



Una secuencia de tareas para el aprendizaje de la multiplicación que integra
GeoGebra en grado tercero de educación básica primaria

Yovanny Caicedo Orobio

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas

Licenciatura en Matemática

Santiago de Cali, Colombia

2024



Una secuencia de tareas para el aprendizaje de la multiplicación que integra GeoGebra en
grado tercero de educación básica primaria

Yovanny Caicedo Orobio

Trabajo de Grado para Optar al Título de Licenciado en Matemáticas

MG. Diana Ximena Ortiz Collazos

Directora trabajo de grado

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas

Licenciatura en Matemática

Santiago de Cali, Colombia

2024

Dedicatoria

Primeramente, a Dios y a la Virgen María por todas las bendiciones y sabiduría que me regalan día a día para afrontar la realidad de la vida.

A mis padres por brindarme su apoyo incondicional, a mi novia por siempre estar pendiente de este proceso y a mis compañeros de estudios por esos grandes momentos vividos.

A mi querida alma mater Universidad del Valle que durante estos 5 años de formación me ha brindado una gran formación, gracias a los profesores que de una u otra manera aportaron con sus conocimientos dejando huellas en mi formación.

Finalmente, a la profesora Diana Ximena Ortiz, por su gran apoyo y dedicación dejando huellas en este trabajo, sin su liderazgo como tutora no hubiera sido nada posible.

Agradecimientos

Nuevamente darle gracias primero a Dios y a la Virgen María por darme la oportunidad de alcanzar este gran sueño.

A la Universidad del Valle por acogerme en uno de sus programas como es la Licenciatura en Matemáticas

Un especial agradecimiento a mi querida directora de trabajo de grado Diana Ximena Ortiz por brindarme la oportunidad de apoyar mi propuesta de trabajo bajo su asesoría, con sus aportes tan valiosos brindándome un acompañamiento activo en todo el proceso, con sus conocimientos, orientaciones, entrega y comprensión durante este trabajo.

Mi querida amiga Andrea Moran que fue una de las personas que me motivó desde un inicio a estudiar esta carrera y así logré ingresar a la universidad.

Gratitud para mi familiares y amigos por sus consejos y su apoyo animo a no rendirme por muchas adversidades que se presenten en el camino siempre para adelante.

Tabla de contenido

Resumen Analítico	9
Resumen	11
Introducción	12
Capítulo I: Aspectos Generales del Trabajo	13
Contextualización de la Problemática	13
Antecedentes	16
Internacional	17
Nacional	18
Local	18
Justificación	21
Planteamiento de los Objetivos	23
Objetivo General	23
Objetivos Específicos	23
Capítulo II: Marco Teórico	25
Referente Matemático	25
Referente Curricular	27
Referente Didáctico	35
Mediación Instrumental	37
Articulación Teórica	39
Capítulo III: Metodología	41
Metodología Cualitativa	41
Estrategia metodológica: Estudio de casos	43

Desarrollo Metodológico	43
Campo de Trabajo y Contexto de Implementación	45
Capítulo IV: Análisis Inicial	47
Momento #1: Los secretos detrás de las figuras geométricas	47
Momento #2: Coloquemos en práctica nuestro conocimiento	53
Capítulo V: Análisis Final	60
Como inicio la actividad.	60
Capítulo VI: Conclusiones	74
Referencias	77

Lista de figuras

Figura 1. <i>Coherencia horizontal.</i>	30
Figura 2. <i>Coherencia vertical.</i>	31
Figura 3. <i>Relación contrato didáctico.</i>	37
Figura 5. <i>Construcción del Caso.</i>	43
Figura 4. <i>Institución Educativa Antonio Nariño. (Sede República de Colombia).</i>	46
Figura 6. <i>Reconocimiento de las figuras geométricas cuadrado y rectángulo.</i>	47
Figura 7. <i>Verificación de la respuesta en cada pregunta.</i>	48
Figura 8. <i>Reconocimiento de lado, largo y ancho de las figuras.</i>	49
Figura 9. <i>Aprovechamiento del espacio de discusión.</i>	50
Figura 10. <i>Ubicación de los bloques en las figuras geométricas según el enunciado.</i>	51
Figura 11. <i>Reconocimiento de la superficie en las figuras geométricas dadas.</i>	52
Figura 12. <i>Practiquemos lo aprendido de las actividades anteriores.</i>	53
Figura 13. <i>Identificación del círculo verde para saber si la respuesta es correcta.</i>	54
Figura 14. <i>La multiplicación como una suma repetitiva haciendo uso de la propiedad conmutativa.</i>	55
Figura 15. <i>Totalizando la superficie en F1.</i>	56
Figura 16. <i>Totalizando la superficie en F2.</i>	56
Figura 17. <i>Totalizando la superficie en F3.</i>	57
Figura 18. <i>Totalizando la superficie en F4.</i>	58
Figura 19. <i>Implementación de las actividades.</i>	61
Figura 20. <i>Uso del cuadro pequeño para contar.</i>	62
Figura 21. <i>Solución de las preguntas por los estudiantes.</i>	63

Figura 22. <i>Explicación de la importancia en el uso de las propiedades para el aprendizaje de la multiplicación.</i>	65
Figura 23. <i>Ubicación de los bloques según el enunciado en cada pregunta.</i>	65
Figura 24. <i>Arrastre de los bloques en las figuras geométricas.</i>	66
Figura 25. <i>Una mirada diferente en la comprensión de la multiplicación.</i>	68
Figura 26. <i>Solución correcta al hallar la superficie en cada figura geométrica.</i>	70
Figura 27. <i>Uso de los deslizadores en la solución de operaciones multiplicativas.</i>	72

Resumen Analítico

Resumen Analítico	
Título:	Una secuencia de tareas para el aprendizaje de la multiplicación que integra GeoGebra en grado tercero de educación básica primaria
Autor:	Yovanny Caicedo Orobio yovanny.caicedo@correounivalle.edu.co
Tutora:	Mag. Diana Ximena Ortiz Collazos diana.ximena@correounivalle.edu.co
Evaluable:	Mag. Leydy Cristina Cumbal cumbal.leidy@correounivalle.edu.co M cs Luis Fernando Espinosa luis.espinosa@correounivalle.edu.co
Palabras Clave:	Tecnología Digital, Secuencia de Tarea, GeoGebra, Tarea Exploratoria, Mediación Instrumental, Aprendizaje de la Multiplicación,
Objetivos:	Objetivo General: ● Reconocer los aportes que genera la implementación de una secuencia de tareas en relación con el aprendizaje de la multiplicación con estudiantes de grado tercero de educación

básica primaria de la Institución Educativa

Antonio Nariño – Sede Republica de Colombia.

Objetivos Específicos:

- Investigar las dificultades y desafíos que enfrentan los estudiantes con relación a la multiplicación en los primeros grados de escolaridad.
- Consolidar los referentes; matemático, curricular, didáctico y cognitivos, en el diseño de una secuencia de tareas que sirva como herramienta para el aprendizaje de la multiplicación en grado tercero de educación básica primaria.
- Identificar las mediaciones instrumentales que se darán en la puesta en acto de la secuencia de tarea con relación a la multiplicación en grado tercero de Educación básica primaria.
-

Enfoque Metodológico:	Ruta de Investigación Cualitativa
Estrategia Metodológica	Estudio de Casos

Resumen

El presente trabajo de grado tiene como objetivo en reconocer los aportes que genera la implementación de una Secuencia de Tarea (ST), para el aprendizaje de la multiplicación integrando GeoGebra en cada una de las tareas exploratorias, teniendo como referencia a Claire Margolinas “Diseño de Tareas en Educación Matemática”, es un documento elaborado en el año 2013, en ese orden de idea se propone la integración de Secuencias de Tareas (ST) integrando Tecnologías Digitales para el aprendizaje de la multiplicación.

Cali – Colombia, 29 de junio de 2024.

Introducción

El siguiente trabajo de grado se enmarca en la línea de Prácticas y Tecnología de la Información y la Comunicación en Educación Matemática (PTICEM) del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Valle - Sede Zarzal. La investigación se centra en diseñar una secuencia de tareas exploratorias que integren Tecnología Digital (TD) desde la perspectiva de Mediación Instrumental, para analizar la evolución del proceso de aprendizaje de la multiplicación en niños de tercer grado de educación básica primaria.

La investigación comienza con una revisión detallada de libros que proporcionan antecedentes importantes para el estudio, así como fundamentos educativos respaldados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) para la implementación de Tecnología Digital (TD) en la Educación Matemática. Se destaca la relevancia de las matemáticas en el proceso de aprendizaje de la multiplicación en la educación básica primaria con referencia a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y la influencia de autores como Margolinas, Batanero y Díaz, Rabardel, entre otros.

La estructura del trabajo consta de seis capítulos abordando aspectos generales que fundamentan la importancia del problema, un marco teórico que explora el aprendizaje de la multiplicación mediante la integración de Tecnologías Digitales (TD) para el desarrollo del pensamiento numérico, una metodología que describe los pasos para el diseño y aplicación de la secuencia de tareas exploratorias, un análisis del diseño de cada una de las Secuencias de Tarea, de igual manera un análisis donde se presenta la situación y el insumo recogido con la aplicación por parte de los estudiantes y por último unas conclusiones las cuales dan cuenta si se logró el objetivo de la actividad.

Capítulo I: Aspectos Generales del Trabajo

En este capítulo, se presentan los elementos generales que se han definido para esta investigación, en primer lugar, la contextualización de la problemática vinculada a las dificultades relacionadas con el aprendizaje de la multiplicación. En segundo lugar, se presenta los antecedentes los cuales permiten trazar la pregunta que origina esta propuesta, como también los argumentos que sustenten su relevancia. En tercer lugar, la justificación que destaca la importancia de este trabajo para el campo de la Educación Matemática. Y, por último, la formulación de los objetivos que orientan este trabajo de grado.

Contextualización de la Problemática

Para comprender la relevancia de la multiplicación en el contexto de las matemáticas, la cual desempeña un papel fundamental en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, resulta esencial referirse a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas de 1998 establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Estos lineamientos destacan que el conocimiento matemático escolar puede ser considerado tanto como el conocimiento cotidiano relacionado con los números y las operaciones, como el conocimiento matemático elemental que surge al abordar de manera superficial algunos elementos esenciales de la disciplina matemática.

En términos generales, se sostiene que las matemáticas desempeñan en la escuela un papel predominantemente instrumental. Esto se manifiesta, por un lado, en el fomento del desarrollo de habilidades y destrezas destinadas a resolver problemas de la vida cotidiana, así como en la capacidad para emplear de manera ágil el lenguaje simbólico, los procedimientos y algoritmos. Por otro lado, también se evidencia en el estímulo al desarrollo del pensamiento lógico-formal (p. 9).

Asimismo, la multiplicación adquiere una gran relevancia en los primeros grados de la educación, ya que desempeña un papel crucial en el proceso de aprendizaje. Facilita a los niños y niñas desarrollar una destreza ágil en el pensamiento numérico, permitiéndoles abordar cálculos mentales que involucran la vinculación de diversos conjuntos numéricos. A pesar de su importancia, algunos autores, como Fernández (2007) señalan dificultades en el aprendizaje de la multiplicación. Este autor sostiene que “referirse a la multiplicación solo como una suma reiterada es un error común y desafortunado, ya que conduce a la confusión del alumnado en cuanto al conocimiento y comprensión de la multiplicación, afectando negativamente la memorización precisa de las tablas” (p. 4)

Con base en lo anterior, al abordar el tema de la multiplicación es imperativo no limitarse exclusivamente a la noción de suma repetitiva, sino que se deben considerar otros elementos fundamentales, tales como sus propiedades y las representaciones que los estudiantes otorgan a los símbolos. Esto posibilita la conceptualización y mejora en el desarrollo del aprendizaje de la multiplicación. Conforme a las reflexiones de Duval (1999) “Los conceptos matemáticos al ser objetos ideales requieren ser representados mediante representaciones semióticas, las cuales pueden adoptar formas gráficas, numéricas, tabulares, pictóricas, entre otras”. En concordancia con esta perspectiva resulta vital tener presente al diseñar estrategias educativas qué tipo de representación se puede emplear con niños y niñas para favorecer un desarrollo más efectivo del aprendizaje matemático.

Considerando que en las operaciones de multiplicación se emplean representaciones simbólicas que hacen referencia a los símbolos, es relevante destacar las observaciones de autores como Redondo (2011) quien señala que “utilizar el signo “X” es un error, ya que puede generar confusión en cuanto al sentido numérico de la multiplicación. Este símbolo no comunica de manera efectiva la idea de combinar conjuntos iguales. Por lo tanto, se sugiere

emplear palabras como “veces” “conjuntos” entre otras” (p. 14). Este enfoque resalta la importancia de utilizar los símbolos de manera cuidadosa al desarrollar conceptos dentro del aprendizaje de las matemáticas. En este sentido, es esencial reconocer el significado de los signos y enseñarlos de manera significativa, permitiendo a niños y niñas comprender su uso de forma efectiva.

Por otro lado, Rocha y Merino (2009), afirman que:

Las dificultades en la multiplicación surgen principalmente debido a la carencia de significado atribuido a los números y a su representación. No obstante, es posible afirmar que los estudiantes enfrentan obstáculos derivados de una comprensión insuficiente de los números al intentar relacionar las operaciones utilizadas en el proceso de aprendizaje. En otras palabras, la multiplicación no debería percibirse como una dificultad o limitación, sino más bien como una estrategia integral para el aprendizaje de las operaciones matemáticas. (p. 15)

Además, Socas (1997) plantea que las dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas no están exclusivamente ligados a la habilidad innata para trabajar con la disciplina. En términos generales, algunos estudiantes, casi siempre, y en ocasiones, prácticamente todos, enfrentan obstáculos y cometen errores durante su proceso de aprendizaje en matemáticas. Estas dificultades, presentes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, adoptan naturalezas diversas y pueden ser abordadas desde múltiples perspectivas. Esta visión, citada por Moreno (2011), implica que “las dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas están estrechamente vinculados a las estrategias utilizadas en el contexto educativo para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina” (p. 5).

Por lo tanto, es crucial recordar que las dificultades inherentes al proceso de aprendizaje de la multiplicación pueden ser abordadas mediante la implementación de un micromundo didáctico a través de la herramienta GeoGebra. Esta plataforma posibilita una integración efectiva entre la geometría, el pensamiento numérico y el uso de Tecnologías Digitales (TD). En línea con la propuesta de Rodríguez et al. (2017), en la configuración de este recurso pedagógico se han diseñado actividades interactivas en GeoGebra que incorporan la tabla pitagórica y su representación geométrica. Esta aproximación facilita la exploración de diversas propiedades relacionadas con la multiplicación.

Teniendo en cuenta lo anterior, se plantea la siguiente pregunta problema: *¿Qué aporte genera la implementación de una secuencia de tareas mediada por GeoGebra para el aprendizaje de la multiplicación en grado tercero de educación básica?*

Antecedentes

En el contexto del marco de desarrollo de este trabajo, se llevó a cabo una planificación detallada en la búsqueda de documentación relacionada con la investigación, esta búsqueda se extendió a diversas fuentes, abarcando escritos que vinculen secuencias de tarea para el aprendizaje de la multiplicación integrando las Tecnologías Digitales (TD), desde el pensamiento numérico, es decir este enfoque se centra en la concepción y diseño de secuencias de tareas exploratorias y entornos de aprendizaje informático.

