Modelo para la Selección de Dimensiones y Patrones de Corte de Materia Prima en una Empresa del Sector Papelero

Daniel Andrés Manrique Yepes - Juan David Zapata Cuellar

Universidad del Valle

Facultad de Ingeniería - Escuela de Ingeniería Industrial

Guadalajara de Buga - 2020

Modelo para la Selección de Dimensiones y Patrones de Corte de Materia Prima en una Empresa del Sector Papelero

Daniel Andrés Manrique Yepes - Juan David Zapata Cuellar

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero Industrial

Director: Mario José Basallo Triana M.Sc

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería - Escuela de Ingeniería Industrial
Guadalajara de Buga - 2020

Nota de aceptación

Evaluación

_____

_____

_____

_____

_____

Jurado

_____

Jurado

Guadalajara de Buga, Junio de 2020

Resumen

En este trabajo se estudia el dimensionamiento de láminas madre de materia prima y la determinación de sus patrones de corte con el objetivo de disminuir los porcentajes de desperdicio. Lo anterior se conoce en la literatura como problema de patrones de corte (CSP). El caso de estudio se desarrolla en una industria del sector papelero, dedicada a la producción de empaques de cartón corrugado, la cual fabrica cuatro tipos de productos: cajas regulares, avisperos, particiones y divisiones. La materia prima que se emplea para fabricar estos productos son láminas rectangulares y por lo tanto, para la fabricación de los productos es necesario cortar estas láminas en piezas más pequeñas. Se proponen heurísticas basadas en el uso de la programación lineal entera mixta y técnicas de clustering para encontrar las dimensiones adecuadas de materia prima y la forma en que estas deben ser cortadas. En términos generales, los resultados evidenciaron una mejora del desperdicio obtenido por la herramienta propuesta con relación al desperdicio que presenta la situación real de la empresa.

Palabras clave: Patrones de corte, clustering, materia prima, desperdicio.

Agradecimientos

Primero que todo, agradecemos a Dios, quien nos ayuda con cada una de nuestras metas, nos da vida, salud y sabiduría para llevar a feliz término proyectos como este. A nuestros padres, Blanca Nasly Yepes Rendón y Daniel Gerardo Manrique Jiménez, Ayda Mery Cuellar Riaño y José Ignacio Zapata Parra, que sin su apoyo, comprensión y amor este proceso no hubiese sido posible.

A los docentes de los diferentes semestres, que nos compartieron su conocimiento y contribuyeron al desarrollo de nuestra vida personal y profesional. De manera especial, agradecemos al profesor Mario José Basallo Triana, nuestro director de trabajo de grado, quien con su compromiso, apoyo y enseñanza nos ayudó en la elaboración del presente trabajo.

Finalmente, a todos nuestros compañeros de carrera, quienes fueron trascendentales en todo este proceso, y que de una u otra manera nos brindaron su ayuda para realizar este trabajo.

Índice general

Nota de aceptación III
Resumen IV
Agradecimientos V
Lista de tablas VIII
Lista de Figuras IX

1. Preliminares **1**

1.1. Introducción 1
1.2. Planteamiento del Problema 2
1.3. Objetivos 5
1.3.1. Objetivo general 5
1.3.2. Objetivos específicos 5
1.4. Alcance y Metodología General 5
1.5. Revisión de Literatura 6

2. Caracterización del Proceso de Corte **10**

2.1. Productos y Maquinaria 10
2.2. Planeación y Programación de la Producción 14
2.3. Reducción de Referencias 17

3. Modelo de Patrones de Corte **20**

3.1. Formulación Matemática 21
3.2. Desarrollo del Modelo 23

4. Heurística para el Dimensionamiento de Láminas Madre 31

4.1. Formulación de la Heurística 32
4.2. Desarrollo de la Heurística 34
4.3. Análisis de Tiempos de Procesamiento 38

5. Resultados 40

5.1. Discusión de Resultados 41
5.2. Análisis de Tiempos de Procesamiento y Análisis de Sensibilidad . . . 44

6. Conclusiones y Recomendaciones 47

Bibliografía 50

A. 52

A.1. Código Ampl del archivo modelo para el caso 36 52
A.2. Código Ampl del archivo datos para el caso 36 53
A.3. Resultados de Ampl para el caso 36 54
A.4. Dimensiones y demanda de productos en el año 2019 55
A.5. Código Ampl del archivo comando para el cluster 17 56

Índice de tablas

2.1. Participación de productos en demanda y ventas para el año 2019 . . 11

2.2. Dimensiones de láminas madre actuales 16

2.3. Sobrantes en láminas madre del año 2019 (por producto) 17

2.4. Desperdicio en refiles del año 2019 (por producto) 17

2.5. Desperdicio del año 2019 (por mes) 18

3.1. Información del caso 36 25

3.2. Resultados del caso 36 27

4.1. Datos del cluster 17 36

4.2. Nuevas dimensiones de láminas madre 37

4.3. Tiempos de ejecución para los clusters 39

5.1. Desperdicio generado en los escenarios por cada caso 42

5.2. Desperdicio total de los casos (en m^2 y \$) 43

5.3. Información del escenario 3 45

A.1. Dimensiones y demanda de productos en el año 2019 55

Índice de figuras

1.1. Metodología general 6

2.1. Productos 11
2.2. Láminas hija de productos 12
2.3. Proceso de corte 13
2.4. Tipos de corte 15

3.1. División de la lámina madre en estantes 22
3.2. Ciclos de patrones de corte 25
3.3. Patrón de corte en las láminas madre de dimensión 1140×1470 mm . 28
3.4. Patrón de corte en la lámina madre de dimensión 630×1900 mm (LM2) 28
3.5. Patrón de corte en las láminas madre de dimensión 1200×1800 mm . 29
3.6. Láminas madre y patrones de corte seleccionados por la empresa . . . 30

4.1. Comportamiento de las dimensiones de láminas hija 32
4.2. Representación gráfica de clusters 35
4.3. Tiempo CPU con relación al número de láminas hija en los clusters . 39

5.1. Tiempos CPU con relación al número de láminas hija en los casos del escenario 3 46
5.2. Análisis de sensibilidad 46

Capítulo 1

Preliminares

1.1. Introducción

En las organizaciones se hace imprescindible la búsqueda de mecanismos que permitan mejorar los procesos, incrementar la eficiencia y obtener mejores resultados para mantenerse en el mercado, incluso ante la aparición constante de nuevos competidores (Zaratiegui, 1999). Empresas que no poseen una capacidad económica robusta, como lo son las pymes y empresas de reciente incursión en el mercado, abordan esto a través de un enfoque de optimización, centrándose en la mejora continua y en maximizar el potencial operativo mediante conocimientos y técnicas de ingeniería (Elizondo, 2005). Un mecanismo utilizado para potenciar las condiciones de operación es la adecuada planeación de la producción, por medio de una correcta gestión de recursos. Así, administrando adecuadamente la materia prima empleada en los procesos productivos, pueden reducirse los costos asociados a desperdicios, manejo de inventario, operación y mejorar la eficiencia.

Entre las empresas que pueden implementar este enfoque se encuentran las del sector manufacturero, pues es en su proceso productivo donde se genera un alto porcentaje del costo del producto final y por lo cual, el mayor objetivo es la optimización en el uso de sus materias primas (Ruvalcaba et al., 2014). Estas empresas afrontan frecuentes dificultades en la planeación de su producción debido a que, en numerosos casos, consiste en el corte de productos a partir de un rollo o una lámina de materia prima, de tal manera que se aproveche el máximo de esta. A este problema en la planeación de la producción se le conoce como problema de patrones de corte (CSP por sus siglas en inglés). El cual es frecuente en este tipo de empresas ya que la materia prima no es aprovechada al máximo para la totalidad de sus productos, generando desperdicios y reprocesos. Estas consecuencias no siempre están asociadas a una deficiente planeación del corte, también debe evaluarse si la materia prima que se emplea es adecuada para las dimensiones de productos que de ella se cortan.

El CSP es un problema de optimización, en el cual se busca maximizar la utilización del inventario de materia prima, mejorar la eficiencia del proceso minimizando el número de cortes, el desperdicio e incrementar la rentabilidad a través de la reducción de costos de producción y costos por inventario (Orejuela et al., 2014). Además, puede representar ganancias significativas no solo en términos económicos si no en una gestión responsable y sostenible en términos ambientales. Según Peña et al. (2017), varios autores como Kantorovich (1960), Gilmore and Gomory (1963), Dyckhoff (1990) han abordado el problema de patrones de corte y lo han catalogado por su complejidad como un problema NP-hard ya que el espacio de búsqueda de la solución puede ser muy grande dependiendo de las condiciones y restricciones que el problema involucre y de las diferentes combinaciones de corte que puedan existir.

El problema de CSP está presente en distintas empresas, tales como: maderera, papelera, textil, metalúrgica, entre otros. En el caso específico de las empresas del sector papelero este problema se presenta como uno de programación de la producción en dos dimensiones, aumentando la complejidad del CSP por las diferentes combinaciones de corte resultantes. De esta manera, es de suma importancia el rol de la planeación del corte, ya que debe buscarse la configuración óptima que permita cumplir con los requerimientos de demanda, minimizar el desperdicio y el número total de materia prima a cortar (Peña et al., 2017). Así, en el presente trabajo se desarrolla una heurística basada en un modelo matemático que permita resolver el CSP y también, definir dimensiones de materia prima, de tal manera que contribuya en disminuir el desperdicio generado por el corte de materia prima en una empresa del sector papelero.

Este documento se ha desarrollado por capítulos. En el capítulo 1 se aborda el tema introductorio del trabajo, como el planteamiento del problema, los objetivos, el alcance y una revisión de literatura. En el capítulo 2 se presenta la caracterización de proceso de producción de la empresa caso de estudio. En el capítulo 3 se relaciona la formulación del modelo matemático que permite definir los patrones de corte y se muestra su uso para una instancia seleccionada. En el capítulo 4 se presenta la formulación de la heurística que permite definir nuevas dimensiones de materia prima y su desarrollo para el caso de estudio. En el capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos, para finalmente concluir en el capítulo 6.

1.2. Planteamiento del Problema

El siguiente caso de estudio se desarrolla en una industria del sector papelero, dedicada a la producción de empaques de cartón corrugado, la cual fabrica cuatro tipos de productos: cajas regulares, avisperos, particiones y divisiones. La materia prima que se emplea para fabricar estos productos son láminas rectangulares, que se denominarán *láminas madre* de ahora en adelante, y por lo tanto, para la fabricación de los productos es necesario cortar estas láminas en piezas más pequeñas. Para las piezas resultantes se empleará el término *láminas hija*, las cuales tienen la misma área que ocupan los productos en el plano. Esta compañía no tiene estandarizados

sus productos sino que estos se fabrican a solicitud del cliente, por lo cual, tienen en su base de datos más de 5 000 referencias. A pesar de tener gran cantidad de referencias, estas son solo variaciones de sus cuatro productos, a los cuales se les modifican sus dimensiones y el tipo de impresión.

Actualmente se presentan dificultades en la planeación de materia prima y su corte, lo cual está ocasionando desperdicios por fuera de la meta establecida. La dificultad en el corte se debe a su complejidad para planificarlo, esta radica en que existen múltiples combinaciones para configurar el corte entre el número de referencias de láminas madre con relación a las cantidades de pedido de los diferentes productos (láminas hija). Esto es a lo que se le denomina configuración de los patrones de corte. Lo anterior da como resultado un gran esfuerzo para la planeación y asignación de materia prima en el proceso de corte debido al número de variables a tener en cuenta. En muchos de los casos no se logra un adecuado aprovechamiento de la lámina madre por la complejidad antes mencionada, dando como resultado residual una parte sobrante de la lámina que no se utilizó en el momento de su corte.

Otro aspecto importante a considerar dentro de la problemática son las dimensiones de las referencias de láminas madre que actualmente la empresa emplea. Algunas de estas no se ajustan adecuadamente para la elaboración de ciertos tipos de productos. Esto es posible afirmarlo ya que, con base en lo expresado por el jefe de producción, existen algunas referencias de materia prima que tienen poca rotación de inventario. Hay ocasiones en que un tipo de lámina madre puede permanecer más de un mes en inventario sin ser utilizada. En otros casos, simplemente, se emplean pocas láminas del total disponible, como por ejemplo: para el mes de septiembre del año 2018, en el cual, de la lámina madre con medidas 1 100×1 700 mm solo se utilizaron 5 láminas de un total de 2 000 que había en inventario. Lo anterior ocasiona que, la empresa con el fin de disminuir los niveles de inventario, emplea láminas madre en la producción que no ofrecen un nivel óptimo de aprovechamiento, generando sobrantes. Por otro lado, esto también se realiza para evitar el deterioro de la materia prima, ya que por sus características físicas y la forma en que se almacena es propensa a sufrir daños que ocasionen su obsolescencia.

En este planteamiento se ha empleado el término *sobrantes* y es importante precisarlo; los sobrantes de materia prima son trozos de cartón que quedan después de la fabricación de productos. Estos son equivalentes a la suma de *refiles* más el *desperdicio*. Los refiles son aquellos sobrantes de materia prima que cumplen con unas dimensiones mínimas que permiten emplearlos para la elaboración de otros productos, evitando que se conviertan en desperdicios. Utilizar refiles ocasiona un aumento en la complejidad de la planeación de materia prima y por ende una generación de costos adicional. Esto debido a que además de tratar de encontrar la lámina madre que ofrece un bajo nivel de desperdicio, también se debe hacer esto con los inventarios de refiles y seleccionar la mejor opción entre las dos alternativas.

Lo anterior aumenta las posibles combinaciones entre materia prima, refiles y patrones de corte, suponiendo un esfuerzo adicional para tratar de incorporar los refiles

al proceso productivo. No solo eso, sino que, como es de común conocimiento, el tener reproceso de materia prima en una organización supone el empleo de recursos adicionales. Por la naturaleza y características particulares de la empresa, no es posible determinar con precisión el costo de los recursos adicionales que se emplean por la existencia de refiles. Pero, con base en la información obtenida del jefe de producción es claro que existen, como por ejemplo, el costo de mantener inventario y la planeación en el corte.

Por el contrario, los desperdicios son aquellos sobrantes de materia prima que no pueden emplearse ni reprocesarse para la elaboración de ningún otro producto y por ende deben desecharse. Esta es la principal preocupación de la empresa, ya que, según lo expresado por sus directivos: "cada vez que no es posible optimizar el uso de la materia prima es dinero que debe tirarse a la basura". Actualmente la empresa tiene un nivel de aprovechamiento de materia prima menor comparado con su meta establecida: El índice de desperdicio no debería ser mayor al 8 % y lo ideal es mantenerlo lo más bajo posible, aunque es frecuente no cumplir con la meta. Tomando un periodo de referencia de un año (2018), el índice de desperdicio[1] de todas la ordenes de producción fue de 19 %, teniendo picos muy altos, como en el mes de enero, que fue de 28 % y picos bajos de 14 %. Como se evidencia en las cifras dadas, en ninguno de los meses se cumplió la meta establecida.

El total de sobrantes estimado en el periodo de referencia fue de 71 198 m^2, ¡lo que equivale aproximadamente a 7 campos de futbol! Esto equivale en pesos colombianos a $142 396 000, de los cuales 42 718 m^2 son refiles con un costo de $85 437 000 y el restante es desperdicio, es decir, 28 479 m^2 equivalentes a $56 958 400. Si se toma como base que el inventario mensual promedio que maneja la empresa es de $ 51 145 400, en un año la empresa está perdiendo por desperdicios lo equivalente a un mes de aprovisionamiento de materia prima. Esta cifra se considerada extremadamente alta, si se tiene en cuenta que la empresa es catalogada como pequeña y es de reciente incursión en el negocio.

Por lo expuesto anteriormente se ve perjudicada la generación de valor para la empresa, por lo cual, es preciso establecer una herramienta que permita contestar la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles podrían ser las dimensiones adecuadas de la materia prima y la correcta configuración de sus patrones de corte que permitan una disminución de su desperdicio?

[1] El índice de sobrantes es medido como el área total de los sobrantes dividida entre el área total de la materia prima empleada.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Diseñar una herramienta que determine las dimensiones adecuadas de la materia prima y defina la configuración de sus patrones de corte, permitiendo una reducción del desperdicio para el departamento de corte de una empresa fabricante de embalajes del sector papelero.

1.3.2. Objetivos específicos

1. Caracterizar el proceso de corte de la materia prima que se emplea para la fabricación de los principales productos de la empresa caso de estudio.

2. Formular un modelo para la selección de las dimensiones adecuadas de materia prima y los patrones de corte de estas.

3. Evaluar el desempeño del modelo propuesto con relación a la generación de desperdicio que presenta la situación actual de la empresa y la que presenta el modelo.

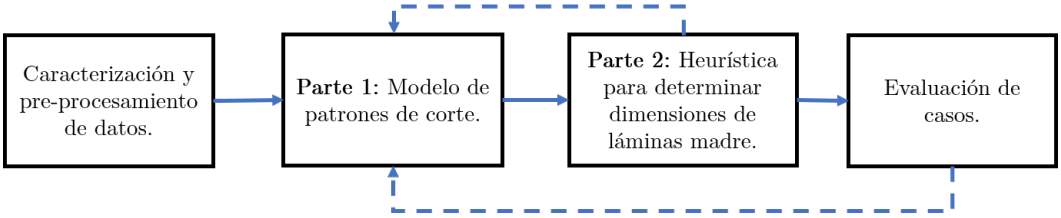
1.4. Alcance y Metodología General

Aunque en el objetivo general se emplea el término *herramienta*, este no necesariamente implica que se desarrollará una versión de usuario de dicha herramienta. Además por cuestiones de eficiencia computacional y complejidad del problema, puede que no sea posible considerar todas referencias de productos en el diseño de la herramienta, por lo cual, en este caso se recurrirá a disminuir la cantidad de productos mediante la aplicación de estrategias adecuadas.

Teniendo en cuenta que la configuración de patrones de corte determina las dimensiones de las láminas madre, se ha divido el problema en dos partes (Figura 1.1): por un lado se tiene la configuración de los patrones de corte y la asignación de materia prima; por el otro, está la selección de las nuevas dimensiones de láminas madre. La primera parte se describe en el capitulo 3, en el cual se desarrolla un modelo matemático de programación lineal que permite determinar o configurar los patrones de corte y seleccionar las láminas madre que menor desperdicio generan. Este modelo es de suma importancia, ya que se emplea en uno de los pasos de la heurística que a continuación se menciona y también, para la validación de los resultados. La segunda parte se describe en el capitulo 4, en el cual se ha desarrollado una heurística para el dimensionamiento de láminas madre. Luego de obtener los resultados de las nuevas dimensiones de láminas madre, se procede a evaluar su efectividad en la disminución del desperdicio junto con el uso del modelo matemático. La validación se realiza analizando 36 casos en los cuales se tiene como materia prima las nuevas dimensiones de láminas madre y la asignación de estas y la configuración de sus patrones de corte se

realiza por medio del modelo matemático propuesto. El desperdicio obtenido en cada caso se compara con el desperdicio real generado en la empresa.

