

CARACTERIZACIÓN MECÁNICA Y DINÁMICA DEL ROBOT SCARA UV-CERMA

ANDRÉS FELIPE MORALES GIRALDO

Universidad Del Valle
Facultad de ingeniería
Escuela de ingeniería Mecánica
Santiago de Cali
2014

CARACTERIZACIÓN MECÁNICA Y DINÁMICA DEL ROBOT SCARA UV-CERMA

ANDRÉS FELIPE MORALES GIRALDO

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Mecánico

Director

JOSÉ TOMAS BUITRAGO MOLINA, M.SC.

Universidad Del Valle
Facultad de ingeniería
Escuela de ingeniería Mecánica
Santiago de Cali
2014

Nota de Aceptación

Se aprueba el siguiente Trabajo de Grado en cumplimiento de los Requisitos expedidos por la institución para optar al título de:

INGENIERO MECÁNICO

Director

Jurado

Jurado

Santiago de Cali, Enero de 2014

DEDICATORIA

Esto es para la persona más especial de mi vida, con su apoyo incondicional y con tanto sufrimiento logró crear en mí un nuevo profesional al servicio de la sociedad y desarrollo del país. Señora Luz Marina Giraldo esta alegría es por ti.

AGRADECIMINETOS

A la Universidad del Valle y la Escuela de Ingeniería Mecánica, que durante estos años hicieron que me convirtiera de un adolescente a todo un profesional. A mis compañeros de la U, incluyendo a los de la piscina en donde encontré más que unos amigos, una familia. A los profesores y mi director por haberme transmitido su sabiduría y conocimiento, y a todas las personas que hicieron posible este sueño, incluyendo mi novia y mis familiares que siempre me dieron el apoyo. Gracias.

CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN.....	13
1.1	DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	13
1.1.1	MARCO TEÓRICO.....	14
2	ANTECEDENTES.....	14
3	DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ROBÓTICO	16
3.1	RANGO DE ARTICULACIONES Y VOLUMEN DE TRABAJO	18
4	OBJETIVOS.....	20
4.1	GENERAL	20
4.2	ESPECÍFICOS	20
5	MODELOS CINEMÁTICOS Y DINÁMICOS	20
5.1	INTRODUCCIÓN.....	20
5.2	CINEMÁTICA.....	21
5.2.1	Mediante matrices de transformación	21
5.2.2	Algoritmo de Denavit-Hartenberg	21
5.2.3	Cinemática inversa	23
5.3	MODELOS DIFERENCIALES	24
5.3.1	Jacobiana analítica.	24
5.3.2	Jacobiana geométrica.....	26
5.3.3	Jacobiana inversa.....	27
5.4	MODELO DINÁMICO	27
5.4.1	Método de Lagrange	28
5.4.2	Método Newton- Euler.....	29
6	CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE LOS MOTORES	32
6.1	INTRODUCCIÓN.....	32
6.1.1	Prueba 1: Comportamiento cinemático en vacío.....	32
6.1.2	Caracterización Motor 1.....	34
6.1.3	Caracterización Motores 2 y 3	35
6.1.4	Caracterización Motor 4.....	37

7	COMPORTAMIENTO MECÁNICO EN LA ESTRUCTURA.....	39
7.1	INTRODUCCIÓN.....	39
7.2	ESFUERZOS EN LA ESTRUCTURA	39
7.2.1	Análisis en la bancada.....	41
7.2.2	Análisis en el eslabón 1.	43
7.2.3	Análisis en el eslabón 2.	46
7.2.4	Análisis en el eslabones 3 y 4.....	49
7.2.5	Análisis de esfuerzos en el armado del robot.	51
8	ESTRATEGIA DE CONTROL.....	52
8.1	INTRODUCCIÓN.....	52
8.2	CONTROL CINEMÁTICO.....	52
8.2.1	Trayectorias Continuas.....	53
8.3	CONTROL DINÁMICO	55
8.3.1	Control Monoarticular	56
9	PRUEBAS A REALIZAR CON EL ROBOT.....	58
9.1	INTRODUCCIÓN.....	58
9.2	PRUEBAS, GUÍAS Y EXPERIMENTOS A REALIZAR.....	59
9.2.1	Prueba 1: Morfología del robot	59
9.2.2	Prueba 2: Modelos cinemáticos.....	60
9.2.3	Prueba 3: Posicionamiento, rangos y volumen de trabajo.	60
9.2.4	Prueba 4: Análisis diferencial. Velocidades y configuraciones singulares... 61	
9.2.5	Prueba 5: Dinámica del robot.	61
10	CONCLUSIONES.....	62
11	TRABAJOS FUTUROS	63
12	BIBLIOGRAFÍA.....	64
13	ANEXOS	66
13.1	ANEXO 1: DESPIECE DE LOS ESLABONES.....	66
13.2	ANEXO 2: RANGO DE ARTICULACIONES	66
13.3	ANEXO 3: CÓDIGOS EN MATLAB DE LOS ANÁLISIS CINEMÁTICOS	67

13.3.1	main.	68
13.3.2	Parámetros.....	70
13.3.3	matriz_trans_DH_radianes	70
13.3.4	jacobiana_geometrica.....	70
13.3.5	jacobiana_analitica	71
13.3.6	newtow_euler	71
13.3.7	lagrange	72
13.3.8	control_cinematico.....	74
13.3.9	inversa_geometrica	75
13.3.10	i_cubico.....	75
13.4	ANEXO 4: COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LOS ESLABONES 3 Y 4	76

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Trabajos relacionados con el Robot UV-Cerma	15
Tabla 2. Designación y tipo de junta	17
Tabla 3. Relación de transmisión de tres de los 4 grados de libertad.....	17
Tabla 4. Características del mecanismo en la junta prismática.	18
Tabla 5. Rango de articulaciones.....	18
Tabla 6. Parámetros D-H.	21
Tabla 7. Características geométricas de los eslabones.	28
Tabla 8. Velocidades máximas de articulaciones.....	29
Tabla 9. Características de sistema del tornillo sinfín.	30
Tabla 10. Cuadro comparativo de características entre motores	35
Tabla 11. Características de los motores 2 y 3.	36
Tabla 12. Propiedades mecánicas del aluminio a utilizar	40
Tabla 13. Detalles de la interpolación polinómica de tercer grado de una posición articular en un periodo de tiempo	54
Tabla 14. Modelo dinámico ampliado incluyendo efectos viscosos y del mecanismo de reducción.....	56
Tabla 15. Pulsos dados por encoder de extremo a extremo de la eslabón 1 para hallar rango de articulación	66
Tabla 16. Pulsos dados por encoder de extremo a extremo de la eslabón 2 para hallar rango de articulación	67
Tabla 17. Pulsos dados por encoder de extremo a extremo de la eslabón 3 para hallar rango de articulación	67

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Robot Scara UV-Cerma	16
Figura 2. Vista superior del volumen de trabajo	19
Figura 3. Isométrico del volumen de trabajo.	19
Figura 4. Parámetros D-H ilustrados en el robot.	22
Figura 5. Vector posición respecto al primer sistema de coordenada.	23
Figura 6. Vista superior con el fin de encontrar relaciones trigonométricas.....	24
Figura 7. Vector con velocidades máximas lineales y angulares del extremo del robot. Imagen tomada del algoritmo.....	26
Figura 8. Sistema del tornillo sinfín de la articulación prismática.....	30
Figura 9. Diagrama esquemático para medición de parámetros de un motor DC	32
Figura 10. Esquema de prueba para encontrar el comportamiento cinemático del motor sin carga bajo a diferentes niveles de potencial.	33
Figura 11. Diagrama de bloques general para un motor dc sin carga.	33
Figura 12. Reemplazo y ensamble del motor 1.....	34
Figura 13. Comportamiento cinemático del motor 1 (nuevo).....	35
Figura 14. Respuesta cinemática de los motores 2 y 3 en vacío.....	36
Figura 15. Respuesta simulada de los motores 2 y 3 en comparación con las repuestas reales.....	37
Figura 16. Acople del motor 4 a reductor y encoder. Configuración interna del reductor..	38
Figura 17. Comportamiento cinemático del motor 2 en vacío.....	38
Figura 18. Eliminación de detalles para homogeneidad en malla.....	40
Figura 19. Problema estático en la mayoría de los casos.	41
Figura 20. El problema estático cambió ya que las posiciones articulares cambian.....	41
Figura 21. Comportamiento de los esfuerzos equivalente (Vom Misses)	42
Figura 22. Deformaciones causadas por la carga.	43
Figura 23. Comportamiento de los esfuerzos equivalentes (Vom Mises), Eslabón 1	43
Figura 24. Comportamiento de los esfuerzos equivalentes, eslabón 1 por parte inferior..	44
Figura 25. Deformaciones totales en el eslabón 1.	45

Figura 26. Deformaciones en la dirección vertical del eslabón 1.....	45
Figura 27. Eslabón 1 sometido a torsión por eslabón 2.....	46
Figura 28. Comportamiento de los esfuerzos equivalentes en el eslabón 2, isométrico 1	47
Figura 29. Comportamiento de los esfuerzos equivalentes en el eslabón 2, isométrico 2.	47
Figura 30. Deformaciones totales en eslabón 2.	48
Figura 31. Deformaciones en la dirección vertical del eslabón 2.....	48
Figura 32. Esfuerzo de los eslabones 3 y 4, en un posición determinada.	50
Figura 33. Distribución de esfuerzos en el tornillo a bolas.	50
Figura 34. Comportamiento mecánico de los esfuerzos equivalentes en el armado del robot	51
Figura 35. Diferentes trayectorias articulares para el robot Scara, a) movimiento eje a eje, b) movimiento simultáneo de ejes, c) trayectorias coordinadas d) trayectorias continuas.	53
Figura 36. Control cinemático, interpolación lineal de la posiciones articulares del robot.	55
Figura 37. Diagrama de bloques que representa el comportamiento dinámico de una articulación con mecanismo de reducción.....	57
Figura 38. Control típico de un motor DC adaptado a la articulación de un robot.....	58
Figura 39. Esquema del sistema de control.	58
Figura 40. Despieces de todos los eslabones.....	66
Figura 41. Esquema de paternidad en los algoritmos utilizados.....	68
Figura 42. Análisis de elementos finitos de los eslabones 3 y 4 en la posición media.....	76
Figura 43. Análisis de elementos finitos de los eslabones 3 y 4 en la posición superior...	77

RESUMEN

En este trabajo se presenta el moldeamiento cinemático y dinámico que se le realizó al robot UV-CERMA con el fin de dar apoyo para la realización del control de este, ya que se encontraba sin utilización porque el sistema de control estaba dañado. El objetivo del proyecto general es realizar un ambiente de experimentación en robótica industrial de manera remota, para ayudar en la educación de los conocimientos teóricos adquiridos, por lo que también se presentan en este trabajo un análisis al sistema mecánico como la estructura, la características de los motores, la toma de una buena estrategia de control; y la definición una serie de pruebas o experimentos a realizar para soportar los conocimientos teóricos relacionados con la cinemática y dinámica del robot.

Palabras clave: robot, SCARA, modelamiento, efector final, educación remota.

1 INTRODUCCIÓN

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

El proyecto tiene como objetivo realizar o implementar los modelos cinemáticos y dinámicos de la plataforma robótica UV-Cerma que actualmente está en la escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad del Valle. Esto se hace con el fin de tener los parámetros necesarios para el control del robot y para que sirva como guía a los próximos investigadores a realizar pruebas en la plataforma.

Este proyecto particular se deriva o hace parte de un proyecto general llamado “Conformación de un ambiente para la experimentación en robótica industrial, de apoyo para la educación remota en ingeniería” [1], el cual fue aprobado por la Vicerrectoría de Investigaciones y pretende realizar una investigación en el campo de la experimentación de la robótica industrial, adaptada a los ambientes de acceso remoto a través de las tecnologías de la información y la comunicación. De este proyecto general se deriva otro proyecto que busca tener la interfaz gráfica, el análisis y el acondicionamiento de señales por medio de una tarjeta de adquisición de datos.

Entre los objetivos específicos se tienen la caracterización mecánica de la estructura desde el punto de vista de la resistencia de materiales, la caracterización dinámica de los motores, la realización de los análisis cinemáticos y dinámicos, y obtener la estrategia de control que se adapte a los requerimientos de la experimentación en robótica industrial. Como resultados al realizar los objetivos específicos están, los modelos cinemáticos y dinámicos, la caracterización de estructura del robot, el mantenimiento mecánico, un artículo o publicación en una revista tipo B o C y las guías de experimentación.

Es importante aclarar que el proyecto es visto como nodo a futuro para que sirva en nuevos proyectos de investigación, como lo son celdas de manufactura flexible, teoría y práctica de control numérico, máquinas herramientas de baja gama y control vía internet.

1.1.1 MARCO TEÓRICO

El buen entendimiento y el desarrollo de aplicaciones de la robótica están condicionados al conocimiento de diversas disciplinas entre las que se destacan la ingeniería eléctrica, la ingeniería mecánica, la ingeniería industrial, las ciencias computacionales y las matemáticas [2].

Las herramientas matemáticas y los métodos para realizar los diversos modelos serán las mismas que se enseñan en el curso de robótica de la Universidad del Valle como los son los métodos por matrices de transformación homogénea, cuaternios, modelos diferenciales por medio del Jacobiano, formulación de Lagrange, algoritmo Newton-Euler, entre otros. Estos modelos se validarán mediante una serie de pruebas (experimentación) que se realizarán en el proyecto paralelo que busca el control del robot. También se realizara la ingeniería inversa para dar un estimado de lo que pretendía el diseñador con la estructura del robot basado en los fundamentos del diseño mecánico y la resistencia de materiales.

