



**ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES DESDE ENFOQUES DE
REPRESENTACIONES Y ENFOQUE COMUNICACIONAL (con uso de TIC) EN
CURSOS INICIALES DE MATEMÁTICAS UNIVERSITARIAS**

Rubén Darío lozano Rubiano, Código 0103312

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI, 2018**



**ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES DESDE ENFOQUES DE
REPRESENTACIONES Y ENFOQUE COMUNICACIONAL (con uso de TIC) EN
CURSOS INICIALES DE MATEMÁTICAS UNIVERSITARIAS**

Línea de investigación
Tecnologías de la Información y las Comunicaciones y Educación Matemática

Rubén Darío lozano Rubiano, Código 0103312

Informe final del Trabajo de Investigación para optar al título de Magíster en Educación:
Énfasis en Educación Matemática

Dr. David Benítez Mojica
Tutor

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI, 2018**

NOTA DE ACEPTACIÓN

EVALUADOR

EVALUADOR

TUTOR

Dr. David Benítez Mojica

Santiago de Cali, junio de 2018

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN DE MAESTRÍA

DEDICATORIA

Dios, gracias por las oportunidades de vida y de ejercicio docente

Esposa, gracias por la confianza y apoyo permanentes

Estudiantes, gracias por aceptar y asumir las propuestas formativas

Compañeros docentes, gracias por su espíritu de colaboración

A mi madre, en su primero de octubre: siempre confió en mí.

AGRADECIMIENTOS

Al Profesor David: Por sus gratos y profesionales apoyos

Al instituto de Educación y Pedagogía, por la confianza en sus docentes en formación continua

A los profesores del Instituto, por su profesionalismo

A mi familia, por su respaldo amoroso.

Al profesor Víctor Manuel, por su amor por enseñar y aprender

Contenido

RESUMEN	11
1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	15
1.1. INTRODUCCIÓN	15
1.2. CONTEXTUALIZACIÓN.....	20
1.3. ANTECEDENTES.....	27
1.3.1. Antecedentes curriculares.....	30
1.3.2. Portales educativos en Latinoamérica	34
1.3.3. Consejo Nacional de Profesores NCTM: Estados Unidos	35
1.3.4. Proyecto de incorporación de tecnologías y calculadoras algebraicas en Colombia	36
1.3.5. Antecedentes de investigación: Propuestas de intervención en el aula	38
1.3.6. Antecedentes de programas especiales en diferentes países	47
1.4. JUSTIFICACIÓN.....	48
1.4.1. La enseñanza a nivel universitario	50
1.4.2. La cultura digital la educación superior	52
1.5. EL PROBLEMA	54
1.5.1. Definición del problema	54
1.5.2. Las TIC y los instrumentos tecnológicos como recursos educativos	56
1.5.3. Enseñanza aprendizaje y TIC	59
1.5.4. El objetivo formativo docente	59
1.6. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	61
1.6.1. Sistematización del problema y preguntas de investigación	61
1.7. PROPÓSITOS GENERALES	62
1.7.1. Objetivo General.....	65
1.7.2. Objetivo Específicos.....	65
1.8. HIPÓTESIS DE TRABAJO	66
2. MARCOS DE REFERENCIA	68
2.1. INTRODUCCIÓN	68
2.2. ENFOQUE COMUNICACIONAL: APRENDER MATEMÁTICAS COMO LA ACCIÓN DE DESARROLLAR UN DISCURSO.....	77
2.3. TEORÍA DE LOS REGISTROS SEMIÓTICOS	83
2.4. LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES, LOS NUEVOS TEXTOS ESCOLARES Y LOS MARCOS DIDÁCTICOS.....	86

2.4.1.	Las tecnologías de la información y la comunicación: retos institucionales..	90
2.5.	EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y TIC	92
2.5.1.	Tecnologías y Matemáticas	93
2.5.2.	Cursos en la red y plataformas	94
2.5.3.	Brecha digital y otras brechas: Generación digital-inmigrantes digitales	95
2.5.4.	Reflexiones sobre el uso de calculadoras algebraicas. Las calculadoras como tecnologías cognitivas.	97
2.6.	IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS: MATEMÁTICAS COTIDIANAS.....	100
2.7.	SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN Y NUEVO REALISMO DE LAS MATEMÁTICAS	101
3.	MARCO METODOLÓGICO: MÉTODOS Y ACTIVIDADES	105
3.1.	GENERALIDADES.....	105
3.2.	METODOLOGÍA Y MARCOS DE REFERENCIA	108
3.3.	ASPECTOS METODOLÓGICOS	111
3.4.	DISEÑO DE ACTIVIDADES.....	112
3.4.1.	Propósitos de las actividades	113
3.4.2.	Tecnología en Educación Matemática como consideraciones metodológicas	114
3.5.	ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LAS ACTIVIDADES	115
3.5.1.	Las evaluaciones iniciales sobre funciones	116
3.5.2.	Censo educativo.....	117
3.5.3.	Encuesta sobre uso de Internet y celulares	118
3.5.4.	Actividades cotidianas introductorias al estudio de las funciones: Fundamento pedagógico.....	119
3.6.	LAS ACTIVIDADES COTIDIANAS	121
3.6.1	Las Orientaciones didácticas sobre los informes.....	122
3.6.2	Orientaciones didácticas sobre plataformas	125
4.	PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	127
4.1.	GENERALIDADES.....	127
4.1.1.	Los análisis desde los marcos de referencia:	127
4.1.2.	Las limitaciones.....	128
4.1.3.	Análisis de las etapas.....	129
4.2.	REJILLA DE ANÁLISIS GENERAL DE LAS ACTIVIDADES DE LA PROPUESTA Y EL SALTO A LAS TECNOLOGÍAS.....	132
4.3.	ANÁLISIS DE LA PROPUESTA FORMATIVA	136

4.4. ANÁLISIS DE EVALUACIONES INICIALES SOBRE FUNCIONES.....	137
4.4.1 Evaluaciones diagnósticas sobre el estado en el tema de funciones.....	137
4.4.1. Las funciones en cursos de Fundamento de Matemáticas	139
4.4.2. El abordaje de las funciones por los estudiantes	140
4.4.3. Los procesos matemáticos inmersos.....	140
4.4.4. Análisis cualitativo de la evaluación inicial de funciones	143
4.4.5. Actividad diagnóstica sobre funciones: cuantitativa	143
4.5. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES COTIDIANAS.....	144
4.5.1. Las orientaciones didácticas: Clases y de informes.....	147
4.5.2. Análisis de los informes de grupos.....	147
4.5.3. Actividad 2 de la Frecuencia Cardíaca Grupo 3.....	154
4.5.4. Análisis de actividad del área de la hoja de fríjol en el tiempo (Grupo 3) ...	156
4.5.5. Análisis actividades complementarias como análisis de las preguntas	158
4.6. ANÁLISIS DE TEXTOS ESCOLARES: SECUNDARIA Y UNIVERSITARIOS	161
4.7. ANÁLISIS DE LAS TAREAS Y LAS POSIBILIDADES CON LOS RECURSOS TIC	163
4.8. ANÁLISIS DE LAS TIC EN EL AULA: LA LECTURA DIGITAL	164
4.8.1. No se usan para aprender.....	164
4.8.2 Encuesta-entrevista sobre uso de Internet y celulares y la gran encuesta TIC ..	165
4.9. ANÁLISIS ACTIVIDADES COMPLEMENTARIA DE LA EVALUACIÓN INICIAL DE FUNCIONES	169
5. RESULTADOS RESPUESTAS Y RECOMENDACIONES	174
5.1. INTRODUCCIÓN	174
5.2. ACTIVIDADES VERDADERAS Y RELEVANTES DE MATEMÁTICAS	177
5.3. PREGUNTAS-RESPUESTAS: TRABAJO EN EQUIPO	180
5.4. LO COMUNICACIONAL: LAS ACCIONES PARA EL DESARROLLO DE DISCURSOS	183
5.5. A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	184
5.6. LAS HIPÓTESIS DE TRABAJO	184
5.7 RECOMENDACIONES	185
BIBLIOGRAFÍA	186
ANEXOS	189
Anexo 1. Censo Educativo	189
Anexo 2. Encuesta de hábitos digitales	190

Anexo 3. Taller Inicial.....	191
Anexo 4. Evaluación inicial de funciones	192
Anexo 5. Actividad Cotidiana I. Barriles	193
Anexo 6. Actividad cotidiana. Frecuencia cardiaca	196
Anexo 7. Actividad cotidiana. Área de la hoja de frijol.....	200
Anexo 8. Actividades complementarias	203
Anexo 9. Plataforma MyMathLab.....	209
Anexo 10. Plataforma Institucional Moodle	210
Anexo 11: Sustentación de estudiantes	211
Anexo 12. Rejilla de analisis final.....	212
Anexo 13: Resultado parcial 3 sobre funciones	214
Anexo 14: Orientaciones didáctica sobre uso de aplicación Geogebra.....	214
Anexo 15: Orientaciones sobre uso de las plataformas.....	215
Anexo 16: Orientaciones sobre los informes y las sustentaciones	216

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Lógica de los procesos	82
Figura 2. Familia de parábolas trasladadas.....	135

RESUMEN

La presente propuesta didáctica de investigación está inscrita en la Maestría en Educación Énfasis en Educación Matemática en Línea de Tecnologías de la información y las comunicaciones y educación matemática (NTIC y EM) del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, IEP¹, Cali, Colombia.

Es un trabajo descriptivo-exploratorio sobre las posibilidades y ventajas de las TIC y los instrumentos tecnológicos, en la enseñanza y aprendizaje de las funciones elementales, con enfoque representacional y comunicacional en estudiantes de Fundamentos de Matemáticas en los programas de Ciencias Económicas Administrativas y Contables de la Universidad Libre, seccional Cali

Las preocupaciones iniciales, los posteriores lineamientos y las transformaciones que hoy presenta la propuesta, coinciden con la experiencia docente del investigador, lecturas claves, influencias técnicas e intelectuales, como también a sus tránsitos y etapas en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. La enseñanza a veces lleva a esperar que se cumplan las expectativas del docente, pero la experiencia lleva a cuestionar su propio trabajo; son las dudas las que llevan a investigar y a aprender.

¹ Ver iep.univalle.edu.co

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación es una innovación didáctica en la enseñanza de las funciones elementales desde enfoques de representaciones semióticas y enfoque comunicacional con el uso de recursos TIC e instrumentos tecnológicos en cursos iniciales de matemáticas universitarias, para cursos de Matemáticas Fundamentales², en Programas de Pregrado de la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables de la Universidad Libre, Seccional Cali.

El trabajo de investigación didáctica, asume el enfoque comunicacional del aprendizaje de las Matemáticas de Sfard³, para el desarrollo de discurso matemático, en actividades de comunicación intrapersonal e interpersonal (generando su propia historia de matemáticas y de su aprendizaje⁴), de pensar matemáticamente para acceder a conocimientos matemáticos con otros, en actividades de discusión y compartir con otros en equipos de trabajo, como construcción de actos verdaderos de comunicación y en la dinámica de aprendizaje participacionista⁵ que dinamiza cada clase generando un verdadero sistema didáctico, y la teoría de los registros semióticos de representación (de las funciones) de Duval⁶, mediante los cuales se muestran las ventajas del uso (necesario) de los diferentes registros de representación y sus transformaciones, en la enseñanza de las funciones elementales.

Las representaciones semióticas se presentan como un requisito importante que resaltan el estatus epistemológico especial de las Matemáticas, teniendo en cuenta que sus

² También llamados en algunos programas de pregrado como Matemáticas I, Álgebra y Funciones. El objetivo, presentar desde algún enfoque particular de cada universidad, los conceptos y habilidades básicas y esenciales que deben desarrollarse en Álgebra, así como el estudio y análisis de las funciones para cursos posteriores de Matemáticas o de aplicaciones de las Matemáticas.

³ “Sfar, Anna, (2008) “Aprendizaje de las Matemáticas Escolares desde un enfoque comunicacional”, Programa Editorial de la Universidad del Valle, abril de 2008 Cali, Colombia.

⁴ Se propone desde la presentación del plan de curso, el enfoque del curso, la clase inaugural y las actividades iniciales para el desarrollo de la propuesta, entre ellas, una evaluación inicial sobre funciones.

⁵ Metáforas de aprendizaje, de Anna Sfard, capítulo 2, ya citada, potenciando la actividad en clase, metodologías y tratamiento del material de referencia y de guías de clase.

⁶ Duval, Raymond (1999). “Semiosis y Pensamiento Humano, Registros semióticos y aprendizajes intelectuales”. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 1999.

objetos de conocimiento (las funciones elementales en el presente trabajo), no son tangibles. Son sus representaciones semióticas (sistemas de expresión, de notación, de simbología) y el cumplimiento de sus funciones de comunicación, expresión y tratamiento, la mejor forma de trabajar con ellas. Se hace énfasis en que la representación matemática no es la función, pero permite entender el concepto de función (En Duval⁷: “los objetos matemáticos representados nunca deben confundirse con el contenido de las representaciones semióticas utilizadas”). La conversión y traducción de representaciones (verbal, numérica, gráfica simbólica), permitirá mejor tratamiento del objeto de estudio, las funciones elementales.

La propuesta tiene un enfoque descriptivo-exploratorio sobre las posibilidades de mejorar el estado actual de los estudiantes en el conocimiento matemático de las funciones elementales y sus aplicaciones y la mejora en los procesos de conceptualización, tratamiento y razonamiento, redacción y discusión, y de comunicación de las ideas matemáticas inmersa en las actividades propuestas, con el apoyo de los recursos TIC y el uso de instrumentos tecnológicos. Las TIC, como recursos de consulta, ampliación, de comunicación, de interacción entre estudiantes y entre estudiantes y docentes, para apoyar el aprendizaje⁸ en la actual sociedad del conocimiento. El uso de instrumentos tecnológicos orientados por el docente⁹, para apoyar el aprendizaje, propiciar reflexiones sobre lo que permiten resolver, cómo lo ejecutan (el significado de los comandos de los software incorporados) y los resultados.

⁷ Duval, R. (2006) “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”. La Gaceta de LA RSME, Vol., 9.1 (2006) págs., 143-168. EDUCACIÓN; en página 157.

⁸ La sociedad del conocimiento como tal, no es reciente, pero se ha potenciado y posibilitado a cada vez mayor número de personas y más en su papel de estudiantes y de docentes. Lo importante, el logro de propuestas didácticas que procuren su mejor uso por parte de los estudiantes, el acceso orientado y sistematizado de los docentes (mediante planes de clase como propuestas de aula). Ver: Tedesco, J.C. (2014). Educar en la sociedad del conocimiento. México: Fondo de Cultura Económica. 120 páginas. ISBN: 978-607-16-1947-1, artículo de Germán Iván Martínez Gómez Escuela Normal de Tenancingo. Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS), 2015, 4(2), 225-230. <http://dx.doi.org/10.15366/riejs2015.4.2> . “El papel de los docentes no puede seguir siendo el mismo que en el pasado. Su función (ahora)...es enseñar el oficio de aprender” (pág. 105)

⁹ Otras investigaciones se podrán enfocar en su apropiación. La presente propuesta y trabajo de investigación se enfoca en su uso, como apoyo al aprendizaje desde la orientación docente mediante diseños de clase, tutorías, actividades específicas que articulen su uso.

CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

La presente propuesta investigativa, atiende la problemática de la deficiente formación previa en Matemáticas básicas (particularmente en Aritmética, Álgebra elemental y teoría de funciones), de los estudiantes que ingresan a primer semestre en los programas de ciencias económicas, administrativas, contables y de mercadeo en la Universidad Libre Seccional Cali, y las dificultades consecuentes para cursar y aprobar los cursos regulares y obligatorios de Fundamentos de Matemáticas de dichos programas profesionales. Los estudiantes en su proceso de inducción a las carreras reciben como parte del proceso, cursos básicos de Matemáticas¹⁰ sobre operaciones básicas con números racionales, resolución de ecuaciones de primer grado, operaciones con potencias (exponentes enteros), uso de calculadora científica, y desarrollo de talleres, entre otros y los resultados develan precariedades: dificultades para entender y atender los enunciados, poco conocimiento y adecuada manipulación de los algoritmos de operaciones con fracciones, ley de signos, operar y reducir expresiones algebraicas, identificación y uso de transformaciones de expresiones usando propiedades, inadecuado manejo de calculadoras científicas.

Los cursos de Fundamentos de Matemáticas en las carreras de ciencias económicas y administrativas, en primer semestre incorporan en sus contenidos¹¹, los números reales, fundamentos de álgebra y el estudio de las funciones elementales y sus aplicaciones, de modo que generalizando, son cursos de “álgebra y funciones”¹², de modo que las

¹⁰ Cursos que han emergido para atender inicialmente la problemática del bajo desempeño de los estudiantes primíparos en Matemáticas fundamentales, la deserción, cambios de carrera. El semestre cero, implementado en décadas pasadas se ha suplido con cursos rápidos de repaso de Matemáticas, pero éstos no permiten superar las dificultades y precariedades; sólo determinar la problemática de las carencias y proponer planes de acción, entre ellos el Acuerdo de Tutorías (programa de apoyo académico institucional) o generar propuestas de investigación como la presente.

¹¹ Y como tendencia de los cursos con énfasis en Administración y Economía. Como referencia se cita de la bibliografía del curso los textos con la denominación, “matemáticas para administración y economía” (ver Bibliografía del plan de curso)

¹² Haussler, E. (2015). “Matemáticas para administración y economía”, 13ª edición de Pearson, propone 0. Repaso de álgebra (asume que deben saber); 1. Aplicaciones y más álgebra; 2. Funciones y gráficas; 3. Rectas, parábolas y sistemas de ecuaciones; 4. Funciones exponenciales y logarítmicas.

evaluaciones previas de la inducción, como también la presentación del plan (programa) en la clase inicial, nos revelan, parte de la problemática de la educación secundaria en la región (nuestro entorno), pero también de la población estudiantil que accede a los programas de ciencias económicas, administrativas y contables (y que se caracterizan en los censos educativos, adscritos a la propuesta¹³) de la Universidad Libre, y que demandan propuestas didácticas de aula.

Se han realizado avances para atender la problemática planteada, por parte del investigador en la última década y como parte de su formación didáctica y el interés en el uso de los recursos informáticos e instrumentos tecnológicos, entre ellas, el uso de recursos TIC, el uso de software en las clases para apoyar la enseñanza y posibilitar mejor aprendizaje, uso de plataformas educativas, mayor atención a los estudiantes, trabajo en equipo, uso de aplicaciones de los celulares desde orientación docente¹⁴. De estos avances y de la necesidad de sistematizar una investigación didáctica en un marco académico, nace la presente propuesta de innovación didáctica en la enseñanza de las funciones elementales y sus representaciones, el desarrollo de actividades cotidianas inmersas en éste ámbito matemático, el uso y apoyo de recursos informáticos e instrumentos tecnológicos y una metodología de trabajo en equipo¹⁵, que posibilite la construcción de discurso matemático (aprender matemáticas como la acción de desarrollar un discurso¹⁶).

¹³ Para caracterizar la población, los recursos tecnológicos que tienen y el uso que hacen de ellos como recursos educativos, no como el problema a solucionar o a tratar, en la presente propuesta de innovación didáctica.

¹⁴ La presentación del curso, señala estas preocupaciones: “El programa de Fundamentos de Matemáticas va dirigido a los estudiantes de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables, con un enfoque hacia el análisis cuantitativo y los métodos, precisando la necesidad de una adecuada fundamentación en matemáticas básicas (Aritmética y Álgebra). La introducción a las Matemáticas en las Ciencias Económicas y Empresariales ha cambiado radicalmente acorde a la forma en que los economistas y administradores analizan el mundo que les rodea hoy. Por ello la necesidad de un enfoque pedagógico que potencie la representación de los objetos matemáticos, la comprensión conceptual de ellos y el uso de las nuevas representaciones que posibilitan las nuevas tecnologías. En cuanto a la presentación de situaciones problemáticas, la necesidad de diversidad, amplitud de abundancia de ejemplos y ejercicios basados en su gran mayoría de datos reales obtenidos en los campos de la economía, los negocios, la administración, las situaciones cotidianas”, profesor Rubén Darío Lozano Rubiano.

¹⁵ No como problema curricular, sí con la necesidad de una metodología que permita a más estudiantes, aprender.

¹⁶ Sfard, A. (2008). “Aprendizaje de las Matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional”, Programa Editorial de la Universidad del Valle”, Cali, Colombia. Capítulo 2.

Los avances señalados y la experiencia y práctica docente motivaron, el diseño de una propuesta de innovación didáctica para el necesario estudio de las funciones elementales que incorpore enfoques representacionales de los objetos matemáticos con apoyo de la tecnología de lápiz y papel, LP¹⁷, el uso de recursos TIC que posibilite adecuadas interacciones entre el docente y los estudiantes, el uso de instrumentos tecnológicos para apoyar el aprendizaje de las funciones y las transformaciones de sus representaciones¹⁸, un enfoque comunicacional para fortalecer el aprendizaje con otros de modo participativo, la verbalización de las actividades en sus procesos de resolución, el lenguaje de los estudiantes y redacciones de discursos, cada vez más cercanos a los de la comunidad matemática¹⁹ y, las experiencias docentes y los avances en algunos proyectos de aula preliminares, tanto personales para , como de investigadores y elaboradores de textos escolares en la enseñanza para favorecer proceso de aprendizaje de las funciones elementales en los reales y sus aplicaciones en contextos cotidianos.

La inducción de los estudiantes y las evaluaciones iniciales (diagnósticas sobre conocimientos previos, incluidas sobre funciones), han develado aprendizajes fraccionados, mecanicistas, con pocas habilidades en manipulaciones aritméticas, como algebraicas, incipiente conocimiento de conceptos relacionados con las funciones (ver anexos²⁰), situación general que se manifiesta en sus opiniones de disgusto y mirada negativa de las ejercitaciones en matemáticas²¹ y de las mismas Matemáticas (por ejemplo, su importancia, los contenidos vistos, el poco conocimiento de su utilidad más allá de cálculos corrientes, los cuales interpretan como simples ejercitaciones muy poco relacionadas con aplicaciones

¹⁷ LP es la tecnología de lápiz y papel tradicional y que es importante valorar y sistematizar, desde el trabajo de manipulación algebraica, los cálculos de imágenes, la elaboración de “tablas buenas” seleccionando adecuados rangos de valores según la caracterización de cada función y que permitan una visualización que se aproxime a sus características.

¹⁸ Esta etapa, no se espera que genere una invisibilidad de los instrumentos usados, pero sí, un avance en el nivel de uso y de comprensión de lo estudiado.

¹⁹ En las actividades de inducción y en prácticas de aula, se develan ciertos lenguajes mecánicos por parte de los estudiantes (por ejemplo, “regla de la oreja”, “se multiplica en cruz”, y otros), que no dan cuenta de las propiedades (de los objetos matemáticos, de las operaciones) de los conceptos matemáticos inmersos en el ejercicio.

²⁰ Sobre qué es función en los reales, identificar funciones elementales, evaluar funciones (cálculo de imágenes), determinación de dominio de la función, presentes en los currículos de Matemáticas de secundaria desde noveno grado.

²¹ Dificultades con sus diferentes objetos, métodos, lenguajes y simbolizaciones, disgusto con los resultados pues no les parecen lógicos, se resisten a ejercitaciones largas y a tener que revisar o repetir, consideran que los talleres son extensos, se desmotivan fácilmente.

o discusiones sobre cómo utilizarlas, particularmente en labores cotidianas o de trabajo). Poco se han preguntado ¿qué son la Matemáticas?, o sus profesores no han abordado la pregunta de manera adecuada y entendible para ellos²².

Se constata que no aprenden Matemáticas como estructuras, como sistemas matemáticos con operaciones, propiedades y relaciones cuando se trabaja con determinado objeto matemático (fracciones, expresiones algebraicas, las mismas funciones) y por lo tanto tienen dificultades para responder por conceptos (qué es una función, qué es una expresión algebraica, qué es factorizar), interpretar una expresión algebraica, evaluarla desde simple sustitución de valores numéricos, además de poca habilidad con las calculadoras (científicas pero con poco conocimiento de sus modos). Los currículos de secundaria proponen (se espera que así sea presentada), el entender el Álgebra como un sistema de signos, que ayuda a los procesos de generalización²³, abstracción y presentación de algunas demostraciones; que permita ayudar a resolver problemas (sus traducciones a ecuaciones y funciones básicas); de lo anterior que el Álgebra se presente como un sistema de signos que permite el modelado mediante dichas funciones, las cuales se organizan como familias de funciones (por ejemplo, crecientes, concavidad positiva, etc.

La inducción en Matemáticas básicas y las primeras clases presenciales del semestre, que develan precaria formación en Álgebra, en sus manipulaciones básicas y rutinarias, en operaciones con expresiones algebraicas, en resolución de ecuaciones sencillas de primer grado, en operaciones con potencias, ha llevado a que el plan de curso de Fundamentos de Matemáticas de la Facultad, el cual incorpora números reales y álgebra como necesario repaso, demande nuevas metodologías y decisiones docentes²⁴, hacia la superación de las

²² La problemática de responder este tipo de preguntas, se aborda desde el plan de clase propuesto durante semestres anteriores mediante, Clases Inaugurales, presentada en el marco teórico, e implementados para la presente propuesta didáctica. Ver <https://es.slideshare.net/Rubeneduca/clase-inaugural-fundamentos-de-matematicas-rd-2017> y sus actualizaciones en la Plataforma Moodle del Programa de Fundamentos de Matemáticas de la Universidad Libre, Seccional Cali.

²³ Por ejemplo: “caracterizar una función cuadrática a través de su discriminante y del coeficiente de la variable con exponente cuadrado”. Logro presentado en la lección 3, de Nuevo Alfa 11, serie de Matemáticas con énfasis en competencias. Grupo Editorial Norma (2002), pág. 21

²⁴ Los nuevos quehaceres de las profesiones, fruto de dinámicas sociales y cambios socioeducativos (por ejemplo, las tecnologías cada vez más inmersas en todas las actividades) y económicos, el aprendizaje interdisciplinario, demandan cambios en los roles docentes: ser inspiradores, transformadores y conscientes

dificultades y algunas problemáticas (concepciones, actitudes y uso de recursos tecnológicos), mediante una propuesta de innovación didáctica que comprenda adecuadas representaciones de las funciones elementales, actividades verdaderas mediante trabajo individual y en equipo, que procure la generación de discursos matemáticos de aula, y uso efectivo y adecuado de recursos TIC (que demanda socioeducativamente la sociedad del conocimiento) y de instrumentos tecnológicos. El recorrido y tránsito de un curso de Matemáticas en un semestre (corto²⁵), no debe convertirse en una carrera contra el tiempo, en enfrentar dificultades y precariedades con soluciones inmediatas y sencillas, en no tener en consideración las concepciones de los estudiantes sobre la importancia de las Matemáticas en su carrera, en no mirar opciones (inspiradoras) de buenas posibilidades de aprenderla²⁶. Se debe atender la escasa preparación en el uso de tecnologías específicas como apoyos al aprendizaje de las Matemática, entre ellas, diferentes tipos de calculadoras, software específico, aplicaciones en celulares y otros apoyos similares, de modo que paralelamente se atiendan visibilicen las problemáticas de brechas digitales y de adicciones tecnológicas²⁷; también las posibilidades de las tecnologías para hacer “más matemáticas en menos tiempo”, sin afectar la comprensión; todo lo contrario, reflexionar sobre los procesos que resuelve con ellas, ejecutarlos y pensar en nuevas preguntas. Las tecnologías instrumentales permiten efectuar representaciones de las funciones y trabajar con ellas de una manera potente, rapidez y más complejas; representar familias de funciones permite una visión dinámica de las Matemáticas. El salto docente y de los estudiantes a estos recursos, no se ha dado a pesar de propuestas curriculares²⁸, a causa de concepciones, temores, formación docente, comodidad de los modelos (tradicional, donde prima la

de su rol social. Los estudiantes, deben entender lo ético, la inclusión, la equidad, el entender su historia, como retos formativos de la mano de sus docentes.

²⁵ En comparación con el tiempo en un curso de educación secundaria, entendiendo claramente las diferencias de contexto, edades y otras variables

²⁶ En cada uno de los programas profesionales en la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables, se generan, preguntas, planteamientos, preocupaciones sobre el papel de las Matemáticas y las posibilidades de los mismos estudiantes en cuanto al cumplimiento de estándares y logros de aprendizaje. La presente propuesta didáctica atiende y asume esas preocupaciones y dificultades, procurando la mejora de aprendizajes, desde modelos (comunicacional y representacional) y el apoyo de recursos tecnológicos, en el marco de actividades verdaderas de aprendizaje.

²⁷ No son los objetivos de la propuesta de innovación, pero sí tiene efectos favorables, como también genera opciones a otros investigadores de trabajar sobre éstas problemáticas.

²⁸ Que, en algunos países, se quedan en el papel, en el mandato ministerial, en el interés directivo e institucional.

exposición, las formulaciones acabadas, los ejercicios repetitivos, la memorización), sin mirar ventajas, retos, y la necesidad de enfrentar los cambios que implican.

1.2. CONTEXTUALIZACIÓN

Las problemáticas que asume la presente propuesta de innovación didáctica, se apoyan en las anteriores formulaciones, en la cual se aborda específicamente, la enseñanza de las funciones elementales²⁹, en marcos teóricos de representaciones de éstos objetos matemáticos y su tratamiento, en enfoques comunicacionales para construir diálogos, discursos y redacciones sobre las funciones en la modelación de situaciones cotidianas (principalmente económicas), y el uso pedagógico³⁰ de las TIC y los instrumentos tecnológicos, para mejorar la enseñanza de las funciones elementales y su aprendizaje en los estudiantes de ciencias económicas y empresariales. El diseño de actividades comporta el uso del Álgebra como sistema de símbolos para realizar proceso de generalización y de abstracción y complementariamente, comprender las demostraciones y el tratamiento de expresiones para realizar conversiones de unidades, traducciones de datos a gráficas y a funciones que modelan los fenómenos estudiados³¹.

La propuesta de innovación didáctica³², plantea un espacio académico, pedagógico y didáctico en la necesidad de nuevos enfoques metodológicos en los profesores de Matemáticas, ante las nuevas demandas de formación de los estudiantes, que incorporen formación didáctica y en el uso de recursos tecnológicos. Las nuevas demandas

²⁹ Involucrando desde la representación algebraica de las funciones y su tratamiento (transformaciones de las formas estándar y general de las funciones), adecuada manipulación algebraica, resolución de ecuaciones (métodos) y familias de funciones con apoyo en software de Matemáticas (Derive y GeoGebra).

³⁰ Se demanda una pedagogía que no corresponda a un método simultáneo e igual para todos, uniforme. Se puede trabajar de modo compartido, pero se debe dar atención personalizada, propiciar liderazgo en grupos y en pequeños grupos. Que los estudiantes en tutorías entiendan que se les está resolviendo o atendiendo su pregunta, su duda, su dificultad, para el uso de determinado recurso cuando se usa para aprender un concepto, una habilidad. Hoy todavía se habla de nativos digitales, asumiendo e interpretando, que todos saben lo mismo, que son expertos; la realidad es otra. La tecnología en el sistema educativo crea retos: apropiarse de este tipo de herramientas; aprender con su uso; cambiar las prácticas docentes. Ver, Moreno, Santos (2001): “De la herramienta al instrumento: una perspectiva informática” <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/2/06Moreno.pdf>

³¹ Con el diseño de las actividades, se procura el uso del Álgebra como instrumento para resolver problemas, expresar generalizaciones y modelaciones, y entender las familias de funciones que expresan ciertos comportamientos (en la obtención de modelos por regresión con ayuda de software y aplicaciones).

³² Se aborda en el capítulo 5 sobre sugerencias y discusiones necesarias, hacia el compromiso docente para apoyar y asumir en sus propuestas, una educación con equidad, tecnología y buena enseñanza.

socioeducativas y tecnológicas actuales³³, de la mano de nuevos modelos de enseñanza participativas (modelos socializadores) que superen las tradicionales, han ido modelando tendencias en la educación superior³⁴

El enfoque de investigación es descriptivo-exploratorio, de una realidad socioeducativa relativa y contingente, que se reta a sí misma, a transformarse y a reconstruirse; una realidad afectada por necesidades y demandas socioeducativas (tecnología en educación y empresa, democracias participativas, ecología y cuidado del medio, equidad educativa y social, acceso a mercados). Desde lo pedagógico, la necesidad de modelos y metodologías de enseñanza que posibiliten mejor aprendizaje con un uso efectivo de las tecnologías; desde lo didáctico, el papel de los registros de representación en la comprensión de las funciones y el desarrollo de discursos de modo reproductivo, por parte de los estudiantes en ambientes de trabajo en equipo en el desarrollo de actividades. Los desarrollos de discurso y ampliación de ellos, en ambientes de conversiones y tratamientos algebraicos de diferentes representaciones de las funciones³⁵.

La gran encuesta TIC en Colombia en 2017³⁶ (también llamada, “primera gran encuesta TIC”), partiendo de la premisa de que Internet ha revolucionado la forma en que las personas se comunican, informan y entretienen, y ante la pregunta, ¿qué uso le dan los colombianos?, develó que hay tendencia al entretenimiento y poca a la educación. Así, en actividades de Internet, 97% son de estricta comunicación, 78% de entretención, 66% de información (consulta no orientada), sólo 44% en formación específica, 26% en transacciones y 22% contenidos varios. Pero detallando las actividades, la fuente de información son las redes sociales (70%), el chateo (que conlleva actividades de comunicación, también corresponde al 70%). Otras actividades: correos (67%), música (57%), foto-videos y perfiles (41%), descargar música (38%). Un problema, el tiempo de

³³ Sociedad de la información, tecnología acelerada y cambiante (NBIC), mercados globalizados, democracia participativa, justicia social, currículos, ...

³⁴ Masificación y calidad, desafíos, contextos, desafíos y nuevas ofertas. [http://cres2018.org/uploads/TendenciasIMPRESI%C3%93N\(1\).pdf](http://cres2018.org/uploads/TendenciasIMPRESI%C3%93N(1).pdf)

³⁵ Sfard, A. (2012). “Desarrollar el discurso matemático-Algunas ideas tomadas de la investigación comunicacional”. Traducción del original Sfard, A. (2012) Introduction: Developing mathematical discourse-Some insights from communicational research.

³⁶ ver <http://colombiatic.mintic.gov.co/602/w3-article-57508.html>

dedicación, que en educación se ha convertido en una problemática, pues genera distracción y la importancia que le dan a Internet los jóvenes. Miguel León (periodista de la revista Semana de Colombia), afirma que “Internet le pone un reto al sistema educativo. Paradójicamente, aunque cúmulos de información estén disponibles en Internet, por la variedad de los contenidos y el anonimato de los mismos, muchas veces estos terminan siendo desinformantes”. Para la presente propuesta: uso de Internet y recursos tecnológicos (incluidos los celulares) con fines de aprendizaje.

La propuesta busca dejar suficientemente claros, procedimientos y estrategias para que otros docentes investigadores puedan en principio reproducir el estudio y hacer algunas repeticiones o generalizaciones a cursos similares en otras universidades.

Se busca contextualizar el estudio del concepto de función, sus características, sus diferentes representaciones para acceder a ellas (forma verbal, forma algebraica o simbólica³⁷, numérica o tabular³⁸ y gráfica cartesiana) y aplicaciones particulares de las funciones elementales, de uso práctico en lo escolar como en situaciones cotidianas³⁹ de la carrera (problemas económicos, de tasas, de ingresos máximos, entre otros similares) como la función lineal, la cuadrática, raíz cuadrada, funciones por partes y escalones, funciones exponenciales (crecimiento y decrecimiento), desde el punto de vista del objeto matemático en sí y sus representaciones diferentes tanto las de lápiz y papel como las computacionales.

La función es un objeto matemático crucial en las Matemáticas y su tránsito ha sido largo y trasegado por diferentes miradas y aproximaciones. Interesa estudiar su concepto y aplicaciones sin caer en abstracciones ni en mecanicismos, pero insistiendo en su importancia dentro de la modernidad de las Matemáticas, su papel para expresar situaciones de cambio. Nicole Oresme (1323-1382), se aproxima al concepto de función cuando

³⁷ También denominada analítica por Descartes y Fermat, para referirse a la correspondencia entre la ecuación $f(x, y) = 0$ y el lugar (generalmente una curva) o puntos de ella en el plano.

³⁸ Trabajando buenas tablas de datos, desde la lectura comprensiva del enunciado verbal, de modo que la dispersión de los datos (cartesianos), dé cuenta aproximada, de la función.

³⁹ Se hace referencia a situaciones corrientes (por ejemplo, precio de fotocopias), situaciones prácticas (modelos y formulaciones matemáticas, para resolver problemas referentes a oficios o profesiones y que dan cuenta de la experticia de esa persona o personas), situaciones matemáticas de matemáticos (que se ven en demostraciones, transformaciones de expresiones matemáticas, entre muchas más)

describió las leyes de la naturaleza como relaciones de dependencia entre dos magnitudes. Los fenómenos de la naturaleza que permitieron poner énfasis en las relaciones entre variables de determinados fenómenos, luego expresados matemáticamente, sirvieron de campo especial para el desarrollo de las funciones. Galileo Galilei (1564-1642), con sus estudios del movimiento permitió mayor comprensión de las relaciones entre variables; René Descartes (1596-1650) llevó estas ideas anteriores, representándolas en un plano de relaciones entre magnitudes. Sólo en 1748, L. Euler⁴⁰, publica un libro, “Introducción al análisis infinito” en el cual definió la función así: “una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier manera o a partir de la cantidad variable y de números o cantidades constantes”.

El siglo XX y las reflexiones de algunos matemáticos notables nos orientan pedagógicamente para tomar decisiones sobre su enseñanza en ámbitos escolares manteniendo un equilibrio entre su utilidad y su formalización, su belleza estética y sus aplicaciones a otras ciencias. Godement (1971, p.65)⁴¹ plantea que “una buena parte de las Matemáticas ha sido construida generalizando cada vez más la noción de función”; por otro lado, Spivak (1978)⁴² expresa que, “el concepto más importante de las Matemáticas es el concepto de función. En casi todas las ramas de la Matemática actual, las investigaciones se centran en el estudio de las funciones. No ha de sorprender por lo tanto que el concepto de función haya llegado a definirse con una gran generalidad”.

El estudio de las funciones elementales, está presente en los currículos de Matemáticas de secundaria en nuestro país, en el marco de pensamientos (pensamiento variacional), sin precisar o hacer referencia a su origen y emergencia como relación entre magnitudes relacionadas. Desde el nivel de 7º grado, se presentan desde el enfoque de estándares, como comparación de cantidades o magnitudes sin contextualizar esa comparación (por ejemplo: un primer estándar plantea, “identificar formas de comparar

⁴⁰ Ver: https://archive.geogebra.org/en/upload/files/ruben/lec_BreveHistoriaFunciones_profe.pdf, https://archive.geogebra.org/en/upload/files/ruben/lec_BreveHistoriaFunciones_profe.pdf.

⁴¹ Citado por Farfán, R. (2015), en “El Concepto de Función: Un Breve Recorrido Epistemológico”. file:///C:/Users/DocAdm.cali/Downloads/El_Concepto_de_Funcion_Un_Breve_Recorrido_Epistemo.pdf

⁴² Cita anterior.

magnitudes”⁴³). En el nivel de 8º grado, y desde logros se presenta el título de función (por ejemplo, lineal), a partir de las ideas de relación entre cantidades. Los dos grados superiores (décimo y undécimo), se asume el conocimiento o las ideas de funciones para introducir, funciones trigonométricas o límites de funciones respectivamente. Todo en contextos formales.

Los textos de Matemáticas para economía y administración, presentan un contexto inicial (caso) de aplicaciones de las funciones, para posteriormente, dedicar un subcapítulo al conocimiento de la funciones: una breve historia, la idea de aplicación, la función como conjunto de parejas relacionadas que cumplen una regla o condición, con ejemplos de aplicaciones, luego la definición formal (como correspondencia entre los elementos de dos conjuntos), introduciendo a renglón seguido los conceptos de dominio, rango, variables, propiedades de las funciones y notación. La parte de ejemplos con aplicaciones (demanda, oferta) es nutrida. Este salto es favorable por la contextualización que se hace de las funciones, y favorece la enseñanza y su aprendizaje.

Dieudonné (1989)⁴⁴ dice que “en la actualidad se prefiere considerar el concepto de función como aplicación”, y el didacta Freudenthal (1983) plantea que, “aunque ésta definición está construida de una manera lógicamente formalizada, sin embargo, se ha oscurecido su significado como acción de asignación y variables, ha perdido su carácter dinámico para transformarse en algo puramente estático”. Preocupación última, que afectaría la concepción dinámica dada en siglos anteriores.

El Álgebra como estructura y operacionalmente, no se aborda en secundaria y los estudiantes aprenden un conjunto de reglas mecánicas para calcular o resolver. No se presenta como procesos de generalización (¿qué significa elevar al cubo?), no se resuelven problemas (de relaciones entre números, de aplicaciones geométricas, por ejemplo⁴⁵), tampoco como sistemas de símbolos para modelar fenómenos mediante funciones y

⁴³ Díaz, R., otros (2002), Pensamiento matemático 7, Libros & libros s.a. Bogotá Colombia.

⁴⁴ Farfán (2015).

⁴⁵ Los estudiantes al ingresar a la educación superior, manifiestan preocupación por resolver problemas en Matemáticas, aduciendo que no es una práctica que hayan trabajado en sus colegios.

expresar familias de funciones. Se estudia $f(x) = x^2$, pero no se estudia el comportamiento de familias de funciones y sus transformaciones, por ejemplo, $f(x) = ax^2$ para estudiar de modo dinámico la concavidad de la parábola; igual sucede con el estudio de la recta, $f(x) = mx + b$ desde sus traslaciones y crecimiento. El Álgebra se presenta como un contenido expresiones alfanuméricas, con reglas y manipulaciones, entre ellas realizar operaciones básicas y factorizaciones (entendidas como casos fijos), que se memorizan. En secundaria se han invisibilizado las diferentes matemáticas, con las denominaciones generales de Matemáticas 6, Matemáticas 7, etc., para referirse a los cursos de Matemáticas de los diferentes grados, de modo que no tienen claro lo que hace o estudia cada matemática y sus nombres particulares (Aritméticas, Teoría de Conjuntos, Geometría Euclidiana, Cálculo Diferencial, por ejemplo)⁴⁶. Saben los estudiantes que estudiaron Álgebra, pero poco de reflexiones sobre significado, el sentido de la forma como fue enseñada, de las actividades claves para su aprendizaje, de su utilidad. Los debates curriculares que se integran en, contenido-enseñanza-aprendizaje-utilidad, no hicieron partícipes a los estudiantes⁴⁷.

La Universidad Libre ha posibilitado estos espacios de discusión, sobre las falencias evidenciadas en los estudiantes que ingresan a primer semestre, y además de las actividades de inducción a la vida universitaria y a la carrera específica, se realizan cursos cortos de repaso de Álgebra. Estos cursos cortos son previos al ingreso de clases regulares, y tratan sobre los números reales, operaciones con expresiones algebraicas y su simplificación, resolución de ecuaciones y sus métodos de resolución, el significado de las incógnitas, probar las soluciones de las ecuaciones (substitución de valores), necesarios para el estudio de las funciones, como también sobre el uso de calculadoras científicas. Los asume la Facultad en búsqueda de paliar algunas falencias, orientar a los estudiantes y definir aspectos de contenidos específicos en Matemáticas básicas, a fortalecer. Estos refuerzos y esperar que el recorrido o tránsito en la carrera, resuelvan falencias, no es suficiente. Por ello la necesidad de propuestas didácticas de aula que aborden de modo sistemático esta

⁴⁶ El diseño y presentación de la clase inaugural, como parte del plan de curso de Matemáticas, ha permitido atender estas problemáticas, permitiendo a los estudiantes un panorama de las Matemáticas, su metodología (construcción, enseñanza) y forma de aprender.

⁴⁷ “No es corriente que, en ambientes de área de Matemáticas en los colegios, se hayan realizado de manera sistemática estas reflexiones y debates”; profesor de secundaria de colegio oficial.

problemática para mejorar procesos de enseñanza y de aprendizaje; es la razón de los enfoques asumidos y la apuesta al uso de recursos TIC e instrumentos tecnológicos, que orientan y fundamentan la presente propuesta de innovación didáctica⁴⁸.

Una de las principales características de las funciones es su riqueza desde el punto de vista de la modelación, su interpretación y sus sistemas de representación (la utilización práctica como objeto matemático); ellas se pueden utilizar como modelos de una gran variedad de fenómenos y además permiten resolver una gran variedad de problemas reales. Pero los estudiantes de ciencias económicas y empresariales requieren de matemáticas de la vida corriente (asuntos diarios de costos, de porcentajes, decisiones de compras e inversiones ya sean de ahorros o de préstamos, y en general de economía cotidiana), de matemáticas prácticas para su futura vida laboral, empresarial o de emprendimiento, aceptando que hay cambios en el tiempo y cada vez mayor uso de tecnologías y software de aplicaciones) y algo de Matemáticas de los matemáticos, es decir, de definiciones, algunas pruebas, de algunas estructuras abstractas que inicialmente pueden parecer no utilitarias pero que apoyan procesos de pensamiento⁴⁹ y de razonamiento, como también desde lo pedagógico por a su apoyo a la estudiosidad y la valoración de las Matemáticas como una ciencia humanizadora y de gran aporte al desarrollo de las culturas y sociedades. Atender por lo tanto sus principios estéticos, es decir la belleza de sus formulaciones, de sus demostraciones, sus principios científicos por su riqueza en lenguajes y en conexiones con otras ciencias tanto para su propio desarrollo como el de otras ciencias (conexiones matemáticas-física, matemática-economía, ...) y sus principios filosóficos que permiten la reflexión crítica sobre su hacer, sus objetos, su relevancia e incluso posibles obsolescencias. Es posible que el mundo se esté volviendo un lugar menos matemático, pero al mismo tiempo cada vez se define en términos más matemáticos; las operaciones fundamentales no son cuatro, ahora podemos hablar de siete, y si incluimos la derivada y la integral hablaremos de más. Los negocios obedecen a matemáticas para las ciencias económicas (en general, Investigación e Operaciones), todo se matematiza, se modela. Es el reto.

⁴⁸ Enseñanza de las funciones elementales desde enfoques de representaciones y comunicacionales y el uso de TIC e instrumentos tecnológicos en cursos iniciales de Matemáticas universitarias en programas de ciencias económicas y administrativas.

⁴⁹ Sin pretender que esto sea propio de las Matemáticas, pues también lo hacen otras ciencias

1.3. ANTECEDENTES

Las investigaciones educativas sobre aprendizaje matemático en ambientes universitarios llevan ya más de veinte años, particularmente en marcos de trabajos de grado⁵⁰ para dar cuenta de propuestas didácticas, en el marco de necesidades de formación docente y retos docentes para el siglo XXI⁵¹, y en investigaciones de grupos de investigadores de los departamentos de Didácticas de las Matemáticas de universidades líderes en el campo, y preocupados por el marco epistemológico de la didáctica de la matemática y la formación de maestros en los diferentes niveles educativos, entre otros ámbitos de investigación⁵². Poco a poco, los marcos de problemas de investigación y las líneas de investigación se han ido ampliando y diversificando. También se han incorporado problemáticas que involucran concepciones, desigualdad social, inequidad, instrumentos tecnológicos y tecnologías⁵³ (importancia, ventajas, desventajas, su dinamismo) en general, con metodologías diversas.

Desde la presente propuesta de innovación didáctica se tienen en cuenta y se hacen algunas consideraciones generales sobre la diversidad de problemáticas inherentes a la precaria formación previa en matemáticas de los aspirantes a las carreras universitarias, las cuales no son diferentes a las que develan las pruebas internacionales⁵⁴, las develadas por el sistema de educación básico⁵⁵ y las problemáticas sociales de inequidad educativa. La

⁵⁰ Blanco, L. (2011) “La Investigación en Educación Matemática. Universidad de Extremadura. Educatio Siglo XXI, Vol. 29 nº 1 . 2011, pp. 109-128. <https://digitum.um.es/xmlui/bitstream/10201/27150/1/La%20Investigaci%C3%B3n%20en%20Educaci%C3%B3n%20Matem%C3%A1tica.pdf>.

⁵¹ López, G. (2014). La enseñanza de las matemáticas, un reto para los maestros del siglo XXI. Guillermo López-Quijano 2 Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia. Praxis Pedagógica. No.15 enero-diciembre 2014 ISSN 0121-1494. Pág. 55-76. <http://biblioteca.uniminuto.edu/ojs/index.php/praxis/article/viewFile/993/933>

⁵² Rico, L., Sierra, M. (1999). Didáctica de la Matemática e investigación, Luis Rico, Universidad de Granada, Modesto Sierra Universidad de Salamanca. <http://funes.uniandes.edu.co/510/1/RicoL00-138.PDF>

⁵³ Rodríguez, J., Romero, J., Vergara, G. (2016) IMPORTANCIA DE LAS TIC EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. Jorge Rodríguez, Julio Romero, Gabriel Vergara, / Matua Revista Del Programa De Matemáticas, Vol.: III (2016). file:///C:/Users/DocAdm.cali/Downloads/1861-6491-1-PB%20(1).pdf

⁵⁴ En forma dramática se informa: <https://noticias.canalrcn.com/bienestar-educacion/colombia-nuevo-ultima-los-resultados-pruebas-pisa>

⁵⁵ <https://www.elpais.com.co/colombia/70-de-los-estudiantes-en-se-rajan-en-matematicas.html>

propuesta de innovación didáctica se enfoca en mejorar la enseñanza (de las funciones elementales) desde marcos y apoyos en recursos que favorezcan el aprendizaje, cambiando prácticas de aula, asunción de tareas y actividades de clase, trabajo en equipo y metodologías.

En el proceso de inducción y entrevista, señalan sus concepciones sobre las Matemáticas, sus percepciones sobre la enseñanza (cómo la recibieron) y su aprendizaje (por ello, declaran algunos estudiantes aspirantes que “ojalá la carrera a la cual concursan, no tenga tantas demandas en Matemáticas”). La inducción devela clases de Matemáticas con enfoques mecanicistas, ausentes de reflexiones sobre su utilidad y consecuentemente, pocas actividades de aplicaciones prácticas. Señalan además del poco interés personal, la inadecuada formación en sus colegios debido factores, como el haber estudiado la secundaria en instituciones educativas de poca calidad, los cambios periódicos de profesores o ausencia de ellos durante períodos largos. No perciben un sistema educativo equitativo que apoye, que vigile y que controle a los colegios. El factor de la desigualdad social ⁵⁶lo perciben señalando que sus colegios no tienen buenos recursos, adecuada infraestructura y poca preocupación por su desempeño: señalan que los estratos socioeconómicos bajos, se convierten en estigmas, que además restringe oportunidades, de modo que no son visibles buenos principios educativos.

Las brechas institucionales⁵⁷ se dan desde dos frentes: poco apoyo a nuevos proyectos pedagógicos y poco apoyo al uso de recursos tecnológicos. Se dan diferentes brechas: las institucionales ya señaladas, las de conocimiento, cuando los estudiantes poco avanzan en contenidos y las específicas desde lo digital, por el inadecuado uso de estos recursos⁵⁸. No es común que las universidades asuman la necesidad de generar programas de refuerzo o de nivelación, pues consideran que los estudiantes por ser universitarios ya tienen cierto grado

⁵⁶ Que se refleja en una distribución desigual de la educación y que poco ha cambiado: raza, etnia, género, edad, ubicación geográfica, posición social, diferencias culturales, y otros: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-124037_archivo_pdf.pdf

⁵⁷ Las pocas expectativas en la posibilidad de una educación de alta calidad que permita ser competitivos y eficientes, enseñanza alejada de las necesidades y estado de los estudiantes, aprendizaje sin compromiso y posibilidades individuales, evaluación que poco informa sobre reales dificultades y plan de necesidades, tecnología ausente y poco discutida sobre sus potencialidades y menos sobre su acceso.

⁵⁸ Hay deudas e inequidad: <https://www.oecd.org/centrodemexico/medios/colombia-deberia-mejorar-la-equidad-y-la-calidad-de-la-educacion-ocde.htm>

de madurez que los hace más comprometidos y con más recursos para aprender, sin tener en consideración, los factores educativos inadecuados como pocos hábitos de estudio, los contenidos no estudiados. enfoques mecánicos en la enseñanza y ausencia de apoyos tecnológicos para la enseñanza, uso de recursos virtuales para fortalecer interacción docente-estudiantes. La Universidad Libre, con sus programas de apoyo académico (acuerdo de tutorías), refuerzos en Matemáticas básicas y en lectoescritura, formación pedagógica de los docentes⁵⁹ ha podido movilizar a los docentes para generar propuestas para apoyar el aprendizaje.

Los antecedentes seleccionados y planteados orientan la presente propuesta de innovación didáctica, cuyo foco es favorecer el aprendizaje de un contenido importante de las Matemáticas y fortalecer metodologías de estudio de las Matemáticas. Los avances educativos en cobertura deben estar acompañados de esfuerzos efectivos por la calidad, la generación de espacios de reflexiones pedagógicas y didácticas hacia la formación docente, la asunción efectiva de nuevos roles docentes y de los alumnos en la Universidad actual y asumir nuevas propuestas de planes de cursos que dinamicen recursos didácticos, y nuevos modelos de participaciones y de coproducción⁶⁰. Las nuevas propuestas desde enfoques participacionista permiten precisar el tipo y características de las intervenciones de aula, las orientaciones didáctico-pedagógicas movilizadas por docentes comprometidos, la selección de recursos, instrumentos tecnológicos y metodologías, la evaluación y el tratamiento dinámico de los materiales de apoyo presentados en las actividades.

Las funciones, son fundamentales en las matemáticas actuales para entender procesos de modelación y variación. Las Matemáticas posibilitan buenas explicaciones⁶¹, cuando en su hacer exploran y estudian las estructuras de los objetos y de situaciones reales, analizando pautas y relaciones entre ellos; el Álgebra es una potente herramienta

⁵⁹ Entre otros: diplomados de pedagogía universitaria, Diplomado en Pedagogía Transformadora.

⁶⁰ La educación como contrato institución-estudiante, debe estar apoyada en contratos pedagógicos y didácticos hacia la efectividad de la educación, hacia una formación que propicie en los estudiantes, procesos de producción, de generación de discursos, acompañados de los docentes y de propuestas claras de formación. <https://www.magisterio.com.co/articulo/la-pedagogia-del-contrato>

⁶¹ Devlin, Keith (2003). “El lenguaje de las Matemáticas”, Intermedio Editores, Licencia editorial cortesía de Robin Book, Sl. Traducción Pedro Crespo. Bogotá D.C.

matemática para expresar por medio de su sistema de símbolos, abstracciones, generalizaciones y realizar demostraciones, también resolver problemas usando ecuaciones y funciones, y explicar comportamientos generales (familias de ecuaciones, de funciones). Enseñar funciones requiere del apoyo del Álgebra y por ello es fundamental proponer actividades de clase que, posibiliten la inmersión y el uso de otras matemáticas (números, relaciones entre ellos, conversiones, transformaciones, representaciones). Los estudios y propuestas sobre la enseñanza de las funciones encuentran posibilidades, opciones de recursos, como marcos de referencia y enfoques diversos; la presente propuesta de innovación didáctica, asume y propone su enseñanza desde sus diferentes representaciones, conversiones y tratamientos, mediante el uso de recursos TIC y algunas tecnologías computacionales, y el trabajo colaborativo para la construcción de discurso matemático, en el desarrollo de las actividades propuestas, el desarrollo de los talleres, y la preparación de evaluaciones. Los beneficiados: los estudiantes de pregrado de Fundamentos de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables de la Universidad Libre, Seccional Cali, los docentes, la universidad, la educación.

1.3.1. Antecedentes curriculares

Los lineamientos curriculares en Colombia son documentos de estudio⁶² sobre áreas de enseñanza en educación básica y media como las Matemáticas, las Ciencias Naturales, el Lenguaje, las Ciencias Sociales. Comprenden orientaciones y criterios sobre currículos como planes de formación, la función de cada una de las áreas de estudio y sobre nuevos enfoques para comprenderlas y enseñarlas. En el área de Matemáticas⁶³ se presentó como un documento con el sentido de hipótesis de trabajo y como tal, como una producción con ajustes, nuevas miradas y enfoques, según las necesidades curriculares y pedagógicas que se demanden fruto de problemáticas y demandas socioeducativas, con el propósito de posibilitar en los docentes de educación básica y media, reflexiones y nuevas prácticas.

⁶² Ver: <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89869.html>. Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998

⁶³ Lineamientos curriculares de Matemáticas Ministerio de Educación Nacional Santa fe de Bogotá D. C., Colombia junio de 1998. Reproducción autorizada por el MEN al Grupo de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, Cali, Colombia, diciembre de 1998

Un año después se presentó como complemento del documento de los Lineamientos Curriculares, un nuevo documento curricular sobre Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas”⁶⁴, en el cual se reconocen los avances de la ciencia cognitiva y la enorme posibilidad de potenciar comprensiones en el trabajo del aula y fuera de ella, aprovechando los avances crecientes de la tecnología y la informática. Fue un salto importante, un avance en conceptos y teorías sobre el papel de las tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje; se presentan artículos de investigación sobre los sistemas de representación⁶⁵ y el nuevo realismo de las Matemáticas, y los avances de la Didáctica de las Matemáticas y su aporte de marcos de referencia para el diseño de estrategias y diseños de actividades en el aula con el uso de estos recursos⁶⁶.

Desde lo curricular, se introduce el pensamiento variacional⁶⁷ y sistemas algebraicos y analíticos, “como uno de los logros para alcanzar en la educación básica para superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual que involucre conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas”⁶⁸.

Desde el grado 8vo se plantean objetivos sobre reconocimiento y manipulación de expresiones en las cuales se presentan variables y con ejemplos y situaciones de fórmulas

⁶⁴ Del Grupo de Investigación Pedagógica del Ministerio de Educación Nacional, en el marco del Proyecto “Apoyo al Programa de Enseñanza de Lenguas Extranjeras y de Matemáticas para la Educación Secundaria y Media Oficial de Colombia”, desarrollado en cooperación de la OEA: “Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas”, Serie Lineamientos Curriculares, Apoyo a los Lineamientos Curriculares, Ministerio de Educación Nacional, Santa Fe de Bogotá D. C., febrero de 1999

⁶⁵ Ver: Moreno, L., Santos T., L. (2001) “De la herramienta al instrumento: una perspectiva informática”. <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/2/06Moreno.pdf>

⁶⁶ Marín, A., Lupiáñez, J. (2000) NCTM, Principios y estándares para la educación matemática: una visión de las matemáticas escolares. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. Servicio de publicaciones de la S.A.E.M. Thales. <https://core.ac.uk/download/pdf/12342118.pdf>

⁶⁷ No es saberse la definición de función, pues se mira de modo estático. Tampoco, aprenderse las fórmulas de Geometría o leyes matemáticas de las Física. Sí lo es, describirse aproximadamente como una manera de pensar en forma dinámica y mental los sistemas de relacionar sus variables (internas) de tal manera que covaríen de acuerdo con patrones entre las cantidades o magnitudes en procesos de la realidad.

