



DIFICULTADES QUE PRESENTAN ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN
EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS CON RESPECTO A LA
DISTRIBUCIÓN BINOMIAL.

LEIDY JOHANNA PILCUE MENZA

WILSON ALEJANDRO MARTÍNEZ ZAMBRANO

UNIVERSIDAD DEL VALLE – SEDE NORTE DEL CAUCA.

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA.

ÁREA DE EDUCACIÓN DE MATEMÁTICA.

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICA.

2020



DIFICULTADES QUE PRESENTAN ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN
EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS CON RESPECTO A LA
DISTRIBUCIÓN BINOMIAL.

LEIDY JOHANNA PILCUE MENZA.

WILSON ALEJANDRO MARTINEZ ZAMBRANO.

DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO.

MAGISTER:

JULIO CÉSAR MÉNDEZ CARDONA

UNIVERSIDAD DEL VALLE – SEDE NORTE DEL CAUCA.

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA.

ÁREA DE EDUCACIÓN DE MATEMÁTICA.

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICA

2020

Tabla de contenido

Introducción	4
Capítulo 1. Aspectos generales de estudio.	8
1.1 Antecedentes	8
1.2 Problema de estudio	13
1.3 Objetivos	16
1.3.1 Objetivo general.	16
1.3.2 Objetivos específicos.	16
1.4 Justificación	17
Capítulo 2. Marco teórico	20
2.1 Perspectiva matemática	21
2.1.1 Desarrollo histórico.	21
2.1.2 Permutación y combinación.	22
2.1.3 Espacio muestral.	23
2.1.4 Evento.	23
2.1.5 Evento dependiente e independiente.	23
2.1.6 Construcción del concepto.	24
2.2 Enfoque Ontosemiótico	26
2.2.1 Significado institucional y personal.	27
2.2.2 Funciones semióticas.	29
2.3 Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas	32
2.3.1 Definición de Error y Dificultad.	33
Capítulo 3. Metodología de estudio	34
3.1 Tipo de investigación	34
3.2 Fase 1: Técnicas de recolección de datos	35
3.3 Fase 2: selección de preguntas	37
3.4 Fase 3: aplicación del cuestionario	37
3.5 Fase 4: proceso de análisis del cuestionario	38
Capítulo 4. Análisis de resultados	40
4.1 Análisis cuantitativo de los datos	41
4.1.1 Presentación de las preguntas y soluciones esperadas.	41
4.1.2 método de valoración a las respuestas.	45

4.1.3 valoración de respuesta de los estudiantes de licenciatura en matemáticas.	46
4.1.3.1 preguntas distribución binomial.	46
4.1.3.2 preguntas combinatoria.	49
4.1.3.3. Preguntas de probabilidad.	51
4.2. Análisis cualitativo de los datos	53
4.2.1. Análisis pregunta distribución binomial.	53
4.2.2. Análisis pregunta combinatoria.	57
4.2.3. Análisis pregunta probabilidad.	57
Capítulo 5. Conclusión	58
Bibliografía	60
Anexos.	64

Introducción

En el siguiente trabajo se pretende dar una mirada en torno a la enseñanza y aprendizaje de la estadística en un nivel universitario, donde el objeto de estudio a manejar son las distribuciones de probabilidad discretas; específicamente la distribución binomial, asumiendo que los estudiantes en la educación básica y media adquieren conocimientos básicos de estadística como la combinatoria, concepto de evento y otros elementos, puesto que estos temas son base para la construcción del concepto a estudiar. Siendo así, se encontró que la noción que se utilizara para el estudio solo son enseñados en el ámbito universitario y en algunas ocasiones en el bachillerato; por esta razón se identifican y se estudian algunas dificultades a partir de los errores que presentan los estudiantes universitarios al momento de aplicar los conceptos de la distribución binomial, todo esto a partir de la implementación de un cuestionario con una secuencia de preguntas que le permita al estudiante mostrar cómo hace uso de los parámetros de las distribución al dar respuestas a las preguntas propuestas.

Por otra parte, se puede observar que en la actualidad, la estadística es enseñada en los niveles de educación básica y media, al ser un área fundamental en la vida personal y profesional de cada individuo, además la enseñanza de las distribuciones de probabilidad se enfoca en la presentación de conceptos básicos de la estadística, siendo estos temas importantes para el aprendizaje de otros temas estadísticos. Desde otro aspecto, ciertas investigaciones como por ejemplo González & Oliveros (2016); y Cubides & Rosada (2011), mencionan que la mayor parte de estudiantes presentan nociones incorrectas y confusas al momento de realizar interpretaciones de resultados estadísticos.

Unas de las posibles razones que conllevan a los estudiantes a concebir nociones erróneas, se debe a una enseñanza totalmente formalista, es decir, que la educación se centra en sólo realizar una mecanización de definiciones y fórmulas mediante el desarrollo de ejercicios, y algunas ocasiones, tiene en cuenta muy poco las situaciones problemas en contextos diversos; sin prestar atención a las interpretaciones y soluciones del problema; comprendiendo que en la cotidianidad los estudiantes se encuentran con situaciones donde deben tomar decisiones que conlleva a una elección de un problema dicotómico.

Siendo así, la finalidad del trabajo a realizar; es evidenciar las dificultades que tiene los estudiantes de nivel universitario cuando hacen uso de la distribución binomial, con la ayuda de la implementación de un cuestionario que permitirá arrojar algunos resultados, que serán apoyados en los trabajos realizados en torno al tema de interés, las cuales han alertado que los estudiantes pueden presentar dificultades en el aprendizaje de un determinado concepto matemático; en este caso las distribuciones discretas (distribución binomial). Cabe resaltar que la motivación para la realización del trabajo; surge a raíz de la importancia que se le da a la estadística en el desarrollo de la vida cotidiana del individuo y de la sociedad, y para el buen aprendizaje de este concepto matemático, y sí poder adquirir herramientas que en el futuro pueda desarrollar diferentes actividades de la vida cotidiana y principalmente en su vida profesional.

De esta manera, se presentan los capítulos contenidos para el desarrollo del estudio; en el primer capítulo se presenta los aspectos generales de la investigación, donde se encuentra los antecedentes, la problemática, el objetivo general y los específicos, y por último la justificación.

En el segundo capítulo se encuentran los referentes teóricos, donde se ubican las diferentes perspectivas que permite fundamentar el trabajo; la perspectiva matemática, inicia con un breve recorrido sobre las definiciones que se tienen en cuenta durante el tratamiento del

trabajo las cuales son: permutaciones, combinaciones, eventos dependientes e independientes, espacio muestral, y que hacen parte de la construcción y desarrollo del concepto de la distribución binomial, seguido a esto, encontraremos lo histórico acerca de la distribución binomial y cómo se ha transformado como concepto matemático; luego, desde la perspectiva didáctica se expone el enfoque Ontosemiótico de Godino (2003), del cual se toman las nociones de significado institucional, personal y las funciones semióticas, (significado lingüístico, situacional, conceptual, proposicional, actuativo, y argumentativo), con la finalidad de realizar un análisis de los resultados teniendo en cuenta las funciones semióticas utilizadas en cada una de las respuestas de las preguntas propuestas en el cuestionario.

En el tercer capítulo, se expone la metodología que se utilizara para llevar a cabo el desarrollo del estudio en la cual está dividida en cuatro fases; en la primer fase se especifica la técnica de recolección de los datos, en la fase dos se describe como se seleccionará las preguntas para el cuestionario, en la fase tres se presenta la población que se tendrá en cuenta para la aplicación del cuestionario, y por último en la fase cuatro se presenta como será el proceso de análisis de las respuestas de los estudiantes.

En el capítulo cuatro, se presenta los análisis de los resultados en la cual está dividido en dos momentos. En un primer momento se realiza un análisis cuantitativo de los datos por la cual cuenta con tres puntos; en un primer punto se muestran las preguntas y las respuestas que se espera que los estudiantes den; en un segundo punto se encuentra el método de valoración que se le darán a las respuestas de los estudiantes; y en el último punto se exponen las valoraciones de las respuestas de los estudiantes a cada una de las preguntas del cuestionario y la identificación de las dificultades que presenten de acuerdo a los seis elementos primarios propuestos en el EOS.

Y en un segundo momento se realiza un análisis cualitativo en donde se describen las dificultades que presentaron los estudiantes teniendo en cuenta el marco teórico.

Y finalmente, en el capítulo cinco, se encuentran las conclusiones de acuerdo a los resultados encontrados durante el desarrollo del estudio.

Capítulo 1. Aspectos generales de estudio.

En el siguiente apartado se hace la presentación de los aspectos generales que enmarcan el desarrollo de este estudio. En un primer momento se presentan los antecedentes, siendo estos una pieza fundamental al iniciar con el proceso de estudio. Se citarán algunos de los trabajos encontrados que servirán para apoyar y brindar aspectos importantes en la realización de dicho trabajo.

En un segundo momento, se presenta la problemática, donde se encuentra las dificultades que se manifiestan en el aprendizaje de las matemáticas, como lo mencionan algunas investigaciones como por ejemplo González & Olivero (2016) en su investigación titulada, “Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes universitarios y la de Vilca (2015), titulada “Tipificación de los errores que se presentan al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados”, Seguidamente se encuentra el objetivo general y los específicos. Y después la justificación donde se encuentra la pertinencia del trabajo.

1.1 Antecedentes

Para fundamentar el desarrollo de este estudio, se ha efectuado una búsqueda de antecedentes los cuales brindan aportes para llevar acabo el análisis de las dificultades que pueden presentar los estudiantes universitarios en el uso de la distribución binomial en la solución de un determinado problema, cabe resaltar que son muy pocos trabajos encontrados y realizados en torno a la distribución binomial en Colombia y en otros países.

González & Olivero (2016) en su investigación titulada, “Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes universitarios”, tiene como objetivo general diseñar y aplicar una secuencia de actividades que permita la enseñanza del concepto de la distribución de

probabilidad binomial en estudiantes universitarios; en este trabajo uno de sus aportes es la generación de un diseño de un cuestionario donde se tiene en cuenta un sistema de categorías que permite analizar los resultados obtenidos al aplicar el instrumento para recolectar información que relacionan los cinco niveles de razonamiento estadísticos propuestos por Garfield (2002), con los cinco conceptos claves para el desarrollo de la distribución binomial (espacio muestral, probabilidad de éxitos, variable aleatoria discreta, ensayos independientes y distribución de probabilidad). De esta manera, al realizar el análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de la prueba, concluyen que los estudiantes presentan dificultades al momento de aprender el concepto de la distribución binomial, lo menciona también González & Olivero (2016): “los estudiantes no conocen las técnicas de conteo, como la combinatoria, y la permutación, ya que no logran definir de manera correcta el espacio muestral y no identifican si los eventos son independientes, se genera un sesgo al momento de definir la probabilidad de éxito o fracaso (González & Olivero; p.96)”.

De este modo, el aporte que brinda este trabajo es importante, por un lado ayuda a definir los elementos claves que se debe tener en cuenta en la construcción del concepto de distribución binomial, y obtener una definición como tal de esta; también es un medio de referencia para mirar la construcción de una secuencia de actividades que permita evidenciar las dificultades que pueden presentar los estudiantes en la solución de un problema utilizando la distribución binomial, de la misma forma sirve para visualizar la manera de cómo se debe llevar acabo el análisis de las dificultades según el marco teórico escogido, en éste caso el enfoque Ontosemiótico.