2 ANTECEDENTES

La plataforma robótica UV-Cerma ha servido para diferentes investigaciones en los campos de simulación, control y metodologías para seleccionar trayectorias. Se ha realizado un proyecto en el que se modeló dinámicamente el robot bajo estrategias convencionales que normalmente son utilizadas en la robótica en las cuales se desarrollaron suposiciones alejando el modelo con el sistema real [3]. También se realizaron proyectos con el fin de buscar metodología para el seguimiento de trayectorias[4], ingeniería de mando, que buscaba encontrar las funciones básicas necesarias para poner nuevamente en funcionamiento el robot [5] y por último se encuentra un simulador en el que se hacía una descripción de los elementos que intervienen en la creación de una simulación para el robot [6]. La siguiente tabla ayuda a visualizar los trabajos relacionados con el robot UV-Cerma y ubicarlos en el tiempo.

Tabla 1 Trabajos relacionados con el Robot UV-Cerma

Titulo	Autor	Año	Descripción
Modelo dinámico del robot Univalle-Cerma	J. T. Buitrago Molina	1999	Modelamiento dinámicos bajo simplificaciones
Metodología para el Seguimiento de Trayectorias Predefinidas en el Desplazamiento de Robots	C. R. Pinedo Jaramillo	1998	Buscaba el procedimiento para el seguimiento de las trayectorias
Ingeniería de mando y control para el movimiento del robot Scara Univalle-Cerma	J. E. Gallego Caviedes y A. Goenaga Jimenez	2001	Control básico que puso al robot en funcionamiento
UVCermaSimulador: Simulador del Robot UVCERMA	C. R. Chamorro	2001	Simulador 3d que ilustra el funcionamiento del robot
Conformación De Una Plataforma Virtual Para El Mando Local Y Remoto De Un Brazo Robótico De Apoyo Para La Educación En Ingeniería	J.S. Carvajal Guerrero y C.A. Zapata Castillo	2013	Proyecto paralelo que busca el control del robot
Caracterización Mecánica y Dinámica del Robot Scara UV-Cerma	A.F. Morales	2014	Proyecto actual

En el marco internacional, se está trabajando en el control de procesos a través de internet, por lo cual hay un campo para la educación remota en ingeniería. Inicialmente se encuentran los Webots o Telerobots desarrollados en la Universidad de Western [7] donde se podían crear, diseñar y simular ambientes para pequeños robots, esto mejorado después en [8], para que desarrollaran tareas cooperativamente.

Una variante de los laboratorios remotos que se ha venido implementando es el uso de laboratorios virtuales en robótica y que funcionan como herramienta flexibles para estudiar y analizar la cinemática de los robots [9]. Otros ejemplos son: el de la Universidad de Banjaluka en la que se realizó el control de manera remota por medio del internet de un brazo de un solo grado de libertad con recursos limitados [10], también en el Colegio de Ingeniería Industrial de Barcelona, donde se construyó un laboratorio remoto con fines educativos y al igual que en el presente trabajo, se realizó sobre una plataforma que estaban inactiva [11], como también lo hacen en la Universidad de Zagreb, Croacia, la cual tiene un laboratorios que por medio de internet se controla una plataforma robótica con el fin de definir trayectorias[12]. Uno de los grandes estudios fue realizado por miembros de la IEEE, los cuales observaron los resultados de tres grupos de alumnos

que realizaron experimentación en robótica para fortalecer sus conocimientos teóricos. El primer grupo realizó la experimentación con el robot físico, el segundo grupo, lo hizo por medio de simulaciones sobre el modelado 3d y el tercer grupo, realizó la experimentación por medio de una cámara instalada en el laboratorio, los resultados que se obtuvieron no presentaron una gran desviación estándar siendo mejores en el primer grupo donde trabajo con el robot real. El tercer grupo tuvo ventajas con respecto al grupo que trabajo con la simulación debido a que al ver el robot real gracias a una cámara puede dimensionarse lo que está sucediendo y tiene la ventaja con respecto al primero de que no es necesario estar presente en laboratorio ahorrando recursos que muchas veces son escasos para estudiantes [13]. Otro estudio importante es el de Universidad del Sureste, Nanjing, el cual analizó la mejor arquitectura para la red en robótica industrial [14], facilitando próximas plataformas que se puedan manejar de manera remota.

3 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ROBÓTICO

La plataforma consiste en un robot tipo Scara llamado UV-Cerma. Esta posee todas sus partes estructurales y elementos de maquinaria, también cuenta con los actuadores (motores eléctricos), el sistema de potencia y los sistemas de realimentación.

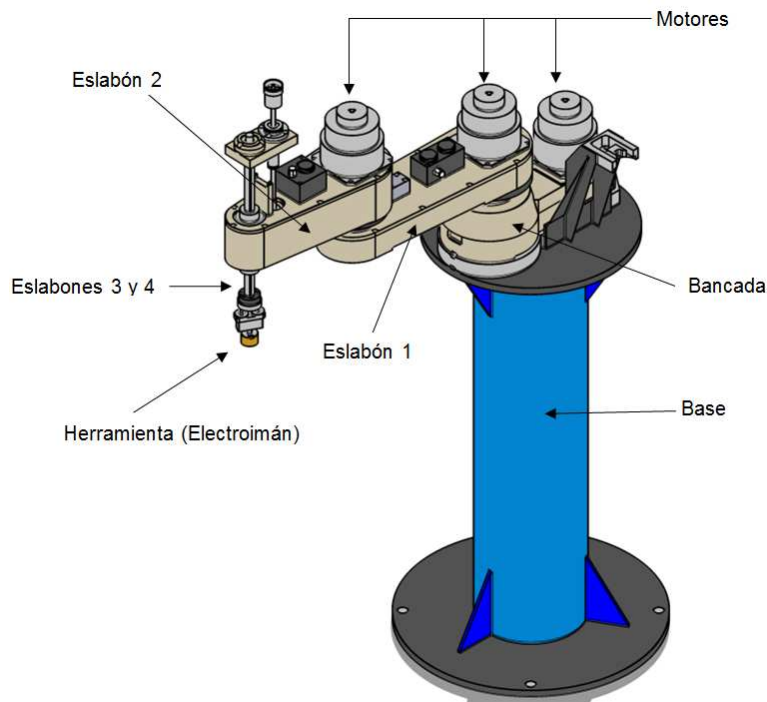


Figura 1. Robot Scara UV-Cerma

El robot posee cuatro grados de libertad, es un mecanismo de lazo abierto y cuenta con cuatro eslabones y cuatro juntas las cuales 3 de ellas son de tipo revoluta y la otra prismática, lo cual permite que el robot sea bastante versátil en el plano y robusto él en eje vertical. En Tabla 3 se denominan las juntas y se muestra de qué tipo son.

Tabla 2. Designación y tipo de junta

Junta	Descripción	Tipo
1	Entre bancada y eslabón 1	Revoluta
2	Entre eslabón 1 y 2	Revoluta
3	Entre eslabón 2 y 3	Prismática
4	Entre eslabón 3 y 4	Revoluta

Para el estudio tanto, de la estructura, como los diferentes mecanismos internos que el robot posee, se realizó un levantamiento de parámetros geométricos además de un modelo en tres dimensiones que facilite la experimentación a los siguientes investigadores. Estos parámetros arrojaron resultados necesarios para los diferentes modelos cinemáticos y dinámicos, además se conoció la estructura interna del robot obteniendo la relación de transmisión en cada uno de los eslabones del robot como se puede ver la Tabla 3. Esta relación viene dada por la configuración del tren de engranajes en cada uno de los eslabones (ver anexo 1).

Tabla 3. Relación de transmisión de tres de los 4 grados de libertad.

Eslabón	Relación de transmisión de torque
Eslabón 1	79,799
Eslabón 2	76,502
Eslabón 4	73,491

En cuanto al mecanismo del eslabón prismático (eslabón 3), es de tipo tornillo sinfín, lo cual permite convertir un movimiento rotacional del motor 3 en un movimiento lineal pasando por una relación de transmisión. El factor de conversión para el mecanismo sinfín se puede ver en Tabla 4.

Tabla 4. Características del mecanismo en la junta prismática.

Eslabón 3	
Relación de transmisión de torque	1,615
Paso del tornillo	0,5 pulgadas
Velocidad lineal resultante	$v = \frac{1}{1,615} * 12.75 \frac{mm}{rev} * RPM_{motor}$

3.1 RANGO DE ARTICULACIONES Y VOLUMEN DE TRABAJO

Los rangos de las articulaciones permitirán saber cuál es el volumen de trabajo lo cual es importante ya que el robot solo podrá realizar acciones dentro de este espacio. Como se dijo anteriormente, el área de trabajo en el plano horizontal es función de los dos primeros grados de libertad mientras que en la dirección vertical (eje z de acuerdo con el sistema de referencia 0) solo dependerá de la junta prismática. Para conocer los valores que pueden tomar las juntas se realizó una inspección visual de los grados o distancia que abarcaría estas juntas, luego se realizó una medición de los pulsos del encoder cuando se llevaba la articulación de un extremo a otro y conociendo los pulsos por revolución del encoder (ver Anexo 2), y con una relación de transmisión se puede determinar el rango de la articulación. En la Tabla 5 se puede apreciar los rangos de todas las articulaciones.

Tabla 5. Rango de articulaciones

Articulación	Rango
Revoluta del eslabón 1	220°
Revoluta del eslabón 2	130°
Prismática del eslabón 3	130 mm
Revoluta del eslabón 4	540°

Con estos rangos de articulaciones se puede hallar el volumen de trabajo obteniendo los posibles puntos que puede adoptar el robot, o llevando las primeras dos articulaciones a los extremos y viendo cual es el área de la generatriz obtenida (ver Figura 2). Por último, se puede multiplicar por el rango de la prismática para hallar el volumen de trabajo.

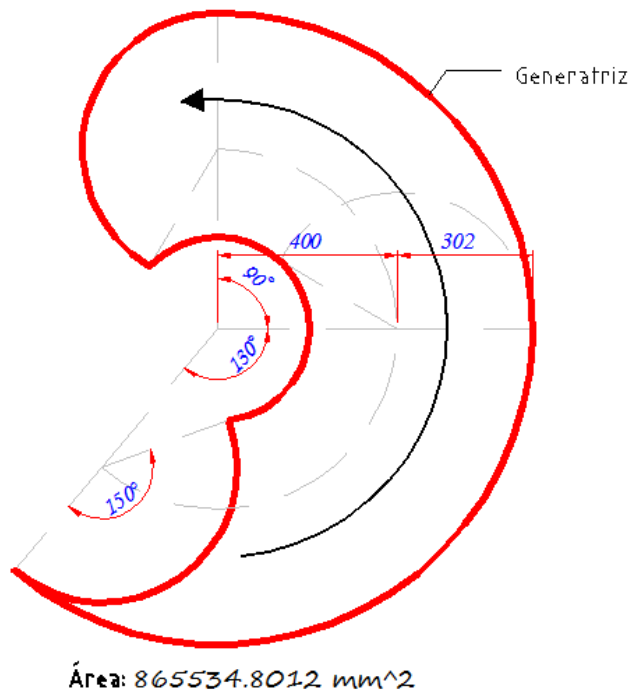


Figura 2. Vista superior del volumen de trabajo

Como se puede ver en la Figura 3, el robot tiene un área de trabajo en el plano bastante grande debido al rango de las primeras dos articulaciones, pero es bastante robusto en la dirección vertical ya que solo cuenta con 130mm de rango en la articulación prismática lo que sugiere que el robot es tipo posicionador.

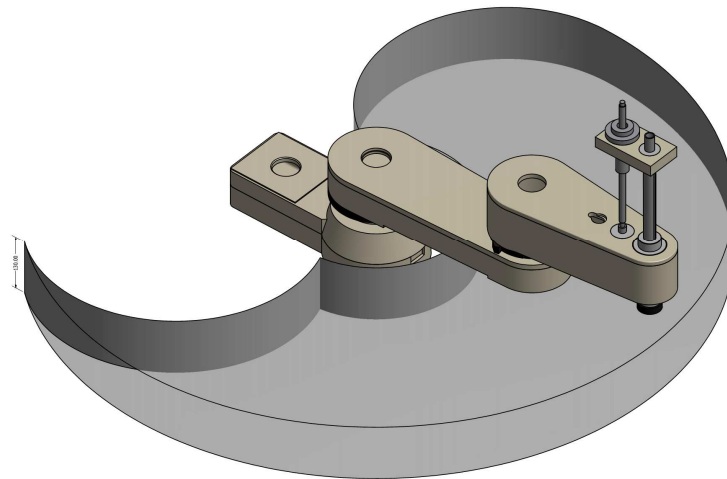


Figura 3. Isométrico del volumen de trabajo.

4 OBJETIVOS

4.1 GENERAL

Caracterizar mecánica y dinámicamente el sistema robótico Scara UV-Cerma para el control de este, en pro del desarrollo de un ambiente para la experimentación remota en robótica industrial.

4.2 ESPECÍFICOS

- Realizar, modelos cinemáticos y dinámicos de la plataforma UV-Cerma, utilizando la teoría de la robótica industrial que sirvan como guía a estudiantes e investigadores que realicen pruebas con el robot.
- Analizar los esfuerzos dinámicos y estáticos que puede soportar la estructura y los elementos de maquinaria que conforman el robot.
- Realizar guías para la experimentación en robótica industrial.
- Definir la mejor estrategia de control que se adapte a los requerimientos para la experimentación remota.
- Caracterizar dinámicamente los actuadores (motores eléctricos) que posee el robot.

5 MODELOS CINEMÁTICOS Y DINÁMICOS

5.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se verán los modelos implementados en el robot UV-Cerma, en el caso de los modelos cinemáticos se utilizaron tanto matrices de transformación homogénea, ya que contienen las matrices de rotación y son el método más extendido para la descripción de orientaciones [15], también se utilizó el algoritmo de Denavit- Hartenberg y métodos geométricos para encontrar la cinemática inversa. En cuanto a la dinámica del robot, se implementaron dos métodos para hallar el modelo dinámico, la formulación de Lagrange y

el método de Newton-Euler, en ambos casos se requirió la ayuda de software CAD para encontrar momentos de inercia y centros masa.

