporción numerica adecuada entre las dos frecuencias.

5) ¿Cuál es la menor cantidad de abono utilizado en una finca?

la menor cantidad de abono utilizado en una finca es de 6 kilos de nite

Figura 40.(S1-A2) Fuente estudiante

4.5 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 1 en gráfico circular (Lectura de datos)

En estas preguntas que abordan la lectura literal del grafico se encuentra que 6 estudiantes de 9 logran hacer una lectura literal general en este tipo de representaciones, mientras que los tres restantes realizan una lectura parcial del título del gráfico o tiene en cuenta solo algunas etiquetas.

Como ejemplo en la pregunta 1 (S1- A3) el siguiente estudiante tiene en cuenta el título para relacionarlo con los porcentajes del gráfico. Y hace una lectura general de él.

1) ¿Qué información se presenta en el grafico?

en el grafico circular encontramos el porcentaje de recolección de cafe en los meses abril y mayo que fueron 18 cargas y sus beneficiarios los cuales fueron cuatro (4) trabajadores.

Figura 41. (S1-A3) Fuente estudiante

Un ejemplo de los estudiantes que tienen en cuenta parte de la información del gráfico al desconocer su estructura básica es el siguiente

1) ¿Qué información se presenta en el gráfico?

se presenta sobre el porcentaje de recolección de cargas de café

Figura 42.(S1-A3) Fuente estudiante

En esta respuesta el estudiante solo tiene en cuenta los porcentajes de recolección de cargas de café pues presenta la dificultad de relacionar el título con el contenido del gráfico.

En tanto a la pregunta 2 (S1-A3) que se refiere a relizar una lectura parcial del gráfico solo 3 estudiantes logran hacerlo.

2) ¿Qué información se relaciona en cada uno de los sectores del gráfico?

el porcentaje de recolección de cada trabajador entre los meses de abril y mayo.

Figura 43.(S1-A3) Fuente estudiante

Mientras que 6 estudiantes presentan dificultad para extraer información puntual del gráfico, debido a no centrarse en una única lectura de las etiquetas y empezar hacer relaciones entre ellas

2) ¿Qué información se relaciona en cada uno de los sectores del gráfico?

se relacionan los porcentajes y los colores de las graficas

Figura 44.(S1-A3) Fuente estudiante

4.6 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 2 en gráfico circular (Lectura entre de datos)

En lo que tiene que ver en este tipo de respuestas se encontró que 9 estudiantes mostrarán habilidades en operaciones matemáticas al transformar un porcentaje de recolección de café de un trabajador que se muestra en parte de la gráfica a números enteros y así aproximar su respuesta. Es importante resaltar que para esta pregunta hubo trabajo cooperativo pues al inicio solo pocos estudiantes lograron tener un plan para resolver la pregunta

4) ¿Cuántas cargas de café recolecto Camilo?

camilo recolecto 5 cargas y 117 kilos

Figura 45.(S1-A3) Fuente estudiante

Video 3 sección 3 (S1-A3)

P. ¿ Como llegaste a esa respuesta ?

E. Hice la operación para saber que tanto habia cogido cada uno de ellos y, según el porcentaje dividiendo...dividiendo ¡ah! sabiendo cuanto equivale una carga de café que son 125 kilos luego lo multiplique por 18 cargas, entonces lo que me dio lo divide por 100 y el resultado lo multiplique por el porcentaje y me dio la cantidad de kilos la cual la dividí a 125 que es una carga, supe cuántas cargas me habia dado y aca no me alcanzó a llegar a las 6 cargas entonces le puse 117 kilos, 5 cargas y 117 kilos.

P. Esa cifra de 125 kilos de donde la obtuviste

E. ¡Ah! eso es lo que pesa una carga de café, lo que siempre uno vende y uno sabe que pesa una carga de café.

En la pregunta 5 (S1-A3) en 6 de los 9 estudiantes se evidenció que a pesar de haber realizado operaciones matemáticas su respuesta no se relaciona con la proporción de la gráfica, mostrando así su dificultad para relacionar fracciones en este tipo de gráficos,

5) ¿Cuáles son los dos trabajadores que recolectaron entre los dos 7 cargas de café?

los que recolectaron 4 cargas de cafe son camilo y Rubiery

Figura 46.(S1-A3) Fuente estudiante

El porcentaje de Camilo es de 33% y el de Rubiery es de 28% dando entre los dos 61% mas de la mitad en proporción de la gráfica la cual representa 18 cargas de café. Los tres estudiantes restantes utilizaron el procedimiento de la pregunta 4 para llegar al resultado de recolección de cada trabajador y así sumar los dos trabajadores (Pedro y Rozo) que recolectaron entre los dos 7 cargas aproximadamente. Teniendo en cuenta la coherencia en relación con la proporcionalidad en la gráfica. Como se evidencia

Video 3 seccion 3 (S1-A3)

E. Yo puse que era Rozo y Pedro, hice el mismo procedimiento que hice arriba para saber cuántas cargas habia cogido Camilo y entre los dos sumé la cantidad de cargas y me dieron Rozo y Pedro

P. Permíteme la gráfica, Rozo y Pedro... pero tu sacaste, hiciste el mismo procedimiento con cada uno o solamente los dos?

E. Primero tomé aleatoriamente estos dos que ví, los que tenían más poco, entonces hice el mismo procedimiento y sumé la cantidad de café que habían cogido, le saqué las cargas que habían cogido.

4.7 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 2 en histograma (Lectura entre de datos)

La pregunta 1 (S1-A3) indaga por el tamaño de la muestra en la grafica solo 3 de 9 estudiantes realizan una lectura especifica del eje vertical para establecer que el tamaño de la muestra es la suma de las frecuencias (las 10 fincas)

Video 4 seccion 2 Min 11.20

P. ¿que tuviste en cuenta?

E. Fue por ejemplo que las 10 fincas esta...pues la muestra son las 10 fincas y esa es la cantidad de las plazas, pues que esta dentro de las fincas

P. En el histograma donde optuviste lo de las 10 fincas. Que tuviste en cuenta el eje horizontal, el eje vertical

E. Si el número de fincas (señala el eje vertical con el lápiz)

P. ¿Dónde aparece el número de fincas?

E. Aquí (señala el eje vertical)

P. ¿y las 10 fincas?

E. Uno cuenta, por ejemplo 5, 4, 1 (señalando los cada una de las barras del histograma) por ejemplo aca hay 1 finca, aca hay 4, aca 5 serian 10 fincas (señala cada barra del histograma) y aca el numero de plazas (señala el eje horizontal) asi obtuve la muestra.