Seguidamente, otro estudio realizado por Chocué & Paz (2018) nombrado “Dificultades y errores que presentan los estudiantes de grado noveno al resolver situaciones

problemas que involucran la media aritmética”, su objetivo principal es analizar los errores y dificultades que presentan los estudiantes de grado noveno de la institución Francisco José de Caldas, cuando resuelven situaciones problemas que involucren la media aritmética; para ello se realiza un diseño de actividades centrado en categorías que dan cuenta de los errores y las dificultades, igualmente de situaciones donde se evidencia el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, siendo esencial para su análisis, sino también situaciones donde se puede evidenciar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes siendo esta una parte esencial en el análisis. La metodología que se maneja para realizar el análisis es la utilización de un esquema donde dan cuenta de forma detallada cada fase de estudio teórico, la planificación, aplicación de prueba diagnóstica y final, clasificación de los errores y las dificultades, y análisis de resultados. De esta manera al llevar acabo la implementación y su respectivo análisis se encontraron que los estudiantes presentaban las siguientes dificultades y errores, como alude Chocué & Paz (2018): “dificultad en el manejo del lenguaje matemático, evidenciado en la comprensión de los problemas planteados en la secuencia ; deficiencia en el aprendizaje de hechos y conceptos previos y falta de comprensión semántica de las situaciones, incomprensión de la diferencia que existe entre el lenguaje formal y natural (Chocué & Paz p.92)”.

Desde esta perspectiva, el aporte de esta investigación al presente estudio son los elementos que ayudan a sustentar el desarrollo del trabajo, como por ejemplo las diferentes dificultades que puede presentar un estudiante en la solución de un problema usando un determinado concepto matemático en este caso la media aritmética, de la misma manera muestra cómo se puede evidenciar las dificultades que los estudiantes pueden presentar a partir de la implementación de una secuencia de actividades, y el aporte de esta en la enseñanza y

aprendizaje de las matemáticas; de igual manera, cabe resaltar que aunque el trabajo no estudia la distribución binomial, nos aporta los errores y las dificultades de la misma manera la simbología, comprensión y análisis de situaciones donde involucran problemas con la estadística.

Por otro lado, según el estudio de Cubides & Rosada (2011), Dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central; su objetivo general es reconocer las dificultades que presenta los estudiantes mediante las funciones semiótica. Para el desarrollo de esta investigación los autores realizan la implementación de una secuencia de actividades donde se involucre las medidas de reducción con el propósito de encontrar los posibles problemas que los estudiantes presentan en la resolución de las actividades, y así mismo realizar el estudio de dichas dificultades de acuerdo a las funciones semióticas según Godino. La metodología que utilizaron para el análisis es el diseño de una prueba diagnóstica con el fin de evidenciar los inconvenientes que los estudiantes de educación básica presentan en la interpretación de las medidas de reducción, para ello se analiza el taller propuesto en torno al enfoque Ontosemiótico. Seguidamente, plantean sugerencias y recomendaciones para docentes a tener en cuenta en la enseñanza del concepto matemático estudiado en las instituciones y las dificultades que presentaron los estudiantes en la aplicación de la prueba.

Otra investigación en torno al concepto a trabajar es realizada por Vilca (2015), titulada “Tipificación de los errores que se presentan al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados”, tiene como objetivo principal tipificar y describir los errores que presentan al identificar la variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados con alumnos de cuarto ciclo. Para el desarrollo de esta investigación la autora diseña un problema contextualizado donde se presentan todos los conocimientos de

variable aleatoria de distribución binomial para ser aplicada a alumnos de nivel superior, todo esto con el propósito de identificar los errores de los estudiantes presentan en el uso de la variable aleatoria en la distribución binomial. La metodología que utilizó para el análisis es realizar la clasificación de las respuestas de los estudiantes mediante el uso de relaciones entre las respuestas y la tipificación de cada una. Por último da sus conclusiones y algunas recomendaciones para los docentes encargados de enseñar el curso de estadística para la distribución binomial.

Desde esta perspectiva, el aporte de este estudio al presenta trabajo es que brinda elementos que ayudan a sustentar el estudio; uno de esos aportes es que muestran los diferentes errores que pueden presentar los estudiantes en la solución de una situación problema usando un determinado concepto matemático, en este caso la variable aleatoria de la distribución binomial.

Por otro lado, estudios vinculados al presente trabajo se refieren a la distribución binomial; donde presentan conceptos relacionados con el propósito del trabajo el cual se tendrán en cuenta; de esta manera se, hará un breve comentario acerca de cuatro de ellos: aleatoriedad, combinatoria, distribuciones de probabilidad y espacio muestral; además se mencionan los estudios que se han encontrado en la literatura sobre distribución binomial.

El primero de esos conceptos es el de aleatoriedad, del cual se encuentra un análisis desde una perspectiva didáctica en Batanero, Serrano & Green (1998). Estos autores afirman que es fundamental en el estudio de la probabilidad, ya que se requiere desarrollar una comprensión profunda de el para progresar en el campo del cálculo de probabilidades.

En particular, la técnica de pedir a los estudiantes que discriminen secuencias aleatorias y no aleatorias para apreciar sus propiedades ha sido propuesta por estos autores. Con relación al concepto de espacio muestral, se puede hallar una reseña de estudios

didácticos respecto al tema en Jones, et al. (2007, p. 920), donde se afirma que “es un concepto fundamental en el proceso de matematización de los fenómenos aleatorios”. Llama la atención un resultado de Jones, Langrall, Thornton & Mogill (1999), en donde se pide a niños de 8-9 años que describan todos los posibles resultados de una experiencia simple, responden con un solo resultado o una parte del espacio muestral, eliminando otros, porque han ocurrido en anteriores ocasiones.

Seguidamente, Jones, et al. (2007) señalan también que los conceptos de variable aleatoria y distribución se suelen introducir en el currículo de probabilidad del nivel Bachillerato; en particular, el concepto de distribución binomial. No obstante, son los niveles de razonamiento de los estudiantes en un problema de probabilidad.

1.2 Problema de estudio

La enseñanza y aprendizaje de la estadística ha sido muy importante en los últimos años, ya que, es parte de la formación general del ciudadano; por tal razón en la siguiente sección se pretende mirar y conocer algunos resultados encontrados en investigaciones acerca de los inconvenientes que se presentan, en la manera de cómo los estudiantes realizan el proceso de tomas de decisiones en diversos problemas donde implica la utilización de las distribuciones de probabilidad, específicamente la distribución binomial; de acuerdo a lo anterior, surge la necesidad de formular una pregunta que ayude a guiar el estudio el cual está apoyada por una serie de investigadores en educación estadística como Batanero y Vallecillos (sf) que permitirán abordar aspectos interesantes en la conceptualización y desarrollo del presente trabajo.

En varios programas de la Universidad del Valle – Sede Norte del Cauca, se dan cursos introductorios a la inferencia estadística, donde en sus contenidos desarrollan conceptos como variable estadística, distribución de probabilidad, esperanza matemática, entre otros, donde

se ha notado que aunque dichos temas son explicados con anterioridad, algunos estudiantes no logran entender el significado de estos conceptos, de este modo como afirma Vallecillos (citado por Rodríguez, 2006):

Aunque escasas existen precedentes de investigaciones que alertan sobre las dificultades específicas que experimentan los estudiantes universitarios en la resolución de problemas y en las aplicaciones de los métodos estadísticos en sus campos de actuación profesional; muchas veces su origen están situados en errores conceptuales que están relacionados con la epistemología de la propia ciencia o con la enseñanza recibida. (Rodríguez, 2006, p. 162).

Generalmente los estudiantes universitarios se enfrentan a diferentes contextos con situaciones en donde se cree que ocurra o no ocurra un acontecimiento específico, este puede ser de éxito o fracaso sin dar lugar a un punto medio; estos son algunos ejemplos:

- El tratamiento de un médico, puede ser efectivo o inefectivo.
- El nacimiento de un bebé, puede ser niño o niña.
- Al lanzar una moneda, puede ser cara o sello.

Batanero (2006), afirma que “el azar es inherente a nuestras vidas y aparece en múltiples situaciones cotidianas o de la vida profesional”. Por esta razón para llevar a cabo el desarrollo del pensamiento aleatorio en estudiantes universitarios se debe realizar un trabajo que les permita utilizar el lenguaje natural; y de este modo puedan evidenciar cómo el aprendizaje de otros conceptos estadísticos son útiles para explicar y predecir sucesos que ocurren en su entorno cotidiano, y a partir de estos cuenten con las capacidades suficientes al momento de tomar una decisión de (éxito o fracaso), teniendo en cuenta que la aleatoriedad puede servir como herramienta que ayudan a generar conclusiones razonables sobre eventos que muchas veces tienen poca atención, como menciona Socas (1997): “las dificultades por tanto pueden abordarse

desde varias perspectivas, según pongamos énfasis en uno u otro elemento: desarrollo cognitivo de los alumnos, currículo de matemáticas y métodos de enseñanza” (p.155).

Por otro lado se encuentra un estudio de González & Oliveros (2016), donde su objetivo es generar en los estudiantes la comprensión del concepto de la distribución binomial; y se encontró que al momento de realizar el respectivo análisis de los resultados obtenidos en la implementación de la secuencia de actividades los estudiantes presentan dificultades como la falta de conocimiento de las técnicas de conteo, como son la combinatoria y la permutación, siendo estas partes fundamentales en la comprensión de dicha noción, de la misma manera no identifican si los eventos son independientes, generando así un sesgo a la hora de definir la probabilidad de éxito o fracaso.

De este modo, para llevar a cabo el trabajo, fue necesario revisar artículos que se han realizado en torno a la enseñanza, aprendizaje de la distribución binomial. Al efectuar la búsqueda acerca al tema a estudiar se encontraron pocos, es por esta razón que se vio el interés y la necesidad de realizar un estudio en torno a las dificultades que pueden presentar los estudiantes universitarios al momento de utilizar las propiedades y el concepto como tal de la distribución binomial en la solución; para ello se plantea una secuencia de actividades donde el estudiante debe aplicar la distribución binomial y dar respuestas a las preguntas propuestas. Para llevar a cabo el análisis surgen preguntas como:

¿Los estudiantes distinguen entre eventos independientes y dependientes?

¿Pueden dar ejemplo de éstos?

¿Los estudiantes establecen que la probabilidad de éxito se relaciona con la probabilidad de fracaso como un complemento? ¿Es claro para el estudiante la probabilidad de aciertos y desaciertos?

¿El estudiante tiene en cuenta los conceptos la de distribución binomial?

De este modo, y teniendo en cuenta las preguntas que surgen a raíz del trabajo y el cumplimiento de los propósitos del estudio, se plantea la siguiente problemática.

¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle – ¿Sede Norte del Cauca, con respecto a la distribución binomial?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general.

Identificar las dificultades que presentan los estudiantes que toman el curso de estadística en el programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle – Sede Norte del Cauca, cuando resuelven situaciones problemas, que involucren la aplicación de la distribución binomial.

1.3.2 Objetivos específicos.

- Interpretar y distinguir las dificultades que presentan los estudiantes de Licenciatura en la solución del cuestionario.
- Clasificar las dificultades de acuerdo al EOS (los seis elementos primarios), teniendo en cuenta la distribución binomial.