⁶⁸ Lineamiento Curricular, ya citado, página 72.

de Física y de Química se plantean ejercitaciones. En Noveno grado, se comienza a estudiar la representación gráfica de las funciones y se estudian funciones polinómicas de primero y segundo grado, como también el estudio de las funciones exponenciales y logarítmicas⁶⁹(con ejemplos cotidianos de situaciones de crecimiento), incluyendo el estudio gráfico de una función, además de las funciones mencionadas. Por variados factores (modo de enseñanza, desinterés de los alumnos), se pierde todo este trabajo escolar de la secundaria, si se tiene en cuenta que cuando los estudiantes que ingresan a primer semestre, aducen no haber estudiado estos temas en su colegio. Otros alumnos de mayor edad, señalan como causa, el olvido debido a los años que llevan fuera del sistema escolar.

Ubicados en décimo grado, recordemos las funciones trigonométricas, la Geometría Analítica con la cónica y en undécimo llega el refuerzo de funciones, estudio de tipos de funciones, el álgebra de funciones y diversas transformaciones para poder presentar el estudio del Cálculo Diferencial e Integral (límites, derivadas, integrales).

Por el impulso pedagógico de los lineamientos curriculares, se trabajan con estándares (pensamiento espacial y variacional⁷⁰) y procesos (entre ellos, la resolución de problemas, el razonamiento lógico, la comunicación de ideas, conexiones matemáticas internas y externas⁷¹, con énfasis en la interpretación del lenguaje de las funciones⁷² En las evaluaciones diagnósticas son comunes las respuestas alusivas a que no se hicieron estudios de Cálculo en su secundaria por diversas circunstancias institucionales. En conclusión, en la educación secundaria está curricularizado el estudio de las funciones, pero la formación esperada no se logra en muchos de los estudiantes.

En el grado undécimo con el estudio del Cálculo, en el cual se estudia la variación y del cambio, la función como objeto fundamental, se presenta desde los capítulos 1 o 2

⁶⁹ Lozano Álvarez y otros (2004), Sigma Matemáticas 9, Educación Básica Secundaria, Vicens Vives Edición colombiana, impreso en España

⁷⁰ Presentan: Las funciones como modelos matemáticos para resolver problemas internos y de la vida real; además el estudio del comportamiento de las funciones desde sus expresiones algebraicas.

⁷¹ Se refieren a matemáticas internas o de transformaciones de las representaciones de los objetos matemáticos y los tratamientos cuando, por ejemplo, se resuelven ecuaciones; la externa, al campo de las aplicaciones.

⁷² El texto mencionado de Espiral 11 de Editorial Norma, incluye actividades preparatorias de álgebra para el tratamiento de las funciones.

dependiendo del enfoque de la propuesta, de modo que se inician los textos⁷³ con actividades de exploración para el acercamiento al concepto de función, actividades preparatorias o de conocimientos previos, los estándares variacional y de pensamiento espacial y procesos de resolución de problemas, razonamiento lógico, comunicación de ideas matemáticas, conexiones. En el proceso de comunicación, el relacionar imágenes y diagramas con el comportamiento de las funciones y el uso adecuado de la notación matemática como medio para compartir ideas sobre las mismas. En conexiones matemáticas, el papel del álgebra básica (factorizaciones, simplificaciones), operaciones básicas incluidos los logaritmos, el lenguaje de las funciones y el papel de los datos en situaciones de la vida real. La pregunta: ¿por qué se pierde o se olvida todos estos temas?, o tal vez, ¿no se estudiaron de la manera adecuada?

Los textos escolares a nivel universitario en Matemáticas incluidos los que señalan enfoques hacia economía y administración, presentan de modo fundamental, el estudio de las funciones, haciendo énfasis en sus aplicaciones, la representación en forma de gráficas para entender lo que modelan, las utilerías de graficación y ejercitación, el uso cuidadoso de software con tutoriales, para resolver ejercicios y problemas. Por lo anterior los textos escolares de referencia⁷⁴, se consideran en la presente propuesta didáctica, fundamentales por su apoyo en el marco teórico (el papel de las diferentes representaciones y lo que permiten, como el diseño de talleres con propuestas y casos de actividades de descubrimiento, discusión y redacción de informes y conclusiones sobre los resultados de las actividades.

Los antecedentes tanto educativos, didácticos como curriculares, como situaciones de educación matemática (marco de problemas y ámbitos que ella implica)⁷⁵, demandan acciones educativas, la necesidad de nuevas propuestas, análisis de orden estatal, decisiones

⁷³ Ver Rebolledo, Raquel y otros, (2016), Espiral 11, Grupo Editorial Norma, Bogotá, Colombia. Impreso en Imprelibros S. A. Colombia.

⁷⁴ Por ejemplo, Stewart, James, I. Redlin, S. Watson. (2012) Precálculo (Matemáticas para el Cálculo), 6^a Ed. Thomson Haeussler Ernest F. (2015), Pearson Educación, 13^a edición, Tan, Soo Tang (2008). Matemáticas para la Administración y Economía. Editorial Thomson Internacional, impreso en Colombia, 3^a edición.

⁷⁵ Rico, L., Sierra, M. (1999). Didáctica de la Matemática e investigación, Luis Rico, Universidad de Granada, Modesto Sierra Universidad de Salamanca. <http://funes.uniandes.edu.co/510/1/RicoL00-138.PDF>

docentes e institucionales, como también mayor compromiso de los estudiantes. La presente propuesta de innovación didáctica atiende la enseñanza y el aprendizaje de las funciones elementales en los estudiantes de primer semestre de ciencias económicas y empresariales, desde enfoques representacionales y comunicacionales y el uso efectivo de los recursos TIC y los instrumentos tecnológicos como útiles matemáticos.

1.3.2. Portales educativos en Latinoamérica

Los portales Educativos en Latinoamérica son un reflejo de las preocupaciones de algunos países y de sus sistemas educativos liderados por los Ministerios de las TIC o similares, de apostarles a las TIC, a la formación docente, al trabajo colaborativo, a las experiencias educativas y su divulgación, en fin, a abrir las puertas al nuevo milenio y todas sus posibilidades. Vale la pena acceder a ellos, aprender de experiencias de profesores y grupos de investigación y acercarnos pedagógica y tecnológicamente a los esfuerzos de educadores nacionales y de la región, por mejorar sus prácticas y mejorar resultados.

El Portal “Colombia Aprende”⁷⁶ nació en 2004 y es parte del proyecto de Nuevas Tecnologías del Ministerio de Educación Nacional, lidera la Red Latinoamericana de Portales Educativos (RELPE) y la UNESCO lo considera como uno de los tres mejores en América Latina y el Caribe. A él tienen acceso todos los niveles de educación, comporta orientaciones a estudiantes de secundaria y los mismos universitarios sobre carreras, créditos y preparación para pruebas de Estado, Además aporta herramientas de estudio y de investigación como también información sobre contenidos para tareas. Su objetivo, convocar al sistema educativo (instituciones, directivos, profesores, padres de familia, estudiantes) a hacer parte de la sociedad del conocimiento y como compromiso y apoyo a la eficiencia y progreso de la educación del país. Algunos países en foro reciente en abril de

⁷⁶ <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ca/inicio>: Hacia la excelencia educativa: Revisión tanto del proceso como los resultados para acordar acciones conjuntas para alcanzar Excelencia Educativa (se planteó al 2015). Se ha trabajado hasta el momento actual en el desarrollo de estrategias pedagógicas propias y las sugeridas por el Ministerio de Educación Nacional como también el promover la lectura

2017 precisaron sus avances y experiencias. Algunos portales en Latinoamérica y que participaron del evento: “Cerrar Brechas” de Perú⁷⁷, portal “Educar Chile”⁷⁸, “Plan Ceibal” de Uruguay⁷⁹, “Plan Nacional Integral de Educación Digital”, de Argentina⁸⁰.

Todos los portales tienen como propósito, señalar que estamos en un mundo social-digital de rápida evolución, en el cual nativos digitales (nacidos después del boom de Google) y los migrantes digitales (quienes vinimos al mundo antes de la era digital), debemos buscar los medios para aprender a aprender en la red. Los portales, adscritos a ministerios de educación y empresas privadas, presentan y ofrecen un amplio portafolio de metodologías, propuestas docentes, nuevos proyectos, creando redes de educadores y orientando planes. Son espacios para orientar transformaciones en la educación.

1.3.3. Consejo Nacional de Profesores NCTM: Estados Unidos

Importante antecedente si se tiene en cuenta su uso y consulta en diferentes países latinoamericanos y también europeos. Sus principios de equidad, enseñanza, evaluación, tecnología entre otros. En Estados Unidos el NCTM⁸¹, Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas⁸², organización profesional comprometida con la enseñanza y el aprendizaje

⁷⁷ Según el Ministerio de Educación del Perú, le apuestan al cierre de brechas con meta al 31 de diciembre de 2017 para la población en general y estrategias como el Programa PARATIC, para docentes con meta de cierre total de brechas en 2021. Su portal Perú Educa, está en reinversión.

⁷⁸ Le apuesta al desarrollo de metodologías innovadoras con la creación del portal Educar Chile en 2001, en una alianza público-privada. Su enfoque en competencias más que en contenidos, la comunicación con otras culturas e idiomas, educación abordando los desafíos medioambientales, de la economía y finanzas, salud y autocuidado, manejo responsable de la tecnología y aprendizaje durante toda la vida y en diferentes formas (presencial, virtual, formal e informal). El compromiso de los docentes, desarrollar metodologías innovadoras.

⁷⁹ Su foco: la innovación en el uso de tecnologías y con el Plan Ceibal le apuestan a la conectividad, la formación de estudiantes con habilidades y competencias (pensamiento crítico y resolución de problemas, ciudadanía global, creatividad e imaginación, colaboración, carácter y comunicación) en el nuevo milenio. Los contenidos digitales creativos (adaptativos, personalizados, colaborativos) y no simples copias digitales de libros. El uso de pedagogía compromete pedagogías efectivas, liderazgo en el cambio y la tecnología para acelerar el aprendizaje

⁸⁰ Su prioridad: promover la alfabetización digital en el país. Las escuelas del futuro deben tener tecnología emergente e innovación pedagógica. Resolver problemas crear oportunidades y cambiar el mundo; trabajo en proyectos aprendizaje en red, con alumnos dispuestos a enfrentar retos.

⁸¹ <https://www.nctm.org/standards/> <http://www.nctm.org/uploadedFiles/About/MathEdInUS2012.pdf>

⁸² Autor de la comunicación: Antonio Marín del Moral, Servicio de Publicaciones de la S.A.E.M Thales, Institución: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. En el prólogo al libro que se ha traducido, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) se presenta como “una organización profesional

de las Matemáticas, fundada en 1920, publica principios y estándares para la educación primaria y secundaria. En 1989 los principios se enfocaron en el aprendizaje, el razonamiento y aplicaciones de problemas, las representaciones matemáticas, el discurso matemático significativo, la elaboración de buenas preguntas, la necesidad de comprensión conceptual, la producción tanto individual como colectiva de sus estudiantes, y la evaluación desde evidencias.

Es una institución líder en educación matemática y en currículos, orientando desde sus principios curriculares, compromisos, declaraciones, nuevas publicaciones, reflexiones, en torno a una verdadera Educación Matemática. Para el 2000 y publicado en 2003 se hizo énfasis en principios curriculares de igualdad, cuyo propósito es la búsqueda de expectativas altas para todos los estudiantes, principios de currículo, con el propósito de la selección de matemáticas importantes, principios de enseñanza, orientados por el contacto con los estudiantes, preguntando sobre lo que saben los estudiantes, lo que necesitan y proponiendo retos de producir, principios de evaluación, la cual debe estar enfocada en el aprendizaje útil y que sirvan de evidencias tanto a los profesores como a los estudiantes para la toma de decisiones. Principios de **Tecnología**, como recurso esencial en la enseñanza y el aprendizaje, mostrando la necesidad de su uso didáctico para influir en lo enseñado y como utilitaria para reforzar el aprendizaje de las Matemáticas. Se resaltan en las declaraciones, los énfasis y principios en el ámbito de las representaciones matemáticas y el papel de la tecnología en enseñanza y aprendizaje.

1.3.4. Proyecto de incorporación de tecnologías y calculadoras algebraicas en Colombia⁸³

internacional comprometida con la excelencia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para todos los estudiantes”. Organización fundada en 1920, tiene más de 100.000 miembros y su página web es <http://www.nctm.org> que merece visitarse. Publica cuatro revistas de educación matemática: *Teaching Children Mathematics*, *Mathematics Teaching in the Middle School*, *Mathematics Teacher*, *Journal for Research in Mathematics Education* un boletín mensual *NCTM News Bulletin* y tiene editados más de 200 libros, videos y otros materiales

⁸³ http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-92732_archivo.pdf

Este proyecto fue liderado por el Ministerio de Educación Nacional, posibilitó la participación, el compromiso y la vinculación de docentes y estudiantes de educación secundaria y media, de profesores investigadores y de grupos de investigación de Universidades públicas colombianas, de secretarías de educación municipales y departamentales, y de Consejos Directivos de colegios. El compromiso central, fue el de contribuir desde la incorporación de Nuevas Tecnologías Computacionales al Currículo de Matemáticas a la cualificación de la Educación Pública Colombiana⁸⁴.

El Proyecto reflejó el compromiso del Ministerio de Educación Nacional⁸⁵, en la claridad de sus objetivos, los ejes, los componentes, las líneas de acción y la estructura administrativa, y generó una respuesta participativa y constructiva a esta convocatoria del Ministerio de Educación de mejorar la Educación Matemática en el país, en desarrollo de las políticas propuestas por la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994) y el interés de un amplio grupo de educadores matemáticos. Como se adelantó en la presente propuesta de innovación didáctica, parte de ese proceso fueron los Lineamientos Curriculares del Área de Matemáticas en los cuales se planteó la necesidad de profundizar sobre el papel de las Nuevas Tecnologías y su incorporación en el Currículo de Matemáticas, y que se generaron paralelamente, como apoyo a los lineamientos curriculares el documento, es decir, las “Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas”⁸⁶. El Proyecto contó con el apoyo de la OEA, la participación de expertos colombianos, de Gran Bretaña, de México y de Chile, Facultades de Educación e Instituciones de Educación Básica y Media, hizo un recorrido de reconocimiento de las experiencias en Colombia.

La realidad actual, no revela que el proyecto se haya mantenido y fortalecido; poco existe del proyecto inicial. Los resultados, publicaciones y proyectos⁸⁷ en uso de tecnologías, derivados del proyecto inicial, sí constituyeron un gran referente teórico para investigaciones y como antecedentes de propuestas docentes en el uso e incorporación de

⁸⁴ <http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/article-89944.html>

⁸⁵ Informe, memorias; https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-81040_archivo.pdf

⁸⁶ “Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas, Apoyo a los Lineamientos Curriculares”, (1999). Santa Fe de Bogotá, febrero de 1999, Ministerio de Educación Nacional, apoyo de la Organización de Estados Americanos. Consultores: Dra. Grecia Gálvez, Dr. Carlos Eduardo Vasco; Dr. Luis Moreno Armella, Dr. Adrián Oldknow. Punto EXE Editores, Bogotá

⁸⁷ Foley, G. y otros (2000): Ver <https://core.ac.uk/download/pdf/12341263.pdf>

tecnologías. Hay grupos de docentes trabajando en proyectos similares desde el marco teórico del proyecto inicial⁸⁸, que permiten augurar que la semilla sembrada, generó frutos.

Sí preocupa, el que pronto, el compromiso de las instituciones líderes en el proyecto inicial y de los docentes se fuera diluyendo. Las aulas con calculadoras algebraicas se cerraron, se presentaron problemas de mantenimiento de las calculadoras y también problemas de formación docente en el uso de estas tecnologías. Por otro lado, la aparición de nuevas tecnologías y software en Matemáticas, también orientaron otras propuestas: El caso de Geogebra como un asistente matemático en el aula⁸⁹ y otros, como Derive, apoyan la presente propuesta de innovación didáctica.

1.3.5. Antecedentes de investigación: Propuestas de intervención en el aula

Las propuestas de aula con componente didáctico sobre la enseñanza de funciones elaboradas por docentes para sus clases y por docentes autores de textos habían estado limitadas a la automatización de la clase, enfoques mecanicistas, con guías de ejercicios similares, con orientaciones hacia el trabajo de lápiz y papel como claves para la comprensión de definiciones y formulaciones; en los textos, con orientaciones enfocadas al docente, sin considerar al estudiante.

En las dos últimas décadas el panorama ha cambiado: Muy buena presentación de los textos escolares, con prefacios con precisas orientaciones al estudiante, explicaciones de los cambios en las nuevas ediciones⁹⁰, las características, enfoques sobre el estudio de ciertos contenidos o la incorporación de nuevos enfoques (por ejemplo, de modelado), recomendaciones metodológicas, el uso y la incorporación de calculadoras graficadoras, de software específicos, etc.

⁸⁸ MATE TICS: <https://matetics-unknown.blogspot.com/2013/06/la-calculadora-en-el-aula.html?showComment=1538346372846#c5620138155336019843>

⁸⁹ <http://funes.uniandes.edu.co/2187/1/ruizavilavillaochoa.pdf>

⁹⁰ El Álgebra de Baldor, que algunos docentes y padres tradicionalistas proponen como un clásico y actual texto, tiene la misma impresión con la cual fue editado al inicio de la década de los 40's del siglo pasado.

Los artículos fruto de procesos investigativos sobre el papel de los ambientes computacionales en el aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas son muy comunes y densos desde hace más de 10 años, con muchos estudios donde se asumen las ventajas de las tecnologías. Otros estudios muestran la poca confianza de los estudiantes de secundaria en sus ventajas. Entre ellos tenemos proyectos sobre el papel de las innovaciones tecnológicas en la enseñanza de las Matemáticas con uso de calculadoras⁹¹, por la cual los estudiantes comienzan a reconocer la utilidad de dichas tecnologías en los procesos de aprendizaje.

En Estados Unidos existen trabajos similares de los profesores Bert Waits y Franklyn Demana⁹² sobre el papel de los computadores para el aprendizaje del Álgebra Simbólica, donde proponen la necesidad de incorporar cuanto antes la tecnología computacional, reconocen la obsolescencia de algunas temáticas de las Matemáticas por el uso de calculadoras científicas, la necesidad por lo tanto de nuevas propuestas curriculares, nuevas prácticas en el aula y nuevo papel de los estudiantes, formación docente en Didáctica y nuevos textos o guías de Matemáticas. Luis Rico (España) y Evelio Bedoya (Colombia) proponen un taller de calculadoras gráficas para la enseñanza de las Matemáticas, reconociendo que la extensión en todo el sentido de las modernas tecnologías de la información y la comunicación no puede ser ajena a la educación y en particular a la enseñanza de las Matemáticas. Rico y Bedoya⁹³ exponen que la complejidad conceptual y didáctica de las funciones, y de otros temas de Matemáticas requiere de apoyos didácticos los cuales se posibilitan y evidencian desde el uso de calculadoras algebraicas, en las cuales potencian sus posibilidades de nuevas visualizaciones no posibles con el manejo de lápiz y papel tradicional. Fernando Hitt del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav de México presenta trabajos⁹⁴ investigativos sobre modelación matemática con el apoyo de calculadores algebraicos, particularmente en el ámbito estadístico y en el Álgebra. En sus

⁹¹ “Innovaciones tecnológicas en la enseñanza de la Matemática (Laboratorios con calculadora Texas Instruments TI-92 y calculador Based Laboratory CBL”, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Anabelle Castro MSc, profesor investigador.

⁹² Profesores Eméritos de Matemáticas de la Universidad del Estado de Ohio, USA

⁹³ “Investigación en el aula de Matemáticas. Los Recursos”, documento de la Universidad de Granada España, del Departamento de Didáctica de la Matemática.

⁹⁴ Ver: <http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n73/0120-3916-rcde-73-00153.pdf> : “Aprendizaje de la Modelación matemática en un medio sociocultural”: Hitt, F., y Quiroz, S., (2017); (73), 153-177. Bogotá, Colombia.

trabajos y referencias hace un recorrido por visualización, representación⁹⁵, los cambios teórico-metodológico hacia marcos socio constructivista, llegando al constructivismo social que comienza a tener en cuenta las interacciones sociales en la construcción del conocimiento. Esta nueva visión llevó a investigaciones sobre modelación matemática como una estrategia didáctica en las cuales se plantea a los estudiantes una situación problema enmarcada en aspectos de la vida cotidiana. En otros trabajos de investigación⁹⁶, se hace énfasis en la necesidad de desarrollar habilidades en los estudiantes, teniendo en cuenta la resistencia de muchos estudiantes de distintos niveles educativos al uso de diferentes representaciones para construir conocimiento matemático. Esta resistencia también se da en los docentes, quienes consideran más sencillo transitar por un tipo de representación y se escoge, la más cómoda (en su manipulación), abandonando posibilidades de mayor comprensión⁹⁷. Lo anterior sólo para citar algunos trabajos donde el común denominador es reconocer la potencia y posibilidades de estas tecnologías computacionales. Es nuestra obligación el ser mesurados, observadores y vigilantes de ello y buscar preferencialmente la efectividad de ellas y no la simple innovación sin análisis. Se tomó por ello la decisión de trabajar sobre situaciones cotidianas para tener acercamientos a la modelación y a las diferentes representaciones de las funciones.

a) Reseña de los trabajos y estudios sobre las funciones

Muchos de los trabajos de investigación sobre la enseñanza de las funciones y las propuestas de aula, usan como marco teóricos⁹⁸, la Teoría de las Representaciones

⁹⁵ Visualización matemática (Zimewrmann-Cuningham, 1991), representación (Duval, 1993, 1995; Janvier 1987)

⁹⁶ <https://www.researchgate.net/publication/28075965/download>: “Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología”, Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2 (2003).

⁹⁷ Por ejemplo, con la función cuadrática, privilegian la forma general, sobre la estándar, la cual provee gracias a la manipulación y tratamiento algebraico a la visualización del vértice de la parábola, además de indicar la concavidad.

⁹⁸ Ospina, D. (2012) “Representaciones semióticas y el concepto de función lineal”. Universidad Autónoma de Manizales, Colombia. Tesis de Maestría. http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/245/1/Tesis_Las%20representaciones%20semi%C3%B3ticas%20en%20el%20aprendizaje%20del%20concepto%20de%20funci%C3%B3n%20lineal.pdf. Castro, M., otros (2017). “Registros de representación semiótica de la función exponencial” Entre ciencias. <http://www.redalyc.org/jatsRepo/4576/457651376007/html/index.html>

Semióticas de Raymond Duval⁹⁹, además de estudios sobre el desarrollo histórico de la teoría semiótica y el enfoque en enseñanza y aprendizaje ¹⁰⁰. Muchos trabajos se fundamentan sobre el aprendizaje significativo de Ausubel, otros sobre teorías didácticas como los campos conceptuales de Vergnaud¹⁰¹, otros le apuestan a la ayuda de las tecnologías para apoyar la enseñanza de los registros, la modelación y la simulación en algunos casos. Otros se han desarrollado sobre el papel de las herramientas informáticas (información, comunicación procesamiento de datos).

En general, se presentan estudios tanto de la función lineal como la cuadrática y en general sobre el estudio de las funciones, que tienen como marco teórico los registros de representación, atendiendo problemáticas como las de dificultades de aprendizaje, y con enfoques tanto exploratorios, como de experimentación¹⁰². Se presenta una selección, de los cuales hay estudios en el marco de maestrías en la enseñanza de las ciencias naturales por la importancia de las funciones desde su naturaleza: variación y modelación. Trabajos tanto para nivel de pregrado como de enseñanza secundaria, niveles en los cuales transita el concepto de función y sus representaciones. De modo general se presentan tanto la metodología, como las observaciones particulares que declaran los autores y que sirvieron de reflexiones y revisiones que permitieron orientar la presente propuesta de innovación didáctica.

Guzmán, Ismenia (1998): “Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes”. México, Distrito Federal. Revista

⁹⁹ Duval, Raymond (1999). “Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales”. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemáticas, Cali, Valle.

¹⁰⁰ Hernández-Moreno, Antonia & Cervantes, Jonathan & Sebastián Ordoñez Cuastumal, Joan & García González, María. (2017). “Teoría de registros de representaciones semiótica”. Universidad Autónoma de Guerrero, Unidad Académica de Matemáticas, Maestría en Ciencias: Área matemática educativa. https://www.researchgate.net/publication/315814323_TEORIA_DE_REGISTROS_DE_REPRESENTACIONES_SEMIOTICA

¹⁰¹ Vergnaud, G., (1990),” La teoría de los campos conceptuales”: 1 CNRS y Université René Descartes. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170, 1990. <http://www.ecosad.org/laboratorio-virtual/images/biblioteca-virtual/bibliografiacg/teoria-de-campos-conceptuales-vergnaud-1990.pdf>

¹⁰² Camargo, Á. (2013) “El papel de los registros de representación semiótica en la enseñanza y el aprendizaje del cálculo”. Ángela Patricia Camargo acamargo@ucu.edu.uy Universidad Católica del Uruguay. Actas del VII CIBEM ISSN 2301-0797, Uruguay.

Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 1, núm. 1, marzo 1998. Es un estudio de los diferentes registros (gráfico, algebraico, verbal). Estudio con enfoque cognitivo, desde los registros de representación semiótica de Raymond Duval y su incidencia en el aprendizaje de nociones matemáticas, en particular las funciones. El estudio se hizo con estudiantes de primer año de ingeniería usando como instrumentos de información, encuestas a los estudiantes usando preguntas abiertas y conceptuales. Se señaló que las respuestas las dieron en el mismo registro de cada pregunta, además de recurrir a los registros algebraicos privilegiados en las clases de educación secundaria, o por algunos profesores de pregrado en sus cursos iniciales.

Planchart, Orlando (2000)¹⁰³: “La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función”. Universidad de Morelos, México. Se proponen las representaciones del concepto, visualización, modelación y simulación con ayuda de tecnología, articulando los registros. Se trabajó el concepto de función, sus registros semióticos (ejemplos, lenguaje algebraico), su representación semiótica (por ejemplo, en diferentes escrituras, ya sea funcional, conjuntista), ejercitaciones para verificar avances. Trabajo con metodología cualitativa.

Guevara, C. (2011)¹⁰⁴. “Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación”. Medellín, Colombia, Universidad Nacional. Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias exactas y naturales. Enfoque de aprendizaje significativo y sistemas de representaciones para cursos de Precálculo. Desarrolla Módulos como guías de clase, cercanas a Unidades Didácticas) incorporando actividades de simulación y modelación. Utiliza y denomina herramientas informáticas y aplicativos. Universidad Nacional de Medellín, Magister en enseñanza de las

¹⁰³ Planchart, O. (2000). “La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función” Tesis de doctorado. Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Unidad de Matemática Educativa, México. <http://ponce.inter.edu/cai/tesis/oplanchart/inicio.pdf>

¹⁰⁴ Guevara, S. (2011) “Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación”. Universidad nacional de Colombia sede Medellín, Facultad de ciencias maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales. <http://bdigital.unal.edu.co/6821/1/201021674.2012.pdf>

ciencias exactas y naturales. Enfoque curricular con el uso de recursos y aplicaciones tecnológicas (Geogebra).

Oviedo, L. (2005)¹⁰⁵ " Las funciones...un obstáculo para nuestros alumnos", Investigación de tesis, en Reunión de Educación Matemática UMA. Estudio evaluativo y comparativo entre grupos de alumnos, para observar y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la función como sistemas dinámicos discretos. Se realizaron evaluaciones diagnósticas del estado de los estudiantes en el tema. Oviedo es docente de Matemáticas de la Facultad de Biología y Ciencias Biológicas, Estado de Morelos, México.

Betancur, Y (2013)¹⁰⁶. "Propuesta metodológica para la enseñanza del concepto de función desde la experimentación". Propuesta para educación media. Usa el concepto de diferentes sistemas de representación y la modelación del cambio y la variación de fenómenos. Experimental para precisar el uso de tecnologías.

Castro, C., Díaz, L (2012)¹⁰⁷. "Propuesta para la enseñanza del concepto de función para estudiantes de educación superior". Lo presenta como un planteamiento didáctico. Los referentes, epistemológicos y teóricos del concepto desde la teoría de campos conceptuales de G. Vergnaud (1999). Introduce para presentar los diferentes elementos del concepto, los cambios de representación. Presenta el tránsito del concepto de la secundaria a la universidad. Trabajo realizado en Universidad Sergio Arboleda, Grupo INVEDUSA. Marcos de referencia, el aprendizaje significativo de Ausubel, la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (1990), y de Robledo (2013), "Registros semióticos de representación y matemáticas universitarias"; tesis de Maestría.

¹⁰⁵ Oviedo, L. (2005). "Las Funciones... un Obstáculo para Nuestros Alumnos". Aula Universitaria. 1. 10.14409/au.v1i7.1020.

https://www.researchgate.net/publication/270520254_Las_Funciones_un_Obstaculo_para_Nuestros_Alumnos

¹⁰⁶ Betancur, Y (2013). "Propuesta metodológica para la enseñanza del concepto de función desde la experimentación", Tesis para optar el título de magíster en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Universidad nacional, sede Medellín. <http://bdigital.unal.edu.co/11628/1/1017129660.2014.pdf>

¹⁰⁷ Castro, C., Díaz, L. (2012) "Propuesta para la enseñanza del concepto de función para estudiantes de educación superior" http://funes.uniandes.edu.co/2571/1/Propuesta_de_ense%C3%B1anza_del_concepto_de_funci%C3%B3n_para_estudiantes_de_Educaci%C3%B3n_Superior.pdf

Roldán, E. (2013)¹⁰⁸ “El aprendizaje de la Función lineal para estudiantes de 8vo y 9no de Educación Básica”. Universidad Nacional, Bogotá. Tesis de Maestría. Se presenta como Propuesta didáctica (secuencia didáctica), con énfasis en análisis histórico, disciplinar y pedagógico. No incorpora tecnología. La propuesta de secuencia didáctica la desarrolla desde actividades de experimentación (situaciones reales), la elaboración de modelos matemáticos (desde los resultados) para explicar la situación, actividades específicas (talleres) para fortalecer actividades con el objeto de estudio. La evaluación de la propuesta, reconoce resultados positivos.

Gay, M., Tito, J., San Miguel, S. (2014).” Geogebra como facilitador del estudio de funciones de variable real”. Memorias Congreso Iberoamericano de ciencia, tecnología, innovación y educación, noviembre de 2014. Es una ingeniería didáctica, que incluye la modalidad de B-learning, aprovechando los aprendizajes previos de la escolaridad secundaria. Como objetivos: potenciar el pensamiento exploratorio, la indagación, la construcción de adecuado vocabulario¹⁰⁹, la toma de decisiones, fortalecer la argumentación y la construcción de modelos funcionales que modelen las actividades propuestas.

b) Reseñas de trabajos e investigaciones sobre la incorporación de las TIC¹¹⁰

Las demandas de la sociedad del conocimiento plantean a las universidades la necesidad de flexibilizarse y desarrollar planes de integración de las tecnologías de la información y las comunicaciones en los procesos de formación. La existencia de ofertas de cursos virtuales (on-line), cursos en Internet, y los mismos proyectos docentes con el uso de estos recursos, no suponen, que las universidades han cambiado. Las universidades deben

¹⁰⁸ Roldán, E.(2013) “El aprendizaje de la Función lineal para estudiantes de 8vo y 9no de Educación Básica” <http://www.bdigital.unal.edu.co/12943/1/1186875.2013.pdf>

¹⁰⁹ En la presente propuesta de innovación didáctica, el desarrollo de discurso matemático.

¹¹⁰ Salinas, J. (2004) “Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria” Revista Universidad y sociedad del conocimiento, Vol. 1, No 1/ noviembre de 2004 <http://www.redalyc.org/pdf/780/78011256006.pdf>

revisar sus referentes actuales y propiciar experiencias innovadoras que incorporen sus usos. Los retos son múltiples, pero se han ido clarificando: organización de la enseñanza, cambios y evolución de las TIC, cambios en el conocimiento (generación, gestión y distribución del mismo), cambios en los alumnos, las personas, las relaciones intrapersonales e interpersonales. Se demanda, formación docente¹¹¹, cambios de estrategias didácticas y fortalecimiento de los sistemas de distribución de comunicación y distribución de los materiales (plataformas, aplicaciones, recursos computacionales, entre otros).

Las TIC, demandan cambios en los paradigmas educativos actuales, e implican integrar los avances y usos de las TIC con enfoques pedagógicos y teorías de aprendizaje. Integrar las potencialidades semióticas de las tecnologías (“esos lenguajes verbal y escrito, lenguajes audiovisuales, gráficos y numéricos que nos maravillan”), en nuevos entornos de aprendizaje.

Potenciar las posibilidades de comunicación, de intercambio, de acceso y procesamiento de la información que ofrecen las TIC¹¹²: Las TIC según Coll, sirven como instrumentos mediadores entre los alumnos y los contenidos, como mediadores de las relaciones entre profesores y contenidos, como mediadores de las relaciones entre los alumnos, como mediadores de las actividades conjuntas (consultas, intercambios) desplegadas por profesores y alumnos en la realización de tareas o actividades propuestas, también como instrumentos configuradores de espacios de aprendizaje entre estudiantes¹¹³.

La presente propuesta de innovación didáctica se interesa por trabajos y propuestas, cuyos propósitos se orientan en el uso o incorporación de las TIC y el uso de instrumentos tecnológicos, para apoyar la adquisición o construcción de conocimientos sobre las funciones elementales. Complementariamente que posibiliten el entendimiento de sus

¹¹¹ Díaz B. “La innovación en la enseñanza soportada en TIC. Una mirada al futuro desde las condiciones actuales”. Frida Díaz Barriga Arceo Universidad Nacional Autónoma de México. <file:///C:/Users/DocAdm/cali/Downloads/Barriga.pdf>

¹¹² Coll, C. (2013) “Las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje” <http://educacionytecnologia-grupo1-unsam.blogspot.com/2013/05/cesar-coll-las-tic-en-el-proceso.html>

¹¹³ Coll, C. (2008) “Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades”. <https://www.educ.ar/recursos/70819/aprender-y-ensenar-con-las-tic-expectativas-realidad-y-potencialidades>

conexiones con otros conceptos, cuando se deben realizar manipulaciones con las representaciones de las funciones. Que incorporen el uso de software que posibilite representaciones de las funciones, su conversión y tratamiento y que integre marcos de referencia que consideren pedagogías que le apuesten a contribuir al desarrollo personal, al uso ético y adecuado de la información en un contexto efectivo de sociedad del conocimiento. Algunos trabajos se relacionan a continuación.

Garijo, L. (2014)¹¹⁴. “Enseñanza de las funciones y gráficas basado en el uso de Geogebra”. Es un trabajo para la enseñanza en 1º de bachillerato en España. Plantea las problemáticas inherentes al aprendizaje de las funciones, las concepciones de los docentes y finalmente una propuesta de enseñanza usando situaciones de la vida cotidiana, que los alumnos se espera, representen la información usando la aplicación de Geogebra. En el medio colombiano, el contenido de funciones comienza a presentarse sólo en 8º grado de educación secundaria; en 7º, solo relaciones de proporcionalidad para relacionar cantidades.

Gros, S. B. (2000) “El ordenador invisible: Hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza”. Gedisa Editorial. España. La utilización de las tecnologías en el ámbito educativo, con el problema de su uso poco efectivo. De la intrusión¹¹⁵ a la poca trascendencia en aprendizaje.

Alonso., J. (2000) “Enseñanza de las funciones”¹¹⁶. Es una unidad didáctica que recorre los contenidos básicos sobre las funciones, con énfasis en las posibilidades gráficas y la visualización de propiedades, con el uso de calculadoras gráficas.

Alfonzo, Z. (2012) “Didáctica de las funciones lineales asistida con computadora”. Es una propuesta que se concreta en una secuencia didáctica sobre conceptos y posibilidades

¹¹⁴ Garijo, L. (2014). “Enseñanza de las funciones y gráficas basado en el uso de Geogebra”. Universidad Internacional de la Rioja. Trabajo de Máster. <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2432/garijo.alonso.pdf?sequence=1>

¹¹⁵ Palabra incorporada para referirse a la forma sutil, como algunos autores consideran, se fueron introduciendo los computadores (ordenadores) en nuestras vidas y en la escuela.

¹¹⁶ Alonso., J. (2000) “Enseñanza de las funciones”. José Luis Alonso Borrego. Ministerio de Educación, Cultura y Deportes. Año 2000. España. <https://www.monografias.com/trabajos17/computacion-matematicas/computacion-matematicas2.shtml#funcion>

gráficas para su comprensión, con referentes en los principios y estándares del NCTM (2000) con énfasis en el principio 6 sobre tecnología (esencial para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas). El énfasis, en las posibilidades con las calculadoras gráficas y las computadoras tanto para la graficación como para la economía de cálculos, de modo que se gane en contenidos matemáticos (NCTM-2008). Sugiere el estudio de contenidos y la necesidad de formación docente en el uso de dichos recursos y la disponibilidad de ellos por la institución educativa.

1.3.6. Antecedentes de programas especiales en diferentes países

Los textos universitarios con énfasis en ciencias económicas y administrativas, son editados en Estados Unidos o México con algunas excepciones en Europa, por ejemplo, Matemáticas para el análisis económico, (2012) de Sydsaeter y otros, de la Universidad de Oslo, impreso en España. Por lo general los textos editados por Pearson Educación, Prentice Hall, Thomson y otros, su mercado es Latinoamérica. En todos se presenta de modo formal el estudio de las funciones, tipos de funciones, sus gráficas y aplicaciones. Gran dedicación al uso de tecnología, tanto calculadoras como software específico.

En el plan de curso de Fundamentos de Matemáticas¹¹⁷ que orienta el curso, se presenta una bibliografía comentada de estas publicaciones y, el interés particular en el estudio de las funciones para modelar y explicar situaciones de la vida real. No hay cursos de Fundamentos de Matemáticas, sin el estudio de las funciones. Algunos textos:

Haeussler Ernest F. (2015), Pearson Educación, 13ª edición. México. Tan, Soo Tang (2008). Matemáticas para la Administración y Economía. Editorial Thomson Internacional, impreso en México, 3ª edición. Arya, Jagdish C. y Lardner, Robin W. (2009) Matemáticas Aplicadas a la Administración y Economía, 5ª edición. Sydsaeter, Knut Hammond, Peter, Carvajal, Andrés J. (2012). Matemáticas para el análisis Económico, Madrid. Pearson Educación. Waner, Stefan y Castenoble, Steven. (2002). Cálculo Aplicado, Thomson-Learning, Hofstra University. Purcell, Varberg, Rigdon, (2007), 9ª edición. Pearson, Prentice Hall. Es uno de los textos de apoyo de la plataforma

¹¹⁷ Presentado en <https://es.calameo.com/read/00021634254138e4387ce>, calameo.com

www.mymathlab.com/espanol/ para el curso de Cálculo. Thomas Jr. G. (2010) Cálculo una variable, Pearson México, 12ª Edición. Stewart, James, I. Redlin, S. Watson. (2012) Precálculo (Matemáticas para el Cálculo), 6ª Ed. Thomson. Charles D. Miller, Vern E. Heeren, John Hornsby (2014) Matemáticas: Razonamiento y aplicaciones. 12ª edición. (2014). Pearson Educación.

1.4. JUSTIFICACIÓN

Sobre las creencias de los estudiantes de secundaria acerca de las Matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y la influencia que pueda y puede tener la tecnología, Leung (2006)¹¹⁸ anuncia, cómo la incorporación de las TIC en las Matemáticas, constituye uno de los temas más importantes en la educación matemática actual y por lo tanto, la necesidad de análisis y discusión. Desde los años 90's en los textos escolares ya se había comenzado a realizar propuestas sobre la incorporación de software (el caso de Derive). Si bien las tecnologías despiertan en los estudiantes motivación importante, no hay la creencia amplia de su efectividad en el aprendizaje específico, aunado a la concepción de dificultad de aprendizaje de las Matemáticas. En secundaria (Córdoba, 2014), muestra en su estudio con 950 estudiantes de instituciones públicas de Medellín, Colombia, que la influencia en el aprendizaje de las Matemáticas por Internet, es: demasiado, 14.1%; mucho, 25.2%, poco, 33.6%, nada, 22.7%. En cuanto a búsqueda de explicaciones consultada por los estudiantes, el resultado es: Con el profesor, 50.8%; con Internet, 5.9%; con el compañero de clase, 33.9%; con un familiar, 5.9%; en libros de texto, 0.6%. No hay confianza en el profesor¹¹⁹, y mucho menos en compañeros de clase, en los familiares, en los libros de texto y llama la atención que tampoco en Internet (5.9%). El estudio muestra que existen creencias negativas acerca de la contribución de las TIC en el aprendizaje de las Matemáticas. Realizado un análisis cuantitativo mediante medias, de la relación entre TIC y el aprendizaje matemático, el ítem 7, sobre “el uso de computadores e internet, me ayuda a

¹¹⁸ Córdoba, G. (2014) “Las TIC en el aprendizaje de las Matemáticas: ¿Qué creen los estudiantes?”, Córdoba Gómez, Instituto Tecnológico Metropolitano, Congreso Iberoamericano de Ciencia Tecnología y Educación. <file:///C:/Users/DocAdm.cali/Downloads/1571.pdf>

¹¹⁹ [file:///C:/Users/Ruben%20Lozano/Downloads/1571%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Ruben%20Lozano/Downloads/1571%20(1).pdf) Sus resultados, página 7: Tabla 7: Confianza en el profesor, 50.8%; confianza en Internet, 5.9%; en los compañeros de clase, 33.9%; confianza en familiares, 5.9% y en libros de texto, 0.6%.

aprender mejor matemáticas”, la media es, 2.73; el ítem 6, “aprendo más fácil matemáticas, usando el computador que estudiando en los libros”, da una media de 2.61. El ítem, 3, “mi profesor domina muy bien las herramientas tecnológicas”, la media es de 3.13. Este ítem según Córdoba, revela que los estudiantes no tienen claro, o no están seguros, que su profesor domine las TIC, lo cual, puede generar en ellos creencias de inutilidad o poca importancia de las TIC.

Los estudiantes en la universidad, motivados por nuevas expectativas, además del proceso de inducción, logran cambiar poco a poco, con el apoyo de los docentes, la percepción sobre el uso de Internet y otros recursos, pero sin que inicialmente sea una confianza absoluta en lo consultado, teniendo en cuenta la cultura de copiar y pegar tan arraigada. En general, sólo buscan la información sin verificación de la fuente. La propuesta de innovación didáctica, busca generar cambio positivo en la percepción sobre el uso de las TIC y las tecnologías computacionales, mediante la inducción, los repasos previos de Matemáticas y el uso de calculadoras, el censo docente que incluye el concepto de herramientas TIC y las encuestas sobre lectura digital.

Por prácticas de educación magistral en secundaria, poca interacción docente estudiante y el poco interés en profundizar, los estudiantes esperan del profesor universitario, que explique en detalle cada uno de los temas ante la percepción de que el docente universitario es una persona que sabe la materia y, por lo tanto, responsable de dar buenas explicaciones y disponibilidad a las consultas. Estas creencias y percepciones se deben comenzar a superar a partir de propuestas sobre autonomía, aprender a aprender, uso de recursos digitales y similares, como también el trabajo en equipo. Existen deudas en formación de la educación secundaria, como el trabajo en equipo, la lectura y escritura, fundamentación en metódica de las matemáticas (su naturaleza, cómo se aprende).

El proceso formativo de la propuesta de innovación didáctica demanda ser enfocado en fortalecer y dinamizar otros tipos de relación docente-estudiante, en las clases, mediante las tutorías (acuerdo institucional¹²⁰), tratamiento de los objetos de estudio (las funciones

¹²⁰ Acuerdo 03-04: <http://www.unilibrecali.edu.co/index.php/en/la-universidad-1/normatividad>

elementales) desde su naturaleza (enfoque representacional), con actividades y aplicaciones (enfoque comunicacional, que propicie la consulta, el debate, la discusión y la redacción de informes), con el uso de recursos TIC e instrumentos electrónicos de modo responsable y con orientaciones didácticas, antes y durante el proceso. Así mismo, traducir y dinamizar la labor docente universitaria, hacia la generación de empatías, el proponer metodologías novedosas (generales y específicas del aprendizaje de las Matemáticas), propiciar liderazgo, visibilizar nuevos roles tanto docentes como de los estudiantes, propiciar la coproducción.

1.4.1. La enseñanza a nivel universitario

La enseñanza universitaria y el rol del docente universitario, demandan cambios. La enseñanza debe ser entendida y atendida como una práctica con pertinencia social y fundamentos científicos y didácticos. Requiere más investigaciones, redefiniciones, validaciones y nuevas miradas teóricas teniendo en cuenta las exigencias actuales ante las numerosas transformaciones sociales, tecnológicas y políticas, del nuevo siglo, y que demandan mejor formación personal y profesional de los jóvenes.

Como tarea profesional, la enseñanza debe estar precedida de nuevas conceptualizaciones, reflexiones e interpretaciones de las teorías de apoyo. Fines y prospectiva de la enseñanza, deben considerar el que la enseñanza sea un proceso científico, dialéctico, crítico, de diálogo y evaluable. Una tarea que implica preguntas y reflexiones; ¿cómo enseñar mejor? Conocer el entorno educativo (filosofía y proyecto institucional), preparar las clases, valorar al estudiante, profundizar (saberes, demandas, tendencias).

Los estudiantes que ingresan a la universidad, particularmente a los programas de ciencias económicas, empresariales, mercadeo y contables, tienen la concepción de que requieren menos matemáticas, que en otras carreras como las de ingenierías, de las ciencias naturales y de las Matemáticas, y que por lo tanto, las Matemáticas que se programan en su

carrera¹²¹, deben ser menos rigurosas y profundas. Aducen los estudiantes, durante las entrevistas, que tienen limitaciones en conocimientos matemáticos por causas como poco interés en las Matemáticas, currículos que no se cumplen por desorganización en las instituciones educativas, y en algunos casos por enseñanza inadecuada (enfoques, formación de profesores, cambios constantes de los profesores encargados de la materia, etc.). Están de acuerdo en lo relacionado con su importancia de las matemáticas, para desenvolverse cada persona, con cierta soltura en la vida cotidiana.

Los debates sobre la importancia de las Matemáticas y de la Educación Matemática, son cada día más visibles¹²² (y se evalúan en todo tipo de pruebas internacionales), de su importancia y conexión con la telecomunicaciones, las finanzas, la informática, la medicina, la biotecnología, la ingeniería (cuando hay desastres en grandes obras de infraestructura, de inmediato emergen los reclamos y lamentos, sobre la posible inadecuada formación de los ingenieros, en Matemáticas, más allá de otros factores). Los currículos de educación básica primaria y secundaria presentan Matemáticas en todos los niveles¹²³. Si un estudiante ha optado por una carrera en la cual, asume que debería haber “menos matemáticas” (Humanidades y Ciencias Sociales, por ejemplo), se esperaría de él, que las aprendiera por sus aplicaciones (aritmética básica, estadística). No es el caso con las ciencias económicas y empresariales, de las cuales se esperan Matemáticas con un mayor nivel de aplicaciones. La realidad nos muestra, que no se dan buenos niveles de desempeño, que se dan pérdidas de cursos de Matemáticas (Fundamentos, Cálculo, Estadística), que incluso llevan a deserción escolar¹²⁴. Adicionalmente son estudiantes con poco uso de fuentes de estudio (tanto libros físicos como virtuales), inadecuados hábitos de estudio, poco interés por realizar profundizaciones en los temas, realizar mayor ejercitación y efectiva y nivel de ejercitación, que se proponen como complemento en las clases (talleres),

¹²¹ Hacen parte de la formación básica de cada uno de los programas de las facultades de ciencias económicas, administrativas, contables, de mercadeo y afines.

¹²² <https://www.javerianacali.edu.co/noticias/importancia-de-la-ensenanza-de-las-matematicas>

¹²³ Durante los cuales debería aprender y dominar, las operaciones básicas, manejo de fracciones y sus operaciones, conocer “la regla de tres”, realizar algunos cálculos de áreas y volúmenes de objetos geométricos elementales, dominar el sistema métrico decimal, y un poco más. Haber escuchado de Geometría y de Estadística, un poco.

¹²⁴ http://www.mineduacion.gov.co/sistemasdeinformacion/1735/articles-254702_libro_desercion.pdf

como en los textos de Matemáticas (que abundan en el mercado editorial, en las bibliotecas universitarias), que se referencian en las bibliografías de los planes de curso.

La función social del docente universitario, y en el caso particular de la presente propuesta, lo convoca a generar propuestas formativas en el ámbito del hacer matemáticas, de razonar matemáticamente (enfrentar situaciones propuestas y actividades que impliquen el uso de conceptos y procedimientos matemáticos), comprender los conceptos y procedimientos, resolver situaciones internas de las Matemáticas y de conexiones externas, que impliquen los conceptos, realizar conjeturas, generar argumentaciones sobre los resultados, validar soluciones, mostrar interés por las Matemáticas, enfrentar dificultades, mostrar esfuerzo y dedicación. Planear el trabajo de aula incluyendo actividades y tareas estimulantes, que develen utilidad, que expresen el papel de las Matemáticas y su utilidad en la vida cotidiana, que generen razonamientos y comunicación matemática, en el desarrollo de las clases y de las actividades en grupo. El docente universitario, debe construir un discurso coherente, lógico, que genere reflexiones y que invite a la realización de tareas de modo autónomo; a procurar construir en entorno intelectual en la clase, propiciando y posibilitando compromisos con el saber y su importancia social.

1.4.2. La cultura digital la educación superior

La cultura digital, se ha ido construyendo desde reflexiones y discusiones sobre las problemáticas que han ido emergiendo, entre ellas el sentido de la Sociedad del Conocimiento y el desarrollo de las tecnologías. Esta cultura digital, ha permitido visibilizar grandes avances y cambios en las prácticas sociales y educativas, pero también, dificultades y obstáculos que han desviado de buen camino, la innovación, la creatividad y la implementación y desarrollo de buenas prácticas para incorporar TIC y otras modalidades tecnológicas. Algunas problemáticas, se han dado en lo relativo a la generación de distintas brechas que han dificultado el que las tecnologías en el ámbito escolar, se conviertan definitivamente en herramientas potentes de aprendizaje. La educación media (secundaria), ya ha advertido sobre los problemas de distracción en las

aulas por el inadecuado uso de los recursos que se incorporan (portátiles, tabletas) en programas educativos¹²⁵, lanzados con todos los propósitos y planes de acción¹²⁶, pero que han mostrado en la realidad de las instituciones, obstáculos, inadecuado uso, prácticas indebidas. Todo lo anterior, haciendo más visibles, el problema de diferentes brechas: digital (inadecuado uso y conocimiento de las potencialidades), las institucionales (propuestas integradas y compromiso de toda la comunidad con los programas de uso de tecnologías), y las de conocimiento (actividades propuestas no desarrolladas de buena manera, y que procuren avances en la formación de los estudiantes y docentes). No son necesariamente brechas estructurales, sí, de funcionamiento.

Se ha probado en la práctica que ya no se aprende con sólo escuchar y observar; el estudiante y aún el profesional, tienen retos en una sociedad de la información que distrae atenciones ante tanta información, que hace que aspectos relevantes sean desatendidos, que genere incertidumbres cuando se piensa que el tiempo no alcanza y que conlleva a no aprender en profundidad y sólo atender y pensar de modo ligero. La actual sociedad del conocimiento, con alto flujo informático ha incorporado deferentes formas de expresión y por lo tanto generan retos en cuanto a la interpretación de tantos nuevos códigos, pero también problemas de las concepciones, por ejemplo, oponerse al cambio por parte de los profesores e incluso de algunos estudiantes, al considerar que riñen con el aprendizaje tradicional de las Matemáticas de hacer ejercicios y repetir.

Las tecnologías no son sólo las máquinas (salones con video-beam, con computadores) sino también todo el campo y juego de las relaciones sociales, de encuentros, de nuevas prácticas, nuevas formas de compartir y de colaborar. Ahora, si un profesor tiene en su propuesta, pocos incentivos, poco ingenio y se queja del tiempo, y además sus estudiantes están desmotivados, desatentos e incluso aburridos, el computador no es la solución. La reflexión pedagógica y didáctica, sobre el uso de computadores, el uso de tecnologías en la enseñanza, sobre sus efectos, sus avances en cognición, sus

¹²⁵ http://www.cali.gov.co/educacion/publicaciones/109728/tit_educacion_digital_para_todos_contactenos/

¹²⁶ <http://calibuenasnoticias.com/2015/07/31/200-colegios-se-alistan-para-ultima-fase-del-plan-tita/>

posibilidades, y su amplio espectro de acciones variadas, sí puede posibilitar y permitir, buenas propuestas de aula, en el marco de adecuados referentes teórico y conceptuales.

Los cambios se están anunciando desde el inicio del siglo XXI, pero no se están dando en la forma esperada y anunciada. Los cambios iniciales de las tecnologías informáticas, por ejemplo, permitieron profundizar en los conocimientos, ganando en calidad de vida, avanzando en las temáticas de estudio, ganando seguridad. La globalización es sinónimo de acceso a información y a beneficios; mediante las TIC se pueden realizar intercambios y colaboraciones tanto informales como formales. Las TIC representan posibilidades para las universidades, pero comprometen atender las concepciones de los docentes, y enfoques pedagógicos necesarios; por lo tanto, las universidades deben comprometerse con la formación continua de sus estudiantes, máxime si se saben de sus necesidades y precariedades, en un marco de oportunidades de educación.

1.5. EL PROBLEMA

1.5.1. Definición del problema¹²⁷

Se plantea y propone una innovación didáctica, sobre la enseñanza de las funciones elementales desde enfoques de representaciones y enfoque comunicacional (con uso de TIC) en cursos iniciales de matemáticas universitarias.

La estructuración de la propuesta didáctica-pedagógica, comporta una reflexión sobre el tránsito de la enseñanza de las Matemáticas de la educación media a la universidad, sobre las concepciones y prácticas de los estudiantes en el aprendizaje de las Matemáticas, sobre la importancia de las Matemáticas, el papel de las clases inaugurales¹²⁸ sobre su naturaleza, la importancia de las TIC y los instrumentos tecnológicos en la enseñanza y aprendizaje

¹²⁷ Enseñanza de las funciones desde enfoques de representaciones y enfoque comunicacional (con uso de TIC) en cursos iniciales de matemáticas universitarias, desde necesidades de aprendizaje en el marco de un tránsito educativo: la educación media a la educación universitaria.

¹²⁸ Lozano, R. (2018): <https://es.calameo.com/read/000216342d722366e3bda>

de las Matemáticas, la necesidad de representaciones semióticas de las funciones (verbal, gráfica, figural, numérica y simbólica) y los espacios de actividades en equipo para el desarrollo de discurso matemático.

El problema y la propuesta de innovación, permiten generar sugerencias a los docentes de Matemáticas, sobre la importancia de la conformación de equipos académicos interdisciplinarios y del área de Matemáticas, que se comprometan en unir esfuerzos y saberes en beneficio de una población estudiantil que requiere cada vez más de apoyos efectivos a su aprendizaje. La importancia de las Matemáticas, el diseño de actividades y la definición de metodologías para aprenderlas, la necesidad de cambios en su enseñanza y la selección de contenidos, el uso de recursos tecnológicos para economizar procesos, la motivación, se plantean como marcos de campos de problemas en la enseñanza de las Matemáticas.

Se plantea en la propuesta de innovación didáctica sobre la enseñanza de las Funciones elementales desde enfoques representacional y comunicacional, recomendaciones metodológicas y estrategias didácticas para el trabajo participativo, el uso efectivo de los instrumentos tecnológicos para apoyar el aprendizaje de las funciones, las conversiones de sus registros, el trabajo en equipo en discusión y redacción de propuestas de soluciones a las actividades de clase; desde lo pedagógico el apoyo a los estudiantes en su formación como estudiantes autónomos, que decidan adquirir mayor comprensión de los conceptos y la asunción de las actividades de talleres desde el trabajo colaborativo (con un tránsito en cooperar, compartir, y verificar y valorar colaboraciones), mediante el apoyo de instrumentos tecnológicos y el acceso efectivo a las TIC en una tríada enseñanza-aprendizaje-TIC.

El uso de algunos instrumentos tecnológicos en los procesos de enseñanza y como apoyo al aprendizaje se ha ido incorporando en las clases específicas que requieren de simuladores, de software y de calculadoras específicas; a nivel de sistemas educativos los especialistas proponen y plantean currículos con el uso de TIC como estrategias que proveen a estudiantes y profesores de herramientas y acceso a conocimientos.

Las instituciones educativas aceptan y asumen proyectos institucionales de incorporación de las TIC, instrumentos tecnológicos específicos y propuestas didácticas de aula, entendiendo el aprendizaje como un proceso constructivo y de tránsitos de apropiaciones (datos, información, conocimiento, comprensión, apropiamiento, saber disciplinar,, transformaciones concretas personales y de colectivos) que poco a poco va permitiendo experticia en la manera de aprender y la respuesta comprometida a las propuestas de clase.

Lo anteriores planteamientos permiten definir: un adecuado tránsito didáctico de la enseñanza de las Matemáticas de la educación media a la universidad (actividades verdaderas y significativas, una aproximación a la naturaleza de las Matemáticas y la actividad matemática), asumir la problemática de las concepciones y prácticas de los estudiantes en el aprendizaje de las Matemáticas, reflexión sobre la importancia de las Matemáticas y el papel de las clases inaugurales¹²⁹ sobre su naturaleza, la importancia de las TIC y los instrumentos tecnológicos en el la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, la necesidad de representaciones semióticas de las funciones, y la generación de espacios de actividades en equipo para el desarrollo de discurso matemático. Como ámbito didáctico, las necesidades de aprendizaje: de significado de lo aprendido y las implicaciones en cada uno; de relaciones y conexiones entre los conceptos; de acciones sobre los objetos aprendidos (las funciones); de la necesidad de nivel de dificultad; de la significación y el lugar de los aprendido; de la necesidad de interacción social cuando aprendemos y de pertenencia al grupo, a la comunidad con la cual se aprende.

