

RESÚMENES DE ARTÍCULOS, PROYECTOS Y TESIS

La revista *Matemáticas: Enseñanza Universitaria* aspira a dar una visión de la investigación que se realiza en Colombia o por colombianos residentes en el exterior, en las áreas de las matemáticas, su historia y sus problemas educativos. Con este fin se publicarán en esta sección resúmenes de artículos investigativos en estas áreas, recientemente publicados o próximos a publicarse, al igual que resúmenes de proyectos de investigación en marcha y de tesis de grado escritas en los posgrados existentes en el país, que sean presentados a la Revista. Utilizaremos la clasificación de los abstracts de la American Mathematical Society (AMS). En el número de clasificación de cada resumen, el primer grupo de dígitos indica el año, el segundo el número del tema según la clasificación de la AMS y el último el número de recepción del resumen en la sección correspondiente. Las letras A, P o T al final se refieren a artículo, proyecto o tesis. La expresión *Copias disponibles*, al final de un resumen, indica que usted puede conseguir copias del artículo o proyecto escribiéndole al autor.

49. OPTIMIZACIÓN

01-49-6 T

Título: Aplicación de métodos secante-estructurados en la solución de sistemas de ecuaciones mixtos

Autor: Rafael Enrique Martínez S.

Director: Héctor Jairo Martínez R.

Institución: Convenio Universidad del Valle - Universidad del Norte

Fecha de aprobación: 1999

Resumen: En éste trabajo se muestra la aplicabilidad del método secante estructurado en la solución de sistemas que contienen ecuaciones lineales y no lineales, a los que se denominan sistemas de ecuaciones mixtos. Se presenta el método secante estructurado, se determina un tipo especial de actualización de mínimo cambio más próxima a satisfacer la condición secante esparcida y se muestra como aplicar el método secante estructurado a sistemas de ecuaciones mixtos utilizando una actualización secante esparcida. Se presenta, a manera de ejemplo, el problema de determinar la composición del sistema gaseoso que se obtiene luego de reacciones químicas entre gases, considerados ideales, a presión y temperaturas dadas, cuyo planteamiento conduce a un sistema de ecuaciones mixto. Se implementa el método secante estructurado para este tipo de problemas y se compara el comportamiento numérico, con diversas actualizaciones secante esparcidas, respecto del método de Broyden, uno de los métodos generales más utilizados para las soluciones de sistemas de ecuaciones no lineales.

58. ANÁLISIS GLOBAL, ANÁLISIS EN VARIEDADES**01-58-1 T****Título:** Relación entre una B-álgebra conmutativa y su espacio de ideales maximales**Autor:** Sebastian Castañeda Hernández**Director:** Christoph Dorschfeld**Institución:** Convenio Universidad del Valle - Universidad del Norte**Fecha de aprobación:** 2000.

Resumen: En este trabajo se demuestra que si A es una B-álgebra conmutativa, $\Delta(A)$ su espacio de ideales maximales, y M una variedad compleja de Banach homeomorfa a una subvariedad cerrada de un espacio de Banach complejo B , entonces, si M es unión discreta de espacios homogéneos complejos, el conjunto $[\Delta(A), M]$, de las clases de homotopías de funciones continuas de $\Delta(A)$ a M , es isomorfo al conjunto, $[A_M]$, de componentes conexas de A_M . Aquí A_M es un cierto subespacio de la completación del producto tensorial topológico proyectivo $A \otimes B$. La demostración sigue los lineamientos de Ian Raeburn ([16]) y el resultado indicado es una extensión de teoremas debidos a Novodvorskii ([14]) y Taylor ([22]). En la construcción de A_M juega un papel importante el cálculo funcional holomorfo para B-álgebras conmutativas, similar al de Taylor par el caso de dimensión finita.