Por otro lado 6 de los 9 estudiantes no tiene claro el concepto de muestra en este tipo de gráficos, pues en su respuesta determinan que el tamaño del intervalo de clase es la muestra, como se evidencia a continuación.

Responda las preguntas a continuación de acuerdo a la información del gráfico 3.

1) ¿Cuál es tamaño de la muestra que se representa en la gráfica?

el tamaño de la muestra es de 3 por que las plazas varían de 3 en 3

Figura 47.(S2-A2) Fuente estudiante

En la pregunta 2 (S2-A2) se indaga por el promedio de matas en las fincas que tienen entre 1 y menos de 6 plazas sembradas representadas en los siguientes intervalos [1 a 3), [3 a 6). 6 de 9 estudiantes tienen en cuenta únicamente un rango de los intervalos de clase para hallar el promedio de los datos en el histograma, por lo cual da una respuesta incorrecta

2) ¿Cuántas matas en promedio hay sembradas en las fincas que tienen desde 1 y menos de 6 plazas con café?

aproximadamente 15000 matas de café

2) ¿Cuántas matas en promedio hay sembradas en las fincas que tienen desde 1 y menos de 6 plazas con café?

18.000 tendría cada finca que tiene 6 plazas sembradas.

Figura 48.(S2-A2) Fuente estudiante

En el primer caso no halla la marca de clase del segundo intervalo y se limita a multiplicar 3.000 matas de café por 5, porque es el número que está antes que 6. Para el segundo caso multiplica las mismas cantidades de matas por el límite superior del segundo intervalo. Sucede lo

mismo para los otros tres casos los cuáles toman como referencia los límites inferiores de los intervalos para hallar el promedio de matas.

En la pregunta 3 (S1-A2) se indaga por un estimado aproximado de matas de café sembrado en las fincas. Cinco de nueve estudiantes se limita únicamente a multiplicar el número de fincas por la cantidad de matas de cada plaza obviando la información de los intervalos como se evidencia a continuación.

3) ¿ Realice un estimado aproximado del total de matas de café sembradas en las fincas?

el total es de 30.000 matas de café

$$\begin{array}{r} 3000 \\ \times 10 \\ \hline 0000 \\ 3000 \\ \hline 30.000 \end{array}$$

Figura 49.(S2-A2) Fuente estudiante

Los cuatro estudiantes restantes siguen el mismo procedimiento de la pregunta anterior utilizando solamente un rango de los intervalos para realizar las operaciones matemáticas. En ambas preguntas se evidencia la dificultad que tienen los estudiantes pues, se puede percibir como representaciones de datos aislados, suponiendo que cada rectángulo se refiere a una observación particular y no a un intervalo de valores los cuales poseen un límite inferior y un límite superior y una marca de clase importante para hallar el promedio de los datos agrupados.

En las preguntas 5 y 6 (S1-A2) se indaga por producción y rentabilidad en pesos en las fincas para lo cual 7 de 9 y 8 de 9 estudiantes respectivamente no logran comprender el problema que se plantea como se evidencia en los siguientes ejemplos

5) ¿Cuál es la rentabilidad aproximada en millones de pesos de acuerdo a la cantidad de cargas producidas en las fincas según el número de plazas sembradas?

la rentabilidad aproximada es en millones de 750.000
 pesos es de 15.000.000

750.000
 x 4
 3000.000
 x 5
 15000.000

5) ¿Cuál es la rentabilidad aproximada en millones de pesos de acuerdo a la cantidad de cargas producidas en las fincas según el número de plazas sembradas?

la rentabilidad aproximada es de 3.000.000

5) ¿Cuál es la rentabilidad aproximada en millones de pesos de acuerdo a la cantidad de cargas producidas en las fincas según el número de plazas sembradas?

Si las fincas tienen sembradas 4 plazas.
 la rentabilidad aproximada es 3000.000
 y si son 9 plazas es total es de
 6750.000

750.000
 x 4
 3000.000
 x 9
 6750.000

Figura 50.(S2-A2) Fuente estudiante

En el primer ejemplo el estudiante se limita a multiplicar \$750.000 que equivale la carga de café por 4 que son las cargas que produce una plaza sembrada y después lo multiplica por 5 plazas únicamente. Se evidencia que no tiene en cuenta el gráfico y toma parte del enunciado para dar su respuesta. En el segundo ejemplo el estudiante multiplica el valor de una plaza sembrada con café \$3.000.000 por las 10 fincas del gráfico y en el tercer ejemplo el estudiante realiza el mismo procedimiento del primero, pero en este caso al final lo multiplica por 9 plazas que es el límite superior del último intervalo. En todos estos casos se evidencia la dificultad de los estudiantes de trabajar con datos agrupados en intervalos además, de no inferir lo necesario en el gráfico para pasar de la pregunta a la respuesta.

Un ejemplo interesante de una respuesta parcial es la que se evidencia a continuación donde un estudiante toma en cuenta los límites superiores de los intervalos para establecer una cifra aproximada en pesos de acuerdo a la cantidad de cargas producidas. Por su parte en la pregunta 6

realiza una suma de estos valores para establecer una producción aproximada en pesos de todas las fincas

5) ¿Cuál es la rentabilidad aproximada en millones de pesos de acuerdo a la cantidad de cargas producidas en las fincas según el número de plazas sembradas?

las 3 fincas de 3 plazas : 45000000

las 4 fincas de 6 plazas : 72000000

la finca de 9 plazas : 27000000

6) ¿Cuanto es la producción aproximada en millones de pesos de todas las fincas?

144000000

7) ¿Por qué en el Grafico 3 no hay fincas que tengan de 9 a 12 plazas sembradas de café? Explique.

por que solo son 10 fincas

Handwritten calculations on the right side of the page show multiplication of 9000 m by 12, 60, and 36, and a sum of 45000000, 72000000, and 27000000 to reach 144000000.

Figura 51.(S2-A2) Fuente estudiante

4.8 Analisis de respuestas de las preguntas Nivel 3 en tablas, gráfico de barras, gráfico circular e histogramas (Leer más alla de los datos)

Para este tipo de preguntas que requiere de un conocimiento previo y extrapolar información para realizar inferencias. Se evidencio en la pregunta 6 (grafico circular S1-A3) que 3 de 6 estudiantes no realizan ninguna inferencia pues según ellos la gráfica no les da suficiente información, tampoco tienen en cuenta el enunciado que acompaña la grafica ni parten de sus conocimientos previos del contexto para realizar una inferencia. Este mismo caso sucede con la pregunta 7 (tabla, S2-A1) donde cinco de nueve estudiantes no realizan inferencias, además presentan alguna dificultad para percibir tendencias en los datos, y en la pregunta 7 (histograma,

S2-A2) cinco de nueve estudiantes tampoco lo hacen

6) ¿Es posible que los cuatro recolectores puedan aumentar su promedio de recolección para la segunda cosecha del 2018? Justifica tu respuesta.

es posible pero no es muy seguro ya que eso no me lo muestra la grafica

Figura 52.(S1-A3) Fuente estudiante

7) Teniendo en cuenta la pregunta anterior ¿cuál es la tendencia con respecto al precio del café en los próximos días?

no puedo contestar esta pregunta por que no me muestran suficiente informacion.

