



**SIGNIFICADO PERSONAL DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE
ESTUDIANTES DE DOS CURSOS DE INFERENCIA ESTADÍSTICA UTILIZANDO
GEOGEBRA.**

ANDREA LILIANA ALVAREZ GIRALDO

JENNIFER ISABEL MUÑOZ HERRERA

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Matemáticas y Física

Junio 2018



**SIGNIFICADO PERSONAL DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE
ESTUDIANTES DE DOS CURSOS DE INFERENCIA ESTADÍSTICA UTILIZANDO
GEOGEBRA.**

ANDREA LILIANA ALVAREZ GIRALDO

JENNIFER ISABEL MUÑOZ HERRERA

Trabajo de grado presentado en el programa académico Licenciatura en Matemáticas y Física
como requisito para optar al título de Licenciadas en Matemáticas y Física

Director:

Mgtr. Diego Díaz Enríquez

Codirector:

Dr. David Benítez

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Matemáticas y Física

Junio 2018

NOTA DE ACEPTACIÓN

JURADO

JURADO

FECHA DE ENTREGA

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Mauricio Tabares por su amor, comprensión y confianza. Además, de ser la persona quien más me ha apoyado en este proceso de formación; a mi tía Elizabeth por ser mi segunda madre; a mi tía Rosa porque siempre estuvo pendiente de mí desde la distancia; a mi hermana Michel para que siga mis pasos y en un futuro sea una gran profesional; a mi prima Alejandra y a mi familia de vida, mis amigos que siempre han estado conmigo en las buenas y en las malas.

Isabel

Dedico este trabajo a Dios, que ha sido mi apoyo moral en situaciones adversas y ha hecho posible las cosas que creí imposibles en algún momento, a mi madre, la reina de mi vida quien es mi luz y razón de ser, mi motor de vida e inspiración de lucha inquebrantable, a mi hermano...el genio de mi vida, quien nunca ha dudado de mí y fue mi inspiración para lograr esta meta, recuerda que sólo es cuestión de creer. A Víctor el amor de mi vida, por su apoyo incondicional y su amor infinito, por creer en mí más de lo que yo creía y comprender mi ausencia por la academia. Finalmente a mis amigos de vida y academia, mi familia elegida, por su voz de aliento, sus enseñanzas y los momentos vividos.

Andrea

AGRADECIMIENTOS

Le agradecemos a la Universidad del Valle, por brindarnos los instrumentos para cumplir este objetivo profesional y por suministrar el constante soporte metodológico y teórico a esta investigación, por acogernos y poder vivir en su campus experiencias que nos formaron personal y profesionalmente.

A los profesores Diego Díaz y David Benítez, por su dedicación, motivación, paciencia y criterio. Ha sido un privilegio poder contar con su guía y ayuda.

Gracias a todas esas personas que de una y otra forma colaboraron con este proyecto, familia, amigos entre otros.

RESUMEN

Este trabajo de grado tuvo como finalidad comparar el significado personal de la distribución normal en los estudiantes de dos cursos de inferencia estadística del área de educación Matemática de la Universidad del Valle sede Meléndez.

Esta comparación se realizó a la luz de la teoría del significado institucional y personal de los objetos matemáticos de Godino y Batanero (1994), en el marco del Enfoque Ontosemiótico, la cual se encuentra implícita en la tesis doctoral de Tauber (2001) que fue el principal referente para realizar este trabajo de grado. Para ello se diseñaron dos recursos didácticos interactivos en Geogebra, donde los estudiantes de un sólo curso hicieron uso de éstos en una clase taller y en ella pudieron observar algunas de las propiedades de la distribución normal a partir de una serie de problemas seleccionados para tal fin.

Posteriormente para ambos cursos se adaptó un instrumento tomado de Tauber (2001) que describe y evalúa el significado personal de cada estudiante, todo ello con la finalidad de comparar y evidenciar de forma cuantitativa y cualitativa las diferencias y semejanzas marcadas que obtuvieron los estudiantes de los dos cursos, en el significado personal de la distribución normal tras haber tenido la intervención con el software de Geogebra.

Palabras claves: Distribución normal, Significado personal, Elementos de significado, Recursos didácticos interactivos, Geogebra.

ABSTRACT

The aim of this degree work was to compare the personal meaning of the normal distribution of the students of two courses of statistical inference in the area of Mathematics education of Universidad del Valle Branch Melendez

Broadly speaking, this comparison was conducted through the light of the theory of the institutional and personal meaning of the mathematical objects of Godino and Batanero (1994), within the framework of the Ontosemiotic Approach, which is implicit in Tauber's doctoral thesis (2001). That was the main reference to perform this degree work. For this, two interactive teaching resources were designed in Geogebra, where the students of a single course made use of these in a workshop class and in it they could observe some of the properties of the normal distribution from a series of problems selected for that purpose. Later for both courses an instrument taken from Tauber (2001) was adapted to describe and evaluate the personal meaning of each student, in order to compare and demonstrate in a quantitative and qualitative way the marked differences and similarities that the students of the two courses obtained in the personal meaning of the normal distribution after having had the intervention with the Geogebra software.

Keywords: Distribution Standard, Personal meaning, Elements of Meaning, Interactive teaching resources, Geogebra.

TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA	4
RESUMEN	6
ABSTRACT.....	7
TABLA DE CONTENIDO.....	8
LISTAS DE FIGURAS.....	11
LISTA DE TABLAS	12
INTRODUCCIÓN	13
CAPÍTULO I FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	17
1.1. Planteamiento del problema.....	17
1.2. Objetivos.....	20
1.2.1. Objetivo general.....	20
1.2.2. Objetivos específicos.	20
1.3. Justificación	21
1.4. Antecedentes	24
CAPÍTULO II MARCO DE REFERENCIA	29
2.1. Enfoque Ontosemiótico	29
2.1.1 Significado institucional	30
Significado institucional local.	30
Significado institucional observable.....	30
Significado institucional de referencia	30
2.1.2 Significado Personal.	30
2.1.3 Significado institucional de referencia.....	31
Elementos extensivos.....	31
Problemas.....	32
Contextos empleados en las actividades desarrolladas en el aula tradicional	35
Elementos ostensivos.....	36
Representaciones gráficas	36
Representaciones numéricas.	36
Representaciones simbólicas específicas de la distribución normal.....	37
Representaciones simbólicas de conceptos relacionados con la distribución normal	39

Elementos actuativos	40
Elementos intensivos	46
Definición	46
Propiedades de la distribución normal.....	52
Elementos validativos	57
Validación a través de la representación gráfica.....	57
Validación por medio de comprobación de casos.....	58
Demostraciones informales.....	59
Demostraciones deductivas.....	59
Análisis	59
Generalización	60
Síntesis	60
2.2. Diseño de Recursos didácticos interactivos	61
2.2.1. Recursos didácticos interactivos.	61
2.2.2. Diseño del Recurso didáctico interactivo	62
A continuación se detallan las etapas del diseño del recurso didáctico interactivo.....	62
Etapas de reflexión y análisis.	63
Etapas de diseño y maquetaación.....	63
Etapas de revisión y evaluación	63
Etapas de mejora y rediseño.....	63
2.3. Utilización de Geogebra en el trabajo de grado.....	64
CAPÍTULO III DISEÑO METODOLÓGICO	65
3.1. Tipo de estudio.....	65
3.2. Población.....	66
3.3. Fases del trabajo de grado.....	66
3.3.1. Fase I: Determinación del significado institucional de referencia.....	66
3.3.2. Fase II: Diseño	67
Recursos didácticos interactivos.....	67
Cuestionario	68
Fiabilidad del cuestionario.....	69
Análisis a priori de los ítems.....	70
3.3.3. Fase III: Pilotaje.....	70

	10
3.3.4. Fase IV: Rediseño	71
3.3.5. Fase V: Toma de Datos.....	73
3.3.6. Fase VI: Análisis de los resultados.	73
CAPÍTULO IV ANÁLISIS DE RESULTADOS	75
4.1. Análisis cuantitativo de los resultados	75
4.2. Análisis cualitativo de los resultados	79
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	87
5.1 Conclusiones	87
5.2. Recomendaciones	88
Referencias Bibliográficas	90
APÉNDICES.....	94
Apéndice A. Programa del curso inferencia estadística.....	94
Apéndice B. Análisis a priori.....	97
Apéndice C. Prueba piloto	105
Apéndice D. Recursos didácticos interactivos y Cuestionario	106
Apéndice E. Taller con Geogebra	108
Apéndice F. Cuestionarios resueltos por los estudiantes del curso A y B.....	109

LISTAS DE FIGURAS

<i>Figura 1</i> Tomada de Tauber (2001, p.77).....	44
<i>Figura 2</i> Tomada de Tauber (2001, p.77).....	45
<i>Figura 3</i> Tomada de Tauber (2001) p.78.....	47
<i>Figura 4</i> Tomada de Tauber (2001)p.78.....	47
<i>Figura 5</i> Tomada de Tauber (2001) p.80.....	50
<i>Figura 6</i> Tomada de Tauber (2001, p.84).....	54
<i>Figura 7</i> Tomada de Mendenhall, Beaver, Beaver, 2006, p. 229.....	58
<i>Figura 8</i> Esquema etapas del diseño del recurso didáctico interactivo	62
<i>Figura 9</i> Grafica preguntas acertadas Vs estudiantes curso A	78
<i>Figura 10</i> Grafica preguntas acertadas Vs estudiantes curso B	78
<i>Figura 11</i> respuesta punto 12, grupo B	82
<i>Figura 12</i> Distribución normal con diferente desviación estándar (ver apéndice D).....	102
<i>Figura 13</i> Representación de la distribución normal (ver apéndice D).....	102

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Resultados test	46
Tabla 2: Propiedades Geometricas.....	53
Tabla 3: Resultados cursos A, estudiantes que utilizaron los recursos didacticos interactivos	76
Tabla 4: Resultados curso B, no utilizaron los recursos didacticos interactivos	76

INTRODUCCIÓN

Este trabajo de grado se realiza para optar por el título de Licenciadas en Matemática y Física del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, en la línea de investigación de Didáctica de las Matemáticas referente al pensamiento aleatorio.

Para ello, se propone comparar el significado personal del concepto de distribución normal, que adquieren los estudiantes de inferencia estadística del área de Educación Matemática en la Universidad del Valle sede Meléndez, esta comparación se realizó bajo la luz de la teoría del significado institucional y personal de los objetos matemáticos de Godino y Batanero (1994), en el marco del Enfoque Ontosemiótico, la cual está inmersa en la investigación doctoral de Liliana Tauber (2001), cabe resaltar que esta investigación es el principal referente para este trabajo de grado, ya que proporciona el significado institucional de referencia de la distribución normal y proporciona el instrumento que se utilizó para cumplir el objetivo general en este trabajo de grado. Se tuvieron en cuenta dos cursos de inferencia estadística, donde sólo uno de ellos contó con la utilización de dos recursos didácticos interactivos diseñados en el software de Geogebra.

Posterior a la aplicación del instrumento y tras realizar un análisis de los resultados obtenidos, se caracteriza el significado personal que tienen los estudiantes de cada curso tras haber vivenciado sus respectivos procesos, para así realizar la respectiva comparación entre el significado personal que adquirieron los estudiantes de ambos cursos.

El interés de esta investigación parte del hecho de que el concepto de distribución normal

es un concepto que se ha ido consolidando a través de los años y surge la necesidad de estudiar las problemáticas que se generan en la enseñanza de éste. Además, es un concepto de suma importancia en la enseñanza de la estadística, pues tiene mucha aplicabilidad en diferentes contextos y como se verá en el transcurso del documento, presenta una serie de elementos de significado importantes en el aprendizaje de este concepto por parte de los estudiantes.

El capítulo I presenta los aspectos generales del trabajo de grado como la naturaleza del problema, el cual se verá evidenciado en planteamiento del problema, la justificación, algunas investigaciones previas y los objetivos planteados para intentar responder a la pregunta problema.

En el capítulo II se expone una pequeña parte de la teoría del enfoque ontosemiótico, principalmente la postura para abordar los objetos matemáticos, los cuales se abordan desde la teoría de ***Los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos*** de Godino y Batanero (1994). Cabe anotar que esta teoría es utilizada en diversos estudios y según nuestras pesquisas sólo existe una actualización incluida en una síntesis del enfoque ontosemiótico realizada por Godino (2014). A partir de ***Los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos*** se deducen los elementos de significado que se ponen en juego en la actividad matemática, que según (Tauber, 2001) los entiende como “sistemas de prácticas”. Los cuales hacen referencia a las situaciones-problemas, aplicaciones (Elementos Extensivos), términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos (Elementos Ostensivos), procedimientos, algoritmos, operaciones (Elementos Actuativos), conceptos, proposiciones (Elementos Intensivos), generalización, análisis, síntesis, entre otros (Elementos Validativos). A partir de estos elementos de significado (Tauber, 2001) fija el

significado institucional de referencia de la distribución normal, el cual es tomado en este mismo capítulo como referente para este trabajo de grado. Por otro lado, también se contempla en este capítulo el taller de diseño de los recursos didácticos interactivos dirigido por Gámez, Marín (2011), en el cual se proponen cuatro etapas para el diseño: Etapa de reflexión y análisis, etapa de diseño y maquetación, etapa de revisión y evaluación, etapa de mejora y rediseño, a partir de éste se diseñan los dos recursos didácticos interactivos en Geogebra para la aplicación a uno de los cursos.

En el capítulo III se expone la metodología empleada para cumplir a cabalidad los objetivos trazados en este trabajo de grado. Esta metodología se enmarca dentro de un enfoque mixto, ya que se realizó un análisis cualitativo y cuantitativo de los resultados obtenidos. Asimismo, se describe la población de estudio, la cual la constituye los estudiantes de dos cursos de inferencia estadística del área de educación Matemática de la Universidad del Valle sede Meléndez del periodo febrero-junio 2018, y finalmente se detallan cada una de las fases planteadas en pro del desarrollo de los objetivos trazados de este trabajo de grado: fase I construcción de significados, fase II diseño, fase III pilotaje, fase IV rediseño, fase V toma de datos, fase VI análisis de los resultados.

En el capítulo IV se realiza un análisis cualitativo y cuantitativo de los datos obtenidos tras haber aplicado el cuestionario de (Tauber, 2001), dichos datos permitieron hacer la caracterización del significado personal que obtuvieron los estudiantes acerca del concepto de distribución normal. Esta caracterización permitió hacer la comparación entre los dos cursos y llegar a la conclusión.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones. Para este caso, la conclusión principal encontrada apunta a que las tecnologías son de gran utilidad para ayudar a la comprensión de la distribución normal, los estudiantes que utilizaron los recursos didácticos

interactivos en Geogebra se desempeñaron mejor en la prueba que aquellos que no utilizaron dichos recursos, al reconocer mejor los elementos de significado de la distribución normal, logrando así tener un significado personal más cercano al significado institucional de referencia.

CAPÍTULO I FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1. Planteamiento del problema

Los sistemas analíticos probabilísticos y los métodos estadísticos que evolucionaron a lo largo de los siglos XIX y XX, se han perfeccionado en las últimas décadas con los adelantos de la computación electrónica, por lo que actualmente ya no es tan significativo para los estudiantes memorizar fórmulas ni la destreza para calcular sus valores, mientras que sí lo es el fomento del pensamiento aleatorio, que les posibilitará interpretar, analizar y utilizar los informes que se divulgan en los diversos medios de comunicación como resultados de los diferentes programas de análisis de datos (MEN, 2006). Ante este panorama, la accesibilidad a la información es mayor y las personas necesitan desenvolverse en diferentes contextos de incertidumbre con una postura crítica para la toma de decisiones. La responsabilidad frente a esta necesidad recae sobre los profesores, quienes deben fomentar el pensamiento aleatorio en pro de desarrollar las competencias propias de la educación estadística como lo son el pensamiento estadístico, el razonamiento estadístico y la alfabetización estadística.

Así mismo, las tecnologías tienen un gran impacto en la estadística, pues no sólo han ayudado a su evolución y desarrollo, sino también a su enseñanza. En la actualidad existen diversos programas tecnológicos que modelan situaciones que en lápiz y papel sería imposible de apreciar.

Las tecnologías son un poderoso instrumento didáctico, que permite explorar los conceptos estadísticos y probabilísticos. La facilidad de simulación de experimentos aleatorios hace posible la experimentación, observación y exploración de procesos estadísticos. También, existe la posibilidad de variar los parámetros de los que depende el comportamiento estadístico de tales representaciones gráficas. Así los nuevos "objetos"

pierden su carácter abstracto, exponiendo una experiencia estadística que no se podría observar en la realidad.

(Batanero 2001, p.15)

Ahora bien, para (Tauber, 2001). Los profesores de estadística generalmente encuentran problemas en los últimos cursos de escolaridad o a nivel universitario en el tránsito de la estadística descriptiva a la inferencia estadística, su comprensión depende según la forma en la que este tránsito se realice. Además, la inferencia estadística requiere de conocimientos matemáticos más evolucionados, a diferencia del análisis exploratorio de datos donde sólo es necesario conocer algunas funciones sencillas, operaciones básicas en aritmética, entre otras que posibilitan su estudio.

Particularmente, la Universidad del Valle en la sede Meléndez, ofrece el curso de Inferencia Estadística para los programas de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas y Física, adscritos al Área de Educación Matemática. En este curso, se estudian distribuciones como la binomial, la geométrica, la de Poisson, la normal, entre otras, las cuales permiten analizar eventos tanto de la cotidianidad como los de otras disciplinas. En este sentido, es conveniente preguntarnos si ¿logran los estudiantes identificar cuál es el tipo de distribución adecuada para determinado colectivo de datos?

La distribución normal es un concepto que cumple un rol relevante en la inferencia estadística, pero al igual que los otros conceptos abordados en ella, requiere de conocimientos profundos en matemáticas como la integración, derivación, límites, entre otros, que según (Vallecillos, 1994), los estudiantes al no entender estos contenidos matemáticos presentarán inconvenientes en los procedimientos y en los algoritmos necesarios a la hora de resolver

problemas, interpretar gráficas o tablas, que son algunos de los elementos de significado determinantes en el significado personal que se le atribuye a la distribución normal. Sobre el asunto cabe preguntarse ¿cuál es el significado que le atribuyen a la distribución normal los estudiantes del Área de Educación Matemática?

Además, se presenta una dificultad: las falencias matemáticas previas que presentan los estudiantes inciden a la hora de abordar formalmente el estudio de la distribución normal; de ahí que el profesor omita la parte formal de la matemática, para recompensar esa falta de conocimientos previos de los estudiantes (Sánchez, 2016). Lo cual, influye en la constitución del significado institucional observable, que es en términos de Tauber (2001) “lo que realmente se lleva a cabo en el aula, que puede variar respecto a lo previsto.”, (p.54). A su vez, este tipo de significado es posible que dependa del significado institucional de referencia, el cual para Tauber (2001) es aquel “significado que se da desde los libros de texto” (p.55). Ante este panorama es necesario involucrarse en este campo, pues de lo contrario se podría tener como resultado tal como lo afirma Sánchez (2016) “profesionales que aplican la distribución normal de forma mecánica sin comprender el concepto y sus propiedades” (p.11). Llamaría la atención considerar la siguiente pregunta:

¿Qué diferencias y semejanzas presenta el significado personal entre los estudiantes de dos cursos de inferencia estadística, concerniente al concepto de Distribución Normal, cuando sólo uno de ellos utiliza Geogebra?

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general. Comparar el significado personal de la distribución normal, entre los estudiantes de dos cursos de inferencia estadística de la Universidad del Valle, cuando sólo uno de ellos utiliza Geogebra.

1.2.2. Objetivos específicos.

- Establecer el significado institucional de referencia de la distribución normal.
- Diseñar un recurso didáctico sobre la distribución normal utilizando GeoGebra y aplicarlo a sólo uno de los cursos de inferencia estadística del área de Educación Matemática de la Universidad del Valle sede Meléndez.
- Identificar las características del significado personal de la distribución normal, en los dos cursos de inferencia estadística, mediante la aplicación de un cuestionario.

1.3. Justificación

“La educación debe preparar a las personas para ser flexibles, estar alertas y ser creativas ante la incertidumbre del futuro, actitudes que son fundamentales en un sistema democrático”¹ –Dewey–

Según (Batanero, 2002). Existe la necesidad de culturizar en estadística, argumentando que es posible enseñarla desde los primeros años de escolaridad coincidiendo en un par de aspectos con Holmes quien afirma:

La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos y su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.

(Holmes, 1980. citado, p.14).

Asimismo, la Estadística brinda elementos para analizar fenómenos de otras ciencias, como las Ciencias Naturales, las Ciencias Sociales, y las Ciencias Formales o Puras, dado que es aplicada en el proceso de investigación científica de éstas, por ello es considerada “auxiliar” de todas las ciencias, y es allí donde radica su importancia (Fortún, 2017). Por otro lado, (Ribeiro, 2016) apoya la idea de complementar en las actividades escolares en torno a la estadística, problemas contextualizados con datos reales del entorno de los estudiantes, con el fin de encaminar a éstos hacia una reflexión sobre su realidad política, social, económica y ambiental que influyen en su realidad. En este sentido, la distribución normal es uno de esos

¹ Tomado de <http://docslide.net/documents/el-to-educativo-de-john-dewey-55a750a994b96.html>

conceptos de la Estadística que ofrece esta posibilidad, ya que comúnmente es utilizada en las diferentes disciplinas permitiendo modelar fenómenos físicos, psicológicos, biológicos, antropométricos, sociológicos, entre otros, además de estudiar su variabilidad y probabilidad de ocurrencia y cuyos resultados ayudan en la toma de decisiones frente a ambientes de incertidumbre.

Para (Tauber, 2001). Teniendo en cuenta los cursos de Estadística y estudiando un poco el surgimiento histórico de varios conceptos, ha de notarse que la distribución normal es un concepto favorable para dar pie a la interpretación y uso de otros conceptos estadísticos como la distribución T-Student, la aproximación de la distribución binomial por la normal, contraste de hipótesis, la desviación estándar, entre otros, que se requieren en problemas contextualizados para los estudiantes. Adicionalmente, la distribución normal juega un rol específico dentro de la Estadística, pues gracias al teorema central del límite se facilita el empleo de los métodos de inferencia, independiente de la forma de la distribución de la muestra cuando el tamaño de ésta sea lo bastante grande.

Por otra parte, en los diferentes medios de comunicación y resultados de investigación proporcionan información basada en estudios estadísticos, al igual que en las diferentes disciplinas es común escuchar términos como la desviación estándar, la varianza, la media o el promedio, entre otros. Tal es el caso de los resultados de las pruebas estandarizadas (SABER, PISA, TIMSS) los cuales frecuentemente son presentados en términos de promedio y desviaciones estándar, que son los parámetros propios de la distribución normal. Razón por la cual es recomendable el estudio de estos conceptos para una correcta interpretación de los resultados por parte de los profesores y directivos.