La exploración de estos documentos se llevó a cabo utilizando diversas bases de datos, como los repositorios digitales de la Universidad del Valle y Google Académico. Además, se recurrió a fuentes como bibliotecas y revistas especializadas en Educación Matemática, entre otras. Los documentos investigados fueron clasificados de forma

categoricamente, teniendo en cuenta el propósito de este trabajo. La organización se realizó de la siguiente manera:

Internacional

A nivel internacional, una revisión exhaustiva revela dos estudios académicos relevantes para la propuesta de investigación que se abordará en esta investigación. El primero hace alusión a la investigación de Torres y Yunganaula (2022), la cual tiene como intención desarrollar objetos virtuales de aprendizaje articulando el método japonés para favorecer la comprensión de la operación de la multiplicación, en estudiantes de séptimo grado, debido a las dificultades que presentaban los estudiantes durante la emergencia sanitaria del COVID-19.

De acuerdo con lo anterior, la implementación de los OVA con el grupo seleccionado se realizó a partir de dos formas, presencial y virtual, con el propósito de determinar cuál es el impacto que tiene el recurso en las dos modalidades. Ahora bien, los resultados que se obtuvieron de la aplicación de los OVA generaron un impacto significativo en los estudiantes del séptimo grado, dado que, despertó el interés y la motivación de aprender la multiplicación a través de aplicación del post test y la lista de cotejo, donde los estudiantes dieron a conocer su perspectiva sobre el uso de estos recursos digitales.

El segundo trabajo es el realizado por Mejía y Tigre (2021), el cual tiene como propósito contribuir a los procesos de enseñanza-aprendizaje de la multiplicación a través del software GeoGebra como recurso didáctico en estudiantes de sexto grado de secundaria, puesto que, se encontraron dificultades en las operaciones que realizan los estudiantes con multiplicaciones, además, manifiestan deficiencias en la comprensión y desarrollo de las tablas de multiplicar. Por ende, se diseña y se aplica una secuencia didáctica para favorecer el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos sobre

multiplicaciones, donde se obtuvo como resultado que, el desarrollo de las actividades permitió que los estudiantes exploren sus conocimientos y desarrollen las actividades propuestas mediante el uso de la plataforma, logrando así, alcanzar los objetivos trazados en esta investigación.

Nacional

A nivel nacional, se han llevado a cabo trabajos de grado que guardan estrecha relación con el objeto de esta investigación. Uno de ellos es el estudio realizado por Ariza et al. (2021) titulado “Fortalecimiento del aprendizaje de la multiplicación a través de una secuencia didáctica basada en el uso del Software GeoGebra en el Grado Cuarto”. Este trabajo de investigación destaca la importancia de incorporar las Tecnologías Digitales (TD) como herramienta en el proceso de aprendizaje de la multiplicación. La investigación propone que, a través del uso de las TD, los estudiantes pueden abordar la adquisición de conocimientos de manera innovadora, empleando estrategias novedosas que faciliten un aprendizaje más efectivo en matemáticas.

Otro trabajo relevante es el de Llorente (2020), titulado “Diseño de una estrategia metodológica que contribuye al aprendizaje de la multiplicación para el desarrollo del pensamiento matemático”. Este proyecto de Maestría aborda la necesidad de diseñar una estrategia metodológica, ya que en la mayoría de las instituciones educativas los estudiantes enfrentan dificultades en el proceso de aprendizaje de la multiplicación. Dichas dificultades, de no ser superadas, limitan el desarrollo enriquecedor de las habilidades matemáticas a través del pensamiento numérico.

Local

A nivel local, en la Universidad del Valle, se identificaron escasos trabajos relacionados con la propuesta de investigación, encontrándose únicamente dos trabajos de

pregrado vinculados de manera más cercana a la temática a abordar. El primer trabajo de grado, desarrollado por Rodríguez y Pérez (2017), lleva por título “Diseño de un recurso pedagógico para la enseñanza de la multiplicación al integrar GeoGebra”.

Asimismo, cabe destacar que esta propuesta de trabajo fue diseñada específicamente para el tercer grado de primaria, aunque no ha sido implementada en el entorno educativo. En este trabajo de grado se plantea la configuración de un recurso pedagógico destinado a enriquecer la enseñanza de la multiplicación mediante el uso de las Tecnologías Digitales (TD), con el objetivo de integrar nuevas estrategias en el proceso de aprendizaje.

El segundo trabajo encontrado es realizado por Lemos y Caicedo (2018), titulado “Niveles de comprensión en el aprendizaje de la multiplicación desde la perspectiva de la educación matemática realista: Un estudio de caso”. Este trabajo de investigación se propone analizar el progreso en los diversos niveles de comprensión matemática, integrando contextos realistas que sean imaginables o razonables para los estudiantes. Es decir, la idea central es que los estudiantes puedan establecer conexiones entre diferentes niveles de comprensión, comenzando con una matemática informal vinculada al contexto hasta alcanzar una comprensión matemática formal.

Como se evidenció en los documentos previos, la investigación sobre Secuencia de Tareas mediada por las TD, desde la perspectiva de la geometría y el pensamiento numérico en la educación primaria, cuenta con muy pocos trabajos de estudio mencionados. Aunque algunos de ellos abarcan algunos de los componentes a investigar, ninguno cubre la totalidad de los aspectos que se abordarán en este trabajo. En otras palabras, los estudios que se centran en secuencias de actividades desde la geometría y el pensamiento numérico son realmente escasos en el ámbito de la educación primaria.

Es por esta razón que este trabajo se distingue de otros, ya que existe una escasez notable de investigaciones desde la perspectiva de la geometría y el pensamiento numérico en combinación con las TD en el contexto de la educación primaria. Además, son aún más limitados los estudios que exploran esta rama de las matemáticas en relación con el uso de las TD, ya que, comúnmente, se recurre a materiales concretos donde el lápiz y el papel prevalecen como herramientas principales en el aula de clase.

Por las razones expuestas, se puede afirmar que este trabajo de grado posee un enfoque innovador. En el ámbito de las Tecnologías Digitales (TD), hay una escasez significativa de investigaciones relacionadas con el estudio de la geometría y el pensamiento numérico. Esto ofrece un terreno relativamente inexplorado en lo que respecta a las secuencias de tareas mediadas por las TD. Es particularmente destacable que este tipo de análisis o estudios también se consideran innovadores cuando se abordan en los primeros grados de escolaridad, ya que son limitados los trabajos realizados en este contexto. Aunque existen investigaciones que exploran la vinculación de la geometría y el pensamiento numérico con las TD en la educación secundaria, lamentablemente, en el ámbito de la educación primaria, estas iniciativas son escasas.

En consecuencia, este trabajo pretende proyectar un enfoque positivo, ya que está diseñado con la intención de favorecer el aprendizaje de los estudiantes, más que centrarse únicamente en la enseñanza. Es decir, el foco de estudio se dirige hacia los niños y niñas, con la aspiración de conectar la geometría y el pensamiento numérico a través de las TD. Esta perspectiva hace referencia a la innovación, considerada como una estrategia que se implementa en el aula para enriquecer el proceso de aprendizaje.

Justificación

Principalmente, este proyecto tiene como objetivo principal diseñar una Secuencia de Tareas que aborde la Multiplicación utilizando Tecnología Digital (TD) vinculadas al pensamiento numérico, el cual permite mayor interés en los niños y niñas en el proceso de aprendizaje, ya que proporciona un enfoque innovador al aprender la multiplicación de manera exploratoria por medio de GeoGebra como software iterativo de acceso libre. Según el MEN (1998) dice “El uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra” (p. 17). Es decir, los estudiantes adquieren mayores conocimientos al hacer uso de las TD, ya que por medio de los computadores y tabletas les permite explorar con mayor frecuencia en el proceso de manipulación.

Concepto de multiplicación

Según Gil (2016) define el concepto de multiplicación como “una operación, que consiste en encontrar un resultado a partir de la repetición de un número, una cantidad determinada de veces, es decir, sumar tantas veces como uno indique un número, un valor dado” (p. 7).

Por ende, se pretende diseñar una secuencia de tareas usando las Tecnologías Digitales de modo que el medio por el cual se va a mediar la ST será GeoGebra, permitiendo así diseñar actividades que le involucren a los niños y niñas explorar de manera significativa con este recurso a través de las diferentes tareas que vinculen la multiplicación de manera innovadora.

Además, para abordar la multiplicación y analizar los procesos de aprendizaje de los estudiantes, mediante el uso de las TD que involucre de manera activa el uso de herramientas computacionales que brinde una mejor visión en el proceso de aprendizaje de los estudiantes

mediante el uso de GeoGebra como herramienta de fácil y libre acceso, según el MEN (1998) dice:

Las matemáticas, lo mismo que otras áreas del conocimiento, están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del siglo XXI. Se propone, pues, una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no solo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos, sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender cómo aprender. (p. 18)

Es decir, las matemáticas es el camino que siempre va a estar presente en la educación de los niños como área fundamental de conocimiento, la cual les permite tener una mejor comprensión de estas.

Por otro lado, la Secuencia de Tareas (ST) en clases de matemáticas puede ser más efectiva y beneficiosa para los estudiantes al incorporar herramientas computacionales, como GeoGebra. Este software de código abierto, fácilmente accesible para estudiantes y docentes, ofrece diversas utilidades que facilitan la comprensión del objeto matemático. Además, según las recomendaciones del Ministerio de Educación Nacional (Lineamientos Curriculares, 1998), la integración de tecnología, como GeoGebra, se considera propicia para mejorar el aprendizaje.

Con base en lo anterior, GeoGebra proporciona retroalimentación casi instantánea e individual, gracias a su programación de software, y permite realizar cambios de representación. Este aspecto, respaldado por el trabajo de Fernando Hitt (2003), basado en la teoría de representaciones de R. Duval, enfatiza la importancia de estudiar las diferentes representaciones de objetos matemáticos en entornos distintos a los tradicionales. En este

sentido, se espera y logra aprovechar la facilidad de cambio de representaciones que GeoGebra ofrece para abordar el objeto matemático en cuestión en esta investigación.

Finalmente, se piensa este recurso para ser implementado con un grupo de estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Antonio Nariño, con el objetivo de fortalecer el proceso de aprendizaje en matemáticas integrando las Tecnologías Digitales. Según MEN (1998) dice “el pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos” (p. 26). Es decir, los niños y niñas a medida que van desarrollando diferentes operaciones que involucren el pensamiento numérico, van aprendiendo un mejor significado de estos.

Planteamiento de los Objetivos

Objetivo General

- Reconocer los aportes que genera la implementación de una secuencia de tareas en relación con el aprendizaje de la multiplicación con estudiantes de grado tercero de educación básica primaria de la Institución Educativa Antonio Nariño – Sede República de Colombia.

Objetivos Específicos

- Investigar las dificultades y desafíos que enfrentan los estudiantes con relación a la multiplicación en los primeros grados de escolaridad.
- Consolidar los referentes; matemático, curricular, didáctico y cognitivos, en el diseño de una secuencia de tareas que sirva como herramienta para el aprendizaje de la multiplicación en grado tercero de educación básica primaria.

- Identificar las mediaciones instrumentales que se darán en la puesta en acto de la secuencia de tarea con relación a la multiplicación en grado tercero de Educación básica primaria.

Capítulo II: Marco Teórico

En este capítulo, se exponen los fundamentos teóricos que constituyen la base de este trabajo. En primer lugar, se aborda el referente matemático, donde se detallan los aspectos de la multiplicación relevantes para este estudio y sus fundamentos. A continuación, se presenta el referente curricular, que incorpora la contribución de los documentos curriculares nacionales, como los estándares, lineamientos y derechos básicos de aprendizaje. Además, se contempla la dimensión didáctica a través del diseño de Secuencias de Tareas, tomando como referencia el recopilatorio de Margolinas. Finalmente, se dedica una sección adicional para destacar las interrelaciones entre estos referentes, con el objetivo de abordar de manera integral la pregunta problema planteada en este trabajo.

Referente Matemático

Para introducir este apartado, resulta relevante explorar la historia de la multiplicación. De acuerdo con las investigaciones, los primeros en emplear la multiplicación fueron los egipcios alrededor del año 2700 A.C., utilizando un sistema conocido como multiplicación por duplicación. Asimismo, otra civilización precursora en el uso de la multiplicación fue la sumeria, en Asia Menor, aproximadamente en el año 2600 A.C. Estos innovadores crearon las tablas de multiplicar, que plasmaron en tablillas de arcilla secadas al Sol.

El concepto de multiplicación de los números naturales se aborda a partir de las propiedades matemáticas que lo respaldan, según lo expresado por Godino y Batanero (2003) sostienen que “siempre que multiplicamos dos números naturales, obtenemos otro número natural; decimos que la multiplicación es una operación en el conjunto de los números naturales” (p. 272). Dentro del ámbito de los números naturales, es posible afirmar que cualquier par de números multiplicados dará como resultado un número natural. Este hecho

subraya la importancia fundamental de los números al conferir significado a la operación de multiplicación y facilitar la comprensión de sus propiedades.

Otra perspectiva para abordar la multiplicación se basa en la definición conjuntista, que se fundamenta en la noción de producto cartesiano de conjuntos. Según Godino (2003) dice que “la multiplicación corresponde a la idea de repetición, ya que, al formar un producto cartesiano, se repite cada elemento del primer conjunto junto a cada elemento del segundo” (p. 272).

El Producto Cartesiano de dos números naturales, a y b , se denomina multiplicación $a \times b$ al cardinal del conjunto producto cartesiano $A \times B$, donde A y B son dos conjuntos con cardinales a y b , respectivamente. Según Cid et al. (2003) definen en términos más sencillos, la multiplicación puede definirse como el “producto cartesiano, en el cual el conjunto resultante es el producto de los cardinales de cada conjunto” (p. 273).

Ahora bien, Rodríguez y Pérez (2017) mencionan las siguientes características que se deben tener en cuenta a la hora de trabajar con la multiplicación:

Propiedades de la multiplicación

- **Clausurativa:** El producto de dos números naturales es otro número natural.
- **Asociativa:** $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- **Conmutativa:** $a \times b = b \times a$
- **Existencia de elemento neutro:** El natural 1; $a \times 1 = 1 \times a = a$, $\forall a \in \mathbb{N}$
- Distributiva respecto a la adición: $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ para cualesquiera números a , b y c . (p. 17)

Referente Curricular

A nivel nacional, se destacan documentos curriculares que desempeñan un papel fundamental en la orientación del aprendizaje de los estudiantes en todo el país. Estos documentos, proporcionados por el Ministerio Nacional de Educación, tienen la intención de servir como facilitadores, impulsores y guías para los procesos curriculares en las instituciones educativas a nivel nacional (MEN, 1998). Este esfuerzo en investigación pedagógica refleja el compromiso de un grupo de maestros investigadores que han logrado consolidar estos referentes. Estos documentos se presentan como recursos valiosos para respaldar a los docentes de Matemáticas y otras áreas específicas, contribuyendo así al fortalecimiento del sistema educativo del país.

El primer documento de referencia es el conjunto de Lineamientos Curriculares en Matemáticas (LCM), los cuales fueron concebidos en 1998 por un grupo conformado por 72 maestros de primaria y secundaria, tanto del sector oficial como del privado. Estos profesionales de la Educación Matemática a nivel nacional se unieron con el propósito de respaldar el proceso de fundamentación y planificación de las áreas obligatorias y fundamentales establecidas por la Ley General de Educación en su artículo 236.

Este conjunto de lineamientos se enfoca en los conocimientos básicos, entendidos como procesos específicos que fomentan el pensamiento matemático. Estos incluyen el pensamiento y sistemas numéricos, el pensamiento espacial y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, así como el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Desde los lineamientos curriculares, emergen los procesos específicos destinados a impulsar el pensamiento matemático. En este contexto, se introducen los conocimientos básicos, refiriéndose a aquellos procesos intrínsecos que sustentan y posibilitan el desarrollo

del pensamiento matemático. En este sentido, nuestro enfoque se dirige hacia el fomento del pensamiento y sistemas numéricos.