Figura 53.(S2-A1) Fuente estudiante

Esto demuestra la dificultad de estos estudiantes para realizar una predicción a partir del conocimiento previo del contexto y depender totalmente de la información explícita del gráfico.

Por otro lado 3 de 9 estudiantes en al pregunta 6 (grafico circular S1-A3) realizan inferencias con los datos que no estan explicitos en el gráfico y establecen su predicción con la experiencia y conocimiento del contexto económico de la región pero no tienen clara la relación que se establece, en la gráfica circular, entre el todo (100%) y la parte. Como se evidencia a continuación en el siguiente ejemplo

6) ¿Es posible que los cuatro recolectores puedan aumentar su promedio de recolección para la segunda cosecha del 2018? Justifica tu respuesta.

pues no hay posibilidad de que los cuatro recolectores puedan aumentar su recolección por que es la segunda cosecha y hay menos producción de café

Figura 54.(S1-A3) Fuente estudiante

Para saber como llego el estudiante a realizar la inferencia le pide el profersor que justifique su respuesta

Video 3 seccion 3 (S1-A3) Min 27:08

E. Esa respuesta la saque en principio de la actividad que hice que la primera cosecha del año es la más mejor, y la segunda seria menos café, pues los recolectores cogerian menos porque si por ejemplo,ellos estan acostumbrados no pueden aumentar su nivel de coger café, porque uno lo sabe porque uno es del campo, y en esa primera cosecha ellos cogen eso ese porcentaje porque ya seria su nivel. Ya la segunda seria menos, entonces ahí ya la saque porque la respuesta ya estaria hecha.

P. Entonces cojiste información del gráfico, y la contrastaste con información que tu tienes acerca de las cosechas

E. Si señor,

Para el caso del histograma, 2 de 9 estudiantes en la pregunta 7 (S2-A2) realizaron una inferencia partiendo de su propia experiencia y conocimiento del contexto y las siguientes fueron sus respuestas

7) ¿Por qué en el Grafico 3 no hay fincas que tengan de 9 a 12 plazas sembradas de café? Explique.

Porque tal vez el resto de plazas pueden estar sembradas de otras cultivos.

7) ¿Por qué en el Grafico 3 no hay fincas que tengan de 9 a 12 plazas sembradas de café? Explique.

Por que los fincos del sector son pequeños

Figura 55.(S2-A2) Fuente estudiante

5. CONCLUSIONES

Se puede afirmar que con el presente trabajo se logró identificar los niveles de comprensión de gráficas estadísticas que alcanzan los estudiantes del grado noveno de la institución Educativa Alto Rocío, corregimiento de Tohecito, municipio de Tuluá, Valle del Cauca. La propuesta de aula con la que se cumplió este objetivo, involucraba el cultivo y la comercialización del café, producto que dinamiza la economía de la región y es fuente de trabajo de las familias de los estudiantes. Al involucrar este tipo de actividades se buscaba representar el contexto de los estudiantes, pues se tenía como premisa que esto les permitiría acceder más fácilmente a la comprensión de gráficas estadísticas y alcanzar alguno de los niveles de la taxonomía de Curcio.

Igualmente, esta propuesta de aula incluyó diferentes tipos de representación: Tablas, gráficos de barras y circulares e histogramas, con el propósito de indagar si el tipo de representación influía en el nivel de comprensión de los estudiantes. En este asunto se puede concluir que los estudiantes tienen mayor facilidad para comprender tablas y gráficas de barras, ya que 7 de 9 estudiantes logran realizar una lectura literal del grafico (Nivel I) en ambos tipos de representación. En cuanto al Nivel II, leer entre los datos, La cantidad de estudiantes que logran acceder a él disminuye a 5. Una de las razones por la cual los estudiantes no logran alcanzar este nivel podría ser que, en general, tienen dificultades con las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y a que no logran integrar la información de las etiquetas,

especificadores y el título del gráfico, por tal motivo no establecen relaciones entre los ejes o entre las columnas y las filas. Para el Nivel III, leer más allá de los datos, se encuentra que sólo 3 estudiantes logran realizar inferencias más allá de lo representado en el gráfico, haciendo uso de un saber contextual que ponen al servicio de la comprensión de este tipo de representaciones para lograr resolver algún problema o plantear alguna conjetura.

En relación con las gráficas circulares se encontró que 1 de los 9 estudiantes tiene dificultad para realizar una lectura literal de este tipo de representación. Las dificultades aparecen al momento de operar y hallar valores porcentuales, por tal motivo, sólo 3 estudiantes acceden al Nivel II, siendo estos los que logran realizar operaciones matemáticas con porcentajes. No obstante, estos estudiantes no logran acceder al Nivel III, debido en parte a que no tienen clara la relación que se establece, en la gráfica circular, entre el todo (100%) y la parte.

La representación que más dificultad generó en los estudiantes fue el histograma. El contenido matemático del gráfico, trabajar con variables continuas y, en especial, con intervalos complicó la comprensión de este tipo de representación, notándose aún más la dificultad para realizar operaciones básicas. Por tal razón, los estudiantes que acceden al Nivel II son solo 2, siendo ellos quienes cuentan con los conceptos y relaciones que fundamentan las operaciones que se deben realizar. Son estos mismos dos estudiantes quienes logran el Nivel III, donde el conocimiento previo, tanto matemático como contextual son fundamentales para la comprensión, realizar inferencias y proponer conjeturas.

En general, es posible afirmar que la mayoría de los estudiantes están en el Nivel I de la taxonomía de Curcio, sin importar el tipo de representación gráfica. Las tablas y gráficos de barras posibilitan que un número mayor de estudiantes (5) logren alcanzar el Nivel II, mientras que en los otros tipos de representación sólo 2 estudiantes logran este nivel. Al Nivel III, igualmente, sólo dos estudiantes logran acceder al realizar inferencias, proponer conjeturas y resolver problemas utilizando la información del gráfico y el conocimiento previo del contexto.