62. ESTADÍSTICA**01-62-11 T****Título:** Análisis de diagnóstico en modelos lineales generalizados**Autor:** Hernando Burgos Soto**Director:** Siegfried Weber**Institución:** Convenio Universidad del Valle - Universidad del Norte**Fecha de aprobación:** 2000

Resumen: En este trabajo se estudian los modelos lineales generalizados, los cuales son ajustados utilizando el método de máxima verosimilitud. Un método de estimación como este es sensitivo a respuestas y observaciones discrepantes. En el trabajo se desarrollan medidas diagnósticas que permitan ayudar al analista a detectar tales observaciones y a valorar su efecto en varios aspectos del ajuste. La idea intuitiva para reconocer si una observación es influyente o no en el ajuste, consiste en realizar dicho ajuste con y sin la observación. La diferencia entre las estimaciones obtenidas nos daría una idea del impacto que tiene la observación en el ajuste. Llevar a cabo una idea como esta acarrea pérdida de tiempo y aumento en los costos de cómputo, ya que se necesita ajustar dos veces el modelo. Con el fin de evitar esta dificultad, la idea en el trabajo es presentar medidas diagnósticas que estén en función de elementos que se encuentren en la salida usual de un paquete de cómputo, por ejemplo SAS. Residuos, parámetros estimados, elementos de la matriz de diseño, etc serán usados con este propósito.

46. ANÁLISIS FUNCIONAL**01-46-4 T****Título:** Caracterización de operadores nucleares en $L^p(\mu)$ **Autor:** Julio César Delgado**Director:** Guillermo Restrepo S.**Institución:** Universidad del Valle**Fecha de aprobación:** 2000

Resumen: Sea $(\Omega, \mathcal{M}, \mu)$ un espacio de medida dotado de una medida σ -finita μ . Si $(x, y) \mapsto k(x, y)$ es una función medible de $\Omega \times \Omega$ en (núcleo), demostraremos que el operador A definido por $Af(x) = \int k(x, y)f(y)d\mu(y)$ es nuclear si y sólo si $k(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(x)h_n(y)$, con $g_n \in L^p(\mu)$, $h_n \in L^q(\mu)$ ($\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$) y $\sum_n \|g_n\|_{L^p} \|h_n\|_{L^q} < \infty$. Adicionalmente, se darán condiciones suficientes para que ciertos núcleos suaves $k(x, y)$ generen operadores nucleares en $L^p(\mu)$.

20. TEORÍA DE GRUPOS**01-20-1 T****Título:** Sobre la clasificación de los grupos de rango de Morley finito de tipo par y teoremas análogos de grupos finitos**Autor:** Fabio H. Ortiz G.**Director:** Luis J. Corredor**Institución:** Universidad de los Andes**Fecha de aprobación:** 2001

Resumen: Preliminares: En el estudio de teorías $\aleph_1$ -categóricas en teoría de modelos surgen las estructuras de rango de Morley finito algunas de las cuales se presentan en la 'naturaleza', por ejemplo la teoría de campos algebraicamente cerrados. En particular, los grupos de rango de Morley finito son una generalización de los grupos algebraicos lineales sobre tales campos. Entonces los grupos de rango Morley finito se pueden ver como grupos infinitos dotados de dimensión, los cuales generalizan a los grupos algebraicos lineales sobre campos algebraicamente cerrados. En el caso de un grupo ω -estable el rango Morley se puede dar mediante unos axiomas dados por A. Borovik y esto hace que sea posible desarrollar una teoría de tales grupos con métodos propios de las teorías de grupos finitos y algebraicos. La principal conjetura de esta teoría fue propuesta por Boris Zil'ber y Gregory Cherlin de forma independiente hacia 1980: *Los grupos infinitos simples de rango de Morley finitos son grupos algebraicos sobre campos algebraicamente cerrados*. El trabajo de tesis se divide en dos partes:

1. *Sobre la prueba del tipo par.* En esta parte se explica el estado actual en que se encuentra la prueba de la conjetura en un caso importante, para los llamados grupos de tipo par. Para enfrentar la conjetura se ha estudiado la estructura de 2-subgrupos de Sylow y un resultado de E. Jaligot permite subdividir la conjetura en grupos de tipo par y de tipo impar (digamos que como casos fundamentales, pues en una situación extrema, hay otros que no cumplen la conjetura pero que no se sabe

si existen). Los grupos de tipo par corresponden en grupos algebraicos lineales a los definidos sobre característica 2. Hacia Junio de 2001, la prueba de la conjetura para los grupos de tipo par fue anunciada por A. Borovik, aunque no ha sido publicada totalmente. En la tesis se explican secuencialmente: las generalidades de la teoría, el teorema de Jaligot, las técnicas usadas para la clasificación de grupos finitos con hipótesis adicionales como contener subgrupos fuertemente y débilmente incluidos, la identificación de grupos con un par BN y otros métodos similares a los de la clasificación de grupos finitos, llegando a la explicación de la prueba de la conjetura en su estado actual, para grupos de tipo par.