Volviendo la mirada hacia algunos de los problemas de la Estadística en la educación superior, realizar el tránsito del análisis exploratorio de datos a la inferencia estadística

generan una serie de dificultades en el estudiante, por tal razón el profesor debe hacer el tránsito de una manera sutil, esto se evidencia en la programación del curso de inferencia estadística para los estudiantes de educación Matemática de la Universidad el Valle la cual sugiere que los estudiantes deben tener conocimiento y claridad en conceptos como distribución de probabilidad discreta y continua, población y muestra, métodos para seleccionar una muestra y medidas de tendencia central, antes de llegar al concepto de distribución normal. Material que aparece en el apéndice A. Ha de notarse entonces que es importante realizar estudios en el campo de la Estadística y específicamente en el concepto de distribución normal.

Por otro lado, revisando el ámbito de las tecnologías, que se han convertido en una herramienta fundamental para el desarrollo de la vida cotidiana. En la estadística se observa que las tecnologías ofrecen una gran variedad de herramientas que sirven para modelar ciertos fenómenos que con el lápiz y el papel sería imposible de mostrar, éstas son de gran ayuda en la construcción, validación y representación de conceptos.

En Colombia el Ministerio de Educación Nacional busca la formación permanente de profesores centrada en la reflexión sobre su práctica y en las posibilidades pedagógicas y didácticas del recurso tecnológico. En el año 2000 se inició el Proyecto: Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia, en el cual participaron 24 Universidades del país. Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional se señala MEN:

Las posibilidades que brindan las tecnologías computacionales (computadores y calculadoras gráficas y algebraicas), como instrumentos mediadores en el aprendizaje de los alumnos, en la construcción de conocimientos y en la comprensión de lo que hacen, viene impulsando en el país una verdadera revolución educativa, una oportunidad para

acceder a la información y al conocimiento universal y la transformación de las escuelas desde las particularidades de las diferentes regiones que integran el país.(2004, p.23)

Según López (2104) citado en la Alcaldía de Santiago de Cali, en el Valle del Cauca en el año 2012 se inició otro proyecto llamado Tita, educación digital para todos, el cual beneficia a estudiantes y profesores de Cali, Yumbo, Dagua, la Cumbre y Vijes, el objetivo de este proyecto era formar profesores con el uso de las tecnologías para llevarlas al salón de clase como herramienta pedagógica.

Para este trabajo se diseñará y aplicará un recurso didáctico interactivo utilizando el programa GeoGebra, el cual podría aportar a la enseñanza y el aprendizaje de la estadística y la probabilidad, pues permite realizar procedimientos que posibilitan el análisis exploratorio de datos, el cálculo de probabilidades y el manejo de algunas distribuciones de probabilidad.

Aunque la distribución normal es una de las distribuciones más importantes en el estudio de la estadística, se observa que las investigaciones sobre este tipo de distribución están incipientes a nivel local e internacional, pues no se encuentra una cantidad significativa de investigaciones, es necesario entonces realizar este tipo de iniciativas para sentar las bases para futuras investigaciones.

1.4. Antecedentes

En la labor de búsqueda y consulta se encontró a nivel nacional el trabajo de Luzdary Rangel Ruiz en el año 2010 en Bucaramanga, titulado ***Concepciones que sobre la distribución normal tienen algunos profesores de matemáticas en formación***, para optar al título de Licenciada en Matemáticas de la Escuela de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Industrial de Santander. En el trabajo, Rangel estudia la concepción de distribución normal, que tienen los profesores de matemáticas en formación a través de la resolución de problemas. Para ello se basó en los resultados de la aplicación de dos

cuestionarios, uno sobre distribución normal y el otro sobre el teorema central del límite, a 14 profesores de matemáticas en formación (estudiantes de la asignatura Estadística II), de los que se analizaron las estrategias usadas por los estudiantes y las dificultades que presentaron. Rangel en el marco teórico, define la distribución normal en términos matemáticos y estadísticos, lo que para efectos del presente proyecto de grado sólo se considerarán algunas propiedades (estadísticas, geométricas y algebraicas).

Algunas conclusiones a las que Rangel llegó, tras el estudio de los resultados del cuestionario, es que los estudiantes presentan dificultades en los problemas que implican cálculos numéricos tanto en la distribución normal como el teorema central del límite. Además, ellos dejan de lado la media y la desviación estándar, y no las asocian como parámetros propios de la distribución normal. Por último, Rangel hace notar que los estudiantes asocian el teorema del límite central sólo a problemas con poblaciones normales, sin darle importancia a su utilidad en cualquier población independiente de su distribución.

A nivel internacional, la búsqueda y consulta bibliográfica halló, en el repositorio de la Universidad de Sevilla en España, la tesis doctoral de Liliana Tauber en el año 2001, titulada ***La construcción del significado de distribución normal a partir de actividades de análisis de datos***, la cual aporta la contribución más significativa a este trabajo de grado. En esta tesis, Tauber analiza las dificultades presentes en estudiantes de un curso introductorio de estadística de la Universidad de Sevilla y su objetivo principal se centra en la enseñanza y el aprendizaje de la distribución normal, por lo que propone el diseño y aplicación de sesiones teóricas (en el aula) y prácticas (con ordenador usando el software Statgraphics). Dichas sesiones, buscan responder cuestiones acerca del significado institucional de la distribución normal a partir de la práctica y por otro lado cuestiones acerca del significado personal de la distribución normal, evidenciadas a lo largo del curso en la resolución de problemas al

responder a un cuestionario elaborado por Tauber para ese propósito; todo enmarcado en la teoría del Enfoque Ontosemiótico de Godino y Batanero acerca del significado y comprensión de los objetos matemáticos. Para este trabajo de grado la tesis de Tauber es de gran utilidad en todo lo concerniente al significado de distribución normal (tanto institucional como personal), de donde se toma el significado institucional de referencia y el cuestionario elaborado por ella para evaluar el significado personal de los estudiantes.

En su investigación, Tauber, entre otras conclusiones señala que el significado de la distribución normal es complejo, debido a que éste se sustenta en otros conceptos estadísticos previos, que de no estar claros será un obstáculo en la comprensión del mismo, asimismo sugiere que sería ideal que la enseñanza de dicho concepto fuera inicialmente más intuitiva. De otro lado, advierte que los estudiantes deberían hacer el análisis de datos a partir de datos reales y propios, y no tomando un sistema de datos de algún libro como siempre se hace, por lo que afirma, que éste sería un mejor punto de partida de la estadística para el estudiante, además recomienda que el profesor debe ser consciente de los niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes.

En cuanto a la enseñanza de la estadística y su relación con las tecnologías se encontraron algunos artículos; El primero *la distribución normal, la calculadora y las nuevas tecnologías*, muestra una forma de hallar la distribución normal por medio de las calculadoras, dejando de lado las tablas de estandarización que se utilizan para hallar la distribución normal. En el artículo en mención se concluye que el uso de las calculadoras gráficas permite comprobar rápidamente y de forma visual, lo que se está buscando con un enfoque más innovador, dando prioridad al razonamiento y permitiendo más tiempo para pensar y analizar los resultados que se obtiene. (Martín, Álvarez. 2017)

El segundo artículo, *las herramientas computacionales en la enseñanza de la probabilidad*

y la estadística del año 2015, señala la importancia que tienen las herramientas computacionales en el desarrollo de conocimiento estadístico. Especialmente las calculadoras gráficas, estas calculadoras brindan una ayuda en la reducción de cálculos, además permiten la visualización de conceptos que son de difícil acceso sin tecnología, que permiten generar situaciones de enseñanza, los cuales no serían posible efectuarlas sin utilizar tecnología; en este se concluye que la tecnología computacional es una ayuda para la enseñanza de la probabilidad y estadística; pues reduce los cálculos que requieren mucho tiempo para enseñarlos en el modelo tradicional, además permite la visualización de conceptos que serían difícil representarlos sin tecnología y simulan situaciones de vital importancia en la generación de enseñanza que no sería posible efectuarlas en la clase por otros métodos. (Insunza, S. 2015)

Se encontró un tercer artículo relacionado con la enseñanza de la Estadística y Geogebra; *Estrategias para mejorar la enseñanza de la estadística con Geogebra*. Para las autoras, GeoGebra se puede utilizar como un recurso en todos los campos de la matemática y en la enseñanza de la estadística, GeoGebra permite que el estudiante adquiera una representación gráfica y la posibilidad de realizar cálculos complicados en pocos segundos, reforzando los conocimientos y comprensión del tema. El objetivo de este artículo es generar cambios en el modo de enseñar y aprender estadística, y propiciar la utilización de una herramienta que haga más eficaz el proceso, para alcanzar así una visión integradora de los contenidos.

Las autoras concluyen que las TIC permiten que el estudiante realice un análisis detallado de un contenido matemático complejo, en cuanto a su procedimiento de resolución en un lapso de tiempo mucho menor y sin temor a usar el método de prueba y error, hasta lograr la solución buscada, profundizando en la relación entre conceptos y reglas de operación. A demás que, trabajar con las TIC permite captar la atención y el interés del alumno, a

diferencia de las clases que no las incluyen. La incorporación de software Geogebra permite que el estudiante descubra, que es capaz de generar nuevas experiencias y le facilita una mayor comprensión y afianzamiento de conceptos abstractos. (García, Cuadros, 2013)

Por último, se encontró el taller *Geogebra como recurso didáctico para enseñar probabilidad y estadística en el aula*, en este taller se analiza el impacto de uso del software de geometría dinámica GeoGebra para el abordaje de algunos contenidos de Probabilidad y Estadística. También se introduce en el uso y diseño de recursos didácticos que posibilita el programa para la enseñanza de la estadística y la probabilidad.

Se concluye que el taller pretende contribuir a las diversas formas de acceder al conocimiento, además que como afirma Kanobel (2016) “comprender el conocimiento en toda su dimensión permite generar buenas prácticas de enseñanza para la escuela de hoy” (p.310).

Estos antecedentes son un primer acercamiento a los estudios realizados en torno a la teoría incluida en el marco referencial utilizado en este trabajo. Pese a nuestras pesquisas, no se descarta la posibilidad de que existan otros estudios a nivel regional que hayan investigado la distribución normal en relación a su significado.

CAPÍTULO II MARCO DE REFERENCIA

La construcción del marco referencial para este trabajo de grado, se realizó a la luz de los siguientes referentes teóricos, que se consideraron como un aporte relevante para la fundamentación teórica del trabajo, en pro del logro de los objetivos trazados.

2.1. Enfoque Ontosemiótico

Se tuvo en cuenta los aportes del Enfoque Ontosemiótico, puesto que éste es considerado una postura potente para abordar los objetos matemáticos, en este caso el de la distribución normal, el cual fue el objeto de estudio en este trabajo de grado. En palabras de Godino y Batanero:

Los objetos matemáticos deben ser considerados como símbolos de unidades culturales, emergentes de un sistema de usos ligados a las actividades de resolución de problemas que realizan cierto curso de personas y que van evolucionando con el tiempo. En nuestra concepción es el hecho de que en el seno de ciertas instituciones se realizan determinados tipos de prácticas lo que determina la emergencia progresiva de *los objetos matemáticos* y el *significado* de estos objetos esté íntimamente ligado a los problemas y a la actividad realizada para su resolución, no pudiéndose reducir este significado del objeto a su mera definición matemática. (Godino y Batanero 1994, p. 5)

En este sentido, un objeto matemático puede tomar diversos significados dependiendo de: la situación-problema en el que se presenta, propiedades, argumentos, entre otros, de los cuales emerge progresivamente dicho objeto matemático y que influyen en su significado, tanto institucional como personal. Éstos últimos se abordan a partir de la teoría de Los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos donde se definen el significado institucional y el significado personal de la siguiente manera:

2.1.1 Significado institucional. (Godino y Batanero 1994), “Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge O_I (objeto institucional) en un momento dado.”(p.2).

En la misma línea (Tauber 2001). En La construcción del significado de distribución normal a partir de actividades de análisis de datos, que se apoya en su mayoría en la teoría de (Godino y Batanero 1994), hace una diferenciación en el significado institucional:

Significado institucional local, significado institucional observado y significado institucional de referencia, sobre éste último estuvo basado este trabajo de grado, debido a que fue de utilidad en el momento de definir el significado institucional de referencia de la distribución normal, véase la diferenciación de (Tauber 2001, p.54) :

Significado institucional local. Tauber (2001). Aquello que el profesor se propone enseñar en unas circunstancias determinadas (p.54).

Significado institucional observable. Tauber (2001). Lo que realmente se lleva a cabo en el aula, que puede variar respecto a lo previsto (p.54).

Significado institucional de referencia. Tauber (2001) Sirve de pauta de comparación y da cuenta del hecho de que el contenido a enseñar en unas circunstancias predeterminadas no agota el significado completo del objeto. (p.54).

2.1.2 Significado Personal. Tauber (2001) “Es el sistema de prácticas personales de una persona p para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto O_p (objeto personal) en un momento dado.” (p.54).

Adicionalmente se tendrán en cuentas los elementos de los significados que se ponen en juego en la actividad matemática, que según Tauber (2001) los entiende como “sistemas de

práctica”, éstos refieren a lo siguiente (p.54):

- Elementos Extensivos: (situaciones-problemas, aplicaciones)
- Elementos Ostensivos: (términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos)
- Elementos Actuativos: (procedimientos, algoritmos, operaciones)
- Elementos Intensivos: (conceptos, proposiciones)
- Elementos Validativos: (generalización, análisis, síntesis, entre otros)

Lo anterior, cabe aclarar, son aportes que serán tenidos en cuenta para la determinación del significado institucional de referencia de distribución normal de este trabajo de grado. En cuanto al significado personal, se evaluará a través de la aplicación de un cuestionario adaptado de (Tauber, 2001). En donde se evidencie los anteriores elementos de significado.

2.1.3 Significado institucional de referencia. En este apartado se determinó el significado institucional de referencia de la distribución normal a partir del expuesto por (Tauber, 2001), con el fin de cumplir con la fase I del diseño metodológico que busca corresponder el primer objetivo específico de este trabajo de grado.

El significado institucional se precisa desde el análisis de once libros de texto de estadística aplicada a nivel universitario, basado en criterios como el prestigio del autor, el número de ediciones o traducciones a otros idiomas, poseer un enfoque actualizado y estar dirigidos a estudiantes con pocas bases en matemáticas. Dicho análisis se realiza a través del Enfoque Ontosemiótico, donde se identifican elementos de significado intensivos, extensivos, actuativos, validativos y ostensivos de dicho concepto.

Elementos extensivos.

(Tauber, 2001). Los elementos extensivos son aquellas situaciones problema y aplicaciones. A continuación se describen.

Problemas. (Tauber, 2001) Los problemas relacionados con la distribución normal se clasifican en los siguientes tipos:

P1. Ajuste de un modelo a la distribución de datos reales en campos tales como la psicología, biometría, o teoría de errores.

Estos problemas se originan de la idea de distribución normal que surge en la generalización de conceptos como: el polígono, diagrama de frecuencia y variable estadística. Lo anterior, se evidencia cuando a partir de los datos obtenidos de una muestra que se considera representativa, cuantitativa y continua, para que en su efecto pueda tomar todos los valores dentro de un intervalo dado, de preferencia infinito, suponiendo que se aumenta el número de observaciones interminablemente y se imagina la posibilidad de que algunos valores de la variable se presente en el total de población, se podría hablar de *variable aleatoria*. Por otro lado, al proponer problemas donde se busque una *función que aproxime* al polígono de frecuencias relativas de la variable aleatoria en la población y aumentar continuamente el número de intervalos, se origina la idea de *función de densidad* y en algunos casos surge la curva normal como mejor aproximación a los datos. Y por último la generalización de la idea de *diagrama de frecuencias acumuladas* en la mayoría de los casos conduce a la de *función de distribución*.

P2. La distribución normal como modelo aproximado de las distribuciones de variables discretas.

Estos problemas estudian la distribución normal como *modelo* que aproxima algunas *distribuciones de variables discretas*, por ejemplo, cuando se estudia el número de caras que se obtiene al lanzar una moneda un número dado de veces. Si los lanzamientos se incrementan se puede observar cómo el diagrama de barras se aproxima a la curva de

densidad representativa de la distribución normal. Según Hawkins, Jolliffe y Glickman, 1992 (citados en Tauber, 2001, p.71) La corrección por continuidad plantea una dificultad especial debido a que, generalmente, el alumno pierde de vista que el problema original está referido a una distribución discreta. Existen tablas para el cálculo de probabilidades de variables discretas, pero estas tablas no muestran valores que abarcan tamaños de muestra muy grandes. En este sentido, se utiliza la aproximación por medio de modelos continuos para calcular probabilidades en estos casos.

P3. Obtención de la distribución en el muestreo de la media de una distribución normal (distribución exacta).

Estos problemas estudian el caso donde se desea obtener información respecto a determinadas variables de una población muy grande. Para ello, se recurre a analizar una muestra representativa de esta población con el fin de estimar ciertos *parámetros* en la población, como puede ser la media o la proporción. La estimación se produce a partir del *estadístico* calculado en una muestra tomada de la población. Según Vallecillos, 1994 (citado en Tauber , 2001, p.71) Cuando se compara un *parámetro* con su correspondiente *estadístico* se ve que el primero es un valor constante pero desconocido, que se calcula en el total de la población, mientras que el *estadístico* es un valor conocido una vez que se toma la muestra, pero puede variar en una muestra diferente.

Es esencial, en el proceso de muestreo, determinar la distribución muestral del estadístico. Si se escoge una muestra aleatoria de n elementos que provienen de una población normal $N(\mu, \sigma)$, la media de la muestra sigue una distribución normal $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ y la distribución en el muestreo de la media presenta las siguientes características:

- La media de las medias muestrales es igual a la media de la población de la cual provienen las muestras;
- La distribución de las medias muestrales se vuelve cada vez menos dispersa a medida que el tamaño de la muestra aumenta;
- La distribución de las medias muestrales será también normal.

P4. Obtención de distribuciones en el muestreo de la media y otros parámetros de poblaciones no necesariamente normales para muestras grandes (distribuciones asintóticas).

(Tauber, 2001). Afirma que en estos problemas se evidencian cuando en la mayoría de los casos la población en la que se realiza el muestreo no es normal. Aunque, la media muestral tiende al valor de la media poblacional, por ser un estimador insesgado. Adicionalmente, por el teorema central del límite se garantiza que la precisión de la aproximación mejora al aumentar el tamaño de la muestra. Además estudia la distribución de otros parámetros como por ejemplo, la proporción φ con que en una población se presenta una cierta característica. Para muestras suficientemente grandes la proporción p en la muestra sigue una distribución aproximadamente normal $N(\varphi, \frac{\sqrt{\varphi(1-\varphi)}}{n})$

P5. Estimación por intervalos de confianza

(Tauber, 2001). Afirma que en estos problemas es posible obtener los intervalos de confianza para el parámetro de interés cuando es conocida la distribución muestral del estadístico. Por ejemplo, se sabe que en una distribución normal el 95% de los casos se encuentran a una distancia 2σ de la media. Si μ es la media de una población normal y σ su desviación típica, la media muestral $\bar{x}$ sigue una distribución aproximadamente normal $N(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, siendo n el tamaño de la muestra. Por ello, en el 95% de las muestras la media

muestral $\bar{x}$ estará a una distancia $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ de la verdadera media μ de la población. Y

recíprocamente, se puede deducir que en el 95% de las muestras la media μ en la población

estará dentro del intervalo $\bar{x} \pm \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$, obteniendo el intervalo de confianza del 95 %:

$$P\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0,95 \text{ (Intervalo de confianza del 95\%)}$$

P6. Contraste de hipótesis

(Tauber, 2001). Afirma que en estos problemas si se supone que una hipótesis sobre un parámetro en la población es cierta, pero se observa que los resultados obtenidos en una muestra aleatoria difieren notablemente de los esperados bajo tal hipótesis, entonces se debería rechazar, lo cual en la práctica ayuda en la toma de decisiones relativas a una población basándonos en la información proveniente de muestras. A los procedimientos que se utilizan para ello se les reconoce como *contrastes de hipótesis*. Los contrastes de hipótesis se pueden trabajar con distintos estadísticos y con diversos tipos de distribuciones así como en la estimación por intervalos, pero, para grandes muestras, las distribuciones en el muestreo de muchos estadísticos son distribuciones normales o aproximadamente normales.

Contextos empleados en las actividades desarrolladas en el aula tradicional. Los contextos en los que surgen la distribución normal se pueden resumir en los siguientes tipos: físicos, industriales, antropométricos, errores de medidas, biológicos, sociológicos y psicológicos.

Se sugiere utilizar contextos debido a que el alumno podría considerar que la distribución normal es sólo un concepto abstracto. Para Wilensky 1997 (citado en Tauber, 2001, p.72) esto puede implicar la aplicación mecánica del concepto, sin comprenderse significativamente por qué se debe aplicar en determinados casos, y que se está trabajando con un modelo, el cual posee sus limitaciones.

Contextos como mediciones físicas en experimentos meteorológicos, mediciones sobre partes manufacturadas, errores en las mediciones científicas, puntuaciones de tests, medidas repetidas de la misma cantidad, características de poblaciones biológicas, pesos de una muestra de adultos y errores en partes manufacturadas, son utilizados para ejemplificar o plantear problemas en el estudio de la distribución normal en los libros de textos analizados.

Elementos ostensivos. En los textos que analizó (Tauber, 2001). Encontró las siguientes representaciones de la distribución normal.

Representaciones gráficas. Estas representaciones se clasificaron en específicas y relacionadas con de la distribución normal. En las específicas se hallaron curvas de densidad, representación del área bajo la curva normal para los valores menores o mayores que un determinado valor o para el área bajo la curva entre dos valores, representación sobre la curva normal de los intervalos centrales y representación de curvas de densidad normales superpuestas. En cuanto a las relacionadas con la distribución normal se encontraron con la representación de conjuntos de datos empíricos, (Tauber, 2001). Encontró histogramas, polígonos de frecuencia y gráficos de la caja.

Representaciones numéricas. Se encontraron dos tipos de representaciones numéricas las Específicas de la distribución normal que en su mayoría las tablas de probabilidades normales y tablas de valores críticos. Y las relacionadas con la distribución normal: se encontraron tablas de datos, tablas de frecuencias y gráficos del tronco.