1.4 Justificación

Teniendo en cuenta los escasos estudios sobre el concepto sobre la distribución binomial, se debe decir que la motivación principal radica en la necesidad de tener herramientas

conceptuales que vislumbre un poco las dificultades que pueden llegar a presentar los estudiantes al enfrentarse a la distribución de probabilidad binomial, ya que en el ámbito Colombiano el concepto de distribución binomial es poco probable que lleguen a ser parte del currículo de una institución educativa básica y media, pero por otra parte, en un nivel universitario las distribuciones de probabilidad si se logra que sean conocidas por una mayor población.

A raíz de dicha necesidad, este proyecto se justifica desde las actividades de enseñanza y aprendizaje de la estadística en un nivel universitario, la falta de interés por las distribuciones de probabilidad y la falta de comprensión y adquisición de conceptos de estadística, este estudio se realiza porque el interés va enfocado la educación para un futuro profesional de cada persona y conceptos como las distribuciones de probabilidad que son importantes, ya que se verá enfrentado a ciertas situaciones donde deba tomar una decisión en la que puede ocurrir o no, un evento discreto puntual. Este último (distribución binomial) tendrá solución de acuerdo a las características que se presenten, para llevarlo a alguna de las distribuciones de probabilidad, de manera específica, a la binomial. De esta forma, poder tener una herramienta en su vida laboral a futuro, al momento de tomar una decisión en su ejercicio. No obstante, han sido escasos los estudios que toman como objeto de investigación la distribución binomial, considerada como una de las distribuciones discretas más importantes en probabilidad, debido a que abarca problemas interesantes que se encuentran en situaciones tales como: la economía, salud, biología, entre otras, en donde la variedad de aplicaciones y su relación estrecha con la distribución normal se hace ejecutable (García, Medina y Sánchez, 2014).

Desde este contexto, Batanero (2000) afirma: “Vemos que la preocupación por la educación estadística no acaba con la etapa universitaria, puesto que una formación básica

estadística es imprescindible hoy día a los investigadores en diversas ciencias” (p.4). Es decir, aquellos que están estrechamente relacionados a conceptos estadísticos y el manejo de los mismos; debe tener una formación pertinente. De igual forma, Ramírez (2007) refiere al respecto que:

Cualquier fenómeno del mundo que nos rodea, se halla relacionado directa o indirectamente con un conjunto infinito de otros hechos que pueden dar lugar a que: dicho número debe suceder siempre, es decir, que sea cierto; nunca puede suceder, es decir, que sea imposible y en último caso, que pueda o no ocurrir, a lo cual se denominará como un fenómeno aleatorio. (p.3)

Cuando hay una relación tan cerca entre un individuo y los fenómenos aleatorios, se vuelve imprescindible el manejo de las distribuciones de probabilidad en el ámbito cotidiano, personal y laboral, pues ello se convierte en una gran herramienta para quien la sepa utilizar adecuadamente.

Según lo anterior y como lo dice Borovcnik, 2012; Borovcnik & Bentz, 1991; Shaughnessy, 1992 (Citados por García, Medina & Sánchez, 2014) piensan que es claro que se debe tener en cuenta el concepto de probabilidad, pero si bien se sabe que este tiende a ser un concepto complejo a la comprensión del estudiante, también está generando varias y aparentes paradojas en estudiantes de todos los niveles de escolaridad.

Las dificultades ante los conceptos estadísticos también se deben tener en cuenta, ya que estos problemas también afectan el desarrollo de un buen aprendizaje, ya sea por causa del estudiante, del profesor u otra causa externa. En este mismo sentido, las investigaciones han aumentado, desde Alvarado y Batanero (2007), Maxara y Biehler (2010) y Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens y Verschaffel (2003) como referentes, puesto que, sus trabajos han

llevado a la educación estadística a avances significativos y trascendentales. Ellos miran en varios de sus proyectos la parte docente¹, pues son quienes tienen un papel fundamental como mediador entre el concepto y el estudiante. Así pues, se puede decir que investigadores y profesores van enfocados en lograr que los estudiantes aprendan. En ello se debería generar herramientas que ya presenten un filtro, es ahí donde este proyecto contribuye al campo de la educación a mejorar la enseñanza y tener en cuenta el porqué de las respuestas de los estudiantes al evaluarlos en la distribución de probabilidad (binomial), el profesor debe reflexionar para evidenciar las fallas y las importancias del concepto, para ello debe tener un adecuado manejo de la distribución de probabilidad y saberlas manejar en su vida diaria, así poder transmitir las efectivamente.

En consecuencia, se hace necesario indagar sobre las dificultades que los estudiantes universitarios presentan, al enfrentarse a un cuestionario en el que la interpretación de las distribuciones de probabilidad (distribución binomial) es primordial, puesto que le permitirá a los futuros docentes buscar estrategias e implementarlas en el aula de clase para lograr un buen aprendizaje y de la misma manera motivar al estudiante hacia la resolución de problemas, lo cual contribuirá a que el estudiante adopte una postura crítica frente a lo que se le presenta refiriendo a tipos de informaciones que puede llegar a encontrar, y en específico, a situaciones que impliquen el uso de la distribución binomial.

¹ Según en este caso Paulo Freire define la parte docente o la tarea del educador como: la gran tarea del educador es hacer que sus educandos piensen de manera acertada por medio del diálogo y no por la polémica en sí del diálogo, es por ello, que la función de quien enseña no es la de transferir, depositar, ofrecer, ni dar al otro conocimientos sino el de entender y dialogar tomando pacientemente el hecho de pensar y entender las cosas, los hechos y la diversidad de conceptos. http://www.acervo.paulofreire.org:8080/jspui/bitstream/7891/3800/1/FPF_PTPF_01_0519.pdf

Capítulo 2. Marco teórico

En el siguiente apartado se inicia con la presentación de la perspectiva matemática que comienza con un breve recorrido histórico, después las definiciones de los conceptos básicos que son utilizados en el trabajo estadístico (permutaciones, combinaciones, eventos dependientes e independientes, espacio muestral) y que hacen parte de la construcción y desarrollo del concepto de la distribución binomial, y por último se encuentra cómo se construyó esta, a partir de la estadística descriptiva.

Seguidamente se presenta la perspectiva didáctica donde se encuentra lo relacionado con el enfoque ontosemiótico, donde se mencionan en síntesis las dimensiones duales que las componen; especificando el uso de cada uno de ellos en el trabajo, de la misma manera los seis entes primarios (funciones semióticas), que se utilizarán para realizar el análisis de las respuestas de los estudiantes dadas a las preguntas-, del mismo modo se definirá qué se entiende por error, dificultad, configuración epistémica y cognitiva desde la perspectiva del enfoque Ontosemiótico y la instrucción matemática que más adelante lo llamaremos EOS. En la presente trabajo se tendrá en cuenta las definiciones planteadas por Godino, Batanero y Font (2003), y Godino, Font, Wilhelm, y Lurduy (2009) acerca de dificultades; siendo estas importantes para el análisis de los datos recogidos.

2.1 Perspectiva matemática

2.1.1 Desarrollo histórico.

La distribución binomial fue desarrollada por Jakob Bernoulli (suiza, 1654-1705), y es la principal distribución de probabilidad discreta para variables dicotómicas, es decir, que sólo se pueden obtener dos posibles resultados que son de éxito o fracaso. La distribución binomial es

uno de los primeros ejemplares de las llamadas distribuciones discretas, dichas distribuciones son aquellas que sólo pueden tomar un número finito o infinito numerables, de valores. Es decir, que en un suceso aleatorio únicamente se consideran dos posibilidades, que ocurra el evento A o que no ocurra (experiencia dicotómica).

En la teoría de la probabilidad y estadística, la distribución de Bernoulli (o distribución binomial o dicotómica), tuvo un importante progreso con la labor desarrollada por el matemático y científico suizo Jakob Bernoulli, quien nació el 27 de diciembre de 1654 y murió el 16 de agosto de 1705; realizó sus estudios en la universidad de Basilea realizando una maestría en filosofía y una licenciatura en teología, años después Bernoulli se interesa por la probabilidad donde publicó interesantes trabajos como por ejemplo (ley de los grandes números en teoría de la probabilidad, la interpretación de la probabilidad como frecuencia relativa etc.).

La distribución fue desarrollada bajo la idea de obtener la probabilidad de hallar exactamente un número posible de éxitos en un determinado número de ensayos, de esta manera se tiene un experimento en donde el resultado es la ocurrencia o no de un evento, es decir el éxito o la ocurrencia del suceso y el fracaso o su no ocurrencia; a partir de ello se determina una variable que cuenta el número de éxitos denotada con la letra X y toma valores de $0, 1, 2, 3 \dots n$.

La distribución binomial es una de las distribuciones discretas más útiles y usadas, puesto que es utilizada en casi todas las disciplinas y situaciones para obtener un ensayo u experimento que tenga dos soluciones posibles éxito o fracaso, o cuando sus soluciones sólo pueden ser dos. Estos son algunos ejemplos:

- Al nacer puede ser hombre o mujer.
- Al competir puedes ganar o perder.

- Un test de preguntas la respuesta puede ser verdadera o falsa.
- El lanzamiento de una moneda.

2.1.2 Permutación y combinación.

Para la realización del cálculo de probabilidad de varios sucesos es indispensable hacer conteos de los resultados que son favorables a un evento, de este modo; dicho proceso se reduce al uso de dos técnicas de conteo conocidos como permutaciones y combinaciones.

Según Canavos (1988), una permutación es un arreglo en un orden particular de los objetos que forman un conjunto. En este caso el orden de los elementos es importante, y pueden ser calculados por:

$$n(n - 1)(n - 2) \dots (2)(1) \text{ o } n!$$

Y una combinación, es una selección de dichas objetos sin importar el orden de los elementos, y su resultado puede hallarse con la siguiente fórmula:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{Con } r < n$$

Entendida esta como un número de combinaciones de **r** objetos tomados de un conjunto que comprende a **n** de ellos.

Según una combinación de **n** objetos diferentes tomados de **r** en **r** es una selección de **r** de los **n** objetos sin importar el orden. El número de combinaciones de **n** objetos tomados de **r** en **r** se denota mediante el símbolo $\binom{n}{r}$ está dado por:

$$\binom{n}{r} = \frac{n(n - 1) \dots (n - r + 1)}{r!} = \frac{n!}{r! (n - r)!}$$

2.1.3 Espacio muestral.

Canavos (1988), dice que un espacio muestral, es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; y que son divididos en dos categorías; el espacio muestral discreto (cuando el resultado puede ubicarse en una correspondencia uno a uno con el conjunto de los enteros positivos); y el espacio muestral continuo (cuando sus resultados se encuentran dentro de un intervalo de los números reales).

2.1.4 Evento.

Según Canavos (1988), un evento es un grupo de resultados contenidos en un espacio muestral, donde sus miembros poseen una característica en común, de esta manera se encuentra que cuando un evento no contiene ningún resultado recibirá el nombre de evento nulo o vacío.

2.1.5 Evento dependiente e independiente.

Eventos dependientes: Dos o más eventos serán dependientes cuando la ocurrencia o no-ocurrencia de uno de ellos afecta la probabilidad de ocurrencia del otro (u otros). Cuando tenemos este caso, empleamos entonces, el concepto de probabilidad condicional para denominar la probabilidad del evento relacionado. La expresión $P(A|B)$ indica la probabilidad de ocurrencia del evento; es decir la probabilidad de A depende de B, puesto que es importante saber lo que ocurrió antes para saber lo que sucederá.