1.5.2. Las TIC y los instrumentos tecnológicos como recursos educativos

Las TIC y los instrumentos tecnológicos como recursos educativos en general, requieren de un uso reflexivo (posibilidades, ventajas, desventajas), y en el caso de incorporación, un compromiso responsable y vigilante, teniendo en cuenta su presencia

¹²⁹ Lozano, R. (2018): <https://es.calameo.com/read/000216342d722366e3bda>

permanente, que debe estar adscrita a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Hay alarmas de cultura de desinformación con graves secuelas sociales, económicas y políticas, pero también visiones de un mundo mejor, de equidad, de cualificación, de excelente información para potenciar la educación y la formación de cada ciudadano.

Para la propuesta de innovación didáctica, se decidió por el uso de modo mixto del acceso a la información y los procesos de conocimiento: el modo presencial, mediante las metodologías de grupo clase y grupos de discusión y talleres, con la toma de datos, preguntas y participación¹³⁰; el modo virtual, mediante los recursos informacionales de las plataformas Moodle y MyMathLab, el correo del curso, una red social adscrita al curso¹³¹, y el acceso autónomo a recursos de la Web¹³². Esta modalidad mixta, es conocida como el aprendizaje B-learning, que combina e-learning (encuentros asincrónicos), con los encuentros presenciales, tomando las ventajas de cada uno. Para el acceso efectivo a las aplicaciones informáticas, por ejemplo, calculadoras graficadoras, Geogebra, aplicaciones de toma de frecuencia cardiaca, acceso inmediato a consultas por Internet, revisión de correo del curso, el WhatsApp, se incorpora el uso del celular (teléfono inteligente)¹³³.

Esta modalidad se reconoce ahora, como un aprendizaje m-learning, implicando pedagógicamente que la formación de estudiantes-ciudadanos requiere hoy, de sistemas educativos y de compromisos institucionales (administrativos y educativos) que:

- Usen e incorporen las TIC y otras tecnologías
- Como ejercicio reflexivo activo de ciudadanía
- Reconozcan que vivimos en una sociedad de la información y de cultura digital
- Posibiliten una verdadera construcción social de conocimiento
- El trabajo de planeación y estudio como un compromiso de coproducción

¹³⁰ Definidas en el plan de curso citado.

¹³¹ Al iniciar el curso de Fundamentos de Matemáticas, se decide con la participación de los estudiantes, la apertura de un correo del curso y una aplicación de mensajería (WhatsApp), para recibir información inicial del plan de curso, clase inaugural y material de autoevaluación inicial. Luego se conserva, incorporando audios, videos, fotografías de ejercicios de tutorías, y otros.

¹³² Sugeridos en las clases, en las plataformas, o por decisión de cada estudiante o grupos de estudiantes durante el desarrollo de actividades.

¹³³ Se da un salto, secundaria-universidad, proponiendo el uso educativo, responsable y eficiente de los móviles, controvertidos en la educación básica por su uso inadecuado y los problemas de distracción generados.

- Reconozcan en la interactividad un potencial de aprendizaje autónomo de los actores (acceso a plataformas, videos educativos, preparación de videos, producción interactiva y subida de material producido, etc.); ellas solas no implican innovación.

La definición y declaración de principios didácticos y tecnológicos, anterior, permite que la propuesta de innovación didáctica en la enseñanza de las funciones elementales, comprometa:

- Las necesarias reflexiones sobre enseñanza y aprendizaje de las funciones, el uso de recursos informáticos y el diseño y preparación de actividades que impliquen el uso de conceptos de comparación y variación.
- El trabajo en equipo y la producción de discurso matemático¹³⁴: redacción de informes sobre actividades y talleres.
- Tomar registros numéricos de situaciones (actividades) y realizar tratamientos y conversiones¹³⁵, con el apoyo de recursos tecnológicos.
- Las Necesidades de Aprendizaje: significado de los conceptos, conexiones-estructura de los conceptos, ejercitación, nivel de ejercitación, significación-importancia de lo aprendido, interacción con otros¹³⁶.

El apoyo docente es fundamental¹³⁷ y no sólo se concibe desde el tiempo de tutorías que le pueda ofrecer el docente. Se requiere de docentes con formación didáctica-pedagógica para elaborar y desarrollar propuestas efectivas de enseñanza y aprendizaje y que usen recursos tecnológicos para economizar proceso y fortalecer conceptos, profesores que reflexionen sobre cómo enseñar mejor las Matemáticas (como un compromiso del docente universitario, que supere la concepción de catedrático), con vocación y disponibilidad de tiempo de disponibilidad de tiempo para organizar y diseñar actividades en ambientes no tradicionales (plataformas, instrumentos tecnológicos, TIC,

¹³⁴ Sfard, A. (2012) “Desarrollar el discurso matemático-algunas ideas tomadas de la investigación comunicacional”. El enfoque Comunicacional de Anna Sfard.

¹³⁵ Duval, R. (2006) “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”. La Gaceta de LA RSME, Vol., 9.1 (2006) págs., 143-168. EDUCACIÓN.

¹³⁶ file:///C:/Users/DocAdm.cali/Downloads/Equilibrar_algo_desequilibrados_estandares_del_N.pdf

¹³⁷ El sistema de Tutorías de la Universidad Libre, como un Acuerdo Institucional, permite y robustece el encuentro docente-estudiante.

computacionales), con disposición a la orientación de sus estudiantes sobre el manejo efectivo de herramientas de aprendizaje, a la revisión y evaluación de los efectos de los instrumentos tecnológicos, y las formas de aprendizaje y enseñanza incorporados, que relate y consolide sus experiencias personales¹³⁸ y prácticas educativas y que asuma los retos que demanda la educación actual.

1.5.3. Enseñanza aprendizaje y TIC

La propuesta de innovación didáctica, integra enseñanza, aprendizaje y el uso adecuado de instrumentos tecnológicos. Las TIC apoyan la información y las mediaciones para el buen tratamiento de dicha información. Y otros medios, formación didáctica en el campo de las Matemáticas y reflexiones pedagógicas sobre los efectos del uso e incorporación de instrumentos tecnológicos, que se consolidan en:

- La adaptación y pertinencia de contenidos matemáticos en el plan de curso de Fundamentos de Matemáticas
- Los usos de mediaciones tecnológicas y temporales en los procesos de estudio en el aula
- Los tipos de interacciones profesor-estudiantes para identificar y resolver dificultades y conflictos en los procesos de estudio matemático
- La relación entre objetivos formativos y las capacidades y competencias previas de los estudiantes, además de sus intereses y motivaciones
- La pertinencia de los significados pretendidos y propuestos, de los medios usados y de la utilidad para el proceso formativo profesional de los estudiantes.

1.5.4. El objetivo formativo docente

El objetivo formativo docente apunta a la necesaria reflexión sobre cómo mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. No son objetivos específicos de la

¹³⁸ Escribir para mostrar cómo se aprende, mostrar sus experiencias docentes, para enriquecer su quehacer (quien escribe, recibe críticas, preguntas)

presente propuesta de innovación didáctica en la enseñanza de las funciones elementales en cursos de fundamentos de Matemáticas universitarios en programas de ciencias económicas y empresariales. Es un objetivo de formación continua en el campo de la idoneidad didáctica¹³⁹, para orientar nuevos desarrollos de propuestas didácticas¹⁴⁰ similares, para preguntarnos sobre lo que ha sucedido, después de una determinada propuesta y encaminada a mirar y considerar otros factores y problemas (lograr mayor acercamiento entre las investigaciones académicas y la práctica de la enseñanza de las Matemáticas). Es necesario fortalecer la formación en idoneidad didáctica con énfasis en la idoneidad mediacional, e Interaccional, y atender las necesidades de aprendizaje de los estudiantes (Sfard, 2002¹⁴¹), y la organización de secuencias didácticas atendiendo procesos matemáticos, subprocesos y trayectorias (Godino, Font, Bencomo, Wilhelmi, 2006¹⁴²). La necesidad de atender de modo más amplio la pregunta del docente, sobre ¿cómo mejorar la enseñanza?

Algunos autores, plantean que las ayudas y diseño de actividades en ambientes computacionales e informacionales (guías, software educativo) deben ser creadas por especialistas en pedagogía, psicología e informática, trabajando en forma conjunta para lograr resultados satisfactorios.

La propuesta de innovación didáctica, integra el uso de TIC e instrumentos tecnológicos teniendo en cuenta las necesidades de los estudiantes y las teorías sobre enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el marco de la Didáctica de las Matemáticas. La enseñanza demanda diseños de clase, metodologías construidas por

¹³⁹ Godino, J (2011) Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. XIII conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM-IACME), Recife Brasil. https://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf

¹⁴⁰ Godino, J (2011): Para propuestas similares a la presente, la idoneidad Interaccional para identificar y resolver conflictos de significado, favorecer la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas; la idoneidad Mediacional, como grado de disponibilidad y adecuación de recursos materiales y temporales para el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

¹⁴¹ Sfard, 2002, p.3: “Con seguridad, las teorías y las investigaciones son las mejores herramientas que tenemos para mejorar la práctica y tomar decisiones pedagógicas apropiadas”

¹⁴² Godino, y colaboradores (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las Matemáticas. Universidad de Granada. <file:///G:/DUVAL%20Y%20OTROS%20MARCOS/GODINO%20FONT%203891-9245-1-PB.pdf>

profesores y autores de textos de Matemáticas¹⁴³, interactividad de los estudiantes con el docente y entre los mismos estudiantes, potenciar competencias sociales (participación y respeto) y la aceptación y utilización de portafolios docentes TIC¹⁴⁴. Combinar los entornos tradicional y tecnológico, como ya se planteó en la modalidad b-learning. El aprendizaje como proceso constructivo demanda marcos para entender necesidades de aprendizaje y dificultades de aprendizaje; que el estudiante comprenda la necesidad de ganar en experticia, asumiendo constructivamente las guías, las metodologías ofrecidas por docentes, reconocer las dificultades y la necesidad de enfrentar ejercicios con más nivel, desarrollar actividades de redacción de conclusiones sobre lo resuelto y adicionalmente generar agendas de estudio y realizarlas.

1.6. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Una propuesta de innovación didáctica sobre la enseñanza de las funciones con uso de recursos TIC e instrumentos tecnológicos con énfasis en lo comunicacional y lo representacional optimizará la enseñanza de las funciones y mejorará los procesos de aprendizaje de los estudiantes de Fundamentos de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables de la Universidad Libre, Seccional Cali?

1.6.1. Sistematización del problema y preguntas de investigación

Las siguientes preguntas permitieron orientar la propuesta, las actividades y la vigilancia sobre la efectividad de ellas.

¹⁴³ <http://librosayuda.info/wp-content/uploads/2016/02/Screen-Shot-2016-02-17-at-12.50.40-AM.png> Libros con características didácticas con variedad y profundidad de ideas, enunciados retadores y secciones de discusión, redacción y descubrimiento para potenciar la comunicación y producción de conocimiento nuevo para el estudiante, propósito de las Didáctica de las Matemáticas.

¹⁴⁴ Además de la clase, el uso de guías y textos y orientaciones tradicionales, incorporar lo electrónico (audios, videos), lo digital desde sus potencialidades (Google y sus aplicaciones, el buen manejo de correos), los documentos y orientaciones y ayudas en línea (nube).

¿Cómo influyen las TIC y los instrumentos tecnológicos en los procesos de aprendizaje de las funciones y sus aplicaciones, en actividades mediadas por dichos recursos e instrumentos tecnológicos?¹⁴⁵

¿Cómo abordar la enseñanza de las Funciones en Matemáticas para lograr aprendizajes de calidad a partir de la presentación de las funciones en ambiente de aula con apoyo de TIC?¹⁴⁶

¿Cómo la Didáctica de las Matemáticas posibilita el cumplimiento de las demandas de satisfacción y eficacia en y de los procesos de aprendizaje de los estudiantes?¹⁴⁷

¿Cómo aplicar una propuesta innovadora para la enseñanza de las funciones con el uso de TIC e instrumentos tecnológicos?¹⁴⁸

¿Cómo evaluar la Propuesta didáctica-pedagógica para la enseñanza de las funciones con apoyo de ambientes virtuales mediados por las TIC?¹⁴⁹

1.7. PROPÓSITOS GENERALES

Es una propuesta de innovación didáctica que integra Educación Matemática, TIC e instrumentos tecnológicos, en el estudio de las funciones elementales desde enfoque representacional y comunicacional, y teniendo en consideración los diferentes elementos del sistema didáctico (saberes, profesor, estudiantes y entornos) para el desarrollo de actividades didácticas. Se plantea la necesidad de un proceso de enseñanza y de aprendizaje de las funciones considerando las dimensiones mediacional y la interaccional, de modo que

¹⁴⁵ Atender: sus efectos, ventajas, desventajas. Como Hipótesis de Trabajo: la disponibilidad de instrumentos tecnológicos y su uso no hace menos importante comprender los conceptos que sustentan las imágenes que aparecen en una pantalla (“ya está resuelto”, pueden decir los estudiantes), sino que aumenta su importancia. Usada la tecnología con propiedad son herramientas poderosas para descubrir y comprender esos conceptos visualizados.

¹⁴⁶ Preguntas sobre la naturaleza de las Matemáticas, enfoques de enseñanza y aprendizaje.

¹⁴⁷ La Didáctica de las Matemáticas provee y permite construir metodologías.

¹⁴⁸ Retos de Formación docente y los avances en cognición con el uso de instrumentos tecnológicos y medios informáticos.

¹⁴⁹ El análisis de las actividades (aprendizaje significativo) y el análisis a posteriori de la clase y las orientaciones.

la selección de actividades, de estrategias y de recursos tecnológicos y medios, favorezcan el aprendizaje. La caracterización de los estudiantes¹⁵⁰, sus necesidades de formación, su nivel de formación previa (evaluaciones iniciales), sus concepciones previas (entrevistas e inducción), han permitido reorientar los planes de curso, las guías orientadoras del trabajo escolar presencial y no presencial y del trabajo autónomo.

Interesa estudiar mediante las funciones, algunas situaciones o fenómenos entendidos como situaciones de variación explicados mediante fórmulas o modelos matemáticos. Se busca que los estudiantes cuando deben resolver situaciones de ejercitaciones (talleres) o situaciones problemáticas las planteen y resuelvan incorporando correctamente manipulaciones aritméticas y algebraicas de las funciones, que expliciten sus procedimientos de solución y que analicen la existencia y pertinencia de las soluciones obtenidas; adicionalmente que realicen exploraciones y comprobaciones con herramientas computacionales como calculadoras algebraicas y software.

La comprensión conceptual¹⁵¹ requiere ir de la mano de tecnologías y enfoques de razonamiento y de habilidades con los conceptos. La visualización, la exploración y la experimentación numérica y gráfica y los enfoques comunicacionales han cambiado radicalmente la manera como enseñamos y también, cómo los estudiantes acceden a los conceptos, a la información. Les permite a los estudiantes, acercamientos con los conceptos, los procedimientos, los resultados, y les posibilitan el poder dar, algunas interpretaciones de lo visto y desarrollado. El poder expresar estos resultados en diferentes representaciones (para ellos, formas de expresar las ideas), les va permitiendo esos acercamientos conceptuales y configurando formas de razonamiento (“dar las razones de lo que sucedió”).

Los estudiantes esperan de los docentes, explicaciones de lo que significan los símbolos, las razones de los procedimientos (que no parezcan, procedimientos de expertos

¹⁵⁰ El apoyo del censo educativo, la entrevista y las actividades de tutorías.

¹⁵¹ Acercamientos a los conceptos, procedimientos y lo actitudinal, desde la participación, el apropiamiento (idoneidad cognitiva y epistémica): Godino y colaboradores (2011) <http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/3891/1928>

y por lo tanto lejanos para ellos), explicaciones sobre el porqué de los diferentes métodos (ellos esperan por lo general, un método privilegiado, sencillo y fácil de recordar o de seguir). El álgebra no debe parecer como una serie de fórmulas preestablecidas y, por lo tanto, necesarias de memorizar; muy importante presentarla como un sistema de símbolos, que permite generalizaciones, abstracciones¹⁵² y demostraciones, como una herramienta que posibilita, representar situaciones reales, modelar y resolver problemas (usando ecuaciones, conjuntos de datos), mediante una apropiada manipulación (tratamiento), auxiliada por reglas y propiedades, definiciones, permite acercamientos a otras expresiones más generales (familias de ecuaciones, familias de funciones).

Es el marco de una carrera profesional, los estudiantes esperan que las matemáticas estudiadas, los conceptos presentados (en la presente propuesta de innovación didáctica, las funciones), les permitan resolver situaciones y problemas relacionados con su campo de estudio (de economía, de administración de empresas, ámbitos comerciales), mayor dominio de la aritmética y procesos algebraicos para entender las “formulas” y las operaciones básicas para la realización de cálculos (tasas, cálculos de interés). Complementariamente el acceso (y sugerencias) a fuentes especiales en la Web, en textos escolares, en documentos elaborados por el docente u otros (artículos, casos), uso de software especializado, para entender de mejor manera los problemas relacionados con su futura profesión o, en el marco de situaciones de modelación de algunos fenómenos económicos, administrativos y contables.

Las prácticas docentes y el desarrollo de los cursos, han mostrado que los estudiantes traen precaria formación matemática en el estudio de las funciones, su significado, su papel modelador, su importancia para presentar situaciones de cambio, de comparación¹⁵³. Las evaluaciones iniciales y el posterior acceso de los estudiantes a fuentes sobre la temática, les ha permitido identificar y reconocer en los textos escolares, una excelente fuente de

¹⁵² Por ejemplo, el área de un cuadrado, es x^2 , tomando a x , como la medida del lado del cuadrado, permite a ellos un gran salto conceptual, para entender los procesos de abstracción y generalización. Más adelante desarrollar la expresión $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, y ver el resultado general como una regla, les permite, tener cercanía con las demostraciones en Matemáticas.

¹⁵³ Las evaluaciones iniciales [Anexo 4. Evaluación inicial de funciones](#) sobre funciones, se han estado aplicando desde semestres anteriores y los resultados en desempeño, son similares a los encontrados y usados para la presente propuesta de innovación didáctica.

información, de estudio del papel de las funciones, de estudios de casos de aplicaciones de funciones en las empresas, del significado de las variables, del dominio de las funciones (para casos de aplicaciones), de las implicaciones de las funciones como modelos explicativos de fenómenos o situaciones reales. También del sentido de las predicciones pedidas, del apoyo gráfico y el uso de utilidades de graficación de las funciones, de los diferentes modos de representación de las funciones, las transformaciones de las funciones, sus propiedades y diferentes representaciones analíticas; también comprender el tipo especial de comportamiento de las diferentes funciones y las conexiones entre ellas.

Es fundamental tener preguntas orientadoras en cuanto al papel de las funciones en el estudio de situaciones económicas y empresariales (inversiones, ingresos, costos, utilidades, tasas, población, aprendizaje y otros similares), la interpretación de su crecimiento, decrecimiento y particularidades de la gráfica cartesiana (puntos máximos, mínimos, puntos de inflexión), como el uso dinámico de los ambientes computacionales para explorar comportamientos de las funciones y apoyar las conversiones y el tratamiento de las representaciones de ellas.

1.7.1. Objetivo General

Describir las características de un proceso de aprendizaje sobre el concepto de función elemental, desde la enseñanza de ellas, en un enfoque de representaciones semióticas y comunicacional abordado en contextos reales, con la mediación tecnológica digital en estudiantes universitarios de primer semestre.

1.7.2. Objetivo Específicos

- Diseñar guías didácticas de las funciones elementales con estrategias metodológicas que incorporen TIC e instrumentos tecnológicos para abordar la enseñanza

(optimizar el proceso de aprendizaje) de cada una de ellas desde sus registros semióticos.

- Presentar el concepto de función elemental, desde situaciones de la vida cotidiana, las diferentes representaciones y el uso de tecnologías.
- Establecer a través de la Didáctica de las Matemáticas, el cumplimiento de principios curriculares de calidad, enseñanza y aprendizaje mediados, evaluación de avances y efectividad de las tecnologías.

1.8.HIPÓTESIS DE TRABAJO

La disponibilidad de instrumentos tecnológicos y su uso no hace menos importante comprender los conceptos que sustentan las imágenes que aparecen en una pantalla¹⁵⁴, sino que aumenta su importancia.

Usada las tecnologías como recursos educativos, se convierten en herramientas poderosas para descubrir y comprender los conceptos visualizados.

El trabajo en equipo con enfoques cooperativo y colaborativo¹⁵⁵, posibilita la producción de discurso matemático sobre el objeto de estudio y sus aplicaciones.

¹⁵⁴ “ya está resuelto”, pueden decir los estudiantes y no mostrar interés por sus pasos. Sí se logra cuando hay interés en los conceptos.

¹⁵⁵ Cada estudiante se compromete a participar de modo efectivo, desde la preparación previa; de modo colaborativo, desde la responsabilidad en la consulta y el acceso a buenas fuentes de información y el uso de recursos.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO. MARCOS DE REFERENCIA

2. MARCOS DE REFERENCIA

2.1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de innovación didáctica sobre la enseñanza de las funciones elementales desde enfoque de representaciones y enfoque comunicacional en cursos iniciales de matemáticas universitarias, para cursos de Matemáticas Fundamentales¹⁵⁶, en Programas de Pregrado de la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables de la Universidad Libre, Seccional Cali, desde un enfoque comunicacional del aprendizaje de las Matemáticas de Anna Sfard¹⁵⁷ y la Teoría de los registros semióticos de representación (de las funciones) de Raymond Duval¹⁵⁸, en los cuales se muestran las ventajas de la articulación coherente de los diferentes registros de representación en la enseñanza de las funciones y la importancia de metáforas de aprendizaje participacionista que permite desarrollar un discurso sobre los objetos de estudio. Como recursos de enseñanza el uso de los recursos TIC y algunos instrumentos computacionales como apoyo al aprendizaje.

Complementariamente se validan experiencias personales sobre el uso de TIC, enfoques representacionales y actividades de clase hacia la dinamización de discursos, redacciones, formulaciones de soluciones desde interacciones presenciales como no presenciales. También se validan experiencias y estrategias didácticas con el uso de recursos computacionales y TIC desarrolladas por autores de textos de matemáticas previas al Cálculo¹⁵⁹ y textos de Cálculo en el capítulo de funciones con énfasis en sus

¹⁵⁶ También llamados en algunos programas de pregrado como Matemáticas I, Álgebra y Funciones. El objetivo, presentar desde algún enfoque particular de cada universidad, los conceptos y habilidades básicas y esenciales que deben desarrollarse en Álgebra, así como el estudio y análisis de las funciones para cursos posteriores de Matemática o de aplicaciones de las Matemáticas.

¹⁵⁷ “Sfar, Anna, “Aprendizaje de las Matemáticas Escolares desde un enfoque comunicacional”, Programa Editorial de la Universidad del Valle, abril de 2008 Cali, Colombia.

¹⁵⁸ Duval, Raymond (1999). “Semiosis y Pensamiento Humano, Registros semióticos y aprendizajes intelectuales”. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 1999.

¹⁵⁹ En los últimos 20 años los llaman Precálculo, por ejemplo, “Precálculo, Matemáticas para el Cálculo” de J. Stewart, Redlin, Watson, de la tercera a la sexta edición, Thomson, sexta edición de 2015; o simplemente “Precálculo”, de Sobel y Lerner, Pearson Prentice Hall, sexta edición de 2066. Zill D, Dewar J. en su texto de Álgebra y Trigonometría, MC Graw Hill, segunda edición de año 2000, inscriben el texto en la Serie de Precálculo. En la propuesta se presentan análisis de los textos seleccionados.

representaciones y su papel modelador¹⁶⁰ incluyendo actividades, evaluaciones de capítulos, ejercicios de aplicación, de discusión y de redacción para fortalecer conceptual, procedimental y didácticamente las clases y actividades de consulta y profundización.

Algunas validaciones se presentan en forma de Unidades Didácticas¹⁶¹ de las funciones (como objeto matemático y aplicaciones) que incluyen el uso de recursos Web, las TIC, recursos computacionales (software de matemáticas y calculadoras graficadoras) y de aplicaciones móviles y el trabajo autónomo desde plataformas educativas de Matemáticas.

Los textos de Cálculo a nivel universitario validan las funciones como herramientas para describir el mundo real en términos matemáticos. Reconocen la importancia de las representaciones de las funciones para su comprensión y para ello declaran que las funciones pueden representarse mediante una ecuación, una gráfica (asumen funciones en $\mathbf{R}$ es decir los números reales), una tabla numérica o mediante una descripción verbal¹⁶², y expresan su necesidad de uso durante todo el curso con la precisión de presentar el concepto de función de modo intuitivo asumiendo que el estudiante ya realizó el recorrido temático en cursos previos como el de Fundamentos de Matemáticas.

La definición la presentan desde un enfoque de conjuntos (por ejemplo, “una función f de un conjunto D a un conjunto R (en otros casos Y) es una regla que asigna a cada elemento $x \in D$ un solo o único elemento $f(x) \in Y$ ”, de modo que dan entrada al conjunto Dominio (también llamado Dominio de definición) y al conjunto Rango o de resultados de

¹⁶⁰ Por ejemplo, De J. Stewart, “Cálculo, Conceptos y Contextos”, con énfasis en formas de representar una función y los modelos y ajustes de curvas; Ediciones sucesivas desde 1999 a la fecha. La 5ª edición de 2007, hace énfasis en el uso de calculadoras graficadoras y computadoras señalando su utilidad para graficar y analizar funciones y simular situaciones de la vida cotidiana; la sexta edición mantiene la estructura, pero incluye por secciones el enfoque de modelado, análisis de modelos y el trabajo en grupo proponiendo actividades de descubrimiento, discusión y redacción. La séptima edición de 2017 presenta mejoras en la presentación y apoyos web, para fortalecer el reconocimiento de patrones, el estudio de casos, analogías y la inclusión de otros elementos en las situaciones que implican funciones.

¹⁶¹ Solano, S.-Bedoya, E. en “la UD y el AD como instrumentos metodológicos de la investigación en Didáctica de la Matemática y formación de profesores”, Actas del VII CIBEM, pág. 408, la presentan como un medio para concretar en el aula una propuesta para la enseñanza de un tema específico en un contexto curricular. <http://cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/905.pdf>

¹⁶² Ver Cálculo en una variable, de Thomas 12ª edición de Pearson Educación, Addison Wesley, 2010, México D.F. Capítulo 1, 1.1 Funciones y sus gráficas; págs. 1-11

la regla de asignación; a continuación el estudio de tipos de funciones y sus gráficas correspondientes, con la cual se hacen algunas ejemplificaciones de situaciones de cambio (si son crecientes, decrecientes, etc.).

Los textos de Fundamentos de Matemáticas o de Precálculo son más ricos y densos en el tratamiento de las funciones; para ello recurren como introducción a ejemplos de la vida cotidiana, la presentan como claves en la modelación acompañadas de la resolución de ecuaciones, el ajuste de curvas, el papel de las tablas experimentales y avances en la resolución de problemas. Su foco central, son las funciones y sus aplicaciones. Por ejemplo, en el texto de Precálculo de Franklin Demana¹⁶³, en el subcapítulo, 6.1 dedicado a las funciones y sus propiedades, además de la presentación de las funciones como situaciones que modelan realidades, se enfoca en tratar sus comportamientos: continuidad, acotamiento, extremos, simetría, asíntotas, introduciendo calculadoras graficadoras para tratar el tema de la “visualización gráfica de una función”. Para reafirmar su interés didáctico en las funciones, declara que presenta “las Matemáticas y sus aplicaciones en ejemplos de fórmulas mediante las cuales, cantidades variables se relacionan unas con otras”¹⁶⁴ y a continuación, en términos textuales, que “las funciones son ideales” para tales aplicaciones.

En los textos seleccionados para las orientaciones didácticas¹⁶⁵, se reconocen y presentan las funciones como objetos fundamentales, como objeto matemático sencillo y potente, y que, si no fuera tan sencillo, la historia la hubiese reemplazado por otro objeto más fácil de usar. Como se comentó en párrafos anteriores y en pie de páginas, el tratamiento matemático es más riguroso. se introducen los conceptos de continuidad, el comportamiento de las funciones (crecientes o decrecientes), el acotamiento, los extremos

¹⁶³ Demana, F. y otros. “Matemáticas universitarias introductorias con nivelador de MML” (2010), 1ª edición, México D.F., Pearson Educación, Inc.

¹⁶⁴ Demana y otros (2008) “Precálculo” (“ gráfico, numérico y algebraico” como parte de la estructura del texto). 7ª edición, Adisson-Wesley, México D.F.

¹⁶⁵ Por ejemplo, Haeussler, Ernest F. (2015) Pearson Educación, 13ª edición: Tan, Soo Tang (2006). Matemáticas para la Administración y Economía. Editorial Thomson Internacional, impreso en México, 3ª edición. Arya, Jagdish C. y Lardner, Robin W. (2008) Matemáticas Aplicadas a la Administración y Economía, 4ª edición., Stewart, James y otros. (2014) Precálculo (Matemáticas para el Cálculo), 6ª Ed. Thomson.

locales y absolutos, simetrías, las asíntotas y comportamiento de los extremos, siempre en un contexto de definición formal acompañado de ejemplos cotidianos. La gráfica la presentan desde la idea intuitiva de visualización.

Los textos de Matemáticas de Fundamentos de Matemáticas y Cálculo (ver cita, 58), les apuestan a las tecnologías. Haeussler (2015), las presenta en su prefacio, como características particulares y pedagógicas; sobre las tecnologías señala que los estudiantes deben apreciar el valor de la tecnología actual¹⁶⁶, y pide en sus ejercicios (los denomina, problemas), actividades específicas para usar calculadoras gráficas¹⁶⁷. Tang, Soo (2005), igual que el anterior autor, presenta en el prefacio cuyo enfoque lo declara hacia un enfoque de resolución de problemas y su aplicación, muestra en igual nivel, el aspecto didáctico de la presentación de los temas, el uso de la tecnología, que incluye, preguntas de exploración con tecnología (para fortalecer teoría y conceptos), uso de la tecnología (mostrando la utilidad de su uso, para cierto tipo de ejercicios) y los recursos de Internet (materiales adicionales para estudiantes y profesores, proyectos, tutoriales de las calculadoras T.I. y Excel, y tablas complementarias de otras temáticas). Esta parte final, se corresponde con nuestro enfoque de uso de recursos TIC e instrumentos computacionales, ya una tendencia iniciando el siglo XXI. Ahora, en el capítulo 2, de funciones y sus gráficas (en el capítulo 3 de funciones trascendentes), al final de cada subcapítulo, por ejemplo, ecuaciones de las rectas, le dedica espacio importante al uso de tecnología, ofreciendo ejemplo y ejercitaciones de los recursos señalados (Calculadora T.I. y Excel), los cuales denomina, utilería de graficación.

En general, hay un ofrecimiento amplio de ejercicios con calculadoras graficadoras, uso de software, apoyo en utilidades multimedia y en posibilidades de aprendizaje con uso y apoyo de estos recursos (además de tutoriales en la Web o los disponibles como

¹⁶⁶ La Inteligencia Artificial, ofrece cambios cruciales hoy día, desde la capacidad de computación, desde las nuevas posibilidades en creatividad e innovación, los nuevos recursos de almacenamiento en la nube y el poder de la comunicación en tiempo real. Nos seguimos encontrando con clases de sólo definiciones y ejercitaciones en tablero y cuaderno (tecnología LP, claramente necesaria, pero que requiere de las ventajas de las tecnologías).

¹⁶⁷ Para Moreno, L., “la calculadora permite aprender, ejecutar, explorar, poner a pensar”, y afirma, “tienen un impacto profundo en la cognición”. En “Instrumentos Matemáticos computacionales”, CINVESTAV, IPN, (pág. 84), en “Seminario Nacional de formación de docentes: uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas. https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-81040_archivo1.pdf

complementos de los recursos de los textos, que pueden usar los estudiantes cuando hay una adecuada orientación didáctica del docente). Algunos textos, presentan la opción de usar el texto guía con o sin tecnología, todo desde el criterio del profesor. El profesor que le apuesta al uso de estos recursos e instrumentos, como es el caso del presente trabajo de innovación didáctica, los usa. Es claro, que demandan del docente, formación en su uso de modo que esté seguro de sus ventajas y beneficios como también sus desventajas. En cuanto a las plataformas educativas en general (Moodle en el caso de la Universidad Libre) y las específicas de Matemáticas (El caso de MyMathLab de Pearson), se presentan como sistemas de gestión mediante administración, control, evaluación de los contenidos y uso de recursos y utilidades inmersas en cada plataforma, como claramente se presenta en el marco TIC del presente trabajo.

El presente trabajo de innovación didáctica en la enseñanza de las funciones elementales, le apuesta al uso de estos recursos tecnológicos incorporados inicialmente desde el censo educativo (para que los estudiantes reconocieran como útiles escolares las tecnologías¹⁶⁸, la encuesta sobre el estado actual del curso en cuanto a lectura en ambientes digitales¹⁶⁹, el plan de curso (programa en el discurso tradicional), la clase inaugural sobre la naturaleza de las Matemáticas y su inmersión en el plan de curso, las actividades¹⁷⁰ propuestas y desarrolladas para hacer posible el presente trabajo, las guías orientadoras del trabajo escolar y de actividades en forma de unidades didácticas. Las evaluaciones de los cursos de fundamentos de Matemáticas en semestres anteriores y la evaluación inicial sobre funciones elementales¹⁷¹, permitió definir como marcos de referencia el enfoque de representaciones de los objetos matemáticos (la habilidad para cambiar los registros de

¹⁶⁸ Se presentó por parte del docente de la materia al inicio del semestre, el papel pedagógico de la lectura (papel humanizador y de acceso a conocimiento verdadero), la importancia de los útiles escolares (de aprendizaje), las consultas orientadas (del docente o del mismo estudiante), la participación en clase (desde el concepto de pregunta, debate, discusión, redacción)

¹⁶⁹ Orientada sobre la problemática y posibilidades de las TIC: <http://colombiatic.mintic.gov.co/602/w3-article-57508.html>

¹⁷⁰ El concepto de actividad cotidiana y la importancia del hacer Matemáticas: Como cultura matemática, como posibilidad de interpretar y evaluar información en lenguaje matemático, y discutir sobre esa información matemática, para tomar decisiones personales y profesionales, entre muchos otros. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf

¹⁷¹ Evaluando conocimientos básicos sobre las funciones y sus elementos claves: Definición, clasificación, dominio, rango, evaluación de funciones y las representaciones algebraicas y gráficas, referidas en la contextualización del problema de investigación.

representación¹⁷², el enfoque comunicacional, creando espacios de trabajo participativo en el desarrollo de actividades matemáticas, para propiciar la creación de discursos¹⁷³ y trabajando sobre las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, con énfasis en la necesidad de interacción social¹⁷⁴. Se complementa el presente trabajo de innovación didáctica con el análisis de las actividades y la socialización de ellas, para finalmente lograr las conclusiones sobre las preguntas de investigación y las hipótesis de trabajo.

Los marcos de referencia del trabajo de investigación de innovación didáctica para la enseñanza de las funciones elementales desde enfoques comunicacionales y de representaciones y el uso de recursos TIC e instrumentos tecnológicos, se integran así:

El marco comunicacional, desde la dialéctica entre las metáforas de aprendizaje de adquisición y de participación (o socialización), entendiendo que el objetivo del aprendizaje no es sólo la adquisición personal e individual (adquisición), sino mediante la construcción de una comunidad (en el curso o grupo clase, el trabajo en equipos, la cooperación, el compartir y la valoración de la colaboración de otras personas internas y externas al proceso¹⁷⁵), en un ambiente de clase docente¹⁷⁶, de desarrollo de las actividades propuestas, de la participación en los talleres grupales, y el tránsito a la posibilidad de construir nuevas reglas discursivas y lograr apropiación de ellas, mediante la expansión (nuevo lenguaje y su apropiación), la precisión en el vocabulario, la introducción de nuevos recursos de comunicación (recurso informáticos, digitales, uso de software y calculadoras de manera efectiva. Es una mirada sociocultural, de aprender en comunidad, una mirada dinámica del aprendizaje donde se aprende en la acción y formando parte de “mi grupo de trabajo”, que puede ser externo, en un momento dado. La adquisición no se elimina totalmente, pues

¹⁷² “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”. “Lo esencial de los procesos cognitivos de comprensión en Matemáticas: los registros de representación semiótica”, R. Duval, Universidad del Litoral, Francia, R. Duval, ICME 10, Copenhague, 2004

¹⁷³ Sfard, A. (2008). “Aprendizaje de las Matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional”, Programa Editorial de la Universidad del Valle”, Cali, Colombia. “Equilibrar algo desequilibrado: los estándares del NCTM a la luz de las teorías de aprendizaje de las Matemáticas” (2001), Revista EMA, Vol. 6, No 3, 207-209.

¹⁷⁴ La orientación hacia los logros, enfatizó el desempeño individual y en la universidad por la reducción de espacios de trabajo en grupo y la discusión, se ha descuidado, el trabajo en equipo en la realización y desarrollo de actividades que implican socializaciones e institucionalizaciones de los saberes.

¹⁷⁵ El uso de fuentes en textos de estudio, las posibilidades de Internet y variedad de opciones.

¹⁷⁶ Formulado en la metodología del curso de Fundamentos de Matemáticas

existen tradiciones, concepciones, que generan resistencias a cambiar de modelos, pero el marco que se asume es el de participación y socialización del aprendizaje¹⁷⁷, sin desconocer ventajas tradicionales en el trabajo intensivo de profundización individual, el dominio de determinadas reglas. Es una búsqueda de coherencias entre las metáforas, o la creación de bases metafóricas (Sfard, 1997¹⁷⁸), en un contexto de creación de discursos por parte de los estudiantes. Es búsqueda no vigilada permanentemente por el profesor, de la manera como se hace una actividad con los mecanismos y estrategias de explicación que usan los estudiantes, en sus entornos de trabajo académico: en el aula, en casa durante los avances y definiciones de sus trabajos-actividades. En la actividad el estudiante-aprendiz, aproxima su discurso¹⁷⁹ a una forma de discurso validado (en textos escolares, también por el profesor) históricamente, ampliando la comunidad que usa ese discurso.

El marco representacional, desde el uso de la mediación (el papel de la simbología algebraica, los cambios de registro, las representaciones numéricas, las gráficas y sus posibilidades de visualización¹⁸⁰) y la alteración o cambios en los usos de palabras para referirse a procesos o a propiedades y el apoyo en instrumentos computacionales. Se busca darle sentido matemático a los procesos matemáticos, enunciados y anunciados en los textos de secundaria, que los estudiantes en esos niveles, no lograr entender, menos apropiar. En la presente propuesta de innovación didáctica, dos procesos se consideran claves: el de representación (uso de recursos verbales, simbólicos, gráficos y numéricos, traducción y conversión entre los mismos) y el de comunicación (diálogo, discusión, sustentaciones, redacciones de informes) que se da entre estudiantes y en las interacciones profesor-estudiantes(s). Los estudiantes universitarios que ingresan con precariedades (contenidos, procesos, habilidades, procedimentales, lenguajes y simbología¹⁸¹), se sienten

¹⁷⁷ Cambian los roles del docente y del estudiante, siendo más activos; los materiales (guías, lecturas, orientaciones didácticas), se discuten, se les hace gramática (transformaciones necesarias); los métodos se presentan en el marco de poder saber más sobre lo estudiado, de modo que no se privilegian, métodos.

¹⁷⁸ Citada en el texto de referencia de Sfard, páginas 35-37, “¿Hay que elegir una de las dos metáforas?”

¹⁷⁹ Sfard, A. “Desarrollas el discurso matemático-Algunas ideas tomadas de la investigación comunicacional”. Traducción del original Sfard, A. (2012) Introduction: Developing mathematical discourse-Some insights from communicational research.

¹⁸⁰ El uso adecuado del comando Zoom, determinación de rangos, ubicación y lectura del cursor, por ejemplo, en Derive.

¹⁸¹ Ellos transitan por diferentes denominaciones: notación, simbología, escritura, lenguaje algebraico, entre varios.

más cómodos cuando se les habla de diferentes lenguajes, al encontrar que pueden expresar sus ideas de diferentes formas, para acercarse poco a poco a la comprensión del objeto de estudio, en la propuesta, el de funciones elementales. El uso consistente de representar en diferentes contextos va generando el hábito de razonar matemáticamente¹⁸². Godino (misma obra), señala que el lenguaje tiene además una doble función: representacional, para designar objetos abstractos que no podemos percibir; el instrumental, para hacer el trabajo matemático, donde este valor instrumental puede ser muy diferente según se trate de palabras, símbolos, gráficas, números (tablas de datos, substituciones de valores). La habilidad para cambiar el registro de representación ayuda a que se dé un mayor acercamiento entre el pensamiento matemático y el conocimiento matemático que se usa en la vida real¹⁸³, logrando en los estudiantes que sus rutinas en los talleres y en el desarrollo de actividades cotidianas enmarcadas en los trabajos de clase, tengan sentido, las ideas de matemáticas corrientes, matemáticas prácticas y matemáticas de matemáticos, presentadas y discutidas en el plan de curso y en las clase inaugural.

El desarrollo de la presente propuesta de innovación didáctica¹⁸⁴, en el marco de la duración de un semestre académico, conlleva a un trabajo casi simultáneo de repaso de Aritmética, son cortas por la duración de los semestres y por ello la necesidad de tablas comparativas y de formalización u objetivación de lo nombrado. El papel de las tecnologías no es el de suprimir pasos o razones de las transformaciones de las expresiones o información (por ejemplo, en la elaboración de tablas de datos desde una notación algebraica de una función), sino que desde los comandos matemáticos de un software o de una calculadora, se interprete y entiendan las propiedades (cada comando tiene inmerso las

¹⁸² Godino, J. D. y otros (2001) “Didáctica de las Matemáticas para maestros”, Departamento de didáctica de la Matemática, Facultad de Educación. Universidad de Granada https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf

¹⁸³ En el presente trabajo de innovación didáctica, se busca que la actividad matemática se haga en contextos de representación y que los objetos matemáticos (las funciones elementales) los reconozcan en diferentes contextos. Duval, R. (2006), “Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación”. LA GACETA de la RSME, Vol. 9.1, págs. 143-168. <http://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=546>

¹⁸⁴ Es decir: “... un trabajo descriptivo exploratorio sobre las posibilidades y ventajas de las TIC y los instrumentos tecnológicos en la enseñanza y aprendizaje de las funciones elementales con enfoque representacional y comunicacional en estudiantes de Fundamentos de Matemáticas en los programas de Ciencias Económicas Administrativas y Contables de la Universidad Libre, seccional Cali”.

propiedades matemáticas de los objetos y el proceso pedido)¹⁸⁵, la consistencia de las respuestas y el lenguaje usado en ellas, además de construir hábitos discursivos en el desarrollo de la práctica (verbalización de lo que implica elaborar una tabla, comprobar si el valor de la función para determinado valor, está correcto, o el estudiante lo puede interpretar por su cuenta. Además, que en el trabajar con otros cada uno de los estudiantes reflexione sobre lo que está haciendo y la naturaleza de los resultados¹⁸⁶, como en el acercamiento a los textos escolares como elementos de profundización y comprobación de lo estudiado y luego aprendido. Por lo tanto, valorar el papel didáctico de los textos de Matemáticas, con sus enfoques, sus discursos, los ejemplos presentados, observaciones, talleres propuestos y el uso de calculadoras y software. El papel de los registros de representación semiótica de las funciones como manera de razonar y visualizar el objeto de estudio, teniendo en cuenta que la comunicación matemática se establece a través de dichas representaciones¹⁸⁷(Duval), principalmente en las transformaciones (pasar una forma general a estándar (“canónica” en el lenguaje tradicional), el modo de realizar conversiones y los tratamientos que se les dan.

El marco de referencia de las TIC y el uso de instrumentos tecnológicos, se fundamenta en el papel de las tecnologías hoy en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas¹⁸⁸ y su influencia y mejora en los procesos de aprendizaje, desde los retos institucionales que comprometen las propuestas educativas de uso (e incorporación de tecnologías en sus procesos formativos), la necesaria inicial formación docente en el uso de TIC (y las demandas y tendencias: “los retos de la enseñanza superior, profesores y TIC”,

¹⁸⁵ En Derive 6: Table ($x^2 + 2x, x, -10, 8, 1$), mostrando la variable de la función, el rango de valores y el salto en dichos valores para la construcción de la tabla de valores.

¹⁸⁶ Reflexión activa que permita formulaciones para ser validadas con los compañeros de trabajo y con la clase en general.

¹⁸⁷ Duval, R. (2012). “Lo esencial de los procesos cognitivos de comprensión en matemáticas: los registros de representación semiótica”. Conferencia en VI Coloquio de las Matemáticas: Avances y desafíos actuales. Resúmenes (2012). Pontificia Universidad Católica del Perú. Depto. de Ciencias, Sección Matemáticas-IREM. Maestría en enseñanza de las Matemáticas. file:///C:/Users/Ruben%20Lozano/Documents/DUVAL/DUVAL%20CONVERSIONES%20Resumen_coloquio_2012-1.pdf

¹⁸⁸ Marín, A., Lupiáñez, J. (2000) NCTM, Principios y estándares para la educación matemática: una visión de las matemáticas escolares. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. Servicio de publicaciones de la S.A.E.M. Thales. <https://core.ac.uk/download/pdf/12342118.pdf>

“las estrategias docentes con tecnologías”, “aprendizaje competencias y TIC”¹⁸⁹, la relación entre Educación Matemática y TIC y el nuevo realismo de las Matemáticas con el uso de tecnologías computacionales¹⁹⁰.

La Didáctica de las Matemáticas: Análisis histórico-epistemológico del objeto de estudio y la formulación de una propuesta de aula que compromete aprendizaje verdadero de un objeto de estudio y sus aplicaciones.

2.2. ENFOQUE COMUNICACIONAL: APRENDER MATEMÁTICAS COMO LA ACCIÓN DE DESARROLLAR UN DISCURSO

La tarea principal del educador es promover el aprendizaje, modificando e intercambiando el discurso existente en la cotidianidad de las clases, el cual es muchas veces impreciso y vago, además de resistente al cambio; es decir, se oponen a cambiar ciertas prácticas, escrituras, notaciones y formas de realizar, determinadas actividades matemáticas, ante una nueva propuesta o una aclaración que comprometa la forma anterior, posiblemente arraigada. También es tarea del educador, posibilitar habilidades y rutinas en un marco más seguro, en el cual cada estudiante adquiera y gane en autonomía, cuando enfrenta un taller que compromete enunciados, que piden dar razones de los pasos (razonamiento matemático apoyado en propiedades, conceptos, reglas) o empleando diferentes métodos de resolución, cuando realiza actividades matemáticas.

Es fundamental que el estudiante abandone su rol pasivo y cómodo, y se convierta en un participante que realice actividades de reflexión sobre lo pedido, sobre las preguntas y actividades propuestas (acciones reflexivas sobre lo pedido), y que se atreva a formular explicaciones y llegar a acuerdos con otros estudiantes que participan en clase¹⁹¹. En las aulas, tanto de secundaria como en las mismas universitarias es común ver al estudiante

¹⁸⁹ López, M. (2013). “Aprendizaje competencias y TIC”, Pearson Educación. Impreso en México

¹⁹⁰ Moreno, A. y otros: [file:///G:/DUVAL%20Y%20OTROS%20MARCOS/MORENO%20ARMELLA%20articles-81040 archivo1.pdf](file:///G:/DUVAL%20Y%20OTROS%20MARCOS/MORENO%20ARMELLA%20articles-81040%20archivo1.pdf)

¹⁹¹ En marcos de situaciones didácticas donde el estudiante interactúa con el ámbito de clase y temática (ámbito matemático de estudio) que lo convoca hacia la adquisición, emergencia o construcción de un conocimiento: reflexionando y actuando, formulando, validando lo propuesto: <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2016/01/DOC-La-Didactica.pdf>

“gozando de un papel cómodo” de sólo escuchar asumiendo que así “gana conocimiento” pues está atento y tomando notas de quien sabe, y se mantiene vigilante de que el tablero no sea borrado, pues perdería información vital para las evaluaciones, asumiendo que esa información es clave para los exámenes, develando concepciones de saberes estáticos, aprendizaje mecánico de reglas y procedimientos y sin discusión, que sólo demandan recordar dichas reglas y tales procedimientos para ser repetidos en sus talleres y pruebas.

En el mismo orden de ideas, un alumno pasivo y con pensamiento de saberes que se transmiten, que busca o demanda que la metodología de ciertos temas de estudio como también la relacionada con resolver ciertas reglas y aplicaciones sea la más cómoda, rápida, privilegiando la más sencilla desde su perspectiva y también con la posibilidad de negociar con el docente el método a usar. Esto lleva a considerar las guías de estudio, los textos recomendados, los talleres de ejercitación como materiales rígidos, estáticos, que no permiten nuevas gramáticas, sólo lo que piden, sólo rutinas que no demanden justificaciones. Se matriculan así en metáforas transmisionistas, que llevan al docente (o perciben del docente) a desempeñar un rol pasivo, poseedor de la verdad y el conocimiento. Anna Sfar propone una metáfora de participación (o de socialización) en la cual los estudiantes se integren a una comunidad de acción, de compartir, de cooperar de modo que cada estudiante se sienta interesado en las actividades de clase, pero de modo participativo.

Discurso y comunicación se vuelven importantes en el proceso de aprendizaje cuando nuestro hacer en el aula se transforma en quehacer, cuando aprender se convierte en construcción de pensamiento que posibilita ser disciplinado, con capacidad de síntesis, con posibilidades de llevar a la práctica lo aprendido, cuando respetamos las intervenciones y propuestas de otros compañeros, cuando somos éticos, siendo coherentes con nuestro rol de estudiantes o profesores, cuando somos buenos ciudadanos. Quien es disciplinado y sintetiza, distingue y diferencia conceptos y tópicos, organiza información desde nuevos patrones, desde nuevas preguntas, de modo que la información no se queda quieta solo para ser repetida. El estudiante puede tener información sobre una temática, un evento, una situación, pero no necesariamente el concepto sobre lo que se pregunta o relata. ¿Cómo

saber más sobre un tema?, ¿cómo superar concepciones erróneas sobre un objeto de estudio?

Cuando se entiende el aprendizaje como adquisición resultado de transmisión de información, ésta adquisición no da cuenta de cómo se produjo en cada uno de los asistentes, en cada uno de los integrantes de un curso, de un grupo en un ambiente escolar. A. Sfard precisa que “el enfoque adquisicionista descansa, en gran medida, en la idea de los invariantes cognitivos que sobrepasan las fronteras culturales y situacionales”¹⁹², enfoque que se interesa en encontrar e investigar lo que permanece constante en una situaciones distintas, que cambian, pero pasa por alto el hecho del dinamismo inocultable en el aprendizaje y que lo muestra sensible a las variadas interacciones sociales que se viven en ambientes de aprendizaje, tanto presenciales (relaciones con otros cercanos) como no presenciales (interacción con un texto de otro, con una afirmación de otros). Más bien señala Sfard, “la mayor parte de nuestro aprendizaje no es otra cosa que una clase especial de interacción social que apunta a la modificación de otras interacciones sociales” (pág. 43), y se pregunta y sintoniza con las propiedades del individuo que de alguna manera son responsables del cómo se comporta una persona y los cambios que se generan. Llama la atención el hecho de que cuando un estudiante asume ante uno de sus compañeros el rol de explicarle algún procedimiento que él cree entender y le pregunta al final, ¿entendiste?, su compañero responda, “más o menos”, o simplemente “no todo”. Algo adquiere, pero en el enfoque comunicacional no se pretende desconocer logros del enfoque transmisionista, más bien ayudar a comprender de mejor manera el aprendizaje.

Escuchar a pares de estudiante sobre cómo resolver o por qué un ejercicio particular en un taller propuesto, se resuelve de determinada manera, genera en el profesor preocupaciones, a veces inquietudes, por qué no, satisfacciones, pero finalmente quedan latentes algunos compromisos o puntualmente retos: ¿cómo intervenir en ese momento?, ¿cómo diseñar una explicación posterior al curso en general que atienda su inquietud sobre errores, concepciones de los estudiantes?, tal vez , ¿qué es lo que no entienden?, ¿debo mejorar el discurso preparado sobre el tema? La diversidad de respuestas o declaraciones

¹⁹² Sfard, A. (2008) “Aprendizaje de las Matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional”. Pág. 43

sobre los objetos de estudio, obedecen a experiencias previas, diferencias en la calidad de la escolaridad, actitud sobre las Matemáticas, entre otras. En una encuesta sobre funciones a estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ciencias Económicas, ante la pregunta abierta, ¿cómo se puede representar una función?, se dan algunas respuestas como, “una función se puede representar como una ecuación”, “ $f(x) = x^2 + 8x + 15$ ésta sería una función cuadrática”, “ $f(x) = 5x^2 + 7x + 2$ ”; otro tipo de respuesta dada es, “por medio de una gráfica”, respuesta que se repite en varias encuestas. Otras respuestas parecen buscarle sentido a la palabra representar y exponen, “se puede representar por letras y números, radicales”, o “se pueden representar por números y letras” como muestras de reconocimiento de registros (semióticos). Otras respuestas muestran cercanía gramatical de representar con dibujar o trazar y expresan, “una función se puede representar gráficamente”; se puede considerar que son respuestas con escritura más formal desde lo gramatical. Se dan respuestas que parecen buscar dar cuenta de dos representaciones particulares, numérica y gráfica cuando precisan, “en unidades de medida o representación gráfica” Otras respuestas se enfocan en identificar tipos de funciones evocando posiblemente conocimientos recibidos o adquiridos en su tránsito en secundaria y responden, “se puede representar como una función lineal, cuadrática, entre otras”. Algunos encuestados dejan el espacio en blanco, tal vez desconociendo el significado de representar.

Las respuestas muestran que el trabajo de reeducación, o la labor de enseñanza en esta temática, no empiezan desde cero. Se busca entonces modificar e intercambiar el discurso, los planteamientos existentes más que crear uno de la nada. Anna Sfard plantea entonces que puede definir “el aprendizaje como el proceso de cambiar de cierta manera, bien definida, las formas discursivas propias” (pág. 44 mismo texto). De este modo en el caso de las funciones, una persona aprende sobre funciones cuando amplía sus habilidades discursivas para llegar a comunicarse de modo eficiente con otros que saben sobre el tema, o más formalmente, comunicarse con miembros de una comunidad matemática. Podemos afirmar que no es una búsqueda de producir mejoras en la forma de pensar (otros autores y trabajos de investigación le apuntarán a ello), sino, pensar en forma matemática¹⁹³, como lo

¹⁹³ Sobre pensamiento matemático, se trabaja mucho en la actualidad. Se trabaja en la importancia de la comunicación y producción de los procesos de pensamiento propios de las Matemáticas más que en la mera transferencia de contenidos y reglas: Cantoral y otros (2005) en “Desarrollo del pensamiento matemático”,

hace su profesor, como lo hacen los matemáticos y didactas en los textos escolares o en los artículos científicos.

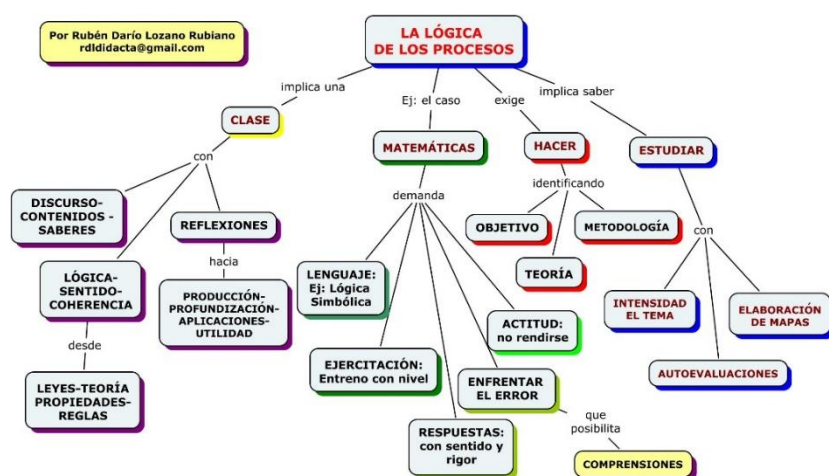
El punto especial es decidimos a pensar y comunicar¹⁹⁴, como un esfuerzo dialógico, un esfuerzo hacia que nuestras intervenciones, nuestros discursos en clases vengan precedidos de preguntas a sí mismos e intentos de respuestas, Un estudiante en la universidad, puede llegar a sentirse con autoridad y con criterio para juzgar o en menor grado, corregir ciertas palabras con las que otro compañero decide usar cuando se le requiere un concepto o una razón de un procedimiento o de un método escogido para resolver una situación. Es un intento de ir más allá de evitar las cotidianas expresiones vulgares o inadecuadas para indicar un proceso (por ejemplo, “se va” en vez de “se reducen términos opuestos”), sin desconocer que se está hablando de lo mismo matemáticamente. Sí buscar un mejoramiento en la calidad del discurso; los ejemplos en textos escolares son de gran ayuda y es pertinente y responsabilidad del docente ayudar a ese tránsito. Los estudiantes pueden ir a los textos e ir familiarizándose con expresiones propias del hacer matemático. Sfard plantea que la correspondencia entre cosas y nombres debe ser una función univalente, lo que nos enfrenta a la necesidad de reconocer los nombres como parte integrante de las formas y al igual que las formas mismas son dados externamente y no fruto de caprichos y decisiones humanas. Las definiciones verbales permiten decidir si se está hablando de algo en particular o de algo diferente; éste camino ha sido largo en la educación básica y no siempre fructífero. Ahora, según Sfard es un tránsito en el reconocimiento y descripción de la manera como se comunican los estudiantes en el intento de usar discursos cada vez más apropiados en el proceso de aprendizaje; el tránsito en la escolaridad universitaria en los cursos es muy corto y obliga a una pronta puesta de acuerdo en vocabulario, la identificación de los recursos visuales y el soporte al flujo de comunicación que se da en el aula y en los encuentros de estudio. Si el aprendizaje de las Matemáticas es el desarrollo de un discurso matemático en el proceso escolar básico y

refieren diferentes modos de entender el pensamiento matemático, ya sea como la forma en piensan las personas que son profesionales de las Matemáticas, también como el ambiente científico en el cual los conceptos y técnicas matemáticas emergen y se desarrollan cuando se desarrollan tareas específicas del campo. Hace referencia a procesos avanzados como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis.