Representaciones simbólicas específicas de la distribución normal. (Tauber, 2001) identifico algunas representaciones simbólicas específicas de la distribución normal detalladas a continuación.

Ecuación o fórmula de la distribución normal: La expresión que se encontró en todos los libros que expresan esta ecuación es la siguiente:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2}, \quad -\infty < X < \infty,$$

Ecuación o fórmula de la distribución normal estandarizada (Tauber, 2001). En su análisis encontró otra variedad de expresiones, como las siguientes:

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} dt$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

En las cuales con z se refiere a los valores estandarizados correspondientes a una distribución normal con media cero y desviación estándar igual a 1.

Expresiones que refieren a la distribución normal: se encontraron diversas notaciones a la hora de referirse a la distribución normal:

$$n(x; \mu, \sigma), N(\mu, \sigma^2), N(\mu, \sigma), f(x; \mu, \sigma^2), N(\mu_x, \sigma_x)$$

En todas ellas μ representa la media de la distribución normal (representada por N o n) y σ es la desviación estándar de dicha distribución. En ocasiones, en vez de aparecer la desviación típica, aparece la varianza que se representa por σ^2 . En el caso siguiente la variable y es combinación lineal de la variable x, es decir, $y = a x + b$, en consecuencia la distribución normal resultante es $N(a\mu_x + b, |a|\sigma_x)$.

Fórmula de estandarización: (Tauber, 2001). En todos los libros halló en reiteradas ocasiones la expresión que permite la estandarización de valores. La forma más común es: $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$, Donde z es el valor estandarizado correspondiente al valor x de la variable, X es el valor de la variable real para el cual se desea hallar una determinada probabilidad, μ la media de la distribución y σ es la desviación estándar.

Por otra parte, cuando se conoce el valor estandarizado y se desea conocer el valor correspondiente de la variable, se utiliza la siguiente expresión:

$$X = \mu + z\sigma$$

Expresiones que refieren a la distribución normal estandarizada: Una distribución normal es estandarizada cuando: $N(0,1)$, lo cual significa que la media es 0 y la desviación estándar es 1.

Formas de expresar la probabilidad en un intervalo: (Tauber, 2001). Encontró varias maneras de simbolizar la probabilidad en un intervalo cualquiera. A continuación se muestran algunas formas:

- Probabilidad para valores menores que uno dado: $P(Z < b)$;
- Probabilidad para valores mayores que uno dado: $P(Z > a) = 1 - P(Z < a)$;
- Probabilidad de un intervalo comprendido entre dos valores: en este ítem es donde hemos encontrado mayor variedad. Por ejemplo: $P(a < Z < b)$, $Pr\{a < X < b\}$ con $a < b$, $P(a < X < b)$, en los tres casos las expresiones se refieren a la probabilidad en un intervalo (a, b) , sólo que en el primer caso se está refiriendo a una variable norma estandarizada Z y, en los otros dos casos a una variable normal cualquiera X ;

- $P(x_1 < X < x_2)$, este caso es una variación del anterior pero la finalidad también es la de expresar la probabilidad entre dos valores.

Expresiones para realizar el cálculo de probabilidades: (Tauber, 2001). Expone diversas simbolizaciones del cálculo de probabilidades en un intervalo.

- $P(a < Z < b) = P(Z < b) - P(Z < a)$, esta expresión casi siempre es usada para hacer referencia a la representación gráfica del área bajo la curva entre dos valores. Adicionalmente se debe considerar que en este caso la expresión se está refiriendo a una variable normal estandarizada, por lo cual se da esa expresión debido a que generalmente, las tablas de la normal estandarizada dan la probabilidad correspondiente a todos aquellos valores menores que uno dado.
- $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$, en este caso se está refiriendo a una variable cualquiera X y al expresar F(x) nos remite a una función de distribución.
- $P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} n(x; \mu, \sigma) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-1/2(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} dx$, aquí se da la expresión de cálculo de la probabilidad entre dos valores para una variable normal, remitiéndonos a la utilización de integrales.

$$P(x_1 < X < x_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-1/2(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-z^2/2} dz = \int_{z_1}^{z_2} n(z; 0,1) dz$$

$$= P(z_1 < X < z_2)$$

En este caso a diferencia de la anterior expresión, en ésta se plantea también la expresión de estandarización por medio de integrales.

Representaciones simbólicas de conceptos relacionados con la distribución normal

Representaciones de un intervalo. Se presentan diversas expresiones, como:

- $X = \bar{x} \pm ks$, representa un intervalo en el que $\bar{x}$ es la media de la muestra y s es la desviación estándar. Esta expresión también se usa en otros temas de estadística descriptiva;
- $X = \mu \pm \sigma$, $\mu - \sigma < X < \mu + \sigma$, ambas expresiones están representando al mismo intervalo en el cual μ es la media de la población y σ es la desviación estándar;
- $I(95\%) = \mu \pm 2\sigma$, la expresión se refiere al intervalo central específico del 95%;
- $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$, se hace referencia a un intervalo central para una distribución cualquiera.

Representaciones de los parámetros y estadísticos: (Tauber, 2001). Encontró que se suele representar por medio de los siguiente símbolos, que ya han sido introducidos en temas anteriores: Media poblacional: μ , media muestral: $\bar{x}$, media de una distribución que es combinación lineal de otra variable: $a\mu_x + b$; desviación típica poblacional: σ , desviación estándar muestral: s ; nivel de confianza: α ; coeficiente de sesgo: α_3 , coeficiente de curtosis: α_4 .

Representación simbólica de los axiomas de probabilidad: En aquellos libros en los que se exponen los axiomas de probabilidad, se plantean simbólicamente las condiciones que debe cumplir una distribución de probabilidad para ser considerada como tal y se expresan de la siguiente forma:

$$p(x_i) \geq 0 \text{ para todo } x_i \text{ o } f(x) \geq 0;$$

$$\sum_{i=1}^n p(x_i) = 1 ; \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

Elementos actuativos. La mayoría de los libros que analizó (Tauber, 2001). Exponen técnicas concretas para la solución de los problemas propuestos, los cuales son objeto de

enseñanza de forma explícita o implícita. En estos elementos actuativos se ponen en relación diferentes elementos ostensivos e intensivos con los problemas (elementos extensivos) en que se aplican.

A1. Estudio descriptivo de datos para ajustar una curva

Al introducir la distribución normal, tanto en la teoría como en la práctica, algunos de los libros plantean el problema de sustituir la distribución empírica y el histograma de frecuencias por una función matemática y su correspondiente gráfica (lo cual se evidencia en el elemento extensivo que corresponde al *Ajuste de un modelo a la distribución de datos reales en campos tales como la psicología, biometría, o teoría de errores.*). La mayoría de los libros de texto revisados introducen la ecuación de la función de densidad normal y las propiedades de su gráfica.

No obstante, según (Tauber, 2001). Queda bajo el criterio de los alumnos o investigadores decidir si la distribución normal es o no adecuada para su conjunto de datos ya sea para la enseñanza o en las aplicaciones la cual dependerá de un estudio descriptivo que incluye la representación gráfica de los datos, comprobación de simetría y valores típicos, cálculo de media y desviación típica, etc. Cabe recalcar que no todos los libros incluyen explícitamente este tipo de elemento actuativo respecto a la distribución normal.

A2. Estandarización

(Tauber, 2001). Encontró en los libros revisados, que el cálculo de probabilidades en los problemas, se realiza por medio de la distribución normal típica, exceptuando un solo libro en que plantea brevemente la resolución con ayuda de un software estadístico. Se resalta que la

estandarización se realiza sólo por fines prácticos, para que no haya necesidad de tener que manejar infinidad de tablas, pero que generalmente, los resultados que se obtienen no corresponden a una distribución normal estandarizada.

A3. Cálculo de probabilidades y valores críticos a partir de las tablas de la distribución normal estandarizada

La mayoría de los libros tomados por (Tauber, 2001) inician con ejercicios en los que se practica la utilización de las tablas de la normal en distintos casos, y luego se pasa a la resolución de problemas. En cada uno de los tipos de problemas de los elementos extensivos, se encontraron tareas concretas que permiten ejercitar el cálculo de probabilidades asociados a la distribución normal, en el que se utilizan diversas técnicas de cálculo, dependiendo del tipo de probabilidad pedida y se plantean ciertas reglas generales para el cálculo de probabilidades en diversas situaciones, relacionadas con la posición de los valores con respecto a la curva normal que permiten resolver esencialmente dos tipos de problemas de uso frecuente en estadística:

1. Dados uno o dos valores de la variable, calcular la probabilidad de que la variable tome valores en intervalos determinados por ese o esos puntos (cálculo de probabilidades);
2. Dada una probabilidad, encontrar ciertos intervalos tales que la variable tome sus valores con dicha probabilidad (cálculo de valores críticos).

Para el caso 1 (cálculo de probabilidades) asumiendo siempre que se trabaja con valores estandarizados. A cada uno de estos casos corresponde otro semejante de cálculo de valores críticos en que el problema se plantea a la inversa: dada la probabilidad, calcular uno o varios extremos de los intervalos a los que corresponde la misma.

Cálculo de probabilidades de obtener un valor $X < a$: Este es el valor dado habitualmente en las tablas de la distribución, de modo que para realizar el cálculo, sólo se debe buscar directamente la probabilidad pedida en la tabla, una vez que se ha estandarizado la variable.

En la interpretación de los resultados puede servir de gran ayuda la utilización de la curva para ubicar el valor y el área que se necesita calcular.

Cálculo de probabilidades de $X > a$: Este valor no se obtiene en forma directa de la tabla sino que se busca la probabilidad correspondiente a z o a los menores que él, y luego se realiza la diferencia entre 1 y el valor encontrado. Un problema en el que se debe realizar este tipo de práctica es el siguiente:

El nivel de colesterol en sangre es importante porque un nivel alto puede incrementar el riesgo de ataque al corazón. La distribución del nivel de colesterol en sangre en una población de personas de la misma edad y sexo es aproximadamente normal. Para niños de 14 años, la media es $\mu = 170$ mgr de colesterol por dl de sangre (mg/dl) y la desviación estándar $\sigma = 30$ mg/dl. Niveles cercanos a 240 mg/dl pueden requerir atención médica. ¿Qué porcentaje de niños tienen más de 240 mg/dl de colesterol?

Moore, 1995, (citado en Tauber, 2001, p.77).

Cálculo de probabilidades en un intervalo $a < X < b$: En este caso, se deberán buscar los valores correspondientes a z menor o igual que a y menor o igual que b y hallar su diferencia. Un ejemplo de ejercicios que se presentan en los libros, se transcribe a continuación:

Si la cantidad de radiación cósmica a la que una persona está expuesta mientras viaja en avión por la República Mexicana es una variable aleatoria con distribución normal con $\mu = 4,35$ mrem y $\sigma = 0,59$ mrem, calcúlese las probabilidades de que la cantidad de radiación cósmica a la cual un viajero queda expuesto en tal vuelo esté entre 4 y 5 mrem. Miller, Freund y Johnson, 1992, (citado en Tauber 2001, p.77).

Cálculo de probabilidades para la unión de dos intervalos de la forma $X < a$ o $X > b$: En el ejemplo de la figura siguiente, $P(Z > 1,50) = 1 - 0,931 = 0,0668$. Por lo tanto el área existente fuera del intervalo $z = 0,50$ a $z = 1,50$ será: $P(Z < 0,50) + P(Z > 1,50) = 0,6915 + 0,0668 = 0,7583$.

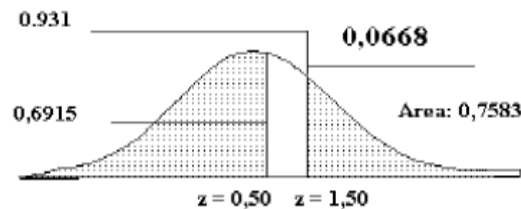


Figura 1 Tomada de Tauber (2001, p.77)

Un ejemplo es el problema siguiente:

En un proceso industrial el diámetro de un balero es una importante parte componente. El comprador establece en sus especificaciones que el diámetro debe ser $3 \pm 0,01$ cm. La implicación es que no se acepta ningún balero que se salga de esta especificación. Se sabe que en el proceso, el diámetro de un balero tiene una distribución normal con una media de 3 y una desviación estándar de 0,005. En promedio, ¿cuántos baleros fabricados se descartarán? Walpole, R. y Myers, R., (1992, citado en Tauber, 2001,p77)

A4. Cálculo de los límites del intervalo central que contiene una proporción dada de observaciones.

Para este caso, la proporción correspondiente a un intervalo central será conocida y se desea obtener los valores límites de ese intervalo, como en el ejemplo de Graham 1994, (citado en Tauber 2001, p.77)

El intervalo del 95% se refiere al rango de valores entre los que cae el 95% promedio de la distribución. ¿Cuál es ese rango para esta distribución de CI? Usted puede notar dos cosas sobre esta distribución. Primero, la media es 100 y segundo, que es más o menos

simétrica. Esto sugiere que aproximadamente la mitad de los CI, o sea el 50 %, podrán estar a ambos lados de 100. Luego, encontrar el 95% promedio de una distribución involucra cortar dos colas de 2 ½% de cada lado. Esto podría sugerir el rango entre 70 y 130, como se puede observar en la figura 2

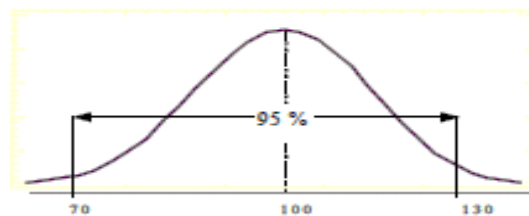


Figura 2 Tomada de Tauber (2001, p.77)

A5. *Comparación de puntuaciones diversas o comparación con una puntuación promedio* (Tauber, 2001). Encuentra que algunos textos plantean la necesidad de comparar dos o más distribuciones de una misma variable que poseen media y desviación estándar diferentes. Al no trabajar con las mismas unidades no es posible realizar una comparación, por ellos es necesario buscar un modelo que pueda ayudarnos a solucionar este tipo de problemas, dando lugar a la estandarización. A continuación, se observa un ejemplo:

Las calificaciones de Pedro y Juan mediante tres tests han sido las siguientes:

Tabla 1

Resultados Test

	Test A	Test B	Test C	Media
Pedro	53	70	84	69
Juan	69	80	58	69
Media de la clase	65	74	71	
Desviación típica de la clase	4	6	12	

En promedio ¿cuál de los dos alumnos tiene el mejor rendimiento? Ríos, 1991, (citado en Tauber 2001, p.78)

Elementos intensivos. En los problemas y prácticas que (Tauber, 2001). Describió aparecieron varias propiedades de la distribución normal que aportan a caracterizarla y a identificar su relación con conceptos previos, en otras palabras, esta se pone correspondencia con otros elementos intensivos. Los elementos intensivos se suelen institucionalizar en los textos y también en algunos casos se justifican mediante prácticas argumentativas, que analizamos posteriormente.

Definición. (Tauber, 2001). Clasifica las diferentes definiciones y propiedades de la distribución normal de la siguiente manera:

D1. Definición de la distribución normal a partir de la fórmula de la función de densidad y de sus propiedades. Se define la variable aleatoria normal como aquella cuya función de densidad que viene dada por una fórmula, la cual representa una familia de funciones caracterizada por unos parámetros dados (media y desviación estándar), explicando intuitivamente el significado de estos parámetros. Una primera variante que se encontró en Walpole y Myers 1992 (citado en Tauber 2001, p.78) incluye la descripción de cómo varía la gráfica al cambiar los parámetros.

Una variable aleatoria continua X que tiene la distribución en forma de campana de la figura, se llama **variable aleatoria normal**. La ecuación matemática para la distribución de probabilidad de la variable normal depende de los dos parámetros μ y σ , su media y su desviación estándar. Por lo tanto se representan los valores de densidad de X por $n(x; \mu, \sigma)$. La función de densidad de la variable aleatoria normal X , con media μ y variancia σ^2 , es:

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2},$$

$-\infty < x < \infty$, donde $\pi = 3.14159\dots$ y $e = 2.71828\dots$

Una vez que se especifican μ y σ , la curva normal se determina completamente.

Si dos curvas normales tienen la misma desviación típica pero diferentes medias, las curvas son idénticas pero se centran en diferentes posiciones a lo largo del eje horizontal.

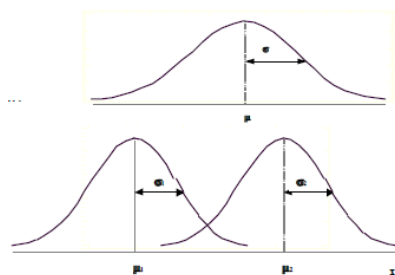
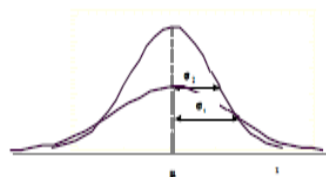


Figura 3 Tomada de Tauber (2001) p.78

Si las curvas tienen igual media pero distintas desviaciones, la curva con desviación más grande es más baja y más extendida.

Figura 4 Tomada de Tauber (2001)p.78



Se encuentra en Miller, Freund y Johnson 1992, (citado en Tauber, 2001, p.78), que se presentan brevemente unas notas históricas explicando el problema que dio origen a la distribución normal. Asimismo, se hace mención al hecho de que la función de densidad no

es integrable y se justifica con ello el recurso al manejo de las tablas de la distribución normal estandarizada. Veamos:

*Entre las densidades de probabilidad especiales estudiaremos la **densidad de probabilidad normal**, conocida simplemente como **distribución normal**, es con mucho la más importante. Fue estudiada por primera vez en el siglo XVIII cuando los científicos observaron con sorpresa el grado de regularidad en los errores de medición. Descubrieron que los patrones (distribuciones) eran aproximados a una distribución continua que denominaron “curva normal de errores” y le atribuyeron reglas de probabilidad. La ecuación de densidad de probabilidad normal, cuya gráfica se asemeja al perfil de una campana, es:*

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

*Dado que la densidad de probabilidad normal no puede ser integrada en forma exacta entre cualquier par de límites a y b, las probabilidades relacionadas con la distribución normal suelen obtenerse de tablas especiales. Estas tablas corresponden a la **distribución normal estandarizada**, es decir, a la distribución normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, y proporciona los valores de*

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} dt$$

Para $z = 0.00, 0.01, 0.02, \dots, 3.49$, y también para $z = 4.00, z = 5.00$ y $z = 6.00$. Para calcular la probabilidad de que una variable aleatoria con distribución normal estándar tome un valor entre a y b, empleamos la ecuación $P(a < x < b) = F(b) - F(a)$, y si a o b son negativos utilizaremos también la identidad $F(-z) = 1 - F(z)$.

A partir de las definiciones anteriores (Tauber, 2001). Deduce que es necesario conocer la media y la desviación estándar para trabajar con la distribución normal. En consecuencia, los alumnos deberán comprender el significado de dichos conceptos al ser estos los parámetros de este tipo de distribución, y tener implicación en la forma de la curva.

D2. Definición de la distribución normal a partir de su ecuación sin explicar el significado de los parámetros. En Carro Ramos 1994 (citado por Tauber, 2001, p. 79) no se proporciona al alumno ninguna idea intuitiva de la forma de la distribución, del significado de los parámetros o de cómo éstos afectan a la forma de la función de densidad.

La distribución normal es un tipo particular de distribución continua de probabilidad.

Engloba a todo un conjunto de distribuciones que tienen en común una serie de características que las diferencia de las restantes distribuciones continuas de probabilidad.

La ecuación de esta distribución es:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2}$$

D3. Definición de la distribución normal como función de la media y de la desviación estándar sin especificar su fórmula.

En este caso sólo se indica que la distribución depende de dos parámetros (la media y la desviación estándar) brindando una explicación intuitiva de estos. Veamos:

La distribución normal de una variable x depende de dos parámetros: μ , que puede tomar cualquier valor, y σ , que ha de ser mayor o igual que cero. La distribución suele representarse por $N(\mu, \sigma)$. Se puede probar que μ es la media o valor esperado de la variable y que σ es su desviación estándar; es decir, $\mu_x = \mu$ y $\sigma_x = \sigma$. La densidad de la normal alcanza su valor máximo en la media μ_x , que es una medida de posición y determina la

situación del centro de la distribución. Por la simetría, la mediana coincide con la media. La desviación estándar σ_x expresa la concentración de la distribución alrededor del valor esperado. Gráficamente, la magnitud de la desviación típica puede determinarse porque los puntos de la densidad donde cambia la concavidad son $\mu_x - \sigma_x$ y $\mu_x + \sigma_x$, esto se ilustra en la gráfica siguiente: Peña y Romo, 1997, (citado por Tauber, 2001, p.80)

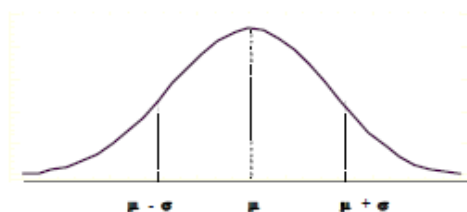


Figura 5 Tomada de Tauber (2001) p.80

D4. Definición implícita de la distribución normal como variable que surge de la confluencia independiente de muchos factores. En Valeri 1992, (citado por Tauber, 2001, p.80) se detallan las condiciones que debe seguir una variable para que pueda considerarse normal, dejando de lado la definición o la expresión de la función de densidad.

Una característica de las variables que siguen una distribución normal es que son el resultado de la influencia de muchos factores con pesos pequeños y similares. Por ejemplo: la altura de una persona sana depende de toda la información genética y de la influencia ambiental: buena alimentación, ejercicio, etc. Existe este elevado número de factores; cada uno, aportando su granito de arena. Es importante que cada factor tenga esa influencia pequeña. Un factor importante, como puede ser el sexo en la variable altura, va a condicionar la existencia de una distribución bimodal.

Otra forma en la que un factor puede adquirir la suficiente importancia para romper la simetría de la distribución normal es si, cuando aparece, provoca la actuación de otros factores que dependen de él. Si, por ejemplo, la edad va provocando que toda una serie de

factores con pesos pequeños empiecen a actuar, la edad que puede tener una pequeña influencia directa en la altura, acaba teniendo una influencia global desproporcionada con respecto a los restantes factores. Por estos motivos, para que una variable siga una distribución normal, los factores que en ella influyen deben ser mutuamente independientes.

Para (Tauber, 2001). Esta definición corresponde a una introducción intuitiva al teorema central del límite por el que la suma de variables aleatorias tiene, para un número de sumandos suficientemente grande, una distribución aproximadamente normal. La dificultad de esta definición radica en la ambigüedad de la misma, puesto que no se define claramente cómo se puede estudiar y lo que representa la distribución normal.