Eventos Independientes: Dos o más eventos son independientes cuando la ocurrencia o no-ocurrencia de un evento no tiene efecto sobre la probabilidad de ocurrencia del otro evento (o eventos). Un caso típico de eventos independiente es el muestreo con reposición, es decir, una vez tomada la muestra se regresa de nuevo a la población donde se obtuvo.

2.1.6 Construcción del concepto.

La distribución binomial, es una de la distribución de probabilidad discreta que es utilizada exactamente cuando hay dos resultados mutuamente excluyentes de un juicio, aquellos resultados están debidamente etiquetados como éxito o fracaso, y son usadas para obtener la probabilidad de observar **r** éxitos en **n** ensayos, con la probabilidad de un éxito es un único ensayo indicado por **p**.

Según Canavos (1988), define la distribución binomial como: “Sea **x** una variable aleatoria que representa el número de éxitos en **n** ensayos y **p** la probabilidad de éxitos con cualquiera de estos” (p.106). Se dice entonces que **x** tiene una distribución binomial con la función de probabilidad de:

$$b(x; n, p) = \frac{n!}{(n-x)! x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$X = 0, 1, 2, 3 \dots n; 0 \text{ para cualquier otro valor, } 0 \leq p \leq 1 \text{ para } n \text{ entero}$$

Debido a esto la fórmula de la distribución binomial es:

$$b(x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

Donde:

n= número de ensayos/experimentos.

x= número de éxitos.

P= probabilidad de éxito.

q= probabilidad de fracaso (1-p).

Ahora bien de acuerdo a lo anterior se tiene que una variable aleatoria se considere que sigue una distribución binomial, debe cumplir los conceptos siguientes

- En cada ensayo, experimento o prueba solo son posibles dos resultados (éxito o fracaso).
- La probabilidad del éxito ha de ser constante, esta se representa con la letra p .
- La probabilidad de fracaso también ha de ser constante, y es representada con la letra $q=1-p$. (Complemento)
- El resultado obtenido en cada experimento es independiente del anterior, por lo tanto lo que ocurra en cada experimento no afecta a los siguientes.
- Los sucesos son mutuamente excluyentes, es decir no pueden ocurrir los dos al mismo tiempo.
- Los sucesos son colectivamente exhaustivos, es decir al menos uno de los dos ha de ocurrir.

De esta manera, para poder identificar y comparar las dificultades que presentan los estudiantes en el uso de las características de la distribución se hará uso del marco teórico del enfoque ontosemiótico que se presenta a continuación, todo esto con la finalidad de realizar el análisis de las interpretaciones y respuestas dadas a las preguntas del cuestionario.

2.2 Enfoque Ontosemiótico

A continuación, se presentan las nociones teóricas que constituyen el enfoque Ontosemiótico, sobre el conocimiento y la instrucción matemática, y se especificara cuales serán usados en el trabajo.

Así pues, el punto de partida de este enfoque, es la articulación de diversos marcos teóricos que se usan en la investigación en Educación Matemática a partir de presupuestos semióticos y antropológicos-pragmáticos sobre las matemáticas y su enseñanza; seguidamente se definen los conceptos teóricos de práctica, objeto (personal e institucional) y significado, con la finalidad de evidenciar la parte personal (cognitivo) e institucional(social y cultural) del conocimiento matemático así mismo como su mutua interdependencia.

El uso del lenguaje ocupa un lugar importante al ser considerado como un elemento contextual que relativiza el significado del objeto matemático y le designan a estos una naturaleza funcional. Por tanto los objetos matemáticos que se involucran en las prácticas matemáticas pueden ser entendidos desde las siguientes facetas o dimensiones duales:

- ***Institucional – personal.***
- ***Ostensivo – no ostensivo.***
- ***Expresión – contenido.***
- ***Extensivo – intensivo (ejemplar – tipo).***
- ***Sistémico – unitario.***

De este modo, durante el desarrollo del estudio se tendrá en cuenta la faceta institucional y la personal, se emplea esta dimensión para el estudio ya que es primordial saber que el significado de un objeto matemático surge de un sistema de prácticas o se realiza desde una institución, y uno de los pasos es analizar la solución de un cuestionario implementado teniendo en cuenta estos dos puntos(institucional y personal), por tal motivo solo se definirá a partir de Godino (2003), en el siguiente apartado.

2.2.1 Significado institucional y personal.

Generalmente en la educación, es importante que el estudiante reconozca el significado de los saberes y considere que el punto de partida de la actividad matemática y el estudio de la misma, es un conjunto de actividades humanas y de las instituciones sociales, es decir, que en el conocimiento matemático es importante reconocer que existen dos dimensiones interdependientes que son: la personal (subjetivo o mental) e institucional (objetiva o contextual). Sabiendo que los sujetos desarrollan y habitan en el seno de diferentes instituciones por tal motivo el conocimiento estará mediado por las particularidades del conocimiento contextual.

De esta manera, para poder analizar los procesos de enseñanza, aprendizaje y las posibles dificultades de los estudiantes que son partícipes en una situación de enseñanza, se debe contemplar la idea del objeto matemático y su significado desde dos dimensiones:

- ***Dimensión institucional:*** en este caso se tiene en cuenta el papel del docente cuando imparte el conocimiento a los estudiantes, teniendo presente las necesidades de la institución dependiendo de las prácticas sociales y los instrumentos.

Ahora tomando lo planteado por Godino (2003), se trata de un constructo relativo a la institución y dependiente estocásticamente del tiempo, es decir, son aquellos significados que se comprenden generalmente como algo verdadero, ya sea por un conjunto de personas u organizaciones.

- ***Dimensión personal:*** es cómo el estudiante entiende los conceptos y los interioriza para luego llevarlos a la práctica en un determinado problema que se le presenta en la cotidianidad.

Según Godino (2003), es el sistema de prácticas personales de una persona para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto matemático en un momento dado, depende por tanto del sujeto y del tiempo estocásticamente: se desarrolla progresivamente a medida que el sujeto se enfrente a tipos de problemas cada vez más generales.

Estas dos dimensiones están muy relacionadas, ya que cuando el profesor realiza la evaluación pueda darse cuenta si el estudiante ha aprendido.

Por otro lado es importante tener en cuenta que existen cuatro tipos de significado institucionales al momento de realizar un análisis de un objeto matemático, los cuales son primordiales a la hora de impartir una clase a un conjunto de sujetos. A continuación se definirán cada uno de ellos a partir de lo que plantea Godino (2003):

- **Significado institucional de referencia del objeto:** es cuando el docente planifica un proceso de institución sobre un objeto matemático para un grupo de estudiantes, acude por tanto a los textos matemáticos correspondiente a las orientaciones curriculares y en general a los que los expertos consideran que son las prácticas operativas discursivas, así mismo el profesor usará sus conocimientos personales previamente adquiridos y con todo ello construirá un sistema de prácticas.
- **Significado institucional pretendiente:** es el sistema de prácticas que se planifica sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional.
- **Significado institucional implementado:** es los sistemas de prácticas (operativas y discursivas), que efectivamente tienen un lugar en la clase de matemáticas, las cuales servirán de referencia para el estudio de los estudiantes y las evaluaciones de los aprendices.

- ***Significado institucional evaluado:*** se pone en juego en el proceso de evaluación, puesto que el docente selecciona un conjunto de tareas o cuestiones que incluyen en las pruebas de evaluación y pautas observación de los aprendices.

Sin embargo, se sabe que los cuatro significados institucionales son fundamentales en la enseñanza, pero en este trabajo sólo se centrará en el significado institucional evaluado, ya que de acuerdo a las respuestas que den los estudiantes a las preguntas del cuestionario nos conlleva a identificar las posibles dificultades que comúnmente se puede presentar en el uso de la distribución binomial.

2.2.2 Funciones semióticas.

Al realizar una práctica matemática y para la interpretación de los resultados, se necesita poner en funcionamiento determinados conocimientos, por esta razón cuando un agente realiza y evalúa un conocimiento matemático se activa un conjunto de acciones que están conformadas por:

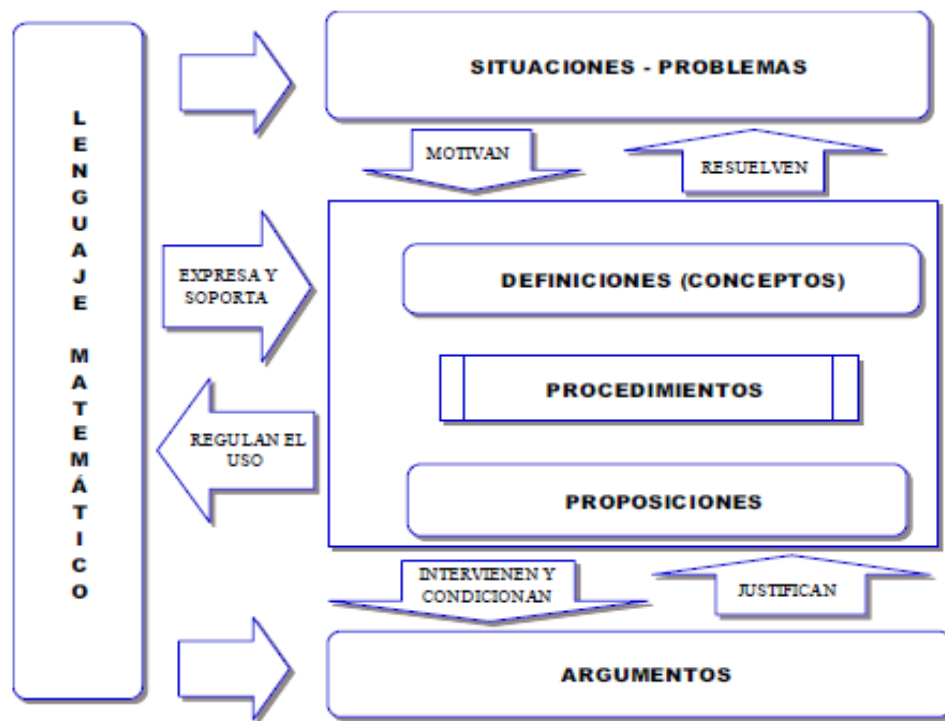


Figura 1. Configuración de objetos primarios

Fuente: Godino et al. (2009, p.6)

Por consiguiente para poder evidenciar de manera clara las diferentes dificultades que presentan los estudiantes en el uso de la distribución binomial, se tomarán en cuenta las seis funciones semióticas expuestas por Godino (2003), para realizar su respectivo análisis:

- **Significado situacional:** (aplicaciones extra matemáticas o ejercicios). Por ejemplo, la necesidad de conocer el resultado de un juego si (gana o pierden), el lanzamiento de una moneda si cae (cara o sello), el nacimiento de un bebe (hombre o mujer) entre otras, para hacerse uso de las herramientas de tipo didáctico y pedagógico que se deben implementar, donde nace la idea de distribución binomial.
- **Significado lingüístico:** (términos, expresiones, notaciones, gráficos) en sus diferentes registros (escrito, oral, gestual). Serían, por ejemplo, las palabras

“probabilidad”, “combinatoria”, también se pueden mencionar los símbolos y gráficos asociados a este término.