Los sistemas se configuran como las herramientas clave para fomentar dicho pensamiento, tal como lo afirma McIntosh (como se citó en MEN, 1998)

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones, junto con la habilidad y la disposición para utilizar esta comprensión de manera flexible, con el propósito de realizar juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones. (p. 26)

En este contexto, este trabajo se enfoca en las operaciones fundamentales de la aritmética, particularmente en la multiplicación, estableciendo una conexión con las Tecnologías Digitales (TD). Estas tecnologías brindan a los estudiantes la oportunidad de adquirir conocimientos más sólidos y desarrollar habilidades destacadas al emplear diversas estrategias en su proceso de aprendizaje matemático.

En este documento, se abordan los cinco procesos generales inherentes a la actividad matemática, según el MEN (1998) que incluyen “el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (p. 18).

Centrados en el proceso de razonamiento, entendido como la acción de organizar ideas en la mente para llegar a una conclusión (MEN, 1998, p. 54), se abre la oportunidad de desarrollar actividades multiplicativas en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, fundamentadas en el pensamiento numérico.

Según el MEN (1998) el documento también aborda los contextos, definidos como “los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende” (p. 19). De esta manera, se distinguen las situaciones problemáticas relacionadas tanto con

las matemáticas como con la vida cotidiana y otras ciencias. Los Lineamientos Curriculares sostienen, según el MEN (1998) que “el contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas” (p. 24). En otras palabras, el contexto está integrado en todas las etapas del aprendizaje, abarcando la motivación, comprensión, conocimiento, exploración y aplicación. Este trabajo busca comprender el contexto de la vida diaria, explorando las interconexiones de los estudiantes tanto en el ámbito social como institucional.

El segundo referente curricular que se destaca son los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (EBC), desarrollados en el año 2006 como un documento derivado de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Estos estándares representan el resultado de una colaboración interinstitucional entre el Ministerio de Educación Nacional y las facultades de Educación del país, reunidas en Ascofade (Asociación Colombiana de Facultades de Educación) MEN (2006). Este documento organiza de manera sistemática los estándares por grupos de grado, delineando el rendimiento que los estudiantes deben alcanzar al pasar de un grado a otro en su proceso de aprendizaje. De esta manera, este trabajo se enfoca en el pensamiento numérico dentro del grupo de primero a tercero de primaria. (p. 4)

Coherencia Horizontal De Los Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas para el Trabajo.

Considerando la importancia que la multiplicación tiene en cada uno de los pensamientos matemáticos y el papel fundamental del conocimiento matemático en el desarrollo de operaciones durante el proceso de aprendizaje, es esencial comprender la relación entre el estándar del pensamiento numérico y la actividad matemática. También resulta crucial explorar la integración de este estándar con los diferentes pensamientos dentro

del mismo grado. Por ende, surge el interés de enfocarnos en el primer conjunto de grados, que abarca desde primero hasta tercero. El motivo de esta elección se basa en que es en el tercer grado donde se inicia el trabajo que vincula la multiplicación con la integración de las TD.

Figura 1. *Coherencia horizontal.*

El Pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos
Tipos de Pensamiento Matemático
Pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos: Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
Pensamiento Métrico y los Sistemas Métricos o de Medida: • Realizó y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo con el contexto. • Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se pueden medir (longitud, área) y en los eventos su duración.
Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos y Analíticos: • Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos.

Nota. Coherencia Horizontal de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para el pensamiento y los sistemas numéricos.

De manera similar, los Estándares Básicos de Competencia seleccionados en el pensamiento, descritos en la tabla N°1, presentan elementos conceptuales que posibilitan el diseño de situaciones de aprendizaje y una articulación entre los diferentes tipos de pensamientos en un mismo grado escolar. Desde esta perspectiva, se observa que la

multiplicación, como operación aritmética, se relaciona tanto con el pensamiento numérico como con otros pensamientos matemáticos, tales como el pensamiento y los sistemas métricos o de medida, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, y el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Al analizar la interrelación entre el estándar del pensamiento numérico y los estándares asociados a otros tipos de pensamiento, se destaca la posibilidad de emplear situaciones problemáticas que integren el cálculo mental como estrategia para abordar contextos multiplicativos en el proceso de aprendizaje. Además, se observa que el pensamiento espacial se enfoca en el reconocimiento de nociones como horizontalidad, paralelismo, verticalidad y perpendicularidad en diversos contextos, permitiendo su vinculación en la construcción de las tablas pitagóricas mediante la integración de representaciones geométricas y el Pensamiento Métrico en el desarrollo de la multiplicación.

El Pensamiento Variacional se encuentra conectado al contexto de la variación, siendo fundamental para modelar situaciones y reconocer patrones en diversos espacios. En este sentido, se podría establecer una relación entre la multiplicación y la identificación de patrones, especialmente en la construcción de las tablas de multiplicar. Estas interconexiones entre el pensamiento numérico y otros tipos de pensamiento resaltan la importancia de considerarlas al configurar el recurso pedagógico.

Coherencia Vertical De Los Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas

En relación con la coherencia vertical, es esencial considerar la correspondencia que debe existir entre un estándar y los demás estándares dentro del mismo pensamiento, tanto para el grado tercero, que es el foco de interés en nuestro trabajo, como para los demás grados, tanto de la educación básica como de la media.

Figura 2. *Coherencia vertical.*

Pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos	
Conjunto de Grados	Estándar Básico
Primero a tercero	• Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
Cuarto a quinto	• Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas. • Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
Sexto a séptimo	• Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. • Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas
	y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
Octavo a noveno	• Identifico y utilizo la potenciación, la radicación y la logaritmación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas y para resolver problemas.

Nota. Coherencia Vertical de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para el pensamiento y los sistemas numéricos.

De esta manera, se puede evidenciar la relación que tiene cada estándar con el pensamiento numérico en cada uno de los grados, desde la educación primaria hasta llegar a la educación media. Por esa razón, se puede afirmar que la multiplicación se encuentra entre las operaciones fundamentales que permiten a los niños adquirir el aprendizaje de otros conceptos matemáticos, facilitando así la obtención de mayores conocimientos en cada uno de los grados de escolaridad en su proceso de formación.

Al analizar los estándares del pensamiento numérico establecidos para los grados cuarto y quinto de primaria, se evidencia que el concepto de multiplicación evoluciona con el aprendizaje de temas como la proporcionalidad directa e inversa, conversiones en las medidas de longitud, potenciación y radicación, así como criterios de divisibilidad y la teoría de números en general. De manera similar, la propuesta para sexto y séptimo presenta una extensión de la temática propuesta para cuarto y quinto. También se destaca la importancia de la teoría de números como herramienta fundamental en el aprendizaje del algoritmo de suma, resta, multiplicación y división con números racionales. El objetivo es que los estudiantes puedan desarrollar y aplicar de manera correcta la resolución de los ejercicios planteados.

No obstante, es destacable que en los grados octavo y noveno se proponen, dentro de los estándares básicos, temáticas como radicación, potenciación y logaritmación de números reales. En estos niveles, es crucial trabajar el concepto de multiplicación, ya que resulta necesario en álgebra para resolver operaciones con polinomios, monomios, factorización y operaciones algebraicas en general. De esta manera, todas estas temáticas nos brindan una visión clara al crear criterios que se deben emplear para el aprendizaje del recurso

pedagógico, conforme a los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias.

Por otro lado, el MEN (1998) afirma que:

En cuanto al impacto de las nuevas tecnologías en los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, es crucial tener en cuenta que antes de considerar la introducción de calculadoras y computadoras en el aula, es necesario reflexionar sobre el conocimiento matemático, tanto desde la perspectiva de la disciplina en sí misma como desde las transposiciones que dicho conocimiento experimente para convertirse en conocimiento enseñable. (p. 17)

En este sentido, es de suma importancia que los docentes sean cuidadosos al implementar actividades en el aula que involucren las TD, ya que los estudiantes a veces se limitan a seguir lo establecido en el curso y recurren a otras herramientas que les permitan desarrollar sus conocimientos de manera autónoma en un proceso de aprendizaje significativo.

Por último, es destacable la importancia de las TD en el aprendizaje de las matemáticas, ya que posibilitan la modelación de diversas situaciones en contextos de la vida cotidiana. De esta manera, los estudiantes pueden ampliar su perspectiva de conocimiento mediante indagaciones e investigaciones que pueden llevar a cabo por sus propios medios. Como señala el MEN (1998) “las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar” (p. 18). En otras palabras, las TD son herramientas valiosas para fortalecer el proceso de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes.

Referente Didáctico

Para precisar con este trabajo se puede decir que el referente didáctico juega un papel fundamental en toda investigación, ya que hace parte del marco teórico, en el cual se establecen sus bases y teorías las cuales permiten indagar sobre documentación que sirven como eje fundamental en el desarrollo de Secuencias de Tareas Exploratorias (STE), es decir en este trabajo de grado se busca dar cuenta a la pregunta problema planteada para el desarrollo de este.

Ahora bien, es importante resaltar que una tarea exploratoria investigativa, es una construcción que se hace para generar una acción de investigar o explorar algo mediante la búsqueda investigativa. Ponte (2003) afirma que:

Las clases investigativas involucran al estudiante en el proceso matemático de inicio, pues, es él quien debe formular las preguntas que se han de resolver, idear maneras de presentar y organizar la información y la información obtenida, planear estrategias de solución, someterlas a prueba, aplicarlas, justificar, argumentar y validar resultados, entre otras. (p. 22)

Desde esta mirada, se busca despertar en los estudiantes el interés de la actividad matemática, pretendiendo llevar al estudiante a convertirse en un pequeño matemático, el cual va a realizar las actividades propias, como explorar, manipular, recolectar, indagar y organizar información.

De igual manera, el texto de Claire Margolinas “Diseño de Tareas en Educación Matemática”, es un documento elaborado en el año 2013, a partir de las actas del estudio 22 del ICMI (International Commission on Mathematical Instruction). Es decir, en este texto se establece el apartado de João Pedro da Ponte, Joana Mata-Pereira, Ana Cláudia Henriques y Marisa Quaresma el cual habla sobre “Diseñar y utilizar tareas exploratorias”, involucrando

algunos escritos por Margolinas, en los cuales se va a abordar varias problemáticas en la redacción de este escrito.

De otra manera, se dice que los autores mencionados en el apartado anterior de este trabajo están entrelazados a partir de tareas exploratorias que puedan llevar a los estudiantes a realizar actividades que les permitan hacer un trabajo sustancioso y aprendan nuevas matemáticas. Según Ponte et al. (2013) afirman que “una tarea puede corresponder a una sola pregunta o a una secuencia estructurada de preguntas relacionadas y posiblemente sub-preguntas” (p. 495). Con el objetivo de crear secuencia de tarea exploratoria en el desarrollo de la multiplicación vinculando las TD en el aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, la teoría de situaciones didácticas Brousseau (1998) ofrece un marco teórico y una serie de herramientas conceptuales para estudiar y diseñar tareas. En esta teoría, se plantea que el conocimiento surge de la interacción entre un sujeto y su entorno. El aprendizaje se da cuando el sujeto interactúa con el entorno y recibe retroalimentación. Sin embargo, para que el conocimiento adquirido tenga significado, es necesario que exista un espacio de incertidumbre y libertad que permita al sujeto elegir sus acciones y estrategias de manera apropiada. Es decir, el estudiante en su proceso de formación no tiene un significado correcto en el aprendizaje de las matemáticas en el diseño de tareas exploratorias, por ende, el sujeto tiende a fracasar dado que no desarrolló un conocimiento atractivo que le permita tener una buena comprensión en el aprendizaje de las matemáticas.

Para finalizar con este apartado una de las preguntas frecuentes que se hace cuando se realiza un trabajo de grado empleando las TD en matemáticas, autores como Joubert (2013) plantean preguntas como “¿qué aprendizaje pueden adquirir los estudiantes mediante la utilización de TD?” (p. 74). Es decir, como el software está diseñado para crear tareas exploratorias de matemáticas que facilitan la exploración y visualización de las mismas.

Dando respuesta a la pregunta planteada, los estudiantes mediante las secuencias de tareas exploratorias generan un aprendizaje significativo para el fortalecimiento desarrollo de las matemáticas.

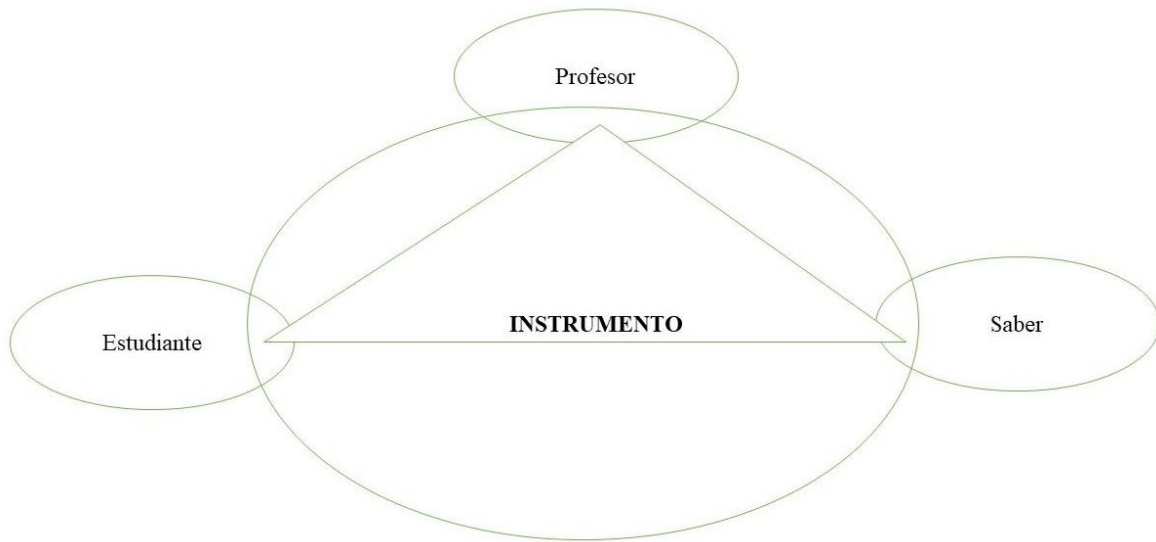
Mediación Instrumental

Es notable resaltar la cita en términos generales lo que se pretende establecer en este trabajo de grado según la definición, Rabardel (1999) considera que “la Mediación Instrumental aparece en las propuestas de Vigotsky como un concepto central para pensar y analizar las modalidades por las cuales los instrumentos influyen la construcción del saber” (p. 2). Es decir, por medio de la mediación instrumental podemos percibir lo que se quiere trabajar para el desarrollo del proceso de aprendizaje de los niños y niñas mediante la forma de pensar y analizar los instrumento que van a influir en el desarrollo de la multiplicación haciendo uso de las TD para el fortalecimiento de las matemáticas

En la mediación instrumental el origen de los objetos y sistemas se debe a que la evolución y desarrollo de los instrumentos van evolucionando a medida que avanza la ciencia se ve reflejado el impacto de la tecnología mediante instrumentos que se pueden visualizar y analizar desde perspectivas instrumentales desde el campo de la didáctica para el aprendizaje de las matemáticas.

De esa manera las herramientas, artefactos y los signos los cuales se desarrollan en las culturas mediante la construcción de saberes por medios de conocimientos en el sujeto, según Rabardel (1999) considera que la función de los instrumentos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se ilustra a través del Sistema Didáctico, que representa las principales herramientas utilizadas en la mediación entre el docente y el estudiante en el contexto educativo.

Figura 3. *Relación contrato didáctico.*



Nota. La figura corresponde a una elaboración propia.