¹⁹⁴ En Psicología discursiva se acepta el pensar como un caso especial de la actividad de comunicar.

medio, la realidad que se enfrenta en la universidad es la de estudiantes que no se sabe si lo han logrado; ahora el trabajo didáctico-pedagógico es lograr que la presentación de los objetos matemáticos, la función en particular no aparezca como algo novedoso, como algo desconocido y sí de un objeto importante y fundamental de las Matemáticas que convoca nuevos usos de palabras, nuevos discursos, uso de mediadores, es decir por ejemplo cuadros comparativos señalando las formas anteriores como identificaban o reconocían ciertos objetos matemáticos o procesos matemáticos y la nueva donde puedan reconocer el error, la inconsistencia. Ejemplos clásicos el de $a^2 = 2 \cdot a$, el caso de $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, o expresiones como “el valor absoluto siempre es positivo”, o “todo número elevado a la cero da cero”, con los cuales se mueven los estudiantes en clase y que no esperan descalificaciones so pena de “derrumbar sus saberes”. Es necesario otro camino, otras estrategias de crear (las) nuevas reglas y convertirlas en propias.

Lo comunicacional se constituye en una lógica de los procesos matemáticos y de los procesos y secuencias de aula. Así, el aula se transforma en un espacio de reflexiones, de lógica de los discursos docentes y los contruidos por los estudiantes. El aula y las actividades propuestas como camino y posibilidad de respuestas a, ¿cuál es el papel de las Matemáticas?, ¿cuál es su utilidad?, ¿por qué se enseñan de determinada manera y cuál es la mejor forma de aprender?, y que resumen las inquietudes curriculares más propias en ocasiones de los estudiantes que de algunos docentes que asumen las Matemáticas como



hechos acabados.

Figura 1. Lógica de los procesos

La necesidad de formación metodológica en los estudiantes que los acerque a metáforas de aprendizaje activas, que posibiliten mayor interacción entre estudiantes y el profesor y entre los mismos estudiantes, materiales y útiles de estudio que sean pensados de modo dinámico, con posibilidades, con diferentes metódica y diferentes técnicas. También por lo anterior, que se valoren las metodologías como formas de saber (por lo tanto, didácticas) más del objeto de estudio.

2.3.TEORÍA DE LOS REGISTROS SEMIÓTICOS

La teoría de las representaciones semióticas de R. Duval, es un enfoque cognitivo que en el caso particular de la enseñanza de las funciones incide favorablemente en una mejor comprensión por parte de los estudiantes de su naturaleza y de sus propiedades. Un registro está constituido por signos que se pueden comprender como simbolizaciones, figuras, trazos, íconos, todos ellos asociados entre sí de dos maneras: internas según el contexto y la red semántica a que pertenezca y de manera externa según reglas de combinaciones de signos, reglas que son propias de la red semántica en juego. Si bien coordinar y distinguir los distintos registros es inherente a las actividades del hacer matemático, las acciones y respuestas de los estudiantes no son bien elaboradas ni realizadas. La presente propuesta se interesa en poner en evidencia el rol que representan estos registros para el aprendizaje del concepto de función y sus aplicaciones, con el apoyo de recursos computacionales que dinamicen el trabajo de lápiz y papel y el trabajo de discusión y redacción compartido en el aula presencial y virtual.

Las Matemáticas y su actividad, se caracterizan por uso de diversos sistemas de expresión y representación, entre ellos el lenguaje natural¹⁹⁵. Hablar las Matemática como un nativo, hace alusión a la necesidad de entender sus lenguajes, sus diferentes formas de representación. Los estudiantes tienden a asociarla más a las representaciones simbólicas y lo gráfico como una forma complementaria de presentarla, pero no necesariamente como una ayuda para entender mejor el objeto representado.

¹⁹⁵ Richard Skemp, pregunta, ¿Cómo estás de Matemáticas?, y responde, las hablo como un nativo. Ver “La Psicología del aprendizaje de las Matemáticas”, Editorial Morata, Colección Pedagogía Hoy, 1979, España.

Hay una gran variedad de sistemas de escritura de las Matemáticas, ya sea con números (tal vez por ello todavía crean apropiado definir las Matemáticas como la ciencia de los números, definición adecuada para la Grecia Antigua¹⁹⁶), expresiones algebraicas (relaciones y operaciones útiles para hallar imágenes de la funciones, por ejemplo), figuras geométricas, gráficos cartesianos, diagramas de redes, esquemas y hasta representaciones figurales para apoyar explicaciones.

Duval (1995) se pregunta, “¿Es esencial esta utilización de varios sistemas semióticos de representación y expresión, o, al contrario, no es más que un medio cómodo pero secundario para el ejercicio y para el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales? Duval considera que esta pregunta supera el dominio de las propias Matemáticas y de su aprendizaje y apunta más hacia la naturaleza misma del funcionamiento cognitivo de quien aprende. Cada software de Matemáticas y las calculadoras de Matemáticas (científicas y algebraicas) dan una mano a esta problemática (de alguna manera), cuando generan “error” ante una escritura de una operación, de una expresión, de una fórmula. Los comandos responden a la naturaleza del objeto estudiado¹⁹⁷.

Los argumentos de Duval al respecto se resumen en a) No puede haber comprensión en Matemáticas si no se distingue un objeto matemático de su representación. Las representaciones no son los objetos, pero ayudan a entenderlos. La expresión 0,25, es también 25%, también es $\frac{1}{4}$, pero estamos hablando de números racionales, por ejemplo. Pero, sus cambios de presentación, nos ayudan entender los racionales desde sus diferentes definiciones; b) existen representaciones mentales, conjuntos de imágenes, conceptos, nociones, ideas, creencias, que cada persona puede tener sobre un objeto o situación e incluso sobre aquello con lo cual está asociado, y son una ayuda o mirada del objeto cuando no hay un significante perceptible, dice Duval. Las imágenes mentales “se la juegan” como interiorizaciones de representaciones externas y a veces como interiorización de las

¹⁹⁶ Ver “Le lenguaje de las Matemáticas” obra citada, página 11.

¹⁹⁷ Ver anexo sobre transformaciones de funciones con Derive.

percepciones; c) las representaciones semióticas¹⁹⁸ son un medio del cual dispone cada individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, o sea, visibilizarlas a los demás; son importante en la comunicación pero necesarias para la propia actividad matemática.¹⁹⁹; d) Ahora, las diferentes representaciones no pueden oponerse como dominios totalmente distintos, diferentes o independientes. Es la pluralidad de los sistemas semióticos la que permite una diversificación tal de las representaciones del objeto, que ayuda a la cognición del estudiante o sujeto y, por lo tanto, de sus representaciones mentales. Mirada de modo trivial, sería mayores “confusiones”, pero lo que se logra son mejores comprensiones; e) La coordinación que se da entre las representaciones que provienen de sistemas semióticos diferentes, no es espontánea, y sí requiere de un aprendizaje específico.²⁰⁰ f) ¿Qué actividades cognitivas se requieren: 1) formación de representaciones en un registro semiótico particular para “expresar” una representación mental o “evocar” un objeto real; 2) transformar expresiones dentro de un mismo registro (ver pie de página 61) de representación; 3) conversión cuando la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información que produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial.

Los semestres son tan cortos, que todo se vuelve una carrera contra el reloj, en busca de mejores comprensiones, por ello la necesidad de presentaciones cuidadosas de los conceptos, apoyos en textos matemáticos de lectura apropiada, con presentaciones didácticas de los cambios de representación y los logros en cognición por dichos cambios, bajo la vigilancia docente responsable y con adecuada formación didáctica, para preparar las guías, seleccionar ejercicios con buenos enunciados y actividades, aceptar el error como parte del aprendizaje, concebir su propuesta de clase dentro de una filosofía institucional y un enfoque pedagógico que valora el verdadero aprendizaje.

¹⁹⁸ “En Psicología, para estudiar la adquisición de conocimientos y los funcionamientos que permiten su tratamiento o su aprendizaje, la noción de representación es tan esencial como la de comportamiento...”, Duval, obra citada.

¹⁹⁹ El estado inicial de los estudiantes en Matemáticas, muestra el poco interés por apropiarse de representaciones de los objetos matemáticos.

²⁰⁰ Trabajar cómo transformar una expresión general de una función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ en una forma normal, $y - k = a(x - h)^2$, invita a saber cómo construir cuadrados, pero también lo que le aporta a la cuadrática (parábola), es decir, saber de un punto esencial en ella: su vértice

2.4. LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES, LOS NUEVOS TEXTOS ESCOLARES Y LOS MARCOS DIDÁCTICOS

Los Lineamientos Curriculares²⁰¹ de Matemáticas para la Educación Básica y Secundaria en Colombia (1998) se constituyeron en el primer paso teórico, conceptual y metodológico para orientar la enseñanza de las Matemáticas en el país. Se enfocaron en organizar el currículo como un todo armonioso e integrado alrededor de tres grandes ejes: Conocimientos básicos (los diferentes pensamientos y sistemas matemáticos asociados a ellos), los contextos (referidos a las situaciones y núcleos problémicos que se dan en las mismas Matemáticas, en la vida diaria y en otras ciencias) y los procesos matemáticos que posibilitan los diferentes pensamientos matemáticos (razonamiento matemático, las conexiones matemáticas internas y externas, la resolución de problemas matemáticos, la comunicación de ideas matemáticas, la modelación matemática y los procedimientos matemáticos con la elaboración asociada, y las actividades matemáticas en sí, acompañadas de reglas y propiedades que los validan). La propuesta de los Lineamientos Curriculares conllevó una fundamentación teórico-práctica hacia una adecuada formación matemática que propiciara en los estudiantes una metodología de ella y que facilitara su aprendizaje más profundo y formal en la educación superior. Los profesores de Matemáticas tenían entonces el reto de formación, actualización didáctica y tecnológica, decisiones pedagógicas, claro está, acompañados de retos institucionales. Esta propuesta es parte de la aceptación de ese reto y compromiso con la educación matemática.

Ahora, los textos de Matemáticas universitarias para precálculo²⁰², abordan en general muy buenos repastos de Aritmética y Álgebra e incluso le dedican orientaciones didácticas hacia el uso de calculadoras graficadoras reconociendo sus potencialidades (por ejemplo, capítulo 1.9 de Precálculo 6ª edición en español, de Pearson Educación). Los textos con denominación de “Matemáticas Aplicadas a la administración y Economía” por

²⁰¹

<http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89869.html>,
https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
<http://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-article-89869.html>

²⁰² http://190.90.112.209/precaculo_-_matematicas_para_el_calculo-1.pdf: Stewart J. 6a edición, Cengage Learning, 2013

ejemplo J. Arya, S. Tan, E. Haeussler²⁰³ incluyen como primer capítulo, repaso de Álgebra, con temas como conjuntos y números reales, operaciones básicas y propiedades, expresiones algebraicas, operaciones y factorizaciones, para apoyar el desarrollo de los tópicos siguientes sobre funciones y sus aplicaciones en esos campos de estudio: ciencias económicas, administrativas, contables, mercadeo. Lo importante, mostrar que estos textos escolares, se interesan por ofrecer enfoques pedagógicos novedosos, reconocen las necesidades de los estudiantes en matemáticas elementales e incorporan de buena manera el uso de recurso tecnológicos (software, calculadoras, plataformas, ayudas en la Web, entre otros). El Dr. Santos Trigo en una de sus conferencias, documentos²⁰⁴ y posteriores charlas académicas en otros espacios académicos, señala y demanda la importancia del uso de medios digitales y contrastar información, trabajar en equipos, usar herramientas tecnológicas que les permitan representar y explorar diversos problemas incluyendo el uso de representaciones dinámicas, entre otras. De otro lado, presenta reflexiones sobre la adicción de los jóvenes al uso de tecnologías y los pocos avances que se han hecho desde los ambientes familiares y escolares, para sistematizar y hacer más eficiente desde lo académico y escolar, las tecnologías.

Ahora, con las calculadoras y en general los ambientes computacionales, se pretende una enseñanza que al incorporar nuevos realismos²⁰⁵ y dinamismo a los objetos

²⁰³ Textos referenciados en la presente propuesta, presentados en la bibliografía de los planes de clase en la Universidad Libre y de uso en clase por profesores y estudiantes. Arya, Jagdish C. y Lardner, Robin W (2009). Matemáticas Aplicadas a la Administración y Economía, 5ª edición, 2009. Este texto cubre las matemáticas de tres o más semestres de la carrera. El estudio de las funciones y su introducción al Cálculo es fuerte conceptualmente, buenos ejemplos temáticos y ejercicios de fortalecimiento y aplicación a la economía de las ecuaciones y funciones matemáticas algebraicas y trascendentes.). Haeussler Ernest F., Pearson Educación, 13ª edición (2015): Es un texto que proporciona los fundamentos matemáticos necesarios para estudiantes de Economía y Negocios. Inicia con repaso de Álgebra, el estudio de ecuaciones y funciones. Tan, Soo Tang (2008). Matemáticas para la Administración y Economía. Editorial Thomson Internacional, impreso en México, 3ª edición. Presentación clara, sencilla e intuitiva de técnicas cuantitativas con enfoque en modelado matemático y en comprensión de conceptos y de teorías. La primera unidad que es la de interés inicial para el repaso de Álgebra (los números reales, polinomios y su factorización, expresiones racionales, exponentes enteros, resolución de ecuaciones, exponentes racionales y radicales, ecuaciones cuadráticas, desigualdades y valor absoluto). El capítulo 2 es el estudio de las funciones en general, las 3 y 5 funciones cuadráticas y trascendentes

²⁰⁴ <http://funes.uniandes.edu.co/9443/1/Resolucion2016Santos.pdf> “La resolución de problemas matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales” (2015) Conferencia en XIV CIAEM, en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.

²⁰⁵ El Dr. Luis Moreno Armella del Cinvestav de México precisa, por ejemplo, que los puntos de una pantalla graficadora son físicos, a diferencia de los puntos ideales de la tecnología lápiz-papel, causando por ello con

matemáticos puestos en escena escolar, se aprenda de mejor manera su naturaleza y utilidad. Poder cambiar de representación a una función, estudiar familias del ellas, entre otras actividades, es relativamente de fácil diseño en estos ambientes, y hace que la actividad sea menos tediosa y aún engorrosa para los estudiantes. El Dr. Moreno Armella (en “instrumentos matemáticos computacionales”²⁰⁶) nos convoca a una mirada sobre cómo desde la antigüedad griega los matemáticos se han preocupado por la forma en hacer pruebas, demostraciones y cómo cada método le aporta a la comprensión matemática. Se refiere a los estudios de Balacheff & Kaput (1996) para señalar el impacto epistemológico generado por las herramientas computacionales, al cual denominan nuevo realismo matemático: lo que vemos en una pantalla de una calculadora, con un ambiente algebraico-computacional, pareciera con existencia casi material; aparecen desarrollos constructivos en la pantalla claramente bajo el control de reglas (algebraicas, geométricas), pero soportado y sustentando desde el universo interno de la herramienta, es decir, gracias la matemática instalada en el procesador central de la calculadora (página 82, de “Instrumentos matemáticos computacionales”, en documento, de “Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de Matemáticas de la educación media en Colombia”). Este nuevo realismo les permite a los profesores, proponer y enfrentar a sus estudiantes, a transformaciones, cambios de registro, manipulaciones de tablas de datos (las realizadas a mano, es decir con tecnología LP-lápiz papel, que son insuficientes para presentar la idea de la regla algebraica dada por ejemplo en una función, pasan a ser visualizadas de modo más amplio y comprensible), de modo que si se transita a una gráfica, ésta ya no parece tan mágica. La tecnología, permite hacer más matemáticas, realizando pasos (léase, comandos), que permiten entender los procesos matemáticos más rápido. Claro está, y la experiencia docente lo respalda, de la mano de asistencia, de apoyos docentes, de buenas guías didácticas de trabajo, de trabajo en equipo.

su manipulación, resultados diferentes a los logrados teóricos. La discusión pertinente es necesaria en las aulas de clase, para trabajar las ventajas de la mano de los riesgos didácticos y cómo superarlos.

²⁰⁶ Ver: https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-81040_archivo1.pdf

Regine Douady²⁰⁷ didacta francesa postula el juego de Marcos como la teoría que sustenta estos cambios de representaciones de los objetos y que finalmente ayudan a la comprensión de la naturaleza del objeto en sí. La importancia dada por Duval a las representaciones dice Balacheff, la justifica Douady, con sus “marcos”: los conceptos intervienen en varios dominios, varios marcos (físicos, gráficos, geométricos y otros), de modo que “un concepto se traduce en cada uno de ellos en términos de objetos y relaciones que podríamos llamar los significados del concepto en ese marco” (1984)²⁰⁸. R. Douady, parte de dos postulados claves (pág. 185, obra citada): Primero, todo concepto matemático está asociado a varios marcos que pueden ser relacionados por medio de sistemas de representación; segundo, los diferentes marcos no coinciden, de una parte, por cuanto no movilizan las mismas propiedades y teoremas y de otro lado, debido a las diferencias de valor ostensivo (lo que muestran) de los sistemas de representación que producen. Esto hace, según Balacheff, del juego de marcos, un método efectivo de construcción de situaciones pertinentes para favorecer un aprendizaje. En ambientes de comunicación en el aula, emergen explicitaciones de los diferentes marcos, ya sea en un ambiente de dudas, en ambientes de preguntas puntuales, o en declaraciones de los estudiantes en espacios de trabajo en grupo, en evaluaciones.

El reto docente, de su uso didáctico e inscrito en propuestas innovadoras permitió que la presente innovación didáctica se iniciara desde un plan de curso en el cual, los recursos generales, institucionales y docentes, definieran claramente un Portafolio Docente TIC inicial donde lo electrónico (audios y videos), lo digital (las posibilidades y potencialidades de computadores), la línea (Nube, por ejemplo, Dropbox, Google Drive para el acceso rápido a materiales de clase y de consulta), el software de Matemáticas, las aplicaciones inteligentes de celulares (propuesta m-learning, citada), sirvieran de presentación, de una propuesta para el uso sistemático inicial desde orientaciones didácticas y su posterior incorporación.

²⁰⁷ En Balacheff: http://funes.uniandes.edu.co/1498/1/116_Balacheff2005Marco_RevEMA.pdf: “Marco, registro y concepción. Notas sobre las relaciones entre tres conceptos claves en Didáctica”. Revista EMA, (2004), Vol. 9, No 3; (2005), Vol. 10, No 1, 181-204.

²⁰⁸ Hoy los estudiantes pueden entender una definición, un concepto desde sus diferentes interpretaciones, representaciones, lo que les permiten mayor comprensión cuando deben enfrentar ejercitaciones con esos conceptos. Realmente fue un gran salto didáctico, que permitió, superar los enfoques tradicionales y estáticos de la enseñanza de muchos conceptos y temas de matemáticas; una revolución didáctica.

2.4.1. Las tecnologías de la información y la comunicación: retos institucionales

Hoy se vive en un mundo multicultural e interconectado. Por ello las demandas sociales y educativas apuntan a que los sistemas educativos orienten la educación y formación hacia el desarrollo de capacidades, competencias, actitudes y valores que permitan a los ciudadanos actuaciones en ambientes abiertos que exijan el uso efectivo y apropiación de las tecnologías de la comunicación y de la información. Dentro de este contexto, lo reconoce Gálvez (1997, p. 90) desde finales del siglo pasado, al expresar que "la evolución de las tecnologías de la información, particularmente a raíz del auge de los microcomputadores y de las redes teleinformáticas, ha puesto al servicio de la educación lo mejor de las características del computador, es decir dinamismo, interactividad, almacenamiento y procesamiento de la información. Gracias a ellas, estamos ante una tecnología sin precedentes, sobre la cual se pueden construir sistemas educacionales que contribuyan a la transmisión de la herencia cultural, la promoción de un nuevo entendimiento, la creación de modelos propios de pensamiento".

La realidad actual, nos enfrenta a grandes transformaciones, acceso de los escolares a todo tipo de tecnologías, muchas de las cuales les generan adicciones, que también afectan a personas mayores. Los estudiantes universitarios tienen un amplio espectro de posibilidades de acceso a información, pero también a distracciones. Algunos profesores se resisten a aceptar el uso de móviles en el aula, y en salas de sistemas buscan las maneras de restringir ciertos accesos a páginas²⁰⁹, teniendo en consideración la inadecuada formación que traen los estudiantes de secundaria y que también se ha trasladado a un gran segmento de personas de mayor edad y que ingresan a la universidad. Desde lo pedagógico y didáctico, se demanda de los profesores, formación docente, uso de diseños TIC con

²⁰⁹ <https://educrecursos.wordpress.com/2014/03/14/el-uso-responsable-de-las-tic-en-el-aula/> Uso responsable de las TIC en el aula. EduRecursos. Marzo, 14, 2014

decisiones TAC²¹⁰ sobre cómo usarlos, acompañados de reflexiones y prácticas claras sobre el uso de Internet y sus múltiples recursos.

Lo anterior demanda entonces una actitud responsable de instituciones educativas y docentes de hacer propuestas curriculares que permitan a sus estudiantes el acceso a conocimientos útiles y actualizados para ser más competentes desde lo comunicativo, lo metodológico, lo técnico-práctico, lo participativo y social. El estudiante necesita ser efectivo con la información, tenerse confianza para participar en clase, para asumir textos, ejercicios, situaciones, para acceder de manera independiente o dirigida a información, a comunicarse con otros estudiantes y en lo posible de otras universidades, teniendo en cuenta que tienen intereses comunes y problemáticas similares.

Los docentes universitarios, y en particular los docentes-educadores matemáticos no pueden seguir de espaldas a los avances y demandas. Se requiere de actitud reflexiva y crítica ante las tecnologías y tomar decisiones en cuanto a propuestas didácticas y curriculares que a partir de su uso incorporen tecnologías en el aula que apoyen de modo efectivo su aprendizaje específico y su formación integral. El desconocimiento y el no reconocimiento del papel de las tecnologías de la información y las comunicaciones en la enseñanza y aprendizaje han estado creando una barrera cada vez más difícil de enfrentar entre la vida cotidiana de los estudiantes y las experiencias que tienen en las aulas de clase, pues no se han logrado complementar. Los estudiantes traen al aula, las preocupaciones personales pendientes (comunicación o laborales por ejemplo), o llevan a su ámbito laboral, tareas pendientes escolares. El trabajo educativo y formativo debe procurar complementar los dos ámbitos, logrando mejor desempeño escolar por las experiencias laborales, como también, mejor desempeño laboral, por lo aprendido en las clases y diferentes cursos. Para que la Educación Matemática responda a las necesidades actuales y futuras, debe dar cabida a dichos recursos y a aceptar el reto de los nuevos y valiosos esfuerzos institucionales y docentes para hacerlas posibles y efectivas.

²¹⁰ Tecnologías del aprendizaje y conocimiento, para optimizar la información y generar procesos de aprendizaje, planeados en las propuestas de aula e institucionales.

Las propuestas docentes buscan en su uso educativo y didáctico, que ellas posibiliten mejores aprendizajes y prácticas pedagógicas, como lo muestran los proyectos en este orden, hechos por investigadores y educadores (matemáticos y de otras áreas), de la mano de cambio de actitud y de formación en ese campo, voluntad institucional, compromiso de los estudiantes.

La Universidad Libre, Seccional Cali ha asumido responsablemente los retos generados por las nuevas demandas socioeconómicas mundiales²¹¹, para la construcción de nuevos currículos y lo ha asumido en su Proyecto Educativo Institucional desde su misión y visión y su Proyecto de Desarrollo Institucional PIDI. La misión docente y su función social se deben enfocar en la participación efectiva como estamento docente que procure su integración al contexto de la institución universitaria y sus propósitos de calidad, ser parte de la dinamización del currículo, asumir y construir propuestas de formación para los estudiantes y construir comunidad académica y de docentes.

2.5. EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y TIC

La propia práctica educativa lleva a experiencias y reflexiones personales sobre el uso e incorporación de tecnologías de la información y las comunicaciones como también al uso de ambientes computacionales en la enseñanza y sus efectos en el aprendizaje por parte de los estudiantes de las Matemáticas en general. Las reflexiones también hacen referencia y declaraciones sobre la importancia de los portales y plataformas tanto las que permiten diseñar cursos en las diferentes áreas (por ejemplo, MOODLE) como plataformas específicas de áreas, Matemáticas para el caso de la presente propuesta y que quien la realiza ha estado utilizando y evaluando en los cursos y clases de Matemáticas fundamentales y Cálculo en la Facultad de Ciencias económicas, Administrativas y Contables. Complementariamente se han desarrollado discusiones y propuestas sobre la

²¹¹ Sobre los nuevos mercados, la democracia, la justicia, la ecología, la sociedad del conocimiento, el crecimiento de las tecnologías de la información y la comunicación y las tensiones sobre la construcción de nuevos currículos. La integración de éstas demandas y una mirada en su complejidad, permiten entender que el estudio, el aprendizaje, las transformaciones de ciudades, estados y mercados, como también con todas sus consecuencias, la distracción, tiene en común, las tecnologías que han hecho intrusión en la vida actual en todos los órdenes.

problemática de la brecha digital y las brechas de conocimiento planteadas en el presente documento, como y los intentos de curricularizar el uso de las TIC y finalmente algunas consideraciones sobre la utilización de calculadoras en el aula de Matemáticas.

2.5.1. Tecnologías y Matemáticas

Siempre ha existido una cierta relación entre las tecnologías y las Matemáticas, aunque los resultados, sobre todo en el ámbito educativo, no han sido todo lo buenos que eran de esperar. Las TIC, transitaron como Nuevas tecnologías, tecnologías o tecnologías de la información y la comunicación y por ello corresponden a términos que han evolucionado con el tiempo incorporando nuevos recursos y aplicaciones y por supuesto nuevos enfoques de lo que supone o podía representar su incorporación al mundo educativo.

Independientemente de los artículos, publicaciones e informes de investigación que sobre este tema se publiquen será necesario revisar los resultados, los objetivos, la información sobre distintos recursos que el profesorado puede incorporar a su aula, mostrar algunas actividades prácticas sobre su uso para facilitar el cambio de metodología en el aula para favorecer la integración de las TIC en la enseñanza de las Matemáticas. Software, Internet o calculadoras de todo tipo serán elementos habituales, pero no necesariamente incorporados como propuestas de clase o de enseñanza de temas particulares. Los educadores matemáticos están dispuestos a dar esos pasos, aceptar esos retos.

El uso de tecnologías en clase de Matemáticas es precario. Tal vez lapiceros y algunas reglas no muy versátiles (tecnología LP), pero poco de buen uso de calculadoras, de aplicaciones de celulares (salvo para realizar fraudes o tomar fotografías de los tableros, que no se sabe si las irán a leer). Tal vez algunos recursos ofimáticos, pero poco uso del correo electrónico. La propuesta incorpora Portafolio Docente TIC, para dinamizar conceptual y teóricamente los objetivos de ella.

Muchas estudiantes tienen tecnologías (o pueden acceder a ellas en las instituciones educativas), como computador, tabletas, portátiles. Los celulares inteligentes (y sus múltiples aplicaciones) son de uso cotidiano y en las aulas son causa de conflictos con los docentes, por su uso inadecuado. Tienen calculadoras pero para uso básico; acceden a cursos y programas (inmersos en los currículos escolares) como las hojas de cálculo de gran uso en el mundo de los negocios y empresarial, pero irrelevante para los estudiantes. Es posible que la enseñanza de estas utilidades no haya sido la mejor. En la Universidad, los cursos regulares sobre tecnologías, por lo general comienzan desde el nivel uno, pues en términos de competencias TIC, poco saben y aplican. Se apuesta mucho al cacharreo y poco a los manuales de usuario.

2.5.2. Cursos en la red y plataformas

El portal MyMathLab de Matemáticas y otras ciencias se utiliza en la Universidad desde el semestre 1 de 2009 con los estudiantes de Matemáticas de los programas de la Facultad. MyMathLab ha proporcionado completos cursos en línea para complementar los libros de texto de matemáticas de la Editorial Pearson propietaria del portal²¹². En este ambiente se han activado cursos que han permitido fortalecer el trabajo autónomo, el acceso a libros de apoyo, el estudiar ejemplos completos, el enfrentarse con nuevas metodologías y técnicas diferentes a las del docente, en trabajo asincrónico, en acceso a videos.

Crear un curso y administrarlo requiere actitud docente, asumir nuevos roles, mantener comunicación constante con los estudiantes. Muchos docentes prefieren el trabajo tradicional de tablero y marcador, fotocopias de talleres por años, esperar cada clase cada ocho días como único contacto con el docente. El rol docente actual demanda interacción, contacto presencial, publicaciones en red, acceso a información y actividades complementarias.

²¹² El curso de Matemáticas 1 se diseña desde el texto Matemáticas Universitarias Introdutorias de Demana, Waits, y otros que incorpora el tutor interactivo online.

Sobre MyMathLab una vez que se registra en la plataforma de MyMathLab, el Administrador de cursos del programa le indica cómo crear su primer curso siguiendo un sencillo procedimiento: seleccionar el libro de texto, determinar si el curso estará disponible para sus estudiantes. También decidir qué capítulos, secciones y (en algunos cursos) objetivos del libro de texto desea contemplar, definir la disponibilidad de ayudas didácticas multimedia, utilizar la comprobación del navegador de MyMathLab para instalar los complementos y reproductores que permitirán tener acceso al vasto contenido en línea del curso (esto último, requerimientos técnicos del sistema)

2.5.3. Brecha digital y otras brechas: Generación digital-inmigrantes digitales

Frecuentemente escuchamos en los medios y de boca de políticos y dirigentes o directivos educativos, expresar la necesidad de disminuir la brecha digital como necesidad para el progreso de la sociedad (esto es cierto). Pero preocupa que se exprese un concepto tan amplio como una cosa única, que según lo manifiestan, refiere a la diferencia entre quienes tienen acceso a conectividad y tecnología y quiénes no. Desde marzo de 2007 fruto de una visita a Colombia, el fundador de Microsoft Bill Gates se comprometió apoyar un programa denominado “Learning Gateway”²¹³ (camino al conocimiento) para crear una plataforma única que comunicara a maestros, padres y estudiantes, a través de la Internet. ¿En qué quedó? La brecha fundamentalmente es problema de uso inadecuado de las tecnologías. Los jóvenes y muchas personas mayores han caído en adicciones, redes sociales y poco de formación (ver Gran Encuesta TIC, 2017). En 2008 se hizo el

²¹³ El fundador de Microsoft, Bill Gates, dijo que la utilización de las tecnologías para la educación y accesos comunes de los más pobres a Internet son una forma efectiva para superar la "brecha tecnológica". "La idea es muy sencilla, todos deben poder acceder a Internet para buscar trabajo, capacitación u oportunidades de empleo. Podemos hacerlo a través de una mezcla de (conexiones digitales en) escuelas, bibliotecas, y centros comunitarios", señaló Gates en una conferencia de prensa, tras reunirse con el presidente colombiano, del momento.

lanzamiento en Colombia del Plan²¹⁴ Nacional de TIC, que buscaba mejorar el acceso de los colombianos a la tecnología y aumentar la competitividad del país. Según las metas a cumplir con el Plan, el Gobierno tenía proyectadas para el 2010, era que el 40 por ciento de los hogares del país tendrían Internet de banda ancha ese año; hoy 2018 esa cifra se ha superado, pero el problema es su uso.

La Gran encuesta TIC de 2017²¹⁵, nos muestra otra realidad: mucho acceso, poco aprendizaje, mucho entretenimiento y poca educación. Algunos expertos hablan del hecho de dar un clic y resolver o hallar, es muy cómodo, pero la pregunta que salta, es ¿se está indagando algo para formación? Un ejemplo: “Los dispositivos como los *e-readers* y los *kindle* tienen solamente 2% de reconocimiento. En el Reino Unido o Estados Unidos ese porcentaje oscila entre el 18 y el 30%, lo cual se debe en parte a los mayores niveles de lecturabilidad en esos países. Un colombiano lee en promedio dos libros al año, lo cual constituye una de las cifras más bajas del continente” (informe en la Revista Arcadia)

Para quienes han avanzado en entender la naturaleza de la red, eliminar la primera etapa de la brecha digital es solo el comienzo; eliminar la segunda etapa es el paso siguiente para parecernos más al primer mundo. Es una cuestión de definir la visión de cada país; la visión es casi una utopía, pero nos señala y define el camino a seguir. En cuanto a la primera etapa, en Colombia vemos que el avance debe estar de la mano de la educación. Cambiar prácticas, generar propuestas educativas y didácticas de modo que se cambien concepciones y se adquieran hábitos, habilidades y formación integral para hacerlas productivas y formativas. Lo anterior es válido para el mundo empresarial, el mismo Estado, la educación.

²¹⁴ El documento reúne una serie de políticas, acciones y proyectos encaminados a eliminar (para el año 2019) la llamada brecha digital, es decir, la diferencia entre aquellas personas que usan y sacan provecho de las TIC (Internet, computadores personales, celulares, etc.) y las que no. De lograrlo, el Gobierno prevé no solo una importante mejora en la calidad de vida de los colombianos, sino en la competitividad del país.

²¹⁵ “La primera gran conclusión que se puede leer entre las cifras es que, aunque la cobertura de internet sea cada vez más amplia, el 72% de los hogares colombianos tiene acceso por medio de un teléfono inteligente y solo 38% por medio de computadores portátiles y de escritorio” revista arcadia

2.5.4. Reflexiones sobre el uso de calculadoras algebraicas. Las calculadoras como tecnologías cognitivas.

La Educación Matemática, como campo de investigación, nos permite indagar acerca de las razones y las formas por las cuáles un estudiante se apropia de tal o cual concepto, además del desarrollo de tecnologías innovadoras para la enseñanza y el aprendizaje que se sustentan en resultados recientes de investigación, derivados de la psicología cognitiva, la cual tiene que ver con el procesamiento de la información en la mente del individuo (percepción, memoria, pensamiento).

Las calculadoras algebraicas se pueden considerar como herramientas que permiten la visualización, en términos de la definición de Zimmerman y Cunningham (1991): “Tomamos el término visualización para describir los procesos de producción o uso de representaciones geométricas o gráficas de conceptos matemáticos, principios o problemas, ya sea dibujados a mano o generados por computadora”.

Adicionalmente Hitt (1995), menciona que: “La visualización de los conceptos matemáticos no es una actividad cognitiva trivial: visualizar no es lo mismo que ver. En nuestro contexto, visualizar es la habilidad para crear ricas imágenes mentales que el individuo pueda manipular en su mente, ensayando diferentes representaciones del concepto y, si es necesario, usar el papel o la computadora para expresar la idea matemática en cuestión”. Al respecto, Fernando Hitt afirmó en 1998:

“La visualización matemática requiere de la habilidad para convertir un problema de un sistema semiótico de representación a otro” y que “investigaciones recientes sobre los sistemas semióticos de representación han puesto de manifiesto la importancia de la articulación entre diferentes representaciones de conceptos matemáticos para el aprendizaje de la matemática”, en éste sentido la tecnología portátil permite realizar diferentes representaciones de conceptos matemáticos (algebraico, numérico y gráfico). El uso de la calculadora graficadora permite un mayor acceso a la representación múltiple de conceptos matemáticos, promoviendo la articulación entre diferentes representaciones de los

conceptos, facilitando el paso a un nivel más importante de aprendizaje de las matemáticas, Hitt (1988).

En cuanto a la enseñanza de las Matemáticas un buen principio didáctico es el de usar las calculadoras solamente cuando ellas mejoren la calidad de la educación. Se pueden identificar cuatro formas en las que las muestran su utilidad en la educación:

1.- Como una ayuda para el profesor durante la clase. Aquí el profesor puede usar las calculadoras al menos de tres formas diferentes, mostrando pantallas (a manera de diapositivas), simulaciones y demostraciones (visual-dinámicas).

2.- Como una ayuda para resolver problemas. En esto es donde los estudiantes aprenden cuando usar la tecnología y cuando no, y simultáneamente, cultivar un balance entre la habilidad en el uso de la tecnología y la forma tradicional de trabajar con lápiz y papel.

3.- Como un medio para alentar a los estudiantes a tratar a las Matemáticas como un objeto de exploración. La mayor parte de las clases se gastan transfiriendo un conocimiento existente, sin pasar por un paradigma que genere nuevo conocimiento. Esta es la causa primaria de la restricción del tiempo: toma un largo tiempo para el estudiante hacer suficientes ejemplos para estar en posición de hacer una conjetura y posteriormente probarla. La computadora nos da la posibilidad de añadir tal componente a todos los cursos de Matemáticas.

4.- Como un medio para capturar el espíritu y la emoción del desarrollo corriente de las Matemáticas. Los matemáticos saben que la ciencia matemática real es viva, excitante, llena de belleza, y constantemente bajo desarrollo, mientras que la mayoría de lo que se enseña es matemáticas estáticas, matemáticas acabadas, matemáticas descontextualizadas.

Introduciendo la tecnología en el salón de clases ayuda al profesor a escudriñar a indagar sobre cómo enseñar, forzando a la experimentación o exploración con nuevas ideas, revitalizando el esfuerzo de enseñar, permitiendo a las matemáticas ser enseñadas, la forma

de hacerlo, y que el material tradicional y todavía fundamental sea enseñado más efectivamente, facilitando la introducción de material no tradicional.

Las calculadoras graficadoras con capacidad de manipulación simbólica pueden ser integradas al salón de clase de matemáticas como una herramienta (posteriormente como un instrumento de hacer trabajo matemático) para fomentar el aprendizaje, en el cual los estudiantes trabajando individualmente o en grupos en un laboratorio, puedan descubrir principios matemáticos observando, haciendo hipótesis y verificando sus conjeturas. Los estudiantes pueden ser alentados a ver a las Matemáticas como una ciencia experimental cuyos conceptos e interrelaciones pueden ser mejor aprendidos a través de la exploración y el razonamiento. Estas nuevas tecnologías se pueden ver como herramientas que proporcionan capacidades gráficas, de cálculo y de manipulación simbólica. Al maestro y al estudiante les sirve como un recurso en el salón de clase y fuera de él.

En muchos países y desde la década pasada se dieron movimientos para reformar o incorporar a la enseñanza de las matemáticas en todos niveles, el uso de calculadoras, para incrementar su comprensión, apreciación y motivación. Muchos estudiantes gastan su energía en manipulaciones de práctica rutinaria derivados de la enseñanza mecanicista que todavía campea en las aulas, de tal manera que tales habilidades se convierten en un foco primario de estudio. Los estudiantes comienzan a percibir a las Matemáticas como una serie de obstáculos a vencer, con poca cohesión y poca relación a otras situaciones.

Ahora, muchos matemáticos y educadores matemáticos piensan que la tecnología debe ser utilizada ampliamente en los salones de clases de Matemáticas. La realidad, sin embargo, es que la tecnología particularmente la computacional e informática, no se usa tan ampliamente en el salón tanto en la educación secundaria como en la universitaria. Hay muchos docentes apáticos y con concepciones tradicionales que los lleva a oponerse a su uso. Cambiar roles docentes es un reto y entender que las tendencias, las demandas educativas, no dan respiro y hay que tomar decisiones. Se requiere por lo tanto voluntad y voluntades: políticas, administrativas, educativas, docentes, para generar planes, llevarlos a la práctica, sistematizar experiencias.

2.6. IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS: MATEMÁTICAS COTIDIANAS

¿Son importantes las Matemáticas? Las Matemáticas están en el currículo de las diferentes carreras universitarias y sabemos que también en todo el proceso de la educación básica y secundaria; en programas profesionales en el ámbito de las ciencias económicas, administrativas, contables y de mercadeo, las Matemáticas entran en la malla curricular como parte del área de formación básica, mientras en carreras de ingeniería, como parte del área de formación profesional.

Como parte de la presente propuesta se considera relevante el mostrar que las diferentes formas de enseñanza de las Matemáticas que enfrentamos en la vida escolar, tienen claro interés en mostrar su importancia tanto en la vida cotidiana como en la vida profesional, sin desconocer que algunos docentes no abordan estas inquietudes de sus estudiantes (desde la pregunta clave, ¿para qué sirven las Matemáticas profesor?) dejando y tal vez postergando esta problemática ad portas de sus decisiones de estudio o durante dicho tránsito. Vale la pena reconocer que en la escuela transitan ciertas formas de enseñanza de las Matemáticas no siempre explicitadas, simplemente dejadas a la libre interpretación tanto de estudiantes e inclusive de los profesores; éstos últimos buscando dar cumplimiento al programa, mientras los estudiantes tal vez soportando las rutinas de talleres enfocados en ejercitaciones, aplicaciones no muy claras. Podemos presentar estas formas como la de Matemáticas corrientes, la de Matemáticas para procurar experticia en profesiones y oficios y la de Matemáticas de los matemáticos, en ocasiones dándole más énfasis a una forma que a otra(s). Las matemáticas corrientes nos permiten y permitirán ocuparnos de nuestros asuntos diarios y aprovechar y emplear de manera correcta los espacios rutinarios (compras y pagos, adquisiciones de bienes, por ejemplo) o las decisiones sobre esparcimiento de modo más económico y efectivo, evitando sin ser especialistas, tomar decisiones monetarias y financieras de la forma más adecuadas. Las matemáticas aplicadas y las propias de oficios, posibilitan buenos desempeños en las actividades profesionales y laborales de las personas. Es claro que hay niveles de profundización y diferentes campos de aplicación (financiero, ingenieril, de salud, contables, administrativos, etc.). Las Matemáticas de matemáticos se develan en los momentos que los profesores presentan pruebas, demostraciones, comprobaciones y

exploraciones de Matemáticas que conllevan propiedades, definiciones, teoremas y sus aplicaciones, explicaciones de regularidades (las series por ejemplo), diferentes estructuras matemáticas, buscando fundamentalmente posibilitar el tránsito a la modelación, a las formulaciones, a los modos de pensar en las Matemáticas, por ejemplo mediante los procesos de comunicación de ideas matemáticas, de comprensión de procedimientos y algoritmos, de los usos de lenguajes y representaciones diferentes de los objetos de estudio para comprender mejor la naturaleza de lo estudiado. Es claro que otras ciencias también permiten cada uno de éstos ámbitos.

Interesa por lo tanto mostrar e invitar a los estudiantes a disfrutar y participar activamente en las actividades y proyectos propuestos como posibilidades de discusión, de producción, de aprendizaje de la cotidianidad que cada día la sentimos y percibimos más cerca de cada uno de nosotros. Muchos aparatos y tecnologías han permitido abreviar ciertas actividades en clases antes muy rutinarias y engorrosas, pero también sabemos que hay más matemáticas en nuestra vida.

2.7.SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN Y NUEVO REALISMO DE LAS MATEMÁTICAS

La idea de representación en Educación Matemática ha cobrado mucha importancia recientemente. Los estudios acerca del tema están motivados por necesidades teóricas y prácticas. Las necesidades prácticas obedecen a las dificultades, por todos conocidas, que tienen los estudiantes para trasladar ideas matemáticas de una representación a otra o desde la experiencia común a la matemática. La preocupación por estas dificultades se ha incrementado últimamente por el nuevo y amplio rango de oportunidades que ofrece la tecnología.

La perspectiva teórica tiene que ver con la preocupación por la actividad cognitiva del sujeto que piensa matemáticamente, preocupación que ha desplazado a las reflexiones en torno a la existencia de los objetos matemáticos.

La actividad matemática se realiza a través del reconocimiento perceptual de las representaciones de los objetos matemáticos. A diferencia del trabajo en biología donde un

profesor puede traer un animal o una planta para experimentar con ellos directamente, el profesor de matemáticas no dispone de esa misma forma de los objetos matemáticos. Sólo puede acceder a dibujos u objetos contruidos que son representaciones de una entidad matemática conceptual. La existencia "material" de un objeto matemático se hace a través del dibujo del mismo o de otro tipo de representación. El dibujo de un triángulo es sólo una representación del concepto matemático de triángulo.

Hay diferentes niveles de existencia de los objetos matemáticos. Veámoslo a través de un ejemplo: los números que se trabajan en aritmética y las figuras geométricas se construyen como resultado de la interiorización de acciones sobre el espacio físico existente. Estos conceptos matemáticos están en un primer nivel de abstracción. Cuando se trabaja en aritmética el teorema fundamental, se plantea que todo número puede descomponerse en factores primos. Observemos que cuando se hace referencia números primos no se está haciendo referencia a conceptos como los descritos anteriormente sino a atributos de éstos, que son nociones correlativas a la operación multiplicación. El concepto de primo es un reflejo de la fenomenología producida por la multiplicación, luego existe de manera diferente a como existen los triángulos, o los números naturales. Los primos existen vinculados a la existencia previa de una operación, en otro nivel de existencia.

Al enfrentarse a la actividad matemática, un estudiante se encuentra con gran variedad de niveles de existencia de objetos matemáticos, cada uno de los cuales se encuentra en un nivel diferente de realidad que le asocia un nivel de experiencia distinto en cada caso. Surge entonces el siguiente interrogante: ¿cómo crear vías de acceso a los objetos matemáticos a través de los diversos sistemas de representación?

Responder este 'interrogante es una tarea prioritaria de la investigación en didáctica actualmente. Hasta ahora sólo se ha podido concluir que las formas de representación de un objeto matemático son inagotables y que entre más sistemas de representación se trabajen se comprenderá mejor un concepto matemático en toda su dimensión.

En un comienzo, los primeros usos del computador en matemáticas fueron para facilitar tareas mecánicas, como operar con números grandes o aplicar análisis numérico para resolver ecuaciones. Hacia la década de los sesenta se posibilitó la manipulación simbólica, y en los años setenta fueron posibles las representaciones gráficas de las funciones. Hacia los años ochenta comenzaron a vislumbrarse vías para crear ambientes tecnológicos educativos y fue así como hacia el final de esta década, con la posibilidad de ligar bidireccionalmente cadenas de caracteres simbólicos con gráficas, se hizo posible la manipulación de representaciones matemáticas para proporcionar un ambiente dinámico de intercambio de representaciones sin tener que salir de la notación matemática.

CAPÍTULO 3 MARCO METODOLÓGICO: MÉTODOS Y ACTIVIDADES

3. MARCO METODOLÓGICO: MÉTODOS Y ACTIVIDADES

“Y no dejamos de preguntarnos, una y otra vez, hasta que un puñado de tierra nos calla la boca...Pero, ¿es eso una respuesta? H. Heine poeta alemán”²¹⁶

3.1. GENERALIDADES

Este trabajo es una propuesta de Innovación Didáctica en el campo de la Educación Matemática que busca mejorar la comprensión y adquisición de un discurso matemático sobre las funciones elementales y sus aplicaciones en cursos de Fundamentos de Matemáticas de los programas de ciencias económicas, administrativas, contables y de mercadeo de la Universidad Libre, Seccional Cali, con el apoyo de las TIC y el uso de instrumentos tecnológicos. La propuesta compromete, transformaciones de roles docentes y de los estudiantes, mayor reflexión (para cambiar y tomar decisiones), compromiso, producción y cambios en el proceso educativo.

La propuesta busca saber más de la realidad, la diversidad de factores y recursos, y las diferencias individuales y grupales, en los procesos y prácticas de búsqueda, por parte de docentes y estudiantes, cuando desde la educación, se buscan explicaciones de situaciones cotidianas de cambio y variación. El cambio es sinónimo de movimiento, e implica correspondencias, transformaciones, y es necesario diseñar y disponer de actividades (también proyectos), que permitan acercamientos desde situaciones reales²¹⁷ que expliquen dichas situaciones. Las Matemáticas como actividad humana, se aprenden desde acciones, desde actividades que impliquen matematización, que reten a los estudiantes a buscar comprensiones, explicaciones, búsquedas de contextos que ayuden a explicar y a entender las situaciones enfrentadas. Se plantean actividades para la acción reflexiva²¹⁸, tanto personales como grupales, que les permitan reconstruir y aplicar conocimientos,

²¹⁶ Vale la pena ser comprometedor (más que comprometido), y como Heine buscar revoluciones con cultura y humanidades. La educación como compromiso social, lo demanda.

²¹⁷ Bressan, A. (2017). “Los principios de educación matemática realista”. Freudenthal, <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2017/06/DOC1-principios-de-educacion-matematica-realista.pdf>

²¹⁸ Metodología: Interpretación personal y búsqueda de respuestas; formulaciones ante los compañeros de grupo; validaciones grupales sobre métodos y explicaciones consideradas mejores.

pensamientos y discursos desde la diversidad de factores, caminos, recursos, como también desde los propios ritmos de aprendizaje de cada uno de los participantes. Las variables de trabajo consideran el trabajo personal (reflexión sobre las actividades), y el grupal en equipo, en la búsqueda de interpretaciones y soluciones (formulaciones), como también para enriquecer la situación, desde opciones y metodologías, hacia validaciones (consenso del grupo). El uso y apoyo en recursos de las TIC e instrumentos tecnológicos, es necesario.

Los estudiantes que conforman la muestra de la investigación son de primer semestre de los programas de Contaduría Pública y Administración de Empresas. En las caracterizaciones de los estudiantes, realizadas mediante censos educativos [Anexo 1. Censo Educativo](#), encuestas, evaluaciones iniciales y el proceso de inducción a la vida universitaria durante los últimos cinco años revelan falencias en su formación previa en Matemáticas, poco gusto por la materia, aunado a la percepción de su inadecuada enseñanza (sólo actividades repetitivas de operaciones y procesos sin contextualización), inadecuado uso de las tecnologías como útiles de estudio.

Muy importante, señalar y destacar la actitud (voluntad activa para la conformación de los grupos de trabajo), la disposición ante las propuestas, las actividades y procesos de inducción y la disposición al trabajo en grupo. Los rangos de edad entre los 18 años y los 43 años, se presentó no como una dificultad para el trabajo en equipo²¹⁹; por el contrario, motivador para la conformación de grupos y el aprender prácticas de los alumnos más expertos en tecnologías y en trabajo en grupo. Los compromisos laborales que los restringen en tiempo no necesariamente crearon limitaciones en cuanto a la dedicación al estudio y actividades de refuerzo.

La propuesta de innovación didáctica, asume el compromiso educativo con estudiantes en jornada nocturna, con el paradigma de educación superior y posibilidades de crecimiento, con horarios institucionales de poco tiempo en clase presencial (3 horas

²¹⁹ El presente trabajo de tipo exploratorio, permitió mostrar en la inducción a las actividades, ciertos liderazgos en la conformación de los grupos, relacionados con la experiencia laboral de algunos de los integrantes y la experticia en aplicaciones en los móviles. Estas muestras de liderazgo, activaron propuestas de trabajo, de planeación y de organización.

semanales), con compromiso laboral (ingresos para pagos de matrícula) que restringe tiempo de atención a deberes académicos²²⁰), con tiempo de estudio en grupo, para sus fines de semana, pero a su vez con un tiempo libre sujeto a los imprevistos de sus grupos familiares o laborales.

La propuesta de innovación didáctica para la enseñanza de las funciones elementales, con la incorporación de recursos TIC e instrumentos electrónicos, como apoyo al aprendizaje (redes sociales académicas, correos electrónicos del curso, plataformas de estudio del curso, uso de software y aplicaciones de celulares, tanto de matemáticas como informacionales), y enfoques en representaciones de las funciones²²¹ y desarrollo de discurso matemático (actividades cotidianas en grupos de estudio, videos como parte del plan de curso²²², guías didácticas, uso de los recursos tecnológicos de apoyo), posibilita una mejor trayectoria en el proceso educativo y formativo de los estudiantes de Fundamentos de Matemáticas. La propuesta posibilita e integra, guías didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de las funciones elementales, asesorías presenciales y virtuales, tutorías académicas con horarios flexibles, trabajo en grupo con enfoque colaborativo, modos de interacciones docente-estudiante que superan enfoques tradicionales y mesiánicos²²³. El trabajo equipo, se orienta desde las metodologías de cooperación, de compartir metodías y el uso colaborativo de la información.

La metodología se convierte en hacer posibles nuevas realidades: nuevos espacios y recursos de aprendizaje, espacios de discusión y de creación de discurso en ambientes de trabajo colaborativo, optimización del tiempo de estudio, enseñanza de las funciones elementales desde sus registros de representación (lenguajes no visibilizados en la educación secundaria), estudio de las matemáticas desde enfoques realistas atendiendo su

²²⁰ No se mira como factor negativo, pues la realidad nos muestra que ciertos saberes y conocimientos laborales, permiten mejor desempeño educativo o a su vez, los deberes escolares, permiten mejor desempeño laboral.

²²¹ Duval, R. (2006) “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”. La Gaceta de LA RSME, Vol., 9.1 (2006) págs., 143-168. EDUCACIÓN.

²²² Curricularizados, para discusión, referentes teóricos, aportes metodológicos entre otros.

²²³ Los estudiantes resuelven lo básico en casa, propiciando mejores niveles en las temáticas y situaciones planteadas en las tutorías y en las clases.

esencia de ciencia de explicaciones de la vida cotidiana²²⁴ y como ciencia de las estructuras y de las regularidades, (Devlin, 2003)²²⁵, en el uso efectivo y competente de los recursos tecnológicos y las herramientas virtuales para el aprendizaje (López, 2013), el compromiso didáctico del docente y el compromiso educativo de docente y estudiantes, en labor de coproducción.

Descubrir en el estudio de las funciones elementales, su naturaleza, sus representaciones y cambios de registro, sus aplicaciones en problemas y situaciones cotidianas gracias a las orientaciones didácticas, el uso de recursos TIC y las potencialidades de la Web 2.0, y el uso adecuado de instrumentos tecnológicos, les abren a los estudiantes, nuevas posibilidades cognitivas: las funciones permiten modelar situaciones, expresar variación y cambio, expresar correspondencias entre cantidades y otras situaciones que se estudian muchas otras situaciones²²⁶. Las actividades cotidianas propuestas, permitirán elaborar tablas de valores, que si bien pueden resultar insuficientes para acercarlos a la idea de la función dada (en otra representación), con el uso de aplicaciones tecnológicas (Derive, Geogebra), podrán tener mejores aproximaciones a la función que modela (de mejor manera), la situación estudiada.

3.2. METODOLOGÍA Y MARCOS DE REFERENCIA

La importancia de las diversas representaciones de las funciones, el uso educativo de recursos informáticos y tecnológicos y aprender matemáticas como la acción de desarrollar discursos mediante trabajo colaborativo, se integran como marcos de referencia en la presente propuesta de innovación didáctica, para posibilitar tránsitos hacia el

²²⁴ Ideas y enfoque presentados en el contexto de la Clase Inaugural del curso. Referentes: Keith Devlin, “El lenguaje de las Matemáticas” (2003); Bogotá D. C., prólogo páginas 11-15

²²⁵ No introducido como otro marco de referencia, pero sí con el propósito didáctico de acercar a los estudiantes a la naturaleza de las Matemáticas para un mayor acercamiento con los propósitos de las Matemáticas en su malla curricular y la importancia de ella (Ver, Qualding, Douglas A. (1982) Controversias. Revista Trimestral de Educación, Volumen XII número 4, UNESCO, sobre Importancia de las Matemáticas en la enseñanza”, págs. 443-452, <http://unesdoc.unesco.org/images/0005/000524/052474so.pdf>

²²⁶ Por ejemplo, Riveros, M, Rojas Paula; “Algunas observaciones de la intervención de los tipos de representación en la enseñanza y aprendizaje de la función lineal”, <http://funes.uniandes.edu.co/2679/1/RiverosAlgunasAsocolme2012.pdf>. También Azcárate, C. & Deloufeu (1996), “Funciones y gráficas”. Madrid, Editorial Síntesis.

aprendizaje del tema fundamental de las funciones elementales en estudiantes universitarios de ciencias económicas y empresariales, y que complementariamente posibiliten reflexiones y posturas de orden socioeducativas, es decir, que logren valoren el proceso formativo en una institución de educación superior, hacia el cambio de concepciones, a aprender a desaprender, fortalecer estudiosidad (tiempo programado y sistematizado del tiempo, para optimizar aprendizaje), entender el sentido de las propuestas formativas y didácticas en la educación superior²²⁷, en aras de transformaciones pedagógicas para la educación superior: leer reflexivamente, fortalecer la consulta, optimizar los recursos (útiles), participar en clase y otros espacios académicos, argumentando, redactando y propiciando debates de clase.

El foco de la propuesta, enseñanza de las funciones elementales desde sus diferentes representaciones, cambios de registro y aplicaciones en situaciones cotidianas y escolares, el desarrollo de discursos, redacciones de trabajos, en ambientes comunicacionales y el uso de recursos TIC e instrumentos tecnológicos, se orienta didácticamente mediante las actividades cotidianas propuestas (por ejemplo, [Anexo 6. Actividad cotidiana. Frecuencia cardiaca](#)), el trabajo escolar autónomo, los procesos de consulta, el trabajo en grupo realizando las actividades propuestas y talleres de refuerzo²²⁸, las tutorías presenciales y mediante las plataformas (por ejemplo, [Anexo 9. Plataforma MyMathLab](#)), las redes sociales académicas (WhatsApp del curso-materia²²⁹), busca una transformación de las prácticas tradicionales del trabajo individual, de repetición mecánica de ejercicios claves (a veces prototipos) para preparar exámenes, hacia actividades dinámicas tanto del rol docente como del estudiante, pero procurando nuevas metodologías y trabajo de gramática sobre los materiales de estudio²³⁰ (es decir, de reescritura, de elaboración de mapas conceptuales y de ampliación.

²²⁷ El alumno, gana en autonomía y no espera que “un director de curso”, esté pendiente de su proceso formativo.

²²⁸ EL uso del texto escolar “Precálculo, Matemáticas para el Cálculo” (2012) de James Stewart y otros; 6ª edición, Cengage Learning, impreso en México, se orientó para fortalecer conceptos, habilidades, aplicaciones, descubrimiento, discusión y redacción, en la resolución de ejercicios y problemas.

²²⁹ Explicaciones que se generan para uno o más estudiantes se replican para el grupo de clase, mediante esta red social, dándole un tratamiento didáctico, complementado la asesoría.

²³⁰ Planteada esta metáfora de aprendizaje en el marco teórico, en la cual las metodologías superan el enfoque de método único y privilegiado y los materiales de apoyo (clases inaugurales, guías didácticas, textos

La propuesta busca encontrar desde la Didáctica de las Matemáticas, orientaciones didácticas (metodologías y guías de clase), diseño de actividades verdaderas²³¹, como actividades de búsqueda, de exploración, de uso de recursos tecnológicos, liberándose cada estudiante, de métodos tradicionales donde se impone todo desde afuera. Se busca que cada estudiante mediante trabajo colaborativo, razone contemplativamente lo que pasa afuera, quién está afuera, en qué se fundamenta lo que observa y estudia, transitando hacia practicas reflexivas, comprometidas y efectivas de aprendizaje.