- **Significado conceptual:** (que se introducen mediante definiciones o descripciones). Por ejemplo, la definición Distribución binomial se define como “una distribución de probabilidad discreta que se utiliza cuando hay dos resultados mutuamente excluyentes que pueden ser de éxito o fracaso.
- **Significado proposicional:** (enunciados sobre conceptos). Por ejemplo, que solo existe dos posibles resultados (éxito o fracaso).
- **Significado procedimental:** (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo), como la fórmula que se brinda respecto al cálculo de la distribución binomial.
- **Significado argumentativo:** (enunciados usados para validar o explicar proposiciones y procedimientos). Esta es la parte en donde el individuo, por medio de su análisis y criterio explica la razón por la cual realiza un procedimiento para la solución de un problema determinado.

De este modo, se puede decir, que la definición de un concepto matemático, se relaciona con la práctica, de tipo discursiva y operatoria, que es aplicado en un contexto de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, partiendo del uso que el sujeto le da al momento de instruir a otro con respecto a una definición en específico, en este caso de la distribución binomial.

Siendo así, Vergnaud (citado por Godino, 2003) declara que el significado de un objeto, en este caso un objeto matemático, no debe verse o ser sintetizado como una mera definición desde el punto de vista didáctico y psicológico, puesto que plantea: “Un concepto no

puede reducirse a su definición, al menos si nos interesamos en su aprendizaje y su enseñanza” (p. 135). Así:

Son las situaciones las que dan sentido a los conceptos matemáticos, pero el sentido no está en las situaciones ni en las representaciones simbólicas. Es una relación del sujeto con las situaciones y los significados. Más precisamente, son los esquemas evocados en el sujeto individual por una situación o un significante lo que constituye el sentido de esta situación o este significante para el individuo. (Vergnaud, sf, p. 158).

Por otro lado, se menciona que se está entendiendo por significado institucional y personal en el EOS y partiendo de estos se le da sentido a lo que se va a definir como error y dificultad en torno al estudio realizado, para ello, a continuación se describe que es error y dificultad de acuerdo a algunos autores que hablan de ello.

2.3 Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

Un punto importante para el desarrollo de un estudio de esta índole se debe mencionar un poco entorno a lo que se está entendiendo por dificultades, ya que es parte primordial en el desarrollo de trabajo de grado, así pues, se dice que los problemas que puedan llegar a presentar los estudiantes durante el aprendizaje de la matemática(o estadística).

Acatando que tales dificultades son de distinta naturaleza y se encuentran conectadas y se consolidan en organizaciones demasiado difíciles, las cuales se dividen en cinco categorías donde, la uno y la dos tiene que ver con la propia disciplina (objetos matemáticos y procesos de pensamiento), la tercera ligada a los procesos de enseñanza de la matemática, la cuarta en conexión con los procesos cognitivos de los estudiantes, y la última es la quinta, está relacionada con la falta de una actitud racional hacia la matemática. (Socas, 1997).

2.3.1 Definición de Error y Dificultad.

Según Godino, Batanero, y Font (2003), en su documento “*Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*” menciona que, todas las teorías sobre la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas coinciden en la necesidad de identificar los errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, determinar las causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información (P.73); también mencionan que el docente debe ser perceptivo con las ideas de los estudiantes y utilizar técnica de conflicto cognitivo para que el estudiante pueda lograr un aprendizaje significativo.

- Se habla de **error**, cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista desde la institución matemática escolar.
Ejemplo: se le pide a un estudiante que resuelva un problema matemático, pero aunque él tiene claro el concepto, se equivoca al encontrar el resultado; en este caso el error puede ser algorítmico o procedimental.
- El termino **dificultad**, hace referencia al mayor o menos grado de éxito de los estudiantes ante una tarea u objeto de estudio; entonces si el porcentaje de respuestas incorrectas es elevado nos encontramos que la dificultad es alta, mientras que si dicho porcentaje es bajo entonces la dificultad es baja.
Ejemplo: tomando el ejemplo anterior se le plantea la misma situación a un estudiante pero en este caso él lo resuelve llegando a un resultado erróneo, en este caso la dificultad se presenta que el estudiante no tiene claro el concepto matemático a trabajar, por tal razón hace uso de procedimientos erróneos y sin sentido.

Capítulo 3. Metodología de estudio

3.1 Tipo de investigación

Teniendo en cuenta el objetivo principal de este trabajo; identificar las dificultades al resolver una situación problema con el concepto distribución de probabilidad binomial en estudiantes universitarios, es primordial, recolectar información de la producción académica de los estudiantes para analizar y contrastar con el marco teórico propuesto, con el objetivo de llegar a obtener más estudios que enriquezcan la parte documental que aporten experiencias, análisis y conclusiones significativas para la enseñanza y aprendizaje de las distribuciones de probabilidad en específico la binomial; también se hace necesario a la hora de recolectar la información del producto de los estudiantes, se presenta la propuesta para un mejor desenvolvimiento del estudio un método de esta investigación evaluativa como es el cualitativo.

Cook & Reichardt (1986) señala que “Tratar como incompatibles a los tipos de métodos estimula obviamente a los investigadores a emplear sólo uno u otro cuando la combinación de los dos sería más adecuada para las necesidades de la investigación” (p. 5); de igual manera.

Desde la perspectiva cualitativa la investigación va enfocada la estrategia estudio de casos para abordar los datos, procedimiento que consiste en estudiar a profundidad y detalle; una unidad de análisis, a partir de unos temas de interés del investigador, como dice Yin, 1994 (Citado por Lic. Garcilazo 2011) en su obra Case Study Research define al estudio de casos como, una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro del contexto real en el que se desarrolla, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y el contexto no son evidentes. De esta manera se realiza un estudio inductivo de paradigma naturalista (los datos

se recogerán en el campo y se llegará a los objetivos de análisis partiendo de lo encontrado ahí, es decir, de lo particular a lo general, la información a analizar se recoge en el campo y se analizará cómo se generan los datos, no se le hará ningún tipo de modificación o manipulación.), el enfoque cualitativo es con el fin de llegar a realizar un análisis de exploración interpretativa.

Siendo así, y a partir del objetivo propuesto de identificar las dificultades que presentan los estudiantes universitarios de la Licenciatura en la aplicación de la distribución binomial, se presenta a continuación cada una de las fases que guiarán el desarrollo del estudio, así mismo, se presenta el cuestionario que será aplicado a un grupo de estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, que toman el curso de estadística pertenecientes a la Universidad del Valle-Sede Norte del Cauca.

3.2 Fase 1: Técnicas de recolección de datos

La recolección de datos, se refiere al uso de una gran diversidad de técnicas y herramientas que son utilizadas por un analista para desarrollar los sistemas de información en donde está la entrevista, la encuesta o cuestionario, la observación, el diagrama de flujo, y el diccionario de datos; es decir, estos son instrumentos que son aplicados en un momento en particular con el propósito de recolectar información que serán útil para el desarrollo de una investigación. A continuación, se define brevemente cada una de las técnicas de recolección de datos y después se especificara cual será usada para el desarrollo del estudio.

- La entrevista: es una conversación dirigida con un propósito específico y que usa un formato de preguntas y respuestas.
- La observación: es un proceso de investigación, que consiste en observar a las personas cuando efectúan su trabajo.

- El diagrama de flujo: es una representación pictórica de los pasos en proceso.
- El diccionario de datos: es una lista de todos los elementos incluidos en el conjunto de los diagramas de flujo de datos que describen un sistema.
- La encuesta o cuestionario: es un conjunto de preguntas normalizadas, dirigida a una muestra representativa de la población, con el fin de conocer estados de opinión o hechos específicos; existen dos formas de cuestionarios para la recolección de datos:
 - Cuestionario abierto: es aplicado cuando se quiere conocer los sentimientos, opiniones y experiencias generales.
 - Cuestionario cerrado: es aplicado para obtener información sobre los hechos limitando las respuestas de los individuos para que tomen una posición y den una opinión.

De acuerdo a lo anterior, para la recolección de datos se hará uso de la encuesta o cuestionario, puesto que es una herramienta útil para el desarrollo del estudio y permite vislumbrar datos que son necesarios para realizar el análisis propuesto, para ello el estudiante sólo deberá hacer uso de conceptos de las propias matemáticas (la fórmula y propiedades).

3.3 Fase 2: Selección de preguntas

Teniendo en cuenta el propósito del trabajo de identificar las dificultades en el uso de la distribución binomial, en esta primera fase, se hizo la revisión de investigaciones que han centrado su interés en este concepto (Distribución binomial); por esta razón para la selección de las preguntas se toman algunas preguntas del trabajo realizado por González & Olivero (2016) en su investigación titulado Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes

universitarios, por su complejidad e involucran en el estudiante el manejo de definiciones, propiedades y argumentos de la distribución binomial.

El planteamiento de las preguntas, se diseñan teniendo en cuenta el trabajo de grado mencionado anteriormente, con la finalidad de generarle algunos cambios como por ejemplo el contexto de la situación, en este caso el contexto que se maneja es el juego intersedes ya que es un espacio de integración que brinda la universidad y que es muy reconocido por los estudiantes de la universidad y que sería un tema de interés para ellos y que permitirá obtener buenas respuestas para realizar el análisis propuesto; por otro lado también cabe resaltar que todas las preguntas no fueron diseñadas teniendo en cuenta el diseño mencionado anteriormente, sino que se plantean de acuerdo a otras ejemplificaciones encontradas en otros medios.

3.4 Fase 3: aplicación del cuestionario

El cuestionario, será aplicado a los estudiantes de licenciatura en matemáticas, de sexto semestre, de la Universidad del Valle- Sede Norte del Cauca, que se encuentran actualmente tomando el curso de estadística; el tiempo estimado para la aplicación del cuestionario es una sola sección. Es importante aclarar que se solicitara el correspondiente permiso al docente encargado del curso y la colaboración por parte de los estudiantes, con la finalidad de realizar grabaciones, tomas de fotografías y la aceptación para la implementación.

Tabla 1. Carrera seleccionada para aplicar el cuestionario

Universidad del Valle – Sede Norte del Cauca.		
Carrera.	Semestre.	Asignatura.
Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas.	6	Estadística I

3.5 Fase 4: proceso de análisis del cuestionario

Para realizar el análisis del cuestionario, se plantea la configuración epistémica de referencia del objeto de estudio (distribución binomial y los conceptos que la componen) dado por el enfoque Ontosemiótico; siendo este un sistema de referencia para el análisis de los significados implementados. A continuación se presenta una tabla donde se hace la configuración epistémica del objeto distribución binomial.

Siendo así, a continuación se presenta una tabla donde se organiza la relación que existe entre los conceptos que se manejan dentro de la distribución binomial y el EOS, a partir del significado personal.

Tabla 2. Configuración epistémica EOS (significado personal), con los conceptos.

Componentes	Descripciones
Elementos lingüísticos	Contextos, dicotomía, variable aleatoria, distribución binomial, éxito, fracaso, muestra, evento, probabilidad, y combinatoria.
Situaciones problemas	Se presenta los conceptos por medio de una actividad contextualizada a estudiantes de Lic. En matemáticas.
Conceptos – definiciones	Dicotomía: solo tiene dos formas de representarse; es decir solo asume dos valores posibles (éxito o fracaso). Variable aleatoria: es un número real asociado al resultado de un experimento aleatorio. Distribución binomial: es una distribución de probabilidad discreta que describe el número de éxitos al realizar n experimentos independientes entre sí, acerca de una variable aleatoria. Evento: es un grupo de resultados contenidos en un espacio muestral, donde sus miembros poseen una característica en común. Éxito: se refiere al efecto o la consecuencia acertada de una acción. Fracaso: hace referencia al efecto o la consecuencia errada de una acción.