5.2 CINEMÁTICA

5.2.1 Mediante matrices de transformación

Para hallar el modelo cinemático directo se utilizaron varios métodos matemáticos que son utilizados en la robótica tradicional. Uno de estos métodos fue el de matrices de transformación homogénea que utiliza los cosenos directores para establecer la dirección de los sistemas de coordenadas asociados a cada eslabón [16]. Dentro de la matriz también es utilizado la posición relativa entre orígenes de coordenadas para conocer su posición.

5.2.2 Algoritmo de Denavit-Hartenberg

Se implementó el algoritmo de Denavit-Hartenberg (D-H), que permite obtener las matrices de transformación homogénea en el cual se indican los eslabones, la cantidad, tipo y ejes de acción de las juntas, además de que ubica los centros y dirección de coordenadas. Como resultado queda los parámetros D-H necesarios para calcular cada una de las matrices.

Tabla 6. Parámetros D-H.

Articulación	Θ	d [m]	a [m]	α
1	q_1	0.2045	0.4	0
2	q_2	0.1072	0.3020	0
3	0	q_3	0	0
4	q_4	0.22	0	$\pi \text{ rad} \approx 180^\circ$

Algunos de los parámetros son variables, y representan los ángulos y desplazamientos en los que están ubicadas las juntas del robot (ver Tabla 6). Los otros parámetros son constantes geométricas como se indica en la Figura 4.

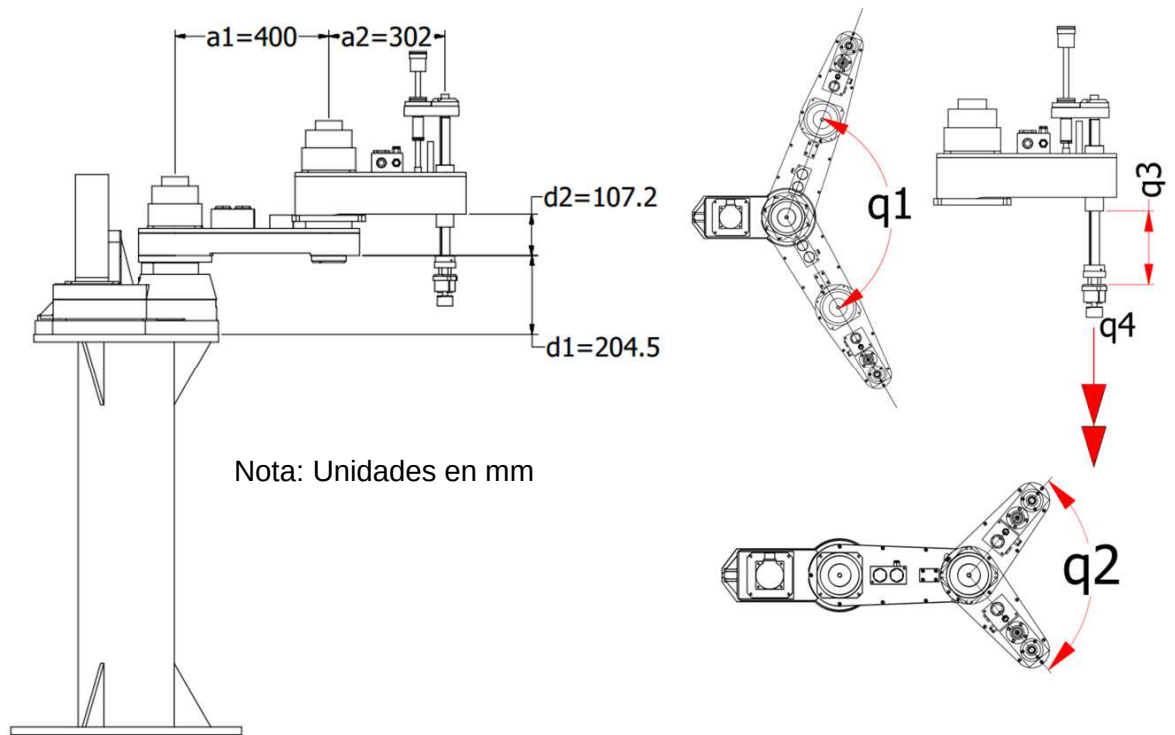


Figura 4. Parámetros D-H ilustrados en el robot.

Teniendo los parámetros D-H se aplica la matriz de transformación homogénea que relaciona la posición y orientación entre cada uno de los grados de libertad. Haciendo una multiplicación entre matrices de transformación adyacentes podemos relacionar la posición entre grados de libertad no adyacentes.

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i S\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4$$

Es importante aclarar que se utilizó un software para desarrollar el procedimiento analítico, en el cual se programa un algoritmo de tal manera que se pueda iterar para hallar una solución rápida para diferentes condiciones iniciales, en este caso la posición y orientación y más adelante velocidades, aceleraciones y fuerzas, el cual está en función de condiciones iniciales q , $\dot{q}$ y $\ddot{q}$. El programa junto con los algoritmos utilizados se puede visualizar en el anexo 3 y el cual dura 30 segundos aproximadamente en resolverse por la

gran cantidad de operaciones matriciales que se debe hacer en un computador con 8GB de RAM y un procesador inter core i7.

5.2.3 Cinemática inversa

En la mayoría de los problemas de posicionamiento, no se trata hallar la ubicación final del extremo del robot dependiendo de las posiciones articulares sino encontrar la posición de cada uno de los eslabones dada una posición deseada. Para dar solución a estos problemas existen métodos geométricos, analíticos y en caso de ser necesario se puede desacoplar el robot en varios segmentos. Para el caso particular del robot Scara UV-Cerma se encuentran relaciones trigonométricas que ayudan a obtener el valor que debería tomar cada articulación dependiendo de una posición P del extremo del robot.

$$P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$$

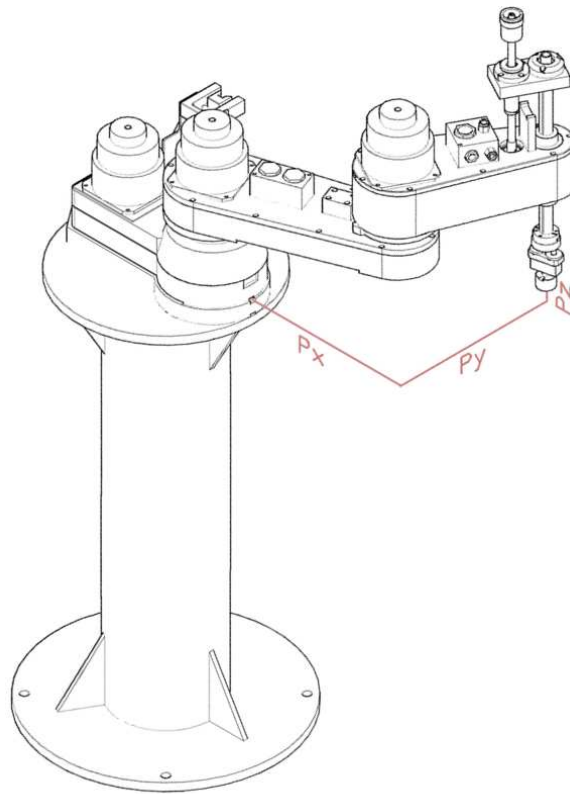
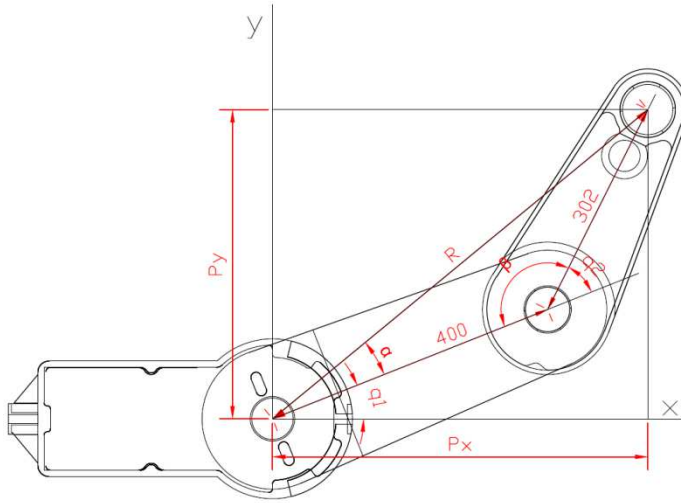


Figura 5. Vector posición respecto al primer sistema de coordenada.

Se tiene, por la configuración del robot, que las componentes P_x y P_y solo dependen de los dos primeros grados de libertad que pertenecen a las juntas revolutas. La componente vertical P_z , solo dependerá de la junta prismática del tercer grado de libertad en donde:

$$q_3 = P_z - d_1 - d_2$$

Para los primeros dos grados de libertad se tiene que el mecanismo puede tomar dos posiciones para un mismo punto, estas soluciones múltiples del mecanismo se evita ya que el robot posee topes mecánicos con lo cual se trabaja con el signo indicado al momento de hallar las relaciones trigonométricas.



$$R = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{a_1^2 + a_2^2 - R^2}{2a_1a_2} \right)$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{R^2 + a_1^2 - a_2^2}{2a_1R} \right)$$

$$q_2 = 180^\circ - \beta$$

$$q_1 = \tan^{-1} \left(\frac{P_x}{P_y} \right) - \alpha$$

Figura 6. Vista superior con el fin de encontrar relaciones trigonométricas.

Cabe recordar que uno de los objetivos es caracterizar de manera que se pueda realizar una abstracción del sistema con el fin de desarrollar un buen control, con lo cual el significado de estas posiciones articulares toman importancia, ya que de ellas depende la posición del efector final y es este lo que se quiere controlar.

5.3 MODELOS DIFERENCIALES

5.3.1 Jacobiana analítica.

La matriz Jacobiana analítica relaciona las velocidades articulares con las velocidades del extremo del robot y el cambio de los ángulos Euler. La matriz Jacobiana analítica está

definida como las derivadas de la posición y ángulos Euler hallados analíticamente con respecto a cada una de las articulaciones como se muestra a continuación para el nuestra configuración particular del robot.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J_a \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} \quad J_a = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \frac{\partial f_x}{\partial q_2} & \frac{\partial f_x}{\partial q_3} & \frac{\partial f_x}{\partial q_4} \\ \frac{\partial f_y}{\partial q_1} & \frac{\partial f_y}{\partial q_2} & \frac{\partial f_y}{\partial q_3} & \frac{\partial f_y}{\partial q_4} \\ \frac{\partial f_z}{\partial q_1} & \frac{\partial f_z}{\partial q_2} & \frac{\partial f_z}{\partial q_3} & \frac{\partial f_z}{\partial q_4} \\ \frac{\partial f_\phi}{\partial q_1} & \frac{\partial f_\phi}{\partial q_2} & \frac{\partial f_\phi}{\partial q_3} & \frac{\partial f_\phi}{\partial q_4} \\ \frac{\partial f_\theta}{\partial q_1} & \frac{\partial f_\theta}{\partial q_2} & \frac{\partial f_\theta}{\partial q_3} & \frac{\partial f_\theta}{\partial q_4} \\ \frac{\partial f_\psi}{\partial q_1} & \frac{\partial f_\psi}{\partial q_2} & \frac{\partial f_\psi}{\partial q_3} & \frac{\partial f_\psi}{\partial q_4} \end{bmatrix}$$

Resolviendo se obtiene la siguiente matriz que indica que la matriz Jacobiana depende la las posiciones articulares, particularmente de q_1 y q_2 , y que hay dos grados de libertad, referente a los ángulos Euler θ y ψ , es decir al giro de herramienta respecto a los ejes X y Y, que son nulos lo que quiere decir que en estas direcciones el robot es fijo.

$$J_a = \begin{bmatrix} -a_1 * \sin(q_1) - a_2 * \cos(q_1) * \sin(q_2) - a_2 * \cos(q_2) * \sin(q_1) & -a_2 * \cos(q_1) * \sin(q_2) - a_2 * \cos(q_2) * \sin(q_1) & 0 & 0 \\ a_1 * \cos(q_1) + a_2 * \cos(q_1) * \cos(q_2) - a_2 * \sin(q_1) * \sin(q_2) & a_2 * \cos(q_1) * \cos(q_2) - a_2 * \sin(q_1) * \sin(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Al igual que con la posición, el algoritmo (Ver anexo 3) realizado puede dar resultado numérico de forma eficaz con el fin de encontrar la velocidad bajo diferentes condiciones iniciales. Encontrar la matriz Jacobiana analítica tiene un gran peso ya que con ella es que se puede realizar una cinemática inversa de manera analítica.

Obteniendo el modelo diferencial y la característica de los motores como se presentará más adelante, es posible calcular velocidad máxima que puede tener el robot.

velocidades_Ja =

```

0 m/s
3.0774 m/s
0 m/s
6.7200 rad/s
0 rad/s
0 rad/s

```

Figura 7. Vector con velocidades máximas lineales y angulares del extremo del robot. Imagen tomada del algoritmo.

Esta velocidad máxima se presenta en la Figura 7 y solo la puede alcanzar cuando el brazo de robot está totalmente extendido, es decir, q_1 y q_2 son cero grados y además los motores están a su máxima velocidad. Como resultado del análisis se puede obtener bajo ciertas condiciones una velocidad lineal resultante es igual a 3m/s.

5.3.2 Jacobiana geométrica

La Jacobiana geométrica J_v a diferencia de la Jacobiana analítica relaciona las velocidades articulares con la velocidad lineal y angular de del extremo del robot respecto al del sistema de referencia en la bancada del robot.