Figura 1.1: Metodología general



Fuente: Elaboración propia

1.5. Revisión de Literatura

El problema de patrones de corte fue formulado por primera vez por Kantorovich y Zalgalleren, según Peña et al. (2017), en el año de 1951, quienes resolvieron el problema por medio de programación lineal. Posteriormente fue abordado por Gilmore and Gomory (1963) quienes propusieron un modelo a partir de los posibles patrones de corte y en el cual emplearon el método de generación de columnas para solucionarlo buscando minimizar el desperdicio generado. Este último es quizás el más conocido en la literatura debido a que, en comparación con el modelo formulado por Kantorovich y Zalgalleren es más flexible, ya que permite adaptarse fácilmente a problemas en varias dimensiones (Mara et al., 2018).

Dada la necesidad de clasificar este problema de acuerdo a ciertos criterios, Dyckhoff (1990) propone un tipología para clasificarlos de acuerdo con su dimensión, tipo de asignación, la variedad de objetos grandes y la variedad de elementos pequeños, donde los objetos son la materia prima a partir de la cual se obtienen los elementos. Debido a cierto tipo de deficiencias que se evidenciaron en esta tipología, en Whascher et al. (2007) se presenta una tiplogía mejorada que se basa parcialmente en la propuesta de Dyckhoff (1990), en donde se establecen los siguientes criterios para definir el tipo de problema:

- Dimensión: puede ser en una, dos o tres dimensiones. Aunque poco frecuente, también se consideran problemas con más de tres dimensiones geométricas.
- Tipo de asignación:
  - Maximización: en el caso en que se deba asignar un conjunto de elementos pequeños a un conjunto de objetos grandes, pero, de estos últimos no hay suficiente cantidad para acomodar todos los elementos pequeños.
  - Minimización: de igual manera, se busca asignar elementos pequeños a objetos grandes, pero, existe cantidad suficiente de objetos grandes para acomodar todos los elementos pequeños.

- Clasificación de elementos pequeños:
  - Idénticos: todos los elementos tiene la misma forma y tamaño.
  - Débilmente heterogéneos: los elementos pueden ser agrupados en pocas clases y dentro de cada una los elementos son iguales en su forma y tamaño.
  - Fuertemente heterogéneos: hay muy pocos elementos que sean iguales en su forma y tamaño.
- Clasificación de objetos grandes:
  - Un objeto: solamente existe un solo objeto grande. En este caso, el objeto puede ser de dimensiones fijas, o variar en una o más dimensiones.
  - Varios objetos: para esta clasificación no es necesario diferenciar si las dimensiones son fijas o variables, se consideran todas fijas. En este caso se clasifican los objetos grandes con base en las categorías expuestas en la clasificación de elementos pequeños.
- Forma de los elementos pequeños: en el caso de problemas bidimensionales y tridimensionales se pueden clasificar entre *regulares* (rectángulos, círculos, cajas, cilindros, bolas, etc.) e *irregulares* (también denominados *no regulares*).

En Peña et al. (2017) se exponen los enfoques utilizados para la resolución de este tipo de problemas, tratando métodos de solución exactos, tales como la programación lineal entre mixta, los cuales proveen una solución óptima solo cuando el tamaño de las instancias a manejar es pequeño (lo cual puede encontrarse alejado de la realidad). Además, mencionan métodos heurísticos en dos enfoques: el primero es una relajación de la programación lineal, modificada para obtener un resultado entero; y el segundo, es la implementación de heurísticos secuenciales para satisfacer una parte de los requerimientos. Por otro lado, exponen los métodos metaheurísticos con los cuales se puede determinar una solución que es, usualmente, mejor que la obtenida con las heurísticas aunque estén guiados por heurísticas de nivel inferior. También presentan un análisis de diferentes artículos y de cómo fue abordada su solución a través de los diferentes enfoques descritos. Así mismo, Delorme et al. (2016) recopilan en su trabajo un conjunto de las formulaciones, modelos matemáticos y algoritmos exactos para abordar los problemas de bin packing (empaquetado) y cutting stock (patrones de corte) en una dimensión.

Wang et al. (2020) y Andrade et al. (2014) mediante un enfoque de método exacto desarrollan y formulan modelos de programación lineal para encontrar una solución a las instancias que proponen. Andrade et al. (2014) por su parte, proponen dos modelos de programación lineal entera mixta; el primero de ellos no considera que los sobrantes pueden ser utilizados como insumo para el corte de otros productos mientras que, el segundo modelo sí considera esta posibilidad. Ambos modelos buscan minimizar el costo de la materia prima y el costo de los sobrantes. Para ilustrar el funciona-

miento y desempeño de los modelos, consideran veinte instancias de pequeña escala, obteniendo que cada uno de los modelos tiene un mejor desempeño para la mitad de las instancias propuestas. Wang et al. (2020) por su parte, proponen una formulación de programación lineal entera, en la cual se busca minimizar el costo de la materia prima y la cantidad de configuraciones de corte. Con el fin de relajar la programación lineal, emplean el método de generación de columnas que involucra un subproblema no lineal el cual es solucionado por medio de una descomposición con tiempo pseudo-polinomial. Se realiza la validación del método evaluando veinte escenarios realistas en una industria del acero, demostrando la efectividad del procedimiento y una alta calidad en sus soluciones.

A partir de las investigaciones adelantadas por Gilmore and Gomory (1963) y Wuttke and Heese (2018) mediante un enfoque heurístico proponen una heurística secuencial para un problema de patrones de corte de una empresa del sector textil. En esta heurística tratan las decisiones relacionadas con la selección de tipos de patrones y la secuenciación del corte por separado. La función objetivo propuesta consiste en disminuir los tiempos de producción, tiempos de montaje y tiempos de reubicación de las cuchillas. El enfoque heurístico consta de tres fases: la primera consiste en encontrar los tipos de patrones de corte que minimizan el tiempo de producción y el tiempo del montaje del eje, la segunda consiste en elegir los patrones de corte específicos y la secuencia de estos para minimizar el tiempo de reubicación de las cuchillas. Por último, la tercera fase consiste en un bucle de retroalimentación en el cual se evalúa, por ejemplo, si al seleccionar menos patrones de corte en la primera fase se obtienen mejores resultados en la segunda fase. Evaluaron el desempeño del método propuesto mediante una comparación del rendimiento computacional, en el cual realizaron el estudio para 100 escenarios diferentes y repitieron el proceso tres veces, dejando entre cada repetición más tiempo de ejecución antes de abortar los cálculos. También, realizan la aplicación en el escenario real, en el cual se comparan los resultados obtenidos por la heurística con las decisiones tomadas en la industria textil.

Por otro lado, Golfeto et al. (2008) mediante un enfoque de método metaheurístico, presentan un modelo matemático y una metaheurística GRASP (procedimiento de búsqueda voraz adaptativa y aleatoria) para resolver el problema de patrones de corte ordenado. Se busca determinar los patrones de corte que minimicen la materia prima usada, su desperdicio y también que se corten en secuencia todos los productos del pedido de un cliente. Implementan la metaheurística, en la que la solución del óptimo local se actualiza en cada iteración, por lo cual utilizan una estrategia de re-enlace (cuál cliente debe ser el siguiente de la secuencia) para intensificar la búsqueda del óptimo. Para evaluar el desempeño este modelo generan 18 tipos de problemas aleatorios combinando distintos parámetros. Los resultados obtenidos están muy cerca de los límites inferiores del CSP clásico, encontrando que el método propuesto genera soluciones de alta calidad, incluso para problemas con un gran número de clientes.

Del mismo modo, Mirhassani and Bashirzadeh (2015) realizan una adaptación de un GRASP para un CSP bidimensional de corte de piezas irregulares, en donde estas deben ser producidas a partir de una hoja rectangular buscando minimizar los desperdicios de material. La estructura de este problema no lo hizo tratable para aplicaciones prácticas, de tal manera que los métodos exactos no pueden resolverlo en un tiempo razonable. Para abordar este caso, representan las formas irregulares a cortar como polígonos en un tablero plano de un ancho fijo y límite superior definido. La función objetivo minimiza la longitud máxima del tablero y las restricciones aseguran que se cumpla la demanda de piezas y que estas no se superpongan entre sí de acuerdo a puntos de referencia definidos para cada objeto. De esa forma, si una pieza está utilizando una parte del tablero otra no podrá utilizar la misma. Seguidamente, construyen la metaheurística GRASP para realizar combinaciones e intercambio de piezas en el tablero con el fin de hallar el óptimo local. El rendimiento del algoritmo se evalúa resolviendo instancias propuestas por diferentes autores, obteniendo que para 9 de 16 instancias se lograron los mejores resultados publicados y para otras, hubo una diferencia en promedio de 2,4 %. Los resultados obtenidos mostraron la capacidad y efectividad de los algoritmos para mejorar la calidad de las soluciones pese a incrementar el tiempo de solución.

En el caso de las empresas del sector papelero en el cual el problema de patrones de corte está presente en el trozado de la materia prima y su mayor consecuencia es el desperdicio de esta, Kallrath et al. (2014) desarrollan técnicas de solución integradas para resolver una variedad de problemas de patrones de corte en el mundo real, desde la perspectiva de la industria del papel. Del mismo modo, en Leao et al. (2017) se presentan diferentes métodos de descomposición para los problemas de tamaño de lote y patrones de corte en las industrias del papel. Proponen diferentes formulaciones matemáticas para abordar el CSP unidimensional desde orientaciones a artículos, al patrón de corte y a las máquinas. Emplean una heurística de redondeo y la combinación de la heurística de generación de columnas junto con la de búsqueda adaptativa. De manera aplicativa en la industria, Acevedo et al. (2003) formulan un modelo para programar la producción de cajas corrugadas teniendo en cuenta el desperdicio generado e implementando simultáneamente un modelo no-lineal y una heurística. En su primera fase, al evaluar las diferentes combinaciones de patrones de corte tipo guillotina en un rollo continuo de ancho definido, se genera un problema complejo de búsqueda exhaustiva debido a la cantidad de variables resultantes. Para solucionar esto, definen una variable binaria de asignación que permite reducir la cantidad de patrones de corte eliminando los repetidos. El modelo resultante proporciona las cantidades que se deben producir garantizando el cumplimiento de pedidos y minimizando los costos por desperdicio. En su segunda fase, se identifica el equipo cuello de botella y se propone la heurística para realizar la programación de los pedidos teniendo en cuenta los tiempos de procesamiento de este equipo y de los demás. Para validar las dos herramientas, los resultados obtenidos se comparan con lo sucedido en la situación real del caso de estudio. El modelo no-lineal permite una reducción del desperdicio y la heurística permite reducir los tiempos de entrega de los pedidos.

Capítulo 2

Caracterización del Proceso de Corte

2.1. Productos y Maquinaria

Como se mencionó anteriormente, la empresa fabrica cuatro tipos de productos, los cuales, ordenados de acuerdo a la complejidad en su producción, son: cajas regulares (CAJA), avisperos (AVIS), divisiones (DIVI) y particiones (PART). Las cajas son cubos de cartón que tienen 4 caras completas y las otras dos caras son formadas a partir de 4 aletas cada una. Los avisperos se componen de trozos de cartón entrelazados en un ángulo de 90 grados, para formar compartimientos dentro de cada caja. Estos trozos se clasifican en dos: partes cortas y partes largas. Las divisiones y particiones son trozos de cartón rectangulares que se usan para generar separaciones internas dentro de cada caja. Las divisiones se emplean para formar niveles dentro de cada caja, mientras que las particiones se emplean para crear separaciones dentro de la caja en caso de que se desee empacar productos diferentes dentro de la misma. En la Figura 2.1 se presentan visualmente los productos y su uso.

Cuando se observan los ingresos por ventas y unidades fabricadas en la Tabla 2.1, las cajas son las que mayor participación tienen. En el caso de unidades fabricadas por año, las cajas representan un 58,6 % con 164 023 cajas fabricadas para el año 2019. De la misma manera, dentro los ingresos por ventas, las cajas tienen un porcentaje de participación del 89,4 % que equivale a $ 375 187 173. Si se analizan las cifras, es claro que las cajas son el producto que más se fabrica y por lo tanto es el producto que mayor desperdicio va a generar. Su alta participación en las ventas se debe a dos aspectos: por un lado, el producto tiene mayores dimensiones y requiere emplear más cantidad de láminas de cartón. Por el otro, su proceso de fabricación es más elaborado y requiere procesos adicionales; como el de impresión y pegue. Por lo anterior que su costo de fabricación es más elevado y por tanto su precio de venta.

Figura 2.1: Productos



Fuente: Tomado de https://www.qubi.es/tienda-material-mudanza/

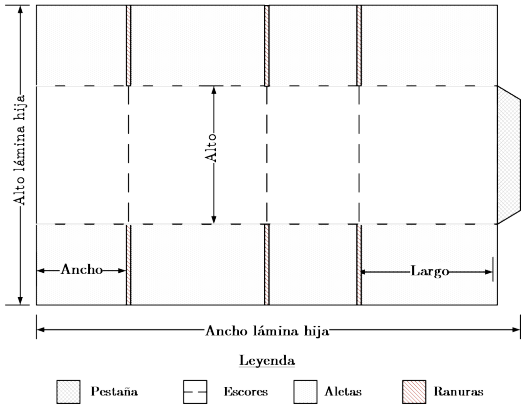
Tabla 2.1: Participación de productos en demanda y ventas para el año 2019

Producto	Demanda (Unidades)	Ventas ($)	Participación en Demanda	Participación en Ventas
AVIS	51 502	29 553 963	18,4 %	7,0 %
CAJA	164 023	375 187 173	**58,6 %**	**89,4 %**
DIVI	48 083	11 753 658	17,2 %	2,8 %
PART	16 287	3 283 704	5,8 %	0,8 %
Total	279 895	419 778 498		

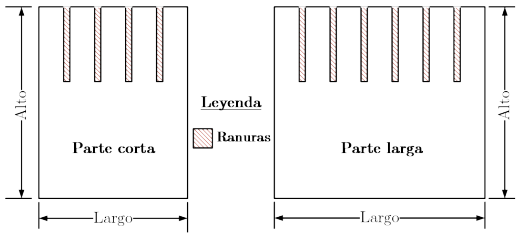
Fuente: Elaboración propia

Si bien las cajas y los avisperos son productos en 3 dimensiones, es necesario desarmarlos en el plano y así obtener sus respectivas plantillas para el corte de las láminas madre. Para esto la empresa cuenta con un sistema que le permite, en el caso de las cajas, introducir el ancho, largo y alto, y obtener la lámina hija de la caja (ver Figura 2.2a). Para los avisperos, se introduce el alto, largo, y el número de espacios requeridos, obteniendo del sistema las dimensiones de la parte larga y la parte corta así como el número de ranuras para entrelazarse (ver Figura 2.2b). Las divisiones y particiones son productos de dos dimensiones únicamente (ver Figura 2.2c).

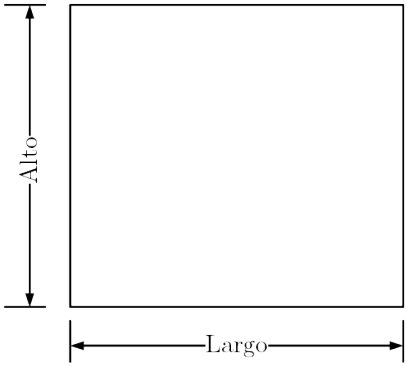
Figura 2.2: Láminas hija de productos



(a) Cajas



(b) Avisperos



(c) Divisiones y/o particiones

Fuente: Elaboración propia

Para la transformación de las láminas madre en los distintos productos, la empresa cuenta con 7 máquinas que se agrupan en 3 tipos diferentes. Estos son:

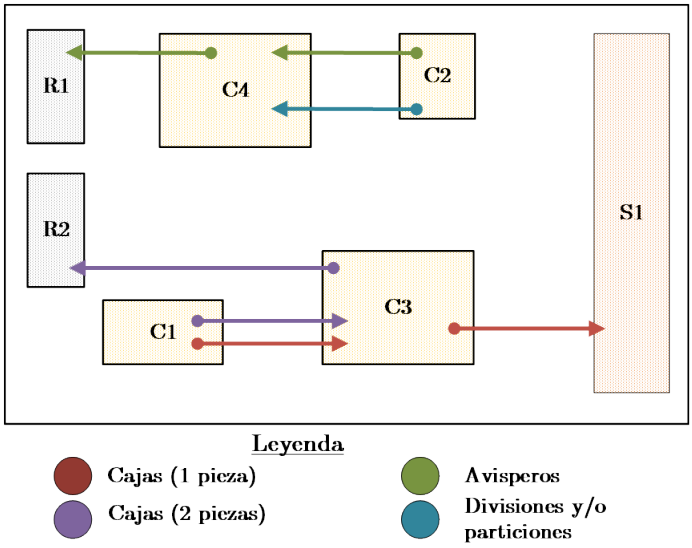
- **Cuchillos refiladores (C):** están compuestos por rodillos giratorios con cuchillas circulares que aprisionan las láminas de cartón y de acuerdo a lo ajustado que se encuentren y el tipo de cuchilla, se realizan cortes o escores[1] al cartón. Son los responsables de cortar las láminas madre y dar como resultado las láminas hija que se emplearán para la elaboración de los productos. Por lo tanto, la elaboración de los diferentes productos siempre inicia en ellos y son los que determinan las dimensiones del producto en el plano. Estas máquinas tienen un patrón de corte continuo en línea recta que atraviesa longitudinalmente la lámina madre, dividiéndola en tiras. Actualmente hay 4 de estas máquinas y dependiendo de sus características están distribuidos para encargarse de la elaboración de algunos tipos de productos. El cuchillo C1 tiene una capacidad

[1]Son guías o dobleces realizados en el cartón al pasarlo por una cuchilla cóncava sin filo. Estos permiten que la caja pueda doblarse para su armado

efectiva para cortar láminas madre de máximo 1,2 metros, el cuchillo C3 de 2 metros, el cuchillo C2 de 1,7 metros y el cuchillo C4 de 2,2 metros.

- **Ranuradoras (R):** están formadas por un eje y seis sierras circulares que giran a grandes velocidades a las cuales se les acerca por un costado las láminas hija y se les realiza un corte recto que retira una parte del cartón, sin llegar hasta el otro extremo. Estos cortes son las ranuras de los avisperos y de las cajas (en dos piezas). Actualmente la empresa tiene dos de estas máquinas, cada una para un tipo de producto. La ranuradora R1 tiene una capacidad efectiva para procesar láminas hija de máximo 1 metro y la ranuradora R2 de 1,8 metros.
- **Sloter (S):** es un ranurador de gran tamaño que consta de cuatro cuchillas rígidas con un funcionamiento tipo mandíbula las cuales cortan un trozo de cartón de la lámina hija y genera las aletas de las cajas (en una pieza). El concepto es el mismo que el de las ranuradoras pero en lugar de realizarse con sierras, se usan cuchillas. Se cuenta solamente con una de estas máquinas, la cual tiene una capacidad para procesar láminas hija de 3,1 metros.