En relación con hallar las medidas de tendencia central (Media, Mediana y Moda) el tipo de representación gráfica no juega un papel decisivo, pues sin importar el tipo de representación el total de los estudiantes identifica la moda y la mitad identifica la media. Los que presentan dificultad para hallar la media (4), suman todos los datos y los dividen entre 2. Mientras que todos los estudiantes presentan dificultad para hallar la mediana, en algunos casos, realizan el procedimiento anterior: suman los datos y dividen entre dos; mientras que otros hallan el promedio. Solo un estudiante intenta hallar el dato central, pero se equivoca al no organizar los datos. Se puede concluir que los estudiantes que presentan dificultades, no tienen un conocimiento procedimental para el cálculo de la Media y la Mediana.

Teniendo en cuenta cada uno de los objetivos planteados se puede concluir que: De acuerdo con el objetivo 1 se logró establecer algunos conocimientos matemáticos, didácticos y curriculares que permitieron la construcción de las rejillas denominadas obra matemática y didáctica local para la comprensión de gráficas estadísticas, a partir de estos instrumentos se elaboró la propuesta de aula que se desarrolló con los estudiantes. Además, las rejillas permitieron realizar análisis más detallados de los resultados, los cuales podrían ser el insumo

para una posterior modificación de los planes de área, de aula y del PEI, a partir de una discusión institucional que tenga en cuenta los lineamientos curriculares, los DBA y, en especial, los argumentos que dan los estudiantes al abordar los problemas en estadística y la forma como los resuelven de acuerdo con los resultados de este trabajo.

De acuerdo con el objetivo 2 se logró diseñar una propuesta de aula que articuló el contexto socioeconómico de la región, el cultivo y la comercialización del café, con las obras matemática y didáctica local, la cual movilizó la comprensión de gráficas estadísticas de acuerdo a los niveles de la taxonomía de Curcio. Su construcción fue pertinente porque permitió ampliar los conocimientos acerca del contexto de los estudiantes, así como los conocimientos disciplinares y curriculares para el grado 9°. Esa propuesta de aula deja sentada las bases para la construcción de nuevas propuestas en otros temas y en otros grados de escolaridad.

De acuerdo con el objetivo 3, se logró relacionar los resultados obtenidos de la propuesta de aula puesta en acto con los niveles de la taxonomía de Curcio, lo que permitió reconocer algunas dificultades, obstáculos y errores de los estudiantes para comprender tablas y gráficas estadísticas. La implementación de ésta propuesta y su posterior análisis aporta información para comprender los procedimientos de los estudiantes y los argumentos que ofrecen de lo que hacen y cómo llegan a las respuestas.

6. REFLEXIONES

A partir de la experiencia acumulada en la puesta en práctica de este trabajo de maestría, es posible presentar tres reflexiones en torno a lo curricular, las prácticas en el aula en relación con la actitud del docente frente a su quehacer y al quehacer del estudiante y la necesidad de incluir gráficos estadísticos en otras áreas del conocimiento, con el objetivo de aportar para el mejoramiento de la práctica educativa en la institución.

En relación con la parte curricular es urgente modificar los planes de aula en matemáticas y estadística para incluir propuestas de aula que tengan en cuenta el contexto de los estudiantes y estimulen el desarrollo de las competencias en los distintos pensamientos matemáticos. También es necesario reforzar el trabajo en el conocimiento matemático básico: operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división), porcentaje, plano cartesiano y conceptos estadísticos, entre otros. Por tal motivo se invita a tener en cuenta, el numeral 3.3 Referentes curriculares, de este trabajo, pues allí se presenta un análisis que aporta a esta modificación curricular.

De lo anterior se desprende que las prácticas de aula deben ser modificadas, pues de nada sirve una modificación al currículo si la práctica en el aula sigue igual. La experiencia de filmar las sesiones, así como las repuestas y argumentos que dan los estudiantes durante el trabajo en el aula, permitió identificar que la actitud del docente en el aula en relación con su quehacer debe

ser de escucha y de atención a las comprensiones que los estudiantes van desarrollando al abordar la propuesta de aula. Tener en cuenta el resultado final, la respuesta o solución, no es suficiente pues no permite dar cuenta del aprendizaje, de las razones que tuvo el estudiante para responder de una u otra forma, y por tal motivo le dificulta al docente descubrir en dónde debe intervenir para aportar y mejorar el trabajo del estudiante. Así mismo, este trabajo permitió identificar que el quehacer del estudiante debe ser de un sujeto activo, pues es de suma importante reconocer qué y cómo argumentan los estudiantes al resolver las diferentes situaciones, configurándose en un informante directo de los errores, obstáculos y dificultades que presenta en la comprensión de gráficos estadísticos.

Finalmente, la tercera reflexión apunta a que seguramente estos cambios en las prácticas de aula no competen solamente a las clases de matemáticas o estadística, sino que más bien son una invitación a considerar esta experiencia en las otras áreas del conocimiento. La necesidad de incluir gráficos estadísticos en otras áreas del conocimiento se justifica desde dos lugares. El primero es que la estadística no es una disciplina exclusiva de las matemáticas, por su naturaleza es una acompañante ideal para abordar y ayudar en la comprensión de problemas de otras áreas. El segundo, es que al incluir gráficos y análisis estadísticos en otras áreas permite que los estudiantes afiancen los conocimientos adquiridos en la clase de estadística al ponerlos en práctica en otros lugares que no son exclusivos del ámbito donde se aprendieron.

7. REFERENCIAS

Arteaga, P. Batanero, C. Díaz, C. Contreras, J. (2009) El lenguaje de los gráficos estadísticos.

Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (18), [93-104]

Arteaga, P. Batanero, C. Cañadas, G y Contreras, M. (2011) Las Tablas y Gráficos Estadísticos

como Objetos Culturales. *Números revista de las Matemáticas*, 76, (58)55-67

Recuperado de <http://www.sinewton.org/numeros>

Audrey, A. (1973). *Estadística general*. Universidad Nacional Autónoma de México: Fondo

Educativo Interamericano, S. A.

Batanero, J. D.; Godino, D. R.; Green, P.; Holmes & Vallecillos. (1994) [Errors and difficulties

in understanding elementary statistical concepts. *Internation Journal of Mathematics*

Education in Science and Technology, 25(4), 527-547]

Batanero, C.(2000) ¿Hacia dónde va la Educación Estadística? Departamento de Didáctica de la

Matemática, Universidad de Granada, batanero@goliat.ugr.es Blaix15, 2-13, 2000

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las Jornadas

Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Confederación Latinoamericana de Sociedades de Estadística.