D5. Definición de la distribución normal enunciada en forma intuitiva como límite de un histograma. (Tauber, 2001). Afirma que para introducir de una forma intuitiva la idea de distribución normal en ocasiones se parte del histograma de frecuencias. Graham 1994, (citado en Tauber, 2001, p.80) usa un ejemplo concreto de datos reales donde se toma el coeficiente intelectual (CI) de 100 personas aleatoriamente de una población, donde se brinda la media y la desviación estándar, se precisa que si se escogiera una pequeña muestra aleatoria no sería tan evidente que la distribución sea aproximadamente normal.

Posteriormente, se hace la comparación de la gráfica de los histogramas con una muestra de 10 personas y otra muestra de 100 personas, recalando que si se incrementa la muestra sustancialmente la distribución podría llegar a ser más simétrica y acampanada. Aunque se genera un problema con el hecho de que la curva Normal es una función continua mientras que estos histogramas son escalonados, esto se puede solucionar reduciendo el tamaño de los

intervalos. En el caso donde la muestra es infinitamente grande y los intervalos de clase son infinitamente pequeños, la curva normal y el histograma coinciden.

D6. Definición y síntesis de las características principales de la distribución normal dando énfasis a la estandarización. (Tauber, 2001). Encuentra en los autores Runyon, Haber y Spiegel, quienes realizan un procedimiento similar entre ellos, los cuales hacen una breve descripción de la ecuación de la función de densidad, la curva, el porcentaje de observaciones incluidas en los intervalos centrales, el área total bajo la curva y el área parcial entre dos valores dados, así como las características de la distribución normal estandarizada. Por último, hacen un resumen de los parámetros y medidas más representativas de la distribución normal. Anota que en Spiegel 1991, (citado en Tauber, 2001. p.81) sólo se dan los conocimientos básicos para poder utilizar la distribución normal estándar para el cálculo de probabilidades, por medio de un uso mecánico, ya que todos los ejemplos resueltos que se presentan son ejercicios tipo que se repiten en los ejercicios propuestos.

Propiedades de la distribución normal. (Tauber, 2001). Realiza una descripción de las propiedades encontradas en el análisis de los libros, que clasificó de la siguiente manera:

Propiedades geométricas. Las define a partir del análisis de la gráfica de la función de densidad, tal como simetría, concavidad y convexidad. A continuación en la tabla 2 se detallan cada una de éstas y sus derivadas:

Tabla 2

Propiedades geométricas

Propiedades Geométricas, (Tauber, 2001)	
Simetría	Concavidad y convexidad
Se da debido a que en su fórmula aparece una exponencial al cuadrado. La simetría es importante en la distribución normal pues simplifica el cálculo de áreas. A continuación veremos algunas propiedades derivadas de la simetría:	Esta propiedad tiene la particularidad de que el cambio se produce a una distancia de la media igual a la desviación típica. Intuitivamente ésta última muestra de qué manera están dispersos los datos, en otras palabras, a menor desviación mayor concentración de datos alrededor de la media
<i>Propiedades de las medidas de tendencia central</i>	<i>El eje de abscisas es una asíntota de la función de densidad.</i>
La mediana, que es el punto de una curva de densidad que la divide en áreas iguales, coincide con la media. La mediana es el punto tal que la probabilidad de ser menor a ella es igual a 1/2. La moda, que es el punto sobre el eje horizontal donde la curva tiene su máximo, ocurre en $x = \mu$ (media). En el caso de la distribución normal típica, la máxima altura está en el valor cero del eje X, que es la media de esta distribución.	Aunque teóricamente el intervalo de variación de una variable aleatoria normal es $(-\infty, +\infty)$, en la práctica se ve que una vez que se separen dos o tres desviaciones típicas del centro de simetría (media) la altura de la función de densidad desciende muy rápidamente y tiende asintóticamente a cero a ambos lados de la media. Quiere esto decir que, aunque teóricamente posibles, los valores alejados de la media son altamente improbables.
<i>Relación de las medidas de tendencia central</i> La media, mediana y moda en las distribuciones simétricas coinciden en un mismo punto, por tanto son iguales en las distribuciones normales. Para la distribución normal típica, la media vale cero. La media de una curva de densidad es el punto de balance, en el cual la curva podría balancearse si fuera un sólido	Matemáticamente, esta propiedad se expresa diciendo que el eje X es una asíntota de la curva de densidad.

Propiedades estadísticas: (Tauber, 2001). Encontró propiedades que define como estadísticas debido a que relacionan la distribución normal con la predicción de valores y el cálculo de probabilidades, donde se formalizan las diversas prácticas (elementos actuativos)

que se han mencionado anteriormente y se les da una justificación teórica. Estas propiedades son:

Probabilidades dadas por áreas parciales bajo la curva normal. En primer lugar, (Tauber, 2001). Encontró enunciados referidos al cálculo de la probabilidad en el que la variable toma un valor en un cierto intervalo y su relación con el área bajo la curva. Por ejemplo:

La probabilidad de que X esté entre a y b , $P(a < X < b)$, está representada por el área bajo la curva limitada entre a y b . Graham 1994(Citado en Tauber, 2001, p.84))

En segundo lugar, que el resto de los libros explican el cálculo de probabilidades de la distribución normal estandarizada directamente, muestra a continuación:

La curva de cualquier distribución continua de probabilidad o función de densidad está construida de tal modo que el área bajo la curva, limitada por los dos puntos $x = x_1$ y $x = x_2$ es igual a la probabilidad de que la variable aleatoria X asuma un valor entre $x = x_1$ y $x = x_2$. Entonces, para la curva normal de la figura 6 la probabilidad:

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} n(x; \mu, \sigma) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

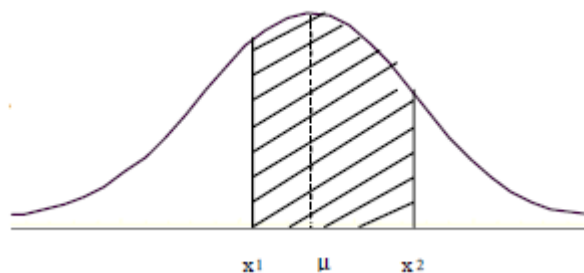


Figura 6 Tomada de Tauber (2001, p.84)

Está representada por el área de la región sombreada. Antes se observó cómo la curva normal depende de la media y de la desviación estándar de la distribución considerada. El área bajo la curva entre cualesquiera dos puntos debe, entonces, depender también de los valores μ y σ . Esto es evidente en la figura, donde se han sombreado las regiones correspondientes a $P(x_1 < X < x_2)$ para dos curvas con medias y variancias diferentes. La $P(x_1 < X < x_2)$, donde X es la variable aleatoria que describe la distribución I. Si X es la variable que describe la distribución II, entonces $P(x_1 < X < x_2)$; por lo tanto, la probabilidad asociada con cada distribución será diferente para dos valores de X dados.

Walpole y Myers 1992, (citado en Tauber, 2001, p.69).

Probabilidades dadas por el área total: (Tauber, 2001). Encontró que la propiedad de que el área total es igual a la unidad, expresada con diferentes grados de rigor. El significado geométrico de esta propiedad está íntimamente relacionado con la propiedad anterior, con los axiomas de probabilidad y con algunas de las condiciones que debe cumplir una función de densidad de probabilidad, a saber:

$$p(x_i) \geq 0 \text{ para todo } x_i \text{ o } f(x) \geq 0;$$

$$\sum_{i=1}^n p(x_i) = 1;$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

El primer axioma muestra que la función debe ser siempre positiva, el segundo axioma, indica que la suma de todas las probabilidades correspondientes a un mismo espacio muestral es igual a 1. Y la tercera condición, se relaciona el axioma anterior con las áreas bajo la curva. Como cada área limitada por dos valores cualesquiera representa la probabilidad entre

esos dos valores, la suma de todas las áreas corresponde a la suma de todas las probabilidades, por lo tanto, dicha suma (integral) es 1.

Distribución de casos en relación con la desviación típica: Un punto importante en las distribuciones normales es que la proporción de casos que se encuentran en el intervalo $(\mu - k \cdot \sigma, \mu + k \cdot \sigma)$ es siempre constante.

La anterior propiedad se aplica en la resolución de problemas en los que se requiere calcular los límites entre los que se ubica un determinado intervalo central, como puede ser el intervalo del 95% central de datos. Igualmente se utiliza para identificar la posición de un valor determinado con respecto a la media, o para saber si un determinado valor o intervalo es representativo o no de la distribución.

Propiedades algebraicas

(Tauber, 2001). Identifica otras propiedades relacionadas con la función de densidad considerada como función algebraica, tales como el comportamiento de dicha función frente a transformaciones.

Una propiedad muy importante de las variables normales es que sus transformaciones lineales también siguen una distribución normal. La media de la variable vendrá afectada por la misma transformación lineal, esto es si X es normal con media μ_x y desviación típica σ_x entonces la variable $y = ax + b$ tiene una distribución normal con media $a\mu_x + b$. La desviación típica sólo viene afectada por el cambio de escala, o sea será $a\sigma_x$; es decir, si X es $N(\mu_x, \sigma_x)$ entonces $y = ax + b$ es $N(a\mu_x + b, a\sigma_x)$.

Gracias a esta propiedad, se puede hacer una extensión de las propiedades de una distribución normal a cualquier combinación lineal de ella, lo cual es relevante por dos motivos. En primer lugar, porque permite, a partir de la estandarización de las variables, calcular probabilidades basadas en las tablas de la distribución normal típica $N(0,1)$. Y en segundo lugar asegura que, inclusive en muestras pequeñas la media de la muestra tendrá distribución normal si la variable de partida es normal.

Elementos validativos. (Tauber, 2001). Describe los diversos tipos de demostración que se presentan en los libros de texto y en los que de nuevo se ponen en correspondencia elementos intensivos actuativos y ostensivos de significado.

Validación a través de la representación gráfica. Se aplica como validación cuando por medio de ella se muestra visualmente la verdad o falsedad de una afirmación o de una propiedad.

Ejemplo;

Encuentre el valor de z , llámelo z_0 , tal que .95 del área se encuentre a no más de $\pm z_0$, desviaciones estándar de la media.

Solución

El área sombreada de la figura 7 es el área que se encuentra a no más de $\pm z_0$, desviaciones estándar de la media, que necesita ser igual a .95. Las “áreas de cola” bajo la curva no están sombreadas y tienen un área combinada de $1 - .95 = .05$.

Debido a la simetría de la curva normal, estas dos áreas de cola tienen la misma área, de modo que $A_1 = \frac{.05}{2} = .025$ en la figura 7. Entonces, toda el *área acumulativa* a la izquierda de z_0 para igualar $A_1 + A_2 = .95 + .025 = .9750$ En consecuencia, $z_0 = 1.96$. Observe que este resultado es muy cercano al valor aproximado, $z = 2$, que se usa en la Regla empírica.

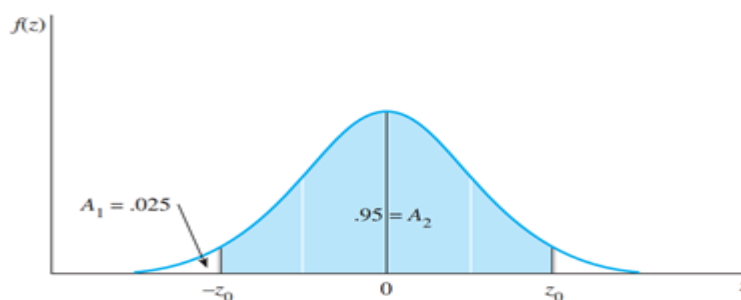


Figura 7 Tomada de Mendenhall, Beaver, Beaver, 2006, p. 229

Se considera que esta es la manera más intuitiva de proporcionar una justificación.

Validación por medio de comprobación de casos. Se evidencia cuando se recurre a un problema concreto para validar una determinada propiedad, como por ejemplo, verificar a partir de un problema particular la necesidad de la utilización de la estandarización. Un ejemplo claro es el de Moore 1995, (citado por Tauber, 2001, p.70):

Ejemplo:

Las alturas de mujeres jóvenes son aproximadamente normales, con $\mu = 64.5$ plg y $\sigma = 2.5$ plg. La altura tipificada de una mujer es el número de desviaciones típicas por el que su altura difiere de la altura media de todas las mujeres jóvenes. Por ejemplo, una mujer de 68 plg de altura, tiene una altura tipificada de : $z = \frac{68-64.5}{2.5} = 1.4$, o 1.4 desviaciones típicas por encima de la media. De la misma forma, una mujer con 60 plg de altura, tiene una altura tipificada de : $z = \frac{60-64.5}{2.5} = -1.8$, o 1.8 desviaciones típicas por debajo de la altura media.

Por lo tanto, si la variable que vamos a tipificar tiene una distribución normal, la tipificación nos da una escala común. Tipificar una variable que tiene cualquier distribución normal produce una nueva variable que tiene la distribución normal típica.

Demostraciones informales. En la mayoría de los casos en este tipo de demostraciones se utilizan representaciones gráficas junto a comprobación de casos particulares para demostrar de manera intuitiva una propiedad. Por ejemplo, cuando se muestra la aproximación de una distribución de datos reales a la curva de densidad normal al incrementar el número de observaciones y disminuir el número de intervalos.

Demostraciones deductivas. Cuando se llega a enunciar una propiedad por medio de una demostración matemática en la que se utilicen fórmulas, axiomas u otras propiedades de una manera lógico – deductiva.

Ejemplo: Tomado de Canavos (1988).

Se pretende demostrar que $E(X) = \mu$ supóngase que a (5.2) se suma y se resta

$$\frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dx$$

La identidad se mantiene, pero después de reacomodar términos se tiene

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu) e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dx + \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu) e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dx + \mu, \quad (5.3) \end{aligned}$$

Dado que el valor de la segunda integral es 1. Al efectuar un cambio de variable de integración en (5.3) de manera tal que $y = \frac{x-\mu}{\sigma}$, $x = \sigma y + \mu$, y $dx = \sigma dy$, se tiene:

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} y e^{-(\frac{y^2}{2})} dy + \mu, \\ &= -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(\frac{y^2}{2})} \Big|_{-\infty}^{\infty} + \mu = \mu \end{aligned}$$

Análisis. Cuando se estudian las particularidades o características iniciales de una situación que pueden conducir posteriormente a generalizaciones o a una síntesis.

Generalización. Cuando a partir de demostraciones formales o informales se llegan a conclusiones que pueden extenderse a todos aquellos casos que cumplan las condiciones iniciales.

Síntesis. Cuando se realiza una conclusión en la que se incluyan todas las propiedades o conclusiones extraídas del análisis de un concepto.

A continuación se transcribe un ejemplo extraído de Moore 1995, (citado en Tauber, 2001, p.87), en el que se puede observar el análisis de una situación, la síntesis de propiedades o características específicas y una posterior generalización:

El histograma de la figura muestra la distribución de las puntuaciones de todos los estudiantes de Gary, Indiana, en un test de habilidades básicas. Las distribuciones de todas las puntuaciones de este test a nivel nacional tienen una distribución regular. El histograma es simétrico, y ambas colas están a una distancia aproximadamente igual del pico. No hay valores atípicos obvios. (Análisis)

La curva de puntos trazada sobre la parte superior de las barras del histograma es una buena descripción del modelo. Podemos ver que es más fácil trabajar con la curva que con el histograma. La razón es que el histograma depende de nuestra elección de los intervalos, mientras que con cuidado podemos usar la curva que no depende de tal elección. Veamos cómo se hace:

- *Podemos usar una curva para describir qué proporciones de las observaciones caen en cada rango de valores, sin contar las observaciones.*
- *Nuestros ojos responden a las áreas de las barras en un histograma. Las áreas de las barras representan las proporciones de observaciones que caen en cada clase. De la misma forma esto se cumple para la curva: las áreas bajo la curva representan proporciones de las observaciones.*

- *Esta área representa la proporción 1, es decir, todas las observaciones. El área bajo la curva y entre cualquier rango de valores sobre el eje horizontal es igual a la proporción de observaciones que caen en este rango, digamos como una fracción del total. La curva es una curva de densidad para la distribución. (Síntesis).*

En consecuencia, una curva de densidad es una curva que:

- *está siempre sobre el eje horizontal, y*
- *el área bajo ella es exactamente 1 (Generalización)*

Para este trabajo se utilizaron las siguientes definiciones que sirvieron como unidades de análisis para identificar el significado personal de los estudiantes de los cursos de inferencia estadística:

- Elementos Extensivos: (situaciones-problemas, aplicaciones)
- Elementos Ostensivos: (términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos)
- Elementos Actuativos: (procedimientos, algoritmos, operaciones)
- Elementos Intensivos: (conceptos, proposiciones)
- Elementos Validativos: (generalización, análisis, síntesis, entre otros)

2.2. Diseño de Recursos didácticos interactivos

A continuación se detalla el marco de referencia que sirvió como base para el diseño de los recursos didácticos interactivos.

2.2.1. Recursos didácticos interactivos. Para (Chango, Sailema, 2017). Los recursos didácticos interactivos son el conjunto de elementos auditivos, visuales, gráficos, que influyen en los sentidos de los estudiantes despertando el interés por aprender, logrando de esta manera un aprendizaje, por lo tanto, los estudiantes desarrollan sus capacidades a través

de actividades motivadoras, los recursos didácticos pueden potenciar la retención de información, desarrollo y estimulación de habilidades y capacidades, además que ayudan a los estudiantes a tener un alcance de objetivos durante el proceso de adquirir ideas o conocimientos.

En este sentido, un recurso didáctico interactivo es un material didáctico diseñado por el profesor utilizando las tecnologías, con la finalidad de motivar los procesos de enseñanza y aprendizaje, por lo general los recursos didácticos interactivos aportan una información y/o sirven para poner en práctica lo aprendido.

2.2.2. Diseño del Recurso didáctico interactivo. El recurso didáctico interactivo será diseñado a partir del Taller de diseño recurso didáctico interactivo dirigido por (Gámez, Marín, 2011) en el cual se proponen cuatro etapas para el diseño:

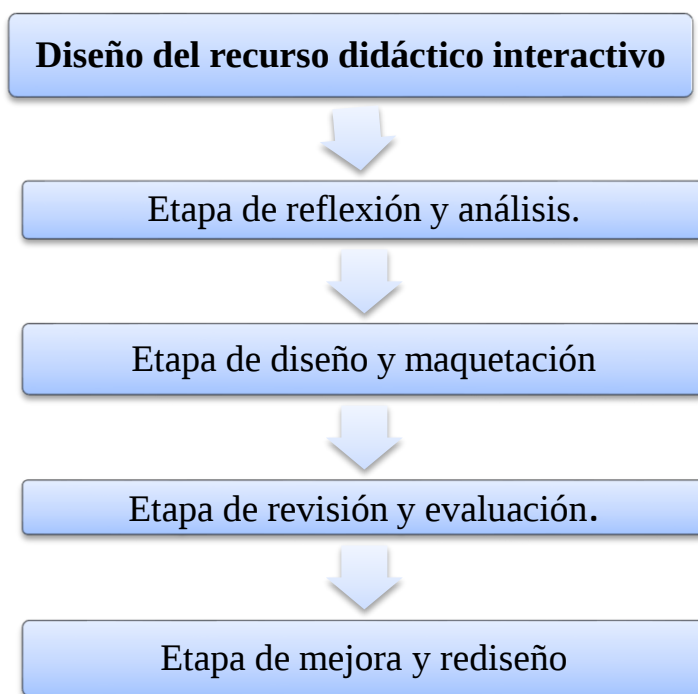


Figura 8 Esquema etapas del diseño del recurso didáctico interactivo

A continuación se detallan las etapas del diseño del recurso didáctico interactivo.

Etapas de reflexión y análisis. En esta etapa se hace una reflexión del concepto y el instrumento que se utilizara para el diseño, se plantean preguntas como: ¿para quién va dirigido el diseño?, ¿qué contenidos se van a utilizar?, ¿qué actividades puedo utilizar en la elaboración del diseño?, Etc.

Etapas de diseño y maquetación. En esta etapa se debe contemplar varios aspectos, el primero es que el diseño debe aportar al aprendizaje, como aclaración de un concepto o término, o como interacción efectiva y útil para el estudiante. Esta fase del diseño y concepción es la más compleja. No es fácil pensar y reflexionar sobre qué debe incorporar un recurso didáctico, y en qué aspecto debe ofrecer interacción y/o retroalimentación.

Etapas de revisión y evaluación. El diseño del recurso debe ser revisado por expertos como profesores y/o investigadores que den sus opiniones acerca del diseño, luego se realiza un pilotaje el cual será aplicado para ver la potencialidad del diseño y ver si responde a las preguntas de la investigación, las dificultades, el tiempo de demora , errores de redacción. Etc.

Etapas de mejora y rediseño. En esta Etapa se retoman las observaciones emergentes en la fase anterior para mejorar y rediseñar el diseño.

Para que el diseño del recurso didáctico interactivo cumpla con el propósito del aprendizaje, lo importante no es la tecnología informática que se ponga en uso, sino que el recurso diseñado por el profesor cumpla con el objetivo de ayudar al aprendizaje.

2.3. Utilización de Geogebra en el trabajo de grado

Se promueve el uso de Geogebra en este trabajo porque para (Benítez, 2006), el uso de este Software permite a los estudiantes construir, explorar, visualizar y manipular de forma directa procedimientos que posibilitan el análisis exploratorio de datos, el cálculo de probabilidades y el manejo de algunas distribuciones de probabilidad. Algunas características tomadas en cuenta para usar Geogebra en el presente estudio son las siguientes:

- El software puede ayudar a los estudiantes a explorar y formular conjeturas.
- Permite hacer simulaciones de los problemas matemáticos, para ayudar a encontrar relaciones.
- Posibilita un acercamiento gráfico a la solución de problemas de variación.
- Facilita el empleo de diferentes registros de representación (gráficos, tabulares y algebraicos). Para cada una de estos registros, existe una ventana con iconos y comandos para trabajar los objetos matemáticos. Por ejemplo, existe una vista gráfica para hacer gráficos en dos y tres dimensiones, una hoja electrónica de cálculo para trabajar datos numéricos y una ventana CAS para operar algebraicamente. Asimismo, el software contiene un módulo para trabajar aspectos de la probabilidad y la estadística.
- La aproximación geométrica puede ser importante para relacionar la solución de un problema, con diferentes líneas de contenido.
- La capacidad de cálculo que tiene el software es muy importante y permite trabajar con un gran volumen de datos.