Figura 2.3: Proceso de corte



Fuente: Elaboración propia.

El proceso de corte de las cajas, en el caso de ser en una pieza, inicia en la máquina "cuchillo pequeño" (C1), en donde se realiza el corte y los escores a lo ancho de las láminas madre. Luego, las láminas cortadas se envían al "cuchillo grande-cajas" (C3), que realiza el corte y los escores a lo alto. Finalmente, en el "sloter" (S) se hacen las ranuras para las aletas de la caja y para la pestaña. De fabricar las cajas en dos piezas, se ejecutan los mismos pasos de las máquinas C1 y C3 pero en vez de emplear la máquina S, se utiliza la "ranuradora grande" (R2), la cual realiza el mismo proceso.

A pesar de que los avisperos se componen de dos tipos diferentes de trozos de cartón ambos tienen el mismo proceso; primero, se realiza el corte a lo ancho de las láminas madre en el "cuchillo mediano" (C2) y luego, en el "cuchillo grande-avisperos" (C4) se cortan a lo alto las láminas que han salido de C2 para finalmente pasar a la "ranuradora pequeña" (R1) y en esta realizar las ranuras. Para las divisiones y particiones el proceso de corte es igual al del corte de los trozos de los avisperos, exceptuando que a estas no se les realizan ranuras. De forma gráfica, en la Figura 2.3 se ilustra el proceso de corte.

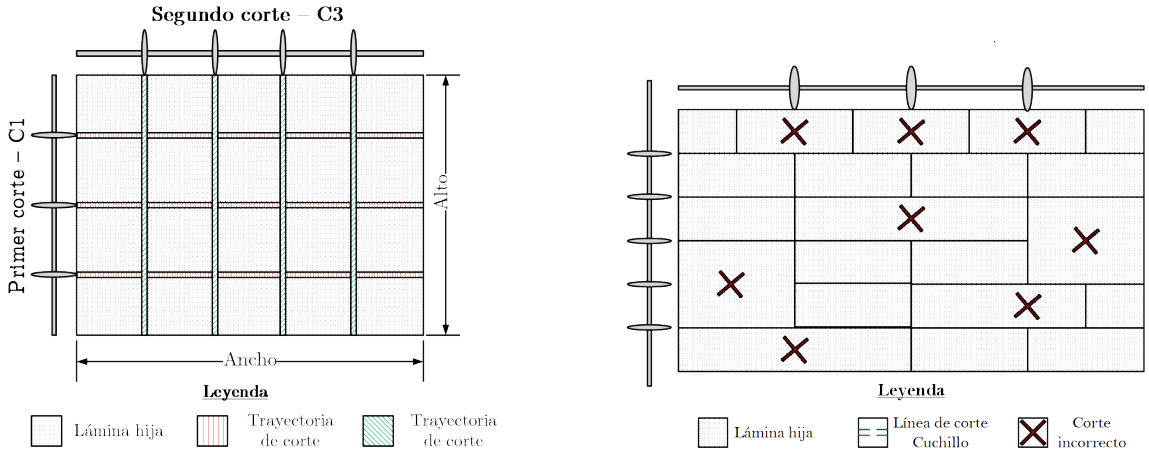
El patrón de corte de las láminas madre debe cumplir ciertas condiciones particulares propias del equipo de corte, en especial los cuchillos, los cuales son los encargados de definir el alto y el ancho de las láminas hija; los cortes deben realizarse longitudinalmente de un extremo a otro de la lámina madre, por lo que esta quedaría dividida en bandas horizontales. Posteriormente las bandas horizontales deben repetir el proceso de corte longitudinal a su alto, dando como resultado las láminas hija con forma rectangular. Lo anterior quiere decir que, no se tiene libertad para acomodar las láminas hija a cortar en cualquier posición dentro de la lámina madre, como se presenta en la Figura 2.4b, pues estas deben posicionarse de tal manera que se ubiquen dentro de la trayectoria de corte de las máquinas, tal como se muestra en la Figura 2.4a. A este tipo de patrón de corte que presenta la empresa se le conoce en la literatura como corte tipo guillotina.

Además, el alto y el ancho de las láminas hija no es intercambiable, es decir que deben mantener su orientación en el proceso de fabricación; el ancho de la lámina madre es al ancho de los productos y lo mismo para el alto. Esto se debe a que las láminas madre tienen en su interior, a lo ancho, una onda fabricada del mismo material cuya función es dotar de resistencia al aplastamiento transversal a la lámina, lo que se denominan *flautas*. Estas para el caso de las cajas, avisperos y particiones siempre deben quedar de forma vertical al cortar los productos. Las divisiones son el único producto en el que el sentido de las flautas no tiene relevancia.

2.2. Planeación y Programación de la Producción

En la empresa, la etapa de planeación se refiere a la evaluación de las diferentes láminas madre que hay en inventario, asignarlas a los pedidos que se deban fabricar en un determinado día y determinar la configuración de los patrones de corte. La otra etapa es la de programar la producción, en ella se establece la secuencia en la cual deben de ser cortados los productos para equilibrar los tiempos entre el área de corte y las otras áreas de la empresa, como impresión, pegue y armado. Todo esto con el fin de cumplir con la demanda del cliente y entregar el pedido dentro de los plazos establecidos. Como la principal dimensión competitiva de la empresa es su flexibilidad, el cliente siempre espera tiempos de respuesta muy cortos. Incluso, hay días en los cuales se tiene una programación de producción ejecutándose y esta debe ser modificada porque se requiere adelantar la producción de una referencia de producto ya que el cliente la demanda para el mismo día.

Figura 2.4: Tipos de corte



(a) Corte correcto (tipo guillotina) (b) Corte incorrecto (tipo no guillotina)

Fuente: Elaboración propia

Para la elaboración de los productos se inicia con la solicitud del cliente, en la cual se establece el tipo de producto, las dimensiones y la cantidad requerida. Con base en esta información el jefe de producción inicia la etapa de planeación: revisa el inventario de materia prima y de refiles, buscando seleccionar la lámina que mejor se acomoda al producto y menor desperdicio produce; selecciona la cantidad de láminas madre a usar y luego realiza la programación. Es de resaltar que, al momento de asignar las cantidades de materia prima siempre se corta un porcentaje adicional de láminas hija, con el fin de evitar faltantes causados por defectos que se puedan presentar dentro del proceso de producción.

Actualmente la planeación y programación se lleva a cabo en un archivo Excel (poco automatizado) en donde se busca que de la lámina madre seleccionada se fabriquen un número exacto del mismo tipo producto, de forma que, la configuración de los patrones de corte genere el menor desperdicio posible. Es decir, no es común que se realice una combinación de diferentes productos a cortar dentro de una misma lámina madre. Lo que siempre se busca es cortar cantidades exactas de la misma referencia en el mismo tipo de lámina madre. Debido al modo en que la empresa establece los patrones de corte, se dificulta su configuración en la lámina madre de tal manera que se maximice el uso de esta. Esta es una labor que se realiza de forma manual y está al criterio del jefe de producción definir cómo configurar los cortes y qué tipo de lámina madre seleccionar. La empresa cuenta con 16 tipos diferentes de láminas madre. En la Tabla 2.2 se presentan las dimensiones que tienen.

Al momento de planear la producción de las cajas se debe tener en cuenta la tolerancia permitida por el cliente, pues esto ocasiona una variación en el alto y ancho del área ocupada por cada caja, aspecto que genera una ventaja al momento

Tabla 2.2: Dimensiones de láminas madre actuales

N° Lámina	Alto (mm)	Ancho (mm)
1	680	1 050
2	940	1 200
3	900	1 320
4	980	1 400
5	1 100	1 400
6	1 140	1 470
7	635	1 550
8	1 185	1 550
9	980	1 660
10	740	1 690
11	650	1 700
12	1 100	1 700
13	700	1 800
14	1 200	1 800
15	630	1 900
16	1 185	1 900

Fuente: Elaboración propia

de planificar el corte de estas. Se permite una variación de ± 3 mm en cada una de las medidas internas de las cajas (alto, ancho y largo) lo que determina una variación total permitida a lo alto de ± 6 mm y a lo ancho es de ± 12 mm del área de cada lámina hija. Esta ventaja es útil para seleccionar la materia prima a emplear, reducir el desperdicio, entre otros. Por ejemplo, si se tiene una lámina madre con dimensiones 980×1 400 mm y una referencia de caja que tiene un área de lámina hija de 496×712 mm, claramente se evidencia que solo se podría cortar una caja de la lámina madre. Pero, si se hace uso de la variación permitida, es posible reducir el área de la lámina hija de esta caja a 490×700 mm y obtener de la lámina madre 4 cajas, en vez de una. Un elemento de las cajas que también permite reducir el ancho que ocupa su lámina hija es la pestaña, pues en algunas ocasiones puede ser reducida hasta en 5 mm. Usualmente la pestaña es de 35 mm, quedando en 30 mm. Por lo anterior, en total el ancho de la lámina hija de la caja puede variar en ± 17 mm.

En la Tabla 2.3 y Tabla 2.4 se muestran los sobrantes y desperdicios para el año 2019, respectivamente. La Tabla 2.4 relaciona los sobrantes generados de las láminas madre para cada tipo de producto. Como antes se mencionó, no todos los sobrantes equivalen a desperdicio, sino que algunos pueden ser aprovechados como refiles. Por eso, la Tabla 2.4 relaciona los desperdicios generados a partir del uso de los refiles que fueron aprovechados. Para determinar el desperdicio total en el año 2019, basta con restar del total de sobrantes (31 102 m^2) el total de cartón aprovechado por refiles (17 481 m^2), obteniendo 13 621 m^2 que equivalen a $ 15 446 237. De esta manera, poco menos de la mitad del total de sobrantes se convierten en desperdicio.

Tabla 2.3: Sobrantes en láminas madre del año 2019 (por producto)

Producto	Cartón Empleado (m^2)	Cartón Aprovechado (m^2)	Sobrantes (m^2)	% Sobrantes	Sobrantes ($)
AVIS	5 987	5 730	257	4,3 %	291438
CAJA	152 334	121 591	30 743	20,2 %	34 862 585
DIVI	2 088	2 038	50	2,4 %	56 700
PART	1 358	1 306	52	3,8 %	58 968
Total general	161 767	130 665	**31 102**		**35 269 691**

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2.4: Desperdicio en refiles del año 2019 (por producto)

Producto	Cartón Empleado (m^2)	Cartón Aprovechado (m^2)	Cartón Aprovechado ($)	Desperdicio (m^2)	% Desperdicio	Desperdicio ($)
AVIS	7 457	6 462	7 327 908	995	13,3 %	1 128 330
CAJA	8 052	7 373	8 360 982	679	8,4 %	769 986
DIVI	4 032	3 451	3 913 434	581	14,4 %	658 854
PART	250	195	221 130	55	22,0 %	62 370
Total general	19 791	**17 481**	**19 823 454**	2 310		**2 619 540**

Fuente: Elaboración propia

Con base en la Tabla 2.3 se puede observar que casi todos los sobrantes son generados por el producto de CAJA. Así, directamente se puede asociar que el desperdicio para el año 2019 está generado casi en su totalidad por este producto, mientras que la suma de metros cuadrados de sobrantes generados por los productos AVIS, DIVI y PART da como resultado 359, para el caso del producto CAJA se obtienen 30 743 m^2. A continuación, en la Tabla 2.5 se detallan los desperdicios generados por mes para el año 2019. Como se puede notar, para la mitad de los meses no se logró cumplir con la meta establecida por la empresa y para dos de ellos, julio y noviembre, su desperdicio superó el promedio mensual.

2.3. Reducción de Referencias

Como se ha podido evidenciar, las cajas (CAJA) son el producto principal dentro de la organización tanto en términos de unidades fabricadas por año, porcentajes de desperdicio y ventas. Es por esto y por la limitación en el alcance de este trabajo que las cajas van a ser el producto seleccionado para disminuir su desperdicio. Los demás productos no son representativos para la empresa y no se justificaría el desarrollo de una herramienta para disminuir su desperdicio cuando este es mínimo.

Tabla 2.5: Desperdicio del año 2019 (por mes)

Mes	Cartón Empleado (m^2)	Cartón Aprovechado (m^2)	Desperdicio (m^2)	% Desperdicio	Desperdicio ($)
Enero	17 260	15 589	1 671	9,7 %	1 894 914
Febrero	15 091	13 580	1 511	10,0 %	1 713 474
Marzo	14 948	13 846	1 102	7,4 %	1 249 668
Abril	11 977	10 936	1 041	8,7 %	1 180 494
Mayo	14 707	13 677	1 030	7,0 %	1 168 020
Junio	13 010	12 097	913	7,0 %	1 035 342
Julio	17 290	15 461	1 829	10,6 %	2 074 086
Agosto	7 585	7 381	204	2,7 %	231 336
Septiembre	12 613	11 379	1 234	9,8 %	1 399 356
Octubre	10 661	10 058	603	5,7 %	683 802
Noviembre	12 431	10 377	2 054	16,5 %	2 329 259
Diciembre	14 194	13 765	429	3,0 %	486 486
Total	161 767	148 196	13 621		15 446 237

Fuente: Elaboración propia

Ahora surge el interrogante sobre, si al disminuir el porcentaje de desperdicio de las cajas (que está relacionado con los refiles empleados para la fabricación de los otros productos), se aumentará el desperdicio de los otros productos. La respuesta a lo anterior es que, no se cree que el impacto fuese negativo en este aspecto. Esta afirmación también es compartida por el jefe de producción de la empresa, además, con base en la Tabla 2.3 se puede observar que los porcentajes de sobrantes para los demás productos es mínimo, no superando el 4 %. La razón se debe a que las dimensiones de los avisperos, divisiones y particiones son muy pequeñas comparadas con las de las cajas y por ese motivo la configuración para el corte de ellos puede realizarse con cualquier alternativa de lámina madre.

La empresa tiene registradas en total 7 889 referencias de productos de las cuales 2 525 son referencias de partes internas (avisperos, divisiones y particiones) y el restante, 5 364 son cajas regulares, que serían las referencias con las cuales se trabajaría para el desarrollo de las herramientas. Pero, como el problema de la empresa es considerado NP-Hard y si se tiene en cuenta el número de referencias a trabajar sería muy complejo poder resolverlo por medio de un método exacto. Es por esto que se pone en práctica estrategias que permitan reducir este número de referencias y que así el problema sea menos complejo de resolver.

Todas las referencias que la empresa tiene creadas se han ido registrando a través de sus aproximados 10 años de operación y muchas de ellas están obsoletas y el cliente no las suele demandar. Además, antes del 2018 la empresa tenía convenio con otra

organización dedicada también a la fabricación de embalajes de cartón corrugado a la cual se le prestaba un servicio de maquila, esas referencias también están registradas en esta base de datos. Por otro lado, en el año 2017 la empresa tuvo una crisis con sus principales clientes, con lo cual fue perdiendo entre los años 2017 y 2018 más del 50 % de las ventas que tenía establecidas con ellos. Es por esto que se optó por tomar en cuenta para el desarrollo de este trabajo solo las referencias demandas en el año 2018 y 2019, ya que todo el historial de 2018 hacia atrás son datos para unas condiciones que ya no están dadas actualmente en la empresa, e incluir toda esta información sesgaría los resultados.

Así, se tiene que para estos dos años el total es de 850 referencias de las cuales, todas fueron demandadas en el año 2019. Aunque se toman las referencias demandadas entre estos dos años el periodo en el cual se desarrollarán los objetivos dos y tres será para el año 2019, ya que este es el periodo en el que la nueva demanda podría haberse estabilizado. Varias de estas 850 referencias son cajas de iguales medidas, solo que su impresión varía por lo cual se consideran como referencias diferentes. Pero como el desarrollo del presente trabajo se basa en determinar cuáles podrían ser las dimensiones adecuadas de la materia prima y la correcta configuración de sus patrones de corte, se trabajará diferenciando las referencias solo por sus dimensiones y no por otra característica. Es así como se considerarán solo 712 referencias de cajas diferentes.

A su vez y si se tiene en cuenta la tolerancia permisible por el cliente de ± 3 mm, estas 712 referencias pueden ser agrupadas dentro de escalas, que al alto se agrupan en intervalos de ± 6 mm y al ancho de ± 12 mm. Por ejemplo, si se tienen 3 láminas hija con dimensiones de 656×1 712, 644×1 688 y 650×1 700 mm entonces se podrían modificar las medidas internas de la caja en ± 3 mm y agrupar estas tres láminas hija en una escala de 650×1 700 mm. En este ejemplo no se considerarían 3 láminas hija de diferentes referencias, sino que se considerarían 3 láminas hija de una sola referencia. Para seleccionar la mejor escala se definieron todas las escalas posibles y se seleccionó la que agrupaba más referencias y reducía su número considerablemente. Lo anterior redujo significativamente el número total de referencias diferentes, llegando a solo 325 tipos diferentes. Con este número de referencias se determinarán las dimensiones adecuadas de láminas madre. La demanda total para los 325 tipos diferentes de referencias en el año 2019 es de 164 023 unidades, lo que supondrá una dificultad para el manejo de esta cantidad de productos en el desarrollo de la herramienta para determinar las nuevas dimensiones de láminas madre. Más adelante se desarrollan otras estrategias que permitan un mejor manejo (práctico) de todos estos datos.

Capítulo 3

Modelo de Patrones de Corte

Parte de la situación problemática se encuentra enmarcada en la forma de cortar las láminas madre, pues, de nada sirve tener una materia prima que se adapta adecuadamente a las dimensiones de los productos demandados si, al momento de seleccionarla y cortarla no se realiza de forma adecuada para que se disminuya su desperdicio.

Con base en la tipoligía propuesta por Whascher et al. (2007), el problema de la empresa se caracteriza por:

- Dimensión: se presenta en dos dimensiones, en el cual se debe tener en cuenta el alto y ancho de las láminas hija y madre.
- Tipo de asignación: busca minimizar el valor de entrada debido a que se intenta obtener el menor desperdicio de las láminas madre.
- Clasificación de elementos pequeños: las láminas hija pueden se consideradas como fuertemente heterogéneas.
- Clasificación de objetos grandes: debido a que hay más de un tipo de lámina madre, se consideran *varios objetos grandes*. Dentro de esta categoría, se clasifican como débilmente heterogéneos.
- Forma de elementos pequeños: las láminas hija son rectángulos de cartón, así que son elementos regulares.

En este capítulo se presenta la formulación matemática que modela el problema de patrones de corte tipo guillotina en dos dimensiones que se presenta en la empresa, el cual es un modelo matemático de programación lineal entera mixta (PLEM). También, se presenta el desarrollo de este modelo para un caso seleccionado y sus resultados.