	Probabilidad: se entiende como probabilidad como un determinado hecho probable realmente suceda. Ese hecho puede finalmente suceder, o no suceder. Combinatoria: es una selección de dichos objetos sin importar el orden de los elementos
Procedimientos	Los pasos para analizar el uso de los conceptos de la distribución binomial son: En un primer momento, se debe identificar los conceptos Para ello se debe: ● Reconocer la característica buscada en la situación. ● Reconocer probabilidad. ● Reconocer combinatoria. ● Reconocer eventos. En un segundo momento, identificar la distribución de probabilidad se debe: ● Reconocer la distribución y la simbología correspondiente a dicha distribución. ● Reconocer que no pueden ocurrir dos eventos al mismo tiempo. Y en un tercer momento, identificar la combinatoria ● Reconocer agrupaciones de un determinado número de elementos. ● Reconocer simbología que corresponde a la combinatoria. En un cuarto momento, identificar probabilidad. ● Reconocer simbología correspondiente a la probabilidad. ● Reconocer la probabilidad de ocurrencia o no ocurrencia de un evento.
Argumentos	Los alumnos deben determinar si la distribución de probabilidad es la distribución binomial. Para ello debe: ● Reconocer el valor de éxito o fracaso asociado a p y q. Los estudiantes deben determinar si las definiciones son de la distribución binomial, para esto necesitan: ● Reconocer combinatoria. ● Reconocer probabilidad. ● Reconocer eventos. Los alumnos deben determinar si los eventos ocurren o no ocurren. ● Reconocer que es probabilidad. ● Reconocer simbología propia de la probabilidad. Los alumnos deben determinar agrupaciones de un determinado número de elementos. ● Reconocer la fórmula o expresión matemática para hallar la combinatoria. ● Reconocer las posibles combinatorias existentes en la situación problema.

Capítulo 4. Análisis de resultados

En este capítulo se inicia el análisis de los datos recogidos por medio de un cuestionario, el cual fue aplicado al programa de licenciatura de matemáticas de la Universidad del Valle Sede Norte del Cauca, que cursa estadística, el cual consta de 16 estudiantes. Se realizó este análisis para identificar las dificultades que presentan los estudiantes al hacer uso de la distribución binomial, se continua con un análisis cualitativo a partir de las configuraciones cognitivas dadas en la solución por parte del estudiante y su comparación con la configuración epistémica del propio docente, en este caso las respuestas que se espera que los estudiantes den a las preguntas del cuestionario.

4.1 Análisis cuantitativo de los datos

Para realizar el análisis cuantitativo se tendrá en cuenta los siguientes pasos:

1. Se presenta por medio de una tabla cada una de las preguntas propuestas en el cuestionario y la respuesta esperada por los estudiantes.
2. Se propone la escala de Sorto (2004, pp.117-118), propuesto por Pinto (2010, p. 167-168); para conocer el nivel de respuesta a cada pregunta y dar su valor correspondiente.
3. Asignar un valor, de acuerdo a la escala propuesta anteriormente a las respuestas dadas por los estudiantes.

4.1.1 Presentación de las preguntas y soluciones esperadas.

A continuación se presenta cada una de las preguntas y sus respectivas respuestas, el cual ayudará a identificar las dificultades que presentan los estudiantes al resolver la actividad planteada.

La aplicación del cuestionario se hizo con estudiantes de la Universidad del Valle sede Norte del Cauca, que se encuentran actualmente matriculados en la carrera de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de 6º semestre; la cual están cursando estadística. De esta manera se inicia con la presentación del contexto manejado para plantear el cuestionario y seguidamente una tabla donde se encuentra de una manera organizada cada una de las preguntas y su respuesta esperada.

Contextualización del cuestionario:

Los juegos intersedes del sistema de regionalización de la Universidad del Valle, reúne a sus distintas sedes regionales (Buenaventura, Buga, Caicedonia, Palmira, Tuluá, Yumbo, Cartago, Norte del cauca, y Zarzal), con la finalidad de brindar un espacio propicio para que los deportistas brinde lo mejor de sus talento en diferentes disciplinas.

Tabla 3. Solución ideal de las preguntas planteadas.

Preguntas.	Respuesta esperada.
Pregunta 1. En las eliminatorias en la modalidad de fútbol masculino, se enfrentan todas las sedes regionales pertenecientes a la Universidad del Valle, en la cual clasificaron Norte del Cauca con 9 puntos, Palmira con 6 puntos, y Pacífico con 6 puntos. ¿Cuál es la probabilidad que Norte del Cauca gane el campeonato, si se asume que los tres equipos tienen las mismas oportunidades, habilidades y destrezas deportivas?	$P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$ $P = \frac{1}{3}$ R//. La probabilidad de que la sede Norte del Cauca gane el campeonato es de 1/3.

Pregunta 2. En el juego intersedes se cuentan con nueve sedes regionales, ¿De cuántas maneras puedo organizar grupos de tres equipos cada uno para comenzar la primera ronda del campeonato en la modalidad de fútbol femenino?	$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ $\binom{9}{3} = \frac{9!}{(9-3)! 3!} = \frac{362880}{720 * 6} = \frac{362880}{4320} = 84$ R//. Para comenzar la primera ronda del campeonato en la modalidad de futbol femenino, se puede organizar en grupos de tres equipos de 84 maneras.
Pregunta 3. Como preparación a los juegos, los siguientes equipos de voleibol femenino (Norte del Cauca, Zarzal, Buenaventura, y Tuluá), deciden realizar un torneo amistoso. ¿Cuántos partidos se juegan en la primera ronda?	$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ $\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)! 2!} = \frac{24}{2 * 2} = \frac{24}{4} = 6$ R//. Se deberán jugar 6 partidos en el torneo de preparación.
Pregunta 4. En la modalidad de baloncesto femenino, clasificaron a la final las Sedes Buga, Caicedonia, Tuluá, y Zarzal, y ellos deben jugar todos contra todos ¿Cuántos formas diferentes pueden jugar los equipos si se enfrentan todos contra todos?	$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ $\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)! 2!} = \frac{24}{2 * 2} = \frac{24}{4} = 6$ R//. Los equipos se pueden enfrentar de seis maneras diferentes si juegan todos contra todos.
Pregunta 5. En un juego intersedes el 5% de los jugadores salen lesionados, determinar la probabilidad de que en 35 jugadores, 15 salgan lesionados.	$b(x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}$ n = 35 p = 5% = 0.05 x = 15 q = (1-p) = 1-0.05 = 0.95 $b(x) = \binom{35}{15} * (0.05)^{15} * (0.95)^{20}$ $= 3.5533 \times 10^{-11} = 0.000000000035533$ R//. La probabilidad de que 15 jugadores salgan lesionados es del: 3.5533×10^{-11}

4.1.2 Método de valoración a las respuestas.

Se propone la escala de Sorto (2004, pp.117-118), propuesto por Pinto (2010, p. 167-168) en su tesis doctoral, con la finalidad de conocer el nivel de respuesta de cada pregunta y dar su valor correspondiente:

Tabla 4. Valoración según la respuesta.

Valoración.	Característica de respuesta.
4	La solución a la pregunta es completa y correcta.
3	La solución a la pregunta es casi completa y correcta.
2	La solución a la pregunta está en la dirección correcta y contiene algunos elementos esenciales, tales como una cadena de razonamiento.
1	En la solución de la pregunta, algo del trabajo realizado es correcto, pero el estudiante eligió una opción prematura e incorrecta.
0	La solución a la pregunta es totalmente errónea o sin sentido.

4.1.3 valoración de respuesta de los estudiantes de licenciatura en matemáticas.

Para realizar el análisis cuantitativo de resultados y la identificación de las dificultades más recurrentes en la distribución binomial y conceptos se tendrá en cuenta lo establecido en las tablas 2, 3, y 4 puesto que en estas se evidencia la relación entre lo personal mencionado en el EOS con cada una de las preguntas del cuestionario

De esta manera, se inicia analizado las respuestas dadas por los estudiantes de Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas y se compararán de acuerdo a la tabla 4 (pag.44, cap.4); para ello se presentan unas tablas donde se clasifican las respuestas de los estudiantes y la descripción de la dificultad identificada, la valoración correspondiente según

la respuesta dada, y el número de preguntas donde se debe aplicar la distribución binomial, la combinatoria, y la probabilidad.

4.1.3.1 Preguntas distribución binomial.

Tabla 5. Dificultades en distribución binomial, programa de licenciatura en matemáticas.

# Pregunta	Estudiante	Valoración	Descripción de la dificultad presentada
5	E1	1	El estudiante no sabe diferenciar entre los resultados dados en un factorial: $35! = 1.033 \times 10^{40} \neq 35! = 1.033.$ $(35 - 15)! = 2.432 \times 10^{18} \neq (35 - 15)! = 2.43.$ $15! = 1.307 \times 10^{12} \neq 15! = 1.30.$
5	E2	0	- El estudiante no identifica el uso de la distribución binomial en la solución de las preguntas. - No identifica a n, p, q, x; sino que se limita solo hacer uso del 30% dado en la pregunta y lo soluciona así: 100% - 30% = 70%.
5	E3	0	El estudiante no identifica el uso de la fórmula de distribución binomial, sino que hace uso de otra fórmula que también se halla la probabilidad pero que no es adecuada para la solución a esta pregunta.
5	E5	0	El estudiante no hace uso de distribución binomial, sino que se limita a hacer uso de la regla de Laplace.

Ahora, después de haber identificado las dificultades de los estudiantes relacionadas con la distribución binomial, se encontró que en un primer momento los estudiantes E3, E4, y E6 no identifican el uso de la distribución binomial, debido a que no interpretan o entienden la pregunta, es decir, confunden la pregunta de probabilidad cuando se hace referencia a la distribución binomial con la probabilidad que hace referencia al uso de la fórmula de la regla de

Laplace y en un segundo momento el estudiante E2, tiene dificultad de interpretar el resultado de un factorial como se puede ver a continuación: $35! = 1.033 \times 10^{40} \neq 35! = 1.033$.

$$(35 - 15)! = 2.432 \times 10^{18} \neq (35 - 15)! = 2.43.$$

$$15! = 1.307 \times 10^{12} \neq 15! = 1.30.$$

De esta manera, habiendo identificado las dificultades de los estudiantes presentan en el uso de la fórmula de la distribución binomial, se encuentra la clasificación y la descripción mediante una tabla para mostrar las dificultades que cometieron los estudiantes según la distribución binomial de acuerdo a las valoraciones propuestas en la tabla 4 (pág. 44, capítulo 4).

RESPUESTA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL.	
Completa y correcta.	1 Estudiante.
Casi completa y correcta.	0
Dirección correcta.	0
Algo del trabajo es correcto.	1 Estudiante.
Errónea o sin sentido.	3 Estudiantes.

Ilustración 1. Respuestas distribución binomial.

Comentario.

Basándonos en los resultados del análisis estadístico cuantitativo (ilustración 2), se identificó que de 5 estudiantes, 1 estudiante de Licenciatura de educación básica con énfasis de matemáticas identifico en la situación problema la aplicación de la distribución binomial; de la misma manera se encontró que de 5 estudiantes; 3 de ellos contestaron de forma incorrecta o

errónea, debido a que no identifican el uso de la distribución binomial y confunden las preguntas que están relacionada con la probabilidad que se halla a partir del uso de la distribución binomial con la probabilidad que se encuentra con la regla de Laplace; y por último que de 5 estudiantes; 1 estudiante en la solución de la pregunta, algo del trabajo realizado es correcto, pero al momento de encontrar el valor factorial se equivoca y a partir de ahí el proceso realizado es erróneo, por consiguiente el resultado no es válido para la pregunta.