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = J_v \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix}$$

Realizando el algoritmo para obtener la Jacobiana geométrica se obtiene:

$$J_v = \begin{bmatrix} -a_1 * \sin(q_1) - a_2 * \cos(q_1) * \sin(q_2) - a_2 * \cos(q_2) * \sin(q_1) & -a_2 * \cos(q_1) * \sin(q_2) - a_2 * \cos(q_2) * \sin(q_1) & 0 & 0 \\ a_1 * \cos(q_1) + a_2 * \cos(q_1) * \cos(q_2) - a_2 * \sin(q_1) * \sin(q_2) & a_2 * \cos(q_1) * \cos(q_2) - a_2 * \sin(q_1) * \sin(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prácticamente, es la misma Jacobiana analítica, haciendo referencia que el cambio respecto al tiempo del ángulo Euler ϕ es la misma velocidad angular w_z .

5.3.3 Jacobiana inversa

Análogo a la cinemática inversa para la posición, es necesario conocer las cuatro velocidades articulares dependiendo de la velocidades lineal y angulares del extremo del robot donde se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = J_a^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

La Jacobiana es una matriz no invertible para el caso particular ya que no es cuadrada, uno de los métodos utilizado es la eliminación referentes a los grados de libertad que no influyen en cambio de la posición del extremo del robot, como es caso de los ángulos Euler θ y ψ , que hacen referencia al giro en el eje X y Y de la herramienta en el sistema principal de referencia, por lo cual se puede hacer la eliminación de filas en la Jacobiana y de tal manera volverla invertible.

$$J_a^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2)/(a_1 * \sin(q_2)) & \sin(q_1 + q_2)/(a_1 * \sin(q_2)) & 0 & 0 \\ -(a_2 * \cos(q_1 + q_2) + a_1 * \cos(q_1))/(a_1 * a_2 * \sin(q_2)) & -(a_2 * \sin(q_1 + q_2) + a_1 * \sin(q_1))/(a_1 * a_2 * \sin(q_2)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \cos(q_1)/(a_2 * \sin(q_2)) & \sin(q_1)/(a_2 * \sin(q_2)) & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esta es otra abstracción importante al sistema robótico ya que se puede controlar los actuadores, teniendo en cuenta los factores de reducción, para obtener una velocidad deseada el extremo del robot.

5.4 MODELO DINÁMICO

Con el modelo dinámico del robot se puede conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas aplicadas en el mecanismo en un estado del sistema o para que cumpla ciertas condiciones requeridas. Es necesario conocer algunas características geométricas del robot ya que la dinámica de este se ve ampliamente afectada por factores como los momentos de inercia que son fundamentales en diferentes métodos para hallar el modelo dinámico.

Tabla 7. Características geométricas de los eslabones.

	Eslabón 1	Eslabón 2	Eslabón 3	Eslabón 4
Peso [Kg]	22,1	16,5	0,6	6,1
Coordenada X del centro de gravedad [m]	-2,11E-01	-2,32E-01	0,00E+00	0,00E+00
Coordenada Y del centro de gravedad [m]	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
Coordenada Z del centro de gravedad [m]	5,99E-02	8,71E-02	2,50E-01	5,00E-02
Momento de inercia Ixx con orígenes en centro de gravedad [Kg-mm ²]	65369,6	286129,5	411518.2	55786.8
Momento de inercia Iyy con origen en centro de gravedad [Kg-mm ²]	688229,4	726940,8	411518.2	55786.8
Momento de inercia Izz con origen en centro de gravedad [Kg-mm ²]	692595,5	479155,3	986.4	1974.6
Producto de inercia Ixy [Kg-mm ²]	7,439	224,99	12,9	0
Producto de inercia Ixz [Kg-mm ²]	64278,97	18448,55	0,69	0
Producto de inercia Iyz [Kg-mm ²]	8,50	271,49	12,3	0,86

Los datos de la Tabla 7 se obtuvieron mediante software CAD que permiten sacar pesos, centros de gravedad y momentos de inercia, luego se comprobaron con báscula en el caso de los pesos, para ver si había diferencia significativa los resultados arrojados por el software y los obtenidos experimentalmente lo cual no ocurrió.

5.4.1 Método de Lagrange

Para formular el modelo dinámico del robot mediante la ecuación de Lagrange, se utilizó la representación de matrices de transformación D-H como se hizo en [17], la cual es basada en consideraciones energéticas. Este procedimiento es más sistemático que el del equilibrio de fuerzas (Newton-Euler) en la formulación de un modelo dinámico como el de un robot en donde:

$$\tau = D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + C(q)$$

q : Es el vector de coordenadas articulares

τ : Vector de fuerzas o pares que se aplican en cada motor.

$D(q)$: Es la matriz de inercias cuyos elementos son función de q .

$H(q, \dot{q})$: Es la matriz de fuerzas de Coriolis y centrífugas.

$C(q)$: Vector de fuerzas de gravedad.

Ya que las fuerzas y pares que debe aplicar cada motor dependen de la posición y velocidad es necesario conocer estos valores. Por ahora se utilizarán las velocidades

máximas medidas en cada uno de los motores. Estos datos son necesarios para obtener las fuerzas inerciales, centrípetas y de coriolis. Los valores de las velocidades se muestran en la Tabla 8.

Tabla 8. Velocidades máximas de articulaciones.

	Relación de transmisión (torque)	Máxima velocidad de actuador	Máxima velocidad de articulación
Articulación 1	79,80	2000	25,06
Articulación 2	76,50	3000	39,21
Articulación 3	7,89	3000	23684,21
Articulación 4	73,49	2000	27,21

Cabe recordar ninguno de los motores esta acoplado directamente a las articulaciones por lo cual la velocidad máxima de la articulaciones se ve afectada por un factor de reducción. Otro hecho importante que hay que tener en cuenta es que los valores mostrados son los de las velocidades máximas de cada motor en vacío, pero estas se reducen considerablemente cuando al motor se le acopla un eje que le opone resistencia, la cual depende del peso y el momento de inercia de los eslabones, en este caso se reduce un 40% en todos los motores.

5.4.2 Método Newton- Euler.

Esta formulación parte del equilibrio de fuerzas y pares para cada elemento.

$$\sum F_i = \frac{d}{dt}(m_i v_i)$$

$$\sum T_i = \frac{d}{dt}(I_i \omega_i) = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_i \omega_i)$$

Donde:

F_i : Fuerzas aplicadas al eslabón i

T_i : Torque aplicado al eslabón i

m_i : Masa del eslabón i

I_i : Tensor de inercias del eslabón i respecto a su centro de masa.

ω_i : Velocidad angular del eslabón i

v_i : Velocidad lineal del eslabón i

Este tipo de desarrollo conduce a los pares aplicados al eslabón y son referidos a la base del robot. El algoritmo no tiene operaciones entre matrices lo cual resulta muy eficiente con respecto a la formulación de Lagrange.

$$\tau_{Lagrange} = \tau_{NE} = \begin{bmatrix} Torque_{articulación_1} \\ Torque_{articulación_2} \\ Fuerza_{articulación_3} \\ Torque_{articulación_4} \end{bmatrix}$$

Los resultados de la formulación de Lagrange y del método Newton-Euler son los torques aplicados en las articulaciones, lo que indica que los torques que deben ejercer los motores para satisfacer las condiciones iniciales o dadas al sistema son los torques encontrados en la formulación de Lagrange afectados por el factor de reducción, teniendo en cuenta el rendimiento y además el factor de conversión de mecanismo de la junta prismática. Este mecanismo consiste en un sistema de dos poleas el cual mueve el eje de un tornillo a bolas, en donde la tuerca es solidaria con el eje principal del robot.

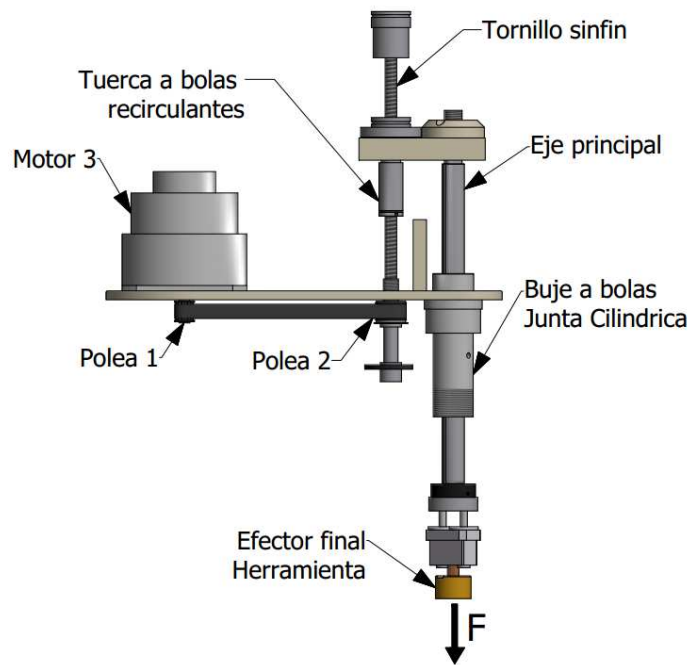


Figura 8. Sistema del tornillo sinfín de la articulación prismática.

Las características del sistema de polea y el tornillo a bolas se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9. Características de sistema del tornillo sinfín.

Sistema tornillo-tuerca bolas recirculantes		
Modelo	R-0502	
Diámetro mayor de tornillo	0.510	Pulgadas
Diámetro menor de tornillo	0.405	Pulgadas
Avance (paso)	0.5	Pulgadas

Diámetro nominal de balín	0.125	Pulgadas
Máxima capacidad estática	13.350	lbs
Sistema de poleas		
Numero de dientes polea 1	13	
Numero de dientes polea 2	2	

De las fórmulas analíticas desarrolladas para tornillos de potencia se tiene que:

$$\begin{aligned} \sum F_v &= F - fN \sin \lambda - N \cos \lambda = 0 \\ \sum F_h &= P_r - N \sin \lambda - fN \cos \lambda = 0 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{[Ecuaciones tomadas de Budynass, Diseño en} \\ \text{Ingeniería Mecánica de Shigley]} \end{array}$$

Dónde:

P_r es la fuerza tangencial resultante gracias al torque aplicado

N es el normal resultante

f es el coeficiente de fricción

λ es el ángulo de avance.

l es el avance del tornillo

Donde el coeficiente de fricción para los tornillos a bolas se puede despreciar. Dando como resultado que el tornillo no es auto bloqueante y que es necesario de un freno o contrapeso para que el eje de la herramienta no se caiga cuando el motor no este activo.

$$T_r = \frac{F d_m}{2} \left[\frac{l}{\pi d_m} \right]$$

Considerando que el eje principal, más la herramienta y la tuerca a bolas pesan alrededor de 7Kg y suponiendo que el herramienta (imán) este sosteniendo su capacidad máxima de 10 Kg, los que indicaría que la fuerza F es 166.6 N, y con un diámetro medio de 0.457 in, unos 11.62 mm se tiene que el torque mínimo de motor para soportar la carga, $T_{motor_necesario}$ es de:

$$T_{motor_necesario} = \frac{21}{13} T_r = \frac{21}{13} \cdot \frac{166.6N * 11.62mm}{2} \cdot \left[\frac{6.35mm}{\pi 11.62mm} \right] = 0.1038Nm$$

Estos es muy por debajo de los 0.77 Nm de torque nominal que puede ofrecer el motor. Sin embargo, es necesario el freno para que el motor no esté siempre activo sosteniendo la carga, este freno es se consigue en el buje a bolas que posee un tonillo que aprieta algunos los conductos de los balines y hace que la fricción entre el eje principal y el buje a bolas aumente. El apriete de este tornillo se cuadró de manera manual, tal que, el eje de la herramienta permanezca estático aun cuando tiene la carga de 10 Kg.

6 CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE LOS MOTORES

6.1 INTRODUCCIÓN

La caracterización dinámica que se le realizó a los motores consiste en encontrar la relación entre velocidad angular del eje del motor con el voltaje aplicado, la corriente consumida bajo distintos regímenes y el rendimiento que posee cada motor para dar un estimado del torque proporcionado por este.

Para las diferentes pruebas a realizar a los motores, los cuales son de corriente continua lo que indica que su funcionamiento es de estado permanente [18] es necesario medir algunas variables necesarias como el voltaje, la corriente y las RPM. Por ello se solicita un voltímetro, un tacómetro, un osciloscopio, un amperímetro y una fuente variable. Ya que no se dispone de un dinamómetro se tiene que hacer la relación entre potencia eléctrica y potencia en el eje teniendo en cuenta el rendimiento eléctrico que presenta el motor.

6.1.1 Prueba 1: Comportamiento cinemático en vacío.

En la prueba 1 se realizó una medición con un multímetro, un tacómetro y cronometro para hallar parámetros necesarios para el modelado y simulación de los motores, tales como, resistencia del devanado, constantes mecánicas, inercias del rotor, fuerza contra electromotriz. Para ello se realizó la prueba descrita en la Figura 9, en donde se hallaron los parámetros descritos anteriormente. En la Figura 10 se puede ver el montaje de la prueba, aquí se toma la velocidad angular por medio de un tacómetro y a diferentes caídas de potencial.

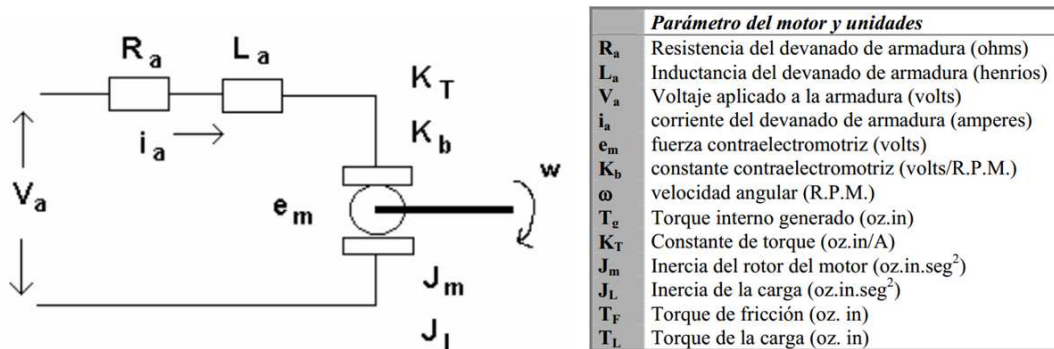


Figura 9. Diagrama esquemático para medición de parámetros de un motor DC



Figura 10. Esquema de prueba para encontrar el comportamiento cinemático del motor sin carga bajo a diferentes niveles de potencial.