3.1. Formulación Matemática

El modelo que a continuación se presenta se basa en la formulación matemática *M1* realizada por Andrade et al. (2014), en el cual, por simplicidad, no se consideran que los sobrantes pueden ser utilizados como materia prima, sino que estos se convierten en desperdicio. La idea con este modelo es minimizar el desperdicio y que no se generen refiles que incrementen los costos de inventario y demás actividades de planeación que estos conllevan.

Considerando que se tienen M láminas madre en inventario, cada lámina madre l cuenta con un alto H_l y ancho W_l, todas disponibles para el corte de láminas hija. De la misma manera, se tienen P productos a fabricar, cada producto i cuenta con un alto h_i y un ancho w_i, de los cuales hay m tipos de productos diferentes (altos y anchos diferentes). En este caso, el patrón de corte es tipo guillotina y, los anchos de las láminas madre y los productos deben ser paralelos, ya que el sentido de las flautas del cartón no es intercambiable para las cajas. Por lo tanto, no es posible rotar los productos dentro de las láminas madre.

El modelo que propone Andrade et al. (2014) se basa en un concepto de estantes, en el cual, se asumen que los altos de las láminas hijas se ordena de mayor a menor, es decir, $h_1 \geq h_2 \geq ... \geq h_P$ y también, que el grosor de las cuchillas de corte es despreciable. Un estante se refiere a una tira de ancho W_l y altura h_i igual a la del elemento más alto dentro de ese estante. Todos los productos ubicados dentro de ese estante tienen su parte inferior al mismo nivel que la del estante y la altura del estante define el piso de la tira subsiguiente. En la Figura 3.1 se ejemplifica el concepto de estantes, en la cual hay una lámina madre y 9 láminas hija. Las láminas hija que definen estantes son: 1, 4 y 6. Se debe tener en cuenta que, el número de cada estante se define como el número del primer producto ubicado dentro de él, por lo cual es correcto afirmar que: los productos 1, 2, 3, y 5 están en el estante 1; los productos 4 y 7 están en el estante 4; y los productos 6, 8 y 9 pertenecen al estante 6.

La respuesta a este modelo dará como resultado las láminas madres que deben ser utilizadas para la fabricación de los productos y también, determina los patrones de corte para cada lámina madre. Es decir, el modelo indica cómo y cuáles productos deben ser cortados de cada lámina madre seleccionada para optimizar su uso. La formulación del modelo se presenta a continuación:

Conjuntos:

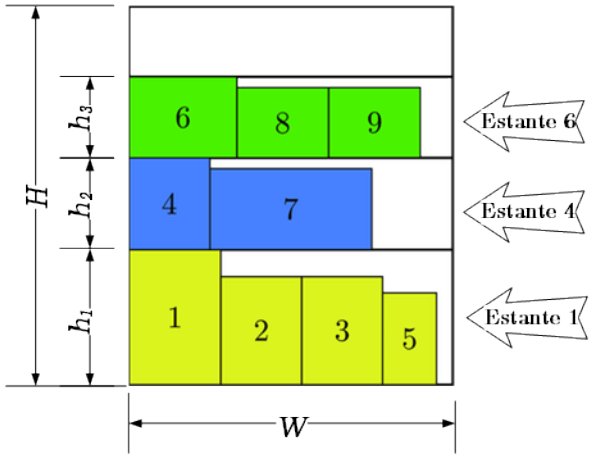
$M = \{1..n\}$ Número de láminas madre.
$P = \{1..n\}$ Número de láminas hija (productos).

Parámetros:

W_l: Ancho de la lámina madre l.
H_l: Alto de la lámina madre l.

w_i: Ancho de la lámina hija i.
h_i: Alto de la lámina hija i.
m: Tipos de productos diferentes.
$\alpha_j = \{0..m\}$: último índice de cada tipo de producto.

Figura 3.1: División de la lámina madre en estantes



Fuente: Adaptado de Andrade et al. (2014)

Variables:

$$u_l = \begin{cases} 1, \text{ si la lámina } l \text{ es usada.} \\ 0, \text{ de lo contrario.} \end{cases}$$

$$x_{ikl} = \begin{cases} 1, \text{ si el producto } i \text{ se corta de la tira } k, \text{ en la lámina } l. \\ 0, \text{ de lo contrario.} \end{cases}$$

Función objetivo:

$$\text{mín} \sum_{l=1}^{M} W_l \times H_l \times u_l - \sum_{i=1}^{P} w_i \times h_i \tag{3.1}$$

Restricciones:

$$\sum_{k=1}^{P} h_k \times x_{kkl} \leq H_l \times u_l \qquad \forall\ l \in M \tag{3.2}$$

$$\sum_{i=k+1}^{P} w_i \times x_{ikl} \leq (W_l - w_k) \times x_{kkl} \qquad \forall\ l \in M; \forall\ k \in P \tag{3.3}$$

$$\sum_{l=1}^{M}\sum_{k=1}^{i} x_{ikl} = 1 \qquad \forall\ i \in P \tag{3.4}$$

$$\sum_{l=1}^{M} x_{k+1,k+1,l} \leq \sum_{l=1}^{M} x_{kkl} \qquad \forall\ j \in m; \forall\ k \in \{\alpha_{j-1}+1, \alpha_j - 1\} \tag{3.5}$$

$$\sum_{l=1}^{M}\sum_{i=k+2}^{\alpha_j} x_{i,k+1,l} \leq \sum_{l=1}^{M}\sum_{i=k+1}^{\alpha_j} x_{ikl} \qquad \forall\ j \in m; \forall\ k \in \{\alpha_{j-1}+1, \alpha_j - 1\} \tag{3.6}$$

La función objetivo 3.1 minimiza el desperdicio total generado, sumando las áreas de las láminas madre usadas y restando la suma de las áreas de las láminas hija.

Las restricción 3.2 asegura que, la suma del alto de los estantes no supere el alto de la lámina madre y también que, los estantes que se abren solo se atribuyan a las láminas madre usadas. La restricción 3.3 garantiza que, la suma de los anchos de las láminas hija asignadas al estante k no superen el ancho de la lámina madre y por otro lado, que solo sean asignadas láminas hija a los estantes abiertos. La restricción 3.4 garantiza que la demanda de cada producto se satisfaga.

En el caso de las restricciones 3.5 y 3.6 son consideradas restricciones redundantes que rompen con la simetría relacionada a los productos idénticos. Se asume que los productos idénticos deben estar numerados consecutivamente. El parámetro α_0 es equivalente a 0 y los demás α_j deben ser iguales al último índice de cada tipo de producto diferente. Así, los índices i de los productos del tipo j varían desde $\alpha_{j-1}+1$ hasta α_j. La restricción 3.5 garantiza que un producto que no es el primero de su tipo puede abrir un estante solo si el producto anterior (del mismo tipo) también abre un estante. Y finalmente, la restricción 3.6 asegura que si dos productos consecutivos k y $k+1$ del tipo j abren un estante, el número de productos del tipo j en el estante $k+1$ debe ser menor o igual que el número de elementos de tipo j en el estante k (Andrade et al., 2014).

3.2. Desarrollo del Modelo

A continuación, a manera de ejemplo, se presenta el desarrollo del modelo anterior para uno de los casos que en el Capítulo 5 se construirán para validar el modelo y la heurística propuestos. El caso seleccionado es el número 36 (escenario 2) y se escoge debido a que es uno de los de menor cantidad de demanda y tipos de producto lo que facilita ilustrar gráficamente los resultados. Este caso corresponde a los pedidos que la empresa planeó y programó para el día 6 de agosto de 2019.

Pudo evidenciarse durante la ejecución del modelo que es imposible resolverlo en un tiempo razonable considerando el número total de láminas madre disponibles en ese instante, así como el número total de láminas hija. La empresa por día maneja un inventario promedio de cada tipo de lámina madre por el orden de los cientos y así mismo, en promedio por día debe planear la producción de cientos de cajas. Esto ocasiona que el número de variables en el modelo sea considerablemente muy alto para resolver la instancia. Como se menciona en Andrade et al. (2014), cuando las instancias a resolver combinan gran cantidad objetos y productos, se vuelven complejas de resolver debido al número de variables binarias y por eso, esta observación crea la necesidad de desarrollar un método heurístico para obtener los patrones de corte.

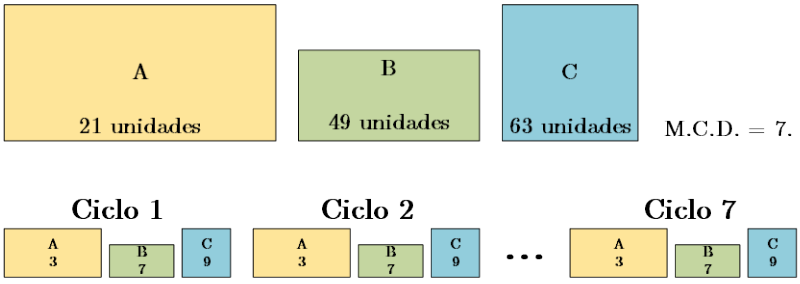
Analizando esta situación, puede determinarse que no es necesario cada vez que se ejecute el modelo incluir el número total de láminas madre disponibles en inventario. Esto es debido a que nunca se va a utilizar en un día el total del inventario, basta con incluir una cantidad de cada tipo de lámina que asegure su disponibilidad de acuerdo al número de productos a cortar. De igual manera, es posible reducir, en términos prácticos, el número de láminas hija a considerar a través de un procedimiento heurístico. Para esto, Daniel and Bulfin (1998) introducen el uso de un factor para dividir la demanda de varios items en cantidades más pequeñas y evitar tener que trabajar con las demandas reales. De esta manera logran reducir la demanda real en una proporcional. Ejecutan el modelo para esta demanda, que sería el primer ciclo, y luego, este ciclo se repite tantas veces de acuerdo al factor seleccionado para completar el total de la demanda original.

Para el presente caso de estudio, una forma de reducir el número de láminas hijas a cortar es utilizando el máximo común divisor (M.C.D.) de las demandas. La idea es dividir la demanda en una cantidad proporcional con el fin de obtener la secuencia de cortes mínima. Posteriormente se puede repetir este ciclo de corte tantas veces como lo indique el M.C.D. Esto se describe mejor con el ejemplo que se ilustra en la Figura 3.2. Se tienen 3 productos a cortar; A, B y C, con demandas de 21, 49 y 63 unidades, respectivamente. Se determina el M.C.D. de estas demandas igual a 7, se divide cada una de las demandas en este valor, por lo que las demandas para el primer ciclo quedarían como: 3, 7, y 9 de cada producto, respectivamente. Así, ejecutando el modelo de patrones de corte para estas demandas se planea el primer ciclo de patrones de corte. El resultado obtenido se repite 7 veces para dar cumplimiento a la demanda. Es necesario notar que esto es un procedimiento heurístico que ayuda a reducir la carga computacional, pero, de igual manera, no permite que se modele la situación real con exactitud.

En la Tabla 3.1 se presenta la información que constituye el caso 36. Para ese día, el 6 de agosto de 2019, la empresa planeó y programó 3 referencias de cajas: C1, C2 y C3, con una demanda de 139, 104 y 59 unidades, respectivamente. También se muestran las dimensiones de la lámina hija de cada referencia de caja. Como se puede observar, el M.C.D. para la demanda original es 1, por lo cual no es de gran ayuda para disminuir el número de variables. Para evitar esto, las demandas se ajustan al múltiplo

de 10 más cercano por exceso. De esta manera, el valor mínimo que puede tomar el M.C.D. es de 10, lo que va a reducir significativamente el número de productos a cortar para el primer ciclo. Así, en vez de planear la demanda original (139, 104 y 59 unidades, respectivamente), se ejecuta el modelo para la demanda proporcional (14, 11 y 6 unidades, respectivamente) que constituye el primer ciclo y luego, las láminas madre y los patrones de corte seleccionados por el modelo para este primer ciclo se repiten 10 veces como lo indica el M.C.D.

Figura 3.2: Ciclos de patrones de corte



Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.1: Información del caso 36

Referencia	h_i (mm)	w_i (mm)	Demanda original (und)	Demanda ajustada (und)	Unidades mínimas de demanda
C1	537	1 789	139	140	14
C2	620	1 733	104	110	11
C3	522	1 441	59	60	6
M.C.D.			1	10	

Fuente: Elaboración propia

Las unidades adicionales que se producen de cada referencia por el ajuste al múltiplo de 10 no tienen una implicación negativa. Por el contrario, en caso de que haya productos defectuosos dentro del proceso de fabricación, con estas unidades se asegura el cumplimiento de la demanda. Además, si se recuerda, en la Sección 2.2 se comentó que cada vez que la empresa va a planear la producción de cajas corta un porcentaje de láminas hija adicional para prevenir faltantes por estos defectos. El ajuste que se realiza a las demandas originales del caso 36 también se efectúa para los otros casos que más adelante se evaluarán. A pesar de lo explicado anteriormente, cuando se presente en los resultados el desperdicio obtenido por el modelo, en este está incluido como desperdicio las láminas hija adicionales generadas por ajuste de la demanda.

El modelo propuesto se escribe en un lenguaje de programación Ampl, se ejecuta en este mismo software (licenciado) y se resuelve empleando el solucionador Gurobi. Para ejecutar el modelo se deben construir dos archivos: el primero es un archivo que contiene el código del modelo y el segundo, es un archivo que contiene los datos del caso y los comandos. El modelo se resolvió en un computador con procesador Intel(R) Core(TM) i7-8550U CPU @ 4,0 GHz, 8 Gigabytes de RAM y sistema operativo Windows 10 Home. En el Anexo A.1, Anexo A.2 y Anexo A.3 se encuentran, respectivamente, el código del archivo modelo, los datos y los resultados entregados por el solucionador.

Para incluir la tolerancia permisible de los clientes de ± 3 mm, al momento de crear el archivo de datos se tiene en cuenta esta tolerancia y a las medidas que se registran para el alto h_i y ancho w_i se les resta el valor equivalente a esta tolerancia. Es por eso que cuando se observan las medidas en el Anexo A.2, sus valores son menores con relación a las medidas originales de los productos. Hacer esto evita incluir dentro del modelo más restricciones que aumenten su complejidad para ejecutarlo y de esta forma se garantiza que el modelo no vaya a excluir una lámina madre adecuada. Lo mismo se realiza para todos los casos que se evaluarán en el Capitulo 5.

En la Tabla 3.2 se pueden observar los resultados obtenidos por el modelo para este caso. El modelo ha seleccionado 16 láminas madre, que pertenecen a 3 tipos distintos: 12 láminas madre con dimensiones 1 200×1 800 mm, 1 lámina madre con dimensiones 630×1 900 mm y 3 láminas madre con dimensiones 1 140×1 470 mm. Las láminas madre con dimensión 1 140×1 470 mm han sido seleccionadas para cortar de ellas la referencia C3, obteniendo 2 láminas hijas por cada lámina madre, como se puede observar en la Figura 3.3. Para las dos referencias restantes (C1 y C2), el modelo ha elegido las otras dos dimensiones de láminas madre. Para la lámina madre con dimensiones 1 200×1 800 mm los patrones de corte seleccionados (Figura 3.5) son: 10 laminas de las cuales se obtiene por cada lámina madre 1 lámina hija de la referencia C1 y 1 lámina hija de la referencia C2; para las 2 láminas madre restantes se obtiene por cada una 2 láminas hija de la referencia C1. La lámina madre con dimensiones 630×1 900 mm el modelo la ha seleccionado para cortar 1 lámina hija de la referencia C2, como se evidencia en la Figura 3.4. Los productos en color azul son de la referencia C3, en color verde los de la referencia C2, en color rojo la referencia C1 y lo demás es desperdicio y/o sobrantes. El desperdicio generado fue de 2,97 m^2 que, al sumarle las láminas hija adicionales y al multiplicarse por 10, ya que este primer ciclo de patrones de corte deben ser repetido 10 veces como el M.C.D. lo indica, se obtiene un total de 37,7 m^2 que equivalen a un porcentaje de desperdicio del **11,7 %**.

En la Figura 3.6 se muestran los patrones de corte y las láminas madre que la empresa seleccionó para la planeación de ese día (caso 36, 6 de agosto de 2019). Solo se muestra en estas figuras el ejemplo de una lámina madre por cada una de las tres referencias de cajas. Para la referencia C3 (Figura 3.6a) la empresa seleccionó 30 láminas madre con dimensiones de 1 140×1 470 mm. La selección de este tipo lámina madre y el patrón de corte para la referencia C3 fue igual al obtenido por el modelo. Para las otras dos referencias (C1 y C2) la empresa seleccionó, igual que el modelo,

Tabla 3.2: Resultados del caso 36

Referencia de caja	Producto	Dimensiones de láminas hija (mm)		Lámina madre seleccionada	Dimensiones de lámina madre seleccionada (mm)	
		h_i	w_i		H_l	W_l
C1	1	614	1 716	LM1	1 200	1 800
	2	614	1 716	LM2	630	1 900
	3	614	1 716	LM3	1 200	1 800
	4	614	1 716	LM4	1 200	1 800
	5	614	1 716	LM5	1 200	1 800
	6	614	1 716	LM6	1 200	1 800
	7	614	1 716	LM7	1 200	1 800
	8	614	1 716	LM8	1 200	1 800
	9	614	1 716	LM9	1 200	1 800
	10	614	1 716	LM10	1 200	1 800
	11	614	1 716	LM11	1 200	1 800
C2	12	531	1 772	LM8	1 200	1 800
	13	531	1 772	LM7	1 200	1 800
	14	531	1 772	LM12	1 200	1 800
	15	531	1 772	LM10	1 200	1 800
	16	531	1 772	LM9	1 200	1 800
	17	531	1 772	LM13	1 200	1 800
	18	531	1 772	LM3	1 200	1 800
	19	531	1 772	LM5	1 200	1 800
	20	531	1 772	LM4	1 200	1 800
	21	531	1 772	LM12	1 200	1 800
	22	531	1 772	LM11	1 200	1 800
	23	531	1 772	LM6	1 200	1 800
	24	531	1 772	LM1	1 200	1 800
	25	531	1 772	LM13	1 200	1 800
C3	26	516	1 424	LM14	1 140	1 470
	27	516	1 424	LM14	1 140	1 470
	28	516	1 424	LM15	1 140	1 470
	29	516	1 424	LM15	1 140	1 470
	30	516	1 424	LM16	1 140	1 470
	31	516	1 424	LM16	1 140	1 470

Fuente: Elaboración propia

Figura 3.3: Patrón de corte en las láminas madre de dimensión 1140×1470 mm

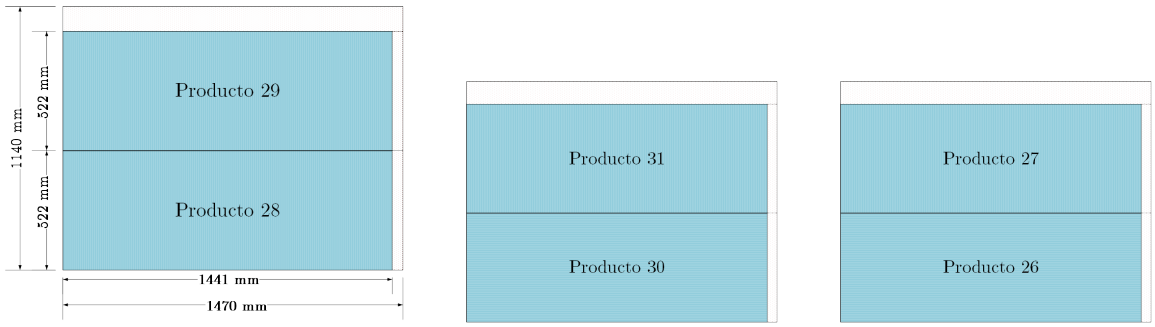
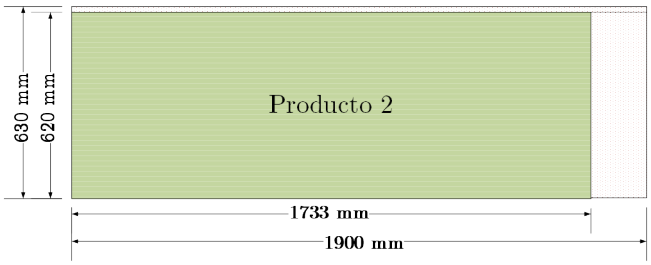


Lámina madre LM15 Lámina madre LM16 Lámina madre LM14

Fuente: Elaboración propia

Figura 3.4: Patrón de corte en la lámina madre de dimensión 630×1900 mm (LM2)



Fuente: Elaboración propia

la lámina con dimensiones 1 200×1 800 mm, pero, los patrones de corte no fueron los mismos a los seleccionados por el modelo. Puede verse en la Figura 3.6b que el patrón de corte para la referencia C1 fue cortar dos láminas hija por cada lámina madre, con lo cual fue necesario emplear 70 láminas madre con dimensiones 1 200×1 800 mm. Para la referencia C2 puede verse en la Figura 3.6c que solo se cortó una lámina hija por cada lámina madre ya que no fue posible obtener más debido a las medidas, por lo cual fue necesario emplear 104 láminas madre con dimensiones 1 200×1 800 mm. El total de sobrantes en este caso fue de 136 m^2, que equivalen a un porcentaje de sobrantes del **32 %**.