Es evidente que existen muchas diferencias fundamentales entre los artefactos e instrumentos. Según Rabardel (1999) se reconoce al artefacto como un elemento material o simbólico empleado por el sujeto en una acción instrumentada. Por otro lado, el concepto de instrumento va más allá de implementar al artefacto como un instrumento, sino que lo define como una entidad compleja formada por el sujeto, pero también vinculada tanto a este como al artefacto. Esto resalta que el instrumento no ser reducido únicamente al artefacto en sí mismo.

Según Rabardel (1999) el cual presenta el instrumento como una entidad mixta y lo define como:

En realidad, el instrumento es una entidad mixta que comprende de una parte, el artefacto material o simbólico y, de otra parte, los esquemas de utilización, las representaciones que forman parte de las competencias del usuario y son necesarias para la utilización del artefacto. (p. 8)

De acuerdo con lo anterior, el instrumento como una entidad misma, la cual comprende de una parte el artefacto en lo materia y de otra parte los esquemas de utilización esto quiere decir que tanto el instrumento como el artefacto se relacionan uno de otro para lograr el funcionamiento en el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Articulación Teórica

En este trabajo se abordan tres referentes que establecen una articulación teórica con diversas relaciones existentes entre lo matemático, curricular y didáctico, también se vincula la mediación instrumental, los cuales se articulan entre sí, para permitir el diseño, elaboración y aplicación de secuencias de tareas exploratorias en relación con el aprendizaje de la multiplicación integrando GeoGebra, es decir su implementación y análisis al momento de llevarse al aula, es de gran importancia el objeto matemático con el cual se va a trabajar, los estudiantes de grado tercero de educación básica primaria los cuales puedan comprender, entender, definir y modificar de acuerdo a los conocimientos que tengan en el aprendizaje de la multiplicación.

De este modo el referente matemático se refiere a la historia de los primeros inicios de las matemáticas y cómo surgió el concepto de la multiplicación cuál es su uso y propiedades que se desarrollan, con base en lo mencionado, de igual manera se abordan desde el pensamiento numérico, nociones que permitan la vinculación TD para el desarrollo de secuencias de tareas exploratorias en el aprendizaje de los estudiantes, es de entente al momento de hablar de pensamiento numérico, se está haciendo alusión a los Estándares Básicos de Competencias descrita por el MEN, por lo tanto, el referente matemático se relaciona con el referente curricular, ya que en ambos se integran documentos que hablan del aprendizaje de las matemáticas.

Por otro lado, los documentos base para el desarrollo del referente curricular fueron los lineamientos curriculares, y los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas, los cuales fueron creados debido a la necesidad que se evidencian en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los docentes, para emplear en el aprendizaje de los estudiantes desde los primeros grados de escolaridad para el desarrollo del aprendizaje de la multiplicación integrando las TD, haciendo uso del GeoGebra, de esa manera se puede decir que el referente curricular se relaciona con el referente didáctico, ya que contempla en los libros lo que se debe trabajar desde los primeros grados de escolaridad según lo establecido desde el MEN.

De igual manera, el referente didáctico es de suma importancia en este trabajo para el desarrollo de secuencias de tareas exploratorias, con el objetivo de fortalecer el aprendizaje de los estudiantes, permitiendo el desarrollo del pensamiento numérico. Es de resaltar que en este trabajo se contó con el apoyo de documentos bases en los cuales se abordaban secuencias de tareas que permitan la integración de las TD desde el software GeoGebra para el aprendizaje de la multiplicación de los niños, de igual manera el texto de Margolinas “Diseño de Tareas en Educación Matemática”, hace alusión a la importancia del uso del GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación de forma interactiva docente vs. estudiantes. De igual manera, para la articulación teórica es importante el desarrollo de la mediación instrumental.

Capítulo III: Metodología

En el presente capítulo se resalta la metodología que se desarrolla en esta investigación, con la intención de determinar los elementos y estrategias pertinentes para alcanzar los objetivos alineados en esta propuesta. Por ende, se toma en consideración la metodología cualitativa y se contempla un estudio de casos, que para efectos del trabajo será un grupo de estudiantes de grado tercero de primaria de caso partir. Luego se presenta el campo de trabajo donde se llevará a cabo la implementación de la secuencia de tareas.

Metodología Cualitativa

La investigación cualitativa aporta una perspectiva única y enriquecedora al estudio de los fenómenos sociales, al permitir una interpretación profunda y contextualizada de los datos. Al centrarse en la calidad y el significado de la información recopilada, esta metodología brinda la oportunidad de explorar aspectos subjetivos, emocionales y culturales que no siempre pueden ser capturados a través de métodos cuantitativos. La flexibilidad y la capacidad de adaptación de la investigación cualitativa permiten abordar temas complejos y dinámicos, ofreciendo una visión más completa y enriquecedora de la realidad social.

Según Rist (como se citó en Taylor y Bogdan, 1987) manifiesta que “la metodología cualitativa, a semejanza de la metodología cuantitativa, consiste en más que un conjunto de técnicas para recoger datos” (p. 7). Así, el enfoque cualitativo se describe como una metodología de investigación fenomenológica que busca comprender fenómenos sociales mediante métodos cualitativos. En este estudio, se observa a los estudiantes durante un experimento para analizar datos exploratorios, recolectando información cualitativa como respuestas, argumentos, dudas e inquietudes, estrategias de solución, etc. Permitiendo así, evidenciar el aprendizaje de estudiantes.

La recolección y el análisis de datos son esenciales en la muestra seleccionada, tal como lo señalan Hernández-Sampieri y Mendoza, quienes consideran que la muestra puede estar constituida por diversas unidades como personas, comunidades, animales o eventos. En este estudio, la muestra consistió en una muestra de seis estudiantes de tercer grado de primaria de la Institución Educativa Antonio Nariño, cuyos aportes fueron analizados para evaluar el impacto de la Secuencia de Tareas utilizando el software GeoGebra en su aprendizaje. Así pues, el enfoque cualitativo permite abordar procesos y construir actividades secuenciales con un propósito específico durante la implementación.

McMillan y Shumacher (2005), Se destaca que la investigación cualitativa se enfoca en comprender la fenomenología desde la perspectiva de los participantes y se caracteriza por presentar los datos de manera narrativa. Este enfoque emplea métodos flexibles y adapta los diseños emergentes en función de los datos obtenidos. En este estudio, se recopilaron datos a través de la transcripción de registros fílmicos y otros métodos de recolección de evidencia, como las respuestas de los estudiantes y las anotaciones del observador. Posteriormente, se realizó un análisis utilizando métodos flexibles para sintetizar y evaluar la información recopilada.

Por lo tanto, el enfoque cualitativo a partir de sus características y fases específicas facilita la realización de estudios que fueron abordados mediante un riguroso análisis característico y distintivo del proceso de investigación. Este estudio se orientó bajo esta ruta debido a que proporciona un marco adaptable a las necesidades y demandas inherentes a este tipo de enfoque, permitiendo así alcanzar los objetivos planteados inicialmente. Además, para lograr estos objetivos a través del análisis cualitativo, fue fundamental enfocarse en el estudio de casos, lo cual sienta las bases para el siguiente paso metodológico denominado Estudio de Casos.

Estrategia metodológica: Estudio de casos

Esta investigación recurrió a la utilización del estudio de caso como estrategia de investigación, en la cual se mide y registra los procesos de los estudiantes en la implementación de la secuencia de tareas. Para Monje (2001), el estudio de caso es un “examen sistemático de un fenómeno específico como un programa, un evento, una persona, una institución o un grupo social” (p. 117).

En el marco de la propuesta investigativa la población, muestra o grupo de estudio pretenden recolectar información y analizarla, se basa en la observación y estudio de un grupo que se pondrá a prueba a partir de la implementación de una secuencia de tareas en relación con el aprendizaje de la multiplicación; por lo cual se trabajara con un grupo aproximado de 6 estudiantes cuyas edades están entre los ocho y nueve años de edad de la Institución Educativa Antonio Nariño ubicada en el corregimiento La Paila del municipio de Zarzal, Valle del Cauca.

El proceso de investigación demanda la recolección de datos precisos que den cuenta de manera detallada de la implantación, por lo cual fue necesario determinar una serie de instrumentos para la recolección de los datos, entre ellos se destacan productos filmicos, fotográficos y las producciones de los estudiantes.

Desarrollo Metodológico

Para el desarrollo de esta investigación, se ha trazado tres fases fundamentales en relación con los objetivos presentados en este trabajo, donde se resalta el proceso consecutivo de la construcción del caso.

Figura 4. *Construcción del Caso.*



Nota. Esquema por fases de la construcción del caso. Fuente: elaboración propia.

Las fases presentadas anteriormente, se plantearon de acuerdo con la metodología cualitativa y el estudio de casos. A continuación, se realiza una síntesis de cada una de las fases trazadas en la construcción del caso.

La primera fase hace alusión a la construcción del problema, donde se realizó una búsqueda en las bases de datos alrededor del objeto matemático de interés, tales como, la Universidad del Valle, Universidad Nacional de Educación, Universidad de Cartagena, Redalyc, etc. Con la intención de analizar los trabajos realizados hasta el momento en relación con la multiplicación y a su vez determinar las posibles dificultades que presentan los estudiantes en la aprehensión de este concepto. De este modo, se construyó la contextualización de la problemática, dando paso a la pregunta de investigación y los objetivos pertinentes para una posible solución.

La segunda fase hace alusión a la elaboración del diseño de la secuencia didáctica, donde se planteó las tareas en correspondencia con objeto matemático (multiplicación) a través del software GeoGebra de acuerdo con un contexto significativo para el estudiante.

Para la elaboración de las actividades también se tendrá en cuenta aspectos curriculares, elementos propios de la multiplicación y referente didáctico, dando paso a la implementación de la secuencia, donde se espera que el estudiante construya conocimiento a través de la interacción con el software.

Por último, la tercera fase, se recopilará toda la información que se extraiga de las interacciones de los estudiantes durante el desarrollo de cada una de las tareas presentadas en la secuencia didáctica, las cuales quedaran registrados en las producciones de los estudiantes, los registros fílmicos y fotográficos. Luego, se realizará el respectivo análisis de la información adquirida de acuerdo los aspectos teóricos y metodológicos establecidos en esta investigación, permitiendo así, realizar las conclusiones y proyecciones para nuevas investigaciones, dando por terminado el informe final.

Campo de Trabajo y Contexto de Implementación

Este trabajo de investigación se implementará en la Institución Educativa Antonio Nariño del corregimiento (La Paila) municipio de Zarzal Valle del Cauca, la Institución Educativa Antonio Nariño ofrece su servicio educativo en la modalidad académica, con énfasis en emprendimiento, orientada y regida por personal profesional del sector oficial con formación axiológica y experiencia académica demostrada en su desempeño con rigor científico y pedagógico que centra la labor educativa en una convivencia social de respeto y admiración por los demás, dentro de parámetros de cumplimiento, orden, disciplina, respeto, responsabilidad, liderazgo, honestidad, tolerancia, democracia, compromiso, trabajo en equipo, participación, autonomía y sentido de pertenencia, para responder con optimismo humano a lo que el mundo de hoy está exigiendo.

La población que integra a la Institución Educativa está constituida por estudiantes afrodescendientes, indígenas, mestizos y venezolanos de estrato 1, y 2, esta institución cuenta

con dos sedes principales, Antonio Nariño y la sede Colombia, en la sede Colombia están los grados de preescolar hasta tercero de primaria su jornada es en la mañana, en la sede principal Antonio Nariño están los grados de cuarto de primaria a once de bachillerato, la jornada para los estudiantes de cuarto a octavo es en la mañana, para los estudiantes de 9 a 11 es en la jornada de la tarde, también cuenta con jornada de educación nocturna, es decir ofrece jornada mañana, tarde y noche.

La institución está dotada en todos sus salones con video beam, cuenta con una sala de sistema, la sala no cuenta con acceso a conexión a internet, teniendo en cuenta lo descrito anteriormente este diseño se implementará en la sede principal con 6 estudiantes del grado tercero de primaria.

Figura 5. *Institución Educativa Antonio Nariño. (Sede República de Colombia).*



Nota. La figura corresponde a una foto de la Institución Educativa ubicada en el corregimiento de la Paila del municipio de Zarzal Valle de Cauca, 2024.

Capítulo IV: Análisis Inicial

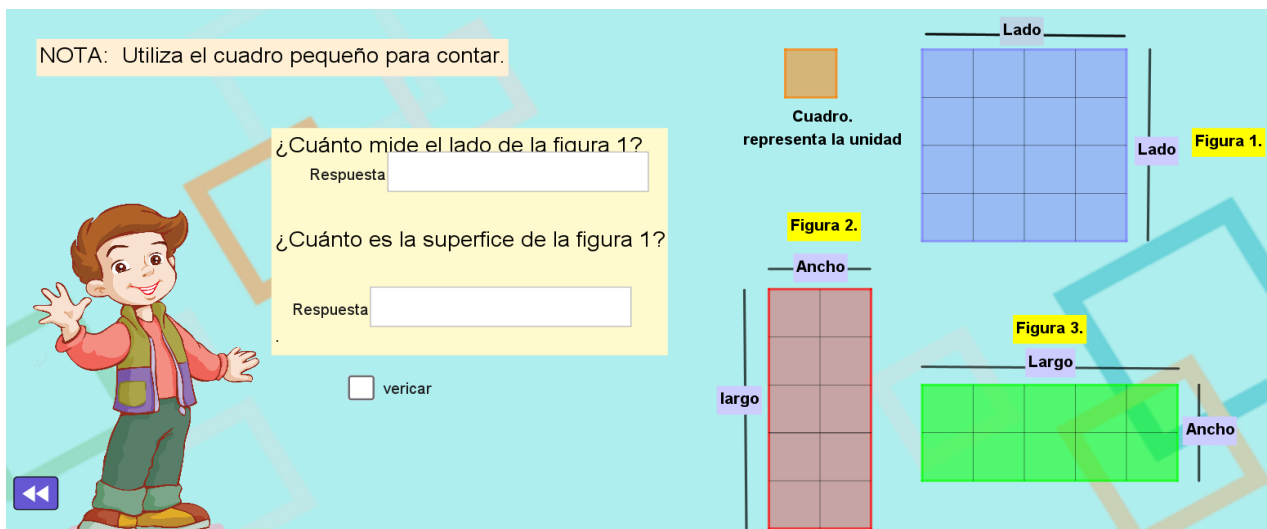
En este trabajo se configuró una secuencia de tareas en torno al aprendizaje de la multiplicación, para ello se tuvo en cuenta la integración del pensamiento geométrico, puesto que se va a trabajar las áreas y perímetro de las figuras geométricas para introducir la multiplicación considerando desde el perímetro la suma repetitiva y desde el área el reconocimiento de la introducción a la multiplicación, adicionalmente se pensó de dar cuenta de algunas propiedades de la multiplicación conmutativa, asociativa, distributiva, elemento neutro (propiedad del 1) y elemento absorbente (propiedad del 0).

Las secuencias están conformadas por dos momentos, el primer momento. Los secretos detrás de las figuras geométricas y el segundo coloquemos en práctica nuestro conocimiento, a continuación, se va a dar cuenta de dicha configuración y lo que se espera de parte del educando.

Momento #1: Los secretos detrás de las figuras geométricas

Este momento se creó considerando deslizadores los cuales van a permitir a los estudiantes dar clic cada vez que avance al siguiente paso, ya que la actividad está configurada para que si el estudiante no realizar el ejercicio de forma correcta no pueda avanzar al siguiente punto, inicialmente este trabajo tiene una presentación donde se observa un personaje que va a ir acompañando la secuencia de tarea SD y unas notas aclaratorias que le permita reconocer a los estudiantes que hay elementos de trabajo como el cuadro que representa la unidad.