La metodología participativa y socializadora (metáfora de aprendizaje), dinamiza el sistema didáctico²³², potencia relaciones, procesos, reflexiones, y traspasan el aula. Las redacciones de informes sobre los proyectos, sustentadas en aplicaciones tecnológicas y en muestras de evidencias (trabajo en equipo), donde los roles de profesores y estudiantes cambian y se comprometen, donde las aulas son vistas de modo amplio (no alumnos situados y estáticos en cada uno de los puestos de un salón) donde se propicia la cooperación, el compartir de lo descubierto, del proceso o técnica aprendida y se dimensiona lo colaborativo (consulta, se informa la fuente, se comparan las fuentes). Metodología donde las mediaciones y los instrumentos tecnológicos, posibilitan y ofrecen aprendizajes más personalizados (trabajo en equipo, que potencia la cooperación). Complementariamente, posibilita que las actividades y sus diseños se potencien cada semestre, se incorporen y validen otros recursos tecnológicos, se planteen otras miradas pedagógicas que logren superar aprendizajes mecánicos y rutinarios sin cercanía con la realidad, el entorno y las nuevas demandas educativas²³³.

La línea de investigación de apoyo tiene como campo de problemas, la incorporación de TIC e instrumentos tecnológicos en el aula de Matemáticas y sus aportes a

recomendados, videos y lecturas sugeridas) se trabajan para ser ampliados, discutidos, ampliados. Lo llamamos, gramática de los materiales.

²³¹ Se habla de aquellas que movilizan, interés por la ciencia de estudio, son significativas y posibilitan aprendizajes compartidos. Más allá de ejercitaciones mecánicas que no invitan a la discusión, al debate, a la innovación.

²³² Sistema didáctico: profesor-estudiante-metodologías-materiales de estudio, que integra, profesor-estudiante-saberes-entorno.

²³³ Es una metodología que posibilita que la propuesta de innovación didáctica, se evalúe permanentemente, se transforme cada semestre, se mejore, se inscriban otros factores.

la enseñanza y al aprendizaje de las Matemáticas desde la Didáctica de las Matemáticas²³⁴. La mejora en la comprensión y adquisición de un discurso sobre las funciones elementales y sus aplicaciones, requiere del apoyo de propuestas de aula e innovaciones didácticas que incorporen educativamente, el tipo de formación que requieren los estudiantes universitarios (participativas), una enseñanza que ofrezca y oriente los procesos de aprendizaje, y que reconozca la importancia que tienen hoy, los medios informacionales y las mediaciones tecnológicas, que superen la sola transmisión de información, y propicien el trabajo cooperativo y colaborativo.

3.3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Es una investigación descriptiva y exploratorio, que indaga y describe de modo aproximado, sentido y significado a los procesos matemáticos (como procesos de aprendizaje), de los estudiantes y docentes²³⁵, en la realización de las actividades cotidianas propuestas (ejemplo, [Anexo 7. Actividad cotidiana. Área de la hoja de frijol](#)²³⁶), y las actividades complementarias y talleres²³⁷, mediante el trabajo en equipo, secuencias didácticas con apoyo de TIC e instrumentos tecnológicos y un marco teórico de elaboración (representaciones de las funciones y construcción de discurso matemático) . La propuesta de innovación didáctica presenta actividades de enseñanza de las funciones elementales con apoyo en el estudio de las interacciones entre los estudiantes, el profesor y estudiantes (a nivel personal o en grupo), la descripción de los entornos de clase y de trabajo en equipo, el juego de ideas, opiniones y pensamientos de los actores del sistema didáctico, y el develar (trabajo a exponer en las sustentaciones), las actitudes y percepciones de los estudiantes participantes.

El tipo de Matemáticas se enmarca en la educación matemática realista²³⁸, y que compromete tanto al profesor en procura de una enseñanza socializadora y no simplemente

²³⁴ Sfard (2002): con seguridad, las teorías y la investigación son las mejores herramientas que tenemos para mejorar la práctica y tomar decisiones pedagógicamente apropiadas”

²³⁵ La asesoría, las tutorías, las orientaciones y cambios en el desarrollo de las actividades.

²³⁶ Con orientaciones didácticas, sugerencias, preguntas, pautas de informes y socializaciones.

²³⁷ De conceptos, habilidades (ejercitaciones), de aplicaciones, de descubrimiento-redacción-discusión.

²³⁸ Bressan, A. (2017) LOS PRINCIPIOS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA Ana Bressan. <https://educra.cl/wp-content/uploads/2017/06/DOC1-principios-de-educacion-matematica-realista.pdf>

transmisionista, como la posibilidad de mejores aprendizajes por parte de los estudiantes. Sus principios: actividad humana que compromete intereses (usar matemáticas en actividades cotidianas); desarrollo de la actividad donde los contextos se nutren, se guían, se comparten; ambientes de trabajo matemático que permiten, reorganizaciones, invenciones, producciones espontáneas que se discuten.

Las actividades propuestas²³⁹, se enmarcan en la vida corriente y se traslapan como propuestas a situaciones cotidianas y problemas contextuales (ya sean de necesidades económicas, administrativas, contables, de mercadeo,...), para luego matematizar con modelos mediadores entre lo concreto y lo abstracto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas. Alguna actividad corriente, puede parecer como no parte de asuntos diarios del estudiante o como propia de asuntos de oficios diferentes a sus intereses (por ejemplo, el tamaño de una hoja de planta cuando transcurre el tiempo), pero lo logrado, es decir, emerger la idea de función, de cantidades relacionadas que cambian (el movimiento es la esencia del concepto de función), permitirá que sean entendidas múltiples posibilidades de las funciones en la vida cotidiana.

3.4. DISEÑO DE ACTIVIDADES

Las actividades cotidianas propuestas, cuya asunción compromete tablas de valores (cantidades relacionadas), conversiones de unidades (proporcionalidad), representaciones de la información (numéricas, figurales, gráficas, algebraicas y verbales), uso de tecnologías y ambientes de trabajo en grupo (reflexión, discusión, formulaciones, validaciones), se enfocan en dos frentes: como actividades de exploración estudiando situaciones cotidianas diversas para modelarlas matemáticamente y, como actividades de aplicación de lo aprendido en diferentes tópicos de las funciones.

²³⁹ Como también las presentadas como complementos de estudio y profundización para los estudiantes y también como posibilidades para otros proyectos de innovación didáctica y/o propuestas de intervención en el aula a futuro por otros docentes.

Se dispone de la web, su potencialidad en búsqueda de información (para procesar²⁴⁰), en la plataforma del curso y plataforma de Matemáticas (ejemplo: [Anexo 10. Plataforma Institucional Moodle](#)), y proyectos adicionales para reforzar. Para la presente propuesta de innovación didáctica se implementan cuatro proyectos generales enmarcados en situaciones cotidianas propias de algunos oficios y necesidades puntuales de algunas profesiones. Se busca de ésta manera que los estudiantes entiendan, que se puede trascender a actividades de interés para sus campos profesionales futuros.

Es importante que los estudiantes tengan la oportunidad de aplicar lo aprendido (preguntas curriculares²⁴¹), pero también que se puedan preguntar a sí mismos, al profesor y entre los mismos compañeros, sobre el papel de las Matemáticas y su utilidad. La institución escolar debe entonces posibilitar la realización de actividades verdaderas de Matemáticas tanto en el aula como fuera de ellas que les permitan resultados y conclusiones que le den sustento a la posibilidad de emerger nuevos conceptos y procedimientos, trabajando en equipo de acuerdo con las orientaciones didácticas dadas por el profesor o que sean resultado de su trabajo de discusión y de creatividad.

Los objetivos inmersos de cada uno de los proyectos y orientaciones didácticas van enmarcados en secuencias didácticas que les permitan a los estudiantes tomar decisiones en lo relativo a cómo se van implicando y comprometiendo en cada actividad, en la construcción de diarios y luego bitácoras del proceso, como también, poder evaluar los resultados. En los procesos, los errores se convierten en éxitos, en aprendizajes.

3.4.1. Propósitos de las actividades

Desde la propia práctica educativa se han vivido y construido experiencias y reflexiones personales sobre incorporación de tecnologías de la información y la comunicación, ambientes informáticos e instrumentos tecnológicos en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. El caso de las Plataformas de Matemáticas ha permitido

²⁴⁰ Datos (presentación), información (análisis), conocimiento (síntesis), para avanzar hacia comprensión, apropiación y otros niveles que posibiliten y permitan transformaciones personales y grupales.

²⁴¹ Selección del contenido, utilidad, cómo se enseña, cómo se aprende.

que los estudiantes experimenten y realicen actividades tutoriales de apoyo, como también que perciban la red de Internet desde perspectivas de aprendizaje guiado con el apoyo docente. La problemática de la brecha digital en el sentido del mal uso de los recursos tecnológicos se pone en consideración para presentar las posibilidades del m-learning (apoyo en celulares inteligentes²⁴²), de la mano de las apuestas de curricularizar el uso de las TIC, además de consideraciones sobre la necesidad de una buena utilización de las calculadoras en el aula de Matemáticas.

3.4.2. Tecnología en Educación Matemática como consideraciones metodológicas

Se integra metodológicamente desde las siguientes consideraciones, usos y recursos:

El uso de herramientas e instrumentos (el caso de Geogebra, Derive, Excel) desde la orientación docente y las demandas de formación docente previa y continua.

No se consideran como soluciones inmediatas, pero sí posibilitadoras de cambios en las prácticas educativas tanto de docentes como de estudiantes.

Las bondades de los sistemas de representación, son una realidad. Gracias a estos ambientes y herramientas se estudian objetos matemáticos (las funciones en la propuesta de innovación didáctica), se exploran propiedades y relaciones, se dan posibilidades a confrontaciones cognitivas (consultas, debates en el grupo de trabajo, resultados, inquietudes por la fenomenología inmersa en cada proyecto-actividad), se movilizan propuestas curriculares (intrusión, uso de estas tecnologías).

La Didáctica de las Matemáticas ofrece constructos (diseños didácticos, unidades didácticas) para potenciar espacios de interacción de los estudiantes con dichos recursos y útiles.

²⁴² Enfoque hacia el uso académico y en aprendizaje. Por información, por el acceso rápido a Internet para instalar software, las ventajas de aplicaciones tecnológicas en Matemáticas, que se pueden concretar en cinco aspectos claves: aprendizaje personalizado, creación de comunidades de aprendizaje (compartir, por ejemplo, en WhatsApp del curso), disminuir brecha digital (descubrir utilidades de los móviles), potenciar competencias TIC (usos de los dispositivos y acceso a información relevante), crear puentes entre aprendizaje informal y formal.

La pantalla y las posibilidades de interacción, presentan fenomenologías (del objeto de estudio, cómo emerge, cómo se aprende, cómo se enseña), las acciones reflexivas propuestas (los pasos sugeridos en las guías) y las interacciones que permiten la emergencia de estructuras, relaciones y representaciones dinámicas, antes limitadas (no imposibles) con el uso de lápiz y papel. No se omiten las dificultades del sistema didáctico con problemáticas como los conocimientos previos inadecuados, la poca familiaridad con esos ambientes.

Las posibilidades de las TIC y en general la informática educativa, con mejores espacios de consultas, el uso de plataformas, las interacciones docente-estudiante en ambientes virtuales (posibilidades nuevas de las redes sociales y del correo electrónico, de la nube, poco explotada académicamente) y la realización de proyectos exploratorios con intervenciones docentes para posibilitar la emergencia de conceptos propuestos en los planes de curso (currículos).

El sistema didáctico no depende solamente del contenido matemático y por ello se han tenido en consideración aspectos sociales de la clase (estrato socioeconómico, precariedad de formación en secundaria, y se busca dar oportunidades a los estudiantes teniendo las posibilidades de usar estos recursos TIC e instrumentos tecnológicos de los cuales han estado ajenos. Encuentran posibilidades de telepresencia del profesor y en general ambientes de trabajo colaborativo.

Las plataformas Moodle y MyMathLab con materiales y actividades de formación son un excelente complemento al cual tienen acceso. El profesor administra el acceso, tiene control sobre las actividades y hace seguimiento en el trabajo autónomo de aprendizaje de los estudiantes.

3.5.ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LAS ACTIVIDADES

La metodología hace posibles realidades, logros, y para ello se requiere de caminar hacia propósitos formativos y transformadores con guías, planes de acción y buenas tareas. La metodología compromete tanto al docente investigador como a sus estudiantes. Concebimos las tareas como asunciones de modo que se dé compromiso necesario para cumplirlas, interés y motivación en su realización, aprendizajes durante el proceso y la

culminación (no necesariamente como solución acabada). Las tareas se piensan, se diseñan, se revisan permanentemente de modo que se vayan dando indicios y muestras de avances y de logros, ante las metas propuestas”²⁴³

3.5.1. Las evaluaciones iniciales sobre funciones

Las evaluaciones iniciales se realizan para conocer el estado de los estudiantes en cuanto a sus conocimientos previos sobre funciones elementales. El contenido y preguntas desde referentes de textos de secundaria, en el grado 9° a 11° de los textos escolares analizados (que incluyen en las propuestas curriculares, función lineal, su papel para modelar fenómenos, representación gráfica y gráfica, tipos de funciones, funciones trigonométricas y finalmente en el grado 11° , el estudio del comportamiento de las funciones para introducir, límites, derivadas e integrales)

Para entender sobre el estado de los estudiantes sobre funciones elementales y el uso de tecnologías como apoyo al aprendizaje se realizaron actividades de indagación y recabación de información: Evaluación inicial de funciones, censo educativo, entrevista-cuestionario sobre uso de la Web y redes sociales.

Se indagó inicialmente sobre los conocimientos y la preparación previa de los estudiantes sobre las funciones elementales; para ello se realizó una evaluación inicial, buscando diagnosticar conceptos, procedimientos de cálculo de valores de la función (imágenes) y la identificación de funciones elementales por sus gráficas y su representación algebraica. El tipo de evaluación se corresponde con las actividades y talleres de textos escolares seleccionados e inspeccionados didácticamente usados en instituciones de secundaria en nuestro medio. En el proceso metodológico de la propuesta se presenta la evaluación didáctica de éstos textos seleccionados: su orientación y enfoque, los contenidos (análisis sintáctico), la metodología subyacente (lo curricular), y el cómo presentan los contenidos. Por ello se tomaron ejercicios básicos y corrientes en los textos escolares

²⁴³ Reflexiones educativas sobre el papel de la metodología, del autor de la propuesta, Rubén Darío Lozano Rubiano.

analizados²⁴⁴ de educación secundaria, con los contenidos de relaciones, funciones, notaciones de funciones y dominio y rango (actividades o talleres de procesos). [Anexo 4. Evaluación inicial de funciones](#): Se indaga sobre el concepto de función, sobre evaluación de las funciones (obtención de imágenes), sus representaciones, el dominio (identificarlo en una expresión algebraica de la función), y la correspondencia (aparear) entre la expresión algebraica de una función y su gráfica (de funciones elementales).

Las funciones consideradas, dos formas potenciales primitivas (cuadrática y cúbica), una función radical (raíz cuadrada), para identificar además su restricción en el dominio y la función valor absoluto. Como se indicó, se tomaron funciones elementales primitivas, sin transformaciones especiales.

3.5.2. Censo educativo

La segunda indagación corresponde al censo educativo, para caracterizar a los estudiantes, pero también para determinar de modo general, el uso de recursos TIC y otras tecnologías en sus procesos de aprendizaje. Se presentan como útiles, término escolar para referirse a los materiales, cuadernos, regla, compás, libros, diccionarios y otros similares, para señalar que hay otras tecnologías que han hecho intrusión²⁴⁵ en las aulas y en la educación en general. Se clasificaron en dos aspectos, información personal (y socioeconómica): aspectos educativos. Enfocado a una caracterización general de la población de estudiantes y sus hábitos en uso de útiles, particularmente el uso de las TIC y algunos instrumentos tecnológicos

Caracterización: Aspectos de información general (personales y socioeconómicos) y aspectos educativos (tipo de recursos, útiles, apoyos TIC) [Anexo 1. Censo Educativo](#)

²⁴⁴ Nuevas Matemáticas 11, de Morales Miriam, Santillana, 2007, con ACTIVIDADES de ejercitación, modelación, razonamiento, para pensar. En Espiral 11, de Ardila Raquel y otras; Grupo Editorial Norma (2005), con talleres de procesos, que incluyen conexiones matemáticas, razonamiento lógico, comunicación, resolución de problemas.

²⁴⁵ Forma casi sutil en que las computadoras fueron llegando a los salones de clase y en los hogares, tornándose invisibles, es decir, aceptándolas como parte del entorno educativo. Fue empleado por Begoña Gros (2000) en “El ordenador invisible. Hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza”, Editorial Gedisa. Barcelona

Requieren de información sobre el significado de útiles TIC pues asocian útiles con sólo los recursos físicos como cuadernos, lapiceros, reglas, textos de estudio. Pasado un mes (cuatro sesiones) deben actualizar el censo y se presentan los cambios esperados: uso de plataformas y con ello estudio independiente, incorporación de celulares y sus utilidades (información, consultas, aplicaciones, calculadoras, redes sociales con fines académicos), adecuado uso de calculadoras científicas y algebraicas, entre otras utilidades y recursos.

3.5.3. Encuesta sobre uso de Internet y celulares

El propósito de la encuesta, es el determinar el nivel de percepción que tienen los estudiantes sobre el uso de ambientes digitales y la relación de éstas con sus prácticas educativas. Las encuestas oficiales y de otros organismos,²⁴⁶ los estudios educativos e investigaciones sobre el uso e incorporación de tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje en general y en nuestro caso, la enseñanza de las Matemáticas plantean retos, logros, pero también preocupaciones sobre los verdaderos avances relacionados con la intrusión (la entrada sutil, permanente y continua²⁴⁷) de las tecnologías informáticas, las expectativas generadas y declaradas por la sociedad del conocimiento²⁴⁸, o sociedad de la información (el término más hegemónico actualmente), o sociedad informacional para algunos expertos (Manuel Castells²⁴⁹). La realidad, estudiantes rodeados y cercanos a mucha información, pero con poca lectura crítica, poca reflexión sobre lo consultado, pocos debates sobre los

²⁴⁶ El interés de organismos oficiales, como el Ministerio de las TIC y el Ministerio de Educación sobre las prácticas de la población, el resultado de los proyectos y planes enfocados a mejorar prácticas educativas como lectura y uso de tecnologías. Presentados en el marco teórico y analizados en el capítulo 4.

²⁴⁷ Palabra usada por primera vez por Glenn Gould (1975), con el propósito de señalar que las tecnologías no son neutras, ni fruto de cerebros que pretenden manejar a las personas y dominar el mundo. Sí son imaginadas y fabricadas por personas, pero hay un hecho: poco a poco, por su uso va llevando a una apropiación tanto por las personas como por las culturas, que Gros (2000) la emplea para titular el capítulo 1 (p. 17 de “El ordenador invisible hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza”.

²⁴⁸ <http://www.ub.edu/prometheus21/articulos/obsciberprome/socinfocon.pdf> . Para la UNESCO es el término adoptado o también como sociedades del saber, como políticas institucionales y cercanas a los ambientes académicos.

²⁴⁹ <http://www.uoc.edu/culturaxxi/esp/a>, Castells, Manuel (2002), “La dimensión cultural de Internet”, Universidad Oberta de Catalunya.

conocimientos. También se dimensionó el sentido de los nativos digitales, en muchos sentidos impreciso, pues a la par que se visibilizaban esas cualidades de esta nueva generación con el uso de las tecnologías, se hacía evidente un problema: las brechas. Es el caso de las brechas digitales, en cuanto al uso de los aparatos, entre ellos, poca experticia, no aprovechamiento eficiente de los recursos, conocimiento poco avanzado de uso tecnológico (tutoriales) y las incorrectas prácticas cuando se accede a la información, planteadas en el marco teórico. Las preguntas ([Anexo 2. Encuesta de hábitos digitales](#)) tuvieron como referentes, las realizadas en la Gran Encuesta TIC del Ministerio de las TIC.

3.5.4. Actividades cotidianas introductorias al estudio de las funciones: Fundamento pedagógico

Se buscó definir problemas rutinarios y situaciones reales sin la necesidad de una guía especializada, que permitan a los estudiantes asumir participativamente el desarrollo de actividades verdaderas de Matemáticas. Se dan orientaciones previas verbalizadas con el propósito de que los estudiantes vean en la lectura posterior de las guías, rutas para que ellos mediante el trabajo en equipo y la reflexión pertinente, puedan construir un mapa de navegación en el cual definan objetivos y límites de las situaciones y problemas planteadas. No se esperan que los informes de las actividades sean finalmente enunciados completos y el contexto bien definido en el cual aplicarlos; es posible que encuentren vacíos o explicaciones incompletas a ciertas partes de cada actividad. Deben sacar conclusiones, proponer interpretaciones, discutir para generar discursos explicatorios, lo más cercanos a la problemática planteada. Todas las situaciones pretenden la convocatoria a preguntas iniciales, a plantear, planear, actuar y formular acciones para su desarrollo. Se realizan orientaciones docentes para llevarlos a replantear si es necesario y proponer mejoras o adiciones a las guías, que pueden ser motivadas y generadas por la naturaleza de la actividad y por la misma dinámica del trabajo en equipo.

Hay espacios de trabajo individual, antes de reunirse con el grupo. Deben tomar decisiones sin consultar a los compañeros o al profesor, sobre lo que tiene que hacer al pie de la letra, más allá de las orientaciones iniciales de una guía de trabajo. Se busca que supere el paradigma del profesor o tutor que le dice lo que tiene que hacer.

Se pide conceptualizar y reorganizar la información previa desde nuevos patrones. Usar de modo eficiente Internet, los teléfonos inteligentes, asumir nuevos roles. Buscar extraer lo sustancial de la actividad propuesta y ser capaces de trasladarlo a nuevas ideas, nuevos modelos. Es una búsqueda de aprender a desarrollar un discurso (para la elaboración de preguntas, de consultas, de tutorías, los informes y sustentaciones), realizando en equipo, redacciones y discusión de las formulaciones.

Aprovechar el encuentro grupal como espacios de discusión de ideas, con un enfoque hacia la práctica. Superar la simple discusión e imposición de las ideas propias iniciales y mejor prospectar si son viables llevarlas a la práctica, si tienen inconsistencias. Pensar en cómo podrá llevarse a cabo de la mejor forma y volver a hacerlas.

Trabajar en equipo sin apego estricto a una guía. Autoorganizarse y ver que, en el mundo actual de las aplicaciones tecnológicas, por ejemplo, los programadores, fruto de pensar en necesidades y trabajo arduo, lograron y construyeron sus productos, que luego siguieron mejorando. No trabajaron con un jefe guía y sin embargo iban logrando objetivos. Es una formación que se adquiere. La educación es intencional pero los modos de formación y la formación en profundidad es un tránsito que se hace con otros, pero con gran compromiso individual; es una búsqueda de producción de significados e intercambios, de cambios en el conocimiento vulgar, de cambios de mirada, de actitudes, de conocimientos, tanto de profesores como de los estudiantes.

Pensar de forma inductiva, deductiva y dialéctica. De lo particular a lo general, o de lo general a lo particular o enfrentando ideas opuestas o en tensiones. Ser capaces de detenerse a pensar para extraer propias ideas, ya sea a partir de la observación o del diálogo.

Más que transmitir se busca aprender a socializar, dar pasos paso a interpretaciones y a darle sentido a cada una de las piezas y elementos de información y de inquietudes que vayan emergiendo. Es un reto grande para los profesores hoy y para los estudiantes.

Muchos profesores prefieren seguir oficiando como jefes que declaran y orientan todo y sus súbditos obedecen y ejecutan. Es un trabajo de coproducción, luego compromete tanto a estudiantes como a los profesores.

Cada cual tiene su propia experiencia de aprendizaje, y por lo tanto vale la pena reflexionar en cuanto a cómo ha adquirido y aprendido determinadas habilidades. Las tutorías permiten orientar sobre la importancia de la preguntas, de construirlas. Definir qué hace falta, qué requiere ampliaciones. Metodológicamente: un juego de, “qué sé, qué debo aprender, qué aprendí”, que se fortalece desde talleres de conocimientos previos presentados al inicio de las clases.

3.6. LAS ACTIVIDADES COTIDIANAS

Con esta denominación nos referimos a las actividades que les permiten a los estudiantes, explicaciones de situaciones corrientes, significativas e incluso muy rutinarias, pero que no abordan por considerarlas propias de algunas personas especialistas. Con el uso de tecnologías sencillas y asequibles gracias a los instrumentos y tecnologías actuales y con el recurso de matemáticas también sencillas y en las que han transitado en sus cursos de Álgebra en su educación secundaria, pueden resolver y encontrar explicaciones adecuadas. Las orientaciones y ejemplos, les permiten asumir responsablemente cada una de las actividades y participar de manera constructiva.

Todas las actividades tienen hoja inicial de presentación institucional, información de los estudiantes participantes del equipo de trabajo, y espacios en blanco para responder lo pedido. Por limitaciones de espacio del documento, se omiten la presentación institucional en las demás actividades, como también se reducen los espacios para las respuestas (no en el documento guía de los estudiantes).



UNIVERSIDAD LIBRE, SECCIONAL CALI
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y
CONTABLES. Curso: Fundamentos de Matemáticas.

Profesor: Rubén Dario Lozano Rubiano, rubend.lozanor@unilibre.edu.co

Nombre de los estudiantes _____

Fecha: _____

Las actividades tienen introducción general señalando aspectos pedagógicos, didácticos y metodológicos, por ejemplo: “El trabajo de cada proyecto propuesto se realiza en grupo, pero desde una perspectiva de cooperación, de compartir efectivo y de construcción de resultados gracias al trabajo colaborativo. Cooperativo donde el aporte individual sea comprometido de modo que permita afianzar el compartir ideas, propuestas, formulaciones y conclusiones desde un marco colaborativo para la redacción, la discusión y la elaboración de los informes de resultados del trabajo”.

Cada actividad por su parte, tiene introducción, la organización en partes, para realizar el proceso y espacios para la información y los resultados que van obteniendo. Se incluyen preguntas orientadoras y para permitir sugerir cambios. El modelo de organización posibilita que cada grupo, realice sus propias indagaciones, desarrollos y construcciones.

Los propósitos se definieron en la sección 3.5.4 y la secuencia sugerida con numeración continua. Así; actividad 1. Precio de un barril de agua (Anexo 5. Actividad Cotidiana I. Barriles), actividad 2. Frecuencia Cardíaca (Anexo 6. Actividad cotidiana. Frecuencia cardíaca), actividad 4: Estimar el área de una hoja de frijol (Anexo 7. Actividad cotidiana. Área de la hoja de frijol²⁵⁰), actividades complementarias cotidianas y sobre funciones Anexo 8. Actividades complementarias

3.6.1 Las Orientaciones didácticas sobre los informes

Tienen como propósito fundamental, apoyar tanto a la realización de los informes finales, como a la preparación de las sustentaciones finales. Incluyen guías en forma de tutoriales para el uso de Derive como de la utilidad matemática Geogebra. La descripción de su uso, implica la matematización, de modo que se vayan familiarizando con las representaciones algébricas y la simbología en general ([Anexo 14: Orientaciones didáctica sobre uso de aplicación Geogebra](#)).

Como se espera que los informes y sustentaciones incorporen conceptos y utilidades matemáticas, se presentan las guías con el propósito de fundamentar el papel de las funciones en la explicación de situaciones cotidianas de cambio²⁵¹. También procurar

²⁵⁰ <https://youtu.be/YAy0a-PXPmA>

²⁵¹ Ejemplo, de una guía. “Las funciones representan variaciones, correspondencias entre valores o cantidades. Son situaciones funcionales, el área de un círculo en función de su radio (lo recuerdan de secundaria), el número de bacterias de un cultivo en función del tiempo, el peso de un astronauta en función

transformaciones en prácticas de las tutorías, hacia espacios de discusión, de ampliación de enfoques (de resolución de las actividades), de comentarios sobre avances y dificultades. Por las experiencias de clases, las tutorías se habían convertido en sólo espacios de consulta con el profesor de la materia, como ayuda para resolver talleres, previos a la realización de los parciales. La propuesta didáctica las replantea, para ser enfocadas en espacios académicos de reflexión y producción.

Las orientaciones incorporan guías didácticas para fortalecer el lenguaje algebraico, la manipulación de expresiones y su correspondencia con las representaciones de las funciones en particular, la forma analítica (o simbólica) y su tratamiento. Por ejemplo: Las funciones representan variaciones, correspondencias entre valores o cantidades. Son situaciones funcionales, el área de un círculo en función de su radio (lo recuerdan de secundaria), el número de bacterias de un cultivo en función del tiempo, el peso de un astronauta en función de su elevación (también aprendemos en Física que la fuerza de atracción gravitacional, depende de la masa del cuerpo planetario); en negocios, el precio de un artículo es una función de la demanda de ese artículo.

En las guías didácticas se realizan repastos temáticos sobre las actividades propuestas, buscando apoyar dichos repastos, el avance de los informes, además de resolver inquietudes apoyando el desarrollo de las actividades propuestas²⁵². (Anexo 16: Orientaciones sobre los informes y las sustentaciones)

- Búsqueda de información en Internet: En unas actividades, precios, tipos de productos, conceptos, aplicaciones, en otras, conceptos, aplicaciones, modo de usos-tutoriales, comentarios, etc.
- Procesamiento de la información y realización de las secuencias de actividades.
- Discusión en grupo, redacción, observaciones, sacar conclusiones y reflexionar sobre los impactos económicos, ambientales y de salud.
- Socializar resultados con todo el grupo de compañeros

Además, al tabular los diferentes tipos de información, pudieron hacer comparaciones numéricas, algunas con ayudas de instrumentos tecnológicos, por ejemplo, realizando gráficas (forma de representar las funciones de modo visual). También debieron realizar

de su elevación (también aprendemos en Física que la fuerza de atracción gravitacional, depende de la masa del cuerpo planetario); en negocios, el precio de un artículo es una función de la demanda de ese artículo”.

²⁵² Por ejemplo: “Las actividades realizadas (frecuencia cardiaca, precio de barriles de líquidos, precio del pasaje de equipajes), los convocaron a obtener valores relacionados de acuerdo a diferentes situaciones cotidianas: precio de acuerdo a la capacidad y tipo de líquido (variable que no se analizó matemáticamente, sólo la situación real de su precio), ritmo cardiaco en diferentes instantes de nuestra actividad (y tipo de actividad física), precio o valor a pagar por el equipaje de acuerdo con un rango de pesaje en el cual está la maleta...”.

procedimientos aritméticos para realizar conversiones de unidades de modo y con algunas lecturas, reflexiones y discusiones grupales, pudieron presentar conclusiones desde los impactos ambientales, económicos, como de salud.

GUÍA PARA COMPLEMENTAR LOS INFORMES DE LAS ACTIVIDADES PRESENTADAS

Actividades cotidianas introductorias al estudio de las funciones

Definir problemas rutinarios y situaciones reales sin la necesidad de una guía especializada, que permitan a los estudiantes asumir participativamente en el desarrollo de actividades verdaderas de Matemáticas. Desde la orientación previa se busca que los estudiantes sean capaces de definir objetivos y límites de las situaciones y problemas. No se esperan que los informes de las actividades sean finalmente enunciados completos y el contexto bien definido en el cual aplicarlos; es posible que encuentren vacíos o explicaciones incompletas a ciertas partes de cada actividad. Sí deben sacar conclusiones, proponer interpretaciones, discutir para generar discursos explicatorios lo más cercanos a la problemática planteada. Son situaciones que convocan a plantear, planear, actuar y formular; luego replantear y mejorar.

Hay espacios de trabajo individual, antes de reunirse con el grupo. Deben tomar decisiones sin consultar a los compañeros o al profesor, sobre lo que tiene qué hacer al pie de la letra, más allá de las orientaciones iniciales de una guía de trabajo. Que supere el paradigma del profesor o tutor que le dice lo que tiene qué hacer.

Se pide conceptualizar y reorganizar la información previa desde nuevos patrones. Usar de modo eficiente Internet, los teléfonos inteligentes, asumir nuevos roles, Buscar extraer lo sustancial de la actividad propuesta y ser capaces de trasladarlo a nuevas ideas, nuevos modelos. Es una búsqueda de aprender a desarrollar un discurso.

Aprovechar el encuentro grupal como espacios de discusión de ideas, con un enfoque hacia la práctica. Superar la simple discusión e imposición de las ideas propias iniciales y mejor prospectar si son viables llevarlas a la práctica, si tienen inconsistencias. Pensar en cómo podrá llevarse a cabo de la mejor forma y volver a hacerlas.

Trabajar en equipo sin apego estricto a una guía. Autoorganizarse y ver que, en el mundo actual de las aplicaciones tecnológicas, por ejemplo, los programadores fruto de

pensar en necesidades y trabajo arduo, lograron y construyeron sus productos, que luego siguieron mejorando. No trabajaron con un jefe guía y sin embargo iban logrando objetivos. Es una formación que se adquiere. La educación es intencional pero los modos de formación y la formación en profundidad es un tránsito que se hace con otros, pero con gran compromiso individual; es una búsqueda de producción de significados e intercambios, de cambios en el conocimiento vulgar, de cambios de mirada, de actitudes, de conocimientos, tanto de profesores como de los estudiantes.

Pensar de forma inductiva, deductiva y dialéctica. De lo particular a lo general, o de lo general a lo particular o enfrentando ideas opuestas o en tensiones. Ser capaces de pararse a pensar para extraer propias ideas, ya sea a partir de la observación o del diálogo.

Más que transmitir es socializar, es dar un paso a interpretaciones y a darles sentido a cada una de las piezas y elementos de información y de inquietudes que van emergiendo. Es un reto grande para profesores hoy y para los estudiantes.

Cada cual tiene su propia experiencia de aprendizaje, y por lo tanto vale la pena reflexionar en cuanto a cómo ha adquirido y aprendido determinadas habilidades; es necesario por lo tanto atreverse a preguntar, cuáles le hacen falta (un juego de “qué sé, qué debo aprender, qué aprendí”).

3.6.2 Orientaciones didácticas sobre plataformas

Se enfocan en el manejo de la plataforma de Matemáticas, en las cuales se precisan los fundamentos pedagógicos de ellas, sus contenidos y recursos, la relación e interacción que se genera con el profesor (instructor), además de un portafolio sobre los recursos didácticos para el estudiante y los requisitos tecnológicos ([Anexo 15: Orientaciones sobre uso de las plataformas](#)).

ORIENTACIÓN AL USO DE LA PLATAFORMA DE MML

Profesor Rubén Darío Lozano Rubiano, rldidacta@gmail.com Universidad Libre.

CURSOS DE MATEMÁTICAS EN PLATAFORMA

Los cursos en plataformas específicas de Matemáticas, posibilitan en los estudiantes el fortalecimiento del trabajo autónomo, la posibilidad de refuerzos y repases temáticos cuando lo consideren necesarios y usar recursos y estrategias de estudio que poco se usan en el trabajo tradicional de clase presencial.

Las plataformas se convierten en un espacio de trabajo autónomo, de satisfacción de reconocimiento, de solicitud de ayudas, dependiendo del nivel de dificultad o de la confianza que se tiene cada uno de sus conocimientos previos. Se enriquecen las competencias TIC, el trabajo autónomo atendiendo el tiempo libre de cada estudiante y su agenda de estudio. Un aporte a la superación de brecha digital, utilizando recursos de manera eficiente.

CAPÍTULO 4: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

4. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

4.1.GENERALIDADES

Desde los marcos de referencia, las limitaciones entre ellas las del corto período de un semestre universitario, el papel de las etapas del proceso en el desarrollo de la propuesta. LA segunda fase del análisis, desde la rejilla

4.1.1. Los análisis desde los marcos de referencia:

Interpretación de los cambios en los conocimientos sobre funciones: naturaleza, el significado de dominio y rango (imágenes o resultados), aplicaciones (modelar situaciones cotidianas y de las mismas matemáticas);

Los avances fruto de las etapas de la propuesta didáctica y docente y su relación con la hipótesis de trabajo: el aprendizaje de las funciones elementales se potencia y mejora, desde enfoques de representaciones de las funciones y comunicacional y el uso de recurso TIC y computacionales;

Mostrar que esos avances encajan en la relación entre Didáctica de las Matemáticas²⁵³ y la importancia y posibilidades de las TIC y los instrumentos tecnológicos: lo aprendido desde las actividades y el complemento conceptual y de habilidades desde las clases sobre el papel de las funciones para representar situaciones de cambio²⁵⁴;

Las representaciones de las funciones, la discusión en ambientes de trabajo en grupo para desarrollar consultas, redacciones, debates y discursos sobre las funciones;

²⁵³ Ciencia que optimiza el aprendizaje desde la organización de procesos de enseñanza y aprendizaje, se interesa entonces en la producción y comunicación del conocimiento en ambientes escolares. Saber qué es lo que se está produciendo en una situación de enseñanza es el objetivo de la Didáctica (Guy Brosseau). Como epistemología, es una reflexión sobre el saber para tener más que decir sobre ese saber en ambientes de enseñanza y aprendizaje.

²⁵⁴ Respecto a la Didáctica de las Matemáticas: la DM como reflexión sobre el saber para tener más que decir sobre dicho saber en ambientes de enseñanza y aprendizaje, el uso de TIC y recursos tecnológicos para representar y transformar los objetos de estudio: datos en gráficas cartesianas, el significado de los datos dispersos, la obtención de funciones que mejor modelan a los datos.

El buen uso de las TIC como mediaciones para aprender y transformar la información, y de los instrumentos tecnológicos para generar nuevas representaciones²⁵⁵. En las tecnologías de software (Derive y Geogebra en clase) y las aplicaciones en celulares (m-learning) como fx de android, las posibilidades de zoom, permitieron visualizaciones dinámicas y es en diferentes escalas, que en tecnologías menos dinámicas (algunas calculadoras algebraicas como TI92 y Voyage 200), se debe recurrir a metrizar (opción window) para fijar cada ventana. Geogebra y los deslizadores, proporciona una mirada dinámica a la función estudiada desde los parámetros amplitud y traslaciones horizontales y verticales²⁵⁶.

Así, el tener dos o más gráficas en un mismo plano cartesiano para poder comparar, es un gran salto. En Geogebra, como se mencionó en el párrafo anterior, usar los deslizadores de permitió interpretar y comprobar el papel de los coeficientes y parámetros, en la función estándar de la cuadrática (válido para otros tipos de funciones elementales) y dio mucha luz a sus comprensiones. En Derive 6, generar dinámicas mediante el comando “vector” permitió comprender transformaciones de las funciones, supera el trabajo de LP, limitado y tedioso²⁵⁷.

4.1.2. Las limitaciones

Hay limitaciones por tiempo, que fueron señaladas en el planteamiento del problema, por cuanto los estudiantes demandan mayor tiempo con los profesores, por sus precariedades, sus concepciones sobre el papel del docente “mesiánico” quien explica todo, heredadas de la etapa de secundaria (manifestadas en las entrevistas e inducciones con el profesor de la materia), aunque no sean entendidos los conceptos. Las tutorías y el uso de recursos virtuales, en particular la red social WhatsApp, los correos grupales y las plataformas y el liderazgo generado en los grupos de trabajo, permitieron cualificar el tiempo. Otras limitaciones como la brecha digital y la brecha de conocimiento, fueron bien

²⁵⁵ Uso de las potencialidades de los medios informáticos y computacionales, para comprender mejor los procesos matemáticos, fortaleciendo la comunicación verbal y el debate con compañeros: comunicación, redacción, descubrimiento y debate.

²⁵⁶ Evidenciado durante los ejercicios y talleres en clase y durante las sustentaciones de las actividades cotidianas.

²⁵⁷ Evidencias en los anexos de la propuesta.

asumidas y adecuadamente apropiadas y mostraron notorios avances: experticia en el manejo de aplicaciones, que enseñaban a compañeros de otros cursos, buen uso de las plataformas, uso de la nube (Google Drive en particular) y con algunos grupos, como docente, se aprendieron

4.1.3. Análisis de las etapas

Recordamos que se dieron dos etapas generales: la primera de recabación de información sobre el estado de conocimientos de los estudiantes sobre el tema de funciones elementales, mediante una evaluación inicial o diagnóstica y la caracterización de los estudiantes mediante un censo educativo y una encuesta sobre uso de tecnologías enfocada a la lectura digital como fuente de información. La segunda, la contextualización de la propuesta de innovación didáctica de enseñanza de las funciones con el enfoque representacional y comunicacional y el uso de TIC e instrumentos tecnológicos mediante la realización de actividades en grupos-equipos a modo de proyectos personales sobre situaciones cotidianas de interés las cuales demandaban (que cada uno de los estudiantes se sintiera motivado y comprometido con la situación estudiada), obtención de información sobre éstas temáticas de interés pero poco abordadas y menos asumidas, la adecuada toma de datos desde orientaciones didácticas presentadas por el docente, el uso de tecnologías informáticas y computacionales (programas de hojas de cálculo, software, aplicaciones de celulares²⁵⁸), para la transformación de la información y finalmente el planteamiento general de actividades de evaluación, de procesos y de pensamiento matemático para verificar cambios y avances esperados en aprendizaje por parte del profesor y los estudiantes y así comprobar la validez de la propuesta.

Estas dos etapas permitieron el acercamiento de los estudiantes tanto a la propuesta, a la necesidad de cambiar sus concepciones sobre las clases y el rol de los docentes, el

²⁵⁸ Fortalecidas por la propuesta m-learning, donde la tienda de aplicaciones y la información vía datos, permiten construir espacios de acceso a información, creación de discusiones, producción de encuentros, consultas, reorientación de las redes sociales, creación de grupos de estudio.

cambio en sus prácticas en cuanto al uso de tecnologías²⁵⁹ y un consecuente enfoque diferente de enseñanza y didáctica. La enseñanza²⁶⁰ con un enfoque activo e interaccional entre profesor y estudiantes, metodologías explicadas y discutidas para enriquecer el acceso a los objetos de conocimiento y una gramática de los materiales de estudio para fortalecer el aprendizaje autónomo y la transformación personal en el propio proceso, transitando de información a mejores comprensiones y apropiaciones de los saberes. Lo didáctico desde un enfoque semiótico y representacional de las funciones y un enfoque comunicacional para el desarrollo de un discurso convincente y significativo sobre las funciones elementales. Las actividades y talleres enfocados en forma de bitácoras para lograr mediante la participación y la ejercitación y discusión persistente, lograr aprendizajes verdaderos.

Las actividades propuestas incluyeron precisiones verbalizadas sobre la propia práctica del docente, la necesidad de enfrentar y reconocer a las Matemáticas como una ciencia de las explicaciones de la vida cotidiana²⁶¹ (desde sus tránsito práctica-cotidiana-formal matemática, planteada en el marco de referencia, como importancia de las Matemáticas) para recoger información sobre fenómenos y situaciones de su entorno y cotidianas (resultados de interés general o que les pudieran interesar, o situaciones escolares que se las han presentado en secundaria), para luego buscar formas de representación numérica y gráfica y generar juicios o conclusiones sobre ellas.

La recogida de información, la organización y la presentación de los datos, para el presente análisis y la generación de interpretaciones y posibles predicciones basadas en los mismos datos, estuvieron acompañadas de consultas e inquietudes por parte de los estudiantes, las cuales se posibilitaron teniendo en cuenta que las evaluaciones previas o iniciales, los censos y encuestas y las actividades de grupo, estaban adscritas a la propuesta didáctica y claramente a sus objetivos: la enseñanza de las funciones elementales

²⁵⁹ La visión e idea del profesor quien llama la atención al estudiante por su distracción con su celular o por el mal uso del portátil o la computadora personal en las clases o durante prácticas de aula orientadas por el docente, referidas en el marco TIC de la presente propuesta.

²⁶⁰ Planteada en el marco teórico y metodológico como metáforas de aprendizaje: Profesor activo; estudiantes participativos; materiales para procesar, realizar gramáticas; metodologías que provoquen más razones sobre el objeto de estudio.

²⁶¹ Los estudiantes recibieron en la primera clase, la presentación de la clase inaugural, reflexiones, documento de apoyo y tareas complementarias como video, elaboración de mapa conceptual. Ver <https://es.calameo.com/read/005550491a918b0a48ce5> ; también en Moodle institucional Universidad Libre, Seccional Cali

(fundamentales en un curso de Matemáticas en ciencias económicas y empresariales) desde enfoques de representaciones, comunicacional y el uso de TIC e instrumentos tecnológicos.

Por ello el censo educativo, las evaluaciones iniciales sobre funciones, las encuestas sobre uso de lectura digital, las actividades sobre situaciones cotidianas, y las actividades complementarias sobre funciones, fueron actividades del proceso metodológico enmarcadas en la propuesta didáctica. Así, la enseñanza de las funciones elementales desde una metáfora de participación-socialización²⁶², convocó dicho estudio de las funciones elementales desde sus representaciones, construcción de discurso matemático sobre dichas funciones desde actividades grupales en el desarrollo de actividades cotidianas y el uso de tecnologías (recursos TIC e instrumentos tecnológicos) para apoyar el aprendizaje.

Las herramientas tecnológicas, fortalecidas por el portafolio TIC docente²⁶³ (digital, electrónico, en línea) son muy útiles y necesarios en la realidad actual²⁶⁴. Los estudiantes universitarios continúan con la pregunta que traen de secundaria en el sentido de la importancia y utilidad de las Matemáticas, de modo que las universidades y sus propuestas formativas específicas (carreras y proyectos personales y profesionales) tienen el compromiso pedagógico de generar propuestas formativas tanto institucionales, como lideradas por docentes para hacer efectivas sus clases. Los caminos: reflexiones curriculares, reflexiones didácticas, planes formativos, propuestas didácticas, necesaria formación docente y cambios de sus roles, que integrados corresponden a la presente propuesta de innovación didáctica.

Las encuestas y censos, las evaluaciones iniciales y las evaluaciones de inducción, las actividades sobre situaciones cotidianas propuestas, generaron en los estudiantes inquietudes sobre sus necesidades de aprendizaje y compromisos estudiantiles. La

²⁶² Metáfora de aprendizaje participativo-socialización planteadas en el marco teórico con: Profesor y estudiantes activos, materiales para ser transformados y profundizados, metodologías para tratamientos y acercamientos al concepto de función.

²⁶³ Presentado en el marco teórico: Electrónico, desde videos, audios, plataformas de estudio, calculadoras; digital, desde portátiles, computadores personales, celulares, redes sociales, correos electrónicos; en línea, desde las posibilidades y potencialidades de las nubes.

²⁶⁴ Dicen Waits y Demana, "Hoy existe una oportunidad incomparable para comunicar la mejor educación matemática que alguna vez hayamos considerado posibles. Puede comunicarse a todos los estudiantes, debido a la expansión rápida de la tecnología en la computadora portátil, poderosa y barata, teniendo como parte de su estructura el software de cómputo con álgebra simbólica. Tememos sin embargo que nuestra comunidad no está lista para su uso, debido a los malos entendidos, temor e inexperiencia..." Bert Waits, Franklin Demana, "El papel de la computadora portátil el álgebra simbólica en la educación matemáticas en el siglo XXI: un llamado para la acción" (2000), Texas Instruments Incorporated.

información de obtenida de encuestas requirió de validez para adecuadas interpretaciones, de las evaluaciones para tener una perspectiva didáctica y pedagógica de sus conocimientos previos, de las actividades cotidianas, la capacidad del grupo y de cada integrante para acceder a información y recursos para su utilización eficiente en la resolución de cada actividad cotidiana, las discusiones, la redacción de informes. Los datos muestran variaciones que los acercó a la idea de función, pero también los datos les ofrecieron interpretaciones iniciales estadísticas que les permitieron familiaridad en el uso de hojas de cálculo tanto en Excel como en Geogebra, como lo sustentan sus informes de grupo.

Las actividades son de su medio real, son cotidianas, pero por lo general, no reflexionadas y poco pensadas en cuanto a su viabilidad de estudiadas en ambientes escolares. Se argumenta poco tiempo, poco interés de los estudiantes, pero lo pretendido es lo contrario: se gana tiempo aprendiendo (economía de saberes y de pensamiento planteada en el marco conceptual) y se genera alto interés.

Se generaron entonces actividades exploratorias y de creatividad que llevan a formulación de preguntas, reformulación de ellas, generación de nuevas actividades, formulación de conjeturas, búsqueda de relaciones, toma de decisiones sobre la información faltante (predicciones, estimaciones como actividades matemáticas).

Las actividades de representación e interpretación de datos servirán de conexión entre diferentes conocimientos de diversas áreas (nuestros estudiantes son de ciencias económicas, administrativas, contables y de mercadeo) y aspectos del currículo (inversiones, investigación de operaciones, planeación, su entorno, etc.)

4.2.REJILLA DE ANÁLISIS GENERAL DE LAS ACTIVIDADES DE LA PROPUESTA Y EL SALTO A LAS TECNOLOGÍAS

La propuesta de análisis describe las etapas de la propuesta divididas en dos partes: la primera atendió las condiciones iniciales de los estudiantes, sus hábitos, sus percepciones sobre recursos, sus conocimientos previos sobre funciones desde las propuestas curriculares existentes en la educación media y vocacional.

En la parte 1.2 se trabajó la propuesta de uso de las TIC y los instrumentos tecnológicos en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, como software, calculadoras científicas y algebraicas, aplicaciones (el caso de los celulares). Por cuenta del

análisis, se divide la rejilla, presentada en el capítulo 3 del marco metodológico. Se mostraron ventajas y desventajas, los avances que se han dado en la última década y el cambio de concepción de los profesores respecto de su uso en la enseñanza como parte del proceso²⁶⁵. Lo importante, mostrar que el uso de estas tecnologías sí genera conocimiento disciplinar. Santos Trigo clama por el cambio en los textos escolares, pero la realidad, es que en ellos se han dado saltos en uso de tecnología, lo cual se precisa en el marco teórico sobre el uso de textos escolares²⁶⁶.

ETAPAS	LO TEÓRICO QUE DESCRIBE EL EVENTO	LOS PROPÓSITOS Y CONTENIDO	EVIDENCIAS
PARTE 1			
1.1 EVALUACIÓN inicial de Funciones	Teoría de Funciones: Qué es, Dominio, Imágenes, gráficas de funciones elementales.	Qué saben sobre definición de función y notación de funciones y sus representaciones	Promedios de las calificaciones. El 54.54% con nivel deficiente, sólo 9 % con nivel muy bueno. Con comentarios: “No lo vimos; no me acuerdo”.
1.2 APRENDER con tecnología LP y tecnología informática e instrumentales	Obtener las gráficas cartesianas a partir de datos y determinar características de ellas. Graficar puntos (datos cartesianos) usando tecnología computacional: Derive y Geogebra. Obtener la función que se aproxima al comportamiento de los datos: Regresión.	Comparar el trabajo LP con el trabajo en CAS. Aprender a usar desde guías el uso de Derive y el uso de Geogebra, para obtener la función que mejor se aproxima al comportamiento de los datos. En la Web, buscar aplicaciones para PC y celulares que faciliten dinámicamente el trabajo con funciones.	El acercamiento a tecnologías dinámicas en aplicaciones y en portátiles, fue rápido. Algunos grupos aprendieron de modo autónomo.

Luego se les mostraron los resultados del censo inicial (que incluía uso de tecnologías como útiles escolares en Matemáticas) y la encuesta sobre hábitos digitales, develando problemas de brechas digitales (uso deficiente de los recursos) y de conocimiento (no usar sus posibilidades de ampliación, profundización y repaso de contenidos).

1.3 CENSO EDUCATIVO	No han conceptualizado ni interpretado a las TIC. Clasificar las calculadoras	La propuesta sobre el uso de las TIC, se transforma en la propuesta docente TAC, tecnologías del aprendizaje y el conocimiento.	La encuesta mostró que sólo reconocen a la calculadora como útil, pero con precario manejo.
1.4 ENCUESTA SOBRE LECTURA DIGITAL	Poco conocimiento de ayudas tecnológicas y su impacto en el aprendizaje. Hay brecha digital.	Dinamizar el portafolio Docente TIC, con uso de correos, redes sociales, plataformas, la nube, videos educativos.	El uso de blogs, es del 30%; plataformas 31.9%; confianza en las redes sociales y la Web para información.

En la parte 2, se señala el proceso de las actividades cotidianas, las tutorías y asesorías para el mejoramiento de los informes finales, que llevaron a las socializaciones e

²⁶⁵ El Dr. Santos Trigo afirma que “en este mundo lleno de tecnologías digitales que los jóvenes usan para comunicarse, interactuar y resolver sus propios problemas, demanda no sólo formas y escenarios distintos para que aprendan conocimiento disciplinario, sino también otras maneras sobre cómo evaluar e incentivar el aprendizaje. Un elemento crucial en el aprendizaje de las disciplinas es enfocar la atención hacia el desarrollo de un pensamiento disciplinario en los estudiantes...” Evaluación, conocimiento disciplinario y tecnología digital” Cinvestav, Revista C2

²⁶⁶ En el Cálculo de Purcell y otros (2007) de la Prentice Hall Hispanoamericana, se introduce en su estructura didáctica el uso de tecnologías, su importancia en las representaciones de las funciones, su papel para visualizaciones de las funciones. En el Cálculo de Thomas, 12ª edición de Pearson (2010), México, denominan a las tecnologías “utilería tecnológica” y hacen llamados sobre los posibles errores tanto en calculadoras como computadoras, cuando se visualizan gráficas.

institucionalización. Con el uso como texto escolar de referencia de Precálculo, ediciones 5ª y 6ª²⁶⁷ los estudiantes tuvieron un acercamiento a las actividades de aplicaciones, cercanas al concepto introducido de Matemáticas en la vida cotidiana (ver marco teórico: Importancia de las Matemáticas). De este modo el salto de los subcapítulos 1.8 (Geometría con coordenadas) al salto al 1.9 permitió la familiarización con las calculadoras para graficar y el necesario manejo de la aplicación de zoom para determinar las mejores visualizaciones, pero también los cuidados con dichos resultados. Los subcapítulos 2.2 (gráficas de las funciones y sus aplicaciones, páginas 169-170 de la quinta edición) y el 2.5 sobre el estudio de las parábolas los acercó a la idea de vértice y puntos máximos o mínimo de una situación modelada con funciones cuadráticas.

PARTE 2			
2	ACTIVIDADES COTIDIANAS SOBRE FUNCIONES	Uso de las TIC y de aplicaciones tecnológicas para realizar consultas y realización de procedimientos y cálculos en las actividades de: Barriles, Frecuencia Cardíaca, Precio de Equipajes, Medir área de hoja de planta.	Interés, formación de grupos y comienzo de labores. Programar fines de semana para el trabajo en equipo.
		Usar tecnologías informáticas y computacionales para resolver situaciones cotidianas de toma de datos y la transformación (representación) de éstos en modelos matemáticos (analíticos) y su graficación (visualización) cartesiana.	



El interés de los estudiantes por darle sentido a sus actividades y atender las orientaciones didácticas sobre los informes, fue notorio. Autonomía para el inicio de actividades comenzando el semestre, luego, la necesidad de formalizaciones: la redacción de los objetivos, los comentarios y reflexiones, las gráficas, las regresiones de manera intuitiva pero se logró en tutorías mostrar de modo general como se hace en Estadística el proceso de obtención de la función que modela el fenómeno o situación estudiada.

Importante la discusión y preguntas sobre los diferentes métodos para determinar el área aproximada de las hojas de la planta de frijol. De las cuadrículas para trabajar con tecnología con LP a los métodos de fotografías digitales y de software (el caso de Geogebra²⁶⁸) la cual se incluye en los anexos.

²⁶⁷ Por ejemplo, Precálculo (2007) de Stewart y otros, de Thomson, impreso en Colombia, texto que se ha utilizado en secundaria en colegios con planes curriculares mejores desarrollados. Los estudiantes tuvieron acceso al material magnético desde sus plataformas institucionales, Moodle y con el uso de los recursos TIC: WhatsApp, correo grupal, la biblioteca virtual de la Universidad.

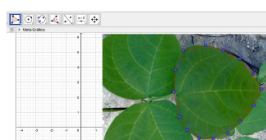
²⁶⁸ La guía didáctica sobre el uso de Geogebra para el cálculo de áreas fue muy bien interpretado y usado con habilidad.

Geogebra tiene muchas aplicaciones matemáticas: Álgebra, Geometría, Estadística, Geometría Analítica, entre otras. Es claro que existen muchas otras aplicaciones y software, que ustedes pueden consultar y/o utilizar.

Nos interesa una función geométrica que permita determinar área de polígonos. El proceso es el siguiente:

Se abre la aplicación, y se hace clic en la opción edita y copiar imagen, preferiblemente desde archivo donde se tiene escaneada la imagen de la hoja. Se da clic y luego se busca el archivo, se abre y ésta se despliega en la pantalla cuadrícula (cartesiana).

En la opción geométrica se toma el icono de polígono y se traza según el contorno aproximado de la hoja de la imagen. Se ve en la imagen adjunta.



Luego se busca la opción (icono) de ángulo y se toma el submenú de área. Con clic derecho se decide la opción del polígono referenciado según puntos y coordenadas. De inmediato se genera el valor en sistema decimal: 26.47 cm²

Desde la opción de sólo el área, se deja finalmente el polígono aproximado que representa la superficie de la hoja de frijol a la cual se le calculó el área. Vale la pena realizar el cálculo usando tecnología LP usando cuadrícula medicionada de cuaderno (o todavía mejor, si es milimetrada).

Es importante repetir el procedimiento para tomar el polígono que mejor se aproxime al contorno de la superficie de la hoja del frijol. Se adjuntan métodos adicionales¹ que pueden usar por preferencias y comprensiones que hayan logrado.

Periodo 1.2018 rdididacta@gmail.com rubend.lozano@unilibre.edu.co

¹ <https://youtu.be/EnESSLzKaM>. También, con un programa: <https://youtu.be/k3HXny-bks>

por

las

Finalmente, las socializaciones e institucionalización. Los informes socializados los grupos con ayuda de presentaciones en PowerPoint, con seguridad en la sustentación (ver orientaciones en el capítulo 3 y en los anexos), muy buen dominio del tema y seguridad ante las preguntas y complementaciones, tanto del profesor como de compañeros (se adjunta presentación del Grupo 3 con una de sus integrantes, S. Clavijo).

Buena experticia para mostrar el uso de los instrumentos tecnológicos, para indicar la obtención de las gráficas y de las funciones de regresión, con el mismo programa-aplicación en línea.