CAPÍTULO III DISEÑO METODOLÓGICO

3.1. Tipo de estudio

El marco de referencia de este trabajo de grado, se ubica en la enseñanza y aprendizaje de la estadística, puesto que por una parte se da una revisión al significado la distribución normal, donde a partir del Enfoque Ontosemiótico y el significado de referencia determinado por (Tauber, 2001). Proporciona un aporte en el análisis del significado que le atribuyen los estudiantes del curso de inferencia estadística del Área en educación Matemática de la Universidad del Valle sede Meléndez. Por otro lado, se toma el referente de los Recursos Didácticos interactivos utilizando las TIC, donde a través del Software de Geogebra se diseñaron dos Recursos didácticos interactivos para la enseñanza del concepto de distribución normal.

Cabe aclarar, que se busca finalmente mediante la aplicación de un cuestionario, hacer un estudio comparativo sobre la incidencia que tiene la implementación de recursos didácticos interactivos en el aprendizaje de los estudiantes, por ello el trabajo hace más énfasis en el significado adquirido por los estudiantes y se podría ubicar en el estudio del aprendizaje más que en el de la enseñanza. Dado que en este trabajo se recolectó y analizó datos cualitativos como el significado Institucional y personal de la distribución normal y cuantitativos porque se estudiaron las variables numéricas de las respuestas correctas e incorrectas del instrumento de medición, se puede decir que este estudio está dentro de un enfoque mixto desde la perspectiva de (Hernández, 2014).

3.2. Población

La población de interés para este trabajo de grado, fueron estudiantes del área en educación Matemática, que toman el curso de inferencia estadística en el periodo Febrero - Junio 2018, de la Universidad del Valle sede Meléndez. Son estudiantes con conocimiento en Estadística, dado que en semestres anteriores tomaron el curso Análisis exploratorio de datos que es prerrequisito del curso de inferencia estadística. Además, estos estudiantes también tienen conocimiento en el uso del Software Geogebra debido a que en su formación han venido interactuando con dicho programa en asignaturas anteriores correspondientes a la línea de las TIC. Como se ha dicho en el transcurso de este trabajo de grado, se tomaron dos cursos de inferencia estadística para estudiantes del área de educación Matemática en la sede Meléndez de la Universidad del Valle. El curso A cuyos estudiantes utilizaron los recursos didácticos interactivos en Geogebra y el curso B sin éstos.

3.3. Fases del trabajo de grado

El desarrollo de este trabajo de grado comprende distintas fases que se detallan a continuación, cada una de estas tienen una finalidad en sí misma y en pro del desarrollo de los objetivos trazados.

3.3.1. Fase I: Determinación del significado institucional de referencia. En relación con el primer objetivo específico de este trabajo de grado, en este apartado se puede evidenciar cómo se determinó el significado institucional de referencia de la distribución normal a partir del expuesto por (Tauber, 2001). El cual se precisa desde el análisis de once libros de texto de estadística aplicada a nivel universitario, basado en criterios como el prestigio del autor, el

número de ediciones o traducciones a otros idiomas, poseer un enfoque actualizado y estar dirigidos a estudiantes con pocas bases en matemáticas. Dicho análisis se realiza a través del Enfoque Ontosemiótico, donde se identifican los elementos de significado intensivos, extensivos, actuativos, validativos y ostensivos de dicho concepto. Este significado institucional es nuestro referente principal para verificar el significado personal que adquirieron los estudiantes que participaron en el trabajo de grado, razón por la cual se ha fijado el significado institucional de referencia en el capítulo II: Marco referencial.

3.3.2. Fase II: Diseño. Con el fin de cumplir a cabalidad el segundo objetivo específico de este trabajo de grado, se diseñan en esta fase dos recursos didácticos interactivos a partir de las **etapas de reflexión y análisis, y de diseño y maquetación** del taller de diseño de recursos didácticos interactivos dirigido por (Gámez, Marín, 2011) expuesto en el marco referencial.

En la etapa de reflexión y análisis se establecieron los conceptos (probabilidad y distribución normal) abordados en los diseños, el software a utilizar (Geogebra) y a quién fue dirigido (estudiantes de uno de los cursos de inferencia estadística de la universidad del Valle). En la etapa de diseño y maquetación, se estableció que el diseño se utilizaría para la interacción del estudiante, con el fin de aclarar los conceptos de probabilidad y distribución normal en su proceso de aprendizaje.

Luego, se contextualizó el instrumento tomado de (Tauber, 2001), es decir, el cuestionario que se detalla posteriormente.

Recursos didácticos interactivos. El primer diseño consistió en simular el lanzamiento de un par de dados, en esta simulación el estudiante mediante lanzamientos puede comprobar la aproximación de la distribución binomial a la normal, esto es importante puesto que se

muestra el paso de lo discreto a lo continuo, es decir, cómo a través de la Normal puedo explicar fenómenos que se comportan mediante una variable aleatoria que se distribuye en forma Binomial.

El segundo diseño se realizó a partir de una reflexión desde nuestra experiencia como estudiantes del curso inferencia estadística, donde se notó una alta dificultad por los estudiantes en la estandarización de la distribución normal y en el manejo de la tabla de probabilidades, razón por la cual, se diseñó un recurso didáctico interactivo en Geogebra enfocado en la estandarización de la distribución normal, en el cual se pueden verificar algunas propiedades de esta distribución como la simetría, que es una propiedad geométrica, así mismo, propiedades estadísticas como la probabilidad dada por áreas parciales o totales bajo la curva normal y la distribución de casos en relación con la desviación típica, además de hacer inferencias ante situaciones que propongan problemas relacionados con diferentes intervalos de probabilidad.

Cuestionario. Se tomó el instrumento expuesto por Tauber, (2001) dado que ella manifiesta que “este instrumento puede ser aplicado en un curso introductorio típico de estadística, puesto que su contenido está incluido en el significado de referencia que hemos identificado en el análisis de los libros de texto” (p. 177). Éste consiste en un cuestionario, cuyos enunciados de cada ítem se adaptaron al contexto local de los estudiantes, para que fuera más cercano a ellos.

Para (Tauber, 2001). Este instrumento busca aproximar el significado de la distribución normal, que tienen los estudiantes en relación con los elementos de significado de una forma cualitativa, tanto en el curso A tras la intervención del profesor con los diseños anteriores, como los del curso B que no tuvieron dicha intervención. Para tal efecto, el cuestionario se compone de diferentes tipos de preguntas que se pueden englobar en los siguientes bloques:

- a. Conocimiento sobre diversos tipos de variables y capacidad de clasificar variables estadísticas en un tipo apropiado.
- b. Interpretación de modelos matemáticos y de la curva normal como un modelo particular.
- c. Interpretación de los parámetros de la distribución normal.
- d. Interpretación y justificación de las propiedades de la distribución normal.

Fiabilidad del cuestionario. Al momento de tomar o elaborar un instrumento para recoger datos y llevar a cabo una investigación, se debe asegurar que dicho instrumento sea fiable, ello asegura disminuir el sesgo en relación con los datos recogidos y su utilidad para el cumplimiento de los objetivos trazados en el estudio.

Llamamos fiabilidad a la extensión por la cual un experimento, test u otro procedimiento de medida produce los mismos resultados en ensayos repetidos. La medida siempre produce un cierto error aleatorio, pero dos medidas del mismo fenómeno sobre un mismo individuo suelen ser consistentes. La fiabilidad es esta tendencia a la consistencia o precisión del instrumento en la población medida.

(Tauber, 2001, p.194)

Para estimar la fiabilidad del cuestionario (Tauber, 2001). Inicialmente toma el método de consistencia interna, cuya medición se da a partir del coeficiente alfa de Cronbach, este se calcula desde el análisis relativo de la varianza del puntaje total del cuestionario y de las varianzas de cada uno de los ítems, obteniendo un resultado de $\alpha = 0.7663$, quien lo considera adecuado para este cuestionario, pues los ítems no tienen una dificultad uniforme.

En segunda instancia (Tauber, 2001). Calcula dos coeficientes de generalizabilidad para el cuestionario: La generalizabilidad a otros alumnos de la misma prueba y la generalizabilidad

de otros problemas similares a los incluidos en la prueba a los mismos alumnos. Obteniendo unas puntuaciones de 0.7656 y 0.9764 respectivamente, en relación de la generalizabilidad con respecto a los otros ítems, se recalca que es muy similar al valor obtenido del coeficiente alfa de Cronbach, por lo tanto, afirma que esta es la “generalizabilidad de nuestros resultados si a los mismos alumnos les pasáramos otra prueba del mismo número de ítems, variando el enunciado de los mismos” por otro lado para la generalizabilidad a otros alumnos se obtiene un valor elevado por lo cual concluye “lo que indica una muy alta posibilidad de generalizar nuestros resultados a otros alumnos conservando el mismo cuestionario. Por supuesto, en la hipótesis que se conserva el tipo de alumno y la enseñanza recibida”

Análisis a priori de los ítems. En este apartado se expone el análisis específico realizado por (Tauber, 2001), de cada ítem incluido en el cuestionario, aquellos errores que posiblemente presentarían los estudiantes al momento de resolver la prueba y por último se distingue entre paréntesis los elementos de significado que evalúa el ítem, así como la respuesta acertada. Este material se muestra en el apéndice B

3.3.3. Fase III: Pilotaje

Esta fase sigue en correspondencia con el segundo objetivo específico de este trabajo de grado.

Se realizó una prueba piloto aplicando los recursos didácticos interactivos y el cuestionario contextualizado de (Tauber, 2001), a 10 estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle que ya aprobaron el curso de inferencia estadística. En esta fase se implementó la etapa III del diseño del recurso didáctico interactivo.

Con la prueba piloto se observó la potencialidad del diseño y el instrumento, además se

identificaron algunas falencias, dificultades, errores de redacción y la medición del tiempo estimado en realizar la actividad.

La aplicación del pilotaje fue realizada y monitoreada por las investigadoras, y se tomó nota de todas las dudas y comentarios que realizaron los estudiantes al hacer la prueba, estos comentarios se tuvieron en cuenta en el rediseño del recurso didáctico y en la reformulación de las preguntas del cuestionario final. Posteriormente, se revisaron los resultados obtenidos con el fin de proponer un análisis a priori de cada una de las preguntas (ítems), en el cual se incluyó una breve explicación de éstas, posibles errores y elemento(s) de significado que busca evaluar. Material que se muestra en el apéndice C.

3.3.4. Fase IV: Rediseño

Se basó en realizar la etapa IV del taller de diseño recursos didácticos interactivos dirigido por (Gámez, Marín, 2011), en la cual se rediseñó el recurso didáctico y se modificó el cuestionario de (Tauber, 2001), a partir de los comentarios y sugerencias propuestas por los compañeros y especialistas, que tuvieron un primer acercamiento a los recursos didácticos interactivos y al cuestionario. En esta fase se reconstruyeron los instrumentos de investigación, con fundamento en las recomendaciones de los expertos y las observaciones de los estudiantes que ya llevaron el curso. Estos se incluyen en el apéndice D.

Adicionalmente, se elaboró un taller que se muestra en el apéndice E, para la aplicación de los recursos didácticos interactivos que consistió en dos partes, la primera parte relacionada con el primer recurso didáctico interactivo **“Lanzamiento de dos dados”**, en la cual se realizan una serie de preguntas que conllevan a que el estudiante responda de forma intuitiva lo que cree que sucede con la probabilidad de la suma de dos dados al lanzarlos, después con

el recurso didáctico interactivo los estudiantes refutan o confirman su creencia de dicha probabilidad. Posteriormente, con otras preguntas y el recurso didáctico interactivo, se lleva a que el estudiante observe que este tipo de fenómeno se puede ver como una distribución normal, cuando el lanzamiento de dados se hace mucho mayor.

La segunda parte del taller está relacionada con el segundo recurso didáctico interactivo **“Estandarización de la distribución normal”**, con este recurso didáctico el estudiante debe resolver cinco problemas, todos relacionados con la distribución normal. Estos problemas se seleccionaron con el fin de que el estudiante potencialice su conocimiento, además de que se familiarice con la interacción del recurso didáctico interactivo. Al resolver estos problemas el estudiante desarrolla algunos elementos de significado como lo son elementos Extensivos, Actuativos y Validativos.

En el primer problema el estudiante debe encontrar la variable que corresponde a la muestra e identificar las variables de media y desviación estándar, para ello el estudiante utiliza algunas propiedades geométricas de la distribución normal.

El segundo problema es un problema típico, en donde los estudiantes tienen que hacer una relación de la distribución normal entre dos variables y hallar el porcentaje entre dichas variables.

En el tercer y cuarto problema el estudiante debe hacer uso de diferentes propiedades de la distribución normal como lo son las geométricas, algebraicas y estadísticas.

En el quinto punto los estudiantes dan una opinión desde su experiencia con el uso de estos recursos didácticos interactivos

Este taller se aplicó con el fin de los estudiantes aclaren el concepto y observen algunas de las propiedades de la distribución normal.

3.3.5. Fase V: Toma de Datos

Consistió en la aplicación de los Recursos didácticos interactivos, a sólo uno de los cursos de Inferencia Estadística del Área en Educación Matemática de la Universidad del Valle, posterior a la clase del concepto de distribución normal, este diseño se aplicó con el fin de aclarar el concepto y mostrar algunas de las propiedades de la distribución normal. Después, el profesor aplica el cuestionario de (Tauber, 2001), a los dos cursos de Inferencia Estadística a manera de evaluación, este cuestionario es nuestra herramienta fundamental para la recolección de datos.

3.3.6. Fase VI: Análisis de los resultados. En esta fase se realizó una comparación del significado personal que construyeron los estudiantes alrededor del concepto de distribución normal, con el significado institucional de referencia.

Se realizaron dos tipos de análisis:

- **Cuantitativo:** En esta parte se calificaron numéricamente los cuestionarios aplicados a los dos cursos y se procesó la información desde el punto de vista estadístico, obteniendo la media, la mediana y la desviación estándar, para realizar algunas inferencias de este caso en particular. Para procesar esta información se utilizó un tipo de muestreo no probabilístico: El intencional, que según (Alaminos, Castejón, 2006), el muestreo intencional establece una estrategia no probabilística válida para la recolección de datos, en especial para muestras pequeñas y muy específicas como lo es en este caso.
- **Cualitativo:** En esta parte se escogieron las unidades de análisis con el fin de evidenciar los atributos o cualidades del significado personal de los estudiantes atribuido al concepto de distribución normal, dichas unidades fueron los elementos de significado como: los extensivos, ostensivos, actuativos, intensivos y validativos, que

se encuentran implícitos en el análisis a priori del cuestionario, lo que finalmente nos permite caracterizarlo y compararlo con el significado institucional de referencia establecido en la fase I.

CAPÍTULO IV ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se analizaron los resultados obtenidos tras haber aplicado el cuestionario de (Tauber, 2001), a los estudiantes de los dos cursos de Inferencia Estadística del área de Educación matemática de la Universidad del Valle sede Meléndez, con el fin de describir las características generales del significado personal que tuvieron los estudiantes sobre la distribución normal, para hacer luego su respectiva comparación y cumplir con el objetivo general de este trabajo de grado.

4.1. Análisis cuantitativo de los resultados

En primera instancia en correspondencia con el tercer objetivo específico, cuyo fin es caracterizar el significado personal de la distribución normal adoptado por los estudiantes, se calificaron de forma cuantitativa los cuestionarios que se aplicaron a los estudiantes de los dos cursos. Posteriormente, se toma una muestra intencionada no probabilística, se seleccionaron 10 cuestionarios de cada curso, 5 de los cuales se encuentran en el apéndice F y se organizaron en la tabla 3, los resultados obtenidos en el curso A (quienes utilizaron los recursos didácticos interactivos en Geogebra) y en la tabla 4 los resultados del curso B (quienes no lo utilizaron).

Tabla 3

Resultados curso A, estudiantes que utilizaron los recursos didácticos interactivos.

Estudiantes que utilizaron los recursos didácticos interactivos			
Preguntas	Respuestas	Aciertos	Dificultad
Pregunta 1	a	10	1
	b	9	0.9
Pregunta 2	c	5	0.5
	d	2	0.2
Pregunta 3	a	9	0.9
	b	6	0.6
	c	10	1
	d	7	0.7
Pregunta 4	b	8	0.8
	d	5	0.5
Pregunta 5	a	8	0.8
	b	10	1
Pregunta 6	a	9	0.9
	b	8	0.8
Pregunta 7	b	9	0.9
Pregunta 8	b	4	0.4
Pregunta 9	v	8	0.8
Pregunta 10	b	8	0.8

Tabla 4

Resultados curso B, estudiantes que no utilizaron los recursos didácticos interactivos.

Estudiantes que NO utilizaron los recursos didácticos interactivos			
Preguntas	Respuestas	Aciertos	Buenas
Pregunta 1	a	6	0.6
	b	6	0.6
Pregunta 2	c	5	0.5
	d	1	0.1
Pregunta 3	a	7	0.7
	b	4	0.4
	c	8	0.8
	d	5	0.5
Pregunta 4	b	6	0.6
	d	5	0.5
Pregunta 5	a	8	0.8
	b	7	0.7
Pregunta 6	a	3	0.3
	b	3	0.3
Pregunta 7	b	9	0.9
Pregunta 8	b	5	0.5
Pregunta 9	v	7	0.7
Pregunta 10	b	3	0.3

El curso A obtuvo que en promedio los estudiantes responden 12.51 preguntas correctamente de las 18 posibles preguntas correctas, mientras que el curso B tuvo un promedio de respuestas acertadas de 9.9 por estudiante. En cuanto a la desviación estándar se tiene que para el curso A donde la media es 12.51 preguntas acertadas por estudiante y la desviación estándar es de 1.6, el 68.3% de los estudiantes respondieron acertadamente entre 11 y 14 preguntas; análogamente, el curso B donde la media es 9.9 preguntas acertadas por estudiante y la desviación estándar 2.35, el 68.3% de los estudiantes respondieron acertadamente entre 8 y 12 preguntas.

Adicionalmente se estudió cada uno de los subítems correctos y se analizó la relación entre la cantidad de preguntas acertadas y la cantidad de estudiantes, para realizar este análisis se define que la dificultad de la pregunta es baja si un subítem lo respondió correctamente a lo mínimo 8 estudiantes y se define que un subítem tiene dificultad alta si a lo más lo respondieron correctamente 3 estudiantes.

Así, se obtiene que el curso A tuvo menos dificultad en responder los subítems 1.a, 1.b, 3.a, 3.c, 4.b, 5.a, 6.b, 7.a, 8.b, 9.b, 11 y 12.b y mayor dificultad en responder el subítem 2.d. Por otro lado, el curso B tuvo menos dificultad en responder los subítems 3.c, 5.a y 9.b y mayor dificultad en responder los subítems 2.d, 7.a, 8.b y 12.b. Ver tablas 3 y 4.

Adicionalmente, se realizaron graficas para visualizar la cantidad de preguntas acertadas por los estudiantes en ambos cursos

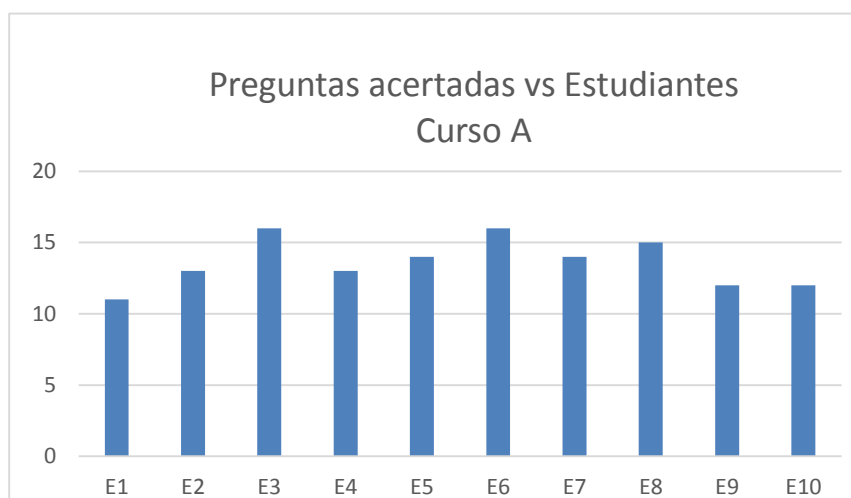


Figura 9 Grafica preguntas acertadas Vs estudiantes curso A

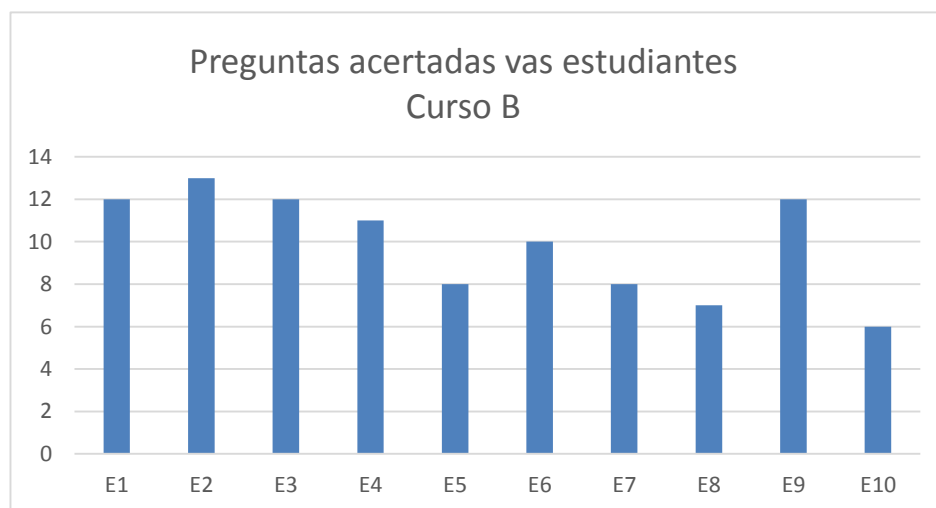


Figura 10 Grafica preguntas acertadas Vs estudiantes curso B

En las gráficas anteriores se puede evidenciar que en el curso A quien tuvo la intervención con los recursos didácticos interactivos en Geogebra, respondió un mayor número de preguntas correctas con respecto al curso B, que no tuvo la intervención de los recursos

didácticos interactivos en Geogebra.

Se nota que en el curso A se presentaron dos casos de estudiantes que respondieron el mayor número de preguntas acertadas 16, en contraste con el curso B cuyo número máximo de preguntas acertadas fue de 13. De manera similar si se examina el menor número de preguntas acertadas en el curso A, el valor mínimo correspondió a 11 preguntas, mientras que el curso B fue mucho menor, con un mínimo de 6 preguntas acertadas.