Figura 6. *Reconocimiento de las figuras geométricas cuadrado y rectángulo.*

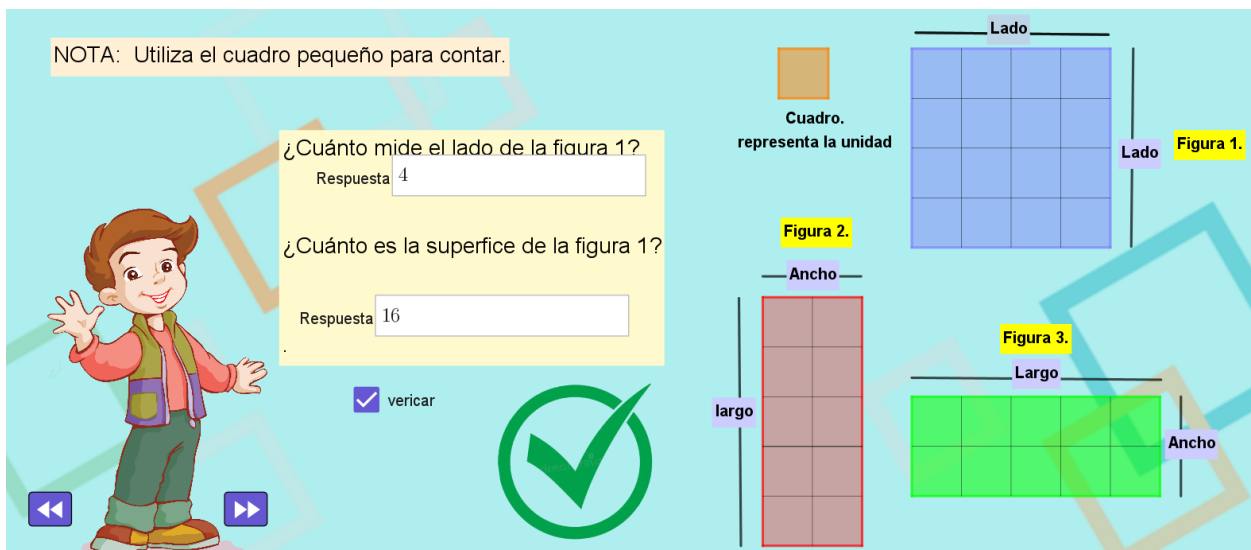


Nota. Relación lado vs superficie. Fuente: Secuencia de tarea.

En esta primera tarea se piensa que el estudiante mida el lado y la superficie con el objetivo de mirar la relación de lado vs. superficie de la figura, luego se le pide que mida usando la unidad como representación numérica para medir el largo el cual va a permitir contestar las preguntas, ya que el software está configurado para dar una retroacción al estudiante en la medida que él da la respuesta da clic en la opción verificar para saber si está bueno lo que el estudiante está realizando de manera que se observa un círculo de color verde si es correcto, una vez el estudiante haga el ejercicio el software está configurado para que verifique las acciones y luego poder dar la opción siguiente.

Se continúa con la tarea dado el ancho y largo considerando que la figura tiene una cuadrícula que va a permitir contar de manera fácil, cuando el estudiante lo haya hecho puede darle continuar.

Figura 7. Verificación de la respuesta en cada pregunta.

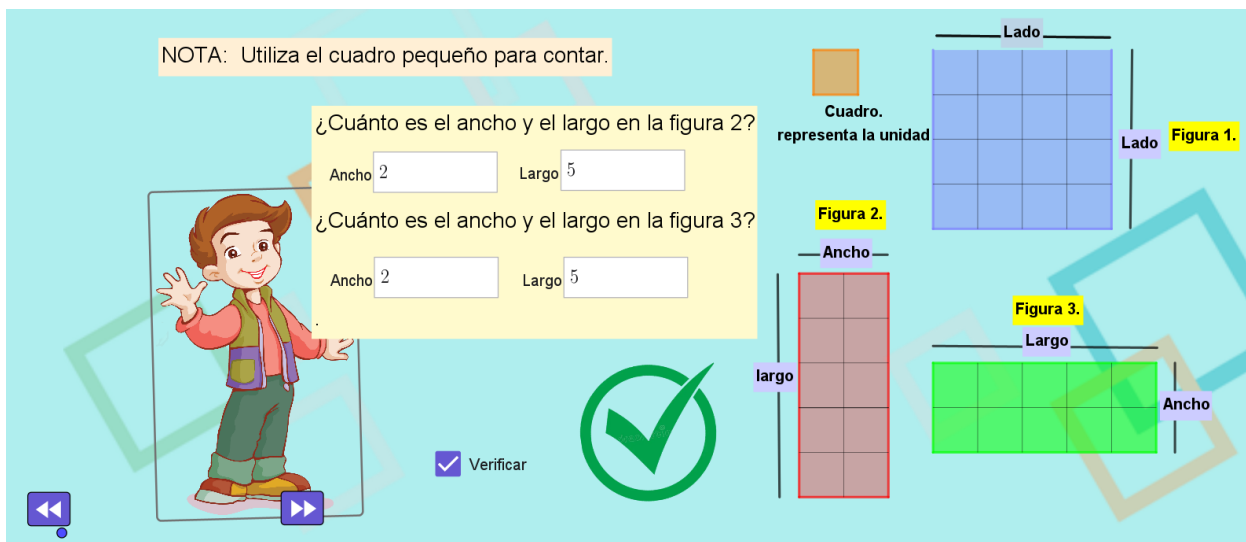


Nota. Reconocimiento de figuras geométricas. Fuente: Secuencia de tarea.

La intención del ejercicio anterior es mirar que el estudiante reconozca las medidas de las figuras y luego que mire la relación entre el cuadro que representa la unidad y la sumatoria total de la figura.

A continuación se le pide al estudiante continuar con la actividad dando clic a la opción siguiente en la cual se refleja en la nota dos preguntas, en la primera se le pregunta al estudiante por el ancho y largo de la figura 2 el cual en la opción de respuesta va a escribir la que considere correcta, luego responde la segunda pregunta observando la figura 3 donde se le plantea la misma pregunta, ya que la figura es un rectángulo en diferente posición, allí es donde el estudiante debe tener en cuenta la propiedad conmutativa. Cuando ya haya respondido lo que se le está preguntando por el ancho y largo de ambas preguntas, el estudiante le da la opción verificar para dar cuenta si el ejercicio está correcto y así poder continuar.

Figura 8. Reconocimiento de lado, largo y ancho de las figuras.

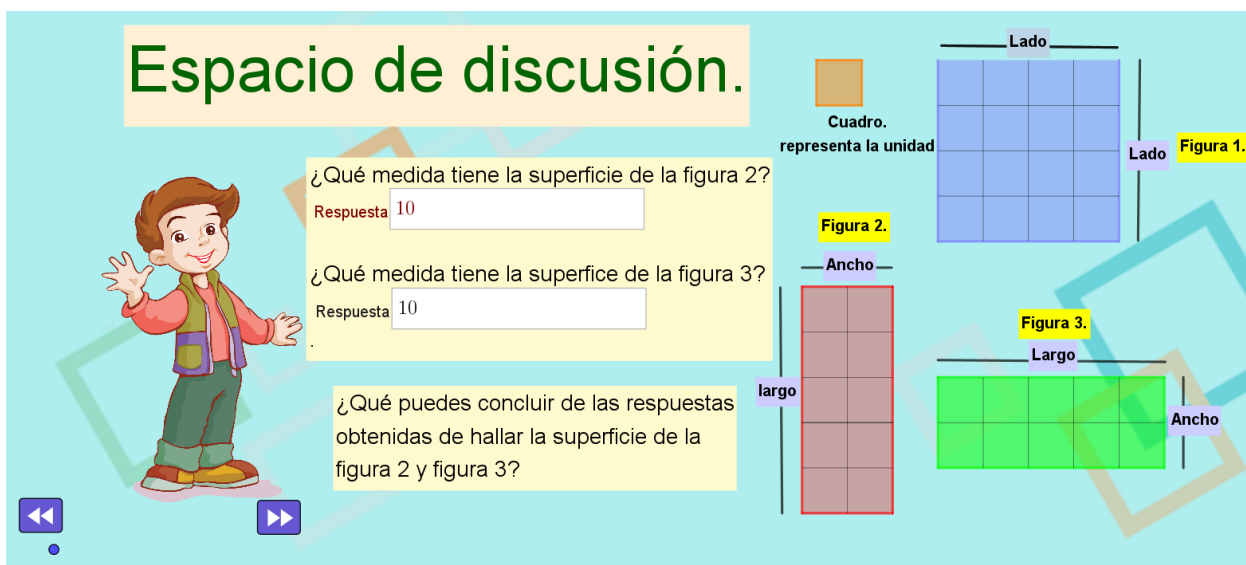


Nota. Reconocimiento del ancho y largo de las figuras geométricas. Fuente: Secuencia de tarea.

De igual manera para afianzar si el estudiante está comprendiendo las actividades se le pregunta por la superficie de la figura 2 y 3 teniendo en cuenta el ancho y largo sin importar la posición de ambas figuras, ya que es la misma, después de dar la respuesta le da la opción verificar, si sale el círculo verde quiere decir que lo hizo de manera correcta y le da continuar para seguir con otra actividad.

En este orden de idea el docente tendrá un espacio de discusión con los estudiantes en el cual ellos puedan dar una retroalimentación al respecto de la actividad con el objetivo de saber si están comprendiendo lo planteada o si hay dudas e inquietudes el docente pueda resolverla antes de dar paso al siguiente punto, ya recopilado todos los aportes de parte de los estudiantes se le da la opción continuar.

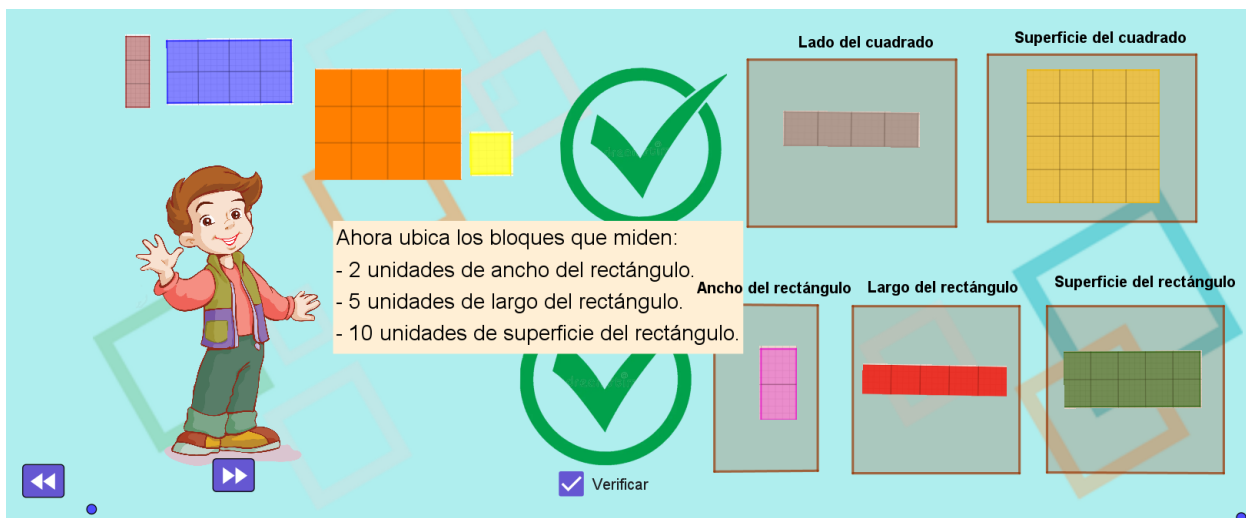
Figura 9. Aprovechamiento del espacio de discusión.



Nota. Dialogo docente vs estudiantes. Fuente: Secuencia de tarea.

En ese orden de idea se le presenta a los estudiantes varias figuras de cuadrados y rectángulos con la intención de que afiance sus conocimientos de lo aprendido en cada paso, luego se les pide ubicar en los espacios de color café los bloques correspondientes según el enunciado de cada pregunta, la idea es que los estudiantes ubiquen de manera correcta cada una de las fichas que se pueden visualizar en el enunciado que corresponda, luego dar clic en la opción verificar si se observa el círculo verde quiere decir que la actividad es correcta, en caso de que no salga el círculo es porque está mal ubicado alguno de los bloques, el estudiante debe volver a leer bien para comprender lo que allí se le está preguntando y luego verifica si es correcto da clic y continuar.

Figura 10. Ubicación de los bloques en las figuras geométricas según el enunciado.



Nota. Exploración con los bloques. Fuente: Secuencia de tarea.

En este sentido se espera que el estudiante ya viendo explorado cada uno de los bloques y ubicarlos de manera correcta responda las siguientes preguntas donde se le da el enunciado de acuerdo con los espacios de color café rellenos responda en cada casilla de color amarillo, luego de ver respondido se le da clic en la opción comprobar para mirar si lo ha realizado de forma correcta, si se visualiza el círculo verde automáticamente quiere decir que la actividad está bien.

Luego se hará un espacio de reflexión con los estudiantes para que ellos concluyan las relaciones que encuentran con los resultados obtenidos de las últimas dos preguntas, también se le pregunta cuál operación usaría para hallar la superficie de cada una de las dos figuras, es allí donde el estudiante si comprendió la actividad responde de manera participativa mediante un paso a paso cómo resolvió esa actividad dando respuesta a la pregunta, luego se da clic para continuar con la actividad en el cual se refleja un mensaje Con el cual se da por terminada la actividad.

Cada error un paso más cerca del entendimiento. ¡No te rindas!

Figura 11. Reconocimiento de la superficie en las figuras geométricas dadas.

De acuerdo a los espacios de color café rellenos, responde las siguientes preguntas en las casillas de color amarillo.

- 1) ¿Con cuántos bloques de un lado del cuadrado se puede llenar la superficie?
- 2) ¿Cuántos bloques de largo necesitamos para llenar la superficie del rectángulo?
- 3) ¿Cuántos bloques de ancho necesitamos para llenar la superficie del rectángulo?

¿Qué relación encuentras con los resultados obtenidos en las últimas dos preguntas? ☒ Comprobar.

¿Qué operación harías para hallar la superficie de cada una de las dos figuras?