También comparan regresiones y muestran la que más se aproxima a los cálculos reales. El tránsito de tablas de datos a gráficas se hace rutinario y les permitió favorecer el acercamiento con el software de Derive 6, introducido desde las primeras clases del semestre con cálculos y procedimientos aritméticos y algebraicos, con enfoque en exploración y mostrando la opción de “pasos”. El comando vector para generar múltiples funciones con sus transformaciones según los parámetros considerados, fue muy sencillo de introducir.



$$\text{VECTOR}(y = x^2 + k, k, -5, 5) = [y = x^2 - 5, y = x^2 - 4, y = x^2 - 3, y = x^2 - 2, y = x^2 - 1, y = x^2, y = x^2 + 1, y = x^2 + 2, y = x^2 + 3, y = x^2 + 4, y = x^2 + 5]$$

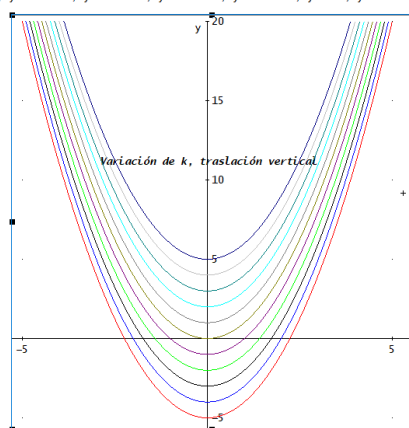


Figura 2. Familia de parábolas trasladadas

El resultado de la parte final del proceso resumido en la rejilla:

3	SOCIALIZACIÓN	Los estudiantes presentaron sus informes de trabajo para mostrar sus avances conceptuales y teóricos sobre las funciones y sus representaciones.	Los estudiantes muestran la importancia de los recursos TIC y de los instrumentos tecnológicos y aplicaciones para aprender sobre funciones superando modelos tradicionales expositivos y mecanicistas.	La socialización generó debates, alta participación, gusto estético en la presentación.
4	INSTITUCIONALIZACIÓN	Se introducen las ideas matemáticas de funciones elementales, con enfoque representacional y comunicacional, con el apoyo de TAC (tecnologías de aprendizaje y conocimiento)	Los estudiantes mediante el trabajo en equipo, logran construir discurso sobre las funciones, argumentar, dar las razones de los pasos, representar los objetos matemáticos en diferentes lenguajes	Los avances en el manejo y aplicaciones de las funciones. El interés por participar en semilleros de investigación.

4.3. ANÁLISIS DE LA PROPUESTA FORMATIVA

“Ayer me porté mal en el cosmos

Viví todo el día sin preguntar por nada

Sin sorprenderme de nada

Realicé acciones cotidianas

Como si fuera lo único que tenía que hacer” (Wisława Szymborska, Premio Nobel 1996), de su poema inédito Falta de atención”

La propuesta como proceso educativo formativo, mostró, que sí hay un efecto positivo de los métodos de enseñanza organizados bajo una propuesta de innovación didáctica, que involucre la participación activa de los estudiantes, el uso efectivo de los recursos ofrecidos institucionalmente y los visibilizados por la propuesta, para uso autónomo y personal. No basta la clase magistral, la organización y el ambiente formativo declarado y creado en las universidades. Los recursos ofrecidos no siempre son usados por los estudiantes de modo efectivo y participativo. Los estudiantes pueden traer motivaciones, expectativas, capacidad de trabajo, buenos conocimientos previos, pero necesitan encontrar propuestas formativas docentes y en lo posible acciones formadoras en conjunto. La enseñanza sí ejerce influencia, es significativa en los resultados formativos, sin desconocer las dificultades inmersas en la problemáticas sociales y personales de los estudiantes.

Los estudiantes y también los profesores, tienen y viven momentos de soledades, de no tener en qué enfocarse. El buen profesor, de querer estar más tiempo con sus estudiantes

o vivir con ellos nuevas experiencias; los estudiantes, expectantes de nuevas actividades, nuevas experiencias. Los estudiantes son ahora clientes y ello ha llevado a pérdida de compromiso de coproducción; como cliente esperaría que todo se le resolviera, que se cumplan sus deseos como si fuesen necesidades (“necesito ganar la materia”). Vivimos un exceso de consumo de celulares, consumo de información, pero poco de atender las verdaderas necesidades de leer, pensar, reflexionar, para poder comprender. Cuando se comprende algo, se logran estados de satisfacción y de felicidad. La propuesta, por ello, atendió la necesidad de aprender con otros, de debatir, de compartir con compromiso, de valorar los saberes como fuentes de autoestima (si se sabe más, se puede ser mejor y colaborar con los demás), de pasión, de curiosidad para avanzar.

No sobra precisar la existencia de propuestas similares que se han estado desarrollando en muchas instituciones educativas universitarias, pero cada una con particularidades: tipo de programa de formación, características de la población de estudiantes, enfoques y propuestas institucionales, objeto matemático de estudio, resaltando el interés en muchas de ellas por las funciones, entre otras. Lo fundamental, las decisiones docentes de asumir cambio de roles que demanda la educación, la revisión de las prácticas y proyectos, la necesidad de propuestas desde enfoque didácticos y pedagógicos, los compromisos y apoyos institucionales.

En conexión con nuestro marco teórico se desarrolló el trabajo cooperativo y colaborativo y la generación y desarrollo de discursos, la dimensión comunicativa (informaciones, comunicarlas, discutir las, interpretarlas, decidir métodos, aplicaciones, etc.), el trabajo de representaciones de los objetos matemáticos de estudio, (inicialmente datos, parejas de números).

La enseñanza de las Matemáticas debe procurar apreciar la actividad matemática en la vida cotidiana, disfrutar con su uso, potenciar actitudes y hábitos de trabajo y potenciar el desempeño en la labor escolar, cotidiana y como futuro profesional

4.4. ANÁLISIS DE EVALUACIONES INICIALES SOBRE FUNCIONES

4.4.1 Evaluaciones diagnósticas sobre el estado en el tema de funciones

Se realiza a los estudiantes del curso que conforman la población del estudio. Como muestreo, se consideran que los mismos estudiantes ofician como informantes más precisos de su estado. El contenido de la evaluación se enfocó en conceptos sobre funciones, identificación y determinación del dominio de las funciones, procedimientos de cálculo o evaluación de funciones para obtener imágenes, identificación de correspondencias de representaciones gráficas y representaciones algebraicas de cuatro funciones elementales.

La selección corresponde al tipo de evaluaciones que se plantean en secundaria en los textos estudiados (Espiral y Santillana) y en menor grado en la educación superior, donde se plantean ejercitaciones y aplicaciones en diferentes disciplinas; en Administración y Economía, situaciones de costos, ingresos, depreciación, etc., ya señalados en el marco teórico. Se insiste en la similitud con los ejercicios de los talleres de textos de secundaria, seleccionados para el estudio, buscando que la forma y enunciados les resultaran algo familiares a los propuestos por sus profesores y basados en el tema de funciones en textos de Santillana 11 y Espiral 11. En los textos universitarios con énfasis en economía y administración²⁶⁹ las evaluaciones sobre funciones se enfocan en aplicaciones.

En secundaria se vive actualmente una situación de enseñanza y aprendizaje sin libro guía. Los profesores expresan que factores como costos de los textos y el recurso y uso de Internet para información, ha llevado incluso a olvidar las copias que dejaba el profesor en la fotocopidora y el desarrollo y elaboración de un buen cuaderno ordenada de apuntes (propio de los nerds) y ser reemplazados por las fotografías desde celulares, lo cual no es garantía de las lecturas de éstas para repasar los temas “vistos” en clase para presentar evaluaciones. Los refuerzos y similares resuelven el problema de ganar el curso (o la materia).

Los profesores siguen haciendo esfuerzos por lograr que sus alumnos sean estudiosos, usen bien el recurso de Internet, realicen talleres en clase, tomen decisiones de aprender Matemáticas. No es el propósito de la presente propuesta, pero se siguen haciendo

²⁶⁹ Ver sección sobre análisis de textos escolares de secundaria y universitarios sobre la forma de presentar la enseñanza de las funciones.

esfuerzos. Las entrevistas a profesores de secundaria, la inducción a los estudiantes primarios, y la realimentación sobre el censo educativo, permitió reflejar que no hay actitud ni hábitos de estudio en la mayoría de ellos, como también problemas en los colegios por poco seguimiento de la labor del docente. Los estudiantes declaran que en sus cursos, tuvieron durante cada año, varios profesores, por lo cual no se consolidaban las propuestas, no se cumplían con los programas. Las propuestas docentes de los profesores de la facultad, buscan remediar las carencias, mediante el trabajo de tutorías (institucionales), pero el recorrido temático del curso (números reales, repaso de Álgebra y funciones), no posibilita cambios sustanciales en la comprensión de las diferentes temáticas. Se hace la introducción (de referencia y bibliográficas) de textos de Matemáticas universitarios, con énfasis en aplicaciones en economía y administración.

El trabajo temático se logra mejorar con la incorporación de talleres de estos textos, que incluyen, repaso de conceptos, ejercitación de buen nivel en las diferentes temáticas, las secciones de aplicaciones a problemas de administración, economía y de situaciones cotidianas, actividades de exploración con calculadoras, actividades de innovación, redacción y discusión, para la presentación de los talleres en grupo.

4.4.1. Las funciones en cursos de Fundamento de Matemáticas

La función es un concepto básico de las Matemáticas, que permite hacer corresponder unas cantidades o magnitudes con otras que dependen de ellas. El proceso histórico fue lento y fue en el siglo XVIII con los trabajos de Galileo Galilei (1564-1642) sobre el movimiento acelerado que se planteó que el movimiento es un proceso continuo en el que un cuerpo describe una trayectoria que muestra que el espacio recorrido depende del tiempo en una forma más o menos complicada y se describe algebraicamente como $s = f(t)$. En la segunda mitad del siglo XIX el concepto de función ya había adquirido la forma actual y, como un objeto o concepto matemático referente de todas las ramas de las Matemáticas. ¿Qué tan fundamental es en la enseñanza?

En la mayoría de los textos escolares y publicaciones especializadas de Matemáticas, presentan el concepto como fundamental.

4.4.2. El abordaje de las funciones por los estudiantes

A los estudiantes se les dificulta la notación de las funciones, por el poco uso de la verbalización de su escritura, de sus simbolizaciones. No es corriente que lean adecuadamente la expresión $y = f(x)$, de modo que cuando deben hacer evaluaciones

Recomendaciones y orientaciones didácticas sobre las funciones:

Sobre el uso de papel cuadriculado como tecnología potente para representar las cantidades que se corresponden.

Sobre los errores en el trazado de gráficas: Pocos puntos; omitir el análisis numérico que permite saber de modo aproximado el comportamiento de los valores de la función y los signos, para determinar posibles cambios.

Sobre el uso de calculadoras graficadoras: calculadoras posibles de bajar desde sus celulares, las posibilidades de las calculadoras T.I. (la Voyage 200) y el software Derive 6.

Sobre los ejercicios en los textos escolares sobre interpretar gráficas: Ejercicios de textos de Álgebra (texto escolar Álgebra intermedia Ángel) y un texto universitario recomendado en la bibliografía del plan de curso (bibliografía comentada en un instrumento pedagógico de uso en la Universidad Libre desde hace 15 años con las adecuaciones pertinentes)

4.4.3. Los procesos matemáticos inmersos

El pensamiento variacional, en el cual la función es particularmente importante como modelo matemático para representar situaciones matemáticas y del mundo real. Las funciones cuando describen aproximadamente fenómenos o eventos, permiten observar apoyado en las propiedades de las funciones (ejemplo: suma de funciones) nueva información, también analizar las relaciones entre expresiones algebraicas (cuadráticas, lineales, exponenciales) y las gráficas tanto de diferentes funciones como de los fenómenos que en particular describen o modelan (por ejemplo, de ingreso y costo)

Se presentan en el análisis los casos de dos estudiantes del curso de Fundamentos de Matemáticas quienes mostraron gran interés desde el inicio de clases del semestre y con resultados excelentes en la evaluación inicial, que han mostrado interés en las clases, y ahora realizan la evaluación inicial. Sus referencias del colegio de procedencia y el testimonio sin que se haya entrado a estudiar el tema de funciones

EVALUACIÓN INICIAL DE FUNCIONES.

Nombre Arantxa Valeria Zapata Semestre 1^{er}

- ¿Qué es una función en los números reales?
Significa que el dominio, el codominio, se encuentra en los reales.
- ¿Qué es evaluar una función?
- ¿Cómo se puede representar una función?
En una grafica, mediante un rango.
- Si f es una función dada por la fórmula $y = f(x)$ ¿qué es $f(a)$?
Todo lo que abarca el conjunto de a .

EVALUACIÓN INICIAL DE FUNCIONES.

Nombre Maria Paula Pastino Folleco Semestre 1

- ¿Qué es una función en los números reales?
Una función es la que el dominio está formado por todos los números reales $\mathbb{R}$ (función de $\mathbb{R}$)
- ¿Qué es evaluar una función?
Sustituir en $\mathbb{R}$ una variable o un número
- ¿Cómo se puede representar una función?
En una grafica en el plano cartesiano
- Si f es una función dada por la fórmula $y = f(x)$ ¿qué es $f(a)$?
 $y = f(a)$

Sobre el concepto de Dominio y la manera de identificarlos. En el mismo orden se presentan los resultados de las dos estudiantes. La primera estudiante señala una función sin que muestre que comprende el concepto de Dominio; el 5 en el denominador le genera algún tipo de conexión con la pregunta.

• ¿Cuáles de las siguientes funciones en los reales tienen a 5 en su respectivo Dominio?, ¿por qué?

$f(x) = x^2 - 5x;$

b) $g(x) = \frac{x-5}{x}$

c) $h(x) = \sqrt{x-9}$

d) $j(x) = \frac{x^2-1}{x-5} \rightarrow \text{Excl.}$

La segunda estudiante realiza, mostrando para cada una si se puede hallar cada imagen y la concluye:

- ¿Cuáles de las siguientes funciones en los reales tienen a 5 en su respectivo Dominio?, ¿por qué?
- 5 a) $f(x) = x^2 - 5x$; $f(5) = 25 - 25 = 0$
- b) $g(x) = \frac{x-5}{x}$; $g(5) = \frac{5-5}{5} = 0$
- c) $h(x) = \sqrt{x-9}$; $h(5) = \sqrt{5-9} = \sqrt{-4} = \text{No está definida}$
- d) $j(x) = \frac{x^2-1}{x-5}$; $j(5) = \frac{24}{0}$
- Si f se define como

Se da el caso de funciones bidefinidas. La primera estudiante la deja vacía.

• Si f se define como

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Halle a) $f(0) =$ _____ b) $f(-2) =$ _____

La segunda estudiante, distingue los rangos de dominio. Sobre el cálculo de (-2) al cuadrado, dice que lo hizo para mostrar cómo se calcula.

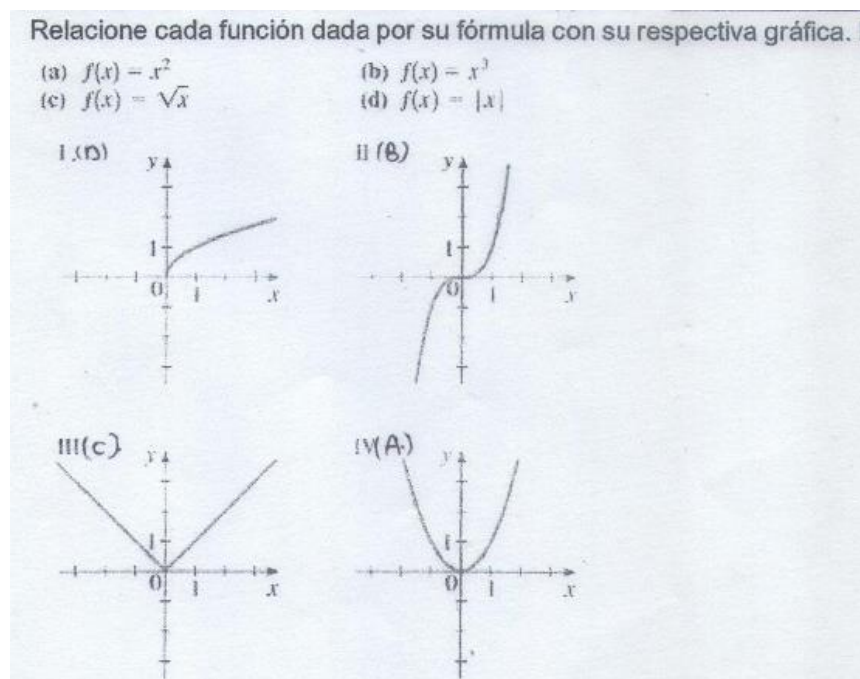
• Si f se define como

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

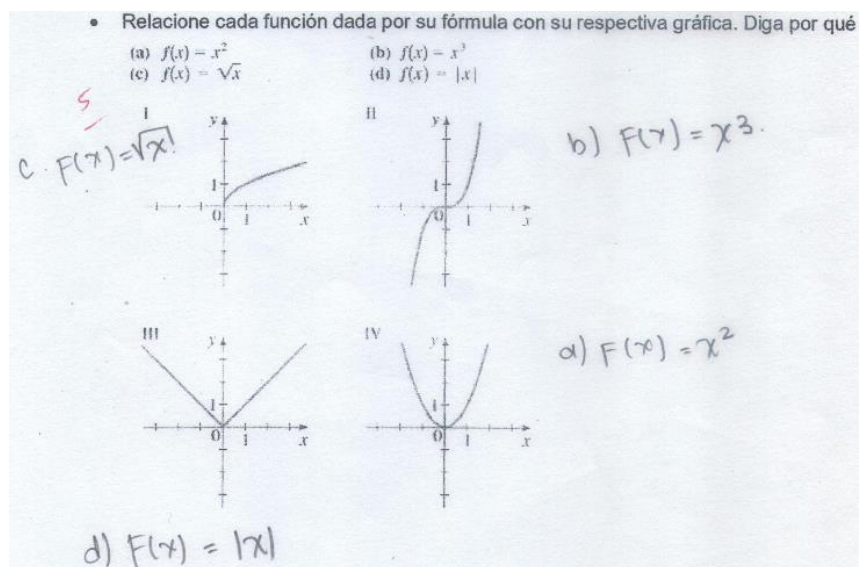
Halle a) $f(0) = 0^2 = 0$ b) $f(-2) = -2 + 2 = 0$

Finalmente
se presenta un
ejercicio de

apareamiento para determinar la conexión entre una representación simbólica de la función y su representación gráfica cartesiana. Ambas estudiantes identifican la correspondencia correcta; la segunda reescribe la expresión analítica complementariamente.



Los resultados de la segunda estudiante



4.4.4. Análisis cualitativo de la evaluación inicial de funciones

Ejercicios sobre concepto de función, tipos de funciones, dominio de funciones, obtención de imágenes, formas de representación de las funciones (representación algebraica y gráfica)

El análisis cualitativo se realizó desde rangos.

De 10 a 14 preguntas (mayor de 71.42%): Muy bueno. Calificación cuantitativa 5

Entre 6 y 9 preguntas (entre 42.84%-64.28%). Aceptable: Calificación cuantitativa, 3

Menor de 6 preguntas (debajo de 37.71%): Deficiente. Calificación cuantitativa 1

4.4.5. Actividad diagnóstica sobre funciones: cuantitativa

El análisis se realizó, cuantitativo, valorando cada respuesta como buena o errónea, con unos y ceros. El promedio porcentual permitió establecer un rango de desempeño

1	EVALUACIÓN INICIAL DIAGNÓSTICA SOBRE FUNCIONES																											
2	Preg/Estud.	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22					
3	P1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1					
4	P2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1					
5	P3	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1					
6	P4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1					
7	P5	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1					
8	P6	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
9	P7	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0					
10	P8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0					
11	P9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1					
12	P10	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1					
13	P11	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0					
14	P12	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0					
15	P13	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0					
16	P14	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0					
17	Resultado	0,43	0,07	0,57	0,29	0,93	0,36	0,43	0,43	0,43	1	0,29	0,71	0,43	0,57	0,29	0,14	0,286	0,29	0,286	0,29	0,29	0,5					
18																												
19	Cualitativo	3	1	3	1	5	1	3	3	3	5	1	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1					
20	Curso Fundamentos de Matemáticas 1er semestre Universidad Libre. Economía y Administración																											
21																												
22	A 22 estudiantes con 14 preguntas cada cuestionario																											
23																												
24	Nivel	Muy bueno: 9%																										
25		Aceptable: 36%																										
26		Deficiente: 54,54%																										
27		Cualitativo: Muy bueno, más de 10 preguntas. Aceptable entre 6 y 10 preguntas. Deficiente, menos de 6 preguntas																										

4.5. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES COTIDIANAS

Se introdujo desde el marco teórico la idea inicial y conceptualización de matemáticas cotidianas, desde la clase inaugural²⁷⁰, lecturas y videos sobre Historia de las Matemáticas.

Se propusieron entonces actividades cotidianas para las cuales ellos pudieran realizar de modo práctico, y en trabajo en equipo, tabulaciones de información sobre precios y mediciones desde actividades propuestas por el docente en el ámbito de nuevas prácticas de aula y de enseñanza. El tema: las correspondencias entre cantidades o valores relacionados (cantidad-precio, por ejemplo, muy cercanos a sus labores como empleados) y sus representaciones en forma tabular (término cercano a ellos), para luego realizar presentaciones (no se introduce la palabra representación) en forma de gráficas, cercanas también a ellos por la familiaridad con información gráfica estadística en sus ejercicios laborales.

²⁷⁰ Construcción didáctica sobre la naturaleza de las Matemáticas, diferentes acercamientos al papel de las Matemáticas, fuentes de consulta, el plan de curso y bibliografía. Ver <https://es.slideshare.net/Rubeneduca/clase-inaugural-fundamentos-de-matemticas-rd-2017> o también <https://es.calameo.com/books/005550491a918b0a48ce5>

Realizaron entonces las actividades del precio de los barriles de diferentes líquidos comunes para ellos, la actividad de medir la frecuencia cardiaca de compañeros, el precio de los equipajes y las medallas olímpicas, éstas dos últimas para introducir el concepto de funciones por partes tan de uso corriente en la vida real. Se complementó el trabajo teórico con la presentación de guías didácticas sobre el uso de Geogebra para trabajo algebraico y de funciones que se incluyen en el capítulo 3 de metodología

Las situaciones presentadas para el trabajo grupal, convocaron a la necesidad de establecer y obtener (por consulta o por experimentación), tabulaciones que mostraran correspondencias entre valores: precios en función de la cantidad ofrecida, cantidad de pulsaciones en función del tiempo, crecimiento del tamaño de una hoja en función del tiempo. Los factores que inciden en los precios son variados, pero se pidieron en las actividades, correspondencias entre sólo dos cantidades. Esto llevó a los estudiantes a no considerar en sus consultas iniciales, factores como sitios de venta, estratos socioeconómicos, variedad de los líquidos, entorno de crecimiento de la planta (fríjol) o considerar simultáneamente dos tipos o más de plantas.

Los estudiantes tuvieron claro que las tabulaciones: volumen-precios, tiempo-frecuencia cardiaca, tiempo-área de hoja, inicialmente, son correspondencias entre cantidades. Si bien son estudiantes con precariedades en su formación secundaria aunada a algún tiempo de inactividad escolar (promedio de edad de los estudiantes es de 24 años), la idea y el acercamiento al concepto de funciones como correspondencias, es fácil de introducir. Por ello la importancia de la orientación didáctica (introducción) en cada una de las actividades, complementada con verbalizaciones y aclaraciones pertinentes para la elaboración y desarrollo de las actividades.

Los comentarios y recomendaciones iniciales en clase sobre el tipo de trabajo a realizar, en cuanto a consultar precios de dos de los líquidos (agua embotellada y gaseosa), los consideraron sencillos y no les generaron inquietudes sobre dónde obtenerlos. Pensaron que se podrían conseguir esos valores en el supermercado más cercano: Para el caso del agua potable pública, la fuente inmediata, el recibo de la empresa (es este caso EMCALI);

pero algunos no tuvieron en cuenta los precios de acuerdo al estrato socioeconómico. Para el caso del petróleo, la fuente inmediata, debería ser Internet. Pero en Internet, se encontraron con diferentes especificaciones²⁷¹ para el petróleo y algunos grupos no los tuvieron en consideración; sólo, anotar el precio. La obtención de precios de los diferentes tipos de líquidos representa la necesidad de hacer correspondencias entre diferentes cantidades y obtener promedios, lo cual correspondía a responder la pregunta sobre las matemáticas inmersas en el proceso de la actividad. Se solucionó, después de la primera revisión. Como estas variaciones entre cantidades representan “precios en función de las cantidades ofrecidas”, se dieron los primeros acercamientos a las funciones.

Como parte de la actividad y en consideración a su rol como estudiantes de ciencias económicas y empresariales, se les presentaron orientaciones didácticas sobre situaciones funcionales que trabajaron en secundaria, como el área de un círculo en función de su radio, la longitud de la circunferencia en términos de su radio y la fórmula para el área del rectángulo, en función de la variación de uno de sus lados. La modelación de situaciones reales (superficies, perímetros), comenzaron a emerger.

Complementariamente se dieron nuevos ejemplos fruto de la participación en clase, como el número de bacterias de un cultivo o en recipientes caseros en función del tiempo, el peso de un astronauta en función de su elevación o altura, y otras situaciones de Física como la fuerza de atracción gravitacional la cual depende de la masa del cuerpo planetario. Adicionalmente en negocios, el precio de un artículo el cual es una función de la demanda de ese artículo.

Así, las actividades realizadas (precio de barriles de líquidos frecuencia cardiaca, , precio del pasaje de equipajes), los convocaron a obtener valores relacionados de acuerdo a diferentes situaciones cotidianas: precio de acuerdo a la capacidad y tipo de líquido (variable que no se analizó matemáticamente, sólo la situación real de su precio), ritmo cardiaco en diferentes instantes de nuestra actividad (y tipo de actividad física), precio o valor a pagar por el equipaje de acuerdo con un rango de pesaje en el cual está la maleta.

²⁷¹ En general, por ejemplo, petróleo Brent \$78.83; petróleo WTI \$70.58. ¿La razón de las diferencias?

4.5.1. Las orientaciones didácticas: Clases y de informes

UNIVERSIDAD LIBRE. FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS

Profesor Rubén Darío Lozano Rubiano, rdldidacta@gmail.com,
rubend.lozanor@unilibre.edu.co

FINALIZACIÓN DE ACTIVIDADES-PROYECTOS SOBRE MATEMÁTICAS COTIDIANAS: **Orientaciones didácticas sobre los informes.**

Las funciones representan variaciones, correspondencias entre valores o cantidades. Son situaciones funcionales, el área de un círculo en función de su radio (lo recuerdan de secundaria), el número de bacterias de un cultivo en función del tiempo, el peso de un astronauta en función de su elevación (también aprendemos en Física que la fuerza de atracción gravitacional, depende de la masa del cuerpo planetario); en negocios, el precio de un artículo es una función de la demanda de ese artículo.

Las actividades realizadas (frecuencia cardiaca, precio de barriles de líquidos, precio del pasaje de equipajes), los convocaron a obtener valores relacionados de acuerdo a diferentes situaciones cotidianas: precio de acuerdo a la capacidad y tipo de líquido (variable que no se analizó matemáticamente, sólo la situación real de su precio), ritmo cardiaco en diferentes instantes de nuestra actividad (y tipo de actividad física), precio o valor a pagar por el equipaje de acuerdo con un rango de pesaje en el cual está la maleta.

Recordemos que las actividades propuestas (Barriles y Frecuencia Cardiaca iniciales) se **dividieron en cuatro partes:**

- Búsqueda de información en Internet: En unas actividades, precios, tipos de productos, conceptos, aplicaciones, en otras, conceptos, aplicaciones, modo de usos-tutoriales, comentarios, etc.
- Procesamiento de la información y realización de las secuencias de actividades.
- Discusión en grupo, redacción, observaciones, sacar conclusiones y reflexionar sobre los impactos económicos, ambientales y de salud.
- Socializar resultados con todo el grupo de compañeros

Además, al tabular los diferentes tipos de información, pudieron hacer comparaciones numéricas, algunas con ayudas de instrumentos tecnológicos, por ejemplo, realizando gráficas (forma de representar las funciones de modo visual). También debieron realizar procedimientos aritméticos para realizar conversiones de unidades de modo y con algunas lecturas, reflexiones y discusiones grupales, pudieron presentar conclusiones desde los impactos ambientales, económicos, como de salud.

4.5.2. Análisis de los informes de grupos

- **Informe actividad–proyecto barriles G3** (Díaz, Clavijo, Ortiz, Avendaño)

Descripción:

La actividad de los barriles de diferentes líquidos inicialmente constaba de realizar una buena investigación sobre los diversos precios actuales, sin embargo a medida de estar realizando las consultas nos encontramos con que no existía un valor general por cada cantidad de líquido (litro de gaseosa, agua embotellada , agua de servicios públicos), por lo cual esto nos impulsó a tener que realizar diversas conversiones de acuerdo a las cantidades y ser más específicas en cuanto a la clase de líquido que se iba a comparar.

Objetivos: ¿Cuál es el propósito?

La actividad de los Barriles tuvo como propósito principal mostrarnos la gran diferencia que existe en los precios actuales entre una gaseosa, el agua embotellada y el agua de servicios públicos; logrando con esto analizar la situación actual que presenta el consumo y el costo que tiene una gaseosa, que por lo general es el líquido que más consumen los colombianos, quitando valor e importancia al agua natural.

Los recursos más utilizados para lograr realizar esta actividad fueron los tecnológicos como medio de consulta y adicional las tutorías por parte del docente que nos sirvieron como guía para realizar algunas mejoras.

Condiciones de aplicación:

La actividad de los Barriles se entregó finalizada el 14 de marzo, en un trabajo grupal realizado por Angie Carolina Avendaño, Carol Andrea Díaz, Yuliana Clavijo y Marlyn Ortiz.

En los métodos de consulta se tuvo dificultad con respecto a hallar la información completa con respecto a los costos del precio del agua de servicios públicos, se realizó una consulta directa con las Empresas Municipales de Cali, los cuales a pesar de la demora, nos pudieron suministrar la información veraz.

RESULTADOS:

PRECIO DE UN BARRIL						
CANTIDAD	LITRO	EQUIVALENCIA EN MILILITROS	EQUIVALENCIA EN LITROS	BARRIL	EQUIVALENCIA EN MILILITROS	EQUIVALENCIA EN LITROS
LIQUIDO						
AGUA SERVICIOS	\$ 619,69	1,000ML	1	\$ 98.531	158987 ML	159
AGUA EMBOTELLADA	\$ 1.700,00	1,000ML	1	\$ 270.300	158987 ML	159
COCA COLA	\$ 2.000,00	1,000ML	1	\$ 318.000	158987 ML	159
PETROLEO	\$ 1.094	1,000ML	1	\$ 173.974	158987 ML	159

* Punto de referencia es el Barril de petroleo que cuesta \$173,974 actualmente y equivale a 159 litros de cualquier liquido o 1,000 mililitros

DATOS ADICIONALES:		
AGUA EMBOTELLADA	\$ 2.550 - 1,500ML	1,5 LITROS
COCA COLA	\$ 3.000 - 1,500ML	1,5 LITROS

DETERMINAR EL VALOR EN LITROS		
AGUA EMBOTELLADA \$ 2550 - 1,5 LITROS		
2550/1500 =	\$	1,7
1,7 * 1000ML =	\$	1.700,00 LITRO

COCA COLA	\$ 3000 - 1,500ML	
3000/1500 =	\$	2,0
2 * 1000ML =	\$	2.000,00 LITRO

DETERMINAR EL VALOR DE UN BARRIL		
AGUA SERVICIOS PUB: \$ 619,69 - 1 LITRO (BARRIL - 158,99 LITROS)		
PRECIO BARRIL \$ 619,69 * 159 =	\$	98.531

AGUA EMBOTELLADA: \$ 1700 - 1 LITRO (BARRIL - 158,99 LITROS)		
PRECIO BARRIL \$ 1,700 * 159 =	\$	270.300

COCA COLA: \$ 2000 - 1 LITRO (BARRIL - 158,99 LITROS)		
PRECIO BARRIL \$ 2000 * 159 =	\$	318.000



Comentarios:

De acuerdo a la comparación realizada en cuanto a precios de algunos líquidos, en los cuales se encuentra presente principalmente el agua, pudimos encontrarnos con que en nuestra sociedad actualmente tiene mayor valor un litro de Coca Cola, la cual es una bebida gaseosa que no constituye ningún alimento positivo para nuestra salud, dejando por debajo

el costo del agua, un líquido tan importante y vital para nuestra vida; y pese a la diferencia en los costos de estos, la personas prefieren consumir gaseosas.

2. INFORME ACTIVIDAD – PROYECTO FRECUENCIA CARDIACA (Díaz, Clavijo, Ortiz, Avendaño)

DESCRIPCIÓN:

La actividad de la frecuencia cardiaca principalmente se daba para determinar la variación en los cambios de las pulsaciones de acuerdo a la actividad física realizada, se entra a evaluar el cambio a partir de las pulsaciones que tenía una de las personas estando en reposo y siendo activada físicamente mediante algún ejercicio.

Con esto pudimos ver claramente el cambio que sufre el cuerpo humano a la hora de realizar algún deporte y los beneficios que se pueden obtener, a su vez que pudimos evidenciar las matemáticas implícitas dentro de esta actividad.

OBJETIVOS: Cuál es el propósito

La actividad de la frecuencia cardiaca tuvo el propósito de mostrarnos matemáticamente las variaciones que pueden existir en un ámbito de la vida cotidiana, a su vez que nos permitió conocer diversas aplicaciones que están al alcance de nuestro dispositivo móvil, con las cuales podríamos llegar a monitorear las pulsaciones que tiene nuestro corazón y evidenciar alguna falla, teniendo en cuenta que esto no reemplaza un profesional de la salud.

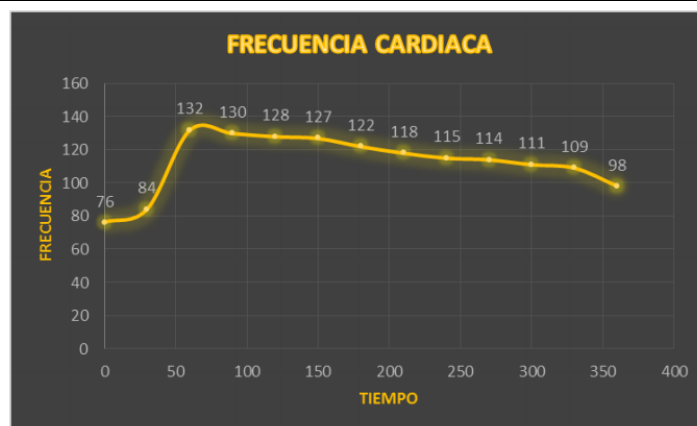
CONDICIONES DE APLICACIÓN:

La actividad de la frecuencia cardiaca se entregó finalizada el 28 de marzo, en un trabajo grupal realizado por Angie Carolina Avendaño, Carol Andrea Díaz, Yuliana Clavijo y Marlyn Ortiz.

La actividad requirió que una de las integrantes participara activamente en tener que entrar en un proceso de ejercitamiento y de esta forma poder evidenciar las variaciones en las pulsaciones pos segundo, en vista del poco tiempo con el que contamos en la jornada, tuvimos que realizar parte de las mediciones en la Universidad y adicional reunirnos en pequeños tiempos libres para dar solución al proyecto.

RESULTADOS:

FRECUENCIA CARDIACA	
TIEMPO (SEG)	FRECUENCIA
0	76
30	84
60	132
90	130
120	128
150	127
180	122
210	118
240	115
270	114
300	111
330	109
360	98



COMENTARIOS:

Por medio de esta actividad nos pudimos dar cuenta la importancia que tiene realizar un seguimiento a la frecuencia cardiaca de cada persona.

La frecuencia cardiaca para una persona que está en reposo depende del estado físico, de las condiciones ambientales (frio o calor), de la postura y puede ser también de la edad; en el caso de la compañera con la que se realizó la medición, en un momento cuando íbamos a arrancar, recibió una llamada telefónica y su frecuencia cardiaca se alteró, por lo tanto nos tocó esperar un tiempo prudente para iniciar nuevamente la medición.

Pudimos notar claramente las matemáticas implícitas en cada proceso de la vida cotidiana, ya que por medio de tabulaciones y graficas se evidencio el cambio que puede tener una persona en sus pulsaciones.

Y nos enseñó también la importancia que tiene para nuestra salud realizar el debido seguimiento a este ámbito de nuestra vida.

Actividad 1: precios de diferentes barriles de líquidos

Recordemos inicialmente la primera actividad de los **BARRILES**, actividad que se **dividió en cuatro partes**:

- Búsqueda de información en Internet sobre el precio de los cuatro productos (agua embotellada, agua de servicio público, gaseosa y petróleo)
- Procesamiento de la información.
- Sacar conclusiones y reflexionar sobre los impactos económicos, ambientales y de salud.
- Socializar resultados con todo el grupo de compañeros.

Al tabular los cuatro tipos de información pudieron hacer comparaciones numéricas, algunas con ayudas de instrumentos tecnológicos, por ejemplo, realizando gráficas (forma de representar las funciones de modo visual, usando EXCEL). También debieron realizar procedimientos aritméticos para realizar conversiones de unidades de modo y con algunas lecturas, reflexiones y discusiones grupales, pudieron presentar conclusiones desde los impactos ambientales, económicos, como de salud.

DESCRIPCIÓN: Párrafo en el cual describen la actividad, diciendo desde su mirada y perspectiva del grupo, de qué trató en general:

OBJETIVOS: Cuál es el propósito (en términos de aprendizaje, el manejo de información, el uso de recursos TIC y tecnológicos, el concepto de función presentado mediante tablas de datos:

CONDICIONES DE APLICACIÓN: Fecha de realización, lugar, los integrantes, los materiales utilizados, la secuencia (didáctica) para llevarla a cabo de modo efectiva. Dificultades que pudieron tener y cómo las superaron.

RESULTADOS: En lo posible promedios, sí las gráficas.

Cada grupo utilizó diferentes fuentes de información para el caso del agua y la gaseosa. Para el caso del petróleo su fuente fue Internet, donde les causó curiosidad, las denominaciones para el petróleo como Brent.



Estudiantes	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7
1	1	1	1	0	1	1	1
2	1	0	1	1	0	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	0	1	1	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1
7	1	1	0	1	1	1	1
8	0	0	1	0	1	0	0
9	1	1	1	1	1	1	0
10	1	1	0	1	1	1	0
11	1	1	0	1	0	0	1
12	0	0	1	1	0	0	1
13	1	1	1	0	1	1	1
14	0	1	0	1	0	1	1
15	1	0	1	1	1	1	1
	73%	73%	67%	73%	73%	73%	80%

COMENTARIOS: Del grupo, sobre impacto, aprendizaje, preguntas nuevas.

Para las siete preguntas de la actividad de barriles se tomó:

Entre 6-7 preguntas acertadas, muy bueno. Calificación cuantitativa 5

Entre 4-5 preguntas acertadas, bueno. Calificación cuantitativa, 3

Entre 0-3 preguntas acertadas, deficiente. Calificación cuantitativa 1

Nombre de los estudiantes: Nuevo

Angie Verónica Otero Campo, Mónica Bernal, Dayana Rodríguez, Daniela Giraldo, Natalia Ortiz, Carolina Saa.

Fecha: 12 de marzo de 2018

El trabajo de cada proyecto propuesto se realiza en grupo, pero desde una perspectiva de cooperación, de compartir efectivo y de construcción de resultados gracias al trabajo colaborativo. Cooperativo donde el aporte individual sea comprometido de modo que permita afianzar el compartir ideas, propuestas, formulaciones y conclusiones desde un marco colaborativo para la redacción, la discusión y la elaboración de los informes de resultados del trabajo.

ACTIVIDAD 1. Precio de un barril de agua.

El agua es un elemento vital. Sólo recientemente tanto gobiernos como personas en general han comprendido su importancia, valor y necesidad. En la presente actividad, usted debe buscar datos para comparar el costo de agua de servicio público, el costo de agua embotellada, el costo de las gaseosas y el costo del barril de petróleo.

La actividad está dividida en cuatro partes:

- (i) Búsqueda de información en Internet sobre el precio de los cuatro productos (agua embotellada, agua de servicio público, gaseosa y petróleo).
- (ii) Procesamiento de la información.
- (iii) Sacar conclusiones y reflexionar sobre los impactos económicos, ambientales y de salud.
- (iv) Socializar resultados con todo el grupo de compañeros.

Es importante que realicen un trabajo previo en casa sobre la actividad y en el aula de clase la realicen el procedimiento formal, que incluyen preguntas, además de toma de fotografías y videos para formalizar el trabajo.

1. Primera parte. Recolección de datos

a. Averigua cuánto cuesta un litro de agua de servicio público (aparece en la factura del proveedor e incluye otra información relevante¹ sobre costos y consumos) en tu ciudad.

Precio del agua del servicio público (m³) o (1000 litros): 1.991,23

Barril: 1991,23 (valor litro) x 159 (litros)= 316.605,57

Estudiante grupo 1 presentando la actividad de los barriles

 EMPRESAS MUNICIPALES DE CALI EMCALI E.I.C.E ESP. GERENCIA UNIDAD ESTRATÉGICA DE NEGOCIOS DE ACUEDUCTO Y ALCANTARILLADO VIGILADA POR LA SUPERINTENDENCIA DE SERVICIOS PÚBLICOS DOMICILIARIOS NUIR 4-76001000-4				
TARIFAS PRIMER SEMESTRE 2018				
MUNICIPIO DE CALI				
ACUEDUCTO				
Estrato	C. Fijo (\$)	0 - 16 m ³ (\$/m ³)	> 16 m ³ (\$/m ³)	
Estrato 1	2.423,04	637,19	1.991,23	
Estrato 2	5.224,68	1.373,95	1.991,23	
Estrato 3	7.496,29	1.971,32	1.991,23	
Estrato	C. Fijo (\$)	Consumo m ³ (\$/m ³)	Subsidios	
Estrato 4	7.572,01	1.991,23	E1:	68,00%
Estrato 5	11.433,73	3.006,76	E2:	31,00%
Estrato 6	12.190,94	3.205,88	E3:	1,00%
Comercial	11.509,45	3.026,67	Aportes Solid.	
Industrial	9.995,05	2.628,42	E5:	51,00%
Oficial y Especial	7.572,01	1.991,23	E6:	61,00%
Temporal	12.190,94	3.205,88	Com:	52,00%
			Ind:	32,00%
ALCANTARILLADO				
Estrato	C. Fijo (\$)	0 - 16 m ³ (\$/m ³)	> 16 m ³ (\$/m ³)	
Estrato 1	1.286,68	676,59	2.114,34	
Estrato 2	2.774,39	1.458,89	2.114,34	
Estrato 3	3.940,44	2.072,05	2.114,34	
Estrato	C. Fijo (\$)	Vertimiento (\$/m ³)	Subsidios	
Estrato 4	4.020,86	2.114,34	E1:	68,00%
Estrato 5	6.071,50	3.192,66	E2:	31,00%
Estrato 6	6.473,58	3.404,09	E3:	2,00%
Comercial	6.111,71	3.213,81	Aportes Solid.	
Industrial	5.307,54	2.790,93	E5:	51,00%
Oficial y Especial	4.020,86	2.114,34	E6:	61,00%
Temporal	6.473,58	3.404,09	Com:	52,00%
			Ind:	32,00%

Porcentajes de subsidios y aportes solidarios definidos mediante Acuerdo No. 0432 de 2017 del Concejo Municipal de Santiago de Cali

b. Luego, consulta cuánto cuesta un litro de agua que venden embotellada (si los precios son diferentes, realiza un promedio).

Precio del agua embotellada cristal (1 litros): 1640 pesos.

Barril: 1640 (valor litro) x 159 (litros)= 260.760

c. Averigua cuánto cuesta un litro Coca Cola (si los precios son diferentes, realiza un promedio).

Precio de la gaseosa Coca Cola (1 litros): 2000 pesos

Barril: 2000 (valor litro) x 159 (litros)= 318.000

d. Averigua cuánto cuesta un barril de petróleo colombiano el día de hoy

➤ Precio del barril del petróleo (159 litros): 187,898.59

Precio de barril de petróleo (42 galones) o (159 litros) 65.54USD/barril

Dólar TRM (La tasa de cambio representativa del mercado) \$2,866.93

2,866.93 x 65.54 = 187,898.59

2. Segunda parte: Procesamiento.

El objetivo de esta parte es que ustedes comparen los precios del barril de los cuatro productos que estamos trabajando en la presente actividad.

Tuvimos que resolver problemas de proporcionalidad, ya que nos pedían el valor en litros y del barril de los 4 productos y los resultados fueron los siguientes:

PRODUCTO	PRECIO EN LITROS	PRECIO DEL BARRIL
Agua de servicios públicos	1.991.	316.569
Agua embotellada	1.640	260.760
Gaseosa	2.000	318.000
Petróleo	1.182	187.989

Conclusiones

- a. En el siguiente espacio en blanco saca conclusiones sobre los resultados calculados que realizaron en la segunda parte

Los valores obtenidos en los cuatro productos no son muy variables, ya que están en un rango entre 1.000-2.000 en litros y 187.000-317.000 en barril.

- b. En el siguiente espacio en blanco saca conclusiones sobre el impacto económico, ambiental y para la salud humana.

La economía depende de estos productos en especial del petróleo, porque somos el 4 país en mayor producción de este producto, en la parte ambiental afecta en forma directa al suelo, agua, aire, y a la fauna y la flora, en la salud humana tanto la gaseosa como el petróleo poseen una gran cantidad de químicos como los hidrocarburos, níquel, cobre, hierro, vanadio, ácidos (fosfórico, cítrico, málico, tartárico), conservaste, colorantes que afectan enormemente nuestro cuerpo humano.

Preguntas de orientación:

¿Qué matemáticas estuvo inmersa en el proceso?

Las matemáticas que estuvieron inmersas en el proceso fueron: la estadística, el cálculo, la aritmética

¿Qué concepto u objeto matemático permite explicar (y modelar) los resultados y conclusiones?

Información de datos y comparaciones

PRECIO DE UN BARRIL						
CANTIDAD	LITRO	EQUIVALENCIA EN MILILITROS	EQUIVALENCIA EN LITROS	BARRIL	EQUIVALENCIA EN MILILITROS	EQUIVALENCIA EN LITROS
LIQUIDO						
AGUA SERVICIOS	\$ 619,69	1,000ML	1	\$ 98.531	158987 ML	159
AGUA EMBOTELLADA	\$ 1.700,00	1,000ML	1	\$ 270.300	158987 ML	159
COCA COLA	\$ 2.000,00	1,000ML	1	\$ 318.000	158987 ML	159
PETROLEO	\$ 1.094	1,000ML	1	\$ 173.974	158987 ML	159

* Punto de referencia es el Barril de petróleo que cuesta \$173,974 actualmente y equivale a 159 litros de cualquier liquido o 1,000 mililitros

DATOS ADICIONALES:			
AGUA EMBOTELLADA	\$ 2.350 - 1,500ML	1,5 LITROS	
COCA COLA	\$ 3.000 - 1,500ML	1,5 LITROS	

DETERMINAR EL VALOR EN LITROS			
AGUA EMBOTELLADA \$ 2550 - 1,5 LITROS			
$1590/1590 =$	\$	1,7	
$1,7 * 1000ML =$	\$	1.700,00	LITRO

COCA COLA	\$ 3000 - 1,500ML		
$3000/1500 =$	\$	2,0	
$2 * 1000ML =$	\$	2.000,00	LITRO

DETERMINAR EL VALOR DE UN BARRIL			
AGUA SERVICIOS PUB: \$ 619,69 - 1 LITRO (BARRIL - 158,99 LITROS)			
PRECIO BARRIL \$ 619,69 * 159 =	\$	98.531	

AGUA EMBOTELLADA: \$ 1700 - 1 LITRO (BARRIL - 158,99 LITROS)			
PRECIO BARRIL \$ 1.700 * 159 =	\$	270.300	

COCA COLA: \$ 2000 - 1 LITRO (BARRIL - 158,99 LITROS)			
PRECIO BARRIL \$ 2000 * 159 =	\$	318.000	

Espacio para realizar cálculos donde describen ampliamente las conversiones que tuvieron que realizar

Conversiones:

1 Litro = 1.000 mililitros
1 Barril = 158.987 mililitros = 159 Litros

4.5.3. Actividad 2 de la Frecuencia Cardíaca Grupo 3

De las actividades propuestas, calcular la frecuencia cardíaca despertó gran interés. Una situación y realidad tan cotidiana, les parecía propia de especialistas, de entrenadores deportivos, de médicos. Saber y luego lograr desde sus celulares y de modo muy rápido, instalar aplicaciones específicas, fue para los grupos algo excitante.

Análisis cualitativo:

La lectura de la guía se realizó de manera organizada y cumplida de acuerdo a la organización propuesta. Cumplieron con las preguntas iniciales, fueron precisos en la caracterización de la aplicación y como lo expresaron en algunos de los grupos, “nos llamó la atención la posibilidad de llevar un control y guardar los resultados”, haciendo referencia a que este tipo de actividad, como se expuso adelante, era propiedad, uso y manejo sólo de especialistas.

La toma de datos se realizó inicialmente con dificultades por inexperiencia en el tipo de tecnologías, pero muy rápidamente se adaptaron. Los cálculos los realizaron utilizando procedimientos de regla de tres, con la cual estaba familiarizados, y no con el concepto de conversiones, proporcionalidad. En las tutorías se les mostraron otras metodologías para realizar conversiones de unidades.

La tecnología usada para el gráfico de dispersión y luego con línea continua fue lograda con Geogebra.

Se dieron buenas descripciones y explicaciones de la naturaleza de la frecuencia cardíaca, los rangos de las frecuencias, pero en la socialización inicial se quedaron limitados para explicaciones de tipo matemático: las gráficas, la modelación, no plantearon explicaciones.

Con las tutorías sobre el manejo de software especializado y el avance en el concepto de funciones, en cuanto a su naturaleza, definición, determinación de dominio, tablas de valores, gráficas cartesianas y expresiones algebraicas de las funciones, el uso de Derive y de Geogebra se convirtió en rutinario. Desde la tecnología LP: tablas de datos experimentales, gráficas de puntos (dispersión), las gráficas continuas aproximadas, que con ayuda de Geogebra lo pudieron comprender. Con LP también, lograron dada a

expresión algebraica, transitar a la tabla de valores y luego a la gráfica, conociendo el comportamiento de la expresión algebraica. Derive como tecnología CAS, les permitió hacer los tránsitos de manera más práctica y además dinámica, cuando se compararon varias funciones para las cuales se les cambiaba un parámetro, que generaba traslaciones, por ejemplo. Ese dinamismo también se socializó mediante tutorías con el uso de Geogebra apoyado en guías sobre su uso (ver documentos).

El informe de la actividad fue más completo, mostrando los avances en comprensiones y generaciones de discursos.

La describen (la frecuencia cardiaca), “como una variación en los cambios de las pulsaciones de acuerdo a la actividad física realizada”²⁷², y hacen referencia a los cambios que sufre el cuerpo humano cuando realizan deportes y ver las matemáticas inmersas en tales cambios. El objetivo de la actividad lo definen como “mostrarnos matemáticamente las variaciones que pueden existir en el ámbito de la vida cotidiana”. Complementariamente reconocen la importancia de las aplicaciones “que están a nuestro alcance de nuestro dispositivo móvil”, en un claro avance a la propuesta inmersa **m-learning**²⁷³

Análisis cuantitativo:

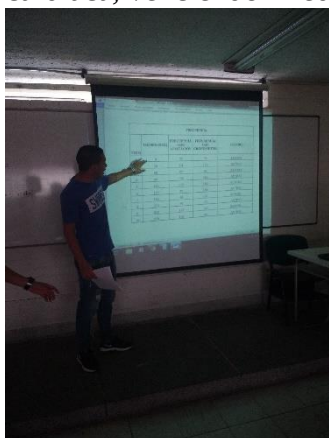
¿Cuántas preguntas debes contestar?

Entre 7 y 9 preguntas acertadas: Muy bueno. Calificación cuantitativa 5

Entre 4 y 6 preguntas acertadas: bueno. Calificación cuantitativa, 3

Menos de 4 preguntas (debajo de 44.4%): deficiente. Calificación cuantitativa 1

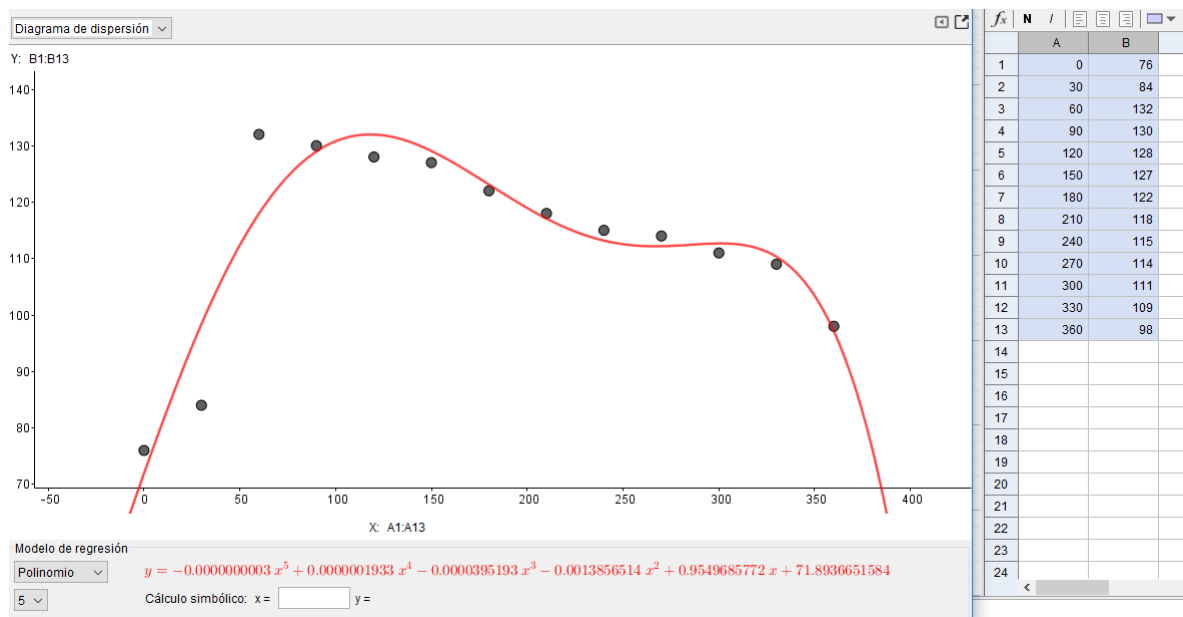
Estudiante de Fundamentos de Matemáticas 1.2018, presentando la actividad de frecuencia cardiaca, venciendo miedos y soledades.



CURSO: FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS. Periodo 1.2018.						
EQUIPOS	G1	G2	G3	G4	G5	R/P
P1	1	1	1	1	1	100%
P2	1	0	1	1	0	75%
P3	1	1	1	1	1	100%
P4	1	1	1	1	1	100%
P5	1	1	0	1	1	75%
P6	0	1	1	0	1	50%
P7	1	1	0	1	1	75%
P8	0	0	1	0	1	25%
P9	1	1	1	1	1	100%
D/G	77,8%	77,8%	77,8%	77,8%	88,9%	
ACTIVIDAD DE LA FRECUENCIA CARDIACA						
DESEMPEÑO POR GRUPO Y RESPUESTAS POR PREGUNTA						

²⁷² Grupo 2 de Díaz y otros.

²⁷³ Presentado en el marco teórico: el móvil para aprender y para relacionarnos informativa, constructiva y formativamente, superando el mero entretenimiento.



4.5.4. Análisis de actividad del área de la hoja de fríjol en el tiempo (Grupo 3)

Para los grupos el trabajo de modelación matemática para calcular el área de las hojas de fríjol, se convirtió en un proceso de investigación de métodos. El proceso a pesar de tener que invertir más tiempo, cuidados y control, despertó compromiso e interés alto y mostró muy buena actitud. El lograr plantar el fríjol y que se conservara, las fotografías de las hojas, la observación y registros del crecimiento convocó a aprender sobre siembra, germinación, transformaciones de la planta, cambios en la raíz.

Sobre el proceso cuantitativo (crecimiento), usaron fases hasta el día 21 y presentaron la tabla de mediciones de alturas y de áreas final, después de haber consultado y discutido diferentes métodos para estimar el área como, montajes para fotografías, medición de área foliar en 5 especies vegetales desde fotografías según cámaras digitales (con programas que muestran tendencias lineales, con mediciones muy cercanas a la real con desviaciones entre 2% y 5%.

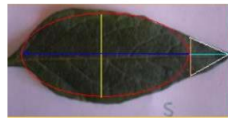
Tipo de cámara	Plantas				
	<i>S. podophyllum</i>	<i>C. variegatum</i>	<i>Citrus sp</i>	<i>T. zebrina</i>	<i>M. arboreus</i>
Télefono celular	0,980	0,992	0,992	1,022	0,980
	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Cámara web	0,949	0,993	0,969	1,013	0,952
	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Sony Cyber shot DSC-H50®	0,927	0,948	0,941	0,967	0,921
	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Un tercer método fue la forma geométrica, consistente en hallar formas geométricas aproximadas encontradas en las hojas, por ejemplo, rectángulos y triángulos (método que se

remonta a los métodos de exhaución de los antiguos griegos²⁷⁴). Se adjunta el método encontrado y descrito por el grupo 2, pero que, en el informe inicial no comprobaron, realizando cálculos. Se les solicitó que verificaran la consistencia de las fórmulas descritas.

Método número 3. **FORMA GEOMÉTRICA**, se utiliza las formas geométricas aproximadas encontradas en la hoja. Para esto se divide a hojas en 2 triángulos aproximadamente iguales y un rectángulo. Para la obtención de las medidas se toma en cuenta el ancho de la hoja al nivel de la tercera nervadura desde el ápice de la hoja, la distancia entre ápice y la tercera nervadura, el largo total de la hoja y la medida de la parte más ancha de la hoja.

... utilizando esas variables podemos aplicar fórmulas matemáticas para calcular el área como la del triángulo que es $A\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$ y del rectángulo que es $A = b \cdot h$.