Como puede evidenciarse, con solo emplear la herramienta que define los patrones de corte puede tenerse un ahorro significativo de desperdicio. El porcentaje de mejora de la situación actual de la empresa con respecto a la utilización del modelo de patrones de corte y las láminas madre actuales fue de un 72,4 % para este caso 36. Se tuvo un ahorro de 99 m^2 de cartón . Más adelante se comentará sobre el ahorro de desperdicio de este mismo caso, pero empleando el modelo de patrones de corte y nuevas dimensiones de láminas madre.

Figura 3.5: Patrón de corte en las láminas madre de dimensión 1200×1800 mm

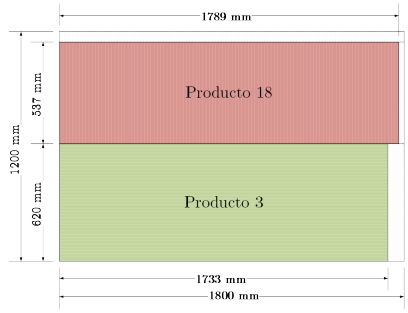


Lámina madre LM3

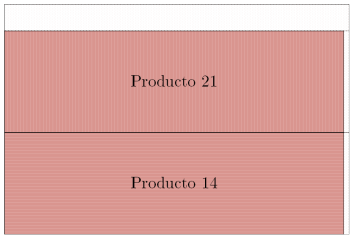


Lámina madre LM12

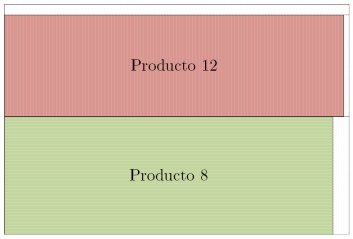


Lámina madre LM8

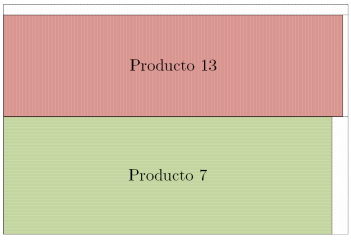


Lámina madre LM7



Lámina madre LM9



Lámina madre LM1



Lámina madre LM6



Lámina madre LM5



Lámina madre LM4



Lámina madre LM11

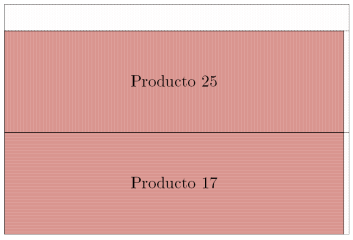


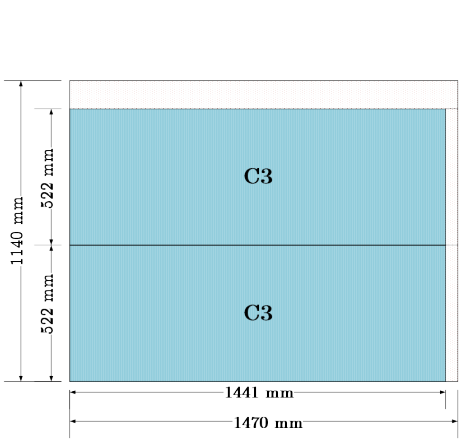
Lámina madre LM13



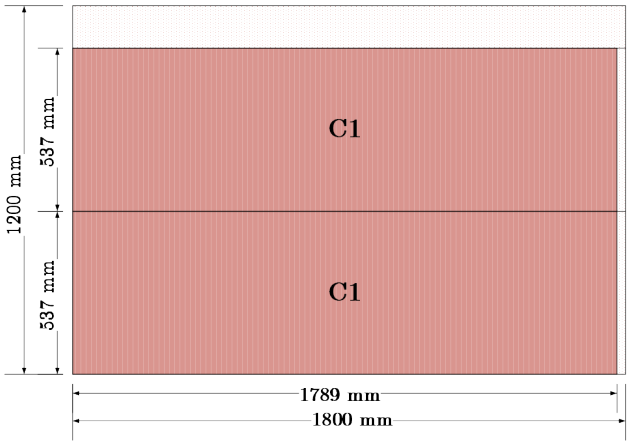
Lámina madre LM10

Fuente: Elaboración propia

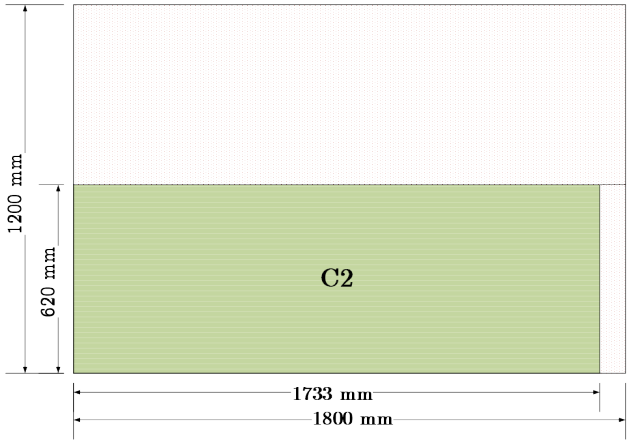
Figura 3.6: Láminas madre y patrones de corte seleccionados por la empresa



(a) Referencia C3



(b) Referencia C1



(c) Referencia C2

Fuente: Elaboración propia

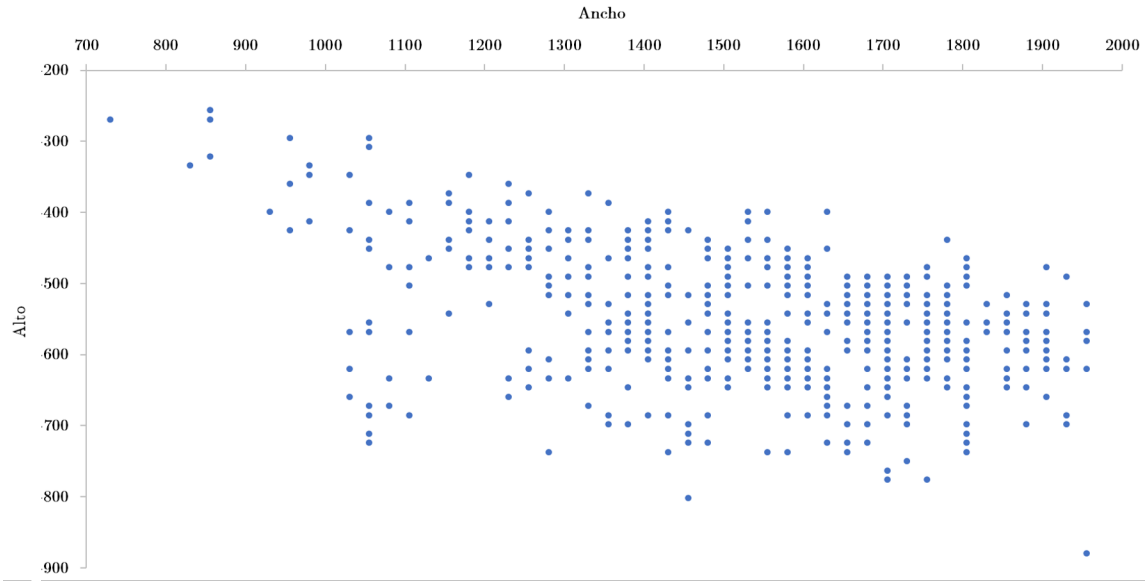
Capítulo 4

Heurística para el Dimensionamiento de Láminas Madre

El propósito de este capitulo es determinar las dimensiones adecuadas de las láminas madre. Esto se puede lograr a través del modelo del Capítulo 3, haciendo que los parámetros de alto H_l y ancho W_l de las láminas madre sean ahora variables de decisión. Lo anterior genera que el modelo se convierta en uno no lineal y por tanto sea altamente complejo de resolver. Como alternativa, en este capítulo se propone una heurística para determinar las dimensiones adecuadas de láminas madre.

Dado que las dimensiones de láminas madre están fuertemente relacionadas con las demandas de láminas hija, se puede analizar en profundidad el comportamiento de las dimensiones de las láminas hijas. De acuerdo con este comportamiento, y el comportamiento de su demanda se pueden proponer dimensiones adecuadas de láminas madre. La siguiente Figura 4.1 muestra el comportamiento de los altos y los anchos de las diferentes láminas hija. Como se puede observar, las láminas hija tienden a formar grupos, por lo cual, es posible utilizar este hecho para determinar las dimensiones de láminas madre. La idea básica es determinar dichas dimensiones para cada uno de los grupos. De esta manera, se propone una heurística basada en clusters que busca generar grupos naturales de láminas hija y luego, determinar para cada grupo una (1) dimensión de lámina madre adecuada. A continuación, se presenta la formulación de la heurística propuesta.

Figura 4.1: Comportamiento de las dimensiones de láminas hija



Fuente: Elaboración propia

4.1. Formulación de la Heurística

En este trabajo se considera la técnica de *Fuzzy c-means clustering (FCM)* para formar los cluster de láminas hija. Fue propuesto por Dunn en 1973 y mejorado por Bezdek en el año de 1981. Este algoritmo se basa en una función objetivo que, por lo general emplea los errores mínimos cuadrados. El procedimiento general consiste en minimizar esta función objetivo iterativamente hasta que se cumpla un criterio de parada. Está sujeto al hecho de que cada punto de datos pertenece a más de un cluster, pero con distinto grado de pertenencia a cada grupo, que van desde 0 hasta 1. Así, la suma de todos los valores de pertenencia para cada punto de datos debe ser 1 y, si un punto se encuentra en el centroide de su cluster, su valor será 1 (Kesemen et al., 2016).

La notación a usar es la siguiente:

$C \rightarrow$ Número total de clusters a formar.

$m \rightarrow$ Parámetro de ponderación difusa.

$N \rightarrow$ Número total de datos.

$X_i \rightarrow$ Vector que contiene el alto y ancho de la lámina hija i.

$v_j \rightarrow$ Centroide del cluster j.

$u_{ij} \rightarrow$ Grado de pertenencia de la lámina hija i al cluster j.

$d_i \rightarrow$ Número de veces que la lámina hija i se demanda.

$\varepsilon \rightarrow$ Criterio de terminación.

La función a minimizar es:

$$J_m = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{C}((u_{ij})^m)^{d_i} \parallel x_i - v_j \parallel \qquad \forall \quad 1 < m <\propto \tag{4.1}$$

A continuación se presenta el procedimiento del funcionamiento del algoritmo FCM, el cual está basado en el formulado por Kesemen et al. (2016).

Algoritmo 1 Fuzzy c-means clustering (FCM)

Parámetros de entrada: C, m, ε, N, d_i, x_i, $t = 0$.

Paso 1: Asignar valores aleatorios a $u_{ij}^{(t)} \sim U(0,1)$.

Paso 2: Calcular los centroides del cluster $v_j^{(t)}$ empleando la ecuación 4.2.

$$v_j^{(t)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i \left(u_{ij}^{(t)}\right)^m x_i}{\sum_{i=1}^{N} d_i \left(u_{ij}^{(t)}\right)^m} \qquad \forall \quad j = 1, 2, ...C \tag{4.2}$$

Paso 3: Calcular $u_{ij}^{(t+1)}$ con $v_j^{(t)}$ empleando la ecuación 4.3.

$$u_{ij}^{(t+1)} = \left(\sum_{k=1}^{C} \left(\frac{\parallel x_i - v_j^{(t)} \parallel}{\parallel x_i - v_k^{(t)} \parallel} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right)^{-1} \qquad \forall \quad i = 1, 2, ...N; \; j = 1, 2, ...C \tag{4.3}$$

Paso 4: Calcular $\parallel u^{t+1} - u^t \parallel$, si $\parallel u^{t+1} - u^t \parallel < \varepsilon$; entonces parar. Sino, hacer $t = t + 1$ y regresar al Paso 2.

Una vez establecido los clusters de láminas hija, el paso siguiente es determinar las dimensiones de láminas madre. Para esto, para cada uno de los clusters se evalúa el desperdicio generado por un conjunto de láminas madre de dimensiones diferentes. Finalmente se selecciona la lámina madre que genera el menor desperdicio. La notación a usar para este procedimiento es la siguiente:

$j = 1, 2... C$

$P_j \rightarrow$ Conjunto de láminas hijas del cluster j; $j = 1, 2... C$.

$M_j \rightarrow$ Conjunto de láminas madre alternativas para el cluster j; $j = 1, 2... C$.

H_{lj} → Alto de la lámina madre l del cluster j; $l \in M_j$, j = 1, 2... C.

W_{lj} → Ancho de la lámina madre l del cluster j; $l \in M_j$, j = 1, 2... C.

h_{ij} → Alto de la lámina hija i del cluster j; $i \in P_j$, j = 1, 2... C.

w_{ij} → Ancho de la lámina hija l del cluster j; $i \in P_j$, j = 1, 2... C.

D_{lj} → Desperdicio generado por la lámina madre l del cluster j.

d_{ij} → Demanda de la lámina hija i del cluster j; $i \in P_j$, j = 1, 2... C.

Algoritmo 2 Heurística para la selección de dimensiones de láminas madre

Parámetros de entrada: P_j, M_j, H_{lj}, W_{lj}, h_{lj}, w_{lj}, d_{ij}.

Paso 1: Para cada cluster j; j = 1, 2... C. Hacer:

Paso 1.1: Para cada lámina madre alternativa l de dimensiones W_{lj} y H_{lj}; $l \in M_j$, j = 1, 2... C. Hacer :

Paso 1.1.1: Seleccionar el conjunto de láminas hija P_j, sus demandas d_{ij} y sus dimensiones w_{ij} y h_{ij}, y resolver el modelo de patrones de corte (3.1)-(3.6) dado en el Capítulo 3; $l \in M_j$, $i \in P_j$, j =1, 2...C.

Paso 1.1.2: Con el patrón de corte obtenido del paso anterior, calcular el desperdicio generado D_{lj}; $l \in M_j$, j = 1, 2... C.

Paso 1.2: Seleccionar la lámina madre l^* que genera el menor desperdicio D_{l^*j} para el cluster j; $l \in M_j$, j = 1, 2... C.

Paso 2: Seleccionar las dimensiones de lámina madre del cluster j como W_{l^*j} y H_{l^*j}; $l \in M_j$, j = 1, 2... C.

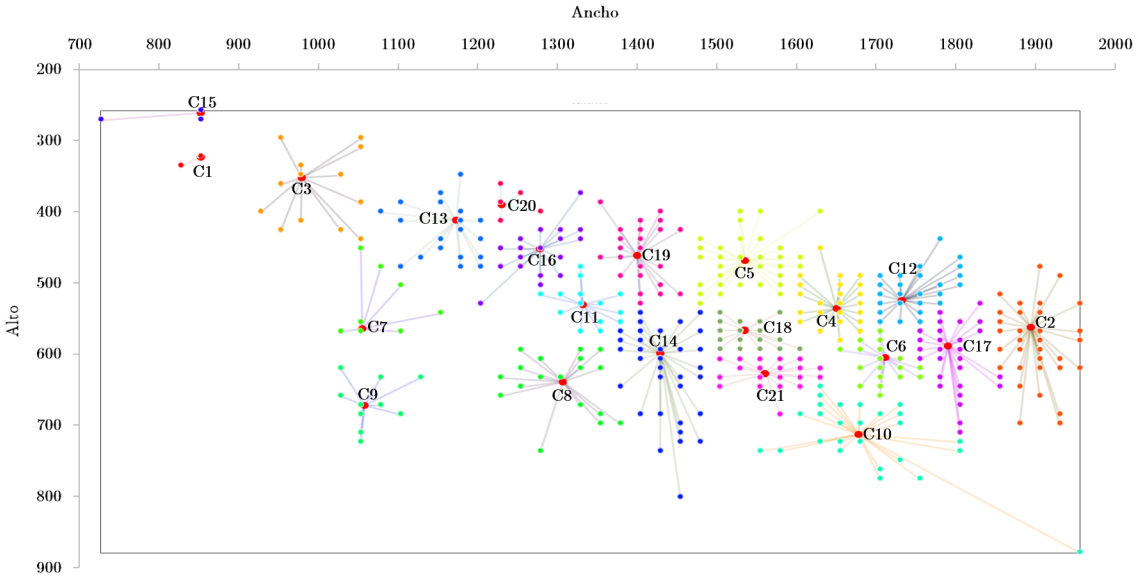
4.2. Desarrollo de la Heurística

La implementación del Algoritmo 1 para generar los clusters se realiza en el sistema de cómputo numérico MATLAB, en el cual las variables de entrada se definen como:

- Número de clusters a formar C = 21.
- Parámetro de ponderación difusa m = 2.
- Criterio de terminación $\varepsilon = 10^{-10}$.
- Dimensiones alto y ancho de las láminas hija X_i.
- Número de veces que cada lámina hija se demanda d_i.