Lado del cuadrado

Superficie del cuadrado

Ancho del rectángulo

Largo del rectángulo

Superficie del rectángulo

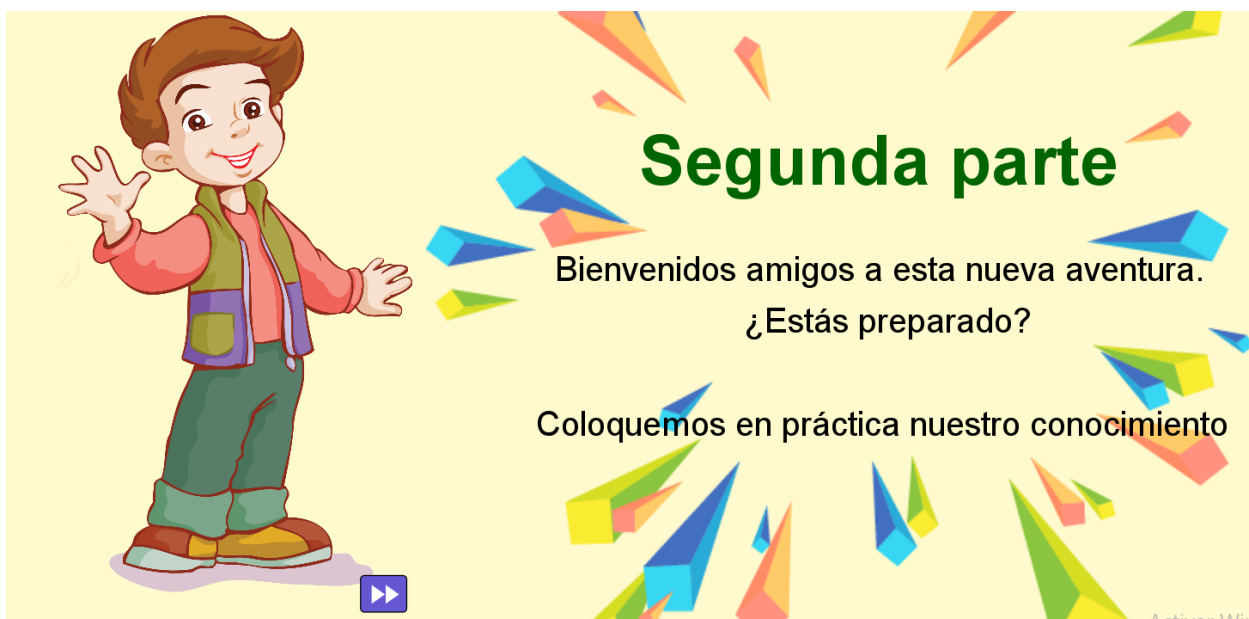
✔

Nota. Reconocimiento de los espacios rellenos en cada figura. Fuente: Secuencia de tarea.

Momento #2: Coloquemos en práctica nuestro conocimiento

Cabe destacar que en este segundo momento el estudiante requiere colocar en práctica los conocimientos aprendidos en la actividad anterior para dar continuidad con la secuencia que se está trabajando y se requiere los conocimientos previos aprendidos para seguir avanzando de manera significativa en este proceso de aprendizaje de la multiplicación, el cual le va a permitir al estudiante afianzar su capacidad de comprensión en el desarrollo de esta.

Figura 12. Practiquemos lo aprendido de las actividades anteriores.



Nota. Reconocimiento en la práctica de lo aprendido. Fuente: Secuencia didáctica.

De igual forma se inicia la actividad dando clic en el icono de color morado con la misma dinámica de configuración del software en el momento anterior el cual le va a permitir al estudiante cada vez realice los ejercicios de manera correcta visualizar un círculo de color verde el cual indica que está bien y así poder continuar.

Figura 13. *Identificación del círculo verde para saber si la respuesta es correcta.*



Nota. Visualización de la opción correcta. Fuente: Secuencia de tarea.

De igual manera siguiendo la misma secuencia del momento anterior, la actividad se configuró para que haya una retroacción por parte del software para mirar qué procedimiento se está haciendo de manera incorrecta el cual le va a permitir corregir y dar la opción verificar y marca la opción verde para continuar.

Posteriormente, el estudiante se va a encontrar con esta información la cual el punto clave es comprender el enunciado que allí se está dando para responder a ambas preguntas en cada uno de los procedimientos y mirar si es correcto para hallar la superficie del rectángulo en el cual va a seleccionar las casillas que considere correctas y dar clic en la opción verificar, luego si el estudiante realizó el ejercicio de manera correcta que justifique su respuesta y así poder continuar con la actividad.

Figura 14. *La multiplicación como una suma repetitiva haciendo uso de la propiedad conmutativa.*

The image shows a digital interface for a math activity. It is divided into two main sections, each with a problem and a set of multiple-choice answers.

Left Section:

- Text:** "Se tiene un bloque de 6 unidades de largo" (You have a block of 6 units of length).
- Diagram:** A horizontal row of 6 red squares.
- Question:** "¿Cuáles son los procedimientos correctos para hallar la superficie del rectángulo de color naranja? Selecciona las casillas correctas." (Which are the correct procedures to find the area of the orange rectangle? Select the correct boxes).
- Answers:**
 - ☒ $6+6+6$
 - ☒ 3×6
 - ☒ 6×3
 - ☐ $6+3$
- Justification:** "Justifica tu respuesta=" followed by a text input field.
- Action:** A "Verificar" (Verify) button with a checkmark icon.

Right Section:

- Text:** "Ahora si se tiene un bloque de 3 unidades de ancho." (Now if you have a block of 3 units of width).
- Diagram:** A vertical column of 3 purple squares.
- Question:** "¿Cuáles procedimientos son los correctos para hallar la superficie del rectángulo con ese bloque?" (Which procedures are correct to find the area of the rectangle with that block?).
- Answers:**
 - ☐ $3+5$
 - ☒ $3+3+3+3+3+3$
 - ☐ $3+6$
 - ☒ 3×6
- Justification:** "Justifica tu respuesta=" followed by a text input field.
- Action:** A "Verificar" (Verify) button with a checkmark icon.

At the bottom left of the interface, there are navigation arrows (back and forward) and a large green checkmark icon.

Nota. Selección de procedimientos correcto para hallar ala superficie de la figura. Fuente: Secuencia de tarea.

De igual manera retomando los datos proporcionados de las dos preguntas planteadas, se espera que el estudiante reconozca los bloques que hay de largo y ancho luego poder hacer el ejercicio de sumar o relacionar en la medida que 3 veces $6+6+6$ es una manera de dar cuenta en mirar esa relación de 3×6 y viceversa 6×3 allí se mira inmensa la propiedad conmutativa, así mismo se puede ver que 6 veces $3+3+3+3+3+3$ de esa suma repetitiva a la

multiplicación de 3×6 , allí es donde el estudiante se da cuenta si ha comprendido cada una de las actividades multiplicativa.

Figura 15. Totalizando la superficie en F1.

De acuerdo a los datos proporcionados en las dos figuras que corresponden a un cuadrado y un rectángulo. Indique en la casilla blanca ¿cuál es la superficie de las figuras(F1)?

Largo
Ancho

Lado
Lado

Figuras	Superficie			
	F1	F2	F3	F4
Rectángulo	12	u^2		
Cuadrado	9	u^2		

Verifique

Nota. Reconocimiento de los resultados en cada figura. Fuente: Secuencia de tarea.

Por otra parte, se le presenta cuadrado y rectángulo con la dimensión de lado y ancho en cada figura, lo que se espera es que el estudiante tome los bloques y reconozca el largo y ancho para poder determinar la suma o relacionar la cantidad de bloques de ancho y la cantidad de largo con la intención de mirar en ambas figuras que 2 veces 5 es como tener 2×5 igual con $3 + 3 + 3$ es tener 3×3 y así sucesivamente la idea es afianzar la suma reiterada, de esa manera el estudiante responder en el espacio que está en blanco debajo de F1 según la información que se le está preguntando en cada caso para hallar la superficie de ambas figuras, luego dar la opción verificar y si es correcto continuar.

Figura 16. Totalizando la superficie en F2.

Indique en la casilla blanca ¿cuál es la superficie de las figuras (F2)?

Figuras	Superficie			
	F1	F2	F3	F4
Rectángulo	12	32		
Cuadrado	9	16		

Verificar

Nota. Reconocimiento de los resultados en cada figura. Fuente: Secuencia de tarea.

De la misma manera siguiendo la secuencia de la actividad para responder F2 el estudiante debe hacer la relación largo ancho y determina de por qué 4 veces $8+8+8+8 = 32$ y $4+4+4+4 = 16$ es allí donde va a decir que logró el resultado sumando largo vs. ancho y luego multiplico ambos lados para dar respuesta en la casilla, al momento de elegir la opción verificar si es correcta automáticamente se reflejará el círculo de color verde y así de esa manera poder avanzar con la actividad dándole continuar.

Figura 17. Totalizando la superficie en F3.

Nuevamente Indique en la casilla blanca ¿cuál es la superficie de las figuras (F3)?

Figuras	Superficie			
	F1	F2	F3	F4
Rectángulo	12	32	36	
Cuadrado	9	16	25	

Verifique

Nota. Reconocimiento de los resultados en cada figura. Fuente: Secuencia de tarea.

Cabe resaltar en todos los procesos el estudiante lleva una secuencia la cual le va a permitir a medida que avanza lograr mejores resultados por el hecho de repetir de manera constante la misma forma de operar cada ejercicio, es por eso que en F3 cuenta 4 veces $9+9+9+9$ o $4 \times 9 = 36$ y $5+5+5+5+5$ o $5 \times 5 = 25$, de esa manera se mira la suma repetitiva y se da paso a multiplicar largo y ancho para lograr el resultado de la superficie total al respecto de lo que se está preguntando, de esa forma es que el estudiante debe tener muy presente el término de multiplicación como una suma abreviada de manera que pueda afianzar sus conocimientos mediante su proceso de formación, ya plasmada la respuesta da la opción verificar y si es correcto debe continuar con la siguiente actividad.

Figura 18. Totalizando la superficie en F4.

Finally indicate in the white box what is the surface of the figures (F4)?

Grid dimensions: Largo (10 units), Ancho (5 units), Lado (5 units).

Figuras	Superficie			
	F1	F2	F3	F4
Rectángulo	12	32	36	50
Cuadrado	9	16	25	36

Verifique

Nota. Reconocimiento de los resultados en cada figura. Fuente: Secuencia de tarea.

De igual manera se sigue la secuencia con F4 llevando a cabo la misma dinámica de la actividad anterior, la idea es que el estudiante coloque en práctica lo aprendido de manera que al sumar $10+10+10+10+10$ o $10 \times 5 = 50$, es allí donde se centra en el concepto de

multiplicación como una suma repetitiva con la finalidad de hallar una respuesta correcta, se verifica si está bien la solución se refleja automáticamente si es correcto se visualiza el círculo verde y le da continuar.

Por último el estudiante utilizando deslizadores va a realizar las operaciones de multiplicación moviendo de forma horizontal y vertical cada simulador según el enunciado que se le está proporcionando en la actividad, el objetivo con este ejercicio es colocar en práctica la comprensión del término multiplicación y los símbolos, de esa manera es que se tiene 5×4 y $4 \times 5 = 20$ aplicando la propiedad conmutativa la cual nos dice que el orden de los factores no altera el producto en cada una de las operaciones propuestas, dado el resultado en cada cuadro de color verde se le da la opción verificar y si es correcto saldrá un mensaje el cual indica que está muy bien luego dar clic en la opción siguiente para continuar, es de suma importancia que el estudiante comprenda las propiedades que están implícitas en cada apartado de la actividad, ya que se logró que los estudiantes comprendieran cada uno de los ejercicios allí planteados logrando de manera satisfactoria un buen resultado por parte de los estudiantes.

Ya culminada la actividad se refleja un mensaje el cual deja una reflexión como enseñanza de vida. ¡Lo hiciste muy bien! Nunca dejes de creer en ti mismo, tu potencial es infinito. En ese orden de ideas los seres humanos debemos reconocer y entender que tenemos un potencial infinito, el cual es muy valioso y nunca nos debemos rendir a cualquier adversidad, siempre debemos afrontar para superar esos obstáculos que se presentan en la vida.

Capítulo V: Análisis Final

En este apartado se presenta el análisis de las situaciones que se llevaron a cabo a partir de la implementación de las actividades que se realizaron mediante 2 applet, las cuales se hizo con 6 estudiantes por lo que se va a hacer un pilotaje de la aplicación del trabajo debido a que no fue posible reunirlos a todos los estudiantes al mismo tiempo, por ese motivo estuvieron separados en diferentes sesiones, ya que estaban en otras actividades y la institución no pudo prestar a todos los estudiantes a la vez, de esa manera se vio la necesidad de hacer 6 sesiones de 25 a 30 minutos aproximadamente por lo que era complejo tenerlos a la vez, conociendo el caso a los estudiantes se les denominara con la nomenclatura de E1, E2, E3, E4, E5 y E6.

Como inicio la actividad.

De manera general a cada uno de los estudiantes se les dio las pautas iniciales en relación con el manejo de GeoGebra a los cuales se les pudo observar que estaban ansioso por realizar cada una de las actividades, les llamó la atención trabajar con tecnología y enfrentarse a un software del cual no tenían conocimiento alguno, trabajaron con agrado y manifestaron que el uso de las Tecnologías Digital (TD) lo hacen solo desde la clase de tecnología. Sin embargo, se adaptaron con facilidad a las herramientas, demostrando que no se necesita ser un experto para trabajar con GeoGebra.

Al principio el profesor les explicó que la actividad tiene una parte introductoria y la otra de colocar en práctica los conocimientos que se desean desarrollar, añadió que la actividad era secuencias y que requería su participación en el proceso.

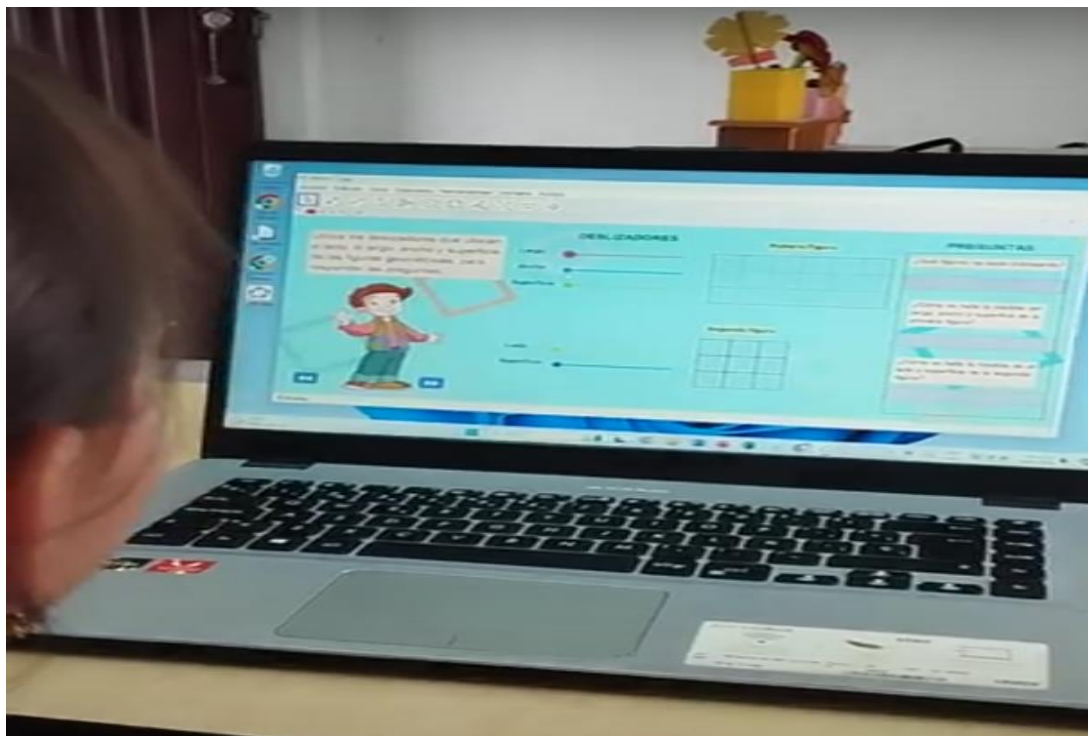
Con relación al applet #1, en la primera tarea al momento de la actividad se les pidió a los estudiantes que usarán los deslizadores los cuales les iba a permitir medir el largo, ancho, lado y la superficie de la figura, frente a esto se evidenció que la mayoría de los

estudiantes dieron cuenta de esta titulación en general y reconocieron la importancia de tener conocimiento en el uso de las TD debido a que le fuera más fácil poder usar el mouse y moverlo en diferentes direcciones según las posibilidades que se requiera, esto es importante mencionarlos dado que recibieron una información por parte del artefacto en relación con sus acciones o decisiones.