Dado que se está haciendo referencia a los casos de mayor y menor número de preguntas acertadas por estudiante, esto no es suficiente para examinar de manera global cada uno de los cursos, por ello para tener un mejor análisis podemos verificar el promedio de preguntas acertadas por estudiante, aquí se puede evidenciar que el curso A tuvo un promedio de 12.51 preguntas acertadas por estudiante, muy alejado del promedio del curso B que obtuvo 9.9, pero nótese que los casos extremos intervienen en la media, así que con el fin de tener una información más precisa y disminuir el sesgo podemos remitirnos a analizar la mediana que para el curso A fue de 13.5 y para el curso B fue de 10.5. Finalmente, se puede observar que de todas formas al curso A que obtuvo intervención con los recursos didácticos interactivos en Geogebra le fue mejor que al curso B que no la tuvo, en cuanto al número de preguntas acertadas.

4.2. Análisis cualitativo de los resultados

Para el análisis cualitativo se tomará como referente el análisis a priori del cuestionario tomado de (Tauber, 2001), expuesto en el apéndice B y la parte del análisis cuantitativo donde se estudian los subítems correctos, ver tablas 3 y 4. Se define que la dificultad de la pregunta es baja si un subítem lo respondió correctamente a lo mínimo 8 estudiantes y que un subítem tiene dificultad alta si a lo más lo respondieron correctamente 3 estudiantes.

En primera instancia se analizaron los ítems con dificultad baja común a los dos cursos. Ambos cursos coincidieron en tener una baja dificultad en responder correctamente el subítem 3.c, que indica que la gráfica de la curva normal tiene una forma de campana. Pero solo el curso A tuvo una baja dificultad en responder el subítem 3.a, el cual indica que la gráfica de la curva normal es una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca. Lo anterior evidencia que ambos cursos logran identificar la forma de campana de la gráfica de la curva normal, pero solo el curso A logra reconocer que la curva normal es asíntota al eje x. (elementos intensivos).

Ambos cursos coincidieron en tener una baja dificultad en responder correctamente el ítem 5.a, ver tablas 3 y 4, es decir, que los estudiantes reconocen la idea de moda (elemento intensivo) y la posición de los valores de la distribución con respecto a la moda en la curva normal (elemento intensivo).

Ambos cursos coincidieron en tener una baja dificultad en responder correctamente el ítem 9.b, lo cual muestra que los estudiantes reconocen la forma acampanada de la curva normal (elemento ostensivo) y además entienden el significado grafico de los parámetros de la distribución normal (elementos intensivos).

En segunda instancia, se analizaron los ítems con dificultad baja en el curso A, pero que estuvieron en un nivel medio de dificultad para el curso B.

El curso A tuvo una baja dificultad en el ítem 1, distinguiendo apropiadamente las definiciones de variable continua y discreta (elementos intensivos) y logran proponer ejemplos adecuados (elemento extensivo). Se observó también que en el subítem 4.b, que indica que los pesos de los alumnos varones de un instituto es una distribución que se aproxima a la curva normal, los estudiantes tuvieron una baja dificultad en responder

correctamente, pues lograron concebir que el modelo de la distribución normal es aplicable a distribuciones continuas y reconocerla como una buena aproximación en distribuciones discretas con un número grande de valores (elemento intensivo), distinguiendo además situaciones prácticas en las que se puede aplicar la distribución normal y en las que no, aunque la opción de respuesta que involucra la edad era un distractor los estudiantes logran reconocer el contexto en el que se está presentando.

En el subítem 6.b los estudiantes logran reconocer de que la media y la desviación estándar (elementos intensivos) determinan una distribución normal. El ítem 11 fue de baja dificultad pues los estudiantes identificaron el hecho de que en el intervalo modal (elemento intensivo) se concentra el mayor porcentaje de datos y además que aunque la curva normal tiene todo su dominio en R (elemento ostensivo) los casos extremos son poco frecuentes, así mismo se evaluó la capacidad de justificar (elemento validativo) e identificar si el estudiante considera que los valores muy apartados de la media en este tipo de distribución son escasos (elemento intensivo)

En tercera instancia se analizaron los ítems con dificultad baja en el curso A y dificultad alta para el curso B. Al curso A le fue de baja dificultad el subítem 7.a, que hace referencia a la distribución normal como una distribución que permite la modelación de poblaciones de datos continuos. Los estudiantes logran identificar que una distribución normal puede servir de aproximación a distribuciones de datos continuos, además de reconocer para qué situaciones se puede adaptar a poblaciones de datos discretos con un número elevado de valores (elemento extensivo) en contraste con el curso B que presentó una alta dificultad posiblemente al confundir entre los diferentes tipos de aproximación que se pueden dar por medio de una distribución normal (elemento extensivo).

Para el curso A, el subítem 8.b fue de baja dificultad lo que evidencia que el estudiante

distingue entre las propiedades de una distribución normal y una distribución normal estandarizada, así como los parámetros (elementos intensivos) de esta última y su utilidad. Se podría atribuir la alta dificultad para este subítem en el curso B, al presentar errores en la comprensión de la distribución normal, como un instrumento mediador cuando se desea realizar comparaciones entre diversas observaciones de una misma población, a diferencia de una distribución normal cualquiera que pueda aproximar diversas distribuciones de datos reales, calcular probabilidades de estas, entre otras.

Para el curso A el ítem 12 tuvo una baja dificultad, lo cual da fe de que el estudiante reconoce la distribución normal (elemento intensivo), como una forma de resolución (elemento actuativo) para este tipo de problemas (elemento extensivo), además de identificar en su resolución una gama de elementos intensivos que están implicados en el problema dado. Mientras que el curso B tuvo un alta dificultad que se podría atribuir a que el estudiante no reconoce que se trata de una variable cuantitativa y continua, por lo que no considera que esta puede tomar todos los valores dentro de un intervalo dado y que al aumentar continuamente el número de observaciones se puede llegar a la idea de variable aleatoria continua. En la siguiente figura se puede evidenciar lo anterior.

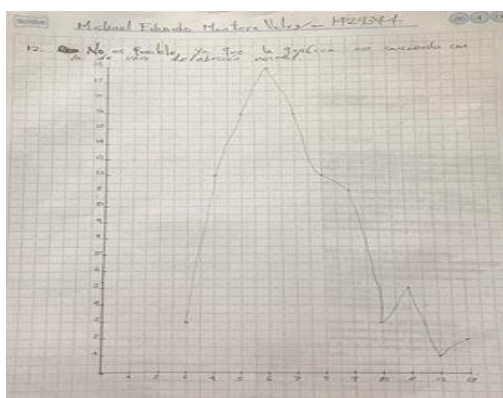


Figura 11 respuesta punto 12, grupo B

En cuarta instancia se analizaron los ítems con dificultad alta en ambos cursos. El subítem 2.d, indica que matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que sirve para hacer inferencias sobre una población. Este subítem tuvo una alta dificultad para los dos cursos por que los estudiantes no reconocen su rol al momento de hacer inferencias (elemento extensivo), se le atribuye esta alta dificultad al hecho de que el enunciado no fue específico, pues este ítem tenía múltiples respuestas correctas. Sin embargo, en este ítem se observa que sólo la mitad de los estudiantes la obtuvieron como opción de respuesta.

4.3. Análisis de los recursos didácticos interactivos en Geogebra.

En correspondencia con el segundo objetivo específico se analizan los resultados del taller con Geogebra expuesto en la fase IV del diseño metodológico. En la aplicación de este taller se utilizaron los dos recursos didácticos interactivos diseñados en el software de Geogebra.

La parte 1 del taller que estuvo enfocada a la aplicación del primer recurso didáctico interactivo llamado “lanzamiento de dos dados”, permitió que el estudiante explorara y validara lo que se estaba formulando de forma intuitiva, con respecto al resultado que se tiene al lanzar dos dados. Algunos estudiantes dieron sus respuestas desde su experiencia, sin embargo, con la aplicación del recurso didáctico interactivo, los estudiantes observaron que con pocos lanzamientos las opciones de la suma eran equiprobables, mientras que para un número de lanzamientos relativamente grande se evidenciaba que es más probable que salga la suma de 7, seguido de 5 y 6, y que las menos probables eran la de 2 y 12.

La parte 2 del taller es referente a la aplicación del segundo recurso didáctico interactivo llamado “Estandarización de la distribución normal”, ésta permitió que el estudiante interactuara con el proceso de visualización de la representación gráfica de la distribución normal, además de sus propiedades geométricas, estadísticas y algebraicas.

En la solución del primer problema se observó que los estudiantes encontraron la variable que corresponde a la muestra e identificaron la media y la desviación estándar, para ello utilizaron algunas propiedades geométricas correspondientes a la gráfica de la distribución normal. En la solución del segundo problema se observó que los estudiantes hicieron una relación de la distribución normal entre dos variables y hallaron el porcentaje entre dichas variables. Por otro lado en la solución del tercer y cuarto problema se observó que los estudiantes utilizaron las diferentes propiedades de la distribución normal, como las geométricas y estadísticas. Así a partir del análisis de áreas parciales bajo la curva y la simetría que es una propiedad geométrica, pusieron en juego algunos resultados porcentuales, llegando al resultado final mediante procedimientos aritméticos. Por último, en el quinto punto del taller se le pidió a los estudiantes dar sugerencias y apreciaciones sobre los recursos didácticos interactivos, a continuación nombramos las más relevantes.

“El uso de los recursos didácticos interactivos les permitió visualizar de forma clara los cálculos, ayudó a economizar tiempo”.

“Los recursos están bien diseñados y permiten una interacción muy buena y comprensión de los conceptos”

“Los recursos me parecen pertinentes para las construcciones de los conceptos trabajados, ya que nos ahorran algunos cálculos y nos permite explorar la gráfica desde distintos valores estandarizados”

“Los recursos didácticos ayudan a economizar tiempo, también a interpretar los datos obtenidos de ejercicio. A modo de recomendación, diría que se le podría agregar a la aplicación para ejercicios de la forma $p(a < z < b)$. En comparación con la tabla que se maneja normalmente es mucho mejor, dado que ofrece la posibilidad de interactuar con los

promedios correspondientes a la estandarización”

En este orden de ideas, podemos decir que los recursos didácticos interactivos fueron de gran aporte para los estudiantes en este caso en particular, porque como se evidencia en el análisis cuantitativo el curso A tuvo mejores puntuaciones que el curso B y en el análisis cualitativo se exponen los ítems que tuvieron baja dificultad para el curso A y alta dificultad para el curso B, como lo son el ítem 7.a que contempla un elemento extensivo, este elemento fue abordado en la parte 1 del taller donde se trabajó con el primer recurso didáctico interactivo, puesto que éste posibilita ver el paso de lo discreto a lo continuo al simular un número considerable de lanzamientos. Por otro lado, el ítem 8.b que contempla los elementos intensivos referentes a las propiedades de una distribución normal y una distribución normal estandarizada, fue abordado en la parte 2 del taller donde se trabajó el segundo recurso didáctico interactivo, debido a que en los problemas desarrollados en esta parte del taller los estudiantes visualizaron que tras la estandarización, la media es 0 y la desviación estándar es 1, factor en el que el curso B presentó errores, posiblemente al no entender la distribución normal como un instrumento mediador cuando se desea realizar comparaciones entre diversas observaciones de una misma población.

A partir del análisis cuantitativo y cualitativo se obtiene la caracterización del significado personal de la distribución normal que obtuvieron los estudiantes de los dos cursos de inferencia estadística, esta caracterización se obtuvo a partir del análisis de los ítems que respondieron los cursos A y B en común con una baja dificultad y los ítems que tuvieron una baja dificultad en el curso A y una alta dificultad en el Curso B, con el fin de examinar semejanzas y diferencias entre los dos cursos. Esta caracterización aporta al cumplimiento del objetivo general, que busca comparar el significado personal de la distribución normal entre los estudiantes del curso A y el curso B de inferencia estadística. En resumidas cuentas esta

comparación evidencia que los estudiantes del curso A quienes utilizaron Geogebra lograron obtener un significado personal de la distribución normal más semejante al significado institucional de referencia a diferencia de los estudiantes del curso B que no utilizaron Geogebra.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

En correspondencia con el primer objetivo específico de este trabajo de grado, se establece el significado institucional de referencia de la distribución normal tomado de (Tauber, 2001). Como marco de referencia, ahí se pudo exponer el significado de la distribución normal por medio de los elementos de significados de forma detallada, estos elementos fueron: Los elementos extensivos, que sirven para identificar los tipos de problema que cuya solución requieren del concepto de distribución normal y los contextos en los que puede surgir la distribución normal; los elementos ostensivos, estos permiten observar las representaciones numéricas, algebraicas y gráficas de la distribución normal, entre otros; los elementos actuativos los cuales ayudan a resolver problemas que requieren de este tipo de distribución gracias a la estandarización y el uso de tablas; los elementos validativos que posibilitan valga la redundancia validar a través de representaciones gráficas, demostraciones, análisis, entre otros; y finalmente los elementos intensivos que describen propiedades de la distribución normal que la caracterizan y relacionan con otros elementos intensivos como lo son definiciones y propiedades.

En relación con el segundo objetivo específico, se puede concluir que la aplicación de los recursos didácticos interactivos diseñados en Geogebra, aportaron significativamente a la comprensión del significado personal de la distribución normal en los estudiantes, debido a que en los resultados del análisis se evidencia que el curso A, que fueron los que utilizaron Geogebra, lograron identificar una mayor cantidad de elementos de significado de la distribución normal en comparación con el curso B. Estos elementos fueron: extensivos, pues el software permitió visualizar fácilmente la distribución normal como un modelo que se

puede aplicar a determinadas situaciones presentes en el cuestionario; elementos intensivos como en el caso de la distribución normal estándar donde los estudiantes reconocieron que su desviación estándar es 1 y su media es 0. Y por último, los elementos actitudinales en la cual la distribución normal es reconocida como una herramienta para la resolución de este tipo de problemas que corresponden al ajuste de un modelo a la distribución de datos reales en campos tales como la psicología, biometría, o teoría de errores.

En este orden de ideas y respecto al tercer objetivo específico planteado en este trabajo de grado se logra determinar que para este caso en particular los estudiantes del curso A obtuvieron unos mejores resultados debido a que además de los elementos de significado que ambos cursos pudieron distinguir, el curso A logra distinguir otros elementos de significado gracias a la utilización de los recursos didácticos interactivos en Geogebra y en consecuencia su significado personal de la distribución normal se asemeja más con el significado institucional de referencia que los estudiantes del curso B.

5.2. Recomendaciones

Se recomienda para futuros estudios que este trabajo sea abordado desde un cuerpo estadístico y matemático más robusto, para que efectivamente se observe una correlación entre el uso de los diseños didácticos interactivos en el software Geogebra y el rendimiento de los estudiantes, este análisis se puede hacer a partir de dos cursos en donde un solo curso utilice diseños didácticos interactivos para todo el contenido del curso. En este trabajo se encontró una asociación en relación a los resultados de los estudiantes, esta asociación fue un primer acercamiento que permitió intuir que los diseños posibilitan otro tipo de pensamiento. Pero, como se dijo anteriormente se deben hacer análisis más profundos para concluir si realmente son efectivos.

Debido a que el concepto de distribución normal es un concepto que se ha ido consolidando a través de los años por ser de suma importancia en la estadística y según nuestras pesquisas no existen muchos estudios registrados que aborden las problemáticas en la enseñanza de este concepto, este estudio pretende sentar las bases para futuras investigaciones que quieran abordarlo.

Una limitante que se encontró en este trabajo de grado fue que la investigación en la que se basó es muy extensa dado que se realizó aproximadamente a lo largo de dos años, además con una muestra considerablemente grande y tuvo un acompañamiento de la investigadora en todo el proceso (realización de secuencia didáctica, acompañamiento permanente en el aula, actividades, evaluaciones, y planes de mejoramiento) lo cual permite un análisis de estudio más riguroso y longitudinal, en cambio nuestro trabajo de grado está situado en una muestra no probabilística intencional

Referencias Bibliográficas

- Alaminos, A. Castejón, J., (2006), Elaboración, análisis e interpretación de encuestas, cuestionarios y escalas de opinión. Universidad de Alicante.
- Batanero, C., (2002), Los retos de la cultura estadística, *Trabajo presentado en Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística* de La Universidad Nacional de Tres de Febrero, Buenos Aires.
- Benítez, D. (2006). *Formas de razonamiento que desarrollan los estudiantes en la resolución de problemas con apoyo de la tecnología computacional*. Tesis Doctoral. Cinvestav. México.
- Chango Masaquiza, W. Sailema Chiliquinga, M., (2017). *Recursos didácticos interactivos*. Educación Básica. UTC. Latacunga.
- Canavos, G.,(1988). Probabilidad y estadística, aplicaciones y métodos. Recuperado de:
<https://estadisticaunicaes.files.wordpress.com/2012/05/george-c-canavos-probabilidad-y-estadistica-aplicaciones-y-mc3a9todos.pdf>
- Fortún, M., (2017), Importancias de la Estadística [Página web]. Recuperado de
<http://webmaterias.com/importancia-de-la-estadistica/>
- Gámez Mellado, A., Marín Trechera, L., (2011), Taller de Diseño de Recursos Didácticos Interactivos para la Enseñanza y el Aprendizaje de la Estadística utilizando GeoGebra.
- García, G., Cuadros, P., (2013), Estrategias para mejorar la enseñanza de la Estadística con GeoGebra,. VII CIBEM, Uruguay, Recuperado de:
<http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/599.pdf>

- Godino, J., Batanero, C., (1994), Significado Institucional y Personal De Los Objetos Matemáticos, *Recherches en didactique des Mathématiques*, Volúmen 3, pp. 325-255.
Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm
- Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada.
Disponible en, http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf
- Hernández Sampieri, R; Fernández Collado, C; Baptista Lucio, P.. Metodología de la investigación, 6ª. ed. McGraw-Hill, México, 2014.
- Insunza, S. (2015) las herramientas computacionales en la enseñanza de la probabilidad y la estadística. Universidad autónoma de Sinaloa (disponible en http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XI/inzunsa_santiago.pdf)
- Kanobel, María Cristina (2016). **Geogebra como recurso didáctico para enseñar probabilidad y estadística en el aula**. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/9323/1/Kanobel2016Geogebra.pdf>
- Lopez, W. (2014, 08 de Septiembre), Programa Tita, Educación Digital para Todos beneficiará a 29.378 estudiantes caleños. Alcaldía de Santiago de Cali. Recuperado de: http://www.cali.gov.co/hacienda/publicaciones/105094/programa_tita_educacion_digital_para_todos_beneficiara_a_estudiantes_calenos/
- Martin, A. Alvarez, Rosana. (2017) La distribución normal, las calculadoras y las nuevas tecnologías. (Disponible en <http://www.aulamatematica.com/>)
- Mendenhall (2006). Introducción a la probabilidad y la estadística. Recuperado de. <https://www.educacion->

holistica.org/notepad/documentos/Medicina/Epidemiolog%C3%ADa%20y%20Bioestadist%C3%ADca/Introduccion%20a%20la%20Probabilidad%20y%20Estadistica.pdf

Ministerio de Educación Nacional, (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional, (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia.

Ministerio de Educación Nacional, (2004). Tecnología Informática: Innovación en el currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media. Proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia.

Moreno, L., (2001). Instrumentos matemáticos computacionales. Recuperado de: <http://www.eduteka.org.modulos.php?catx=1&idSubX=256&ida=12&art=1>

Rangel, L., (2010), *Concepciones que sobre la distribución normal tienen algunos profesores de matemáticas en formación*, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

Ribeiro, C., (2016), Probabilidad, juegos de azar y Educación Estadística crítica, *Taller realizado en el 2º Encuentro Colombiano de Educación Estocástica*, en la Universidad Los Libertadores de Bogotá D.C.

Sánchez, L., (2016), *Análisis Histórico-epistemológico sobre el surgimiento de la distribución normal*, Universidad del Valle, Santander de Quilichao.

Tauber, L.(2001), *La construcción del significado de distribución normal a partir de actividades de análisis de datos*, Universidad de Sevilla, España.

Vallecillos, A. (1994). Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

APÉNDICES

Apéndice A. Programa del curso inferencia estadística



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA



1. INFORMACIÓN

Curso	: Inferencia Estadística
Grupo	: 01
Código	: 405072M
Créditos	: 4
Intensidad	: 4 horas semanales
Habilitable	: Sí
Validable	: No
Período académico	: Febrero-Junio /18
Profesor	: Diego Díaz Enríquez

Correo electrónico : diego.diaz.enriquez@correounivalle.edu.co, diegoden09@yahoo.com

2. ENFOQUE Y DESCRIPCIÓN

La inferencia estadística busca ampliar el campo del pensamiento matemático en la formación del pensamiento estocástico en futuros maestros. Una vez vistos las descripciones que se le pueden dar a los datos de una investigación, ahora el énfasis se da en la toma de muestras de una población objetivo y a partir de allí, dar inferencias acerca de la población.

3. OBJETIVOS Y/O PROPÓSITOS

A partir de los conceptos teóricos asociados al análisis de datos, desde el punto de vista de la inferencia estadística, los estudiantes analizarán, aplicarán, interpretarán y realizarán inferencias de los datos asociados a la muestras y aplicables a situaciones diversas para la toma de decisiones.

Fomentar una nueva actitud en los futuros docentes de las matemáticas que les permita abordar algunos problemas de la enseñanza con un enfoque más integral, y en donde, desde las matemáticas, se rescate su relación con el mundo de la experiencia.

4. CONTENIDOS Y/O TEMÁTICAS

Primera Parte

- Repaso de las distribuciones de probabilidad Discretas y Continuas
- Diferenciar entre población y muestra y describir los métodos para seleccionar una muestra.
- Explicar la razón por la que una muestra es con frecuencia la

- Repasar la Distribución normal e identificarla como una distribución clave en los resultados de la Inferencia Estadística. Aplicar un método para identificar si un conjunto de datos proviene de una distribución normal.

Segunda Parte

- Definir y construir una distribución muestral para la media, la proporción y la varianza
- Explicar y aplicar el teorema del límite central para calcular probabilidades de las distribuciones muestrales.
- Identificar y calcular los principales estimadores puntuales y diferenciar entre estimador puntual y estimación.
- Definir y explicar las principales propiedades de los estimadores puntuales.
- Identificar el método de la máxima verosimilitud para encontrar buenos estimadores.

Tercera Parte

- Definir nivel de confianza
- Definir y construir un intervalo de confianza
- Identificar la distribución t de Student
- Identificar la distribución chi cuadrado.
- Construir intervalos de confianza para la estimación de la media, la proporción y la varianza poblacionales.
- Determinar y calcular el tamaño de muestra adecuado para estimar la media o la proporción poblacionales en poblaciones homogéneas.