El número de cluster se selecciona como 21 ya que ese es el valor máximo de tipos diferentes de láminas madre que la empresa puede almacenar en su bodega. Se trata de seleccionar el máximo valor debido a que esto incrementa la posibilidad de que se disminuya el desperdicio. Al tener mayor cantidad de clusters, ese mismo número de láminas madre se va a obtener y la agrupación de las láminas hija va a abarcar menores rangos, por lo cual ayudaría a que la variación de medidas dentro de cada cluster sea lo mínimo posible. Las dimensiones de alto y ancho de las láminas hijas, al igual que sus respectivas demandas, son tomadas de la Tabla A.1 en el Anexo A.4. Luego de haber ejecutado el Algoritmo 1, en la Figura 4.2 se representa en forma gráfica los clusters obtenidos.

Figura 4.2: Representación gráfica de clusters



Fuente: Elaboración propia

Una vez establecido los clusters de láminas hija, se continúa con la ejecución del Algoritmo 2 para determinar las nuevas dimensiones de láminas madre. Con el fin de mostrar su desarrollo, se selecciona a modo de ejemplo el cluster 17 (ver Figura 4.2). Este cluster agrupó 27 referencias de láminas hija, con una demanda total de 12 227 unidades. Como antes se explicó, no es posible considerar esta demanda debido a que genera un número muy grande de variables para el modelo de patrones de corte (3.1)-(3.6) e imposibilitaría resolverlo. Como alternativa, también se emplea el mismo procedimiento heurístico descrito en la Sección 3.2, determinando una demanda proporcional. Esto mismo se realiza para los otros clusters.

Para generar las diferentes alternativas de láminas madre a evaluar dentro de cada cluster se emplea el siguiente método: las dimensiones de la primer alternativa de lámina madre a evaluar son equivalentes a las dimensiones de la lámina hija más grande que haya en ese cluster. Luego de haber determinado el desperdicio para esa lámina, las dimensiones de esta lámina madre se incrementan en un valor que no

excede los 100 mm y se vuelve a evaluar el desperdicio generado. Lo anterior se repite hasta llegar a la máxima dimensión de lámina madre permitida por la capacidad de las máquinas, que es 1 200×2 000 mm. Lo ideal sería incrementar de a 1 mm por cada vez que se evalúa una dimensión de lámina madre, pero, es improcedente a causa del tiempo de ejecución y por lo tanto no tiene una viabilidad práctica. Para el cluster 17 (Tabla 4.1), la lámina hija con mayores dimensiones es de 711 × 1 855 mm. El incremento para aumentar los altos de las diferentes alternativas láminas madre se establece en 81 mm y los anchos en 48 mm. Así, en total se evaluaron 29 diferentes alternativas de láminas madre, de las cuales se seleccionó la dimensión de lámina que menor desperdicio generó, la cual es 1 197 × 1 855 mm.

Tabla 4.1: Datos del cluster 17

Lámina hija i	h_i	w_i	Demanda
1	529	1 830	429
2	542	1 780	1 053
3	555	1 780	60
4	555	1 805	216
5	555	1 830	390
6	568	1 755	1 400
7	568	1 780	311
8	568	1 830	80
9	581	1 755	579
10	581	1 780	1 492
11	581	1 805	1 105
12	594	1 755	440
13	594	1 780	361
14	594	1 805	252
15	607	1 755	54
16	607	1 780	20
17	607	1 805	412
18	620	1 805	446
19	633	1 780	500
20	633	1 855	508
21	646	1 780	927
22	646	1 805	30
23	646	1 855	187
24	659	1 805	125
25	672	1 805	55
26	698	1 805	392
27	711	1 805	403
Mayor Lámina Hija	711	1 855	
Incremento	81	48	

Fuente: Elaboración propia

Luego de generar para cada cluster las diferentes alternativas de láminas madre, se evaluó su desperdicio y se seleccionaron las láminas madre que menor desperdicio generaron. En la Tabla 4.2 se puede observar las dimensiones de las nuevas lámi-

nas madre seleccionadas para la empresa. También, en esta tabla se presentan los porcentajes de desperdicios generados por cada lámina madre en cada cluster.

Tabla 4.2: Nuevas dimensiones de láminas madre

Cluster j	H_l	W_l	% Deperdicio
1	334	855	3,4 %
2	1 196	1 955	7,7 %
3	723	1 055	17,2 %
4	1 069	1 680	4,7 %
5	998	1 630	11,4 %
6	659	1 755	9,4 %
7	1 135	1 155	12,8 %
8	698	1 380	13,7 %
9	724	1 130	12,7 %
10	776	1 805	15,0 %
11	1 072	1 380	4,0 %
12	1 067	1 805	8,5 %
13	927	1 205	11,4 %
14	1 198	1 480	22,6 %
15	269	855	6,5 %
16	944	1 330	7,2 %
17	1 197	1 855	17,3 %
18	594	1 605	7,3 %
19	1 004	1 455	11,8 %
20	804	1 280	6,6 %
21	646	1 630	6,8 %
Promedio			**10,6 %**

Fuente: Elaboración propia

Durante la ejecución del Algoritmo 2, en una primera instancia se obtuvo porcentajes de desperdicio considerablemente altos para algunos cluster. Analizando estos cluster, se identificaron 2 aspectos en particular: por un lado, habían datos atípicos dentro de los clusters, por ejemplo, el cluster 10 agrupa la dimensión de lámina hija más grande que se tiene, de dimensiones $880 \times 1\,955\ mm$. Si se observa en la Figura 4.2, se evidencia que esta dimensión de lámina hija puede ser considerada como un dato atípico para este cluster. Además, la demanda de esta lámina es de 40 unidades en el año 2019, lo que representa una participación mínima durante este periodo y por lo cual se elimina y se vuelve a ejecutar el algoritmo para este cluster. De esta manera se obtuvo una reducción significativa del porcentaje de desperdicio y por ende, un mejor ajuste para seleccionar la nueva dimensión de la lámina madre. El anterior análisis también se realiza para otros clusters.

Por otro lado, para los cluster 3 y 13 (Figura 4.2) el Algoritmo 2 no continuó con su ejecución después de llegar a una determinada dimensión de lámina madre. Luego alcanzar esta dimensión de lámina madre, el modelo de patrones de corte (3.1)-(3.6) fue ejecutado por un tiempo máximo de 12 horas sin obtener un avance, por lo que, se suspendió su ejecución y con base en los resultados obtenidos hasta ese momento se seleccionó la lámina madre con menor desperdicio. Esto se podría deber a que estos dos clusters agrupan, en su mayoría, dimensiones de láminas hija pequeñas. Por lo cual, a medida que el algoritmo aumenta las dimensiones de la lámina madre a evaluar, se genera mayor número de posibles combinaciones de patrones de corte, aumentando la complejidad para resolver el modelo (3.1)-(3.6) de la lámina madre que se está evaluando.

4.3. Análisis de Tiempos de Procesamiento

La implementación del Algoritmo 2 se realiza en el lenguaje de programación Ampl, mediante un archivo adicional de comando que permie realizar una programación dinámica. En el Anexo A.5 se encuentra el código para ejecutar el algoritmo. Este se ejecutó en el mismo ordenador, con procesador Intel(R) Core(TM) i7-8550U CPU @ 4,0 GHz, 8 Gigabytes de RAM y sistema operativo Windows 10 Home.

A continuación, en la Tabla 4.3, se presentan los tiempos CPU para cada uno de los clusters. También, se relaciona el número de alternativas de láminas madre que se evaluaron para cada cluster y se muestra el número de referencias de láminas hija que cada cluster agrupa. El tiempo de ejecución del Algoritmo 2 no solo está afectado por el número de láminas hija, sino también por la combinación de patrones de corte, como anteriormente se explicó para los cluster 3 y 13.

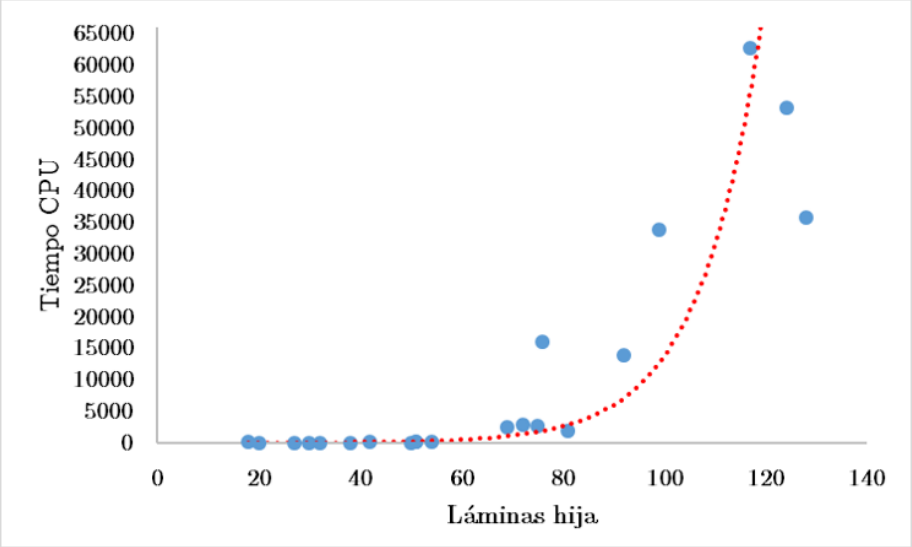
Aunque, de manera general, entre mayor número de láminas hija se tiene, mayor es el tiempo de ejecución que tarda el modelo en resolver la instancia. Por ejemplo, en la Figura 4.3 se grafica el tiempo CPU de cada cluster y el número de láminas hija. Es así como se puede apreciar una tendencia creciente en los tiempos de ejecución conforme el número de láminas hija es mayor.

Tabla 4.3: Tiempos de ejecución para los clusters

Cluster j	$\mid M_j \mid$	$\mid P_j \mid$	Tiempo CPU (s)
1	293	2	117
2	22	32	35 917
3	92	13	62 725
4	56	23	2 592
5	67	31	53 254
6	41	18	207
7	122	8	48
8	37	18	261
9	67	10	23
10	19	26	55
11	89	14	100
12	56	25	2 714
13	67	19	15 990
14	50	33	33 871
15	122	3	23
16	73	18	2 800
17	29	27	2 004
18	29	17	95
19	57	23	13 873
20	82	5	14
21	25	19	30

Fuente: Elaboración propia

Figura 4.3: Tiempo CPU con relación al número de láminas hija en los clusters



Fuente: Elaboración propia

Capítulo 5

Resultados

Con el modelo que define los patrones de corte y con las nuevas dimensiones de láminas madre, en este capitulo se presenta la manera en que las dos herramientas desarrolladas se validan. Para determinar qué tan efectivos en la disminución del desperdicio es el modelo y las nuevas dimensiones de lámina madre, se seleccionan 3 días por cada mes del año 2019 a evaluar, para tener un total de 36 días (se denominarán "casos"). Los días se seleccionan con base en 3 criterios: el día que mayor demanda se tuvo; el día con mayor cantidad de tipos diferentes de productos vendidos; y por último, un día promedio, en términos de demanda, del mes en cuestión.

En busca de conservar las mismas condiciones durante el análisis, en la ejecución de los modelos para los 36 casos se tuvo en cuenta la planeación según pedidos. Lo anterior debido a que como se explicó, la planeación y programación de la producción no se hace por día, sino que algunas veces llegan pedidos durante el mismo día que deben ser planeados y programados por aparte. Para esto, se generaron tanto archivos de datos como conjunto de planeaciones y programaciones se hayan realizado ese día en la empresa. Por ejemplo, si la empresa tuvo 6 pedidos para un determinado día (caso), pero en ese día se realizaron dos programaciones; la primera con los 3 primeros pedidos y la segunda con los últimos 3 pedidos, así mismo se efectuaron dos diferentes modelos, cada uno con los 3 pedidos diferentes.

Es importante aclarar que, aunque en el desarrollo del presente capitulo se hablará de desperdicio, esto no es del todo así. Parte de estos desperdicios pueden ser sobrantes que se puedan utilizar como refiles. Pero, debido a la forma en que la empresa registra esta información y realiza sus cálculos, no es posible determinar en cada uno de los 36 casos qué porcentaje de este desperdicio se empleó como refiles y a su vez, cual fue el porcentaje de desperdicio de estos refiles en la elaboración de otros productos. También, se asume de esta manera debido a que se está evaluando el desperdicio generado solamente para las cajas y por lo tanto, no es posible determinar si parte del desperdicio obtenido por el modelo de patrones de corte y las nuevas dimensiones de láminas madre pudiese emplearse como refiles para la producción en otros productos diferentes a cajas.

5.1. Discusión de Resultados

Para cada uno de los 36 casos se tuvo en cuenta 3 escenarios: el primer escenario hace referencia a la situación real de lo sucedido ese día en la empresa. Aspectos en los que se incluyen las láminas madre utilizadas, los patrones de corte seleccionados, el porcentaje de desperdicio, etc. En el segundo escenario son utilizados los 16 tipos de láminas madre actuales, pero empleando el modelo de patrones de corte para su planeación. Por último, el tercer escenario es empleando el mismo modelo de patrones de corte, pero como inventario de materia prima los nuevos 21 tipos de láminas madre propuestos en el Capitulo 4. Para cada escenario se tuvo en cuenta indicadores de rendimiento como: porcentaje de desperdicio, porcentajes de mejora entre un escenario y otro, desperdicio en metros cuadrados, promedios de desperdicio y desperdicio en términos económicos. Todos los casos en cada escenario se solucionaron haciendo uso, nuevamente, de Ampl (licenciado) y también, empleando ciclos de patrones de corte mediante el M.C.D. de las demandas de las diferentes láminas hija, para reducir el número de variables.

En la Tabla 5.1 se pueden observar los resultados para cada escenario. También, en las últimas dos columnas se encuentra el porcentaje de mejora del escenario 1 con respecto al 2 y del escenario 1 con respecto al escenario 3, respectivamente. Se analiza con detalle los resultados del escenario 3 con respecto al escenario 1, pues es este el que permite concluir si todo el desarrollo del presente trabajo contribuye de manera positiva a la disminución del desperdicio (objetivo principal).

En términos generales, los resultados del escenario 3 son muy favorables, pues el promedio de porcentaje de desperdicio es de 14,1 %, cercano a la meta que la empresa tiene definida y si se compara con el promedio de desperdicio del escenario 1 de 21,4 % es muy significativa la disminución. Si bien en el escenario 3 se tuvo porcentajes de desperdicio elevados comparados al promedio (como en el caso 12 y 26), analizando su causa, se debe a que en esos días se demandaron láminas hija cuya demanda en todo el año 2019 no tiene gran participación y por lo tanto, al momento de definir las nuevas dimensiones de láminas madre no hicieron diferencia. Respecto al porcentaje de mejora de un escenario con respecto al otro, en 27 de los casos el porcentaje fue positivo. Solo hubo 9 casos en los cuales el resultado fue contrario, pero comparando con relación a la situación real la diferencia no es significativa. Esto puede estar también relacionado al hecho de que hubo demandas de láminas hija que tienen poca participación durante todo el año 2019.

Siguiendo con el caso 36 de la Sección 3.2, para el escenario 3 el modelo ha seleccionado 21 láminas madre, que pertenecen a 3 tipos distintos; 659×1 755, 1 067×1 805 y 1 198×1 480 mm. El desperdicio fue de 2,35 m^2 que, al sumarle el porcentaje de láminas hija adicionales y al multiplicarse por 10, ya que estos patrones de corte deben ser repetidos 10 veces como el M.C.D lo indica, se obtiene un total de 31,5 m^2 que equivalen a un porcentaje de desperdicio del 10 %. Para este caso, el porcentaje de mejora de la situación actual de la empresa con respecto a la utilización del modelo de

patrones de corte y las nuevas láminas madre fue de un 76,9 %. Se obtuvo un ahorro de 105 m^2 de cartón.

Realizando un balance general entre todos los escenarios y casos, en la Tabla 5.3 se resumen los desperdicio de cada caso en m^2. El desperdicio total para el escenario 1 fue de 9 993 m^2 que equivalen $ 11 331 998, mientras que para escenario 3 el desperdicio fue de 5 970 m^2 que equivalen a $ 6 769 449, lo que significa un ahorro de $ 4 562 549 equivalente a un **40 %**.