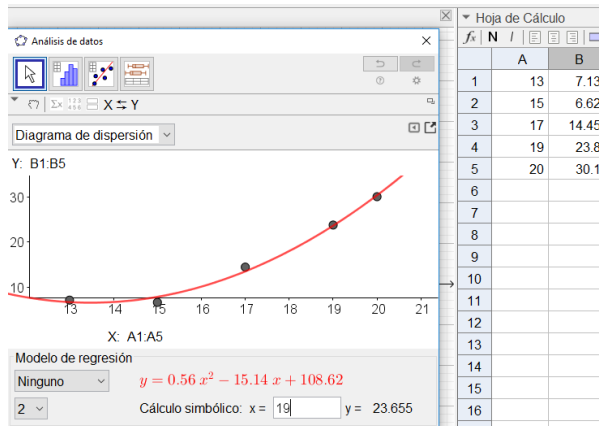


Ejemplo:
Área total= área de la elipse + área del triángulo
R= semieje mayor
S= semieje menor
Área de la elipse= $\pi \cdot R \cdot S$

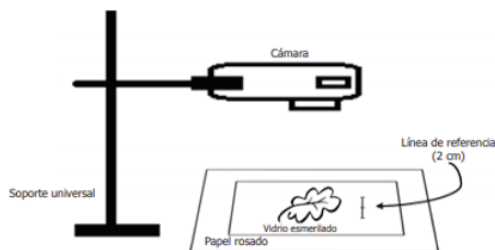
b= base
h= altura

Área del triángulo= $\frac{b \cdot h}{2}$

Un cuarto método consultado se denomina por ello



Determinación del área foliar en fotografías tomadas...



²⁷⁴ Consideramos van a ser de gran utilidad para su curso de Cálculo I, para introducir el concepto de límites de funciones.

PUNTO G.
LA ESTIMACIÓN Y
REGISTROS DEL ÁREA
DE LA HOJA (8 DÍAS)

DÍA	ALTURA(CENTIMETROS)
13	6 CM
15	14CM
17	17 CM
19	20 CM
20	22 CM



DÍA	AREA FOLIAR(CM2)
13	7.125
15	8.62
17	14.45
19	23.8
20	30.1

4.5.5. Análisis actividades complementarias como análisis de las preguntas

Las situaciones nuevas, sirvieron para mantener el interés en el tipo de actividad, la cohesión de los grupos de trabajo, y generaron preguntas sobre metodología en relación con las dos primeras actividades (barriles y frecuencia cardiaca) y les permitieron evocar ejercicios sencillos sobre funciones como el caso de la función raíz cuadrada.

En la actividad 3 (clasificación para darle continuidad al orden general) se les confrontó y recordó sobre técnicas de recogida o toma de datos, y la forma en que algunos de los grupos las habían realizado, y para ello se propusieron cinco actividades, dos de las cuales trataban de funciones presentadas en forma de reglas algebraicas con las cuales ellos han trasegado en cursos de secundaria (las más comunes, funciones lineales y funciones cuadráticas), pero incluyendo la función elemental raíz cuadrada, que implicaba el uso de calculadoras sencillas. También se hicieron introducciones pero a la vez repasos conceptuales sobre correspondencias y los pares de números (parejas ordenadas) que las representan²⁷⁵, tanto en espacios de las clases como en tutorías. Insistimos en el efecto positivo de las tutorías, que como se planteó en los marcos problémico y teórico, son actividades institucionales de apoyo al trabajo académico y que por el sistema de trabajo en grupo de la propuesta, han permitido y posibilitado mayor efectividad en el desarrollo de las clases y en mejora en el aprendizaje, ya que uno o dos estudiantes del grupo pueden

²⁷⁵ Recordemos lo planteado en el capítulo 3 de Marco Metodológico: “...Las parejas de números se llaman ordenados y pertenecen a la correspondencia establecida en la actividad (por ejemplo (0,97), (30,116), (60,128),... del grupo de trabajo de Luisa Fernanda Arias). Nos interesa saber el valor de una cantidad variable (número de medallas, número de metros cúbicos, resultado de un cálculo operatorio, etc.) que depende de otra cantidad variable (tiempo en años, número dado, etc.) y por qué de su denominación.

asistir pro su mejor disposición de tiempo (con el profesor o con otro profesor del área) y el fin se semana compartir y colaborar con sus compañeros de grupo.

ACTIVIDADES: Se presentan **cinco** situaciones, tres de la vida cotidiana, una cuarta para comparar una situación matemática escolar con la cotidianidad de un vendedor; la quinta una situación matemática escolar de clase. Se busca con cada una de las actividades que los estudiantes establezcan correspondencias entre cantidades que varían y para ello se pide que escriban los pares ordenados correspondientes a cada una de situaciones

Importancia de las preguntas: Las actividades les permitieron enfrentarse a preguntas, en espacios de grupo, en momentos sin profesor, preguntas que se salieron de las rutinas: calcule, resuelva, reemplace, trace la gráfica, efectúe, en contextos formales de Matemáticas y para ellos rutinarios, pero no en el sentido didáctico.

Cada actividad permitió despertar y generar dinámicas individuales y también del grupo de trabajo, sobre lo consultado, las conclusiones, los comentarios, además de reflexiones sobre el papel de la escolaridad como forma de entender y comprender el mundo exterior tan cercano a la cotidianidad de cada uno.

La forma en que fueron presentadas cada una de las actividades, la orientación didáctica, el marco de enseñanza como una propuesta didáctico-pedagógica, la confianza en el rol docente y la motivación por el inicio de sus carreras en un marco de expectativas, posibilitaron el que fueran asumidas con interés, motivación y compromiso. Aspectos analizados:

Valor formativo de la cotidianidad: En general, este tipo de actividades no siempre fueron tratadas o presentadas en ambientes escolares y sólo tal vez, en noticias, pero con interés particular para especialistas, empresarios, investigadores, o en casos excepcionales, como comentarios o reflexiones de aula, pero no como procesos y actividades académicas en clases de Matemáticas. Así por ejemplo, el número total de medallas obtenidas por la delegación colombiana en los últimos 5 Juegos Olímpicos comparados con las de otros países o delegaciones (por ejemplo, la delegación brasileña y

la mexicana), y realizar comparaciones para tener una mirada y perspectiva de nuestros avances y logros; el precio por los equipajes del viajero, vivida por algunos de ellos en viajes, pero no pensada en términos prácticos, académicos y personales; la actividad de, ¿puedes competir en una caminata de juegos olímpicos?, confrontando de manera sencilla las actividades de atletas especializados y las actividades propias de ellos; la relación del número de metros cúbicos de agua de una laguna importante de Colombia de la cual exista información durante los últimos 50 años, cada 5 años, conociendo nuestra realidad depredadora de nuestro ambiente y la poca responsabilidad de entes estatales y privados; la tabla de número de suscriptores de teléfonos celulares (en Colombia o en un departamento) comparada con el número de suscriptores en telefonía fija correspondiente, en saltos de períodos de dos años y las posibles implicaciones tecnológicas, económicas, personales, sociales; los pares ordenados de la ecuación $y = 3x + 2^{276}$; obtención de raíces cuadradas de números naturales del 0 al 10^{277} , actividades todas enrutadas al trabajo de consulta, de debate, de redacción adecuada, de conclusiones, de acercamientos a conceptos como crecimiento, dominio, de formas de los datos, de presentación de los datos. Para ellos fue un gran descubrimiento, el concepto de funciones por partes, tan comunes en situaciones reales (precios por ejemplo, de tanto interés por el tipo de formación profesional que están cursando), y más todavía, encontrar la forma de representarlas, entendiendo la idea de saltos, escalones. Preguntar ¿qué matemáticas estuvo inmersa en el proceso?, los enfrentó y posibilitó comprender el rol de las Matemáticas, su naturaleza, las diferentes matemáticas, que se les había presentado en la clase inaugural.

La clase inaugural y las guías de clase, teniendo en cuenta los desarrollos y procesos de clase anteriores permitieron que cada clase tuviera un espacio inicial de preguntas sobre las actividades, y pasara a concertar nuevas tutorías.

²⁷⁶ recordemos lo pedido: “...el grupo decide la construcción de una tabla de datos y obtiene conclusiones. Comparen esta ecuación y lo que ella representa matemáticamente con la situación de una persona que compra y almacena para vender un cierto producto. Se tiene que el costo de cada producto es de \$4000 (unidad) y el costo fijo de almacenamiento es de \$15000 (aproximadamente). Hacer una tabla de datos considerando que el número mínimo de productos comprados es de 20 y el máximo de 50.

²⁷⁷ Lo pedido: “... usando calculadora (aproxime con la milésima más cercana). De la tabla de datos presenten una representación gráfica y presenten conclusiones”

4.6. ANÁLISIS DE TEXTOS ESCOLARES: SECUNDARIA Y UNIVERSITARIOS

La presencia de las funciones es inevitable, entendiendo su importancia fundamental en el desarrollo de las Matemáticas y su papel indispensable en los conceptos y objetos de estudio del Cálculo. Los textos de secundaria comienzan de modo formal el estudio de las funciones desde octavo grado. En octavo grado por ejemplo, en Nuevas Matemática 8, Santillana²⁷⁸, la unidad 9 la presentan como “fórmulas en Física y en Química” con el estándar pensamiento numérico y variacional, para mostrar fenómenos y situaciones de cambio. En noveno grado, sin embargo se hace un salto significativo: pensamiento variacional y sistemas algebraicos²⁷⁹, presentando varias unidades sobre funciones con aplicaciones y actividades investigativas, pero con tratamiento formal y analítico, así presentan la unidad 7, con las rectas y circunferencias, la unidad 8 con funciones polinómicas de primer y segundo grado, la unidad 9, con las funciones de proporcionalidad inversa y adicionalmente el estudio de la función exponencial y la función logarítmica. En décimo grado se proponen los modelos funcionales introduciendo como estándares el concepto más formal de función, función polinómica, función exponencial y logarítmica, la construcción de gráficas y sus parámetros fundamentales.

En el grado undécimo por el estudio del Cálculo, como estudio de la variación y del cambio, la función como objeto fundamental se presenta desde los capítulos 1 o 2 dependiendo del enfoque de la propuesta, de modo que se inician los textos²⁸⁰ con actividades de exploración para el acercamiento al concepto de función, actividades preparatorias o de conocimientos previos, los estándares variacional y de pensamiento espacial y procesos de resolución de problemas, razonamiento lógico, comunicación de ideas matemáticas, conexiones. En el proceso de comunicación, el relacionar imágenes y diagramas con el comportamiento de las funciones y el uso adecuado de la notación matemática como medio para compartir ideas sobre las mismas. En conexiones

²⁷⁸ Salgado, Diana (2007), Editorial Santillana S.A. Bogotá, Colombia.

²⁷⁹ Ver Sigma, (2004) Matemáticas 9, de un equipo de profesores liderados por Lozano Álvarez, J. Editorial Vicens Vives, de España (Barcelona) pero como edición colombiana.

²⁸⁰ Ver Rebolledo, Raquel y otros, (2016), Espiral 11, Grupo Editorial Norma, Bogotá, Colombia. Impreso en Imprelibros S. A. Colombia.

matemáticas, el papel del álgebra básica (factorizaciones, simplificaciones), operaciones básicas incluidos los logaritmos, el lenguaje de las funciones y el papel de los datos en situaciones de la vida real. La pregunta: ¿por qué se pierde o se olvida todos estos temas?, o tal vez, ¿no se estudiaron de la manera adecuada?

No es el propósito de la propuesta, pero son antecedentes educativos y curriculares, son situaciones de educación matemática, que demandan acciones, nuevas propuestas, análisis, decisiones docentes e institucionales, como también mayor compromiso de los estudiantes. El sistema educativo, también de responder y actuar. Nuestra propuesta sí le apostó a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las funciones elementales en los estudiantes de primer semestre de ciencias económicas y empresariales, desde enfoques representacionales y comunicacionales y el uso efectivo de los recursos TIC y los instrumentos tecnológicos como útiles matemáticos.

ASPECTOS CURRICULARES: La formación previa de los estudiantes: En la entrevista e inducción a los estudiantes, refieren que en su colegio se hizo poco énfasis en las funciones, su significado y sobre su papel para expresar situaciones de la vida real; sólo definición, ejercicios sobre la función cuadrática (la reconocen como parábola), y las rectas. Realizaban tablas de datos para construir sus gráficas. La expresión modelar es para ellos desconocida. En los cuadernos se muestra que hay énfasis en un estudio formal pero mecanicista: definición sin contexto histórico y sólo de su importancia como objeto matemático fundamental de las Matemáticas, los elementos de las funciones (dominio y rango) sin explicaciones cómo se obtienen o determinan, y algo de clasificaciones de las funciones.

En secundaria y en la universidad no es común en estos últimos años, el uso de textos guía, y poco menos que aparezcan en la lista de útiles. Los costos y también el uso de Internet como fuentes de consulta son algunas de las razones claves que explican. Sin embargo en secundaria se da el caso de los textos guía que usa el profesor, ya señalados en el capítulo anterior²⁸¹ por sus enfoques en procesos y pensamientos (a modo de estándares)

²⁸¹ “Espiral 11” (2005), Serie de Matemáticas para la básica secundaria y media, Grupo Editorial Norma. Matemáticas 6, Santillana.

y que atendieron las recomendaciones curriculares propuestas en los Lineamientos curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional.

4.7. ANÁLISIS DE LAS TAREAS Y LAS POSIBILIDADES CON LOS RECURSOS TIC

Las tareas se toman en la propuesta y en mis prácticas educativas, como asunciones, de modo que los estudiantes las asuman como espacios de crecimiento, de avance, de profundización, de comprensiones y no como cargas, no como encargos impuestos.

Las orientaciones didácticas dadas en las actividades, en las clases, en las guías, tienen como fundamento pedagógico:

Motivaciones que se generan desde diálogos profesor-estudiante.

Búsqueda de información para transformarlos en verdadero aprendizaje (planteado en el marco teórico desde el enfoque TIC: Tecnologías hacia la transformación (Ángel, 2013) de la información²⁸² y como TAC, tecnologías para el aprendizaje y el conocimiento²⁸³).

De lo anterior, propiciar nuevos conocimientos, nuevos aprendizajes.

Enfrentar preguntas y problemas verdaderos para los estudiantes.

Despertar creatividad e imaginación tan descuidada en las tareas tradicionales.

Verdadero trabajo en grupo y de modo colaborativo.

Descubrir en los videos y en la creación de ellos, espacios de aprendizaje

Como se señaló en la justificación, no hay un uso consciente generalizado de las TIC para aprender, mucho de entretenimiento y poco de profundización, muchas veces por no conocer sus potencialidades y no haberse dado formación escolar eficiente en ese sentido (por muchos factores educativos de orden estructural). El censo educativo nos mostró su poco uso o peor, su desconocimiento como útiles de aprendizaje, a pesar incluso de tener acceso a buenas tecnologías. La propuesta de enseñanza plantea su uso y la necesidad de formación docente y actitud para asumir nueva propuestas. También las posibilidades del objeto de estudio (las funciones elementales) para desplegar el uso de TIC e instrumentos tecnológicos, las ventajas de los enfoques colaborativos como metodologías, las potencialidades de estas tecnologías para propiciar y potenciar el trabajo autónomo (como

²⁸² Ir más allá de los datos y la información, y transitar por análisis, síntesis, reflexiones, incorporaciones y trascendencia hacia verdaderos aprendizajes, transitando desde datos, información, conocimientos, comprensión, apropiamiento, sabiduría, acciones concretas y transformadoras (ciclo del aprendizaje de López Carrasco, 2013)

²⁸³ Es un compromiso pero con adecuada formación para hacer un uso didáctico de las TIC. La sola información genera vacíos, genera estados que pueden propiciar actos no éticos, no dimensionar las potencialidades comunicativas, quedarse en niveles de copiar y pegar tan cuestionado durante tantos años, pero poco remediado o trabajado para lograr mejores resultados en términos de aprendizaje

retos, por el tipo de contacto a posteriori con el profesor, por los apoyos y ayudas en estudio independiente de las plataformas, del trabajo en redes).

Las actividades-proyectos dejan un espacio activo para los desafíos, las búsquedas, los debates en el trabajo en grupo. Complementariamente todo lo planteado en el marco conceptual sobre las competencias que se posibilitan: lingüística, matemática, de conocimiento de otras situaciones, de competencia digital, de competencia social y ciudadana, estética, de aprender a aprender, de iniciativa (ver marco teórico y en el metodológico, las actividades propuestas)

4.8. ANÁLISIS DE LAS TIC EN EL AULA: LA LECTURA DIGITAL

4.8.1. No se usan para aprender.

Ver Censo educativo de la muestra. Sólo como información, pero no con fines formativos y de aprendizaje. Sólo realizar tareas.

Las TIC son oportunidades y se han realizado prácticas personales y se han dado resultados favorables: software, plataformas, estrategias, uso de aplicaciones, videos, consultas, etc.

Se requiere formación docente que permita cambiar prácticas, percepciones y concepciones. La tecnología LP más que tecnología, es arraigo a enfoques mecanicistas. Los estudiantes tienen tecnologías (encuestas TIC) y estarían dispuestos (hay evidencias) a cambiar esas prácticas. Se requiere de adecuada enseñanza en su uso y prácticas.

Los estudiantes tienen tecnologías, pero inadecuadas prácticas; la Gran Encuesta TIC, los censos educativos muestran que los jóvenes no tienen claridad sobre su uso en ambientes académicos (el caso de las aplicaciones es una muestra que genera preocupaciones).

Hay muchos estudios que las avalan:

Hollebrands (2003), Sinclair y Yurita (2008) realizaron investigaciones sobre el papel de las TIC para mejorar en conjeturas y razonamientos por parte de los estudiantes. Santos Trigo (2008) en las TIC y la mejora de competencias para la resolución de problemas. Sánchez (2001) y el uso de geometría dinámica. Artigue M. (2002) Y Noss (2002) describen el impacto positivo que el uso de las TIC produce en los estudiantes.

Fundamental el tipo de actividades seleccionadas y diseñadas. Las funciones son objetos matemáticos, importantes en las Matemáticas, versátiles por sus formas de visualización y adecuados para el uso de las tecnologías de cálculo simbólico, algebraico y gráfico.

Las metodologías cooperativa, participativa y colaborativa, permiten el trabajo en grupo, la discusión, las propuestas de trabajo y solución, las recomendaciones de aplicaciones.

Se potencia el trabajo autónomo: actividades retadoras y novedosas para ellos enseñados a actividades de cálculo

4.8.2 Encuesta-entrevista sobre uso de Internet y celulares y la gran encuesta TIC²⁸⁴

La encuesta realizada no es parte fundamental de la propuesta, pero valió la pena después de mostrar la situación de hábitos digitales a los estudiantes producto de la Gran Encuesta TIC. Además entendieron que la encuesta era principalmente para una reflexión personal sobre sus propios hábitos, algunos ya modificados de alguna manera por el desarrollo de la propuesta. En la rejilla²⁸⁵, la ubicación de la encuesta dentro del proceso de la propuesta (parte 1, encuestas y evaluaciones; parte 2, actividades cotidianas, socializaciones e institucionalización)

²⁸⁴

file:///G:/ABRIL%2026%20todo/GRAN%20ENCUESTA%20TIC%202017%20articles-57613_cartilla_resumen.pdf

²⁸⁵ Presentada en el ítem 4.2 del presente capítulo de Análisis de las actividades

1.4 ENCUESTA SOBRE LECTURA DIGITAL	Poco conocimiento de ayudas tecnológicas y su impacto en el aprendizaje. Hay brecha digital.	Dinamizar el portafolio Docente TIC, con uso de correos, redes sociales, plataformas, la nube, videos educativos.	El uso de blogs, es del 30%; plataformas 31.9%; confianza en las redes sociales y la Web para información.
------------------------------------	--	---	--

Los resultados: Como se resume en las evidencias de la rejilla, los blogs (30%) y las plataformas (31.9%) son los ambientes digitales menos utilizados como fuentes de información y lectura, pero también la lectura de libros y periódicos (éstos, presentados en las clases y en la propuesta como paradojas de la Historia por su efecto informativo y reflexivo sobre situaciones críticas y claves de los países), quedan en saldo rojo, abajo del 60%. No se pretenden interpretaciones que excedan la información, pues si bien por un lado pueden estar a favor de cambio de hábitos, pero de otra parte, corrobora los resultados de la Gran Encuesta TIC.

INTERNET: LECTURA Y ESCRITURA NIVEL DE USO. FUNDAMENTOS MATEMÁTICAS CP-AE 1.2018									
ALUMNO	DOC. TRABA.	BLOGS-FO	LIBROS	PERIÓDICOS	DOC. EN R.	EMAIL	PÁG. WEB	PLATAFORMA	PROMIOAL
181154	9	5	10	9	6	3	10	3	6,88
181104	8	4	5	3	7	5	8	3	5,38
181161	7	3	2	2	6	6	8	2	4,50
181150	10	9	7	6	7	7	5	5	7,00
181178	6	2	5	6	8	8	8	4	5,88
180807	6	0	6	0	10	5	10	0	4,63
181102	6	4	5	6	8	8	8	4	6,13
181156	8	0	7	5	0	10	8	5	5,38
172502	4	6	5	4	8	6	8	2	5,38
181179	0	0	8	8	7	9	8	0	5,00
181105	4	0	4	8	6	6	10	4	5,25
141731	10	4	5	8	1	8	9	7	6,50
181157	6	5	10	8	10	10	3	10	7,75
181151	6	4	4	0	8	7	8	2	4,88
181164	5	0	7	6	8	0	7	8	5,13
181166	5	6	4	4	8	6	8	2	5,38
181159	9	0	7	5	9	10	5	0	5,63
181106	6	0	4	0	7	9	2	1	3,63
181146	9	0	0	9	10	10	0	0	4,75
171128	8	3	4	4	8	6	7	4	5,50
181180	8	2	5	5	7	7	8	1	5,38
181152	9	4	6	7	8	6	8	2	6,25
181147	9	5	5	10	10	10	10	8	8,38
181174	8	3	4	6	8	5	8	2	5,50
181160	9	6	8	8	8	6	9	4	7,25
181162	9	3	8	10	10	8	0	0	6,00
	7,08	3,00	5,58	5,65	7,42	6,96	7,04	3,19	5,74

A continuación, se presenta una encuesta realizada hace tres años (2014-2015) por estudiantes de undécimo de un colegio privado a sus compañeros de quinto a noveno en el desarrollo de un proyecto sobre uso de Internet y redes sociales las cuales se han convertido en la actualidad en la principal y primera fuente de información. Se presenta la tabulación

de los datos y las conclusiones del mismo trabajo (pero no está incluida como instrumento de recabación de datos de la presente propuesta de innovación didáctica). La tabulación se hizo en escala 1-5, de modo que 5 corresponde al 100%, 2 equivale al 40%, para permitir interpretar la información.

TABULACIÓN DE LA ENCUESTA SOBRE REDES SOCIALES EN QUINTO A NOVENO						
PREGUNTA	QUINTO	SEXTO	SÉPTIMO	OCTAVO	NOVENO	Ítem
1	5	5	5	5	5	tiene red social
2	5	5	2	2	0	con permiso
3	1,4	1,8	1,4	2,6	1,8	tiempo de uso hs.
4	0,8	1	0,8	0,6	0,6	uso de FB
5	0	0	0	2	0	con abuso virtual
6	5	5	4	4	4	sabe peligros
7	5	5	5	5	5	sabe ventajas
8	0	0	1	1	3	solic desconocidos
9	0	0	0	0	1	encuentro descon
10	1	1	0	0	0	dar datos personales

Las conclusiones del mismo trabajo, realizada por los estudiantes fueron:

CONCLUSIONES			
1. Se dan diferencias notorias tanto en tiempo de uso como del permiso.			
2. En noveno no piden permiso. En octavo sólo 1/5, mientras en séptimo 2/5.			
3. De octavo, 2/5 fueron objeto de abuso virtual			
3. Todos los de quinto y sexto piden permiso.			
4. El 3/5 de noveno han recibido solicitudes de desconocidos. Sólo 1/5 hizo encuentro.			
5. El promedio mayor en tiempo de uso se da en octavo grado, con 2.6 horas			
6. Todos usan redes sociales y les reconocen ventajas			
7. sólo 1/5 de octavo y noveno desconocen de sus peligros.			

La tendencia actual es entretenimiento, ocupación indebida, desatención en la clases, tanto en estudiantes jóvenes como aquellos un poco mayores²⁸⁶. El interés de la propuesta, el lograr aprendizajes en modelos m-learning, uso de instrumentos tecnológicos de modo eficiente, potenciar calidad de las fuentes de información y provocar búsquedas en ambientes de aula, de tareas, de actividades grupales.

Enfocado a conocer y comentar sobre el uso e ambientes digitales hoy y sus prácticas educativas. Las encuestas oficiales y de otros organismos,²⁸⁷ los estudios educativos e

²⁸⁶ En referencia a la población muestra de la presente propuesta: Estudiantes de jornada nocturna, en vez de estudiantes de jornada diurna. La decisión se explicó en los capítulos 1 y 3, pero interesó mostrar que las distracciones se siguen dando en tiempo con algo de variación en la especificidad de la actividad realizada.

²⁸⁷ El interés de organismos oficiales, como el Ministerio de las TIC y el Ministerio de Educación sobre las prácticas de la población, el resultado de los proyectos y planes enfocados a mejorar prácticas educativas como lectura y uso de tecnologías. Presentados en el marco teórico y analizados en el capítulo 4.

investigaciones sobre el uso e incorporación de tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje en general y en nuestro caso, la enseñanza de las Matemáticas plantean retos, logros, pero también preocupaciones sobre los verdaderos avances relacionados con la intrusión de las tecnologías informáticas, las expectativas generadas y declaradas por la sociedad del conocimiento²⁸⁸, o sociedad de la información (el término más hegemónico actualmente), o sociedad informacional para algunos expertos (Manuel Castells²⁸⁹). La realidad, estudiantes rodeados y cercanos a mucha información, pero con poca lectura crítica, poca reflexión sobre lo consultado, pocos debates sobre los conocimientos. También se dimensionó el sentido de los nativos digitales y poco se calculó el problema de las brechas (digitales por inadecuado uso tecnológico y del conocimiento por las incorrectas prácticas cuando se accede a la información), planteadas en el marco teórico.

Para cada pregunta se dejaron tres o más líneas para la respuesta respectiva.

- ¿Cuáles redes sociales tiene?
 - ¿Para qué las utiliza principalmente?
 - ¿Usa YouTube?: sí: ____no____, ¿cuál es el uso principal?
 - Uso de Internet en lectura-escritura. Señale con una X si lo usa; si lo usa, califique de 1 a 10 el nivel de su uso (en el espacio en blanco)
- | | |
|--|-------|
| a) () Para bajar o procesar documentos de trabajo-empleo | _____ |
| b) () En blogs o foros por Internet | _____ |
| c) () Lectura de libros (digitales), parcial o completos | _____ |
| d) () Lectura de periódicos digitales (noticias, artículos) | _____ |
| e) () Lecturas de documentos en redes sociales | _____ |
| f) () Lecturas desde correos electrónicos | _____ |
| g) () Lectura informativa-conocimiento en páginas Web | _____ |
| h) () Lectura-estudio en plataformas de cursos | _____ |
- Uso del celular y aplicaciones
- | | |
|--|--|
| a) ¿Usa aplicaciones en su celular?____ ¿Cuáles? | |
| b) Explique su uso | |

Algunos resultados individuales, que muestran que la Web no es sinónimo de conocimiento y el poco conocimiento de las plataformas de estudio.

²⁸⁸ <http://www.ub.edu/prometheus21/articulos/obsciberprome/socinfocon.pdf> . Para la UNESCO es el término adoptado o también como sociedades del saber, como políticas institucionales y cercanas a los ambientes académicos.

²⁸⁹ <http://www.uoc.edu/culturaxxi/esp/a>, Castells, Manuel (2002), “La dimensión cultural de Internet”, Universidad Oberta de Catalunya.

• Uso de Internet en lectura-escritura. Señale con una X si lo usa; si lo usa, califique de 1 a 10 el nivel de su uso (en el espacio en blanco)

a) () Para bajar o procesar documentos de trabajo-empleo	<u>9</u>
b) () En blogs o foros por Internet	<u>3</u>
c) () Lectura de libros (digitales), parcial o completos	<u>8</u>
d) () Lectura de periódicos digitales (noticias, artículos)	<u>10</u>
e) () Lecturas de documentos en redes sociales	<u>10</u>
f) () Lecturas desde correos electrónicos	<u>8</u>
g) () Lectura informativa-conocimiento en páginas Web	<u>0</u>
h) () Lectura-estudio en plataformas de cursos	<u>0</u>

Otra de las estudiantes muestra interés diferente en la Web y en las plataformas.

• Uso de Internet en lectura-escritura. Señale con una X si lo usa; si lo usa, califique de 1 a 10 el nivel de su uso (en el espacio en blanco)

a) (X) Para bajar o procesar documentos de trabajo-empleo	<u>8</u>
b) () En blogs o foros por Internet	<u>—</u>
c) (X) Lectura de libros (digitales), parcial o completos	<u>7</u>
d) (X) Lectura de periódicos digitales (noticias, artículos)	<u>5</u>
e) () Lecturas de documentos en redes sociales	<u>—</u>
f) (X) Lecturas desde correos electrónicos	<u>10</u>
g) (X) Lectura informativa-conocimiento en páginas Web	<u>8</u>
h) (X) Lectura-estudio en plataformas de cursos	<u>5</u>

4.9. ANÁLISIS ACTIVIDADES COMPLEMENTARIA DE LA EVALUACIÓN INICIAL DE FUNCIONES

El objetivo es fortalecer las razones de los pasos cuando resuelven ejercicios rutinarios de Álgebra como factorizaciones, simplificaciones, resolución de ecuaciones. Los estudiantes rutinariamente se quedan pensando en el proceso e incluso cuando deben revisar por alguna duda en el mismo proceso, en los resultados, no encuentran dónde revisar, o sospechar dónde puede estar el error. Se busca desde la propuesta que vayan cambiando sus prácticas desde las mismas explicaciones donde el profesor en el tablero, narra los pasos, incorporando las propiedades, los teoremas que sustentan dichos pasos. También incorporando flechas, colores, señalizaciones a modo de gráficas didácticas que dan cuenta de lo sucedido, mostrando una estructura conceptual. De igual forma se construyen las guías de apoyo de las diferentes temáticas y situaciones matemáticas. Además del uso del tablero, se usa el WhatsApp del curso de Matemáticas, como los correos del curso y las plataformas institucionales.

Ejemplos. Se incluye la fecha de realización de la actividad y algunos ejercicios particulares. En las primeras etapas se nota que el lenguaje usado para dar razones, se queda en descripciones pero que dan cuenta de lo entendido. Mencionan algunos conceptos

matemáticos como m.c.m.d. (explicado como múltiplo común mínimo de los denominadores) que dan cuenta de haber comprendido la naturaleza del algoritmo más allá del nombre común de mcd o mcm que no develan el proceso. Más adelante comienzan a usar teoremas, propiedades, teoremas.

La pregunta sobre procedimientos y habilidades, se proponen factorizaciones y la desarrolla mostrando lo que tiene que determinar; no es la mejor explicación pero muestra el intento por la construcción de sus razones.

3. $12x^4y^4 - 3xy^5 + 9x^3y^2$

$3xy^2$

$3xy^2(4xy^2 - y^3 + 3x^2)$

1. Sabemos que es un ejercicio de factor común.
 2. Encontrar el mínimo común múltiplo factor de los términos.
 3. Factorizar la ecuación a partir del m.c.m.f.

Para los ejercicios de factorización, incluyendo aquellas formas no explicadas en clase, la estudiante muestra

que ha consultado el tipo de factorización y sigue de manera adecuada el método en cuanto a los pasos. Reconoce la forma del trinomio de segundo grado y describe los pasos. La tutoría permitió mostrarles la esencia del método y cómo las Matemáticas de modo económico, transforma una forma en otra con la cual ya se ha construido un método.

$4t^2 - 13t - 12$

$4(4t^2 - 13t - 12)$

$16t^2 - 13(4t) - 48$

$(4t)^2 - 13(4t) - 48$

$(4t - 16)(4t + 3)$

$4(t - 4)(4t + 3)$

$(t - 4)(4t + 3)$

1. Es un trinomio de la forma $Ax^2 + Bx + C$
 2. Factorizamos sacando el coeficiente que acompaña al literal que está al cuadrado, multiplicando y dividiendo todo el trinomio.
 3. Distribuímos el coeficiente en cada término como una multiplicación, exceptuando el término medio que multiplicamos por el literal y no por el número.
 4. convertimos el término que está al cuadrado sacándole la raíz cuadrada dejando entre paréntesis elevado al 2.
 5. tenemos un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$. Procedemos a buscar dos paréntesis que cada uno tenga 4t como término inicial y busquemos dos números que multiplicados den 48 y restados 13.

La tutoría procura el afianzamiento de la teoría que se ha presentado también en las guías didácticas y comienza de modo uno a uno, pero pueden ser llamados los integrantes del grupo, lo cual permite participación de quienes tienen menos claridad en algunos procesos pero que por la modalidad y el compromiso de la tutoría y del trabajo colaborativo, se activan. Es importante que quien lidera (o quienes lideran) se vayan sintiendo más comprometidos con las presentaciones y socializaciones, en las cuales no traen experiencias.

$\frac{x+1}{x-1} = \frac{3x}{3x-6}$

$(x+1)(3x-6) = (x-1)(3x)$

$3x^2 - 6x + 3x - 6 = 3x^2 - 3x$

$-3x - 6 = -3x$

$-6 \neq 0$

1. Utilizamos la Propiedad fundamental multiplicando $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$
 2. Utilizamos la propiedad distributiva para factorizar los paréntesis.
 3. Cuando aparece el mismo término en ambos lados de la igualdad simplificamos los términos.
 4. Restamos los términos semejantes que se encuentran al lado izquierdo de la igualdad.
 5. Simplificamos los términos iguales en ambos lados la igualdad no tiene solución.

La manera como enfrenta una ecuación lineal. Es claro que omite las restricciones de soluciones para $x = 1$ y para $x = 2$, pero es coherente en los procesos. Se le comentó en la revisión, el sentido de ecuaciones que presentan contradicciones, y por ello no hay solución. Luego realizaron trabajo de ejercitación atendiendo las indicaciones dadas en la tutoría y seleccionando por cuenta de ellos los ejercicios tomado los talleres de los libros recomendados.

ANÁLISIS ENCUESTAS WEB

• ¿Usa YouTube?: sí: ☒ no ☐, ¿cuál es el uso principal?

Escuchar música y ver videos que me expliquen cosas que no se

• Uso de Internet en lectura-escritura. Señale con una X si lo usa; si lo usa, califique de 1 a 10 el nivel de su uso (en el espacio en blanco)

a) () Para bajar o procesar documentos de trabajo-empleo	<u>9</u>
b) () En blogs o foros por Internet	<u>3</u>
c) () Lectura de libros (digitales), parcial o completos	<u>8</u>
d) () Lectura de periódicos digitales (noticias, artículos)	<u>10</u>
e) () Lecturas de documentos en redes sociales	<u>10</u>
f) () Lecturas desde correos electrónicos	<u>8</u>
g) () Lectura informativa-conocimiento en páginas Web	<u>0</u>
h) () Lectura-estudio en plataformas de cursos	<u>0</u>

• Uso del celular y aplicaciones

a) ¿Usa aplicaciones en su celular? Si ¿Cuáles?

Package de Office - donde cuentas - Calculadora Científica

b) Explique su uso

Estas aplicaciones las utilizo para algunas cosas que tengo durante el semestre

Santiago de Cali, 2018

ANÁLISIS

[ConjuntoDatos2] G:\TESIS TOTAL\TABULACIÓN ENCUESTA.sav

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Desviación	Varianza
DOCS TRAB.	26	0	10	7,08	2,296	5,274
BLOG-FORO	26	0	9	3,00	2,482	6,160
LIBROS	26	0	10	5,58	2,248	5,054
PRENSA	26	0	10	5,65	2,939	8,635
RED SOCIAL	26	0	10	7,42	2,386	5,694
EMAIL	26	0	10	6,96	2,375	5,638
WEB	26	0	10	7,04	2,849	8,118
PLATF.	26	0	10	3,19	2,728	7,442
N válido (por lista)	26					

CAPÍTULO 5: RESULTADOS-DISCUSIONES-SUGERENCIAS-RESPUESTAS

5. RESULTADOS RESPUESTAS Y RECOMENDACIONES

5.1. INTRODUCCIÓN

La propuesta de innovación didáctica de clase para la enseñanza de las funciones elementales asumió un enfoque representacional, comunicacional e informático-instrumental. Esto quiero decir, que se consolidó y desarrolló una propuesta de enseñanza en particular de las funciones elementales, desde sus representaciones semióticas, desarrollando discursos contruidos en cuadernos y en informes, realizando trabajos en grupo sobre actividades cotidianas que implicaban aplicaciones de las funciones y otras actividades rutinarias matemáticas sobre procesos de comunicación²⁹⁰ de los elementos de las funciones, logrando que los estudiantes transformaran la expresión obtenida o presentada de una función, en otras representaciones, que si bien no la definían, ayudaban a entenderla de mejor manera.

De este modo cuando se presentaba una función en una determinada representación²⁹¹, asumieron razonar sobre dicha representación y más cuando la cambiaban de forma (forma numérica, gráfica, verbal, por ejemplo) y así, poco a poco, entender más lo estudiado. El estudio de las funciones elementales, es clave en un curso de fundamentos de Matemáticas, y su tratamiento algebraico cuando se visualizaron falencias en Aritmética y álgebra elemental se planteaba con dificultades, pero el esfuerzo por trabajar las funciones en su forma algebraica, fruto de las regresiones obtenidas desde el software de Geogebra, permitió avances considerables: evaluar funciones, reconocer formas generales de ellas, familiarizarse con las gráficas.

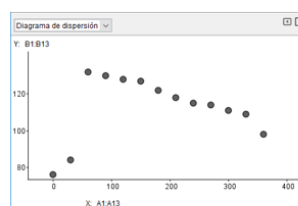
Lo anterior permitió que gracias al desarrollo en grupo y de modo individual de las actividades cotidianas que involucraban funciones, se dieran acercamientos a diferentes funciones elementales y a su aprendizaje desde sus representaciones semióticas, o sea, se logró que los estudiantes transformaran los datos obtenidos en nuevas representaciones (de

²⁹⁰ Relación de las imágenes, es decir de las evaluaciones de las funciones y la aproximación a las gráficas finales (pensados como diagramas con el comportamiento de las funciones, uso adecuado de la notación matemática para las funciones para entender los cambios de registro y de representaciones.

²⁹¹ “La manera matemática de razonar y visualizar está intrínsecamente ligada a la utilización de las representaciones semióticas, y toda la comunicación matemática se establece a través de esas representaciones”, (Raymond Duval, 2003)

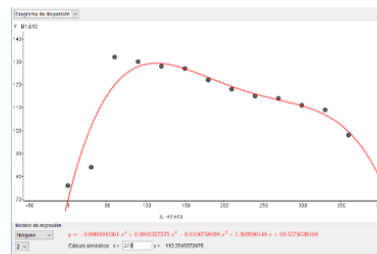
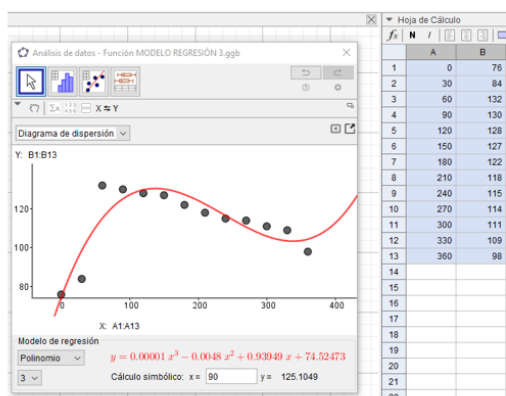
puntos, gráficas y luego algebraica), permitiendo la familiarización y conexiones entre las diferentes representaciones. Se logró que, presentada una función en una determinada representación, pudieran razonar sobre dicha representación y entender los cambios de forma (forma numérica, gráfica, verbal, por ejemplo) y así, entender más de lo estudiado (se adjunta uno de los trabajos de los grupos con la actividad de frecuencia cardiaca)

Presentación de los datos dispersos de frecuencia cardiaca de uno de los trabajos



Por defecto el software toma la modelación más cercana, pero se puede decidir por el conocimiento que se tiene de las funciones, y de acuerdo con la dispersión de los datos, cuál es la función que más se aproxima.

El modelo de regresión es $y = 0.00001x^3 - 0.0048x^2 + 0.93949x + 74.52473$. Haciendo redondeo con cinco cifras decimales.



$$y = -0.000000361x^4 + 0.0000327375x^3 - 0.0106758098x^2 + 1.369280148x + 69.5578539108$$

Cálculo simbólico: x = 270 y = 113.3545572075

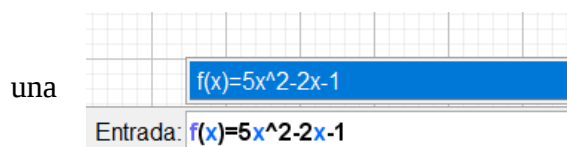
Como se planteó en el marco teórico, usar diferentes registros de representación se refiere al dominio de signos que sirven para designar cualquier objeto. Así, las funciones las representamos numéricamente (tablas de datos o de resultados), gráficamente cuando llevamos esas parejas de datos relacionados a un sistema cartesiano, simbólicamente cuando modelamos algebraicamente esa función mediante una ecuación (la modelación se hizo con el recurso tecnológico-didáctico de Geogebra, pues la modelación no es uno de los propósitos centrales de la propuesta) y verbalmente cuando describimos y explicamos la manera como están relacionadas las cantidades. Este tratamiento semiótico se vio fortalecido por espacios de trabajo en equipo que permitieron complementar y apoyar la realización de las actividades cotidianas y matemáticas de modo comunicacional,

generando discursos, reflexiones y redacciones, que los acercaron a explicaciones formales del objeto estudiado.

Complementariamente los recursos TIC y el uso de instrumentos tecnológicos permitieron efectividad, miradas dinámicas, comparaciones, profundizaciones que finalmente refuerzan el aprendizaje.

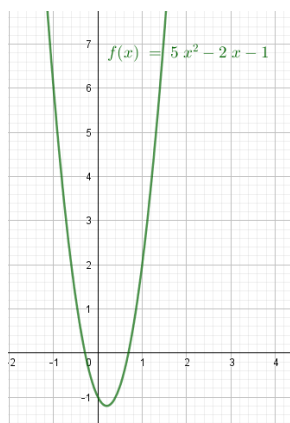
Se refuerza la idea de los logros de aprendizaje de los estudiantes con los recursos tecnológicos con el siguiente ejemplo trabajado como apoyo a las clases presenciales:

“Con ayuda de Geogebra introducimos la función cuadrática, $y = 5x^2 - 2x - 1$ que la visualizamos así:



Es tradicional que pensemos en realizar una tabla de datos que posibilite el trazado de la gráfica en un plano cartesiano. Recordando

los métodos LP (lápiz y papel), se solicita que determinen puntos notables de la parábola y los comparen con la gráfica ofrecida por la aplicación Geogebra.

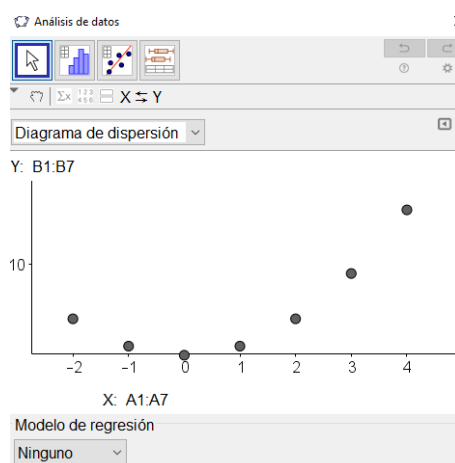


La verbalización responde a la descripción y lectura en lenguaje nativo, de la ecuación algebraica.

Recordamos que el trabajo desde las actividades se realizó partiendo de la obtención de los datos, de modo experimental (por ejemplo, la actividad de la frecuencia cardiaca), la hoja de cálculo con los datos, la obtención por regresión de la función que representa mejor los datos experimentales, la comprobación de los datos de la modelación matemática y la comparación de los datos.

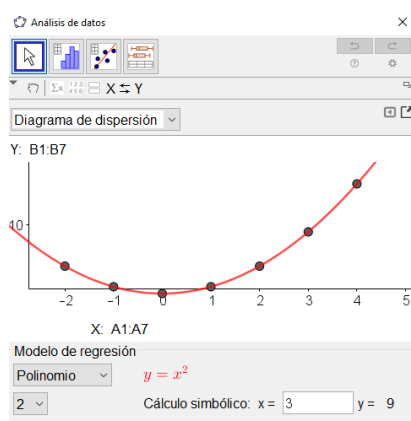
Así, para el ejemplo sencillo de información de números en relación cuadrática, es decir, que a cada valor dado le asociamos su cuadrado, los valores obtenidos se presentan en la tabla adjunta.

Hoja de Cálculo		
$f(x)$	N	
A	B	
1	-2	4
2	-1	1
3	0	0
4	1	1
5	2	4
6	3	9
7	4	16



Luego obtenemos los puntos (diagrama de dispersión), sin hallar la función de regresión, como se puede leer en el diálogo, “ninguno”. Procedemos a buscar la función, en este caso polinómica (exponente natural) y obtenemos la función cuadrática $y = x^2$.

Hemos transitado de representación numérica (la tabla de datos, a los datos dispersos en un sistema cartesiano, para luego mediante un recurso estadístico (Regresión), obtener la función (ecuación que modela la información). Sin el recurso estadístico por lo notable de los datos (relación cuadrática que se puede ver por simple inspección), podemos realizar la



gráfica cartesiana. Simplemente se quiere mostrar las posibilidades de los instrumentos tecnológicos en el aprendizaje de las Matemáticas, desde el apoyo docente de propuestas didácticas”.

Lo anterior les permitió a los estudiantes, acercamientos al concepto de función y entender y ver en panorámica la propuesta de la clase. Es importante la ejercitación desde el modelo de “necesidades de aprendizaje” de Anna Sfard, el entrenamiento cada vez con más nivel, desde talleres sobre funciones tomados de los textos sugeridos. Se consolida de esta forma que la propuesta de enseñanza adscrita a una actividad de estudio (el curso de Fundamentos de Matemáticas), requiere de decisiones de aprendizaje personal, para lograr formación más sólida y significativa.

En el cuadro de análisis de actividades, presentamos el proceso general de la propuesta indicando las etapas específicas de la propuesta y su respectivo proceso, los fundamentos teóricos de cada actividad y los propósitos de cada una.

Para los estudiantes participantes de la propuesta, se valida la importancia de acceder al cuadro de análisis, aproximarse a interpretaciones e interiorizar desde el proceso personal de cada uno, los avances y las necesidades de refuerzos.

5.2. ACTIVIDADES VERDADERAS Y RELEVANTES DE MATEMÁTICAS

Se presentaron en forma de etapas las actividades realizadas durante el semestre por los estudiantes. Las actividades se consideraron dinámicas en el sentido de no disociarse la cotidianidad, de modo que las tablas sobre frecuencia cardiaca, sobre precio de barriles de diferentes líquidos, logros de medallas en eventos deportivos, precio de equipajes por rango de pesos, operaciones básicas (productos, raíces cuadradas) para obtener sus resultados (imágenes), permitieron que cada uno de los grupos las asumieran con compromiso y cercanas a sus posibilidades de realización, como de interés.

La etapa inicial: El censo educativo y la encuesta sobre hábitos de lectura digital, realizados en dos momentos diferentes pero enfocados a la misma indagación: el uso de recursos TIC y computacionales. La evaluación inicial sobre funciones (evaluación previa) y de alguna manera la desazón por sus respuestas se complementó pedagógicamente mostrando desde la clase inaugural y los videos, la importancia de las matemáticas, las posibilidades de las TIC y de los instrumentos tecnológicos, que en las clases iniciales comenzaron a incorporar a sus actividades de clase y de trabajo en casa.

El cuadro de análisis se socializó y les permitió a los estudiantes comprender de mejor manera el derrotero y tránsito tanto de la propuesta, como su propio tránsito y transformación personal: realización de informes de las actividades, sustentación con apropiamiento de la actividad y su mensaje, el valor y la importancia del trabajo en equipo y la importancia de cada compañero(a) en su proceso de aprendizaje.

ETAPAS	LO TEÓRICO QUE DESCRIBE EL EVENTO	LOS PROPÓSITOS Y CONTENIDO	EVIDENCIAS
1.1 EVALUACIÓN inicial de Funciones	Teoría de Funciones: Qué es, Dominio, Imágenes, gráficas de funciones elementales.	Qué saben sobre definición de función y notación de funciones y sus representaciones	Promedios de las calificaciones. El 54.54% con nivel deficiente, sólo 9 % con nivel muy bueno. Con comentarios: "No lo vimos; no me acuerdo".
1.2 APRENDER con tecnología LP y tecnología informática e instrumentales	Obtener las gráficas cartesianas a partir de datos y determinar características de ellas. Graficar puntos (datos cartesianos) usando tecnología computacional: Derive y Geogebra. Obtener la función que se aproxima al comportamiento de los datos: Regresión.	Comparar el trabajo LP con el trabajo en CAS. Aprender a usar desde guías el uso de Derive y el uso de Geogebra, para obtener la función que mejor se aproxima al comportamiento de los datos. En la Web, buscar aplicaciones para PC y celulares que faciliten dinámicamente el trabajo con funciones.	El acercamiento a tecnologías dinámicas en aplicaciones y en portátiles, fue rápido. Algunos grupos aprendieron de modo autónomo.

El censo educativo y la encuesta fueron realizadas con autonomía, responsabilidad y aceptación de la propuesta docente. El plan de curso evidenció y asumió por parte del docente orientador de la propuesta: el compromiso educativo y autonomía para desarrollar

una propuesta de innovación didáctica diferente a las tradicionales; el compromiso con la elaboración de guías adicionales de apoyo para el desarrollo de las actividades cotidianas propuestas para el aprendizaje de las funciones elementales; la importancia de la reflexión docente, para tomar decisiones de cambio (ser flexible) cuando las condiciones de las clases y el desarrollo de las actividades, lo demandaron (por ejemplo, el caso de los grupos con algunas dificultades para las reuniones); la decisión de la innovación didáctica y la confianza en el éxito de la propuesta²⁹². Presentar las ideas de matemáticas corrientes, prácticas y de matemáticos (o clase de matemáticas), les permitieron acercamientos y comprensiones de sus propias realidades y experiencias (personales, laborales, educativas).

1.3 CENSO EDUCATIVO	No han conceptualizado ni interpretado a las TIC. Clasificar las calculadoras	La propuesta sobre el uso de las TIC, se transforma en la propuesta docente TAC, tecnologías del aprendizaje y el conocimiento.	La encuesta mostró que sólo reconocen a la calculadora como útil, pero con precario manejo.
1.4 ENCUESTA SOBRE LECTURA DIGITAL	Poco conocimiento de ayudas tecnológicas y su impacto en el aprendizaje. Hay brecha digital.	Dinamizar el portafolio Docente TIC, con uso de correos, redes sociales, plataformas, la nube, videos educativos.	El uso de blogs, es del 30%; plataformas 31.9%, confianza en las redes sociales y la Web para información.
PARTE 2			
2 ACTIVIDADES COTIDIANAS SOBRE FUNCIONES	Uso de las TIC y de aplicaciones tecnológicas para realizar consultas y realización de procedimientos y cálculos en las actividades de: Barriles, Frecuencia Cardíaca, Precio de Equipajes, Medir área de hoja de planta.	Usar tecnologías informáticas y computacionales para resolver situaciones cotidianas de toma de datos y la transformación (representación) de éstos en modelos matemáticos (analíticos) y su graficación (visualización) cartesiana.	Interés, formación de grupos y comienzo de labores. Programar fines de semana para el trabajo en equipo.

La socialización, mostró progreso: Adecuadas preparaciones de las presentaciones y trabajo en equipo, pero también, como propósitos de la propuesta, que tuvieran confianza y buena actitud para sus presentaciones en público.

3 SOCIALIZACIÓN	Los estudiantes presentaron sus informes de trabajo para mostrar sus avances conceptuales y teóricos sobre las funciones y sus representaciones.	Los estudiantes muestran la importancia de los recursos TIC y de los instrumentos tecnológicos y aplicaciones para aprender sobre funciones superando modelos tradicionales expositivos y mecanicistas.	La socialización generó debates, alta participación, gusto estético en la presentación.
4 INSTITUCIONALIZACIÓN	Se introducen las ideas matemáticas de funciones elementales, con enfoque representacional y comunicacional, con el apoyo de TAC (tecnologías de aprendizaje y conocimiento)	Los estudiantes mediante el trabajo en equipo, logran construir discurso sobre las funciones, argumentar, dar las razones de los pasos, representar los objetos matemáticos en diferentes lenguajes	Los avances en el manejo y aplicaciones de las funciones. El interés por participar en semilleros de investigación.

Desde el marco teórico y conceptual, se logró:

Fortalecimiento de lo representacional: Se aprendió desde las representaciones de los objetos de estudio. Las funciones se aprendieron y trabajaron desde tablas de valores (experimentales o logrados por fórmulas básicas), gráficas de puntos, gráficas geométricas, gráficas cartesianas, las reglas de asignación (ecuaciones para representar las funciones, por

²⁹² Modelo de formación docente de un profesor de Matemáticas.

ejemplo: $f(x) = 3x^2 + 4x - 3$ o también con el uso de la notación $y = 3x^2 + 4x - 3$ más cercana para representar tablas de valores), y el buen uso del lenguaje verbal y escrito, para explicar los comportamientos (por ejemplo si es creciente, cómo es la concavidad en una cuadrática, el cruce de dos rectas, etc.)²⁹³

Lo comunicacional: Cuando se desarrollaron las actividades, cuando se preguntó o se realizaron afirmaciones en clase o dentro del mismo grupo de trabajo sobre procesos, significados, mostraron evidencias de aprender Matemáticas desarrollando un discurso coherente (en clase, en evaluaciones, en informes, en talleres). En las sustentaciones fue evidente, por ejemplo, el que tomaran partido con propuestas ecológicas (defensa del agua, defensa del medio ambiente), y la apropiación del discurso mostrando avances en conceptos-representaciones-uso de software, principalmente Geogebra. Se dieron acercamientos al concepto de regresiones matemáticas, para entender las formulaciones que modelaban los datos obtenidos, en cada una de las actividades. El apoyo didáctico docente (ver ítem 5.1 del presente capítulo) sobre el uso de Geogebra para el tratamiento de las funciones fue fundamental y creó espacios de interacción docente-estudiante y de estudiantes, apoyando a sus compañeros.

Lo informático-instrumental: Cuando se hizo uso de las TIC (sus mediaciones) e instrumentos tecnológicos (software, calculadoras, aplicaciones), para comprender mejor los objetos de estudio, sus propiedades, sus comportamientos, sus aplicaciones, realizar las operaciones indicadas (según la situación enfrentada). Las TIC se transforman en TAC, es decir tecnologías para aprender y adquirir conocimiento, tecnologías para aprender de modo colaborativo.

5.3. PREGUNTAS-RESPUESTAS: TRABAJO EN EQUIPO

5.3.1 Necesidades de replicación: La propuesta buscó dejar suficientemente claros, procedimientos y estrategias para que otros docentes investigadores puedan en principio reproducir el estudio y hacer algunas replications o generalizaciones a cursos similares en otras universidades. Las replications son válidas para el mismo profesor entendiendo que cada semestre se requieren cambios, se generan cambios propiciados por las mismas

²⁹³ Una manera de mermar el formalismo, la visión conjuntista y el exceso de deductivismo, que no garantizan adecuadas comprensiones de las funciones (ver: ¿qué es una buena definición de Henri Poincaré, en el marco teórico)

demandas de los (nuevos) estudiantes, nuevos intereses, necesidades de cambios fruto del recorrido o tránsito del profesor con el curso y con otros cursos (no necesariamente vistos como grupos de control) similar o paralelo.

5.3.2 Las funciones como objetos fundamentales de las Matemáticas: Se buscó contextualizar el estudio del concepto de función, sus características, representaciones, verbal, algebraica, numérica y gráfica y aplicaciones particulares de algunas funciones elementales, de uso práctico en lo escolar como en situaciones cotidianas de la carrera (problemas económicos, de tasas, de ingresos máximos, entre otros similares) como la función lineal, la cuadrática, raíz cuadrada, funciones por partes y escalones, funciones exponenciales (crecimiento y decrecimiento), desde el punto de vista del objeto matemático en sí y sus representaciones diferentes tanto las de lápiz y papel como las computacionales.

La clase inaugural²⁹⁴ (sobre la cual se trabajó permanentemente, como orientación didáctica y metodológica) y los videos permitieron acercamientos históricos al concepto de función, exponentes o artífices principales que permitieron el tránsito de la función a su estatus actual²⁹⁵; con los estudiantes se trabajó la indagación de diferentes definiciones de función en búsqueda de la que mejor comprendieran o lograran sintetizar (recordando la recomendación de Henri Poincaré sobre lo que es una buena definición). Igualmente, que se familiarizaran con el papel del Álgebra y su aporte a la representación simbólica (o analítica) de la función, con la cual ellos tenían algún acercamiento sin que necesariamente entendieran el significado de “regla de asignación” tan común en las definiciones que proveen los textos escolares universitarios y de secundaria.