Cuarta Parte

- Definir una hipótesis e identificar los componentes para probar una hipótesis.
- Describir el procedimiento general para probar una hipótesis.
- Definir los errores tipo I y tipo II y calcular la probabilidad de cometer error tipo II en las pruebas de hipótesis.
- Distinguir entre pruebas de hipótesis de una cola y de dos colas.
- Describir y aplicar los procedimientos para probar hipótesis sobre la media y la proporción poblacionales.
- Distinguir entre pruebas de hipótesis con una sola muestra y con dos muestras.
- Realizar pruebas de hipótesis con dos muestras para la diferencia entre medias poblacionales independientes, para la diferencia entre dos proporciones poblacionales, para dos varianzas poblacionales, para la media de dos muestras dependientes.
- Distinguir entre muestras dependientes e independientes.
- Listar las características de la distribución F.
- Explicar la idea general del análisis de varianza.

5. METODOLOGIA

El curso se llevará a cabo en dos sesiones semanales de dos horas, en las cuales el profesor presentará las ideas teóricas principales del tema a tratar, y en donde los participantes consolidarán sus conocimientos a partir de situaciones problema en donde se involucren las temáticas abordadas. Además se realizarán actividades grupales en donde se explorarán y consolidarán las diferentes habilidades y desempeños propios del pensamiento aleatorio.

6. FORMA Y/O SISTEMA DE EVALUACIÓN

Para efectos de evaluación del curso se tendrán en cuenta:

1. El logro de los objetivos propuestos, la participación activa del estudiante en los procesos del aprendizaje, la utilización correcta de los recursos, el progreso observado en las habilidades y destrezas a través del curso, la participación de trabajo en grupo, talleres resueltos en forma individual o grupal y/o exposición, quices de alguna temática en particular tendrá un valor del 20%.
2. Dos Evaluaciones individuales escritas, con un valor del 40% para cada una. Con sus respectivos opcionales.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

No hay un único texto que guíe el curso. Hay libros de distintos niveles de profundidad que pueden ser útiles en algunos temas específicos.

1. Canavos, George. **Probabilidad y Estadística; aplicaciones y métodos**. México, McGraw-Hill Book Company, 1987.
2. Lind, Marchal, **Estadística aplicada a los negocios y la economía**. , Wathen. Editorial McGraw Hill. Décimo quinta edición 2012.
3. Feller William. **An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. 1, Vol 2. 3rd Edition**
4. Mendenhall, William. **Estadística Matemática con Aplicaciones**. México, Iberoamericana, 1986.
5. Mendenhall, William. **Introducción a la Probabilidad y Estadística**. México, Iberoamericana, 1987.
6. Spiegel, Murria. **Estadística**. España: Mc-Graw-Hill Interamericana. 1991,1999.
7. Ross, Sheldon. **A first course in probability**, Eighth Edition. Prentice Hall. 2010

Apéndice B. Análisis a priori.

Ítem 1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

- a. Variable continua
- b. Variable discreta

En este ítem se busca evidenciar si el estudiante distingue entre la definición de variable continua y discreta (elementos intensivos) y cómo a partir de ésta puede proponer un ejemplo apropiado (elemento extensivo). Se esperaría que el error más frecuente sea confundir dichas definiciones.

Ítem 2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
- b. Está definida en términos de datos empíricos.
- c. Está definida en términos de una ecuación matemática. (Correcta)
- d. Sirve para hacer inferencias sobre una población. (Correcta)
- e. Ninguna de las anteriores

En este ítem se busca observar si se reconocen las características de la distribución normal como modelo (elemento intensivo) y su rol al momento de hacer de inferencias (elemento extensivo), además de identificar que el modelo normal se define por una ecuación (elemento ostensivo) y no de manera empírica, adicionalmente se examina la pericia de distinguir entre una distribución empírica y una teórica (elementos intensivos)

Ítem 3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
- b. Una distribución matemática o teórica.
- c. Una curva con forma de campana.
- d. Puede tomar valores negativos.
- e. todas las anteriores. (Correcta)

En este ítem consiste en identificar características propias de la curva normal como lo son: tener como asíntota al eje x, la posibilidad de tomar valores negativos, su forma acampanada y su carácter de modelo teórico (elementos intensivos). Un error que podrían presentar los estudiantes es confundir el modelo teórico con el conjunto de datos reales.

Ítem 4. El profesor de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación Matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- a. Edades de los estudiantes de un instituto.
- b. Pesos de los alumnos varones de un instituto. (Correcta)
- c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
- d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica. (Correcta)

En este ítem se busca estudiar el conocimiento de los diferentes tipos de distribuciones de variables (elemento intensivo) y la facultad de aproximarlas por medio de una distribución normal (elemento extensivo). Lo que en resumidas cuentas sería lo mismo que observar si el estudiante concibe que el modelo de la distribución normal es aplicable a distribuciones

continuas, y que puede ser además una buena aproximación en distribuciones discretas con un número grande de valores (elemento intensivo) y por último distinguir circunstancias prácticas en que la distribución normal podría ser aplicable y aquellas en las que no (elemento extensivo). Para este ítem, se presenta como distractor en las opciones de respuesta la edad, que generalmente en clases y en los libros es tomada como una variable continua, pero en este ítem un error probable por parte del estudiante es que no considere el contexto en el que se está presentando.

Ítem 5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- a. Los valores medios. (Correcta)
- b. Los valores más altos.
- c. Los valores más bajos.
- d. Depende de la variable medida

Se intenta examinar sobre el conocimiento de la idea de moda (o media) (elemento intensivo) y de la posición de los valores de la distribución con respecto a la moda en la curva normal (elemento intensivo). Adicionalmente se busca que el estudiante pueda relacionar la forma gráfica de la curva normal (elemento ostensivo) con las características de sus elementos (elementos intensivos).

Ítem 6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- a. Mediana y Media
- b. Media y Desviación estándar. (Correcta)
- c. Moda y Desviación estándar
- d. Desviación estándar y Mediana.
- e. Todas las anteriores

Busca percibir si los estudiantes reconocen los parámetros que determinan a una distribución normal (elementos intensivos). Se puede presentar que no queda claro a cabalidad que sólo se requiere que la media y de la desviación estándar para definir la distribución normal, es probable que los estudiantes creen que se necesita más información.

Ítem 7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- a. Poblaciones de datos continuos. (Correcta)
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
- c. Poblaciones de datos cualitativos.
- d. Poblaciones de datos ordinales.

En este ítem se pretende examinar si se reconoce que una distribución normal puede servir de aproximación a distribuciones de datos continuos, además de identificar para qué situaciones se puede adaptar a poblaciones de datos discretos con un número elevado de valores (elemento extensivo). respecto a esto último, aparece un distractor relacionado con la variable discreta, lo que podría traducirse en un posible error al haber una confusión entre los diferentes tipos de aproximación que se pueden dar por medio de una distribución normal (elemento extensivo)

Ítem 8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal

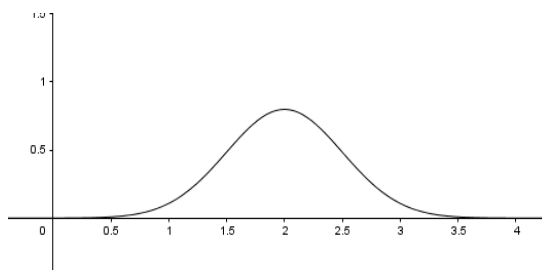
cualquiera porque:

- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
- b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1. (Correcta)
- c. La distribución normal estándar representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
- d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
- e. Ninguna de las anteriores.

En este caso se busca evidenciar si el estudiante distingue entre las propiedades de una distribución normal y una distribución normal estándar y si entiende el concepto de ésta última, así como el valor de sus parámetros (elementos intensivos) y su utilidad. Se pueden presentar errores para entender que generalmente, la distribución normal estándar sólo sirve como un instrumento "mediador" cuando se pretende realizar comparaciones entre diversas observaciones de una misma población, mientras que una distribución normal cualquiera puede entre otras cosas aproximar a diversas distribuciones de datos reales, calcular probabilidades en dichas distribuciones, ser modelo para distribuciones en el muestreo, etc

Ítem 9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal.
- b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes. (Correcta)
- c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas.
- d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



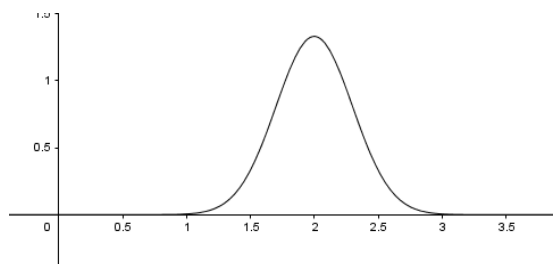


Figura 12 Distribución normal con diferente desviación estándar (ver apéndice D)

En éste ítem se busca evidenciar la capacidad de reconocer la forma acampanada de la curva normal (elemento ostensivo), y entender el significado gráfico de los parámetros de la distribución normal (elementos intensivos). Asimismo se puede notar si se aplica de forma coherente la propiedad de los intervalos centrales (elemento intensivo), que para este caso funciona como un distractor, pese a que dado un enunciado que está relacionado con ésta, el valor del porcentaje es incorrecto.

Ítem 10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?

- a. Si representa.
- b. No representa. (Correcta)
- c. Falta información.

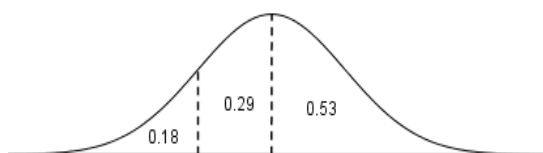


Figura 13 Representación de la distribución normal (ver apéndice D)

Se pretende analizar si se reconoce de forma acertada la propiedad del área total bajo una distribución de probabilidad (elemento intensivo), la interpretación de la representación gráfica de áreas parciales bajo la curva de densidad (elemento ostensivo), el cálculo del área

total en una distribución de probabilidad (elemento actuativo) y finalmente la comprobación de propiedades (elemento validativo).

Ítem 11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F (Verdadera)

Justifica tu respuesta.

Se busca estudiar de qué manera se identifica el hecho de que en el intervalo modal (elemento intensivo) se concentra el mayor porcentaje de datos y además que pese a que la curva normal represente el intervalo $(-\infty, +\infty)$ (elemento ostensivo), los casos extremos son poco usuales. Por otro lado, también se busca evaluar la aptitud para argumentar (elemento validativo) y reconocer si el estudiante considera que en las proximidades de la moda se acumula el mayor porcentaje de los datos (elemento intensivo) además de que en este tipo de distribución los valores muy apartados de la media son escasos (elemento intensivo).

Ítem 12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frecuencia	3	12	16	19	16	12	11	3	5	1	2

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

- No es posible, falta información
- Si es posible. (Correcta)

En este ítem se pretende analizar si el estudiante reconoce la distribución normal (elemento intensivo), como una forma de resolución (elemento actuativo) para este tipo de problemas (elemento extensivo), además de identificar en su resolución una gama de elementos intensivos que están implicados en el problema dado. Se espera que el estudiante

reconozca que se trata de una variable cuantitativa y continua, por lo que puede tomar todos los valores dentro de un intervalo dado y que al aumentar continuamente el número de observaciones se puede llegar a la idea de variable aleatoria, tal que, al intentar encontrar una función que se aproxime a la representación del polígono de frecuencias relativas de esta variable aleatoria en la población, se origine la idea de función de densidad y en el mejor de los casos una aproximación a los datos con la curva normal.

Apéndice C. Prueba piloto



Universidad del Valle
Instituto de Educación y Pedagogía
Área en Educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Prueba piloto
(14 de Febrero 2018)

Alcance y contexto de trabajo

Esta prueba piloto se le aplica a estudiantes de la licenciatura en matemáticas y física de la Universidad del Valle en la sede Meléndez, que ya cursaron el curso de inferencia estadística, para el proyecto de grado *Significado de la distribución normal entre una clase tradicional y una clase mediada por GeoGebra*, consiste en 3 partes:

1. Interactuar con los diseños interactivos en Geogebra.
2. Resolver un cuestionario.
3. Evaluación de los diseños y el cuestionario.

Parte 1:

1. Se lanza un par de dados. ¿Qué es más probable? Justifique su respuesta.

- a) Que la suma sea igual a 5
- b) Que la suma sea igual a 12
- c) Que la suma sea igual a 7
- d) Que todas las posibles sumas tengan la misma probabilidad

2. Abrir el archivo "lanzamiento de dos dados.ggb"

Simula 10 lanzamientos modificando las propiedades del deslizador "Lanzamientos", pulsa F9 varias veces para ver las posibles combinaciones que resultaron de tus 10 lanzamientos.

¿Qué puedes concluir de la gráfica? ¿Concuerda con tus respuestas anteriores?

De la misma forma, simula 100, 500, 1000, 5000, 8.000 lanzamientos.

¿Cómo se comporta la gráfica? ¿Qué puedes deducir de ella?

3. Abrir el archivo "Estandarización de la distribución normal.ggb"

Utilizando el diseño, resuelva los siguientes ejercicios.

a. La duración de la enfermedad de Alzheimer desde el principio de síntomas hasta el fallecimiento varía de 3 a 20 años; el promedio es 8 años con una desviación estándar de 4 años. El administrador de un gran centro médico al azar selecciona los registros médicos de 30 pacientes de Alzheimer ya fallecidos, de la base de datos del centro médico y anota la duración promedio. Encuentre las probabilidades aproximadas para estos eventos:

- i. La duración promedio es menor a 7 años.
- ii. La duración promedio excede de 7 años.
- iii. La duración promedio está a no más de 1 año de la media poblacional $\mu=8$.

Tomado de Mendenhall (2010, p.269)

b. Se recolectaron 850 datos de un experimento que se distribuye mediante una distribución normal, obteniendo un promedio de 27 y una desviación estándar σ . Entre el promedio y el dato 29 se encuentra el 14.43% de los datos. Calcular el número de datos aproximados que hay entre la media y el dato nominal $x=20$.

c. Una variable aleatoria normal tiene una media de 35 y una desviación estándar de 10 ó 5. Encuentre el valor de la variable que corresponda o que exceda al 1% de la muestra

Parte 2:

Resuelva el cuestionario anexo.

Parte3:

Evaluación

Apéndice D. Recursos didácticos interactivos y Cuestionario

Estandarización de la distribución normal: <https://ggbm.at/bBjAeT55>

Lanzamiento de dos dados: <https://ggbm.at/QfMaPSxF>

Cuestionario:



Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado ***SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA***, por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

- a. Variable continua
- b. Variable discreta

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
- b. Está definida en términos de datos empíricos.
- c. Está definida en términos de una ecuación matemática.
- d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.
- e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
- b. Una distribución matemática o teórica.
- c. Una curva con forma de campana.
- d. Puede tomar valores negativos.

e. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- a. Edades de los estudiantes de un instituto.
- b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
- c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
- d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- a. Los valores medios.
- b. Los valores más altos.
- c. Los valores más bajos.
- d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- a. Mediana y Media
- b. Media y Desviación estándar.
- c. Moda y Desviación estándar
- d. Desviación estándar y Mediana.
- e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- a. Poblaciones de datos continuos.

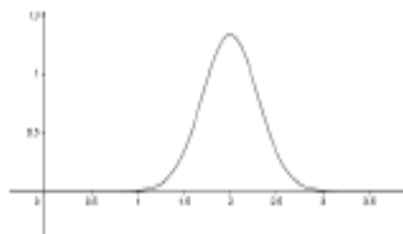
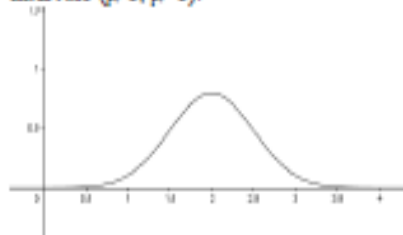
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
- c. Poblaciones de datos cualitativos.
- d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

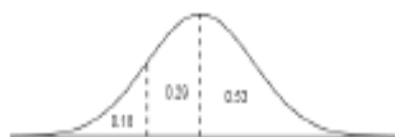
- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
- b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
- c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
- d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
- e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
- b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
- c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
- d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Si representa.
- b. No representa
- c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F

Justifica tu respuesta.

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frecuencia	1	12	16	19	19	12	11	5	2	1	1

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados?

Justifique.

- a. No es posible, falta información
- b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?

Apéndice E. Taller con Geogebra



Universidad del Valle
Instituto de Educación y
Pedagogía
Área en Educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIANA POR GEOGEBRA

Taller con Geogebra

(17 de Mayo 2018)

Parte 1:

1. Si se lanza varias veces un par de dados.
¿Qué es más probable? Justifique su respuesta.

- a) Que la suma sea igual a 5
- b) Que la suma sea igual a 12
- c) Que la suma sea igual a 7
- d) Que todas las posibles sumas tengan la misma probabilidad

2. Abrir el archivo “lanzamiento de dos dados.ggb”

Simula 10 lanzamientos modificando las propiedades del deslizador “Lanzamientos”, pulsa F9 varias veces para ver las posibles combinaciones que resultaron de tus 10 lanzamientos.

¿Qué puedes concluir de la gráfica?
¿Concuerda con tus respuestas anteriores?

De la misma forma, simula 100, 1000, 5000, 8.000 lanzamientos.

¿Cómo se comporta la gráfica? ¿Qué puedes deducir de ella?

Parte 2:

Abrir el archivo “Estandarización de la distribución normal.ggb”

Utilizando el diseño, resuelva los siguientes ejercicios.

1. Una variable aleatoria normal tiene una media de 35 y una desviación estándar de 5. Encuentre el valor de la variable que

corresponda o que exceda al 1% de la muestra.

2. Estudios realizados demuestran que el uso de gasolina para autos compactos vendidos en Colombia está normalmente distribuido, con una media de 50 Km/g y una desviación estándar de 10 Km/g. ¿Qué porcentaje de compactos recorre entre 40 y 45 Km/g?

3. En un test que miden ciertas habilidades específicas, las puntuaciones se distribuyen normalmente, con media 100 y desviación estándar 25. El 20% de las puntuaciones más altas corresponde al grupo de los súper dotados, y el 20 % de las puntuaciones más bajas al grupo de los infradotados. Calcular las puntuaciones que delimitan los distintos grupos.

4. Se recolectaron 850 datos de un experimento que se distribuye mediante una distribución normal, obteniendo un promedio de 27 y una desviación estándar σ . Entre el promedio y el dato 29 se encuentra el 14.43% de los datos. Calcular el número de datos aproximados que hay entre la media y el dato nominal $x=20$.

5. ¿Cómo le parecen los recursos didácticos interactivos, les ayuda a su comprensión del concepto de distribución normal?

Apéndice F. Cuestionarios resueltos por los estudiantes del curso A y B

Cuestionarios grupo B, curso sin Geogebra.

C. 217



Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

- En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:
 - Variable continua *peso*
 - Variable discreta *número de hermanos*
- Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:
 - Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
 - Está definida en términos de datos empíricos.
 - Está definida en términos de una ecuación matemática.
 - Sirve para hacer inferencias sobre una población.
 - Ninguna de las anteriores
- De la gráfica de la curva normal se nota que es:
 - Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
 - Una distribución matemática o teórica.
 - Una curva con forma de campana.
 - Puede tomar valores negativos.
- Todas las anteriores
- El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?
 - Edades de los estudiantes de un instituto.
 - Pesos de los alumnos varones de un instituto.
 - Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
 - El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica. *(0, 140)*
- Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:
 - Los valores medios.
 - Los valores más altos.
 - Los valores más bajos.
 - Depende de la variable medida
- A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:
 - Mediana y Media
 - Media y Desviación estándar.
 - Moda y Desviación estándar
 - Desviación estándar y Mediana.
 - Todas las anteriores
- La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:
 - Poblaciones de datos continuos.

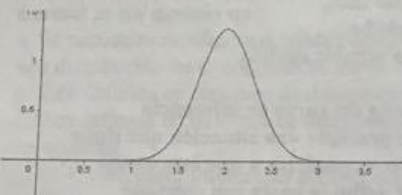
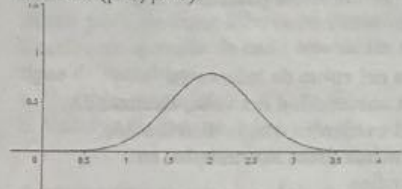
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
c. Poblaciones de datos cualitativos.
d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

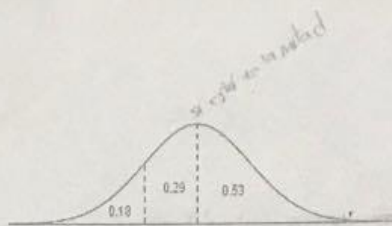
- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Si representa.
b. No representa
c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F

Justifica tu respuesta.