4.1.3.2 preguntas combinatoria.

Tabla 6. Dificultades en la combinatoria.

# Pregunta	Estudiante	Valoración	Descripción de la dificultad presentada
3	E1	1	El estudiante no realiza el proceso completo, solo se llega a encontrar a $4!$, justificando esta como repuesta, y dejando a un lado los otros datos a utilizar para llegar al resultado pedido.
3	E5	0	El estudiante no reconoce el uso de la combinatoria para la solución a la pregunta.

Ahora, después de haber identificado las dificultades de los estudiantes relacionadas con la combinatoria, se encontró que en un primer momento los estudiantes E2, E3, y E4, identifican el uso de la combinatoria, y en un segundo momento el estudiante E1 no termina de realizar el proceso adecuado para llegar al resultado, solo se queda en dar a $4!$ y justifica a este como la respuesta a la pregunta, siendo este erróneo; y en un tercer momento el estudiante E5, no identifica en la situación problema la aplicación de la combinatoria, y de la misma manera trata de dar dos respuestas a la misma pregunta con datos que no se le han dado en la pregunta.

De esta manera, habiendo identificado las dificultades de los estudiantes presentan en el uso de la combinatoria, se encuentra la clasificación y la descripción mediante un diagrama

estadístico para mostrar las dificultades que cometieron los estudiantes según la combinatoria de acuerdo a las valoraciones propuestas en la tabla 4 (pág. 44, cáp.4).

RESPUESTAS COMBINATORIA.	
Completa y correcta.	3 Estudiantes.
Casi completa y correcta.	0
Dirección correcta.	0
Algo del trabajo es correcto.	1 Estudiante.
Errónea o sin sentido.	1 Estudiante.

Ilustración 3. Respuesta combinatoria.

Comentario.

Basándonos en los resultados del análisis cuantitativo (ilustración 3), de combinatoria se encontró que de 5 estudiantes; 3 de ellos de licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas, identifican el uso de combinatoria para dar solución a la pregunta dada; de la misma manera se encontró que de 5 estudiantes; 1 de ellos no identifican el uso de la combinatoria debido a que no identifica bien el **n** y **r**; y por último de 5 estudiantes, 1 de ellos solo realiza algunas cosas del procedimiento dando este como respuesta, y siendo este una respuesta errónea.

4.1.3.3. Preguntas de probabilidad.

Tabla 7. Dificultades de probabilidad.

# Pregunta	Estudiante	Valoración	Descripción de la dificultad presentada
1	E1	0	• El estudiante no identifica el uso de probabilidad para dar solución a la pregunta. • El estudiante confunde la probabilidad que es hallada con la regla de Laplace, con la probabilidad que se le pide en una pregunta donde se hace uso de la distribución binomial.
1	E2	0	• El estudiante no identifica el uso de la probabilidad.
1	E3	0	• El estudiante no identifica el uso de la probabilidad.
1	E4	0	• El estudiante no identifica el uso de la probabilidad.
1	E5	0	• El estudiante no identifica el uso de la probabilidad.

Después de haber identificado las dificultades que presentan los estudiantes en el uso de la probabilidad, se encontró que los estudiantes E1, E2, E3, E4, y E5; no reconoce el uso de la probabilidad para dar solución a la situación problema, debido a que en un primer momento ellos confunden la probabilidad que se halla por medio de la definición de la regla de Laplace con la probabilidad que se encuentra con la expresión de la distribución binomial; en un segundo momento los estudiantes realizan el reconocimiento de un **n**, **x**, **q**, y **p**, no dados en la pregunta, en la cual hace que la solución de esta sea incorrecta.

De este modo, habiendo clasificado las dificultades que presentan los estudiantes en el uso de la probabilidad, se encuentra la clasificación y la descripción mediante un diagrama estadístico para mostrar las dificultades que cometieron los estudiantes según la probabilidad de acuerdo a las valoraciones propuestas en la tabla 4 (pág. 44, capítulo 4).

RESPUESTAS PROBABILIDAD.	
Completa y correcta.	0
Casi completa y correcta.	0
Dirección correcta.	0
Algo del trabajo es correcto.	0
Errónea o sin sentido.	5 Estudiantes.

Ilustración 4. Respuesta probabilidad.

4.2. Análisis cualitativo de los datos

Habiendo alcanzado uno de los objetivos, se procede a realizar el análisis cualitativo de las dificultades que presentaron los estudiantes en el uso de la distribución binomial. Para ello se tendrá en cuenta la configuración epistémica planteada en la tabla 2 (cap.3, pag.37); y las respuestas esperadas de cada una de las preguntas planteadas en la tabla 3 (cap.3, pag.41). El análisis se desarrolla con la participación de 6 estudiantes universitarios, las cuales han sido escogidas sin ninguna preferencia.

En el cuestionario que fue aplicado a los estudiantes, se pretende que ellos den respuesta a las preguntas planteadas donde deberán aplicar la distribución binomial (combinatoria, probabilidad, distribución binomial); y argumentar sus respuestas por medio de procesos matemáticos desarrollados para llegar a la respuesta pedida.

A continuación, se muestra cada una de las preguntas con su respectivo objetivo y la respuesta que se espera que los estudiantes den. Y seguidamente se citara algunos comentarios de acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes.

4.2.1. Análisis pregunta distribución binomial.

Estudiante E1.

Objetivo: determinar si el estudiante identifica el uso de la distribución binomial en la solución de la situación dada.

4. En un juego de interse des el 5% de los jugadores salen lesionados, determinar la probabilidad de que en 35 jugadores, 15 salgan lesionados.

The image shows a student's handwritten work on a grid background. The student has written the binomial distribution formula: $B(n; p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$. Below this, they substitute the values for the problem: $B(35; 0,05) = \binom{35}{15} (0,05)^{15} (0,95)^{35-15}$. They then calculate the binomial coefficient: $\binom{35}{15} = \frac{35!}{(35-15)!15!}$. Next, they calculate the probability: $B(35; 0,05) = \frac{35!}{(2,43)(1,30)} (1,06985)$. They then simplify the expression: $B(35; 0,05) = \frac{1,033}{3,159} (1,06985)$. Finally, they arrive at the result: $B(35; 0,05) = (0,33)(1,06985) = 0,35$. A note on the right side of the work says: "La Probabilidad es de 0,35."

El estudiante identifica el uso de la distribución binomial, donde encuentra los parámetros **n, x, p, q**; para después reemplazarlo en la fórmula pero al momento de realizar el proceso matemático, el estudiante no sabe ubicar el resultado de encontrar un factorial, es decir el estudiante realiza el siguiente

proceso: $35! = 1.033$ y deja por fuera los demás números que los acompaña siendo este del resultado al resolver el factorial como se ve a continuación:

$$35! = 1.033 \times 10^{40} \neq 35! = 1.033.$$

$$(35 - 15)! = 2.432 \times 10^{18} \neq (35 - 15)! = 2.43.$$

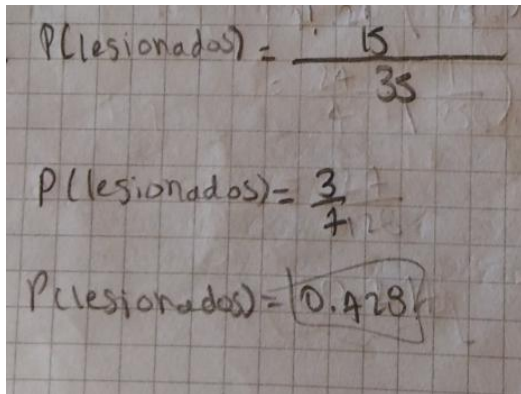
$$15! = 1.307 \times 10^{12} \neq 15! = 1.30.$$

Debido a este proceso erróneo, aunque el estudiante identifica el uso de la propiedad que es la combinatoria, la respuesta dada no es la adecuada debido a que al momento de ir dando solución a la pregunta y no ubicar bien los resultados de las operaciones realizadas esto hace que los resultados cambien.

Estudiantes E2, y E5.

Objetivo: determinar si el estudiante identifica el uso de la distribución binomial en la solución de la situación dada.

5. En un juego de intersedes el 5% de los jugadores salen lesionados, determinar la probabilidad de que en 35 jugadores, 15 salgan lesionados.



$$P(\text{lesionados}) = \frac{15}{35}$$

$$P(\text{lesionados}) = \frac{3}{4}$$

$$P(\text{lesionados}) = 0.428$$

Los dos estudiantes no identifican la aplicación de la distribución binomial; es decir no reconocen dentro de la pregunta los elementos que se le están dando para reemplazar en la fórmula como lo son: n , p , q , x ; (conceptos- definiciones). Los estudiantes reconocen que hay que hallar una probabilidad pero no sabe

diferenciar entre la probabilidad que se le pide cuando se habla de las distribución binomial, con la probabilidad cuando se debe hacer uso de la regla de Laplace; como se puede ver en la figura.

4.2.2. Análisis pregunta combinatoria.

Estudiante E1.

Objetivo: indagar el conocimiento sobre la combinatoria, en los estudiantes en la aplicación de dicho concepto en la solución de una situación problema.

3. Como preparación a los juegos, los siguientes equipos de voleibol femenino (Norte del Cauca, Zarzal, Buenaventura, y Tuluá), deciden realizar un torneo amistoso. ¿encuentra cuántos partidos se jugaran en el torneo de preparación?

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$n=4 \quad r=4 \quad n=r \rightarrow n!$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ Partidos}$$

El estudiante no realiza el proceso completo para llegar al resultado, solo se queda en encontrar a **4!**, justificando este como respuesta a la pregunta planteada, y dejando a un lado los otros datos para

encontrar el resultado esperado, (Procedimiento).

4.2.3. Análisis pregunta probabilidad.

Estudiante E1, E2, E3, E4, E5, E6.

Objetivo: identificar si el estudiante aplica la probabilidad en una situación problema de una forma adecuada.

1. En las eliminatorias en la modalidad de fútbol masculino, se enfrentaron todas las sedes regionales pertenecientes a la Universidad del Valle, en la cual clasificaron Norte del Cauca con 9 puntos, Palmira con 6 puntos, y Pacífico con 6 puntos. ¿Cuál es la probabilidad que Norte del Cauca gane el campeonato, si se asume que los tres equipos tienen las mismas oportunidades, habilidades y destrezas deportivas?

1. Norte del Cauca 9 puntos
Palmira 6 puntos
Pacífico 6 puntos

$$P(X=1) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$B = (1, \frac{1}{3})$$

$$B = (1, \frac{1}{3}) = \binom{9}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{9-1}$$

$$= \frac{9!}{(1!) \cdot (8!)} \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8$$

$$= \frac{9!}{(1!) \cdot 1!} \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{256}{6561}\right)$$

$$= \frac{9 \cdot 1!}{1! \cdot 1!} \cdot \left(\frac{256}{19683}\right)$$

$$= \frac{9 \cdot 256}{19683}$$

$$= \frac{2304}{19683}$$

$$= \frac{256}{2187}$$

$$= 0.117$$

Probabilidad de que el Norte del Cauca gane el campeonato.