- Begg, A. (1997). Some emerging influences underpinning assessment in statistics. En I. Gal, y J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 1726). Amsterdam: IOS Press.
- Borassi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 2-8.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 164-198.
- Carvalho, C. (1996). Tarefas estatísticas e estratégias de resposta. Comunicación presentada en el VI Encuentro en Educación Matemática de la Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educación. Castelo de Vide (Portugal).
- Chevallard, Y. (1999): El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 19, n°2, pp. 221-266.
- Curcio, F. R. (1987) Comprehension of Mathematical Relationships Expressed in Graphs. Source: *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 18, No. 5 (Nov. 1987), pp. 382-393 Published by: National Council of Teachers of Mathematics Stable. Recuperado de URL: <http://www.jstor.org/stable/749086>

Curcio, F. R. (1989). Developing graph comprehension. Reston, VA: N.C.T.M. Department of Education, National Center for Education Statistics. (2006). The condition of education 2006. Online: <http://nces.ed.gov/programs/coe/2006/analysis/sa03b.asp>

Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education* 32(2), 124-158.

Department of Education, National Center for Education Statistics. (2006). The condition of education 2006. Online: <http://nces.ed.gov/programs/coe/2006/analysis/sa03b.asp>.

Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. (Traducción Myrian Vega) 2da Edición Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Cali- Colombia

Espinel, M. (2007) Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. Universidad de la laguna. pp. 99-119.

Espinel; González; Bruno; & Pinto.(2007) Tendencias actuales en la educación estocástica, Capítulo 7.- Las gráficas estadísticas, universidad Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Educación y Humanidades (Melilla) Universidad de Granada.

Estrella & Olfos. (2012). La taxonomía de comprensión gráfica de Curcio a través del gráfico de Minard: Una clase en séptimo grado. *Educación Matemática*, vol. 24, núm. 2, agosto.

Estruch, F. Vicente, D. Gregori, V. Sapena, P. (2010) *Lecciones de estadística*. España: Editorial, Universidad Politécnica.

Fernández, J. & Moráis, P. (2011). Leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano de escolaridade. Researchgate. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/277177431>.

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.

Hernandez, S.; Fernandez; Batista (2014). Metodología de la investigación. (Vol. (sexta Edición). México. Tomado de: <http://observatorio.epacartgena.gov.co//wpcor.tent/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>

Holmes, P. (1980). Teaching Statistics 11 -16. Sloug: Foulsham Educational Recuperado de: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/vol24-2/>

Inzunsa, S. (2015). Niveles De Interpretación Que Muestran Estudiantes Sobre Gráficas Para Comunicar Información De Contextos Económicos Y Sociodemográficos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, vol. 20, núm. 65, abril-junio, 2015, pp. 529-555. Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A.C. Distrito Federal, México.

Kosslyn, Stephen (1985). "Graphics and human information processing: A review of five books", Journal of the American Statistical Association, vol. 80, núm. 391, pp. 499-512.

Ley 115. Ley general de educación Bogotá, febrero 8 1994.

Li, K. Y. y Shen, M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. Teaching Statistics, 14 (1), 2-8.

Minard, C. (1869) "Carta figurativa de las sucesivas pérdidas de hombres de la armada francesa en la campaña de Rusia de Napoleón en 1812" (Imagen) Recuperado de <http://www.yorokobu.es/edward-tufte/2/?offset=28>

Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Basicos de Aprendizaje Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf

Monroy, R. (2007). Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en

estudiantes de secundaria (12-15). Revista electrónica de investigación en educación en ciencias, 2(2) 29-38. Recuperado de http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-66662007000200004&lng=es&tlng=es.

Mooney, E. (2002). The development of a framework characterizing middle school student`s statistical thinking. In B Phillips (Ed). Proceedings of the sixth International conference on Teaching statistics (in CD). Cape Town, South Africa.

Ottaviani, M.G. (1998). Developments and perspectives in statistical education, Proceedings IASS/IAOS Joint Conference, Statistics for Economic and Social Development, Aguascalientes, Mexico, 1-4 September 1998 (CD-ROM).

Radatz, H. C. (1980). Student errors in the mathematical learning: a survey. For the Learning of Mathematics, 1(1), 16-20.

Régner, J. (2003). A propos de la formation en statistique. Approches praxéologiques et épistémologiques de questions du champ de la didactique de la statistique. En Revue du Centre de Recherche en Éducation Saint-Étienne: Université J. Monnet, 157-201.

Pagano, R. (2011) *Estadística para las ciencias del comportamiento*, Bogotá: Novena edición CENGAGE.

Pollatsek, A. Lima, S. y Well, A. D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En: *Las matemáticas su enseñanza y aprendizaje*. p. 19-46. Unidad de Artes Gráficas, Facultad de Humanidades. Universidad del Valle, Cali, Colombia

Tamayo, L. (2008). *Estadística*. Medellín: Universidad de Medellín.

7. ANEXOS

Estudiante: _____

Grado: _____

Situación 1

Objetivo: Reconocer e interpretar literalmente tablas y gráficos estadísticos utilizando datos del contexto cercano del estudiante.

Actividad 1.

El corregimiento de Tohecito del municipio de Tuluá se encuentra ubicado a 2.200 m.s.n.m, el clima y la riqueza de su suelo hace que se pueda cultivar una gran variedad de productos, entre ellos el cultivo del café el cual cobra importancia por ser el producto que dinamiza la economía de la región.

De ahí que en la Vereda la Norcasia de este corregimiento se encuentran aproximadamente 10 fincas donde sus dueños dedican un mayor porcentaje del terreno al cultivo del café. En la siguiente tabla se evidencia información sobre el porcentaje aproximado de terreno de café sembrado y terrenos sembrados con otros cultivos.

Finca	Cantidad aproximada de matas de café sembradas	Porcentaje aproximado de terreno sembrado de café (%)	Porcentaje aproximado de terreno sembrado con otros cultivos (%)
F1	5.000	50	50
F2	3.500	90	10
F3	12.000	80	20
F4	20.000	70	30
F5	4.000	90	10
F6	8.500	75	25
F7	15.000	80	20
F8	10.000	50	50
F9	6.000	90	10
F10	9.000	70	30
Promedio			

Tabla 1: Cantidad aproximada de matas sembradas de café y porcentaje aproximado de terreno dedicado a este cultivo y otros productos

Responda las preguntas a continuación de acuerdo a la información de la Tabla 1.

1) ¿Qué información se relaciona en la tabla?

2) ¿Qué representan los datos en cada una de las columnas?

3) ¿Qué porcentaje de terreno hay sembrado con café en la finca número 5?