Al momento de iniciar la actividad con el applet 1 los estudiantes comprendieron la lectura de entrada excepto E1 y E2 tuvieron una dificultad donde concedían el cuadrado como algo similares a un cuadro teniendo una mal interpretación de cuadrado haciendo referencia a que un cuadrado es lo mismo que un cuadro, es decir el cuadro hace alusión a una forma o estructura de algo y el cuadrado hace referencia a una figura geométrica la cual tiene sus 4 lados iguales; sin embargo, E1 y E2 de acuerdo a la aclaración del profesor reconocen que se equivocaron y corrigen el pronunciamiento y continúan con la actividad.

El primer ejercicio se trata de que los estudiantes utilizaran los deslizadores para medir el largo, ancho, lado y superficie de las figuras geométricas con el objetivo de responder algunas preguntas que estaban plasmadas de acuerdo a la actividad tanto E2, E3, E4, E5 y E6 lo lograron realizar correctamente, sin embargo, a E1 que tenía un poco de dificultad, se demoraba en la lectura e interpretación del enunciado, el maestro al observar su dificultad en la lectura le ayudó a comprender el sentido de la tarea.

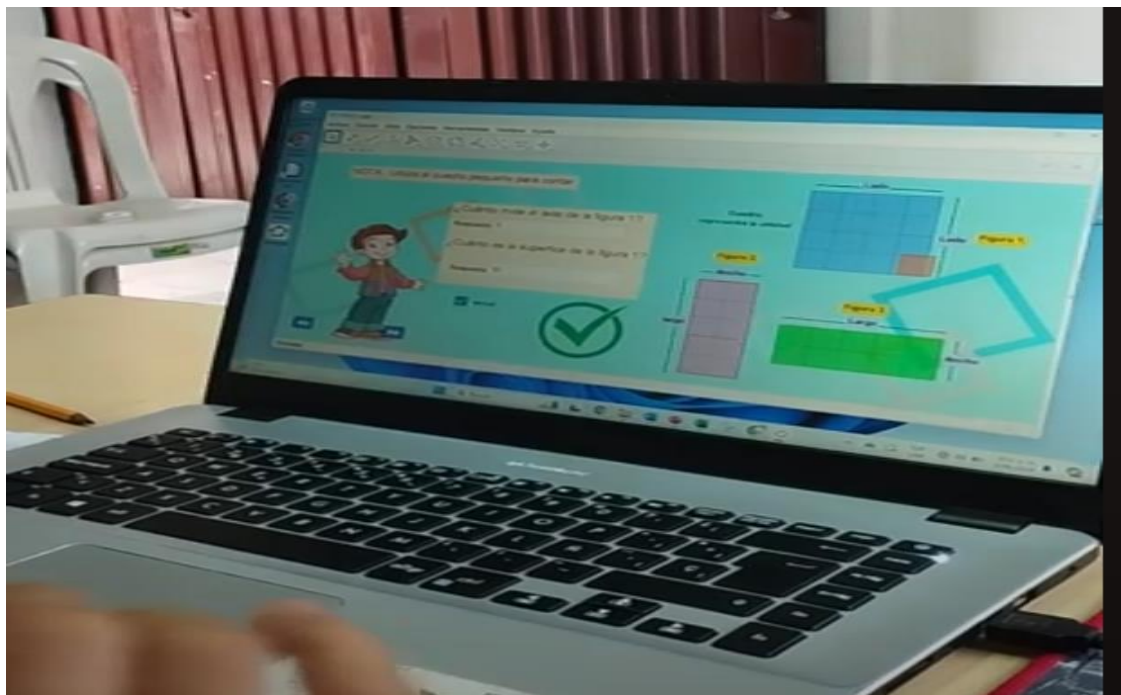
Figura 19. *Implementación de las actividades.*



Nota. Desarrollo de las actividades E4. Fuente: Registro fílmico.

En el segundo ejercicio la mayoría de los estudiantes lograron realizar de manera correcta usando el cuadro pequeño para contar, tanto E1, E2, E3, E4, E5, y E6 respondieron muy bien la pregunta la cual decía ¿Cuánto mide el lado de la figura 1? Sin embargo, en la segunda pregunta dice ¿Cuánto es la superficie de la figura 1? E1, E2, E4, E5 y E6 lograron dar una respuesta forma correcta, solo se evidenció que E3 tuvo una dificultad al dar la respuesta incorrecta, ya que inició contando de manera consecutiva sin tener en cuenta que estaba trabajando con secuencias multiplicativas y dijo que la superficie era 10, al darle verificar como no fue correcta la respuesta de E3 y el software está configurado para dar una retroacción en cada una de las actividades le permitió corregir y aceptar de manera correcta contando de largo 4 y de ancho 4 para luego hacer la multiplicación de $4 \times 4 = 16$ y como es correcto le permite continuar.

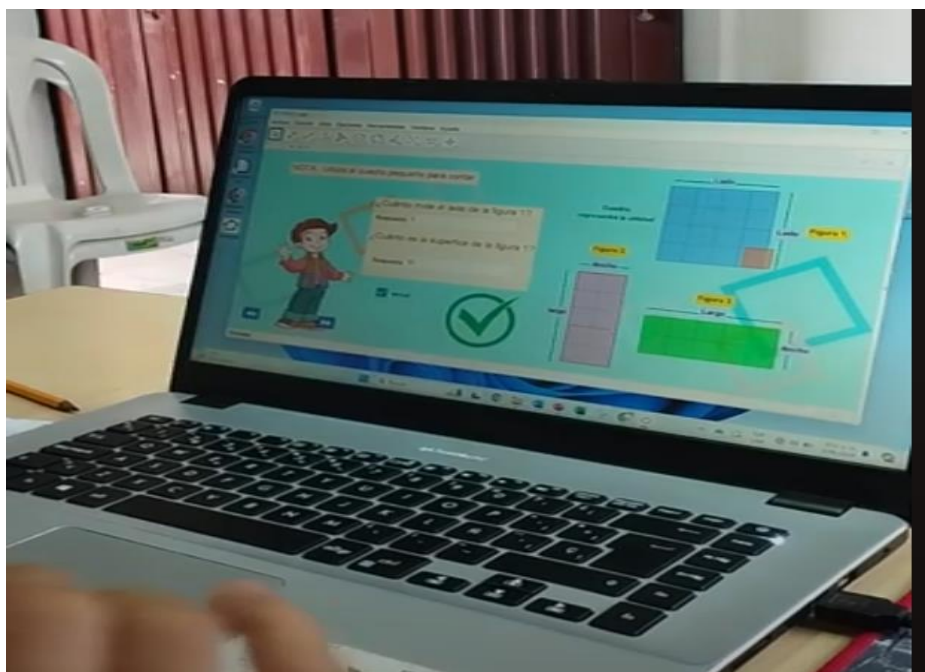
Figura 20. *Uso del cuadro pequeño para contar.*



Nota. Reconocimiento de cuadro pequeño como unidad para contar E6. Fuente: Registro fílmico.

Asimismo, continuando con otro ejercicio el cual preguntaba por el ancho y el largo de la figura 2 y 3, en su totalidad tanto E1, E2, 3E, E4, E5, y E6 lograron al 100% responder de manera correcta lo que se les estaba preguntando y así fue posible continuar de forma favorable.

Figura 21. *Solución de las preguntas por los estudiantes.*



Nota. Respuesta de las preguntas en cada actividad E2. Fuente: Registro fílmico.

De igual manera siguiendo la misma secuencia se dio paso a otro ejercicio el cual tenía la misma dinámica, ya que preguntaba por la superficie de la figura 2 y 3, se evidenció que los 6 estudiantes lograron responder de manera correcta la pregunta y tuvieron una fortaleza al momento de observar las dos figuras se dieron cuenta de que era un rectángulo con la misma característica solo que estaba uno de manera vertical y otro de forma horizontal, fue notorio observar que tenían un buen dominio de la propiedad conmutativa en el aprendizaje de la multiplicación, de esa manera el docente les hace un espacio de conclusión mediante un diálogo en el cual les explica con ejemplos lo importante que es hacer uso de las propiedades de la multiplicación las cuales le van a permitir no tener confusión al momento de mirar operaciones de este tipo 2×5 o $5 \times 2 = 10$ también 5×4 o $4 \times 5 = 20$ de esa manera se dice que el orden de los factores no altera el producto sin importar la posición siempre será el mismo resultado.

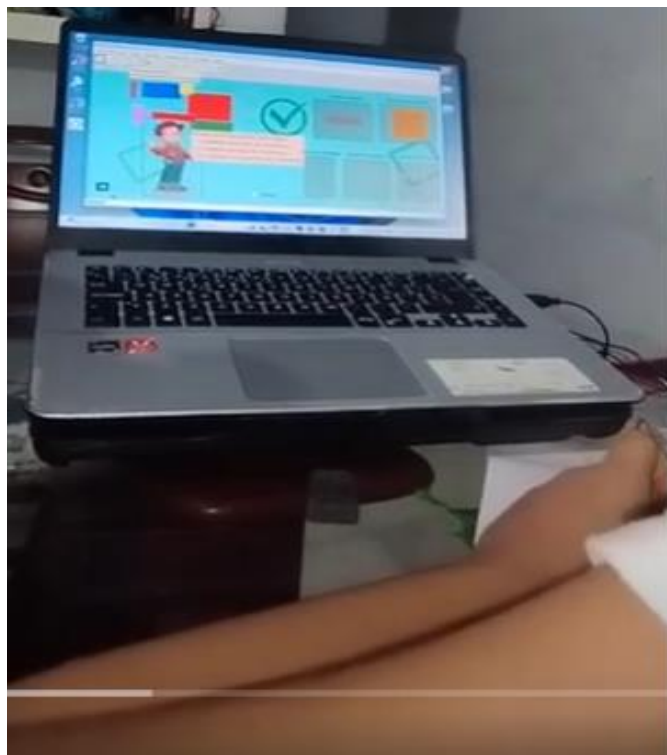
Figura 22. Explicación de la importancia en el uso de las propiedades para el aprendizaje de la multiplicación.



Nota. Espacio de discusión docente vs estudiantes. Fuentes. Registro fílmico.

De la misma forma se da paso al siguiente ejercicio y de manera general tanto a E1, E2, E3, E4, E5, y E6 le fue bien al momento de ubicar los bloques en cada una de la figura geométrica según la información dada, pudieron crear un buen razonamiento en relación con el ancho, largo, lado y superficie en cada figura y así pudieron avanzar al siguiente ejercicio sin ningún impedimento.

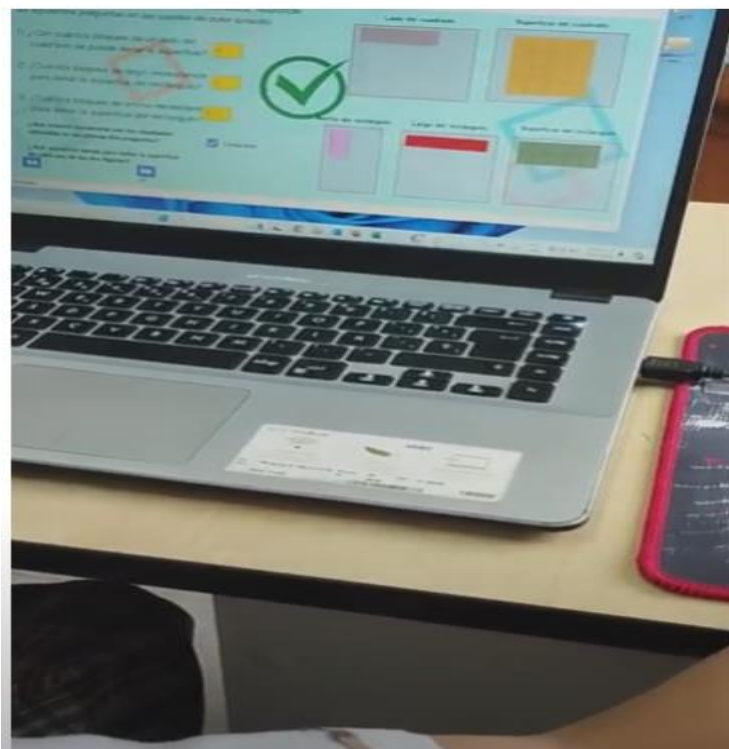
Figura 23. Ubicación de los bloques según el enunciado en cada pregunta.



Nota. Reconocimiento de los bloques para cada figura geométrica E1. Fuente: Registro fílmico.

Asimismo se continúa con otro ejercicio donde los estudiantes en las casillas de color amarillo teniendo en cuenta lo que habían plasmado en la actividad anterior iban a responder en cada pregunta lo que se les estaba pidiendo de forma general tanto E1, E2, E3, E4, y E5 acertaron de manera correcta con las respuestas, sin embargo, E6 tuvo una dificultad la cual no fue posible dejar avanzar, luego mediante la retroacción E6 logra corregir el ejercicio y como es correcto le permite continuar de manera favorable.

Figura 24. *Arrastre de los bloques en las figuras geométricas.*



Nota. Ubicación de los bloques en cada figura según el enunciado E6. Fuente: Registro Fílmico.

Teniendo en cuenta que el resultado fue muy positivo los estudiantes de acuerdo a eso responden tres preguntas de retroalimentación las cuales les permitía hacer una justificación argumentando la comprensión de la actividad mediante la ubicación de los bloques en cada una de las figuras geométricas, se evidenció que E6 al momento de colocar la respuesta se evidenció en uno de los espacios que había cometido un error al ubicar el resultado no fue posible al momento de darle verificar no se pudo avanzar debido a que había respondido de manera errónea y mediante la retroacción del software le permite corregir para continuar de manera correcta con la siguiente actividad.

Finalizando las actividades del applet #1 de manera general se puede decir que el objetivo que se tenía desde la visión matemática con respecto a la comunicación y el razonamiento se cumplió debido a que fue evidente nota en cada uno de los estudiantes una

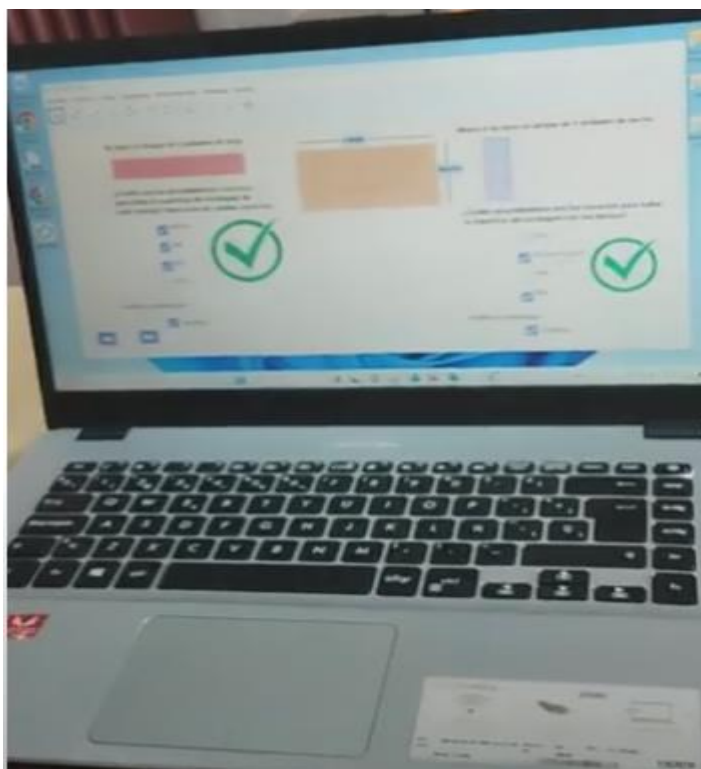
efectividad al momento de resolver y dar respuesta a cada ejercicio lo hicieron en su mayoría de manera correcta eso permitió tener un desarrollo positivo para dar continuidad al siguiente applet en mira de afianzar los conocimientos aprendido mediante el uso de Tecnologías Digitales (TD) por medio de diseños de tareas exploratorias para lograr un mejor aprendizaje de la multiplicación mediante el uso de GeoGebra.