Los parámetros hallados anteriormente son necesarios ya que con estos se puede realizar una simulación del comportamiento cinemático de los motores [19]. En la Figura 11 se puede ver el diagrama de bloques general que se utilizó para simular el comportamiento de los motores para compáralos con los datos extraídos experimentalmente.

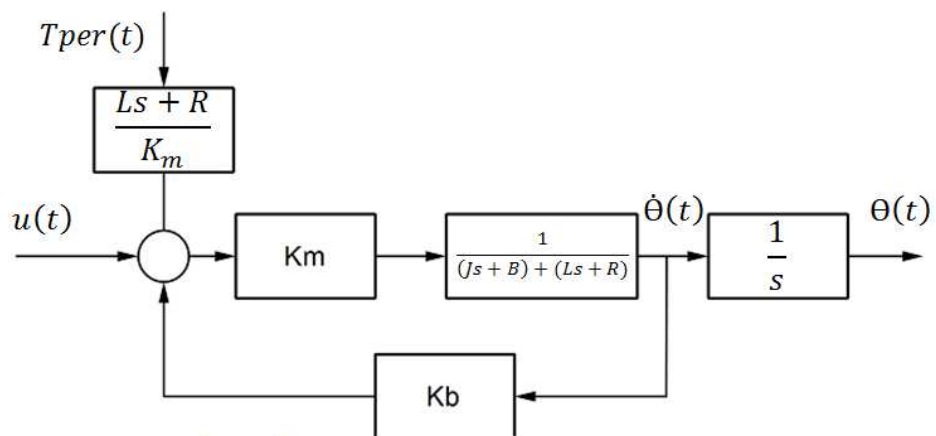


Figura 11. Diagrama de bloques general para un motor dc sin carga.

6.1.2 Caracterización Motor 1

Dada la falta de uso y el desconocimiento de la carga de operación que tuvo el motor cuando el robot estaba activo ya sea en la industria o en los primeros experimentos que se hicieron con el robot, este estaba obsoleto con una pérdida de potencia debido a que el disco embobinado se había recostado en los imanes permanentes generando fricción y presentado fallas en el sistema de realimentación como el tacogenerador. Lo cual se optó por encontrar un motor nuevo con características similares y adaptarlo al robot. Esta adaptación se hizo con la brida del motor obsoleto la cual por un proceso de mecanizado que se le hizo en el centro de mecanizado del taller de la Universidad se acopló al nuevo motor, lo mismo se hizo con el engrane el cual se tuvo que cilindrar internamente para que el diámetro interior entrara por interferencia en el eje del motor nuevo. El cambio del motor 1 se puede visualizar en la Figura 12.

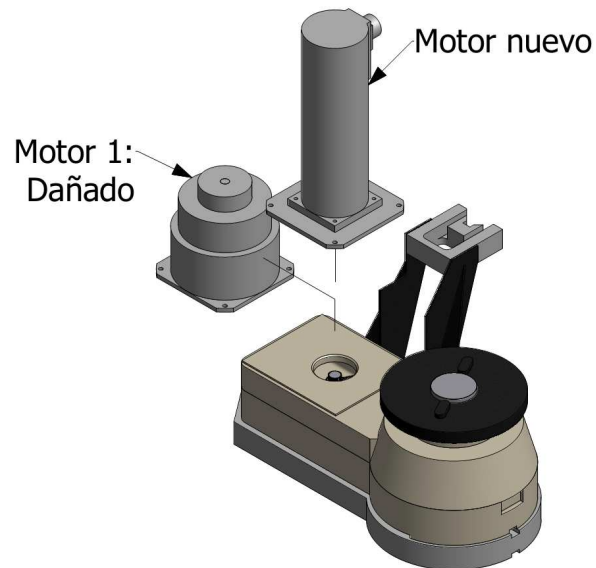


Figura 12. Reemplazo y ensamble del motor 1.

Realizando la prueba 1 se encontró la respuesta cinemática en vacío del motor nuevo 1 (ver Figura 13), además de los parámetros necesarios para realizar la simulación de comportamiento de este.

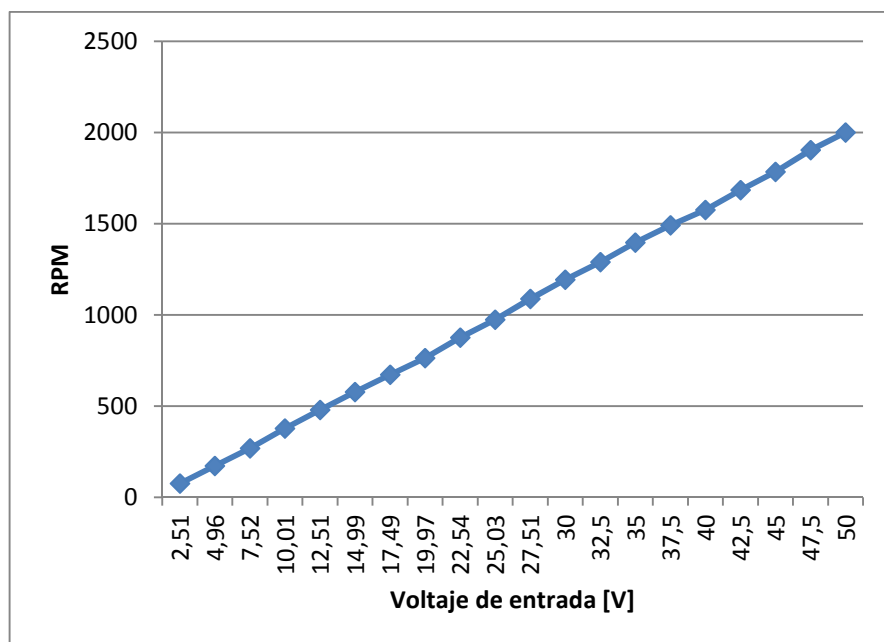


Figura 13. Comportamiento cinemático del motor 1 (nuevo)

Ya que todos los parámetros no se puede encontrar con la prueba 1, es necesario ver las características de placa o fabricante por lo cual se realizó una búsqueda de las características del motor en el manual del fabricante se puede comparar con las características del motor original de robot, para ver si son compatibles (ver Tabla 10).

Tabla 10. Cuadro comparativo de características entre motores

Característica/Parámetro	Motor nuevo	Motor obsoleto	Unidad
Torque nominal	180	250	Oz-in
Max velocidad angular	5000	3000	RPM
Voltaje pico	100	100	Volts DC
Voltaje constante	40	60	Volts DC
Corriente pico	35.9	50	Amp.
Corriente contante	5.99	7.2	Amp.
Potencia nominal	200	345	Watts

6.1.3 Caracterización Motores 2 y 3

Ya que los motores 2 y 3 tienen la misma referencia, se les puede hacer la caracterización dinámica con lo cual se esperan resultados similares. A estos dos motores se le hizo la

prueba 1 bajo los mismos parámetros tomado datos de velocidad angular y amperaje en intervalos de 2 voltios, el comportamiento se ilustra en la Figura 14.

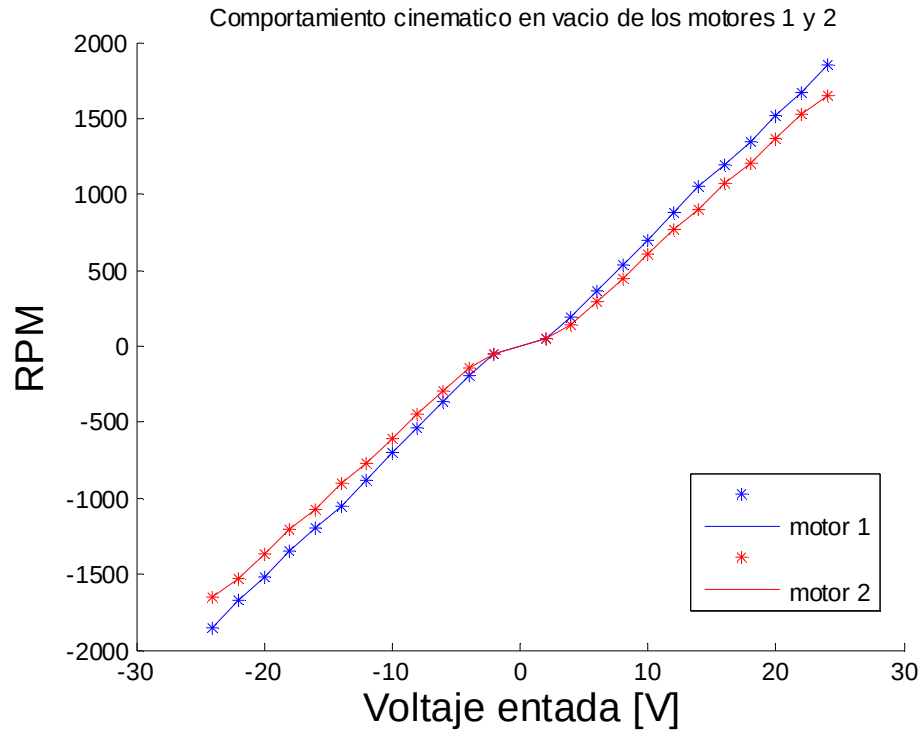


Figura 14. Respuesta cinemática de los motores 2 y 3 en vacío

Se puede ver que presentan un comportamiento parecido, y se le atribuyen las diferencias ya que el desgaste de los motores es diferente gracias a los diferentes estados de carga.

Mediante la metodología explicada en [20], se puede obtener teóricamente la respuesta del motor a diferentes potenciales de corrientes. El catálogo de Parvex ofrece unas características del motor 2 y 3 (ver Tabla 11) que son necesarias para el control de este, lo cual se comparará con los resultados de los análisis experimentales.

Tabla 11. Características de los motores 2 y 3.

Característica	
Torque nominal	0.77 Nm
Velocidad angular nominal	3000 Rpm
Potencia de salida nominal	240 W
Voltaje nominal	43 V
Corriente nominal	7.7 A

Constante de torque K_t	0.115 Nm/A
Inercia	$1510^{-5} \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$
Resistencia del inducido	0.93 Ω
EFM a 1000 rpm	12 V
Constante de tiempo mecánico	10 Ms
Masa	3.85 Kg

Con estos datos se puede realizar una simulación como se explica en [21]. En donde la entrada $u(t)$ es el voltaje aplicado al motor, y la salida $\dot{\theta}(t)$ es la velocidad angular medida en radianes por segundo. Realizando la conversión a rpm podemos graficar las repuestas y compararlas con las experimentales como se muestra en la Figura 15.

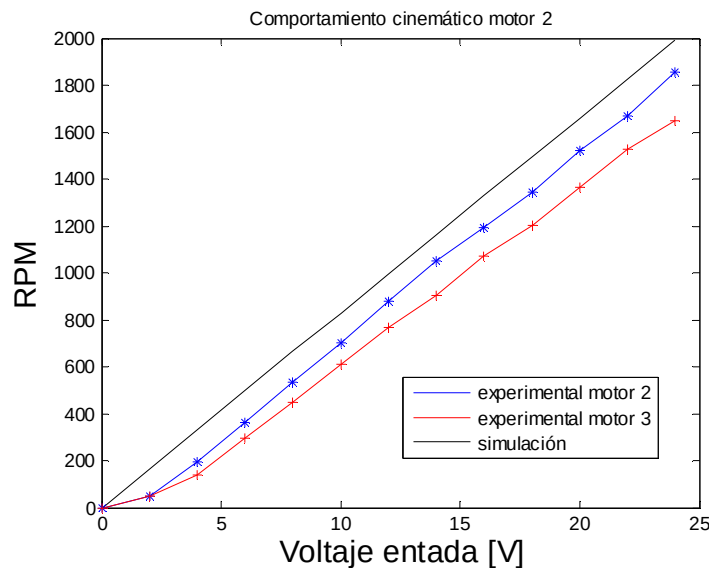


Figura 15. Respuesta simulada de los motores 2 y 3 en comparación con las repuestas reales.

Esto indica que hay un desfase entre 100 y 200 rpm en el error de estado estacionario con respecto a la simulación por lo cual es necesario cambiar algunos parámetros de catálogo como la constante de fuerza contraelectromotriz para que la simulación se acerque a la respuesta real de los motores. Cabe recordar que con esta simulación podemos encontrar la respuesta del motor bajo diferentes condiciones iniciales dando como resultado el torque, velocidad, consumo entre otros.

6.1.4 Caracterización Motor 4

Al igual que el motor 1, el motor 4 también estaba dañado por lo se consiguió un sustituto de características inferiores al original pero con las necesarias para el trabajo a realizar en

el laboratorio. El motor nuevo venia sin brida, ni encoder, ni con tacogenerador, por lo cual se le diseñaron las piezas necesarias para embridar el motor y para la sujeción del encoder nuevo. En cuanto al tacogenerador, se le mandó a hacer un driver que simulara uno, ya que es necesario para el control y los variadores de frecuencia.