4) ¿Cuál es la finca que tiene menor cantidad de matas de café sembradas?

5) ¿Cuáles son las fincas que tienen un porcentaje menor que el 70 % del terreno sembrado con café?

6) ¿Cuál es el promedio de matas de café sembradas en la vereda La Norcasia?

7) ¿Cuál es el promedio del porcentaje de terreno dedicado al cultivo de otros productos?

8) ¿Cuál es la diferencia de la cantidad de matas de café, si se comparan la finca que tiene mayor cantidad de matas sembradas con la que tiene menor cantidad?

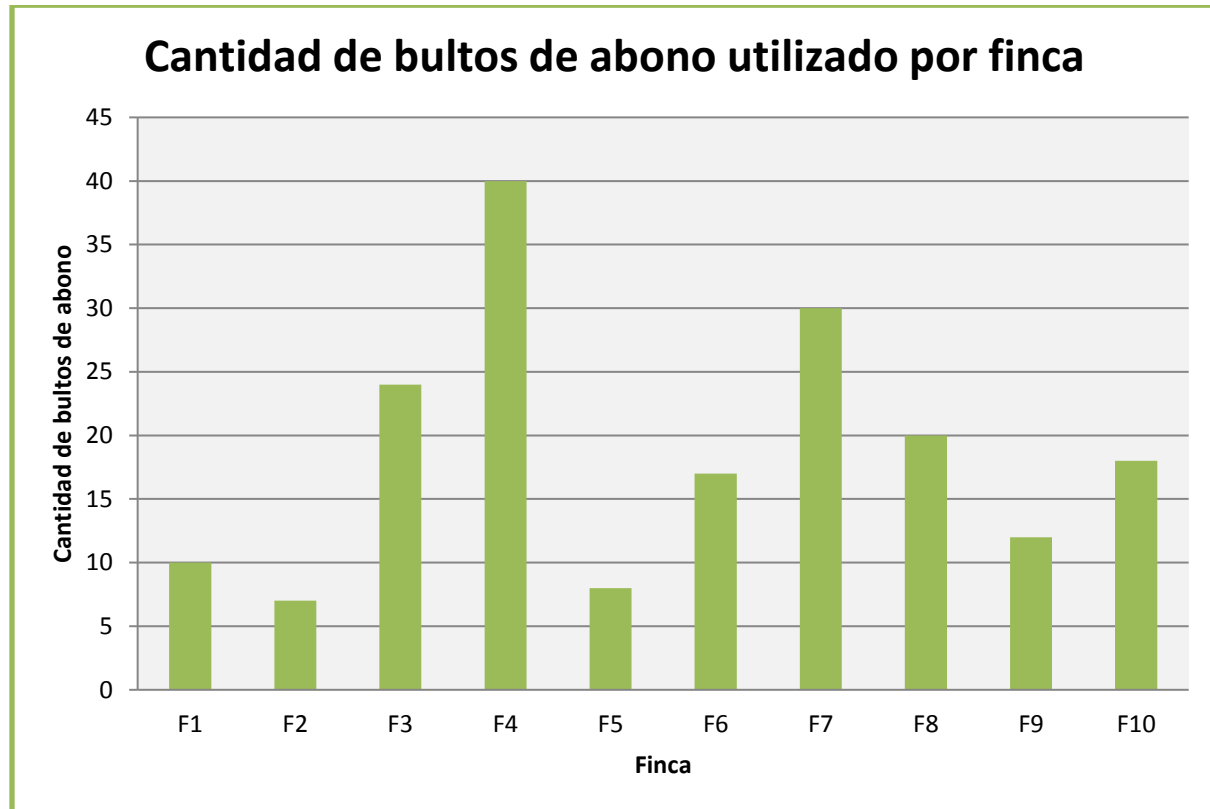
9) ¿Cuáles son las fincas que dedican la mitad de su terreno para el cultivo de otros productos?

Actividad 2

Para aumentar la producción de café los caficultores de esta región emplean abonos químicos los cuales distribuyen según las matas de café sembradas como se muestra en la siguiente relación.

1 Plaza	3.000 matas de café	6 bultos de abono	1 bulto \$ 79.000 x 6 = \$ 474.000
---------	---------------------	-------------------	------------------------------------

Gráfico 1. Relación de consumo de abono por finca.



Responda las preguntas a continuación de acuerdo a la información del gráfico 1

1) ¿Qué problema se relaciona en la gráfica?

2) ¿Qué información se relaciona en el eje horizontal?

3) ¿Qué información se relaciona en el eje vertical?

4) ¿Cuál de las fincas utiliza mayor cantidad de bultos de abono?

5) ¿Cuál es la menor cantidad de abono utilizado en una finca?

6) ¿Qué cantidad de abono se utiliza en la finca 6

7) ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de bultos de abono que utiliza la finca 4 y los de la finca 5?

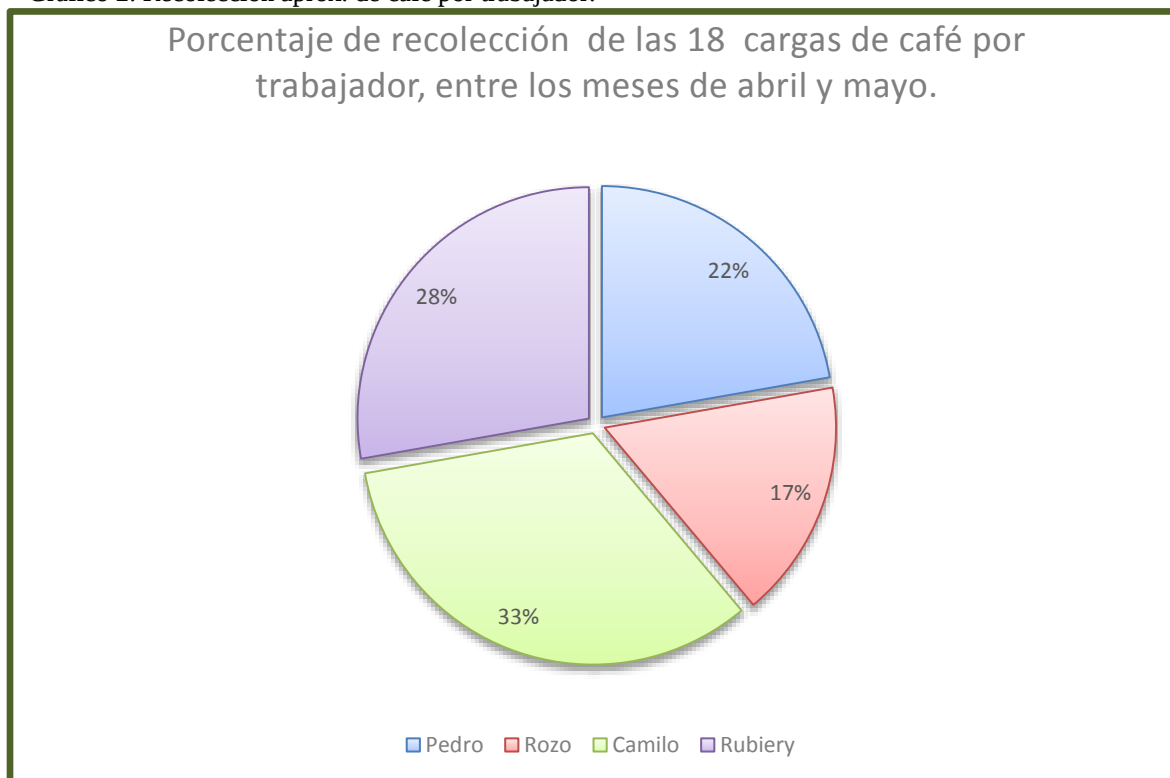
8) ¿Cuánto más abono utiliza la finca 7 que la finca 1