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frecuencia	2	12	18	10	10	12	11	8	5	4	2	1	1

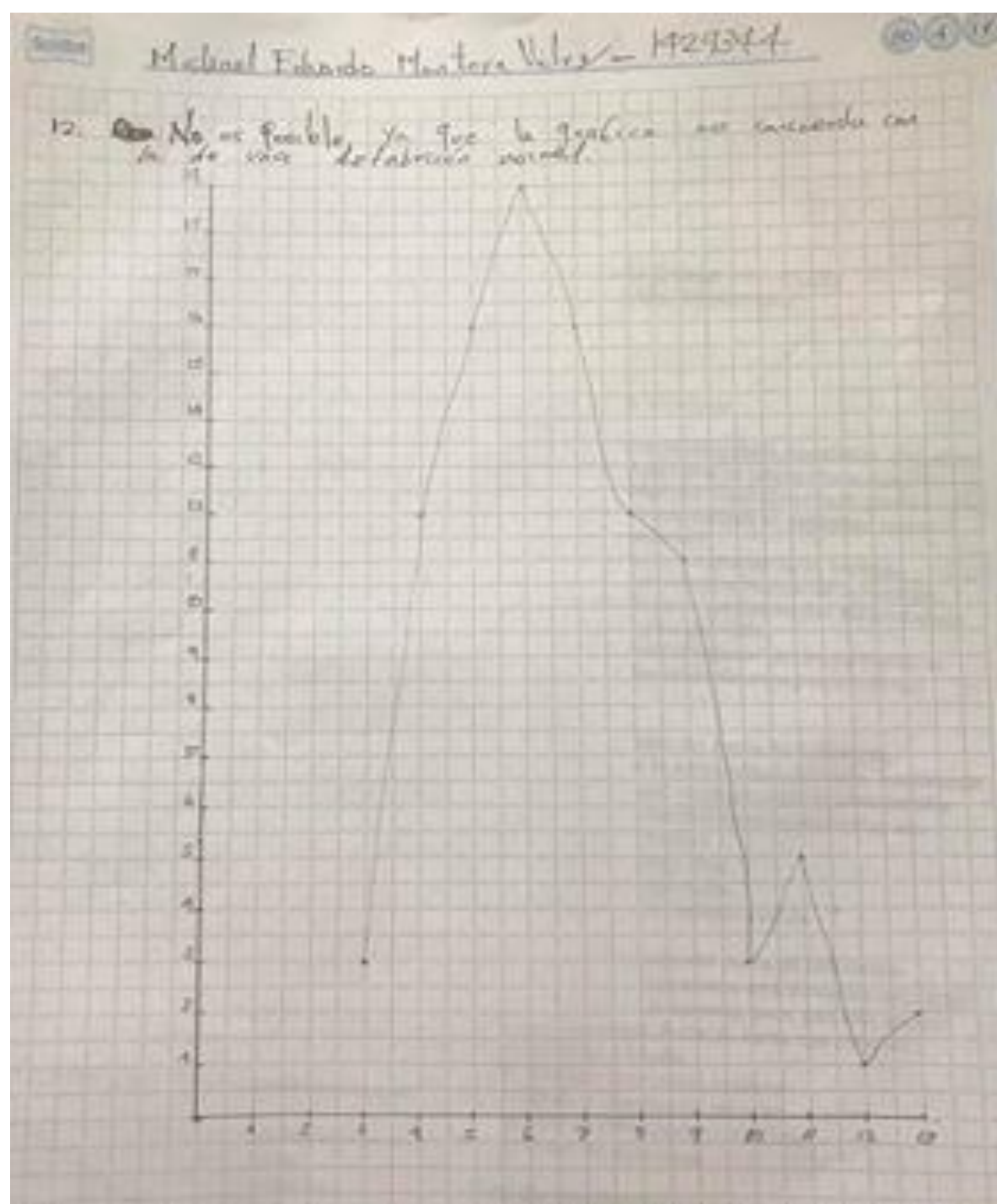
¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

- a. No es posible, falta información
b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?

Verdadero, puesto que existen situaciones donde se modela un caso extremo, solo que por ser un caso extremo, la probabilidad de que ocurra es baja.





Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

- a. Variable continua = *Peso de alumnos*
b. Variable discreta = *Número de libros publicados*

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
b. Está definida en términos de datos empíricos.
c. Está definida en términos de una ecuación matemática.
d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.
e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
b. Una distribución matemática o teórica.
c. Una curva con forma de campana.
d. Puede tomar valores negativos.

e. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- a. Edades de los estudiantes de un instituto.
b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- a. Los valores medios.
b. Los valores más altos.
c. Los valores más bajos.
d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- a. Mediana y Media
b. Media y Desviación estándar.
c. Moda y Desviación estándar
d. Desviación estándar y Mediana.
e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- a. Poblaciones de datos continuos.

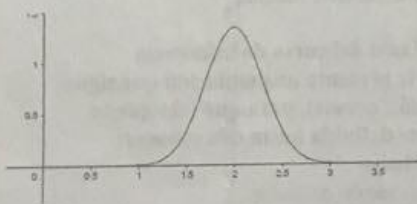
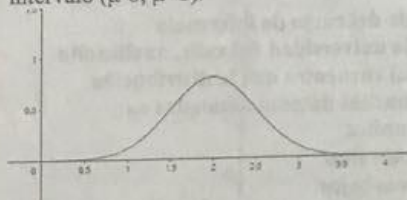
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
- c. Poblaciones de datos cualitativos.
- d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

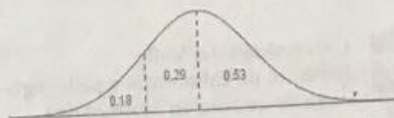
- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
- b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
- c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
- d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
- e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
- b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
- c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
- d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Si representa.
- b. No representa
- c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F
Justifica tu respuesta.

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frecuencia	3	12	16	10	10	13	11	3	3	1	2

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

- a. No es posible, falta información
- b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?
¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?

Andrea Jiménez Maimolejo 1628186-3469.

C: 212



Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 4 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

- a. Variable continua →
- b. Variable discreta →

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
- b. Está definida en términos de datos empíricos.
- ☒ c. Está definida en términos de una ecuación matemática.
- d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.
- e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- ☒ a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
- b. Una distribución matemática o teórica.
- ☒ c. Una curva con forma de campana.
- d. Puede tomar valores negativos.

e. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- ☒ a. Edades de los estudiantes de un instituto.
- ☒ b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
- c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
- d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- ☒ a. Los valores medios.
- b. Los valores más altos.
- c. Los valores más bajos.
- d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- ☒ a. Mediana y Media
- b. Media y Desviación estándar.
- c. Moda y Desviación estándar
- d. Desviación estándar y Mediana.
- ☒ e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- a. Poblaciones de datos continuos.

b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.

c. Poblaciones de datos cualitativos.

d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.

b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.

c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.

d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.

e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

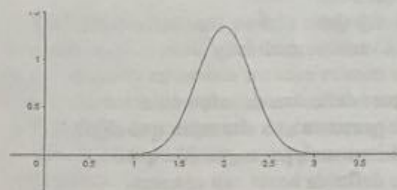
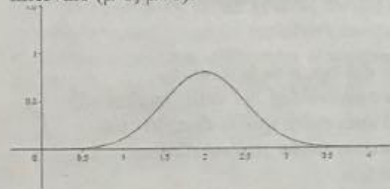
a. Sólo la curva izquierda es normal

b. Las dos curvas son normales pero las

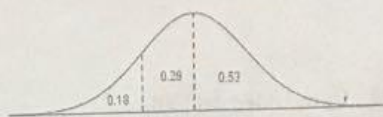
desviaciones estándares son diferentes

c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas

d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



a. Si representa.

b. No representa

c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F

Justifica tu respuesta.

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frecuencia	3	12	16	10	10	16	12	11	7	5	3	1	1

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

a. No es posible, falta información

b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?



Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones.

Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

a. Variable continua

b. Variable discreta

Numero de caras al lanzar una moneda
Lanzar un dado
200 veces

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
- b. Está definida en términos de datos empíricos.
- ☒ c. Está definida en términos de una ecuación matemática.
- d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.
- e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- ☒ a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
- b. Una distribución matemática o teórica.
- ☒ c. Una curva con forma de campana.
- d. Puede tomar valores negativos.

e. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- a. Edades de los estudiantes de un instituto.
- b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
- c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
- ☒ d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- ☒ a. Los valores medios.
- b. Los valores más altos.
- c. Los valores más bajos.
- d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- a. Mediana y Media
- b. Media y Desviación estándar.
- c. Moda y Desviación estándar
- ☒ d. Desviación estándar y Mediana.
- e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- a. Poblaciones de datos continuos.

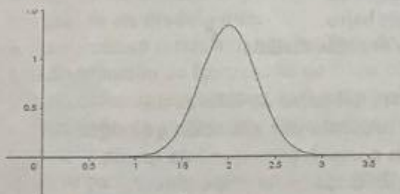
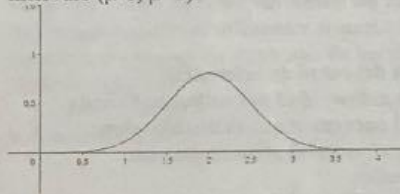
- ☒ b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
 c. Poblaciones de datos cualitativos.
 d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

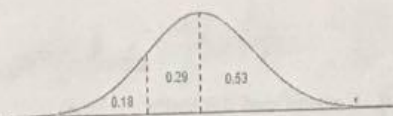
- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
☒ b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
 c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
 d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
 e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
☒ b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
 c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
 d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- ☒ a. Si representa.
 b. No representa
☒ c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F

Justifica tu respuesta. *verdadero por que la probabilidad que sucedan tiende a cero*

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frecuencia	3	12	16	19	18	12	11	3	5	1	2

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

- a. No es posible, falta información

- ☒ b. Si es posible.

Por que se puede hacer la desviación estándar y la mediana.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0.0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?



Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

- a. Variable continua *manejar algún vehículo*
b. Variable discreta *lanzamiento de dados*

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
b. Está definida en términos de datos empíricos.
c. Está definida en términos de una ecuación matemática.
d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.
e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
b. Una distribución matemática o teórica.
c. Una curva con forma de campana.
d. Puede tomar valores negativos.

e. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- a. Edades de los estudiantes de un instituto.
b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- a. Los valores medios.
b. Los valores más altos.
c. Los valores más bajos.
d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- a. Mediana y Media
b. Media y Desviación estándar.
c. Moda y Desviación estándar
d. Desviación estándar y Mediana.
e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- a. Poblaciones de datos continuos.

- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
☒ c. Poblaciones de datos cualitativos.
 d. Poblaciones de datos ordinales

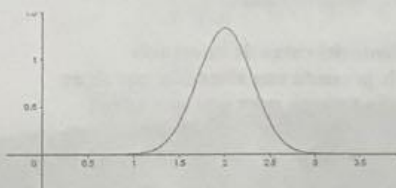
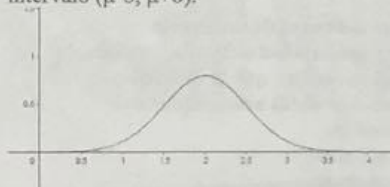
8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
 b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
 c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
 d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.

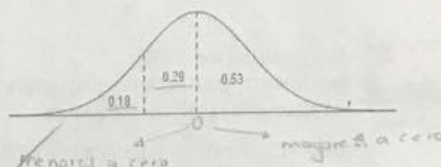
☒ Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
 b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
☒ c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
 d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Si representa.
☒ b. No representa.
 c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F

Justifica tu respuesta.

Verdadero, porque al ser una variable continua, es muy difícil detectar en donde se genera la mayor concentración de datos (curva) y

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
Frecuencia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados?

- Justifique.
 a. No es posible, falta información
☒ b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?

Si es posible, ya que nos muestra en que parte se genera la acumulación de datos, haciendo posible la utilización de la distribución normal como un gran medidor de esto.



Cuestionarios grupo B, curso con Geogebra.

Diana Barragón L. - 1527182
C: 31^a


 Universidad del Valle
 Instituto de Educación y pedagogía
 Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

a. Variable continua *Tiempo que tarda en llegar el bus (Intervalo)*

b. Variable discreta *Número de lanzamientos de un dado hasta obtener el primer seis*

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.

☒ b. Está definida en términos de datos empíricos.

c. Está definida en términos de una ecuación matemática.

d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.

e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.

b. Una distribución matemática o teórica.

c. Una curva con forma de campana.

d. Puede tomar valores negativos.

☒ e. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

☒ a. Edades de los estudiantes de un instituto.

b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.

c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.

d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

☒ a. Los valores medios.

b. Los valores más altos.

c. Los valores más bajos.

d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

a. Mediana y Media

☒ b. Media y Desviación estándar.

c. Moda y Desviación estándar

d. Desviación estándar y Mediana.

e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

☒ a. Poblaciones de datos continuos.

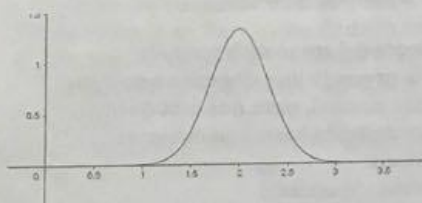
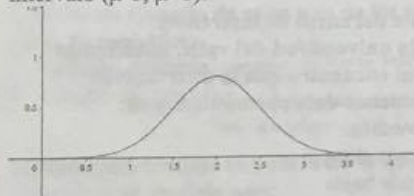
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
c. Poblaciones de datos cualitativos.
d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
☒ b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
☒ b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Si representa.
☒ b. No representa
c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. ☒ F Justifica tu respuesta.

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frecuencia	3	12	16	19	16	12	11	5	5	1	1

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

- a. No es posible, falta información
☒ b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?

① Verdadero. En los casos de la mitad es donde se encuentra el promedio, es decir, los casos que tienen mayor probabilidad de ocurrir. Por lo tanto, a medida que nos alejamos del promedio, va disminuyendo la probabilidad de que esos casos ocurran.

Juan Camilo Campo Jimenez

4.0



Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 4 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

- a. Variable continua (intervalo de tiempo entre sacar un boleto)
- b. Variable discreta (Número de lanzamientos de un dado para que salga una determinada cara)

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
- b. Está definida en términos de datos empíricos.
- c. Está definida en términos de una ecuación matemática.

- ☒ d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.
- e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
- b. Una distribución matemática o teórica.
- c. Una curva con forma de campana.
- d. Puede tomar valores negativos.

- ☒ f. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- a. Edades de los estudiantes de un instituto.
- ☒ b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
- c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
- ☒ d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- ☒ a. Los valores medios.
- b. Los valores más altos.
- c. Los valores más bajos.
- d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- a. Mediana y Media
- ☒ b. Media y Desviación estándar.
- c. Moda y Desviación estándar
- d. Desviación estándar y Mediana.
- e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- ☒ a. Poblaciones de datos continuos.

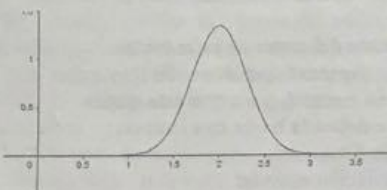
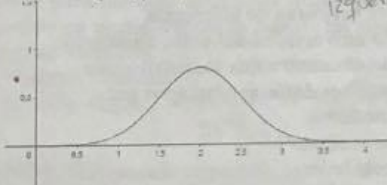
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
 c. Poblaciones de datos cualitativos.
 d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

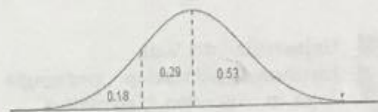
- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
 b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
 c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
☒ d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
 e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
☒ b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
 c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
 d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Si representa.
☒ b. No representa
 c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F
 Justifica tu respuesta.

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Enzima	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Frecuencia	2	12	16	19	18	12	14	8	5	5	1	1	1	1

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

- ☒ a. No es posible, falta información
☒ b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?

11. V, porque los datos tienden a acumularse en los valores medios, por lo tanto, los datos más frecuentes serán los de en medio y los menos, los de los extremos.

12. La armonía, o forma de la curva se cumple con la actualidad a, la cual ocurre con una frecuencia de 11, por lo tanto, es posible inferir que no asume una distribución normal.

Delby xilena contra Alcala -15 29204
Abril - 20-2018

C: 4/16



Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

- a. Variable continua *tiempo que tarda un celular en descargarse*
- b. Variable discreta *numero de llamadas que recibe un centro de atención al cliente*

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
- b. Está definida en términos de datos empíricos.
- c. Está definida en términos de una ecuación matemática.
- ☒ d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.
- e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es: *meses de edad*

- a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
- b. Una distribución matemática o teórica.
- ☒ c. Una curva con forma de campana.
- ☒ d. Puede tomar valores negativos.

e. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- ☒ a. Edades de los estudiantes de un instituto.
- ☒ b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
- c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
- d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- ☒ a. Los valores medios.
- b. Los valores más altos.
- c. Los valores más bajos.
- d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- ☒ a. Mediana y Media
- ☒ b. Media y Desviación estándar.
- c. Moda y Desviación estándar
- d. Desviación estándar y Mediana.
- e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- ☒ a. Poblaciones de datos continuos.

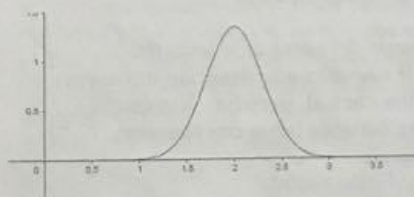
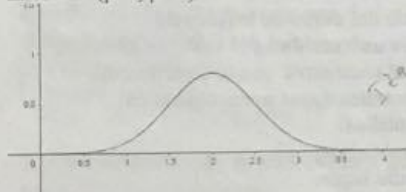
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
c. Poblaciones de datos cualitativos.
d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

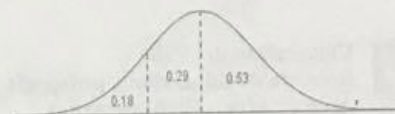
- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Si representa.
b. No representa
c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F Justifica tu respuesta.

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frecuencia	5	12	16	19	16	12	11	5	3	1	1

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

- a. No es posible, falta información
b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0.0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?

Oscar Alveiro Tacón

1324971

C: 4.5



Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones.

Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

a. Variable continua: la temperatura de una ciudad.

b. Variable discreta: número de habitantes de una ciudad.

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
- b. Está definida en términos de datos empíricos.
- c. Está definida en términos de una ecuación matemática.
- d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.

☒ e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
- b. Una distribución matemática o teórica.
- c. Una curva con forma de campana.
- d. Puede tomar valores negativos.

☒ e. Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- a. Edades de los estudiantes de un instituto.
- b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
- c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
- d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- a. Los valores medios.
- b. Los valores más altos.
- c. Los valores más bajos.
- d. Depende de la variable medida.

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- a. Mediana y Media
- b. Media y Desviación estándar.
- c. Moda y Desviación estándar
- d. Desviación estándar y Mediana.
- e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- a. Poblaciones de datos continuos.

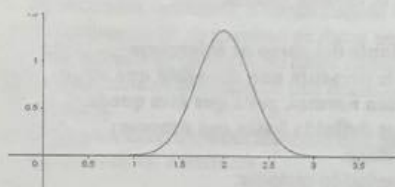
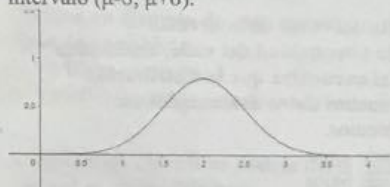
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
- c. Poblaciones de datos cualitativos.
- d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
- b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
- c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
- d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
- e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
- b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
- c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
- d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Si representa.
- b. No representa
- c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F

Justifica tu respuesta.

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Frecuencia	3	12	16	19	16	12	11	8	5	3	1	2

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados? Justifique.

- a. No es posible, falta información

b. Si es posible. ya que con los datos puedo obtener el μ y σ necesarios para una D. normal

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?

(17) verdadera ya que en los valores extremos el área tiende a cero y por tanto la probabilidad también lo hace





Universidad del Valle
Instituto de Educación y pedagogía
Área en educación Matemática

SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Cuestionario

Este cuestionario fue tomado de Tauber (2001) y contextualizado, con el fin de evaluar el significado de la Distribución Normal, para el trabajo de grado "SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ENTRE UNA CLASE TRADICIONAL Y UNA CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA", por tal razón les pedimos que sus respuestas sean lo más conscientes posible. Las preguntas 3 y 5 tienen más de una opción correcta de respuesta.

1. En la estadística es de interés conocer cierta clase de resultados de un evento, donde se observan varios tipos de variables, las cuales nos sirven para modelar diferentes situaciones.

Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:

- a. Variable continua → peso, estatura (tienen infinitos valores)
b. Variable discreta → dedos, cara o sello (tienen un número entero)

2. Matemáticamente se podría decir que la curva normal es un modelo que:

- a. Se encuentra raramente o nunca cuando se dibuja una distribución de frecuencias de datos empíricos.
b. Está definida en términos de datos empíricos.
c. Está definida en términos de una ecuación matemática.
d. Sirve para hacer inferencias sobre una población.
e. Ninguna de las anteriores

3. De la gráfica de la curva normal se nota que es:

- a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca.
b. Una distribución matemática o teórica.
c. Una curva con forma de campana.
d. Puede tomar valores negativos.

Todas las anteriores

4. El docente de inferencia estadística pide a los estudiantes del área de educación matemática de la Universidad del Valle identificar ¿cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?

- a. Edades de los estudiantes de un instituto.
b. Pesos de los alumnos varones de un instituto.
c. Número de libros publicados por los profesores de la Universidad del Valle.
d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica.

5. Un estudiante del curso de inferencia estadística de la universidad del valle, analizando la curva normal encuentra que la distribución normal tiene muchos datos acumulados en:

- a. Los valores medios.
b. Los valores más altos.
c. Los valores más bajos.
d. Depende de la variable medida

6. A un estudiante del curso de inferencia estadística se le presenta una situación que sigue una distribución normal, para que ésta quede completamente definida basta con conocer:

- a. Mediana y Media
b. Media y Desviación estándar.
c. Moda y Desviación estándar
d. Desviación estándar y Mediana.
e. Todas las anteriores

7. La distribución normal es una distribución que permite la modelación de:

- Poblaciones de datos continuos.

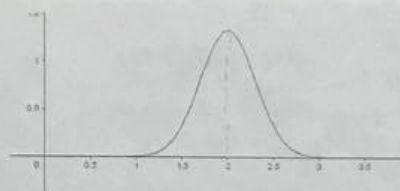
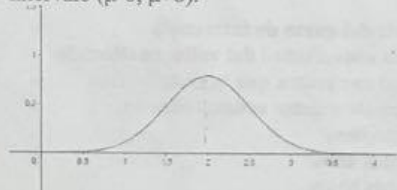
- b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes.
 c. Poblaciones de datos cualitativos.
 d. Poblaciones de datos ordinales

8. La distribución normal estandarizada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:

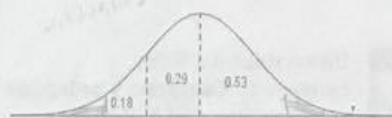
- a. Tiene distinta media y distinta desviación estándar.
 b. Tiene siempre media 0 y desviación estándar 1.
 c. La distribución normal tipificada representa datos ideales mientras que la distribución normal representa datos reales.
 d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles.
 e. Ninguna de las anteriores

9. Según las siguientes gráficas ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a. Sólo la curva izquierda es normal
 b. Las dos curvas son normales pero las desviaciones estándares son diferentes
 c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas
 d. El 50 % de los datos está comprendido en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$.



10. ¿Considera usted que la siguiente gráfica representa una distribución normal?



- a. Sí representa.
 b. No representa
 c. Falta información.

11. Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F

Justifica tu respuesta. *verdadero, porque en los extremos la densidad estándar es mayor que los datos se dispersan y la probabilidad disminuye en los extremos*

12. Se midió la actividad de una enzima rígida en la sangre humana en 100 adultos sanos (Street y Close, en Nature, Vol. 179), y se obtuvieron los siguientes resultados:

Actividad	2	4	5	6	7	8	10	11	12	13
Frecuencia	2	12	16	19	16	12	11	5	3	2

¿Es posible utilizar la distribución normal como modelo en la interpretación de estos resultados?

Justifique.

- a. No es posible, falta información
 b. Si es posible.

13. Las alturas de 3000 estudiantes varones de una universidad están normalmente distribuidas con media 1.72 m y desviación estándar 0,0762. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación estándar esperadas de la resultante distribución de muestreo de medias?

¿En cuántas muestras esperaríamos encontrar una media entre 1.69m y 1.73m?