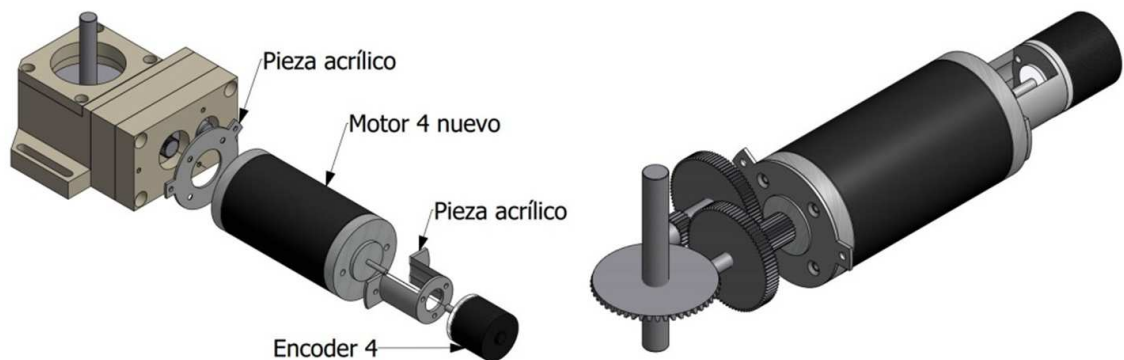


Figura 16. Acople del motor 4 a reductor y encoder. Configuración interna del reductor.

A este motor se le realizó la prueba en vacío, además de que se probó en sitio para saber si cumplía con los requisitos mínimos para que pudiera reemplazar el motor original ya que no se tenían caracterizas de catálogo. Esta prueba arrojó que tenía una menor potencia que el motor original ya que se reducía visiblemente la velocidad angular de la herramienta, sin embargo cumplía con el propósito de posicionamiento.

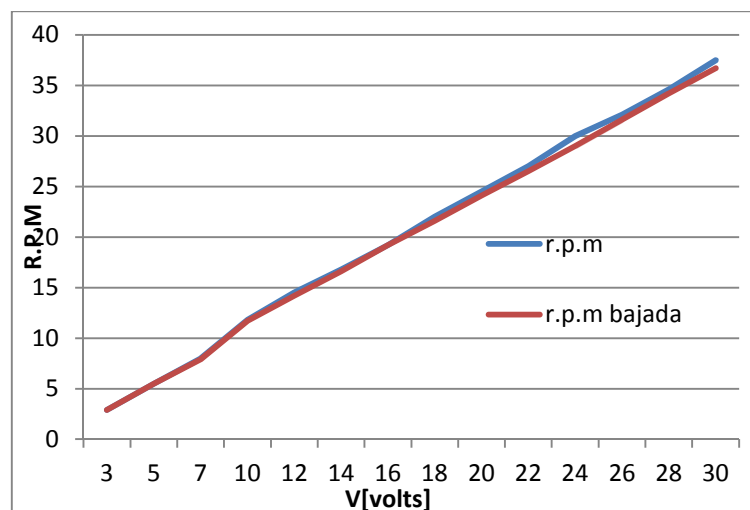


Figura 17. Comportamiento cinemático del motor 2 en vacío

Al realizar la prueba en vacío con el motor montado, se pudo ver que no hacía falta de aumentar más de 30 voltios para que la herramienta girara 40 rpm suficientes para ilustrar el grado de libertad y para que sea apropiado con los trabajos dentro del laboratorio. También se notó que no presentaba histéresis en el comportamiento cinemático del motor, por lo que una estrategia de control PI puede funcionar para este grado [22] de libertad, por lo cual se optó de no modelar con detalles el motor.

7 COMPORTAMIENTO MECÁNICO EN LA ESTRUCTURA

7.1 INTRODUCCIÓN

El análisis de esfuerzos en la estructura se realiza bajo dos requerimientos, la primera, dar soporte a los próximos investigadores y/o estudiantes para contextualizar mejor el comportamiento mecánico que recibe la estructura; la segunda es que con este análisis se puede encontrar las deflexiones que pueden ocurrir en cada uno de los eslabones, definir si son significativas y ver cómo afectaría el funcionamiento a la hora de realizar el control del robot. Este análisis se realizó utilizando el método de los elementos finitos [23] con ayuda de paquetes especializados que permiten visualizar el comportamiento de los esfuerzos, encontrar zonas críticas y obtener las deformaciones causadas en la estructura. El planteamiento del problema y la resolución de este es concorde con lo que puede ofrecer el método de los elementos finitos, respetando todas las consideraciones y supuestos necesarios como, tamaño de malla, condiciones de borde, fuerzas y restricciones a aplicar, para que el modelo y la simulación de este sean lo más parecidos a la realidad.

7.2 ESFUERZOS EN LA ESTRUCTURA

Se realizó un análisis particular a cada uno de los eslabones teniendo en cuenta que las condiciones de borde sean iguales que al momento de realizar la simulación con el ensamble total del robot. Se espera que el modelo sea lineal y que los resultados arrojados por el software cumplan con el principio de superposición. Se tomaron las propiedades mecánicas del aluminio pues conforma los cuerpos de los eslabones, asumiendo una aleación de aluminio para fundición y luego mecanizado se sugiere un

aluminio con las propiedades más bajas (ver Tabla 12) con el fin de ser lo menos conservativo, ya que es el procedimiento que sugiere al realizar ingeniería inversa. Inclusive con estas propiedades, los esfuerzos causados en la estructura están por debajo de límite de resistencia a la fatiga.

Tabla 12. Propiedades mecánicas del aluminio a utilizar

Limite elástico a la tensión	9 Ksi	62MPa
Resistencia máxima a la tensión	23 Ksi	159 MPa
Resistencia a la fatiga para 5×10^8 ciclos	9.2Ksi	63.6 MPa

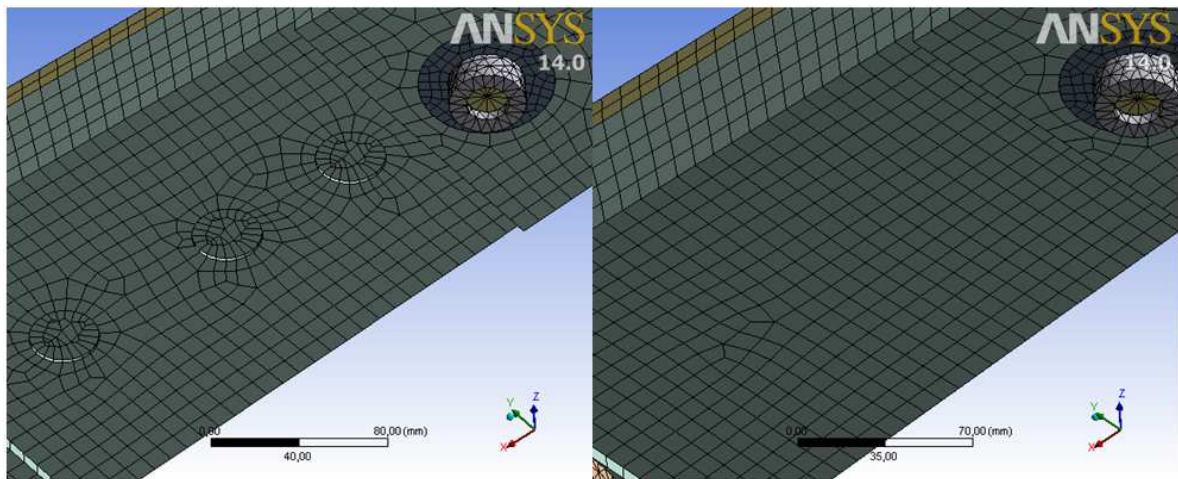


Figura 18. Eliminación de detalles para homogeneidad en malla.

En la Figura 18 se puede ver que la partes originales tienen detalles que se omiten al momento de realizar el análisis en un software especializado, ya que estos detalles modifican ampliamente las mallas lo que ocasiona una distorsión y que la funciones de forma en la teoría de elementos finitos sean extrañas [24]. Estos detalles omitidos no afectan significativamente los resultados arrojado por el software. El criterio de falla con el cual se utiliza en modelos es de máxima energía de distorsión lo que arrojará como resultado esfuerzos equivalentes o de Von Mises [25].

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \geq \sigma_Y$$

Como se puede apreciar los eslabones 1 y 2 tienden a trabajar como una viga (ver Figura 19) en voladizo y al igual que en la cinemática estos dos eslabones son de vital

importancia al momento de analizar la estructura, ya que los momentos flectores causados por la carga y el propio peso pueden generar grandes deformaciones, algo que se quiere evitar en este tipo de robot por la precisión que debe manejar [26].

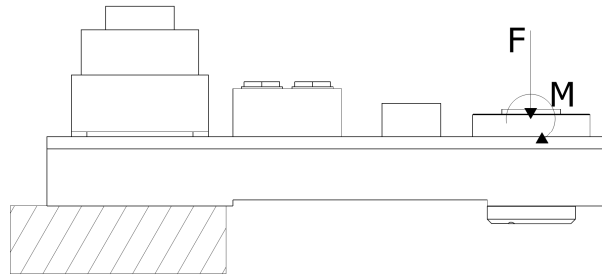


Figura 19. Problema estático en la mayoría de los casos.

Es obvio que la distribución de esfuerzos no es constante ya que el estado de carga y el problema estático cambian (ver Figura 20), y dependen de las posiciones articulares en gran medida de las dos primera articulaciones.

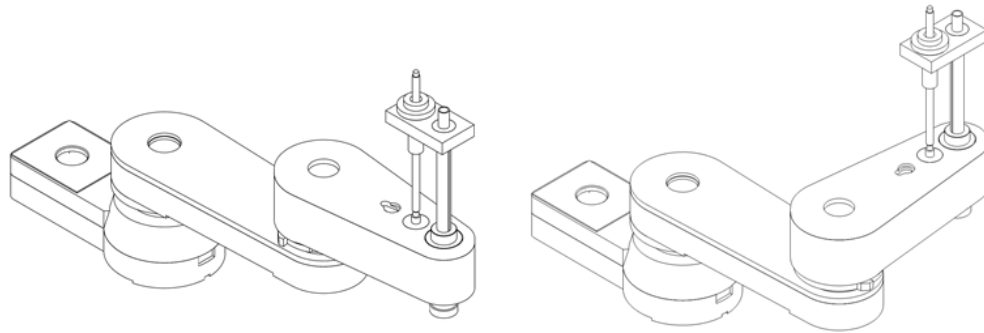


Figura 20. El problema estático cambió ya que las posiciones articulares cambian.

7.2.1 Análisis en la bancada.

El siguiente análisis ilustró los esfuerzos que puede sufrir el material de la bancada, omitiendo un análisis de deformaciones ya que se encuentra unida la base del robot y se supuso que esta era totalmente rígida.

A: Static Structural

Equivalent Stress

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

Time: 1

Max: 15,088

Min: 0,00037078

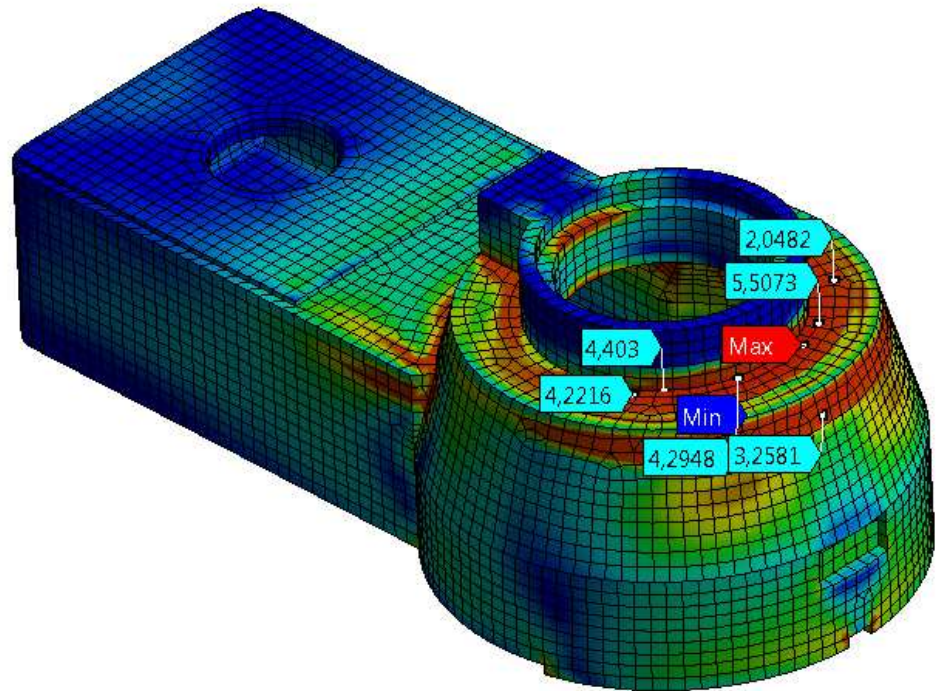
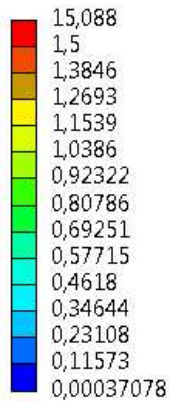


Figura 21. Comportamiento de los esfuerzos equivalente (Vom Misses)

Como se puede ver en la Figura 21, los esfuerzos equivalentes tienen valores relativamente bajos con el esfuerzo de fluencia, y este comportamiento se ve en toda la estructura, el cual se le atribuye a que las deformaciones deben ser bajas (ver Figura 22) ya que es una máquina de precisión.

Además, como se indicó anteriormente, los eslabones del robot trabajan como vigas en voladizo y en ciertos casos también están sometidas a torsión, por lo que se espera que los esfuerzos máximos sean cercanos al empotramiento, en este caso el eslabón bancada.