5.3.3 Preguntas sobre las TIC y los instrumentos tecnológicos: Sobre las transformaciones personales, de prácticas de aula y de mejora en sus procesos cognitivos²⁹⁶, se logró que:

²⁹⁴ Se puede ver en forma de recomendaciones y orientación del trabajo: <https://es.calameo.com/read/00021634232ec6ac51d0e>: Docencia universitaria y clases inaugurales

²⁹⁵ A Euler se debe además del uso de la simbolización $f(x)$ para expresar el valor que la función f asocia a la variable x , la siguiente definición: “una función de una magnitud variable es cualquier expresión analítica formada con la cantidad variable y con números o cantidades constantes”. Joseph Fourier (1822) y Nicolai Lobachevski (1834) plantearon otras definiciones en busca de ser más explícitos

²⁹⁶ Hablamos de lo conceptual, de las habilidades-procedimientos, lo actitudinal (disposición, constancia)

- Usaran e incorporaran las TIC y otras tecnologías: el censo, las encuestas, la gran encuesta TIC, permitieron el acercamiento al papel de estos recursos y los propósitos de la propuesta de clase. La propuesta docente invitó a asumir responsablemente y de modo compartido (como toma de conciencia), la importancia del uso ético de las TIC para la enseñanza, el aprendizaje y la adecuada transformación de la información²⁹⁷
- Como ejercicio reflexivo activo de ciudadanía: entendieron que las TIC es un derecho, que requiere compromiso, que implicaba la necesidad de usarlas para evitar rezagos, entendieron los riesgos de las brechas (digital y de conocimiento) y por ello el asumir su uso y más estando incorporadas a una propuesta de enseñanza y posterior formación profesional. Se dieron los cambios previstos en el uso del celular, sus aplicaciones, como recurso para consultar, para recibir información y orientaciones docentes (correo, WhatsApp, noticias pertinentes, videos), el efectivo acceso a la plataforma del curso para dinamizar el plan de curso.
- Reconocieron que vivimos en una sociedad de la información y de cultura digital. También que estamos relegados en la medida que no conozcamos de programas, de propuestas, de oportunidades, de espacios académicos, entre muchos más, y que no sean aprovechados. La clase y la propuesta, se transformaron en espacio y vehículo de cambios de prácticas tradicionales y de mirada más amplia de la enseñanza de las Matemáticas y en particular del acercamiento y comprensión del papel de las funciones para entender situaciones cotidianas de correspondencias y de cambio.
- Se posibilitó una construcción social de conocimiento: gracias al trabajo en equipo, al compartir información, al fortalecer el acercamiento al docente (recordando el portafolio docente TIC y el rol didáctico del docente universitario²⁹⁸).
- Se fortaleció el trabajo de planeación y estudio como un compromiso de coproducción. Se trabajó en lo básico para realizarlo en casa²⁹⁹, logrando mayor dinámica en las clases y mejores preguntas y avances en los talleres propuestos

²⁹⁷ Como se planteó en el marco teórico, las TIC,

²⁹⁸ Dado en el marco teórico: preparar clases y guías para sus alumnos;

²⁹⁹ “La clase al revés”, donde lo básico se resuelve previamente en casa y el trabajo de discusión y redacción, se lleva al aula. Ver marco teórico.

- Reconocieron en la interactividad un potencial de aprendizaje autónomo de ellos como actores (acceso a plataformas, videos educativos, preparación de videos, producción interactiva y subida de material producido, etc.); ellas solas no implican innovación.

5.4. LO COMUNICACIONAL: LAS ACCIONES PARA EL DESARROLLO DE DISCURSOS

Lo anterior permitió que la propuesta de innovación didáctica y sus secuencias didácticas, se pudieran corresponder como:

- Las necesarias reflexiones sobre enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, el diseño y preparación de las clases enfocadas en cursos específicos, en las cuales los estudiantes se encuentran con su profesor.
- Las asunciones del estudiante de su papel y sus compromisos efectivos: no se puede bajar la guardia.
- La visibilización de los marcos de referencia propuestos³⁰⁰: Entender las propuestas docentes. ¿Qué ocurre en las evaluaciones docentes en los entornos universitarios?, ¿las concepciones de los profesores de Matemáticas sobre su naturaleza y sus implicaciones didácticas?³⁰¹
- Las Necesidades de Aprendizaje comprendidas en los contratos didácticos³⁰² del aula:

Los conceptos y las conexiones de éstos con otros y con el desarrollo de actividades matemáticas. La necesidad de ejercitación y hacer Matemáticas donde el adecuado nivel de los ejercicios motiva y reta, dando las razones de los pasos usando propiedades, teoremas, reglas; la necesidad de significado en y de los resultados, la importancia de lo aprendido dentro del sistema de conceptos estudiados, generando interacción social, participación individual y en equipo, donde se valora la

³⁰⁰ enfoque Comunicacional de Anna Sfard³⁰⁰. La Teoría de las Situaciones Didácticas de G. Brousseau, la Teoría de Marcos y Registros de Régine Douady y elementos de Didáctica de las Matemáticas de Juan Díaz Godino.

³⁰¹ Aspecto sobre el cual ha trabajado el Dr. Santos Trigo en “Naturaleza de las Matemáticas e implicaciones didácticas” y en “Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas” (1997) Referenciado en la bibliografía, páginas 3-10, sobre fundamentos de las Matemáticas y la resolución de problemas. Grupo Editorial Iberoamericano, México, D.F.

³⁰² Contrato Didáctico de Chevallard

intervención, se respetan los tiempos asignados; la necesidad de interacción verbal y simbólica cuando se usan representaciones de los objetos de estudio, identificando que se habla Matemáticas; la necesidad de pertenencia al grupo donde se convive como estudiante, la necesidad de pedagogías que le permitan reflexionar sobre su entorno, sus problemáticas, sus expectativas.

5.5. A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

La influencia favorable de las TIC y los instrumentos tecnológicos en los procesos de aprendizaje de (los estudiantes al estudiar) las funciones y sus aplicaciones en actividades mediadas dichos recursos e instrumentos tecnológicos. El enfoque de enseñanza debe ser realista y abordar la naturaleza de las Matemáticas. Valioso el papel de las clases inaugurales.

La importancia de las Metodologías de las Didácticas de las Matemáticas: profundizar, realizar mapas conceptuales, realizar autoevaluaciones desde talleres.

La Formación docente y los avances en el aprendizaje con el uso de tecnologías computacionales y medios informáticos, permite mejores acercamientos e interacciones docentes y estudiantes

5.6. LAS HIPÓTESIS DE TRABAJO

La disponibilidad de instrumentos tecnológicos y su uso no hace menos importante comprender los conceptos que sustentan las imágenes que aparecen en una pantalla³⁰³, sino que aumenta su importancia.

Usada la tecnología con propiedad son herramientas poderosas para descubrir y comprender los conceptos visualizados y además superar adicciones y equivocadas concepciones sobre su uso e incorporación.

³⁰³ “ya está resuelto”, pueden decir los estudiantes y no mostrar interés por sus pasos. Sí se logra cuando hay interés en los conceptos.

Las representaciones diferentes de las funciones ayudan a comprender el concepto de función cuando se trabaja en espacios de trabajo en equipo desarrollando discursos sobre la actividad matemática.

5.7 RECOMENDACIONES

La participación de los estudiantes es fundamental en cualquier proceso de investigación didáctica. Las tecnologías en los programas de formación profesional, crean retos hoy en día y posibilidades para apoyar sus proceso formativos, por ello es importante generar orientaciones a los estudiantes sobre: su proyecto de estudio y formación profesional, como atención especial al plan de formación de la institución; el aprender (opciones, elecciones) como acto de autonomía, motivado por buenas propuestas, expectativas y oportunidades; el conocimiento de los avances en su uso en gobiernos, empresas, ciudades, como las tendencias. El entretenimiento con tecnologías es un negocio, pero quien no está el él, corre grandes riesgos de distracciones y desenfokes.

La formación docente, posibilita generar propuestas, asunciones bien enfocadas en las problemáticas educativas actuales:

Reflexión docente sobre su práctica educativa, equilibrio entre lo subjetivo y lo objetivo (se espera que los profesores escriban sobre su práctica, develen cómo aprenden, acepten devoluciones y preguntas), autonomía para la toma de decisiones sobre su práctica educativa (desde enfoques pedagógicos y filosóficos de la institución), efectividad en sus propuestas., innovaciones (didácticas, curriculares, pedagógicas, profesionales, tecnológicas).

BIBLIOGRAFÍA

Alemán, A. (2002). “La enseñanza de la Matemática asistida por computadora”. En <http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>.

Artigue, M., Douady; R., Moreno, L. (1995) INGENIERÍA DIDÁCTICA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. MICHÈLE ARTIGUE RÉGINE DOUADY LUIS MORENO PEDRO GÓMEZ (EDITOR). Primera edición, julio de 1995. <https://core.ac.uk/download/pdf/12341268.pdf>

Battro, Antonio, Percival Denham (1997), “La educación digital”, emecé, editores, Argentina

D’Amore Bruno (2006). “Didáctica de la Matemática”. Universidad de Bologna (Italia); prólogo de Colette Laborde. Ediciones Didáctica Magisterio, Colección Didáctica de las Matemáticas. Bogotá D.C. Colombia.

Castillo, Sandra (2008). Propuesta Pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza de la Matemática, Venezuela. Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática, 11-2

Córdoba G., Francisco J. “Las TIC en el aprendizaje de las Matemáticas: ¿Qué creen los estudiantes? Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. ISBN: 978-84-7666-210-6 Artículo 1571

Courant, R., Robins, H. (2002) “Qué son las Matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales”. Prefacio y Avances recientes, Ian Stewart. Fondo de Cultura Económica. México D.F.

Devlin, Keith (2003). “El lenguaje de las Matemáticas”, Intermedio Editores, Licencia editorial cortesía de Robin Book, Sl. Traducción Pedro Crespo. Bogotá D.C.

Davis, P., Hersh, R, (1988), “Experiencia Matemática”, Editorial Labor S. A., Ministerio de Educación y Ciencia. España.

Duval, Raymond (1999). “Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales”. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, Cali, Valle. Artes Gráficas Univalle.

Duval, R. (2006) “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”. La Gaceta de LA RSME, Vol., 9.1 (2006) págs., 143-168. EDUCACIÓN.

Fernández Domínguez, Jesús; Muñoz Santonja, José (2007) “Las T.I.C. como herramienta educativa en matemáticas”. Marzo, 2017, páginas 119-147 de la revista. Unión, Revista

Godino, D., Font, V., Contreras, Á. (2006) Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/visio>

Gros Salvat, B. (2000) El ordenador invisible: Hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza. Barcelona: Editorial Gedisa.

Hitt, F., y Quiroz, S. (2017), “Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural” (73), 153-177. Revista colombiana de educación, segundo semestre de 2007, Bogotá, Colombia.

Kutzler, B., Kokol-Voljc, Vlasta, (2003) Introducción a Derive 6, Matemáticas para todos en su PC. Texas Instruments, U.S.A., Dallas, Texas 75251

Lozano Álvarez y otros (2004), Sigma Matemáticas 9, Educación Básica Secundaria, Vicens Vives Edición colombiana, impreso en España

López C., Miguel A. “Aprendizaje, Competencias y TIC” (2013). Pearson Educación, México 2013. Primera Edición. www.pearsonenespañol.com/lopezcarrasco

Pimm, David (2003). “El lenguaje matemático en el aula”. Ministerio de Educación y Ciencia. Editorial Morata S.A. Colección Pedagogía. España.

Qualding, Douglas A. (1982) Controversias. Revista Trimestral de Educación, Volumen XII número 4, UNESCO

Rebolledo, Raquel y otros, (2016), Espiral 11, Grupo Editorial Norma, Bogotá, Colombia. Impreso en Imprelibros S. A. Colombia.

Salomé, M. (2004). “Cuando el profesor se convierte en un ordenador”. En El País de España, 19 de enero de 2004. Madrid.

Santos Trigo, Luz Manuel (1997). “Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas”. Centro de investigaciones y estudios avanzados del IPN. Grupo Editorial Iberoamericano, 2ª edición. Impreso en México D.F.

Sarmiento, M. (2004). “La enseñanza de las Matemáticas y las NTIC”. Tesis Doctoral inédita. Universitat Rovira i Virgili (URV).

Sánchez, J. (2002) Integración Curricular de las TIC: Conceptos e Ideas, en Actas del VI Congreso Iberoamericano de Informática Educativa. RIBIE. Vigo: Universidad de Vigo.

Sevillano, Maritza (2009), “Competencias para el uso de Herramientas virtuales en la vida, trabajo y formación permanentes. Pearson Prentice Hall. UNED, España.

Sfard, A. (2012). “Desarrollar el discurso matemático-Algunas ideas tomadas de la investigación comunicacional”. Traducción del original Sfard, A. (2012) Introduction: Developing mathematical discourse-Some insights from communicational research.

Sfard, Anna (2008). “Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional”. Programa Editorial Universidad del Valle, Artes gráficas del Valle Ltda. Colección Libros de Investigación. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Del Grupo de Investigación Pedagógica del Ministerio de Educación Nacional, en el marco del Proyecto “Apoyo al Programa de Enseñanza de Lenguas Extranjeras y de Matemáticas para la Educación Secundaria y Media Oficial de Colombia”, desarrollado en cooperación de la OEA: “Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas”, Serie Lineamientos Curriculares, Apoyo a los Lineamientos Curriculares, Ministerio de Educación Nacional, Santa Fe de Bogotá D. C., febrero de 1999

Lineamientos curriculares de Matemáticas Ministerio de Educación Nacional Santa fe de Bogotá D. C., Colombia junio de 1998. Reproducción autorizada por el MEN al Grupo de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, Cali, Colombia, diciembre de 1998

“Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas, Apoyo a los Lineamientos Curriculares”, (1999) Santa Fe de Bogotá, febrero de 1999, Ministerio de Educación Nacional, apoyo de la Organización de Estados Americanos. Consultores: Dra. Grecia Gálvez, Dr. Carlos Eduardo Vasco; Dr. Luis Moreno Armella, Dr. Adrián Oldknow. Punto EXE Editores, Bogotá

Duval, R. (2004). “Lo esencial de los procesos cognitivos de comprensión en Matemáticas: los registros de representación semiótica”. Universidad del Litoral, Francia, R. Duval, ICME 10, Copenhagen, 2004

Sfard, A. (2008). “Aprendizaje de las Matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional”, Programa Editorial de la Universidad del Valle”, Cali, Colombia.

Sfard, A. (2001) “Equilibrar algo desequilibrado: los estándares del NCTM a la luz de las teorías de aprendizaje de las Matemáticas” (2001), Revista EMA, Vol. 6, No 3, 207-209.

WEBGRAFÍA

<https://www.nctm.org/standards/>

<http://www.nctm.org/uploadedFiles/About/MathEdInUS2012.pdf>

<file:///C:/Users/DocAdm.cali/Downloads/fernandoHitt.pdf>

Anexo 1. Censo Educativo

Los elementos informáticos (computadores, portátiles, tabletas, celulares,...), informacionales (periódicos, textos, bibliotecas,...), herramientas (físicas o virtuales, como calculadoras, **plataformas**, blogs, software,...) son fundamentales para apoyar y mejorar el aprendizaje y complementan el **portafolio docente**. **Relacione los útiles TIC que tiene actualmente.**

- Otros Útiles: Textos de Matemáticas___Calculadora_____Software____¿cuál?_____
- Plataforma de Matemáticas_____¿cuál?_____
- **Otras formas de acceso a la Web:** a) Oficina____b)Pago por uso___ c) Otro____;
especificar_____

Secundaria: Colegio: _____ Oficial ___ Privado ___
 Fecha de egreso _____
 Otro tipo de estudio _____

Firma _____ Fecha _____

Use la página posterior si la requiere para continuar observaciones y reflexiones referentes a su proyecto formativo

¹ Que favorecen el estudio independiente.

Anexo 2. Encuesta de hábitos digitales

ENCUESTA-ENTREVISTA SOBRE INTERNET Y CELULARES

Nombre _____ Semestre _____ programa _____

- ¿Cuáles redes sociales tiene?

- ¿Para qué las utiliza principalmente?

- ¿Usa YouTube?: sí _____ no _____, ¿cuál es el uso principal?

- Uso de Internet en lectura-escritura. Señale con una X si lo usa; si lo usa, califique de 1 a 10 el nivel de su uso (en el espacio en blanco)

- a) () Para bajar o procesar documentos de trabajo-empleo _____
- b) () En blogs o foros por Internet _____
- c) () Lectura de libros (digitales), parcial o completos _____
- d) () Lectura de periódicos digitales (noticias, artículos) _____
- e) () Lecturas de documentos en redes sociales _____
- f) () Lecturas desde correos electrónicos _____
- g) () Lectura informativa-conocimiento en páginas Web _____
- h) () Lectura-estudio en plataformas de cursos _____

- Uso del celular y aplicaciones

- a) ¿Usa aplicaciones en su celular? _____ ¿Cuáles?

- b) Explique su uso

Santiago de Cali, 2018

Anexo 3. Taller Inicial

Universidad Libre, Seccional Cali. FCEAC.
FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS¹ 1-2018.
Profesor: Rubén Darío Lozano Rubiano, rddidacta@gmail.com.

TALLER: Acción- reflexión-formulación- institucionalización

Trabajo en grupo. Se entrega el procedimiento y las discusiones sobre los métodos empleados.

1. Un empleado de la empresa MM fue enviado a un curso de capacitación fuera de la ciudad de un día y gastó un promedio de \$20000 en alimentación; \$50000 por concepto de valor de inscripción al curso; \$15000 por parqueadero y \$35000 por concepto de combustible. El porcentaje total aproximado que gastó en alimentación en este curso de capacitación, fue:

- A. 25 % B. 16.67 % C. 20 % D. 15 %

2. Para dibujar unas tarjetas, un pintor utiliza cartulina de 15 cm de largo por 10 cm de ancho. Si a lado y lado del ancho deja un margen de 1 cm, y en las partes superior e inferior del largo 1.5 cm, la superficie que queda, en centímetros cuadrados (cm^2), para dibujar el motivo de cada tarjeta, es:

- A. $(10 - 1) \cdot (15 - 1.5) \text{ cm}^2$ B. $(10 - 2) \cdot (15 - 3) \text{ cm}^2$
C. $(10 \times 15) - (2 \times 3) \text{ cm}^2$ D. $(10 \times 2) \times (2 \times 3) \text{ cm}^2$

3. ¿Cuántos saludos simples se dan entre los asistentes a una reunión si hay, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 40 personas? ¿Cómo se puede plantear la situación?

Anexo 4. Evaluación inicial de funciones

EVALUACION INICIAL DE FUNCIONES.

Nombre _____ Semestre _____

- ¿Qué es una función en los números reales?

- ¿Qué es evaluar una función?

- ¿Cómo se puede representar una función?

- Si es una función dada por la fórmula $y = f(x)$ ¿qué es $f(a)$?

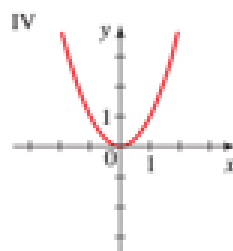
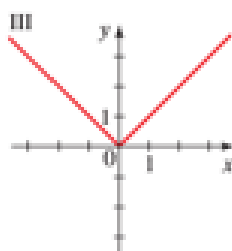
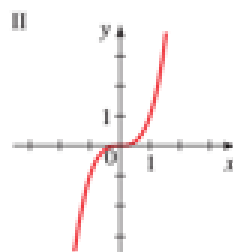
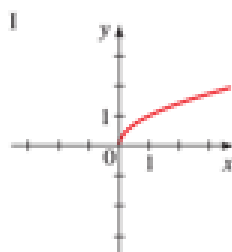
- ¿Cuáles de las siguientes funciones en los reales tienen a 5 en su respectivo Dominio?, por qué?
- a) $f(x) = x^2 - 5x$;
b) $g(x) = \frac{x-5}{x}$
c) $h(x) = \sqrt{x-9}$
d) $j(x) = \frac{x^2-10}{x-5}$
- Si f se define como

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Halle a) $f(0) =$ _____ b) $f(-2) =$ _____
- Relacione cada función dada por su fórmula con su respectiva gráfica. Diga por qué

(a) $f(x) = x^2$
(c) $f(x) = \sqrt{x}$

(b) $f(x) = x^3$
(d) $f(x) = |x|$



Anexo 5. Actividad Cotidiana I. Barriles



UNIVERSIDAD LIBRE, SECCIONAL CALI
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y
CONTABLES. Curso: Fundamentos de Matemáticas.
Profesor: Rubén Darío Lozano Rubiano, rubend.lozanor@unilibre.edu.co

Nombre de los estudiantes _____

_____ Fecha: _____

El trabajo de cada proyecto propuesto se realiza en grupo, pero desde una perspectiva de cooperación, de compartir efectivo y de construcción de resultados gracias al trabajo colaborativo. Cooperativo donde el aporte individual sea comprometido de modo que permita afianzar el compartir ideas, propuestas, formulaciones y conclusiones desde un marco colaborativo para la redacción, la discusión y la elaboración de los informes de resultados del trabajo.

PROYECTO- ACTIVIDAD 1. Precio de un barril de agua.

El agua es un elemento vital. Sólo recientemente tanto gobiernos como personas en general han comprendido su importancia, valor y necesidad. En la presente actividad, usted debe buscar datos para comparar el costo de agua de servicio público, el costo de agua embotellada, el costo de las gaseosas y el costo del barril de petróleo.



La actividad está dividida en cuatro partes: (i) Búsqueda de información en Internet sobre el precio de los cuatro productos (agua embotellada, agua de servicio público, gaseosa y petróleo) (ii) Procesamiento de la información. (iii) Sacar conclusiones y reflexionar sobre los impactos económicos, ambientales y de salud. (iv) Socializar resultados con todo el grupo de compañeros.

Es posible que decidan realizar un trabajo previo en casa o en la universidad, de consulta, inquietudes, generación de preguntas, modos de trabajo y responsabilidades de los integrantes sobre la actividad, para organizar y planear una labor más formal en el aula de clase. La actividad se nutre de observaciones, propuestas complementarias, toma de fotografías y videos para formalizar y dar evidencias complementarias del trabajo.

1. Primera parte. Recolección de datos

- a. Averigua cuánto cuesta un litro de agua de servicio público (aparece en la factura del proveedor e incluye otra información relevante³⁰⁴ sobre costos y consumos) en tu ciudad.
- b. Luego, consulta cuánto cuesta un litro de agua que venden embotellada (si los precios son diferentes, realiza un promedio)
- c. Averigua cuánto cuesta un litro Coca Cola (si los precios son diferentes, realiza un promedio)
- d. Averigua cuánto cuesta un barril de petróleo colombiano el día de hoy

Resumen de la información consultada

2. Segunda parte: Procesamiento.

El objetivo de esta parte es que ustedes comparen los precios del barril de los cuatro productos que estamos trabajando en la presente actividad.

Espacio para realizar cálculos donde describen ampliamente las conversiones que tuvieron que realizar

iii. Conclusiones

- a. En el siguiente espacio en blanco saca conclusiones sobre los resultados cálculos que realizaron en la segunda parte
- b. En el siguiente espacio en blanco saca conclusiones sobre el impacto económico, ambiental y para la salud humana.

Preguntas de orientación:

- ¿Qué matemáticas estuvo inmersa en el proceso?

³⁰⁴ Es información de ley y de cumplimiento del contrato y trae información sobre consumos, número de unidades consumidas, valor unitario, valor total, subsidios, otros cargos, comparación con consumos anteriores, forma de pago, etc.

- ¿Qué concepto u objeto matemático permite explicar (y modelar) los resultados y conclusiones?
- ¿Cuáles son los objetivos de la actividad?

Anexo 6. Actividad cotidiana. Frecuencia cardiaca



UNIVERSIDAD LIBRE, SECCIONAL CALI
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y
CONTABLES. Curso: Fundamentos de Matemáticas.
Profesor: Rubén Darío Lozano Rubiano, rubend.lozanor@unilibre.edu.co

PROYECTO- ACTIVIDAD 2. Frecuencia Cardiaca

Nombre de los estudiantes _____

_____ Fecha: _____

El trabajo de cada proyecto propuesto se realiza en grupo, pero desde una perspectiva de cooperación, de compartir efectivo y de construcción de resultados gracias al trabajo colaborativo. Cooperativo donde el aporte individual sea comprometido de modo que permita afianzar el compartir ideas, propuestas, formulaciones y conclusiones desde un marco colaborativo para la redacción, la discusión y la elaboración de los informes de resultados del trabajo.

Con la frecuencia cardiaca hacemos referencia al número de veces que el corazón late por minuto (buen referente como tiempo humano) y en general se habla de normal para un adulto (en reposo) si está entre 60 y 100 latidos por minuto. En la cotidianidad se acostumbra medir la frecuencia cardiaca (ritmo cardiaco, también) poniendo los dedos, índice y medio juntos sobre la parte interior de la muñeca de la persona de modo que se capture el pulso (saltos) y así contar el número de latidos en el tiempo de referencia de un minuto. Es importante el control y medición tanto en reposo como durante la actividad física (ojalá regulada) para conocer nuestro estado de salud.



Es importante que realicen un trabajo previo en casa sobre la actividad que les permita mayor efectividad posterior para el trabajo en el aula de clase en la cual realizan el procedimiento formal, que incluyen preguntas, además de toma de fotografías y videos para formalizar el trabajo.

1. Primera parte: Seleccionar y Bajar una aplicación para celular.

- a. Baje una aplicación para celular que le permita estimar la frecuencia cardiaca. En internet existen diferentes aplicaciones para registrar la frecuencia cardíaca. Elige una de ellas.
- b. En el siguiente espacio en blanco diga el nombre de la aplicación que usted seleccionó, características y la manera de utilizarla.

2. Segunda parte: Toma de datos

- a. Roles: Los estudiantes del grupo van a tener roles diferentes: Un primer estudiante oficia como la persona a la cual se le mide la frecuencia cardiaca en tres momentos, primero en reposo, luego después de agitarse (movimiento de saltos, alguna ejercitación o caminar enérgicamente) y posteriormente de nuevo cuando vuelva a estar en reposo, en períodos de treinta segundos durante tres minutos (ver tabla de datos adjunta). Un segundo estudiante se encarga de medir el tiempo cada treinta segundos, mientras otro estudiante es el encargado de la toma de la frecuencia cardiaca con la aplicación. Los demás compañeros vigilarán la efectividad de la actividad y toma de datos. El grupo decide quien realizará cada rol.
- b. Nota: El grupo de trabajo tomará los datos teniendo en cuenta los siguientes aspectos:
 - Los datos se tomarán cada treinta segundos durante tres minutos.
 - Decidir los tiempos de actividad física y de la recuperación del estado de reposo para la toma de la frecuencia: reposo-actividad-reposo.
 - En caso de error deben reiniciar el procedimiento
 - Completar la siguiente tabla:

Tiempo (seg)	Frecuencia
0	
30	
60	
90	
120	
150	
180	
210	
240	
270	
300	
330	
360	

3. Tercera Parte: Procesamiento de datos

- a. Utiliza Excel y realiza un gráfico de dispersión (con línea continua) para realizar una gráfica con los datos tomados en la parte anterior. En el eje horizontal se ubica el tiempo y en el eje vertical se ubica la frecuencia cardiaca.
- b. ¿Aproximadamente cuál fue la frecuencia cardiaca de la persona en los 160 segundos?

Espacio para describir el procedimiento utilizado

- c. ¿Aproximadamente en qué tiempo la persona tuvo la frecuencia 90 pulsaciones por minuto?
- d. En el siguiente espacio en blanco reproduce la gráfica que aparece en la pantalla del computador.
- e. **¿Entre 0 segundos y 360 segundos, en todo tiempo existe frecuencia cardiaca y es única? Justificar**

4. Cuarta parte: Interpretación de los resultados.

Interpretar los datos y la gráfica de los mismos, desde el punto de vista físico y biológico.
Espacio para registrar las conclusiones.

5. Quinta parte: Socialización.

Deben socializar los procedimientos y conclusiones con el profesor y el resto de compañeros de la clase de matemáticas.

Preguntas de orientación:

- ¿Qué matemáticas estuvo inmersa en el proceso?

- ¿Qué concepto u objeto matemático permite explicar (y modelar) los resultados y conclusiones?
- ¿Cuáles son los objetivos de la actividad?

Anexo 7. Actividad cotidiana. Área de la hoja de frijol



UNIVERSIDAD LIBRE, SECCIONAL CALI
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y
CONTABLES. Curso: Fundamentos de Matemáticas.
Profesor: Rubén Darío Lozano Rubiano, rubend.lozanor@unilibre.edu.co

PROYECTO- ACTIVIDAD 4: Estimar el área de una hoja de frijol³⁰⁵

Nombre de los estudiantes _____

Fecha: _____

INTRODUCCIÓN: Estimar es una actividad humana que permite tomar juicios de valor sobre una situación que enfrenta una persona (poner precio a algo, embaldosar un salón, determinar la cantidad de pintura para embellecer una pared, determinar medidas de un objeto o situación particular de interés personal, etc.) donde cada actividad implica diferente complejidad. En ocasiones cuando se toman decisiones ligeras en una situación de estimación se llegan a resultados poco confiables, por lo tanto vale la pena pensar la estimación de manera más rigurosa, de modo que cuando por necesidades de oficio o por labor de aprendizaje escolar asuman este tipo de actividades, no procedan en todas las situaciones de igual manera por los riesgos, y sí manera crítica, metódica, construyendo estrategias y obteniendo aprendizajes valederos para enfrentar posteriores situaciones similares o con algunas variantes.

Proyecto: Ponga a germinar en un recipiente (de vidrio o matera), semillas de frijol. Puede usar dos o más recipientes y seleccionar uno que le permita estudiar el crecimiento de una de las hojas de esa planta en un período aproximado de 20 días. Especifique las condiciones ambientales (las cuales no va a controlar en este proyecto) como luz, temperatura, cantidad de agua, aire, que valen la pena comentar en el experimento;

³⁰⁵ <https://youtu.be/YAy0a-PXPmA>

igualmente realicen consultas y ensayos para determinar las mejores condiciones de germinación. Ahora:

- a. Considere(n) y diseñe(n) por lo menos cuatro métodos para estimar el área de las hojas de la planta de fríjol (área foliar).
- b. Previa discusión en su grupo, describan dos de los métodos diseñados que más se adecúen para estimar el área de la hoja durante su crecimiento durante los 20 días sugeridos.
- c. Ejecute los dos métodos diseñados.
- d. Discuta y concluya cuál de los dos métodos arrojó el error más pequeño en la estimación.
- e. Registre fotográficamente tanto el crecimiento de la planta como cada uno de los métodos.
- f. Cada método demanda vigilar y registrar su precisión
- g. La estimación y registros del área de la hoja se hace diariamente durante 8 días. Luego construya una tabla de doble entrada con los registros de área (en cm^2) en el tiempo t en días
- h. En un plano cartesiano construya una gráfica aproximada que registre el crecimiento de la hoja de fríjol.
- i. Use Matemáticas y tecnología computacional (por ejemplo, Derive, Excel o Geogebra) para obtener ecuación (por regresión) que modele el área de la hoja en términos del tiempo. Puede ahora hacer predicciones del área de la hoja para por ejemplo 16 días
- j. Presente organizadamente las tablas, gráficas aproximadas y ecuaciones resultantes de los datos obtenidos durante el proceso del proyecto, incluyendo listado de materiales



Referentes:

4. <https://youtu.be/F3-v7zqqGkA> con calculadora Voyage 200
<https://www.youtube.com/watch?v=F3-v7zqqGkA>

5. English <https://youtu.be/evjVW4OYuo0> o
<https://www.youtube.com/watch?v=evjVW4OYuo0>
6. <https://youtu.be/jTh2Kll5gkY> o <https://www.youtube.com/watch?v=jTh2Kll5gkY>
7. Geogebra <https://youtu.be/e5wRq8RP-jU>

Anexo 8. Actividades complementarias



UNIVERSIDAD LIBRE, SECCIONAL CALI
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y
CONTABLES. Curso: Fundamentos de Matemáticas. .

Profesor: Rubén Darío Lozano Rubiano, rubend.lozanor@unilibre.edu.co

Nombres de los estudiantes _____

Fecha: _____

Se proponen dos actividades sobre situaciones cotidianas no necesariamente rutinarias. La primera actividad sobre el precio a pagar para el transporte de equipajes en vuelos, la desarrollan en clase; la segunda sobre el logro de medallas en juegos de Olimpiadas por algunos países, como tarea para presentar la próxima semana.

ACTIVIDAD 1: EL PRECIO POR LOS EQUIPAJES DEL VIAJERO

En los aeropuertos se cobra a los viajeros un valor dependiendo por el rango de pesos de los equipajes. El sistema de cobros al final tiene varios elementos, que incluyen cobros adicionales por exceso de equipaje, también se cobra tanto por peso como por dimensión (¿por qué?). Los montos también incluyen impuestos que dependen del país y del aeropuerto, que a veces cambian sin previo aviso. Hay casos especiales como los de conexiones. La normatividad es bastante estricta. También hay consideraciones especiales para equipos (deportivos, musicales, tecnológicos), como también cobros diferenciados dependiendo de origen y destino. A modo de información necesaria las aerolíneas insisten en la necesidad de marcar bien el equipaje, uso de candados en buen estado, número de maletas y otros.

Las aerolíneas latinoamericanas son costosas en precios respecto a las europeas y ello ha llevado a nuevas propuestas de viajes y de formas de cobro. Se habla de aerolíneas de bajo costo.



El ejercicio y actividad propuesta trata sobre un caso hipotético de una aerolínea de bajo costo (están de moda en Europa, por ejemplo, Ryanair la pionera, pero ya se ha extendido la práctica a nivel mundial para beneficio de los turistas y empresarios). La empresa aérea cobra por equipaje de

mano hasta 8 kg, un precio de 8 euros (€) y supongamos que los precios del peso del equipaje se rigen según la tabla adjunta:

Peso del equipaje en kg	Precio en Euros
(8, 10]	10
(10, 15]	15
(15, 20]	18
(20, 25]	20
(25, 30]	22
(30, 35]	25
(35, 40]	28

a) Realiza una gráfica para representar los datos de la tabla

b) ¿Cuál sería el costo de equipaje para 28 kg?, ¿para 20 kg?, ¿para 8 kg?, ¿cuál sería el costo para 42 kg? Realice una proyección o estimación y haga comentarios.

c) Escribe una formulación matemática para el cobro de equipaje si siempre la persona lleva como equipaje, el de mano y una maleta adicional con el peso en alguno de los rangos permitidos de peso.

d) ¿Cómo son los cambios en los valores y cómo cada una de las dos representaciones muestra el cambio?

e) ¿Cómo cambian las variables y qué valores son constantes?

f) Presenten un resumen de las discusiones³⁰⁶ del grupo sobre las preguntas

g) Consulta un caso real de cobros incluyendo impuesto en ese país y cobros por exceso de equipaje. Escribe la formulación matemática para ese cobro.

h) ¿Puede el grupo hacer recomendaciones especiales?

UNIVERSIDAD LIBRE, SECCIONAL CALI. FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y CONTABLES. Curso: Fundamentos de Matemáticas.
Profesor: Rubén Darío Lozano Rubiano, rubend.lozanor@unilibre.edu.co

³⁰⁶ Se entiende como una conversación dialogante entre los compañeros de cada grupo, en busca de explicaciones, métodos, argumentos, experiencias personales, informaciones consultadas, que le den el mejor sentido a las respuestas y comentarios.

Nombres de los estudiantes _____ Fecha: _____

ACTIVIDAD 2: Medallas obtenidas en Juegos Olímpicos

Construir una tabla de resultados de las medallas obtenidas por tres países latinoamericanos durante las últimas cinco olimpiadas. Se construye con saltos entre períodos de cada olimpiada: para Colombia en la Olimpiada 1996-2000 que obtuvo una medalla, se tendría un segmento del período con altura de 1 (es el logro de la preparación de cuatro años y el resultado en el evento); de igual modo para la Olimpiada 2000-2004 el segmento del período es de altura 2, y así sucesivamente para cada una de las olimpiadas y de los países de consulta.



Se pide completar la tabla adjunta sobre los resultados de los tres países latinoamericanos. Pueden decidir si incluyen otro país de referencia (puede ser los Estados Unidos)

Año olimpiada	96-2000	00-04	04-08	08-12	12-2016
Total medallas Colombia	1	2	3	8	8
Total medallas Brasil					
Total medallas México					
Total de					

- a) Se pide ahora obtener el diagrama de saltos o trozos para comparar los resultados (avances, retrocesos) de estos países latinoamericanos. Explicar.

- 1) ¿Qué significan las variables usadas en la actividad?

- 2) Escriban las observaciones pertinentes y conclusiones que demandó para ustedes la actividad en cuanto a lo que significan los datos obtenidos y la situación real.

- 3) Realice comentarios sobre la forma diferente de representación de los datos en esta situación de las medallas. ¿En qué otro caso se puede proceder de igual o similar manera?

- 4) ¿Qué matemáticas usó en el proceso?

- 5) ¿Qué concepto u objeto matemático permite explicar (y modelar) los resultados y conclusiones?

- 6) ¿Cuáles consideran ustedes son los propósitos y el objetivo de la actividad?

UNIVERSIDAD LIBRE, SECCIONAL CALI
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y
CONTABLES. Curso: Fundamentos de Matemáticas.
Profesor: Rubén Darío Lozano Rubiano, rubend.lozanor@unilibre.edu.co

Nombre de los estudiantes _____

Fecha: _____

ACTIVIDAD: ¿PUEDES COMPETIR EN UNA CAMINATA DE JUEGOS OLÍMPICOS?



La caminata a velocidades mayores a las 8 millas por hora (pasar a km/h y a metros por segundo), es un deporte competitivo de larga distancia y realmente alta velocidad (los vemos caminando muy rapidito). Se busca comparar nuestras caminatas tanto lentas como rápidas cuando entrenamos con las obtenidas por los ganadores de medallas y también los tiempos obtenidos por los atletas de caminatas en las seis últimas olimpiadas tanto en 20 km para hombres, y los 20 km para las damas.

- a) Para las olimpiadas se piden buscar los resultados y **calcular los pasos por minuto** que realizaron los atletas ganadores en cada uno de los cinco últimos eventos mundiales anteriores (ver tabla). Para ello consulte los datos del tiempo del ganador (hora, minutos, segundos) consígnelos en las tablas adjuntas y calcule la rapidez promedio y **el número de pasos por minuto promedio** de cada ganador(a).

Los	20	km	Atlanta	Sidney	Atenas	Pekín	Londres	Río	de
Hombres								Janeiro	
Tiempo ganador									
km / hora									
# Pasos / minuto									

Evento	20	km	Atlanta	Sidney	Atenas	Pekín	Londres	Río	de
--------	----	----	---------	--------	--------	-------	---------	-----	----

Damas
 Tiempo ganador
km / hora
Pasos / minuto

Janeiro

Cálculos:

- b) ¿Qué significa km / hora?, ¿Cómo calculan los pasos por minuto? Llene las tablas y realice cálculos para sacar conclusiones sobre el desempeño del atleta

- c) El grupo de trabajo debe desplazarse a un campo abierto (parque o a las canchas de la Universidad, de lo contrario programar en un fin de semana) para la toma de tiempos. Usen un cronómetro (expliquen la tecnología usada) y tomen los siguientes datos: número de pasos dados en 1 minuto, 2 minutos, 3 minutos, 4 minutos, 5 minutos, 6 minutos, 7 minutos, 8 minutos. Un compañero(a) lo acompaña para la toma de datos, tanto en caminata normal como en caminata rápida. Es una tabla por estudiante; para el informe se seleccionan dos estudiantes.

Estudiante/ paso normal

Número de pasos

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	7	8	9
--------------	---	---	---	---	---	---	---	---

Estudiante/ paso rápido

Número de pasos

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	7	8	9
--------------	---	---	---	---	---	---	---	---

- d) Ahora harán un cuadro comparativo de los tiempos y promedios que realizan cada uno de los integrantes del grupo en caminata normal y caminata rápida versus el tiempo correspondiente al atleta olímpico seleccionado en cualquiera de las olimpiadas y según su género.

En la siguiente tabla, el resumen por estudiante vs., el atleta olímpico

Estudiante	Paso normal	Paso normal	Paso rápido	Paso rápido	Atleta
Nombre completo	# pasos/min	km/hora	# pasos/min	km/hora	Paso/min

Operaciones:

- e) Del paso c), realicen una gráfica que relacione tiempos (0-8 minutos) contra el número de pasos y al final el número de pasos promedio para comparar con el atleta olímpico y entre los compañeros. Para las conclusiones el grupo puede tener en cuenta varios factores o variables (el grupo, los decide).

Los resultados de pasos por minuto, se aproximan al entero más próximo.

Recuerden calcular la rapidez promedio del grupo a paso lento y a paso rápido (los resultados en la centésima más próxima)

Estudiante	Paso normal	Paso normal	Paso rápido	Paso rápido	Atleta
Nombre completo	# pasos/min	km/hora	# pasos/min	km/hora	

Preguntas

- 1) ¿Cuál es el número mínimo de pasos por minuto que tendría que dar para ser un(a) atleta olímpico de caminata?
- 2) A paso rápido, ¿alguien del grupo camina lo suficientemente rápido para ser un atleta de caminata olímpico? Expliquen cómo se llegó a esa determinación

- f) **Preguntas de orientación:**

- 3) ¿Qué procedimientos matemáticos usó en el proceso?

- 4) ¿Qué concepto(s) matemático(s) permite(n) explicar y modelar los resultados y conclusiones?

- 5) ¿Cuáles son para ustedes los propósitos y el objetivo de la actividad?

Anexo 9. Plataforma MyMathLab

← → ↻ Es seguro | <https://espanol.mymathlabglobal.com/Student/Dashboard.aspx> ☆

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS ECO-AE 1.2018 Rubén Darío L.R. Ruben Dario Lozano Rubiano | 14/06/18 09:51 a.m.

MyMathLab Español

ALUMNO

Página inicial del curso

Calendario

Tareas y pruebas

Resultados

Plan de estudio

Recursos para alumnos

INSTRUCTOR

Administrador de cursos

Administrador de página inicial

Administrador de tareas y pruebas

Administrador del plan de estudio

Libro de calificaciones

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS ECO-AE 1.2018 Rubén Darío L.R.

🗨 Avisos

junio 14/06/18 09:51 a.m.

<	DOM	10	LUN	11	MAR	12	MIÉ	13	JUE	14	VIE	15	SÁB	16	>
---	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	---

En qué deberá trabajar a continuación

- ago 4 [ORIENTACIÓN AL USO DE MML](#)
- ago 4 [LOS NÚMEROS REALES](#)
- ago 4 [INICIACIÓN ÁLGEBRA: Exponentes y Radicales](#)

Próxima entrega **01** Days **14** Hours

> [Ver todas las actividades](#)

¡Bienvenido a MyMathLab Español!

Antes de comenzar:
Ejecute el [Comprobación del navegador](#) para confirmar que tiene todos los componentes necesarios para ver las preguntas y multimedia del curso.

Puntaje general

Has ganado 1.55 de 30 puntos para un Puntaje general de 5.16 %.

Progreso de los envíos

17/05/18 Fecha de envío 04/08/18

Anexo 10. Plataforma Institucional Moodle

Fundamentos de Matemáticas I Contaduría - 1.2018 A

Área personal / Mis cursos / Pregrado / Facultad de Ciencias Economicas Administrativas y Contables / Programa de Contaduría / FMC

General



FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS :

CONTADURÍA PÚBLICA 1.2018 / Nocturno

PLAN DE CURSO- CLASE INAUGURAL

Profesor [Rubén Darío Lozano Rubiano](#), rdldidacta@gmail.com

PERSONAS

Participantes

ACTIVIDADES

- Consultas
- Foros
- Glosarios
- Recursos
- Tareas



UNIVERSIDAD LIBRE, SECCIONAL CALI
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y CONTABLES
Programas de Economía, Administración de Empresas, Contaduría Pública, Mercadeo
Curso: Fundamentos de Matemáticas
Profesor: Rubén Darío Lozano Rubiano

IDENTIFICACIÓN:

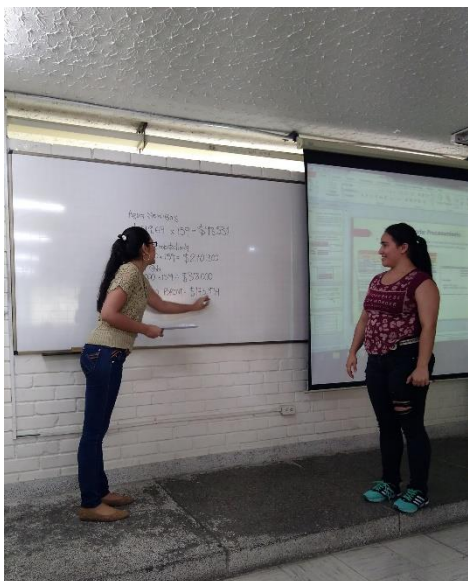
Curso:	Fundamentos de Matemáticas
Programa:	Economía, Administración de Empresas, Contaduría, Mercadeo
Carácter:	Área de formación cuántica e instrumental y como curso regular obligatorio.
Código:	23154 (Contaduría), 23003 (administración de Empresas), 23308 (Economía)
Prerrequisito:	Ninguno
Semestre:	I
Intensidad Horaria:	cuatro horas semanales presenciales (cuatro créditos) y seis horas mínimo de trabajo semanal independiente.
Profesor:	Rubén Darío Lozano Rubiano, rubend.lozanor@unilbre.edu.co , rdldidacta@gmail.com
Período:	2-2017

MEDIOS Y RECURSOS:

1. **Humanos:** Profesor, estudiantes, grupo de estudiantes
2. **Didácticos:** Guías del profesor, talleres, documentos (libros y textos físicos o magnéticos), fotocopias de documentos, situaciones de aula, bibliografía recomendada, software de matemáticas.
3. **Tecnológicos: Portafolio Docente TIC:** Electrónico (audios y videos), Digital (las posibilidades y potencialidades de computadores), Línea (Nube, Dropbox, Google Drive para el acceso rápido a materiales de clase y de consulta). Así tenemos Calculadora científica física y/o digital (aplicaciones en Smartphone), calculadoras algebraicas, computador (software de Matemáticas), memorias USB, Plataforma de Matemáticas (**MyMathLab** de Pearson) Internet y correo electrónico, Móviles y sus aplicaciones **MOODLE** (curso virtual) de la Universidad Libre.
4. **Físicos:** Aula y otros sitios de trabajo académico.
5. **Guías:** Material didáctico sistematizado y mediado por el profesor.

Anexo 11: Sustentación de estudiantes

ESTUDIANTES SUSTENTANDO: Asumiendo la actividad de barriles y su objetivo



Día:
Primer
encuentro
de grupos
con la
actividad de
frecuencia
cardiaca



Anexo 12. Rejilla de analisis final

ETAPAS	LO TEORICO QUE DESCRIBE EL EVENTO	LOS PROPOSITOS Y CONTENIDO	EVIDENCIAS
PARTE 1			
1.1 EVALUACION inicial de Funciones	Teoría de Funciones: Qué es, Dominio, Imágenes, gráficas de funciones elementales.	Qué saben sobre definición de función y notación de funciones y sus representaciones	Promedios de las calificaciones. El 54.54% con nivel deficiente, sólo 9 % con nivel muy bueno. Con comentarios: "No lo vimos; no me acuerdo".
1.2 APRENDER con tecnología LP y tecnología informática e instrumentales	Obtener las gráficas cartesianas a partir de datos y determinar características de ellas. Graficar puntos (datos cartesianos) usando tecnología computacional: Derive y Geogebra. Obtener la función que se aproxima al comportamiento de los datos: Regresión.	Comparar el trabajo LP con el trabajo en CAS. Aprender a usar desde guías el uso de Derive y el uso de Geogebra, para obtener la función que mejor se aproxima al comportamiento de los datos. En la Web, buscar aplicaciones para PC y celulares que faciliten dinámicamente el trabajo con funciones.	El acercamiento a tecnologías dinámicas en aplicaciones <u>x</u> en portátiles, fue rápido. Algunos grupos aprendieron de modo autónomo.
1.3 CENSO EDUCATIVO	No han conceptualizado ni interpretado a las TIC. Clasificar las calculadoras	La propuesta sobre el uso de las TIC, se transforma en la propuesta docente TAC, tecnologías del aprendizaje y el conocimiento.	La encuesta mostró que sólo reconocen a la calculadora como útil, pero con precario manejo.
1.4 ENCUESTA SOBRE LECTURA DIGITAL	Poco conocimiento de ayudas tecnológicas y su impacto en el aprendizaje. Hay brecha digital.	Dinamizar el portafolio Docente TIC, con uso de correos, redes sociales, plataformas, la nube, videos educativos.	El uso de blogs, es del 30%; plataformas 31.9%; confianza en las redes sociales y la Web para información.
PARTE 2			
2 ACTIVIDADES COTIDIANAS SOBRE FUNCIONES	Uso de las TIC y de aplicaciones tecnológicas para realizar consultas y realización de procedimientos y cálculos en las actividades de: Barriles, Frecuencia Cardíaca, Precio de Equipajes, Medir área de hoja de planta.	Usar tecnologías informáticas y computacionales para resolver situaciones cotidianas de toma de datos y la transformación (representación) de éstos en modelos matemáticos (analíticos) y su graficación (visualización) cartesiana.	Interés, formación de grupos y comienzo de labores. Programar fines de semana para el trabajo en equipo.
3 SOCIALIZACION	Los estudiantes presentaron sus informes de trabajo para mostrar sus avances conceptuales y teóricos sobre las funciones y sus representaciones.	Los estudiantes muestran la importancia de los recursos TIC y de los instrumentos tecnológicos y aplicaciones para aprender sobre funciones superando modelos tradicionales expositivos y mecanicistas.	La socialización generó debates, alta participación, gusto estético en la presentación.
4 INSTITUCIONALIZACION	Se introducen las ideas matemáticas de funciones elementales, con enfoque representacional y comunicacional, con el apoyo de TAC (tecnologías de aprendizaje y conocimiento)	Los estudiantes mediante el trabajo en equipo, logran construir discurso sobre las funciones, argumentar, dar las razones de los pasos, representar los objetos matemáticos en diferentes lenguajes	Los avances en el manejo y aplicaciones de las funciones. El interés por participar en semilleros de investigación.

Anexo 13: Resultado parcial 3 sobre funciones

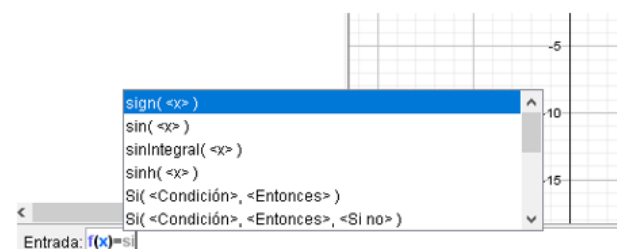
1	CALIFICACIONES MATEMÁTICAS CONTADURÍA P3. 1.2018					
2			TEMA FUNCIONES	P3	ALLEN	DEF
3	181154	1114	ARIAS MOSCOSO LUISA FERNANDA	3,8	4,8	4,1
4	181104	1114	AVENDAÑO BOLAÑOS ANGIE CAROLINA	3,9	4,8	4,2
5	181161	1114	BELTRAN AGUDELO CARLOS ANDRES	4,3	4,5	4,4
6	181150	1114	BERNAL BERNAL MONICA OBEIDA	4,0	5,0	4,3
7	181102	1114	CLAVIJO VELASQUEZ SHIRLEY YULIANA	4,2	4,6	4,3
8	181156	1114	DIAZ MUÑOZ CAROL ANDREA	4,3	4,8	4,5
9	172502	1144	FRANCO OSORIO JESSICA	4,2	4,5	4,3
10	181172	1114	GOMEZ LENIS PAULA GISELA	4,4	5,0	4,6
11	181157	1114	HURTADO LUNA LINA VIVIANA	4,0	4,8	4,2
12	181151	1114	IMBACHI DUARTE JUAN CAMILO	3,9	4,5	4,1
13	181164	1114	MARTINEZ BUENDIA NICOL CAROLINA	3,5	4,4	3,8
14	181166	1114	OROZCO LOZANO MAYRA ALEJANDRA	3,9	4,3	4,0
15	181159	1114	ORTIZ NIEVA MARLYN CRISTINA	3,9	4,0	3,9
16	181106	1114	ORTIZ RODRIGUEZ LEIDY NATALIA	3,3	4,5	3,7
17	181146	1114	OTERO CAMPO ANGIE VERONICA	3,8	4,5	4,0
18	171128	1114	PEREZ GOMEZ JUAN JACOBO	4,4	4,2	4,3
19	181152	1114	RODRIGUEZ GALINDO LEYDY DAYAN	3,6	4,5	3,9
20	180807	1114	CEBALLOS BÁEZ JULIANA MELINA	4,0	4,6	4,2
21	181179	1114	GAITÁN CARLOS HUMBERTO	3,2	4,0	3,4
22	181162	1114	PINEDA GIRALDO DANIELA	3,8	4,5	4,0
23	181147	1114	SAA CASTAÑO ANGIE CAROLINA	4,4	4,8	4,5
24	181174	1114	VALLEJO DELGADO JENNIFER ANDREA	3,9	4,8	4,2
25	181160	1114	VILLEGAS NÚÑEZ ANA MARÍA	4,0	4,8	4,2
26	181178	1114	CALDERÓN MORENO TAKUYI ANDRÉS	3,8	4,2	3,9
27	141731	1114	GUZMÁN BONILLA DAYANA	3,9	4,0	3,9
28	181105	1114	GALLEGO SERRANO LEIDY TATIANA	3,9	4,0	3,9
29			Profesor Rubén Darío Lozano Rubiano			

Anexo 14: Orientaciones didáctica sobre uso de aplicación Geogebra

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS. Profesor Rubén Darío Lozano Rubiano, rubend.lozanord@unilibre.edu.co

GEOGEBRA GUÍA PARA FUNCIONES POR PARTES

La función dada se define $f(x) =$, en el editor de funciones del programa-software de Geogebra. Esta función es útil para presentar datos y la gráfica de una función por parte o

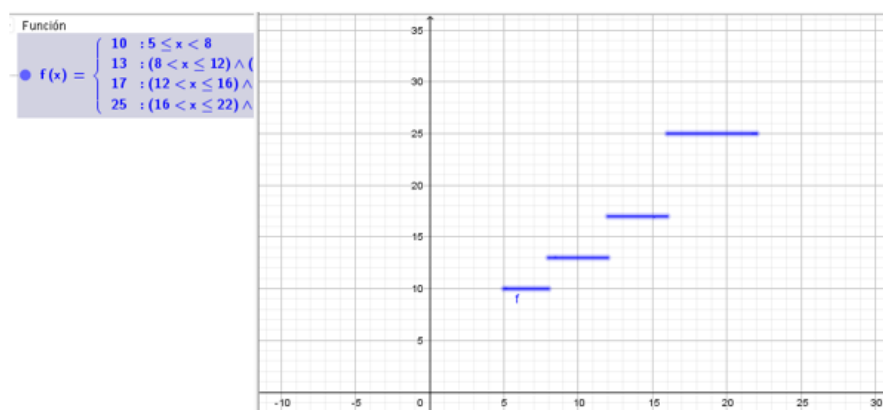


cobran \$12.

trozos, como ocurre en el caso de los cobros de valores económicos por rangos según un rango de pesos de dichos equipajes. Por ejemplo, desde 5 kg hasta 10 kg incluidos, se

A diferencia de las funciones polinómicas, Para las cuadráticas y cúbicas entre muchas otras que se escriben con una sola regla o fórmula (por eje. $f(x) = 5x^3 + 2x^2 - x + 5$), ahora tenemos varias condiciones o fórmulas, y para ellos usamos un comando condicional: **si...entonces**, que basta escribirlo a continuación de $f(x) =$. De este modo el programa ofrece las opciones para la condicional (ver figura adjunta) y otras entre ellas $\sin(x)$ por defecto, $\text{sign}(x)$ que es la parte entera. Seleccionamos la función si...entonces (sus partes de escritura corresponden primero a la condición de la variable x , es decir, el Dominio dado en forma de intervalo, por ejemplo, $5 \leq x < 10$, 12, lo cual quiere decir que para los valores de x en el intervalo $5 \leq x < 10$, la función toma el valor de 12. A continuación, se escribe coma (,) para de nuevo escribir la nueva condición, es decir, si...entonces así sucesivamente, para los otros intervalos o rangos que tenga la función.

Al finalizar obtenemos la forma matemática de la función y la gráfica respectiva. El ejemplo muestra 4 rangos, para los valores sucesivos, 10, 13, 17, 25 que pueden ser los valores de cobro para los equipajes.



Anexo 15: Orientaciones sobre uso de las plataformas

CURSOS DE MATEMÁTICAS EN PLATAFORMA

Los cursos en plataformas específicas de Matemáticas, posibilitan en los estudiantes el fortalecimiento del trabajo autónomo, la posibilidad de refuerzos y repases temáticos cuando lo consideren necesarios y usar recursos y estrategias de estudio que poco se usan en el trabajo tradicional de clase presencial.

La plataforma de Matemáticas MyMathLab, además de la institucional Moodle (contenidos, foros, videos y muchas otras ayudas) se presentan como otros de los componentes del portafolio TIC docente, que incluyen, redes sociales, correo de grupo e institucional, la nube, calculadoras algebraicas (aplicaciones y software) y hojas de cálculo, entre otras aplicaciones.

Se presenta la imagen inicial de la plataforma. El link de entrada, es <http://www.mymathlab.com/espanol/>. Al ya estar inscritos y matriculados, basta iniciar sesión, usando como usuario, el correo personal y la contraseña que le llegó del correo de Pearson. Hay varias imágenes iniciales y una de ellas es:

Anexo 16: Orientaciones sobre los informes y las sustentaciones

UNIVERSIDAD LIBRE. FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS

Profesor Rubén Darío Lozano Rubiano, rldidacta@gmail.com,
rubend.lozanor@unilibre.edu.co

FINALIZACIÓN DE ACTIVIDADES-PROYECTOS SOBRE MATEMÁTICAS

COTIDIANAS: Orientaciones didácticas sobre los informes.

Las funciones representan variaciones, correspondencias entre valores o cantidades. Son situaciones funcionales, el área de un círculo en función de su radio (lo recuerdan de secundaria), el número de bacterias de un cultivo en función del tiempo, el peso de un astronauta en función de su elevación (también aprendemos en Física que la fuerza de atracción gravitacional, depende de la masa del cuerpo planetario); en negocios, el precio de un artículo es una función de la demanda de ese artículo.

Las actividades realizadas (frecuencia cardíaca, precio de barriles de líquidos, precio del pasaje de equipajes), los convocaron a obtener valores relacionados de acuerdo a diferentes situaciones cotidianas: precio de acuerdo a la capacidad y tipo de líquido (variable que no se analizó matemáticamente, sólo la situación real de su precio), ritmo cardíaco en diferentes instantes de nuestra actividad (y tipo de actividad física), precio o valor a pagar por el equipaje de acuerdo con un rango de pesaje en el cual está la maleta.

Recordemos que las actividades propuestas (Barriles y Frecuencia Cardíaca iniciales) se dividieron en cuatro partes:

- Búsqueda de información en Internet: En unas actividades, precios, tipos de productos, conceptos, aplicaciones, en otras, conceptos, aplicaciones, modo de usos-tutoriales, comentarios, etc.
- Procesamiento de la información y realización de las secuencias de actividades.
- Discusión en grupo, redacción, observaciones, sacar conclusiones y reflexionar sobre los impactos económicos, ambientales y de salud.
- Socializar resultados con todo el grupo de compañeros

Además, al tabular los diferentes tipos de información, pudieron hacer comparaciones numéricas, algunas con ayudas de instrumentos tecnológicos, por ejemplo, realizando gráficas (forma de representar las funciones de modo visual). También debieron realizar procedimientos aritméticos para realizar conversiones de unidades de modo y con algunas lecturas, reflexiones y discusiones grupales, pudieron presentar conclusiones desde los impactos ambientales, económicos, como de salud.