Tabla 5.1: Desperdicio generado en los escenarios por cada caso

N° Caso	% Desperdicio Escenario 1	% Desperdicio Escenario 2	% Desperdicio Escenario 3	% Mejora Esc 1 vs Esc 2	% Mejora Esc 1 vs Esc 3
1	35,7 %	15,4 %	12,1 %	65,3 %	73,7 %
2	29,4 %	15,1 %	14,2 %	58,4 %	61,3 %
3	45,8 %	21,2 %	15,7 %	65,9 %	76,4 %
4	23,3 %	14,8 %	12,7 %	41,4 %	51,1 %
5	20,5 %	15,1 %	15,5 %	32,4 %	30,2 %
6	12,3 %	17,3 %	**13,2 %**	-46,6 %	-6,3 %
7	8,4 %	11,0 %	12,9 %	-31,4 %	-57,6 %
8	13,2 %	15,5 %	12,0 %	-27,9 %	5,1 %
9	17,1 %	18,6 %	14,5 %	-8,5 %	19,7 %
10	20,5 %	13,3 %	**12,0 %**	41,4 %	48,0 %
11	14,3 %	13,9 %	18,2 %	5,7 %	-29,1 %
12	37,0 %	25,3 %	28,9 %	43,7 %	32,3 %
13	30,4 %	16,9 %	15,1 %	46,0 %	52,8 %
14	28,4 %	12,4 %	14,0 %	62,3 %	56,6 %
15	16,4 %	14,2 %	14,4 %	13,1 %	11,7 %
16	17,6 %	16,1 %	11,3 %	6,8 %	37,9 %
17	20,7 %	12,5 %	13,7 %	44,6 %	38,6 %
18	39,9 %	21,5 %	13,8 %	48,2 %	69,9 %
19	25,5 %	13,1 %	15,2 %	57,0 %	48,6 %
20	23,7 %	17,3 %	**14,2 %**	34,5 %	48,1 %
21	26,6 %	15,0 %	14,6 %	46,7 %	48,3 %
22	25,0 %	14,0 %	17,6 %	51,8 %	36,4 %
23	18,4 %	18,4 %	12,6 %	1,6 %	37,2 %
24	10,9 %	13,2 %	13,5 %	-22,0 %	-25,0 %
25	17,0 %	16,2 %	11,2 %	7,4 %	39,2 %
26	31,8 %	18,8 %	18,5 %	50,9 %	51,8 %
27	11,9 %	13,6 %	14,2 %	-14,6 %	-20,4 %
28	10,2 %	10,1 %	12,0 %	2,6 %	-17,9 %
29	10,8 %	11,5 %	12,5 %	-8,5 %	-19,7 %
30	26,0 %	13,6 %	12,7 %	56,3 %	59,5 %
31	21,8 %	16,4 %	13,2 %	25,4 %	42,2 %
32	9,1 %	10,2 %	11,6 %	-10,0 %	-26,2 %
33	11,3 %	13,2 %	11,2 %	-16,3 %	3,7 %
34	14,8 %	15,3 %	14,5 %	-5,0 %	1,8 %
35	13,5 %	14,3 %	15,2 %	-4,8 %	-12,2 %
36	32,0 %	11,7 %	**10,0 %**	72,4 %	76,9 %
Promedio	21,4 %	15,2 %	14,1 %	21,8 %	26,2 %

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.2: Desperdicio total de los casos (en m^2 y $)

N° Caso	Día	Desperdicio Escenario 1 (m^2)	Desperdicio Escenario 2 (m^2)	Desperdicio Escenario 3 (m^2)
1	4-ene	785,7	272,4	206,9
2	21-ene	376,2	156,5	145,8
3	23-ene	341,4	116,5	80,7
4	7-feb	413,5	242,3	202,2
5	9-feb	418,7	282,8	292,4
6	20-feb	67,2	98,5	71,4
7	1-mar	166,5	218,8	262,3
8	15-mar	80,8	103,3	76,7
9	19-mar	185,1	200,8	148,8
10	1-abr	411,2	241,2	213,7
11	5-abr	111,9	105,5	144,5
12	24-abr	221,3	124,6	149,8
13	3-may	494,8	267,2	233,4
14	6-may	576,0	217,2	250,1
15	17-may	98,2	85,3	86,7
16	4-jun	347,6	324,0	215,9
17	18-jun	706,6	391,7	434,1
18	20-jun	244,0	126,4	73,5
19	3-jul	473,4	203,6	243,3
20	4-jul	563,7	369,4	292,4
21	23-jul	223,3	119,0	115,4
22	1-ago	404,4	194,8	257,2
23	13-ago	217,6	214,1	136,8
24	13-sep	113,4	138,3	141,8
25	16-sep	232,7	215,4	141,4
26	27-sep	240,6	118,1	115,9
27	8-oct	189,4	217,1	228,1
28	10-oct	42,3	41,2	49,9
29	25-oct	88,3	95,8	105,7
30	15-nov	295,6	129,1	119,7
31	19-nov	107,0	79,9	61,9
32	30-nov	91,0	100,1	114,9
33	1-dic	167,6	194,9	161,4
34	6-dic	284,4	298,5	279,2
35	18-dic	75,2	78,8	84,3
36	6-ago	136,5	37,7	31,5
Total desperdicio (m^2)		9 993	6 421	5 970
Total desperdicio ($)		11 331 998	7 281 153	6 769 449
	% Ahorro total		36 %	**40 %**

Fuente: Elaboración propia

5.2. Análisis de Tiempos de Procesamiento y Análisis de Sensibilidad

En esta sección se analiza el impacto que tiene el cambio de algún parámetro del modelo con relación al tiempo de ejecución que toma el solucionador en resolver la instancia. El análisis se realiza con base en el tiempo CPU debido a que es el aspecto crítico dentro de la ejecución del modelo de patrones de corte. Con base en el análisis, ningún cambio en un parámetro altera los resultados obtenidos por el modelo. Sin embargo, el único parámetro sensible en este aspecto es el número de láminas madre M, pues, si no se asigna la suficiente cantidad de láminas madre a los diferentes tipos que existe, no se garantizaría la selección de la lámina madre y patrones de corte con el menor desperdicio.

En la Tabla 5.3 se relacionan los tiempos de resolución de todos los pedidos para cada caso en el escenario 3. Con base en los datos de la tabla en cuestión se realiza el gráfico de la Figura 5.1, que como puede observarse, se confirma la dependencia que existe entre el número de láminas hija a cortar y el tiempo de ejecución. A mayor número de láminas hija, mayor es el tiempo de ejecución del modelo. Es de precisar que para cada uno de los pedidos, el inventario de láminas madre se mantuvo constante. Se calculó un número de láminas madre por tipo en el que se garantizaría la disponibilidad para resolver las instancias.

También, se realiza un análisis sobre los parámetros de número de láminas madre (M), el tamaño de las láminas hija a cortar (h y w) y el número de tipos diferentes de láminas hija (m). Como antes se comentó, el número de láminas madre que se coloca en inventario es determinante al momento de resolver las instancias. Por ejemplo, en la Figura 5.2a se ilustran 7 instancias, cada una con un número mayor de láminas madre en inventario, y al igual de lo que sucede con el número de láminas hija, los tiempos de ejecución van aumentando. Este es un parámetro crítico, ya que si se coloca un valor muy grande de láminas madre, entonces el modelo no se podría resolver en un tiempo razonable. Por ejemplo, en la gráfica que se presenta, no se obtuvo resultados para la instancia en la cual el valor de M era 800.

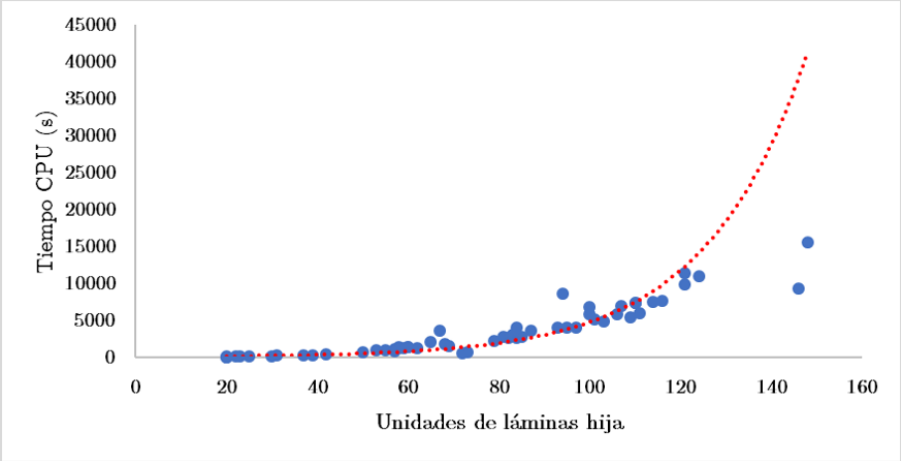
Para los otros parámetros no se establece un impacto claro en el tiempo de solución. En las Figuras 5.2b y 5.2c se aprecia el cambio del área del producto con respecto al tiempo de ejecución, y de la misma manera, el número de tipos diferentes de productos con relación al tiempo de ejecución. Si bien no se puede establecer una correlación, con base en lo presentado en la ejecución del Algoritmo 2, el tamaño de las láminas hija sí incide en aumentar o disminuir la complejidad del modelo para resolverlo.

Tabla 5.3: Información del escenario 3

Caso	Pedidos	Demanda Láminas Hija	Tiempo CPU (s)	Caso	Pedidos	Demanda Láminas Hija	Tiempo CPU (s)
1	Pedido 1	95	4007	17	Pedido 1	146	9251
	Pedido 2	20	55		Pedido 2	100	5747
	Pedido 3	67	3638		Pedido 3	116	7550
2	Pedido 1	62	1209	18	Pedido 1	57	1128
	Pedido 2	58	1306	19	Pedido 1	69	1479
3	Pedido 1	60	1346		Pedido 2	101	5134
4	Pedido 1	85	2813	20	Pedido 1	55	983
	Pedido 2	84	2663		Pedido 2	30	133
5	Pedido 1	82	2566	21	Pedido 1	110	7396
	Pedido 2	94	8570	22	Pedido 1	59	1179
6	Pedido 1	60	1352		Pedido 2	87	3639
7	Pedido 1	93	4048	23	Pedido 1	114	7473
	Pedido 2	84	3957	24	Pedido 1	106	5831
	Pedido 3	25	163	25	Pedido 1	20	25
8	Pedido 1	68	1785		Pedido 2	103	4780
9	Pedido 1	37	282	26	Pedido 1	65	2021
	Pedido 2	20	33	27	Pedido 1	79	2199
10	Pedido 1	73	625		Pedido 2	83	2995
	Pedido 2	121	9790	28	Pedido 1	39	258
11	Pedido 1	81	2715	29	Pedido 1	110	7383
12	Pedido 1	42	441	30	Pedido 1	111	5945
13	Pedido 1	124	10893	31	Pedido 1	72	579
	Pedido 2	53	985	32	Pedido 1	23	84
14	Pedido 1	109	5411	33	Pedido 1	107	6928
	Pedido 2	97	3962		Pedido 2	22	62
15	Pedido 1	57	820	34	Pedido 1	121	11322
16	Pedido 1	50	721		Pedido 2	100	6743
	Pedido 2	148	15540	35	Pedido 1	58	1165
				36	Pedido 1	31	287

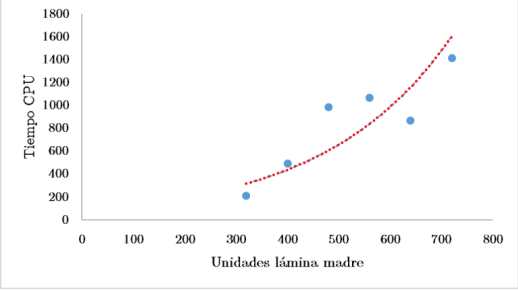
Fuente: Elaboración propia

Figura 5.1: Tiempos CPU con relación al número de láminas hija en los casos del escenario 3

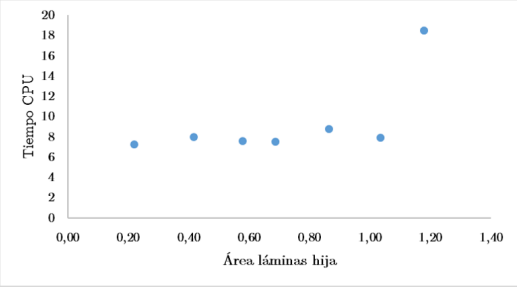


Fuente: Elaboración propia

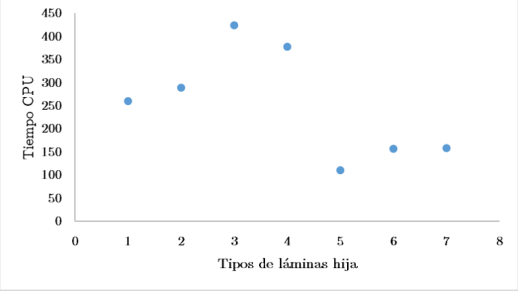
Figura 5.2: Análisis de sensibilidad



(a) N° láminas madre vs tiempo CPU



(b) Áreas de productos vs tiempo CPU



(c) Tipos de productos vs tiempo CPU

Fuente: Elaboración propia

Capítulo 6

Conclusiones y Recomendaciones

Este trabajo estudió el dimensionamiento de láminas madre de materia prima y la determinación de sus patrones de corte para tratar de disminuir los porcentajes de desperdicio en una empresa del sector papelero. Se propusieron heurísticas basadas en el uso de la programación lineal entera mixta y técnicas de clustering. En términos generales, los resultados evidenciaron una mejora del desperdicio obtenido por la herramienta propuesta con relación al desperdicio que presenta la situación real de la empresa.

El proceso que actualmente realiza la empresa para planear y programar la producción de los pedidos es poco eficiente para la reducción del desperdicio. Como se busca que de una misma lámina madre se obtenga una cantidad exacta de láminas hija de una misma referencia, deja de explorarse la opción de combinar diferentes productos a cortar dentro de una misma lámina madre. Esto, sumado a que el criterio para la asignación de láminas madre a los productos y sus patrones de corte se realizan de forma manual, tiene como consecuencia que no se optimice el uso de las láminas madre. Además, la persona encargada no tiene solamente dentro de sus funciones la planeación y programación de la producción, sino que debe realizar otras tareas. Por esto, si al momento de planear y programar la producción, la persona se encuentra con mucha carga laboral, se aumenta la probabilidad de que este no seleccione la lámina madre adecuada y mucho menos configure de forma adecuada los patrones de corte. Por estos motivos debe de emplearse una herramienta que garantice en todos los casos el uso adecuado de la materia prima y que no se vea afectada por factores externos, como está sucediendo actualmente con el proceso de planeación y programación.

La empresa tiene en su portafolio 4 tipos de productos, de los cuales se tienen demasiadas referencias, pero estas referencias pueden ser agrupadas en escalas con base en la tolerancia permisible del cliente, lo que permite reducir el número total de referencias. Este aspecto es muy beneficioso para la configuración de los patrones de corte y la determinación de nuevas medidas para la materia prima, ya que le resta

complejidad al problema. De todos los tipos de productos, el principal producto de la empresa son las cajas regulares, las cuales generan el 89.4 % de los ingresos y de igual manera, son las que mayor desperdicio ocasionan. Además, la empresa debe reevaluar y modificar la forma en que calculan los porcentajes de desperdicio, debido a que, aunque al realizar el cálculo del desperdicio en forma global se obtiene un resultado correcto, cuando se requiere realizar un análisis exhaustivo discriminado por producto, no es posible. Este inconveniente se debe a que los sobrantes generados por las cajas se asumen directamente como desperdicio para este tipo de producto y se ingresan como refiles que se puedan usar para los demás productos, por lo tanto, no es posible determinar cuál es el desperdicio real para otros productos diferentes a las cajas.

La empresa se encuentra en una situación crítica según los estados financieros para el año de 2019, pues de $ 419 778 498 que ingresaron por ventas en ese año, solo se obtuvo como utilidad $ 13 000 000 que equivalente a 3,1 % sobre el total de ingresos. Ahora, teniendo en cuenta el valor del desperdicio para ese mismo año de $ 15 332 837 que es equivalente a 3,6 % sobre el total de ingresos, es evidente que el porcentaje del valor del desperdicio es superior al porcentaje del valor de la ganancia. El valor del desperdicio equivale a un 117,9 % sobre el valor de la utilidad. Este hecho le da una notoria importancia al valor de los desperdicios, ya que en la medida en que este costo se disminuya, también le permitirá a la empresa aumentar su utilidad considerablemente.

En términos del modelo de programación lineal entera mixta empleado para seleccionar las láminas madre y determinar los patrones de corte, el uso del M.C.D. como estrategia para disminuir la complejidad de los 36 casos planteados tuvo un desempeño considerablemente bueno, ya que permitió ejecutar todas las instancias y obtener los resultados para cada una de ellas. Si bien, es claro que al emplear el M.C.D. puede perderse cierta generalidad en el caso de estudio, al momento de obtener resultados para el porcentaje del desperdicio en cada una de las instancias se evidencia que esta estrategia no inside de manera negativa en el desempeño del modelo. De la misma manera, el uso del algoritmo *Fuzzy c-means clustering (FCM)* dentro de la heurística propuesta para determinar las nuevas dimensiones de láminas madre permite agrupar las láminas hija en clusters naturales que reduce la complejidad del problema. Con esta estrategia se evita determinar las nuevas dimensiones de materia prima considerando el total de datos, lo cual no hubiese sido posible por medio de la programación lineal.

Con base en los resultados para los 36 casos seleccionados, el uso del modelo de patrones de corte y las actuales láminas madre (escenario2) permite una reducción del 36 % del desperdicio con relación lo sucedido realmente en la empresa. Por otro lado, al emplear el mismo modelo de patrones de corte pero esta vez con las nuevas dimensiones de láminas madre (escenario 3) permite una reducción del 40 % del desperdicio con relación al escenario real de la empresa. Con base en lo anterior, efectivamente la herramienta diseñada para determinar las dimensiones adecuadas de materia prima y definir la configuración de sus patrones de corte, permite una reduc-

ción del desperdicio de cartón para el departamento de corte de la empresa fabricante de embalajes.

De acuerdo con el análisis de tiempos y análisis de sensibilidad, los parámetros que son decisivos al momento de ejecutar el modelo de patrones de corte son el número de productos P y el número de láminas madre M. Este último es un parámetro crítico debido a que debe ser manejado con extrema precaución, ya que, si no asigna el suficiente inventario para ejecutar la instancia, entonces no se obtiene la selección de las láminas madre que permiten reducir el desperdicio al máximo. Pero, si por el contrario se asigna demasiadas láminas madre a la instancia, entonces ocasiona que del modelo no se obtengan resultados por exceder el límite de memoria o generar un tiempo de solución muy grande. Para los demás parámetros analizados no se encuentra una relación directa con los tiempos de ejecución.

Demostrado que la herramienta diseñada tiene un impacto positivo que le permitiría a la empresa obtener un ahorro significativo, desde el punto de vista de su aplicación práctica pueden existir ciertas barreras que no posibilitaría su implementación. El principal inconveniente son los tiempos de ejecución que tarda el modelo de patrones de corte en encontrar una solución. Como la planeación de materia prima y patrones de corte es una actividad diaria, que incluso con base en los cambios del cliente debe realizarse dentro un mismo día varias veces, los tiempos para obtener los resultados se convierte en una desventaja importante. También, al permitir el modelo que se realice una combinación de diferentes referencias de productos dentro de una misma lámina madre, se estaría incurriendo en tiempos y costos adicionales por el cambio de un patrón de corte a otro. En términos del dimensionamiento de láminas madre, el tiempo de ejecución de esta herramienta es un tiempo justificable, ya que se realizaría cada vez que se identifique un cambio en las dimensiones de los productos demandados.

Por otro lado, a futuro se puede formular el modelo de patrones de corte considerando que los refiles generados puedan ser reutilizados para la fabricación de otros productos, para lo cual sería necesario integrar el proceso de la programación de la producción dentro del mismo modelo y garantizar que estos refiles no permanezcan mucho tiempo en inventario. También, incluir dentro del modelo de patrones de corte el costo en el que se incurre al cambiar un patrón de corte por otro. Con base en los resultado obtenidos en el presente trabajo, se podría diseñar pronósticos de demanda para las nuevas dimensiones de láminas madre y así consolidar una nueva política de inventario. Finalmente, para abordar la problemática de la empresa considerando dentro de un mismo modelo todas las referencias de producto y sus demandas, es indispensable el diseño de una metaheurística para poder garantizar la ejecución del modelo y una reducción en los tiempos CPU.

Bibliografía

Acevedo, N., Carrillo, A., Partenina-Arboleda, C. D., and Castilla, J. R. (2003). Modelo para programación de operaciones en la fabricación de cajas de cartón corrugado. *Ingeniería & Desarrollo*, 13:24–40.

Andrade, R., Birgin, E. G., and Morabito R. (2014). Two-stage two-dimensional guillotine cutting stock problems with usable leftover. *International Transactions in Operational Research*, 23:121–145.

Daniel, S. and Bulfin, R. L. (1998). *Planeación y control de la producción.* Mc Graw-Hill, Mexico, D. f.

Delorme, M., Iori, M., and Martello, S. (2016). Bin packing and cutting stock problems : Mathematical models and exact algorithms. *European Journal of Operational Research*, 255(1):1–20.