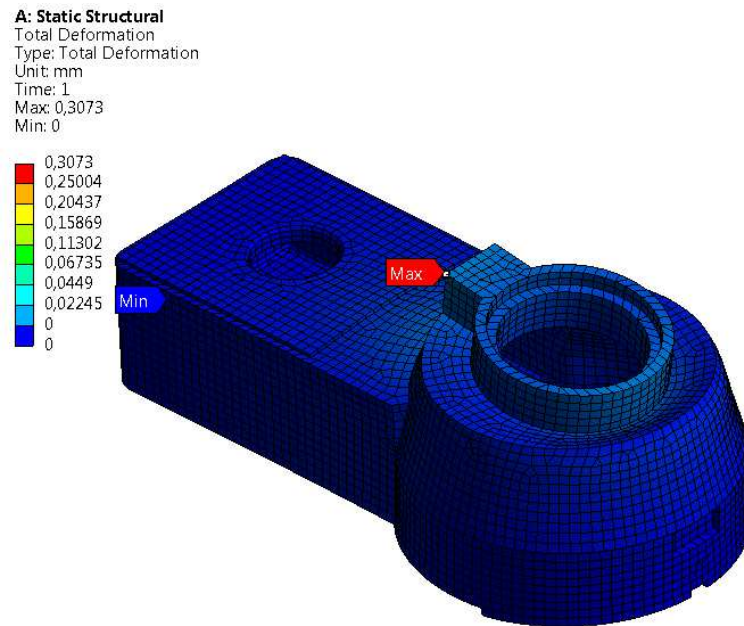


Figura 22. Deformaciones causadas por la carga.

7.2.2 Análisis en el eslabón 1.

Como es de suponerse, la estructura del eslabón 1 trabaja en como una viga en voladizo y dependiendo de la posiciones articulares del robot puede estar sometida en determinados casos a momentos flectores o a momentos torsionales.

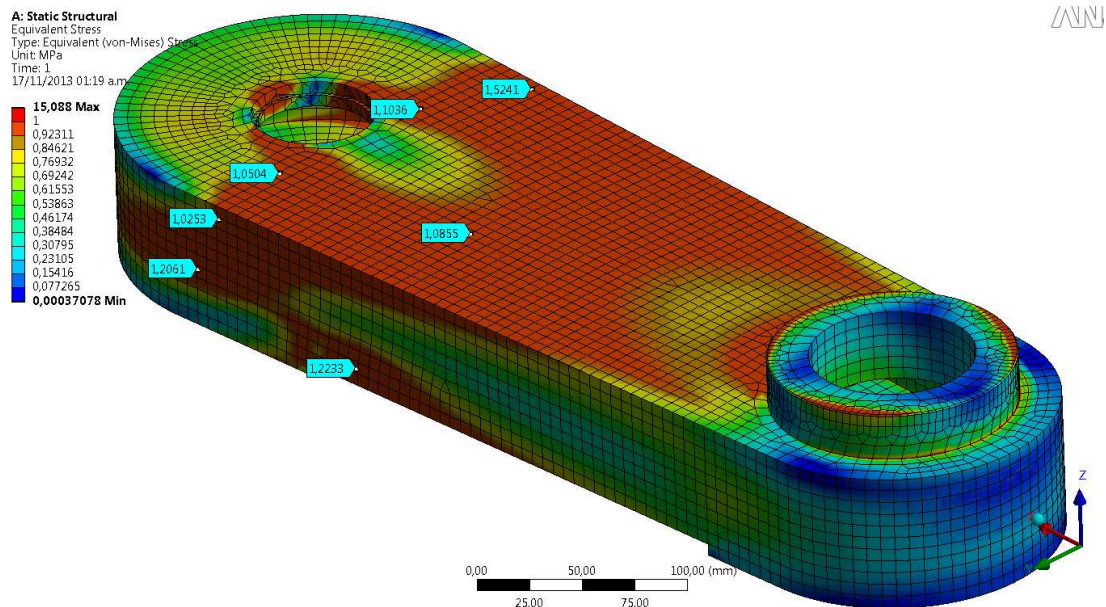


Figura 23. Comportamiento de los esfuerzos equivalentes (Vom Mises), Eslabón 1

La Figura 23 muestra un comportamiento típico de los esfuerzos equivalentes en una viga en voladizo, los cuales se van incrementando a medida que se acerca al empotramiento, estos suelen suceder tanto por encima como por debajo del eslabón como se muestra en la Figura 24. Además se muestra un esfuerzo máximo en la junta, esto se debe a la condición de borde con el cual se simuló y que se asemeja a la realidad.

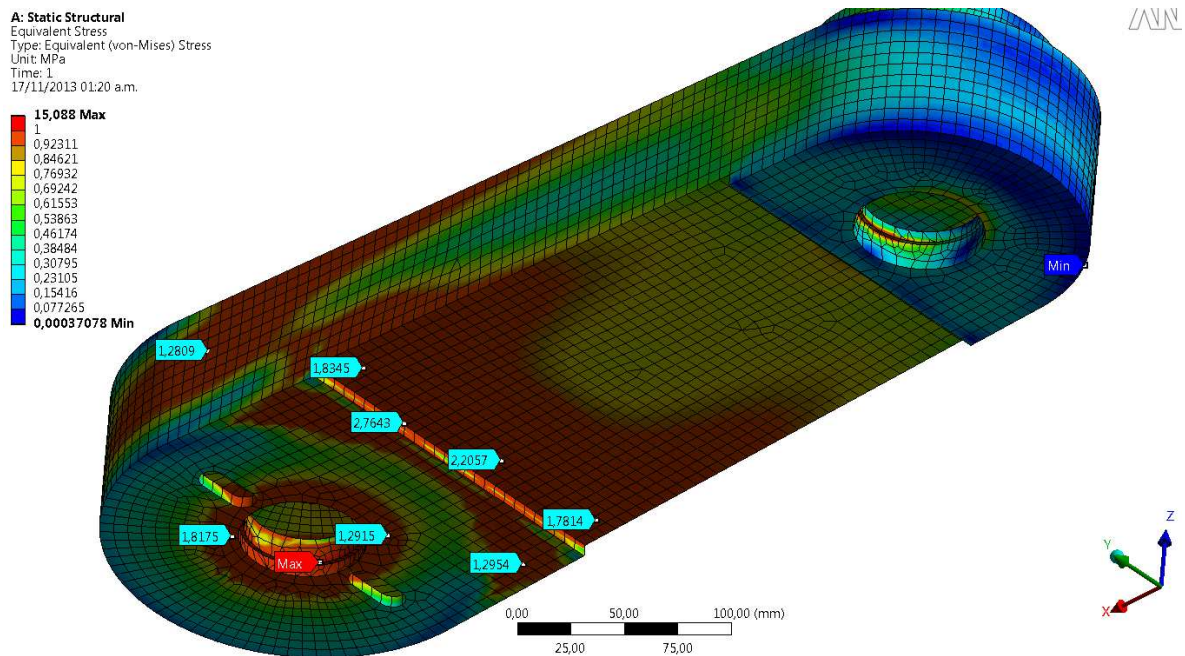


Figura 24. Comportamiento de los esfuerzos equivalentes, eslabón 1 por parte inferior

Los esfuerzos, al igual que en la bancada tienen valores alrededor del 1 MPa, lo que muestra que el robot fue diseñado para que no sufriera grandes deformaciones causadas por esfuerzos elevados.

Teniendo en cuenta las propiedades mecánicas de los materiales utilizados en el robot, se realizó un análisis de deformaciones para ver las deflexiones en los eslabones, estas como es de suponerse, son mayores en el extremo del robot o al final de cada eslabón.

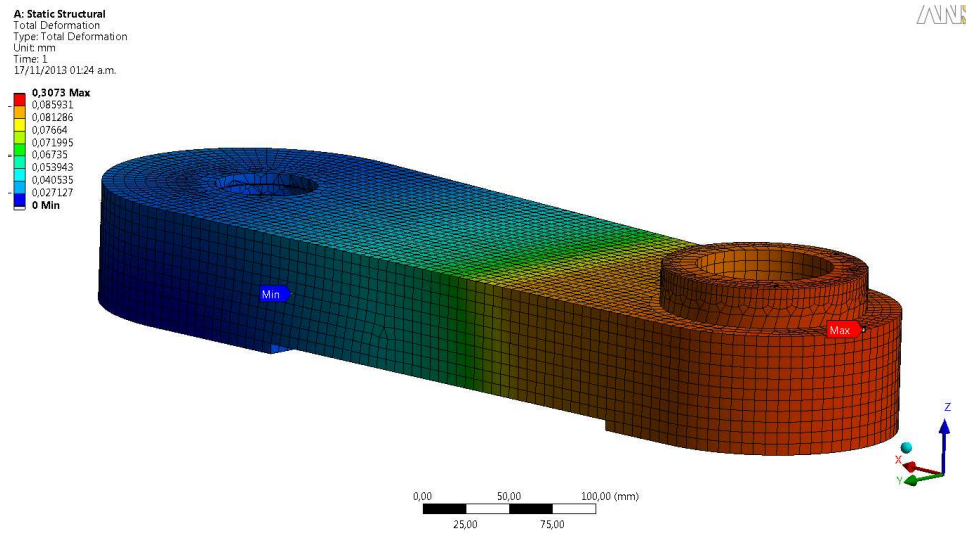


Figura 25. Deformaciones totales en el eslabón 1.

En la Figura 25 puede verse que las deformaciones en la conexión con la bancada son mínimas mientras que en la conexión con el eslabón 2 son mayores, alrededor de 3 décimas de milímetro. Ahora bien, lo importante en este tipo de robot planares, es ver cuánto baja la herramienta por causa del peso soportado, por lo que se le hizo un análisis a las deformaciones en el eje vertical para saber cuánto bajaba arrojando valores de 29 centésimas de milímetro (ver Figura 26)

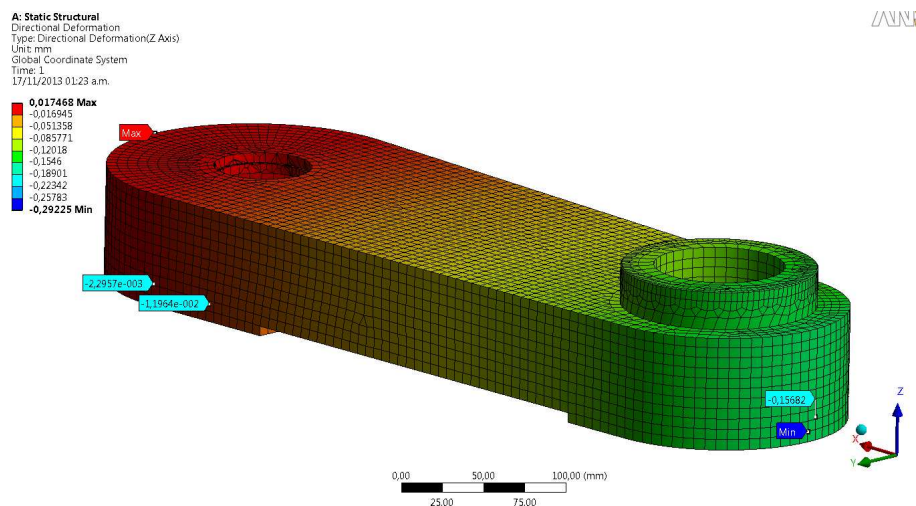


Figura 26. Deformaciones en la dirección vertical del eslabón 1.

Se aclaró anteriormente, este eslabón no solo está sometido a momentos flectores sino a momentos torsionales, eso ocurre cuando q_2 es diferente de 0, y se genera un momento

torsor máximo cuando vale 90° . La simulación arroja que los esfuerzos equivalentes son mayores a un costado del eslabón (ver Figura 27) siendo concorde con las vigas sometidas a torsión.

A: Static Structural
 Equivalent Stress
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1
 Max: 12,719
 Min: 0,00041752

ANSYS
 14

12,719
 0,8
 0,73849
 0,67699
 0,61548
 0,55397
 0,49247
 0,43096
 0,36946
 0,30795
 0,24644
 0,18494
 0,12343
 0,061924
 0,00041752

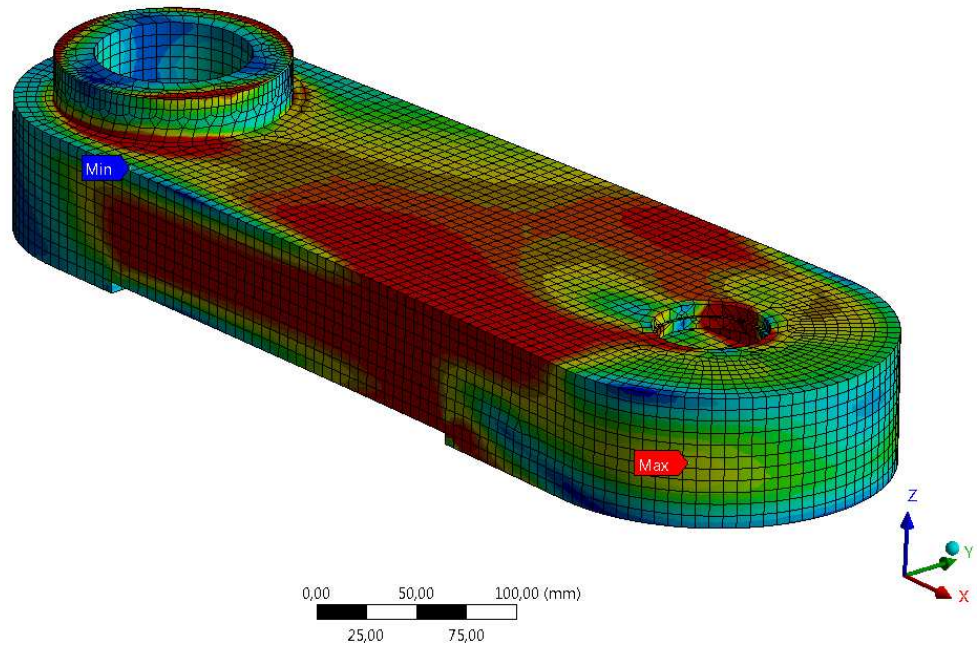


Figura 27. Eslabón 1 sometido a torsión por eslabón 2

7.2.3 Análisis en el eslabón 2.

A diferencia del eslabón 1 este siempre se comporta como una viga en voladizo, por las acciones de las articulaciones siguientes no hay un cambio notable en el problema estático por lo que se podría decir que permanece igual y el estado de cargas es el mismo para este eslabón. En la Figura 28 se muestra el comportamiento de los esfuerzos equivalentes, como en el eslabón 1, la tendencia es que aumenten hacia el empotramiento, en este caso la junta con el eslabón 1.