2. *Teoremas análogos de grupos finitos.* Aquí se presentan unos teoremas que se deducen con un argumento similar a uno de grupos finitos y que analiza ciertas clases de subgrupos según su rango y según un acción de grupo. Argumentos análogos usados para grupos finitos permiten obtener conclusiones interesantes sobre subgrupos característicos de p -grupos nilpotentes y un versión de los teoremas de reemplazo de Timmesfeld y de Thompson en este contexto, entre otros. Esto permite evidenciar de nuevo cómo la dimensión proporcionada por el rango de Morley funciona adecuadamente y cómo los grupos ranqueados son otra fuente de grupos a los que se puede acceder desde la teoría de modelos ó, en el caso de grupos de tipo par, una forma de acceder a los grupos algebraicos sobre campos de característica 2 sin recurrir al campo.

92. BIOMATEMÁTICAS

01-92-2 T

Título: Modelación de la infección tuberculosa con estructura en la edad

Autor: Elmer de la Pava S.

Director: Jose Mildred Castro

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: 2001

Resumen: En éste trabajo, se ha planteado un modelo para la infección tuberculosa, basado en ecuaciones diferenciales parciales con estructura de edad, como también, su descripción epidemiológica relacionada con el análisis matemático del mismo. El elemento nuevo de este modelo es una nueva función dependiente de la edad con la que se determinó la tasa de contacto de individuos infecciosos con grupos diferenciados por la edad. Se realiza el análisis cualitativo de este sistema de ecuaciones diferenciales parciales que modela la infección tuberculosa. Mediante un método de diferencia finitas, se aproxima la solución del sistema de ecuaciones diferenciales parciales y con datos de los años 1997, 1998, 1999 suministrados por la Secretaría Municipal de Salud de la ciudad de Cali se estiman los parámetros del sistema. Mediante un algoritmo, en el paquete matemático Matlab, se ha simulado la tendencia de la infección tuberculosa.

62. ESTADÍSTICA**01-62-12 T**

Título: Estimaciones de máxima verosimilitud para los parámetros en tablas de contingencia con tres variables bajo la presencia de independencia marginal y condicional, y pruebas de hipótesis relacionadas

Autor: Martín Díaz Rodríguez

Director: Siegfried Weber

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: 2001

Resumen: En este trabajo se demuestra la existencia de los estimadores y la unicidad de las estimaciones de máxima verosimilitud (MV) para los parámetros bajo el supuesto de independencia marginal y condicional entre dos variables (V_2 y V_3), condicionada por una categoría específica de una variable dicotómica (V_1). Se toma como punto de referencia para el desarrollo de este trabajo, el método de MVS desarrollado por Weber (1992) y se propone un método en un solo paso que llega a los mismos estimadores del método MVS. Se proponen también otros procedimientos bajo condiciones adicionales de riesgos relativos y se hace una prueba diferente a la Birch (1963) para la existencia y unicidad de estimadores MV en tablas de 3×3 .

35. ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES**01-35-18 T**

Título: Identificación numérica de parámetros de la ecuación parabólica unidimensional

Autor: Luis Eduardo Olivar Robayo

Director: Doris Hinestroza

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: 2001

Resumen: Muchos problemas inversos en matemáticas aplicadas son, por su naturaleza, no lineales y mal puestos. Una clase particularmente interesante de tales problemas provienen de la identificación de parámetros en ecuaciones diferenciales parciales. Aunque la teoría de regularización de Tikhonov está ampliamente desarrollada para problemas lineales mal puestos, resultados generales para problemas no lineales inversos mal puestos están en un estado nuevo. En este trabajo aplicaremos una generalización del método de Tikhonov a problemas no lineales y haremos una experimentación numérica en problemas de identificación en ecuaciones parabólicas para el caso estacionario.