Los estudiantes no identifican el uso de la probabilidad con el uso de la regla de Laplace; sino que el confunde esta con la probabilidad que se encuentra con la aplicación de la distribución binomial, es decir que ellos no saben reconocer el momento en que se debe aplicar alguna de estas dos probabilidades. (Conceptos – definiciones).

Después de haber realizado las dos etapas de análisis (cualitativo), se encuentro que los estudiantes presentan algunas dificultades al momento de aplicar la distribución binomial, en la cual con esto se alcanzó uno de los objetivos propuestos para el desarrollo del estudio; de este modo otro de los objetivos que se plantearon era comparar las dificultades que presentaban los estudiantes de la licenciatura.

Capítulo 5. Conclusión

Partiendo del marco teórico planteado para el desarrollo del presente trabajo el cual hace parte el enfoque Ontosemiótico se encontró que las dificultades que presentaron los estudiantes se centraron en los elementos primarios de (definición-concepto, y procedimientos); las dificultades son:

- ❖ Los estudiantes no interpretan los datos dados en la situación a resolver; el cual hace que no identifiquen el uso de algunos parámetros de la distribución binomial.
- ❖ Dificultad en entender la combinatoria cuando utilizan el factorial
- ❖ Confunden la probabilidad de la regla de Laplace con la probabilidad de la distribución binomial.

Siendo así, durante el análisis del cuestionarios se encontró que algunas de las respuestas que daban los estudiantes ellos realizaban sus respectivos procesos matemáticos para dar solución a la pregunta, en la cual esto es muy importante dentro del estudio puesto que se evidencia los seis elementos primarios que hacen parte del enfoque Ontosemiótico (la argumentación, los procedimientos, el lenguaje, las definiciones y las situaciones problemas) y del marco teórico; del mismo modo se evidenció que aunque algunos de los estudiantes realizan los procesos adecuadamente, otros si presentaron dificultades en torno al uso de los conceptos de la distribución binomial. Siendo así y de acuerdo a los resultados obtenidos en el análisis se puede concluir que los estudiantes si presentan dificultades a la hora de solucionar una situación problema; en este caso se encontraron dificultades como en procedimientos matemáticos, en interpretación de las preguntas, y principalmente en identificar el uso de la distribución en las preguntas planteadas en el cuestionario.

Ahora, dando respuesta al primer objetivo específico planteado para el desarrollo del estudio, se encontró que los estudiantes si presentan dificultades en el uso de la distribución como por ejemplo (la probabilidad y la identificación del uso de la distribución binomial, es decir su fórmula). En un primer momento se encontró que algunas de las causas de la dificultad parten de que los estudiantes no interpretan bien los datos dados en las preguntas, del mismo modo a los procedimientos matemáticos realizados para la solución a las preguntas planteadas en el cuestionario; y en un segundo momento se debe a que ellos no identifican el uso de las propiedades para dar respuesta al cuestionario.

La población mostró diversas dificultades ante el concepto, puesto que aunque la distribución binomial se deben tener en cuenta unos pasos a seguir para la solución de una situación dicotómica, puede llegar a quedar ante el estudiante como una herramienta sin propósito. Esto puede llegar a ser causa a la falta de apropiación del tema por parte del estudiante, pero esto no es solo un problema de las distribuciones de probabilidad también es en parte por cómo se maneja la estadística en general en instituciones educativas, y aunque como se presentó en el marco teórico la distribución binomial tiene un largo recorrido histórico y lo útil que es pero aun así se sigue sin saber cómo se maneja.

Bibliografía

- Alvarado, H. & Batanero, C. (2007). *Dificultades de comprensión de la aproximación normal a la distribución binomial*.
<http://funes.uniandes.edu.co/3476/1/Alvarado2007DificultadesNumeros67.pdf>.
- Batanero, C. (2000). *¿Hacia dónde va la educación estadística?*
https://www.researchgate.net/profile/Carmen_Batanero/publication/255738435_Hacia_donde_va_la_educacion_estadistica/links/00b495209e17d7ad35000000.pdf
- Batanero, C. (2006). *Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo*. Recuperado el 07 de julio de 2019. Disponible en:
<http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/ConferenciaThales2006.pdf>.
- Batanero, C. Green, DR. Serrano, LR. (1998). *Randomness, its meanings and educational implications*. <file:///C:/Users/home/Downloads/Randomness.pdf>.
- Canavos, G. (1998). *Probabilidad y Estadística. Aplicaciones y Métodos*. México. Mc Graw Hill.
- Cubides, K.; & Rosada, L. (2011). *Dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central*. (Tesis de pregrado). Universidad del valle, Santiago de Cali.
- Chocué, D.; & Paz, S. (2018). *Dificultades y errores que presentan estudiantes de grado noveno al resolver situaciones problema que involucran la media aritmética*. (Tesis de pregrado). Universidad del valle.
- De Bock, V. Janssens, D. & Verschaffel. (2003). *the illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning*.
https://www.researchgate.net/profile/Dirk_Bock2/publication/227230872_The_Illusion_of_Linearity_Expanding_the_evidence_towards_probabilistic_reasoning/links/5745950e08ae298

602f9901c/The-Illusion-of-Linearity-Expanding-the-evidence-towards-probabilistic-reasoning.pdf.

EAS Sanchez, JI García, M Medina. (2014). *Niveles de razonamiento y abstracción de estudiantes de secundaria y bachillerato en una situación-problema de probabilidad*. <file:///C:/Users/home/Downloads/90-Texto%20del%20art%C3%ADculo-401-1-10-20141031.pdf>.

García, G. Medina, M. & Sánchez, E, A. (2014). *Niveles de razonamiento de estudiantes de secundaria y bachillerato en una situación - problema de probabilidad*. Retrieved from <https://www.aiem.es/index.php/aiem/article/view/90/36>.

Garcilazo, J. (2011). *El estudio de casos como estrategia de investigación aplicada a las organizaciones*. III Jornadas de Administración del NEA y I Encuentro Internacional de Administración de la Región, Jesuítico, Guaraní.
[https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/31049906/GARCILAZO.pdf?response-contentdisposition=inline%3B%20filename%3DEl estudio de casos como estrategia d e i.pdf&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A%2F20190908%2Fus-east-1%2Fs3%2Faws4_request&X-Amz-Date=20190908T154555Z&X-Amz-Expires=3600&X-Amz-SignedHeaders=host&X-Amz-Signature=2bf3da961f2be5bfaff61476c4ad2b3c1440dd2e7eec445b998baf7dfbceb46e](https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/31049906/GARCILAZO.pdf?response-contentdisposition=inline%3B%20filename%3DEl+estudio+de+casos+como+estrategia+d+e+i.pdf&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A%2F20190908%2Fus-east-1%2Fs3%2Faws4_request&X-Amz-Date=20190908T154555Z&X-Amz-Expires=3600&X-Amz-SignedHeaders=host&X-Amz-Signature=2bf3da961f2be5bfaff61476c4ad2b3c1440dd2e7eec445b998baf7dfbceb46e)

Galicía, S. Salazar, A & Sánchez, E. (2013). *Niveles de razonamiento frente a problemas binomiales*. [file:///C:/Users/home/Downloads/Dialnet-NivelesDeRazonamientoFrenteAProblemasBinomiales-5487238%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/home/Downloads/Dialnet-NivelesDeRazonamientoFrenteAProblemasBinomiales-5487238%20(2).pdf).

García, J. Arredondo, E. Márquez, M. (2018). *Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes de bachillerato con apoyo de tecnología*.

https://www.researchgate.net/profile/Jaime_Garcia-Garcia/publication/330079671_Desarrollo_de_la_nocion_de_distribucion_binomial_en_e

[estudiantes de bachillerato con apoyo de tecnologia/links/5c2c288892851c22a3543a03/Desarrollo-de-la-nocion-de-distribucion-binomial-en-estudiantes-de-bachillerato-con-apoyo-de-tecnologia.pdf](https://www.repositorio.udec.edu.co/handle/document/5c2c288892851c22a3543a03/Desarrollo-de-la-nocion-de-distribucion-binomial-en-estudiantes-de-bachillerato-con-apoyo-de-tecnologia.pdf)

González, D.; & Oliveros, D. (2016). *Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes universitarios*. (Tesis de pregrado). Universidad distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.

Godino, J. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Granada: Universidad de Granada.

Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. y Lurduy, O. (2009). *Sistemas de prácticas y configuraciones de objetos y procesos como herramientas para el análisis semiótico en educación matemática*. Recuperado de:
http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sistemas%20semioticos_%2024junio2009.pdf

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de
<http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

Maxara, C. Biehler. (2010). Students' understanding and reasoning about sample size and the law of large numbers after a computer-intensive introductory course on stochastics".
http://icots.info/icots/8/cd/pdfs/invited/ICOTS8_3C2_MAXARA.pdf.

Martínez, M. & Belloch, M. (sf). *La distribución binomial*. Recuperado el 25 de junio del 2019. Universidad politécnica de valencia.

Pinto, J. E. (2010). En J. E. S., *Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación*. (pág. 166). Salamanca.

Ramírez, S. W. (2007). *Manual: Teoría de las probabilidades*. Retrieved from
<https://ebookcentral.proquest.com>.

Rodríguez, M. (2006). *Estudio teórico y experimental sobre las dificultades, en la comprensión del contraste de hipótesis en estudiantes universitarios*. Universidad nacional del río cuarto. Córdoba, Argentina.

Socas. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria*. Rico, L. y otros: La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Barcel.

Vilca, M. (2015). *Tipificación de los errores que se presentan al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados*. (Tesis de posgrado). Pontifica universidad católica del Perú.

Anexos.

Cuestionario:



Nombre: _____

Carrera: _____ Semestre: _____

Los juegos intersedes del sistema de regionalización de la Universidad del Valle, reúne a sus distintas sedes regionales (Buenaventura, Buga, Caicedonia, Palmira, Tuluá, Yumbo, Cartago, Norte del cauca, y Zarzal), con la finalidad de brindar un espacio propicio para que los deportistas brinde lo mejor de sus talento en diferentes disciplinas.

1. En las eliminatorias en la modalidad de fútbol masculino, se enfrentaron todas las sedes regionales pertenecientes a la Universidad del Valle, en la cual clasificaron Norte del Cauca con 9 puntos, Palmira con 6 puntos, y Pacífico con 6 puntos. ¿Cuál es la probabilidad que Norte del Cauca gane el campeonato, asumiendo que los tres pueden ganar ya que tienen las mismas destrezas?
2. En el juego intersedes se cuentan con nueve sedes regionales, ¿De cuántas maneras puedo organizar grupos de tres equipos cada uno para comenzar la primera ronda del campeonato en la modalidad de fútbol femenino?
3. Como preparación a los juegos, los siguientes equipos de voleibol femenino (Norte del Cauca, Zarzal, Buenaventura, y Tuluá), deciden realizar un torneo amistoso. ¿encuentra cuántos partidos se jugarán en el torneo de preparación?
4. En la modalidad de baloncesto femenino, clasificaron a la final las Sedes Buga, Caicedonia, Tuluá, y Zarzal, y ellos deben jugar todos contra todos ¿Cuántos formas diferentes pueden jugar los equipos si se enfrentan todos contra todos?
5. En un juego intersede el 5% de los jugadores salen lesionados, determinar la probabilidad de que en 35 jugadores, 15 salgan lesionados.