9) ¿Cuál es el tamaño de la muestra representada en el gráfico?

Actividad 3

Durante la primera cosecha del 2018, que es la mejor del año, en los meses abril y mayo, se producen aproximadamente 18 cargas de café en la finca “El recreo”. Allí se contrataron cuatro trabajadores como se muestra continuación.

Gráfico 2. Recolección aprox. de café por trabajador.



Responda las preguntas a continuación de acuerdo a la información del gráfico 2

1) ¿Qué información se presenta en el gráfico?

2) ¿Qué información se relaciona en cada uno de los sectores del gráfico?

3) ¿Cuál trabajador recolectó menos porcentaje de café?

4) ¿Cuántas cargas de café recolectó Camilo?

5) ¿Cuáles son los dos trabajadores que recolectaron entre los dos 7 cargas de café?

6) ¿Es posible que los cuatro recolectores puedan aumentar su promedio de recolección para la segunda cosecha del 2018? Justifica tu respuesta.

Estudiante: _____

Grado: _____

Situación 2

Objetivo: Identificar e integrar información de gráficos y tablas para predecir y hacer inferencias de una situación en particular.

Actividad 1

La comercialización del café del corregimiento de Tohecito se realiza tradicionalmente en el Municipio de Sevilla (Valle) en sitios autorizados para la compra. La compra y venta del grano se realiza teniendo en cuenta su presentación, si se entrega seco, mojado o pasilla.

A continuación, se presenta la tabla de valores promedio para el 2018.

Café según su presentación	Precio por Kilo	Precio por Arroba (12.5 Kilos)	Precio por Carga (10 Arrobas)
Seco	\$ 6.000	\$ 75.000	\$ 750.000
Mojado	\$ 5.760	\$ 72.000	\$ 720.000
Pasilla	\$ 2.000	\$ 25.000	\$ 250.000

Tabla 2. Precios de compra de café según su presentación y peso.

Responda las preguntas a continuación de acuerdo a la información de la tabla 2.

1) ¿Qué presentación del café se compra a mayor precio?

2) ¿Cuál es la diferencia entre el precio del kilo del café seco y del café mojado?

3) ¿Qué porcentaje de valor en pesos se pierde al vender una carga de café mojado en comparación con la venta de café seco?

4) ¿En qué cantidad es más rentable vender 125 kilos de café: ¿Por arroba, por carga o por kilos? Justifique su respuesta.

5) ¿Qué porcentaje de valor en pesos se pierde?

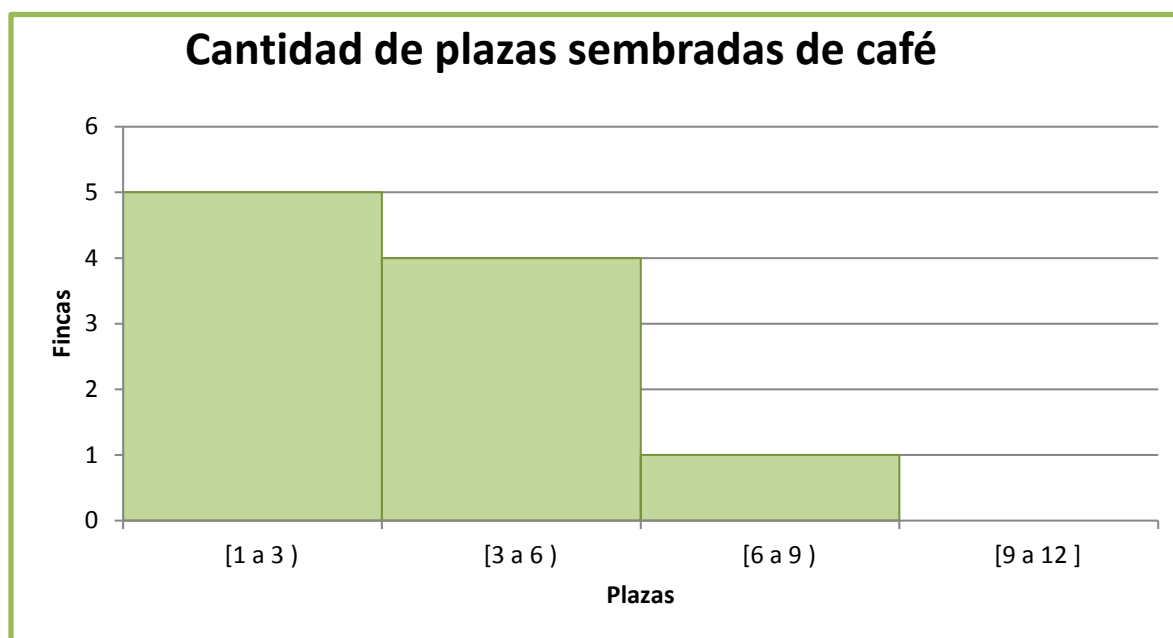
6) Cuando el propietario de la finca “El Recreo” fue a vender las 18 cargas de café seco, el comprador le dijo que el precio había caído en un 25% con respecto a los precios estipulados en la Tabla 2 ¿cuánto dinero perdió en esa venta el propietario?

7) Teniendo en cuenta la pregunta anterior ¿cuál es la tendencia con respecto al precio del café en los próximos días?