65. ANÁLISIS NUMÉRICO**01-65-3 T**

Título: El método de los elementos finitos para problemas elípticos de segundo orden en dos variables

Autor: Luis Alberto Toro Carvajal

Director: Jürgen Tischer

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: 2001.

Resumen: El Método de los elementos finitos (MEF) se ha convertido en una herramienta poderosa para la solución numérica de un amplio rango de problemas ingeniería. Las aplicaciones van desde el análisis por deformación y esfuerzo de automóviles, aeronaves, edificios y estructuras de puentes hasta el análisis de campos de flujo de calor, de fluidos, magnético, filtraciones y otros problemas de flujo. Con el avance en las tecnologías computacionales y de los sistemas de dibujo asistido por computador (CAD), pueden modelarse problemas complejos con relativa facilidad. Todo lo anterior sugiere que debemos modernizarnos empleando estos desarrollos para entender la teoría matemática básica, las técnicas de modelado y los aspectos computacionales del MEF. Las ideas anteriores orientaron el desarrollo del presente trabajo. En el Capítulo 1 se presentan los métodos de Galerkin y de Ritz, y se realiza un estudio de los aspectos básicos y propiedades generales del MEF. Se demuestra el teorema de Céa sobre convergencia en el MEF. En el Capítulo 2 se realiza la integración de la ecuación de campo bidimensional utilizando elementos triangulares tipo Lagrange y se presentan los resultados fundamentales del programa MEF (se incluye un diskette con el código del programa escrito en MATHEMATICA 3.0) utilizado para resolver los problemas TORSION y CALOR2. En los apéndices A y B se presenta una introducción a los espacios de Sobolev y a la formulación variacional de problemas elípticos de segundo orden en dos variables.

58. ANÁLISIS GLOBAL, ANÁLISIS EN VARIEDADES

01-58-2 T

Título: El operador de Dirac y su espectro en espacios simétricos

Autor: Andrés Vargas

Director: Luis Fernández

Institución: Universidad de los Andes

Fecha de aprobación: 2001

Resumen: El operador de Dirac (clásico) ∂ es un operador diferencial (elíptico) de primer orden definido sobre ciertas variedades Riemannianas, conocidas como “*variedades espín*”, en las que es posible levantar el $SO(n)$ -haz de marcos de la variedad a un $Spin(n)$ -haz principal. Este último, permite construir un haz vectorial asociado de espinores sobre la variedad en cuestión, lo cual generaliza la construcción de espinores en R^n proveniente de física. El cuadrado del operador de Dirac resulta ser igual al laplaciano Δ^s del haz espinorial salvo un término que depende exclusivamente de la curvatura escalar R de la variedad sobre la cual se está trabajando, de acuerdo a la fórmula de Lichnerowicz

$$\partial^2 \psi = \Delta^s \psi + \frac{1}{4} R \psi.$$

Esto indica que el operador de Dirac es en cierto modo “más fundamental” que el propio laplaciano. Los espacios simétricos compactos forman una amplia

clase de ejemplos en los cuales es en principio posible (aunque tedioso) calcular el espectro del operador de Dirac por medio de herramientas puramente algebraicas provenientes de la teoría de representaciones de álgebras de Lie. Concretamente, si el espacio simétrico es de la forma G/H con G y H grupos de Lie que satisfacen apropiadas condiciones topológicas, se verifica la siguiente relación