Dyckhoff, H. (1990). A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 44:145–159.

Elizondo, A. G. (2005). Kaizen, una mejora continua. VIII:330–333.

Gilmore, P. and Gomory, R. (1963). A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem — Part II. *Operations Research*, 11(6):863–888.

Golfeto, R. R., Morreti, A. C., and Neto, L. L. d. S. (2008). A grasp metaheuristic for the ordered cutting stock problem. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 16:421–427.

Kallrath, J., Rebennack, S., Kallrath, J., and Kusche, R. (2014). Solving real-world cutting stock-problems in the paper industry : Mathematical approaches , experience and challenges. *European Journal of Operational Research*, 238(1):374–389.

Kantorovich, L. V. (1960). Mathematical Methods of Organizing and Planning Production.pdf. *Management Science*, 6(4):366–422.

Kesemen, O., Tezel, Ö., and Özkul, E. (2016). Fuzzy c-means clustering algorithm for directional data (FCM4DD). *Expert Systems With Applications*, 58:76–82.

Leao, A. A. S., Furlan, M. M., and Toledo, F. M. B. (2017). Decomposition methods for the lot-sizing and cutting-stock problems in paper industries. 48:250–268.

Mara, G., Alexandre, d. A., Araujo, D., and Jans, R. (2018). Classification and literature review of integrated lot-sizing and cutting stock problems. *European Journal of Operational Research*, 271(1):1–19.

Mirhassani, S. A. and Bashirzadeh, A. J. (2015). A GRASP meta-heuristic for two-dimensional irregular cutting stock problem. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, pages 455–464.

Orejuela, J. P., Peña, D. A., and Gonzáles, C. A. (2014). Reducción de desperdicios de materia prima en una empresa del sector metalmecánico mediante la implementacion y modelación del cutting stock problem. *Producción Más Limpia*, 9(1):73–90.

Peña, D. A., Orejuela, J. P., and Gonzáles, C. A. (2017). El Problema de patrones de corte , clasificación y enfoques Cutting stock problem , classification and approaches. *Producción Más Limpia*, 15(1):112–125.

Ruvalcaba, L. G., Correa, J. G., and Zanella, V. (2014). Heuristica de dos-etapas para el problema de corte de piezas con guillotinado bidimensional. *Ingeniería Industrial*, pages 19–33.

Wang, D., Xiao, F., Zhou, L., and Liang, Z. (2020). Two-dimensional skiving and cutting stock problem with setup cost based on column-and-row generation. *European Journal of Operational Researc*.

Whascher, G., Haußner, H., and Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1109–1130.

Wuttke, D. A. and Heese, H. S. (2018). Two-dimensional cutting stock problem with sequence dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, 265:303–315.

Zaratiegui, J. R. (1999). La gestión por procesos : Su papel e importancia en la empresa. *Economía Industrial*, 330.

Anexo A

A.1. Código Ampl del archivo modelo para el caso 36

```
#CONJUNTOS
param Nlam; # Número de láminas
param Nprod; # Número de productos

#PARÁMETROS
param anchol{1..Nlam}; #ancho de la lámina l.
param altol{1..Nlam}; #alto de la lámina l.
param anchoi{1..Nprod}; #ancho del producto i.
param altoi{1..Nprod}; #alto del producto i.
param m;
param alfa{0..m};

#VARIABLES
var u{1..Nlam} binary; #1 si la lámina l es usada.
var x{1..Nprod,1..Nprod,1..Nlam} binary; #1 si el producto i se corta de la 1..Nprod k del objeto l.

#FUNCIÓN OBJETIVO
minimize desperdicio_total: sum{l in 1..Nlam} (anchol[l] * altol[l] * u[l]) - sum {i in 1..Nprod}
(anchoi[i] * altoi[i]);
#minimiza el desperdicio total

#RESTRICCIONES

subject to alto{l in 1..Nlam}: sum{k in 1..Nprod} (altoi[k] * x[k,k,l]) <= altol[l] * u[l];
#Los estantes no superen el alto de la lámina madre.

subject to ancho{k in 1..Nprod, l in 1..Nlam}: sum{i in k+1..Nprod} (anchoi[i] * x[i,k,l]) <=
(anchol[l]- anchoi[k]) * x[k,k,l];
#Los prodcutos de cada tira no superen el ancho de la lámina madre.

subject to demanda{i in 1..Nprod}: sum{l in 1..Nlam}sum {k in 1..i} x[i,k,l] = 1;
#Cumplir con la demanda.

subject to repetido1{j in 1..m,k in alfa[j-1]+1..alfa[j]-1}: sum{l in 1..Nlam}x[k+1,k+1,l] <=
sum{l in 1..Nlam} x[k,k,l];
#Rompera la simetría de productos identicos (1).

subject to repetido2{j in 1..m,k in alfa[j-1]+1..alfa[j]-1}: sum{l in 1..Nlam}sum {i in k+2..alfa[j]}
x[i,k+1,l] <= sum{l in 1..Nlam} sum {i in k+1..alfa[j]}  x[i,k,l];
#Romper la simetría de productos idénticos (2).
```

A.2. Código Ampl del archivo datos para el caso 36

```
param Nlam:= 800;
param Nprod:= 31;

param altoi:=
1 614
2 614
3 614
4 614
5 614
6 614
7 614
8 614
9 614
10 614
11 614
12 531
13 531
14 531
15 531
16 531
17 531
18 531
19 531
20 531
21 531
22 531
23 531
24 531
25 531
26 516
27 516
28 516
29 516
30 516
31 516
;
```

```
param anchoi:=
1 1716
2 1716
3 1716
4 1716
5 1716
6 1716
7 1716
8 1716
9 1716
10 1716
11 1716
12 1772
13 1772
14 1772
15 1772
16 1772
17 1772
18 1772
19 1772
20 1772
21 1772
22 1772
23 1772
24 1772
25 1772
26 1424
27 1424
28 1424
29 1424
30 1424
31 1424;

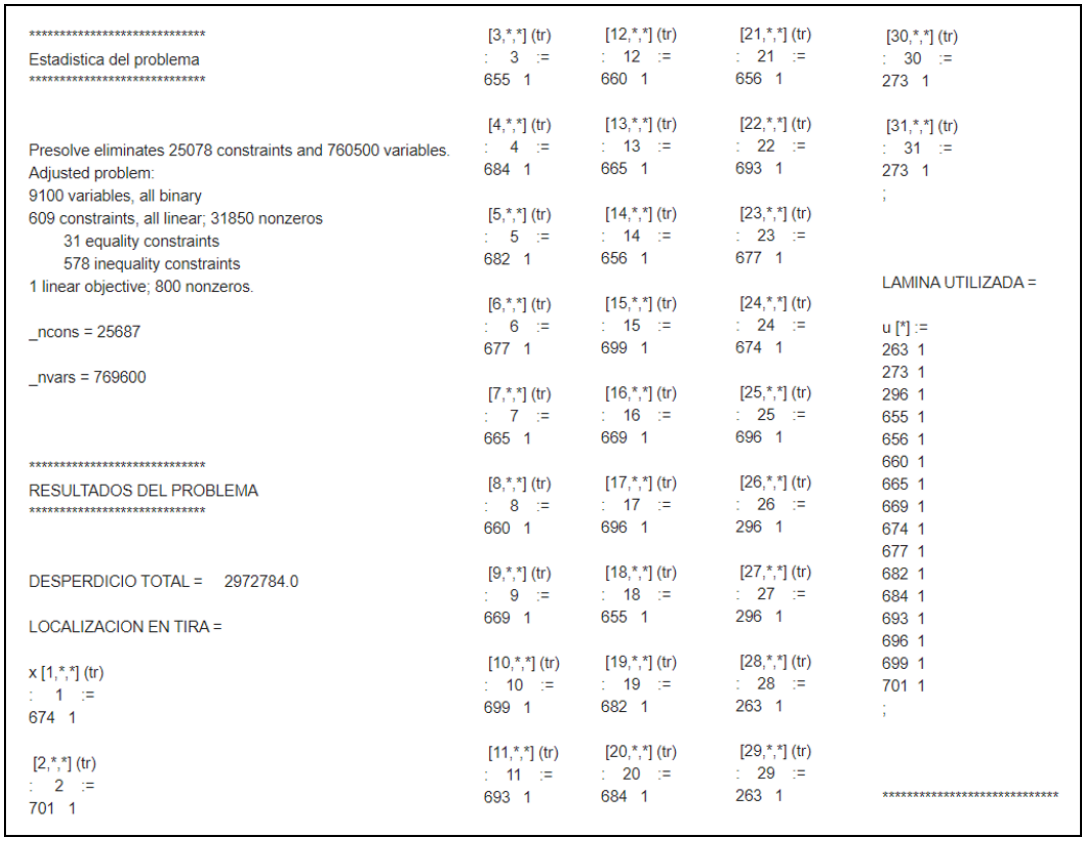
param m:= 3;

param alfa:=
0 0
1 11
2 25
3 31;
```

```
param altol:=
1 680
2 680
3 680
...
47 680
48 680
49 680
50 680
51 940
52 940
53 940
...
97 940
98 940
99 940
100 940
101 900
102 900
103 900
...
147 900
148 900
149 900
150 900
151 980
...
797 1185
798 1185
799 1185
800 1185;
```

```
param anchol:=
1 1050
2 1050
3 1050
...
47 1050
48 1050
49 1050
50 1050
51 1200
52 1200
53 1200
...
97 1200
98 1200
99 1200
100 1200
101 1320
102 1320
103 1320
...
147 1320
148 1320
149 1320
150 1320
151 1400
...
797 1900
798 1900
799 1900
800 1900;
```

A.3. Resultados de Ampl para el caso 36



```
*******************************
Estadistica del problema
*******************************


Presolve eliminates 25078 constraints and 760500 variables.
Adjusted problem:
9100 variables, all binary
609 constraints, all linear; 31850 nonzeros
      31 equality constraints
      578 inequality constraints
1 linear objective; 800 nonzeros.

_ncons = 25687

_nvars = 769600



*******************************
RESULTADOS DEL PROBLEMA
*******************************


DESPERDICIO TOTAL =     2972784.0

LOCALIZACION EN TIRA =

x [1,*,*] (tr)
:    1   :=
674   1

 [2,*,*] (tr)
:    2   :=
701   1

 [3,*,*] (tr)
:    3   :=
655   1

 [4,*,*] (tr)
:    4   :=
684   1

 [5,*,*] (tr)
:    5   :=
682   1

 [6,*,*] (tr)
:    6   :=
677   1

 [7,*,*] (tr)
:    7   :=
665   1

 [8,*,*] (tr)
:    8   :=
660   1

 [9,*,*] (tr)
:    9   :=
669   1

 [10,*,*] (tr)
:    10   :=
699   1

 [11,*,*] (tr)
:    11   :=
693   1

 [12,*,*] (tr)
:    12   :=
660   1

 [13,*,*] (tr)
:    13   :=
665   1

 [14,*,*] (tr)
:    14   :=
656   1

 [15,*,*] (tr)
:    15   :=
699   1

 [16,*,*] (tr)
:    16   :=
669   1

 [17,*,*] (tr)
:    17   :=
696   1

 [18,*,*] (tr)
:    18   :=
655   1

 [19,*,*] (tr)
:    19   :=
682   1

 [20,*,*] (tr)
:    20   :=
684   1

 [21,*,*] (tr)
:    21   :=
656   1

 [22,*,*] (tr)
:    22   :=
693   1

 [23,*,*] (tr)
:    23   :=
677   1

 [24,*,*] (tr)
:    24   :=
674   1

 [25,*,*] (tr)
:    25   :=
696   1

 [26,*,*] (tr)
:    26   :=
296   1

 [27,*,*] (tr)
:    27   :=
296   1

 [28,*,*] (tr)
:    28   :=
263   1

 [29,*,*] (tr)
:    29   :=
263   1

 [30,*,*] (tr)
:    30   :=
273   1

 [31,*,*] (tr)
:    31   :=
273   1
;


LAMINA UTILIZADA =

u [*] :=
263  1
273  1
296  1
655  1
656  1
660  1
665  1
669  1
674  1
677  1
682  1
684  1
693  1
696  1
699  1
701  1
;


*******************************
```

A.4. Dimensiones y demanda de productos en el año 2019

Tabla A.1: Dimensiones y demanda de productos en el año 2019

ALTOS \ ANCHOS	730	830	855	930	955	980	1030	1055	1080	1105	1130	1155	1180	1205	1230	1255	1280	1305	1330	1355	1380	1405	1430	1455	1480	1505	1530	1555	1580	1605	1630	1655	1680	1705	1730	1755	1780	1805	1830	1855	1880	1905	1930	1955
256			6200																																								
269	296		1430																																								
295					295			52																																			
308								120																																			
321			8500																																								
334		91				611																																					
347						3000	123						184																															
360					150										275																													
373												1000				64			60																								
386								60		136		97			5000					242																							
399				60					215				811				1571						405					26	281			365											
412						787				140			484	94	387							191	228					503															
425					126		268						501				48	174	415		150	216	40	92																			
438								135				100		30		1093		288	105		133	488			135		1155	163										193					
451								97				30			234	20	3631				277	281			124	160			109		152											
464											167		360	949		190		407		448	473				100	170	2800	100	344	1208								405					
477									85	158			54	148	42	375			725			550	85			126		127	257	38					459		387				35		
490																	443	260	130		159	316				414			421	168		1378	200	29	162	25		35					305	
503										150							92						100		218	197	224	375	1018	166		33	327	98	311		608	107						
516																	31	183	810		20	336	232	191	50	252			860	228		1109	729	1686	1396	700	180			179				
529														175					220	53		60			928						163	101	526	312	644	326	247		429		994	1004		1157
542												267						722			200	126			936	301			459	216	1219	2676	107	745		518	1053			435	554	108		
555								100												126	167	648		43		374	1749	1138		78		346	159	568	199	569	60	216	390	125				
568							283	657		132									239	126	308	818	73		73	329	545	100			219		524	2563		1400	311		80	692	1099	148		91	
581																					270	534				792	191	464	218			77	471	100		579	1492	1105			30	266		70	
594																369			286	256	275	561	708	325	289	147	44	150	122	830		542	111	848		440	361	252		242	513	152			
607																	53		92			434	346			536	175	2168	383	1114				1182	245	54	20	412				509	62		
620							314									172			58	361			174		171		94	416	173	198	722		299	465	1091	149		446		294	171	171	63	1041	
633									31		46				126		181	654					167	23	297	899		730	233	341	244			22	541	846	500			508					
646																716					34			596		642		260	30	265	590		80	87			927	30		187	127				
659							209								264									57									167				125				30			
672								894	215										406					114	95	20		249				55											
685								126		162										250		98	185		109				218	177	22			493	175							84		
698																				128	419			170							305	242		50			392			30		201		
711								87																228													403						
724								101																700	714					79	447	41				339						
737																	125						125						161	267		348				223							
750																																		317									
763																																	335									
776																																	491		50							
802																								240																		
880																																										40

A.5. Código Ampl del archivo comando para el cluster 17

Parte A.

```
model modeloc.txt; #carga el arhivo del modelo.

param talto; # cuántos tipos de alto de láminas madre.
param tancho; # cuántos tipos de ancho de láminas madre.
param ANCHO; # ancho mínimo de la láminas madre con el que inicia el bucle.
param ANCHO2; # mismo ancho mínimo de la láminas madre, que devuelve el valor original al bucle.
param ALTO; # alto mínimo de la láminas madre con el que inicia el bucle..
param conta; # es el contador para la función objetivo.
param combi; # es el número máximo de combinaciones posibles.
param increalto; # de a cuanto se va a ir incrementando el alto (intervalo).
param increancho; # de a cuanto se va a ir incrementando el ancho (intervalo).

data datosc17.txt; #carga el archivo de los datos.

let combi:=talto*tancho; # número de combinaciones posibles de lámina madre.
param DESPERDICIO{1..combi+1}; # variable que va guardando los resultados de la función objetivo
del desperdicio.
param anchosmadre{1..combi+1}; # variable que va guardando los anchos de las láminas madre.
param altosmadre{1..combi+1}; # variable que va guardando los altos de los diferentes tipos láminas
madre.
option solver_msg 0; # Para que ampl no muestre la información del problema.

for {a in 1..talto}{
let{l in 1..Nlam} altol[l]:= ALTO; # Asigna a todo el inventario el alto de la iteración.

        for {b in 1..tancho}{
        let{l in 1..Nlam} anchol[l]:= ANCHO; # Asigna a todo el inventario el ancho de la iteración.

        #CONDICIONES INICIALES
        option solution_precision 0;
        option omit_zero_rows 1;
        option omit_zero_cols 1;
        option solver Gurobi;
        solve;
        #CÓDIGO PARA IR GUARDANDO LOS DATOS EN CADA ITERACIÓN
        let conta:= conta+1; #contador
        let DESPERDICIO[conta]:=desperdicio_total;
        let anchosmadre[conta]:=ANCHO;
        let altosmadre[conta]:=ALTO;

        #IMPRIMIR LOS RESULTADOS
        printf "\n\n*****************************\n";
        printf "\nCOMBINACION número = \t%9.1f", conta;
        printf "\n\n*****************************\n";
```

Parte B.

```
        #IMPRIMIR LOS RESULTADOS
        printf "\n\n*****************************\n";
        printf "\nCOMBINACION número = \t%9.1f", conta;
        printf "\n\n*****************************\n";
        display desperdicio_total;
        display u;
        display x;
        display ANCHO;
        display ALTO;

        # CALCULAR LOS TIEMPOS
        display _ampl_elapsed_time;
        display _solve_elapsed_time;
        display _total_solve_time;

        let ANCHO:= ANCHO + increancho; # Incrementa el ancho de acuerdo al intervalo seleccionado.
        }
let ANCHO:= ANCHO2; #Devuelve el valor incial de ancho de la lámina madre.
let ALTO:=ALTO + increalto; # Incrementa el alto de acuerdo al intervalo seleccionado.
}
#############################################################################################
#Como por medio del bucle no llega hasta los valores maximos por decimales, esta parte lo que hace
es que se pueda evaluar hasta el último milímetro posible, es decir, la lámina de 1200x2000.

let conta:= conta+1; #Contador
let{l in 1..Nlam} altol[l]:= 1200; # Asigna a todo el inventario el alto.
let{l in 1..Nlam} anchol[l]:= 2000; # Asigna a todo el inventario el ancho.

option solver Gurobi;
solve;

let DESPERDICIO[conta]:=desperdicio_total;
let anchosmadre[conta]:=2000;
let altosmadre[conta]:=1200;
#############################################################################################

printf "\n\n*****************************\n";
display DESPERDICIO;
display altosmadre, anchosmadre;
display _total_solve_elapsed_time;

#GENERAR LOS ARCHIVOS DE LOS RESULTADOS
display DESPERDICIO > desperdicioc17.txt;
display altosmadre, anchosmadre, _total_solve_elapsed_time > láminasmadrec17.txt;
```