Actividad 2

El uso del suelo en la vereda La Norcasia del corregimiento Tohecito, se caracteriza por el cultivo del café. De acuerdo a esto, los campesinos dedican la mayor parte de sus fincas a la caficultura, es decir hay una relación aproximada de 3.000 matas de café por cada plaza sembrada, que equivale aproximadamente a 4 cargas de café la cual se vende en un promedio de \$750.000 por carga. El siguiente histograma representa el número de fincas de acuerdo a la cantidad de plazas destinadas a la producción cafetera.

Gráfico. 3 Número de fincas de acuerdo al número de plazas sembradas de café



Responda las preguntas a continuación de acuerdo a la información del gráfico 3.

1) ¿Cuál es tamaño de la muestra que se representa en la gráfica?

2) ¿Cuántas matas en promedio hay sembradas en las fincas que Tienen desde 1 y menos de 6 plazas con café?

3) ¿Realice un estimado aproximado del total de matas de café sembradas en las fincas?

4) ¿El total de fincas que tiene entre 1 y 3 plazas sembradas con café podrían producir más café que la finca que tiene entre 6 y 9 plazas sembradas? Argumente su respuesta.

5) ¿Cuál es la rentabilidad aproximada en millones de pesos de acuerdo a la cantidad de cargas producidas en las fincas según el número de plazas sembradas?

6) ¿Cuánto es la producción aproximada en millones de pesos de todas las fincas?

7) ¿Por qué en el gráfico 3 no hay fincas que tengan de 9 a 12 plazas sembradas de café? Explique.

Actividad 3

Durante la primera cosecha del año 2018, en las 10 fincas de la Vereda la Norcasia (situación 1), la producción se comercializó como se muestra en la Tabla 3.

Finca	Producción aproximada de carga de café seco	Producción aproximada de carga de café mojado	Producción aproximada de carga de café pasilla
F1	4	2	1
F2	3	1	1
F3	9	4	3
F4	14	8	5
F5	3	1	1
F6	6	3	2
F7	14	2	4
F8	7	4	2
F9	6	1	1
F10	8	2	2
Total			

Tabla 3. Producción de café según su entrega

Responda las preguntas a continuación de acuerdo a la información de la tabla 3.

1) ¿Qué información se presenta en la tabla?

2) ¿Cuál es el total de la producción de carga de café seco?

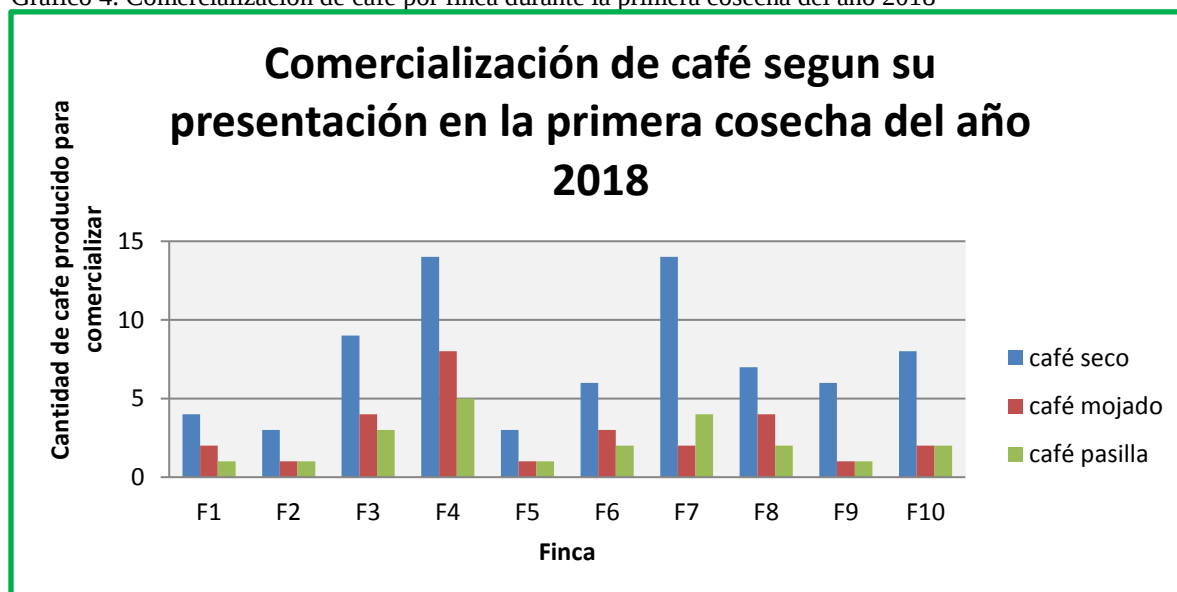
3) ¿Cuál es la mediana de la producción de cargas de café?

4) ¿Cuál es la media de la producción de carga de café mojado en todas las fincas?

5) ¿cuál es la media de producción de café en presentación pasilla?

A continuación, se representa gráficamente la información contenida en la Tabla 3.

Gráfico 4. Comercialización de café por finca durante la primera cosecha del año 2018



Responda las preguntas a continuación de acuerdo a la información del gráfico 4.

1) ¿Cuál es la variable que se presenta en el gráfico?

2) ¿Cuál es la finca que comercializó cuatro cargas de café pasilla?

3) ¿Cuál es la moda en la producción de café pasilla en todas las fincas?

4) ¿Cuál es la media de la producción de café seco en todas las fincas?

5) Si las fincas 3 y 7 aumentan su producción total en un 50% para la primera cosecha del año 2019 ¿cuál sería la producción de cada una y cómo se conseguiría?

6)Cuál es la tendencia en las ventas de acuerdo a la presentación del café de las fincas relacionadas?

Cuestionario contexto socio-económico

Tema: Cultivo y comercialización del café.

Nombre: _____

Responde las siguientes preguntas con ayuda de tus padres.

- 1) ¿Cuál es el número de plazas cultivadas en tu finca?
- 2) ¿Cuál es el número aproximado de matas de café que tienes en tu finca?
- 3) ¿Cuál fue el volumen de cargas de café recolectado en la primera cosecha y en la segunda cosecha?
- 4) ¿Cuál fue el número de trabajadores utilizados para la recolección de la primera cosecha y la segunda cosecha?
- 5) ¿Cuál es el promedio de recolección de café de un trabajador en un día?
- 6) ¿Cuál es el valor de recolección por kilo de café de un trabajador?
- 7) ¿Cuál es el valor de una carga de café producido en las siguientes presentaciones
 - a) Seco\$_____
 - b) Mojado\$_____
 - c) Pasilla \$ _____
- 8) ¿Cuál es el valor del transporte del café ?