$$\partial^2 = \Omega_G + \frac{1}{8}R,$$

en donde Ω_G denota el operador de Casimir del grupo G y R es nuevamente la curvatura escalar de G/H . Esta fórmula permite encontrar explícitamente el espectro del operador de Dirac, usando para ello un teorema conocido como "Teorema de reciprocidad de Frobenius". En vista de lo anterior, en este trabajo de tesis se introducen las herramientas básicas para trabajar con el operador de Dirac sobre espacios simétricos. Para ello se hace un breve repaso de la teoría de representaciones de Álgebra de Lie y de la construcción general del operador de Dirac sobre variedades espín. Finalmente se muestra su forma explícita sobre espacios simétricos. Una vez introducidas estas herramientas se realizan cálculos explícitos del espectro de este operador en los siguientes ejemplos, $SO(3)/SO(2) \simeq S^2$, $SO(4)/SO(3) \simeq S^3$, $SO(4)/U(2) \simeq S^2$, $SO(6)/U(3) \simeq CP^3$. Los dos primeros ejemplos ya han sido estudiados en cálculos realizados para la esfera $S^n \simeq SO(n+1)/SO(n)$, pero los dos últimos se pueden generalizar a los espacios $SO(2n)/U(n)$ que poseen estructura de espín y cuyo espectro no aparece en la literatura.

11. TEORÍA DE NÚMEROS

01-11-1 P

Título: Existencia y unicidad de raíces no lineales para la ecuación diofántica $m^n - n^m = 0$

Investigador(es): Pedro Ortega y Héctor Cabarcas

Universidad: Universidad de Cartagena

Institución: Colciencias

Resumen: Sean $m, n \in \mathbb{Z}^+$, $m \neq n$. Sería interesante contestar la pregunta: ¿Cuándo $m^n = n^m$, $m^n < n^m$? En nuestro trabajo también se prueba que:

- a) Existe un único par de enteros positivos distintos que conmutan bajo potenciación.
- b) Para cada real $a > 1$, $a \neq e$, existe un único $b > 0$, $b \neq a$ tal que $a^b = b^a$ (solución a un problema propuesto por Takeuchi en el Vol VII, No 1 de esta revista).
- c) Para cada real a , $0 < a < 1$, existe un único $b > 0$, $b \neq a$ tal que $a^a = b^b$.
- d) $e^x > x^e$, para todo $x > 0$.

46. ANÁLISIS FUNCIONAL**01-46-1 P****Título:** Resultados sobre algunas normas tensoriales finitamente generadas, ideales de operadores asociados y aplicaciones**Investigador(es):** Gerardo Arango Ospina, María Eugenia Puerta Yepes, Gabriel I. Loaiza Ossa, Patricia Gómez Palacio, Gustavo Castañeda Ramirez**Universidad:** EAFIT**Institución:** Colciencias**Resumen:** El propósito del proyecto es el estudio de las normas tensoriales g_λ , el ideal de operadores g_λ -absolutamente sumantes (B_{g_λ}) , los correspondientes ideales de operadores nucleares (B_{g_λ}) e integrales (J_{g_λ}) , y algunas propiedades topológicas y métricas de los productos tensoriales involucrados, donde λ es:

- a) Un espacio de interpolación $(\ell^p, \ell^r)_{\theta, q}$, con parámetros $1 < p, r < \infty$ y $0 < \theta < 1$.
- b) Un espacio de Bochner $\ell^p\{\ell^q\}$, $1 < p, q < \infty, s$
- c) Un espacio de Orlicz de sucesiones ℓ^H donde H es una función de Orlicz.

Específicamente, se propone:

- 1) Estudiar la estructura de ultraproductos de espacios de interpolación en espacios L^p y en espacios de Orlicz.
- 2) Definir, computar y estudiar varias normas tensoriales construidas a partir de espacios de interpolación de espacios ℓ^p y de algunos espacios de sucesiones escalares.
- 3) Aplicar la finita representabilidad reticular en espacios de funciones y de Orlicz.
- 4) A partir de las factorizaciones de caracterización de los operadores g_λ -integrales:
 - a) Definir los operadores g_λ -estrictamente integrales $(G_{J_{g_\lambda}}(E, F))$ y demostrar la igualdad $G_{J_{g_\lambda}}(E, F) = \mathfrak{R}_{g_\lambda}(E, F)$, donde E y F son espacios de Banach y E satisface la propiedad de Radon-Nikodym.
 - b) Determinar la accesibilidad de las normas tensoriales g_λ y g'_λ .
 - c) Determinar la reflexibilidad de $E \otimes_{g_\lambda} F$, $\mathfrak{R}_{g_\lambda}(E, F)$, $E \otimes_{g'_\lambda} F$, $B_{g_\lambda}(E, F)$ y $J_{g_\lambda}(E, F)$.

Copias disponibles.