Applet #2

Siguiendo la misma secuencia los estudiantes E1, E2, E3, E4, E5, y E6 para continuar fue importante el uso de Tecnologías Digitales (TD) integrando GeoGebra, ya que en el diseño de cada actividad el software estaba configurado para no permitirle al estudiante pasar al siguiente momento hasta no terminar el ejercicio anterior y al darle verificar si logra dar una respuesta correcta es posible continuar, así mismo si la respuesta es negativa no va a permitir avanzar a otra actividad, lo que significa que el estudiante va a tener la necesidad de indagar un poco más el recurso para poder entender de la mejor manera y darle continuidad.

En ese orden de idea se inicia la actividad y en la primera pregunta E1, E3, E5 y E6 lograron entender y responder de manera correcta dando un argumento positivo y se evidenció que tienen buena comprensión al usar las tablas de multiplicar haciendo uso de manera correcta de la propiedad conmutativa y también miran la multiplicación como una suma repetitiva al calcular la superficie y dar cuenta que 6 veces 3 es igual a 18; sin embargo, E2 y E4 al momento de seleccionar los procedimientos los cuales ellos consideraban correcto tuvieron una dificultad al decir que $3+5=18$ y $3+6=18$ al darle verificar no fue posible tener una respuesta positiva debido a que entre esas opciones habían seleccionado de manera incorrecta y mediante la retroacción el software les permitió corregir dando una respuesta positiva.

Figura 25. *Una mirada diferente en la comprensión de la multiplicación.*



Nota. Reconocimiento en el desarrollo de la multiplicación como suma repetitiva E5. Fuente: Registro fílmico.

De la misma forma se da continuidad con la secuencia para seguir con otro ejercicio donde los estudiantes en las casillas de color banco deben proporcionar el valor de las superficies de las figuras, se presentó en un principio una dificultad donde E1 Y E4 al momento de hallar la superficie no tuvieron en cuenta el largo ni ancho para luego multiplicarlo, sino que sumaron de manera consecutiva hasta llegar al resultado para ambas, fue notorio que E1 confundió la tabla del tres en decir que 3×3 es 9 se evidencia desde lo matemático que hay una falencia en el aprendizaje de las tablas de multiplicar, en el caso de E2, E3, E5, y E6 lograron hacerlo de manera correcta, ya que desde un principio comprendieron en qué consiste y de esa manera le fue muy favorable la interpretación de cada ejercicio con integración de Tecnologías Digitales (TD) para el aprendizaje de la multiplicación.

Tal como se evidencia en cada una de las actividades se pudo observar que en términos de razonamiento el educando siempre estuvo una interacción muy activa con cada uno de los estudiantes con el objetivo de mirar si estaban comprendiendo bien cada una de las actividades donde cada estudiante mediante la comunicación con el profesor dialogaban en cada ejercicio cuando cometían algún error y mediante la retroacción del software les permite corregir, de esa manera se hace la retroalimentación profesor vs. estudiantes logrando ambos estar de acuerdo con los resultados logrados.

Siguiendo la misma dinámica con los 4 ejercicios que conforman la secuencia los 6 estudiantes después de hacer el primer ejercicio lograron entender los demás de manera correcta para cada figura geométrica según el largo, lado y ancho en cada una y luego hallaron la superficie; sin embargo, se notó una falencia con E5 el cual se le dificulta mucho comprender la tabla del 6 en cada uno de los puntos que debe emplear, es allí donde se da una interacción profesor vs. estudiante el cual le explica mediante un repaso y le dice que tenga presente que la tabla del 6 se puede mirar como una suma repetitiva que va de 6 en 6 y al multiplicar solo es seguir la dinámica de a todo sumarle $6+6$ y así sucesivamente.

Figura 26. *Solución correcta al hallar la superficie en cada figura geométrica.*



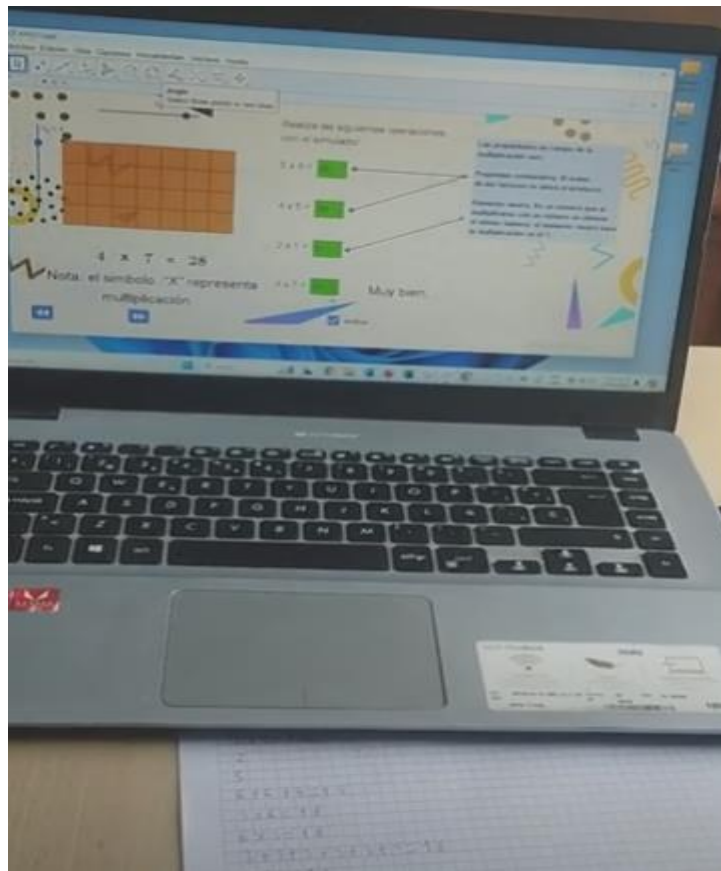
Nota. Visualización correcta de la superficie en cada figura E3. Fuente: Registro Fílmico.

Se resalta la estrategia que se utilizó tanto en el applet 1 como en el 2 donde los estudiantes pudieron visualizar tanto el ancho, largo y lado para luego afianzar la parte multiplicativa calculando largo por ancho y eso le permite obtener la superficie en cada figura geométrica.

Después de todo lo realizado en las actividades anteriores se culmina con la última parte en la cual los estudiantes mediante el uso de deslizadores van a hacer operaciones de multiplicación indicadas formando las figuras geométricas correspondientes en cada caso, ya que con cada una de ellas colocan en práctica los conocimientos de secuencias multiplicativas haciendo uso de las propiedades para lograr un buen aprendizaje de la multiplicación, en ese orden de idea se puede evidenciar que los estudiantes E1, E2, E3, E4, E5, y E6 todos logran entender los procedimientos de multiplicación y suma repetitiva mediante la observación en cada figura, ya que de esa manera les permitiera lograr a los estudiantes una buena comunicación y razonamiento en cada una de las actividades, de igual forma se pudo observar que hubo una buena comunicación entre los estudiantes y el docente eso permitió lograr un

buen desarrollo mediante el proceso de retroalimentación de cada ejercicio. Sin embargo, a E2 se le evidenció una dificultad en el pronunciamiento del símbolo $\times$ el cual siempre pronunciaba por, es decir, hacía alusión a cómo se lee y no como se escribe ni se pronuncia en términos matemáticos.

Figura 27. *Uso de los deslizadores en la solución de operaciones multiplicativas.*



Nota. Reconocimiento de los deslizadores para realizar cada operación multiplicativa E5.

Fuentes: Registro fílmico.

Finalmente, termina la secuencia el docente hace la retroalimentación explicando la finalidad de la actividad y lo que se espera lograr con los insumos obtenidos por cada uno de los estudiantes que respondieron las preguntas allí planteadas, de manera general hace el cierre agradeciendo por su dedicación y entrega en cada una de las tareas diseñadas mediante

el uso de secuencias multiplicativas. Es de considerar que el objetivo y la finalidad con que se diseñó esta secuencia de tarea ST al momento de implementar en el aula con los estudiantes se cumplió, ya que al desarrollar las actividades hicieron uso del razonamiento en cada ejercicio y tuvieron una comunicación con el profesor mediante la retroalimentación para así lograr un mayor aprendizaje de la multiplicación mediante el uso de TD.

Capítulo VI: Conclusiones

La siguiente propuesta surgió a partir de la búsqueda de las investigaciones desde una perspectiva internacional, nacional y local respecto al objeto matemático de interés (multiplicación) y sus respectivas propiedades, orientada desde la fundamentación teórica y metodológica, donde se propone la configuración de una secuencia de tareas mediada por el Software GeoGebra con la intención de dar cuenta de los procesos de aprendizaje por parte de los estudiantes en correspondencia con el concepto de multiplicación.

Ahora bien, para dar cuenta de la pregunta de investigación trazada en esta propuesta es pertinente resaltar la pregunta *¿Qué aporte genera la implementación de una secuencia de tareas mediada por GeoGebra para el aprendizaje de la multiplicación en grado tercero de educación básica?* Permitiendo así, reconocer que GeoGebra permite a través de la visualización y el arrastre contemplar las propiedades de la multiplicación de acuerdo con las retroacciones y representaciones de cada una de las figuras geométricas; de esa manera se resalta el conocimiento previo que los estudiantes tienen en relación con el aprendizaje de la multiplicación.

Por otra parte, el marco conceptual fue fundamental en el desarrollo de la propuesta como también para el diseño de la tarea, logrando aportar a la problemática reportada en esta investigación. Por lo tanto, los tres referentes teóricos articulados en este trabajo permiten determinar los aportes que genera una secuencia de tareas enfocadas en el aprendizaje de la multiplicación a través del software GeoGebra.

En primer lugar, el *referente matemático* permitió identificar propiedades de la multiplicación y las diversas formas de abordar operaciones en tareas de multiplicación. También se reconocieron estrategias de cálculo que promueven el desarrollo del pensamiento numérico y geométrico al multiplicar.

En segundo lugar, el *referente curricular* se logró mantener la coherencia vertical al utilizar multiplicación como punto de partida para desarrollar conceptos matemáticos como la suma, división, proporcionalidad, radicación, potenciación, logaritmación y factorización. En cuanto a la coherencia horizontal, el plan de estudios demostró la importancia de la conexión entre el pensamiento numérico y geométrico.

En tercer lugar, el *referente didáctico* proporciona recursos pedagógicos para la creación de tareas exploratorias en Educación Matemática, donde se destaca el uso de GeoGebra para el aprendizaje de la multiplicación a través de la interacción los estudiantes. Cada estudiante mostró un alto nivel de comprensión, concentración e interés en participar en las tareas propuestas con Tecnologías Digitales durante el desarrollo de las tareas.

Finalmente, el trabajo en general se cumplieron los objetivos planteados dando respuesta a la pregunta problema logrando obtener un gran resultado por parte de los estudiantes, aunque hubo dificultades se puede evidenciar que en un 80% se logró la meta esperada con la implementación de las secuencias de tareas mediante uso de Tecnologías Digitales TD.

Proyecciones

En este trabajo se presenta un enfoque teórico y metodológico que abre la posibilidad de explorar diferentes diseños centrados en el objeto matemático (multiplicación), dado que, pueden estar orientados hacia el aprendizaje o hacia la enseñanza. Por lo tanto, se destaca la importancia de analizar la gestión del profesor y se propone las siguientes situaciones.

¿Qué decisiones se deben de tomar al momento de realizar un trabajo colectivo con un grupo de profesores que implementan el Software GeoGebra para la enseñanza de la multiplicación?

¿Cuál es la gestión didáctica que debe realizar un docente al momento de trabajar con el Software GeoGebra con un grupo regular?

Referencias

- Arce Rios, J. A., & Gómez Mulcué, F. (2021). Diseño de una secuencia de tareas mediado por GeoGebra respecto al análisis exploratorio de datos.
- Cid, E., Godino, J. D., & Batanero, C. (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros.
- Dannys María, L. M. (2020). Diseño de una estrategia metodológica que contribuye a la enseñanza de la multiplicación para el desarrollo del pensamiento matemático.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano*, traducido por Myriam Vega Restrepo. *Santiago de Cali Colombia: Artes Gráficas Univalle*.
- Fernández, A. O., Luis, J., & García, G. F. (2005). Historia de la Matemática. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Fernández, J. A. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica. *Revista Iberoamericana de educación*, 43, 119-130.
- Lemos Madrid, L. A., & Caicedo Martínez, L. S. Niveles de comprensión en el aprendizaje de la multiplicación desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista. Un estudio de casos con estudiantes de tercer grado tercero.
- López, E. A. (2011). Política fiscal y estrategia como factor de desarrollo de la mediana empresa comercial sinaloense. Un estudio de caso. *Universidad Autónoma de Sinaloa*.
- Mejía Pérez, L. G., & Tigre Quintuña, K. G. (2021). Implementación del software GeoGebra como recurso didáctico para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la multiplicación en los estudiantes de sexto año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Ricardo Muñoz Chávez (Bachelor's thesis, Universidad Nacional de Educación).

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (7 de junio de 1998). Serie Lineamientos Curriculares [Matemáticas]. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Monje, C., (2011)., Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa: guía didáctica.

Ortiz, B. M. F. V., & León, M. S. A. U. Propuesta metodológica para la enseñanza de la multiplicación en la educación primaria.

Pérez, Z. P. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. Revista electrónica educare, 15(1), 15-29
<https://www.redalyc.org/pdf/1941/194118804003.pdf>

RABARDEL, P. (1999) Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. En : Bailleul M. (Ed) Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Évolution des enseignants de mathématiques ; rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques. Caen : IUFM de Caen.

Rodríguez Agüíño, M., & Pérez Bernal, Y. F. (2019). Diseño de un recurso pedagógico para la enseñanza de la multiplicación al integrar GeoGebra en tercer grado de la educación básica primaria.

Robayna, M. M. S. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. In *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Horsori.

R. Hernández-Sampieri y C. Paulina Mendoza. (2018). Metodología de la Investigación. Las Rutas Cuantitativas, Cualitativa y Mixta. Ciudad de México, México. Editorial McGraw

Hill Education. ISBN: 978-1-4562-6096-5, pp. 1-744.

Rubio, C. S. G., & Roy, A. L. (2016). La multiplicación: comprensión y aprendizaje.

Santacruz, M. (2013). La actividad mediada por instrumentos en didáctica de las matemáticas. Recuperado de: https://campusvirtual.univalle.edu.co/moodle/pluginfile.php/536549/mod_resource/content/1/Mediacion%20en%20la%20matematica.pdf.

Santamaría Ricaurte, S. P., Ariza Morales, J. A., Peñata Guerra, A. P., & Salazar Angulo, G. P. (2021). Fortalecimiento del aprendizaje de la multiplicación a través de una secuencia didáctica basada en el uso del Software GeoGebra en el Grado Cuarto (Doctoral dissertation, Universidad de Cartagena).

Torres Zumba, J. D., & Yunganaula Gonzalez, J. P. (2022). Implementación de Objetos Virtuales de Aprendizaje para la enseñanza de la multiplicación con estudiantes de séptimo grado de la UEIB “Provincia de Chimborazo” (Bachelor's thesis, Universidad Nacional de Educación).

Sissa Sosa, W. A. (2020). Tareas exploratorio-investigativas en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. Recuperado de:

www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/2_Sistemas_numericos.pdf

<https://www.geogebra.org/m/k5mjcqks>