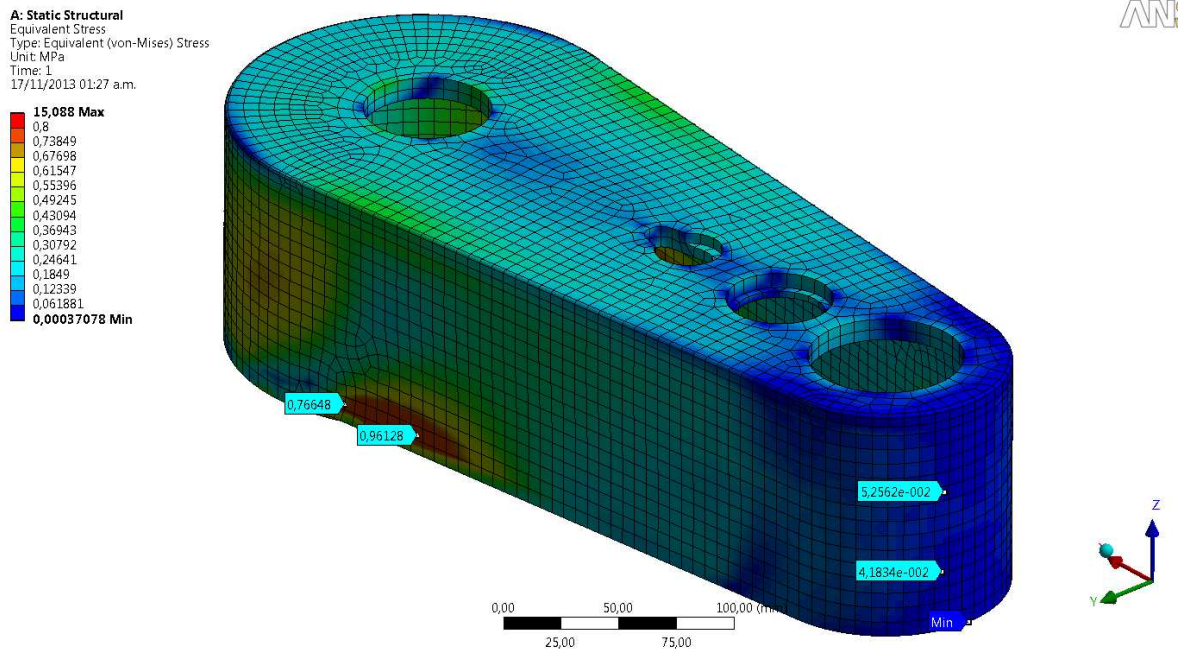


Figura 28. Comportamiento de los esfuerzos equivalentes en el eslabón 2, isométrico 1

Un análisis muestra un aumento en la zona cercana a la brida que existe en la junta del eslabón, esta se debe a que hay una reducción del área en el material (ver Figura 28).

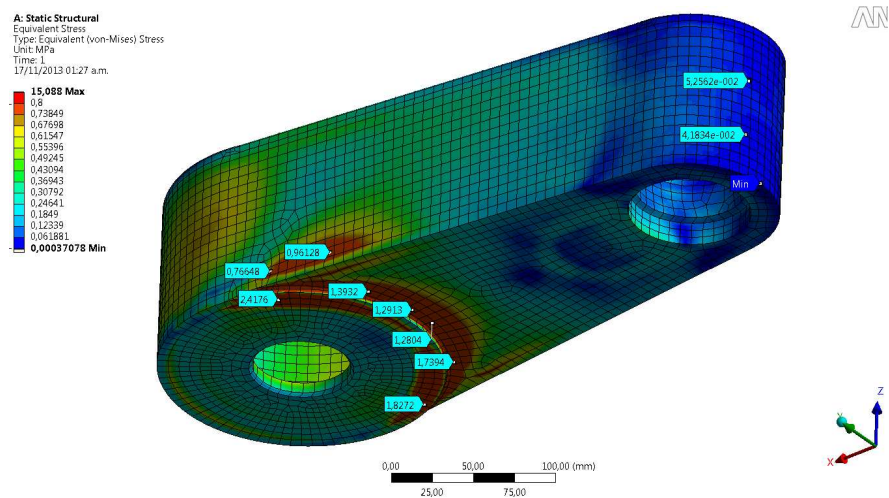


Figura 29. Comportamiento de los esfuerzos equivalentes en el eslabón 2, isométrico 2.

Al realizar el análisis de deformaciones, se encuentra un máximo en el extremo del eslabón de alrededor de 3 décimas de milímetro (ver Figura 30), hay que recordar que esta es la suma de todas las deformaciones del armado del robot.

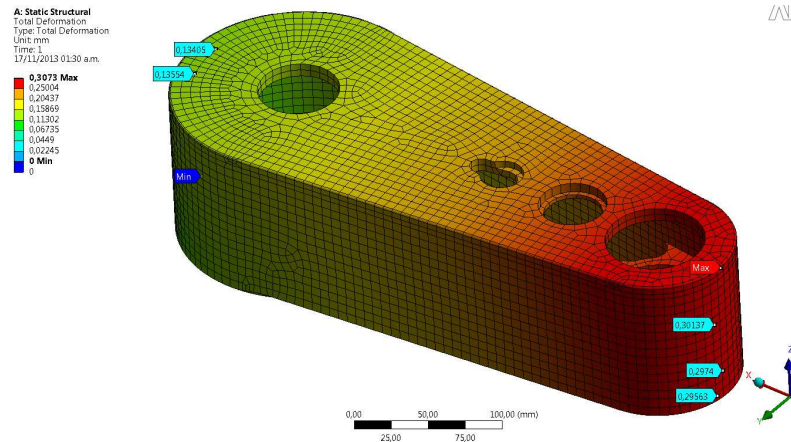


Figura 30. Deformaciones totales en eslabón 2.

También se le hizo un análisis de las deformaciones direccionales, en el caso particular, la dirección que interesa es la vertical, arrojando 29 centésimas de milímetro (ver Figura 31).

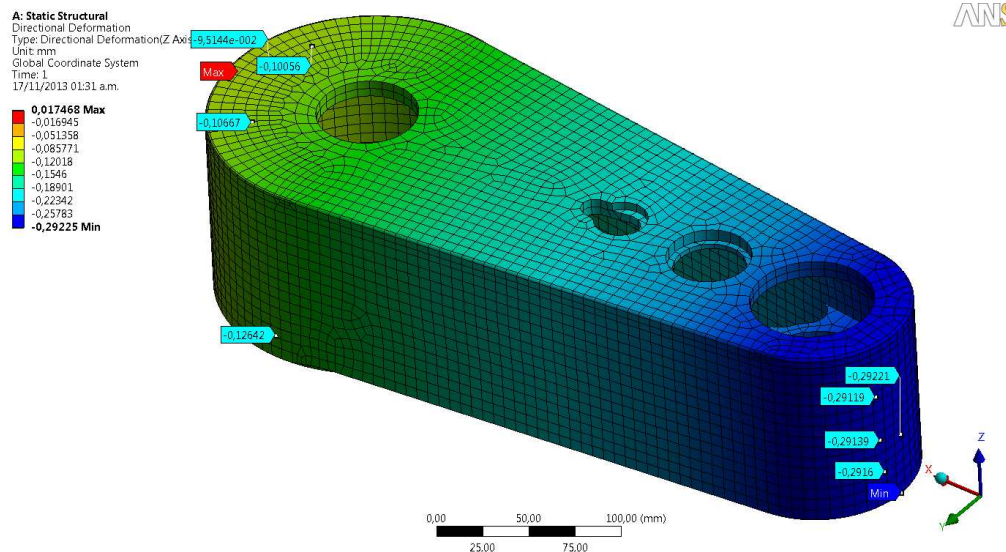


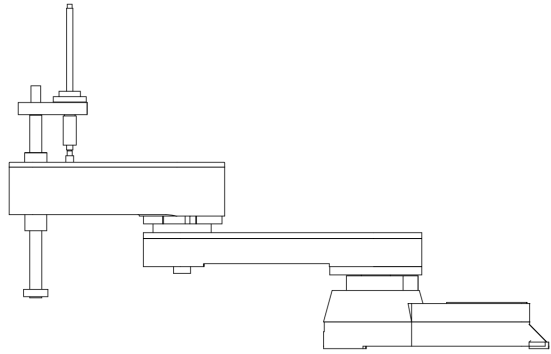
Figura 31. Deformaciones en la dirección vertical del eslabón 2.

7.2.4 Análisis en el eslabones 3 y 4

Estos eslabones a los cuales se le asocia la articulación prismática y la revoluta pueden modelarse como una junta cilíndrica. La acción de la articulación prismática es realizada por un tornillo a bolas el cual es movido por medio de una polea que viene de un motor DC. En cuanto a la acción revoluta, la mueve el motor 4, el cual está dentro del eslabón 2 y el cual mueve un buje a bolas, este último permite la acción prismática más no la revoluta, por lo cual se moverá junto con el eje principal.

El problema al modelar este mecanismo son las no linealidades, ya que el buje restringe los movimientos radial del eje principal en la zona de contacto, pero los permite de manera axial, además hay que tener en cuenta la componente de fricción.

Se encontró, que por efectos de la masa y la reacción del tornillo a bolas, se genera un momento en el vástago del tornillo. Ya que no es alcance analizar los esfuerzos en detalle de los tornillos a bolas, se modeló como un cilindro con el diámetro medio del tornillo y se vio cual era el comportamiento en esta zona (ver Figura 32).

	Esfuerzos causado cuando la herramienta está en el límite inferior en la dirección Z, Para ver la distribución de esfuerzos en otras posiciones ver anexo 4
---	--

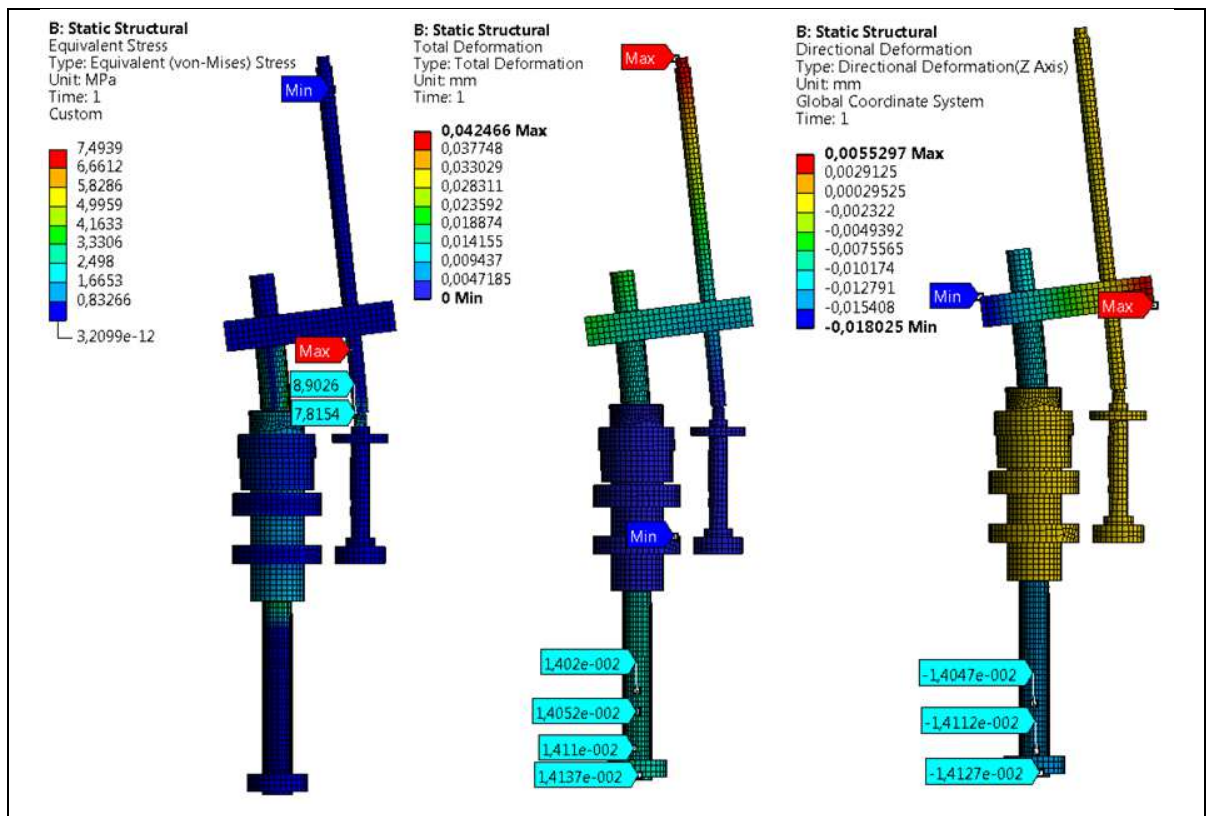


Figura 32. Esfuerzo de los eslabones 3 y 4, en un posición determinada.

En la Figura 33 se puede ver el comportamiento típico de los esfuerzos en un elemento sometido a flexión. Estos son relativamente bajos comparándolos con el esfuerzo a fluencia del cualquier tipo de acero.

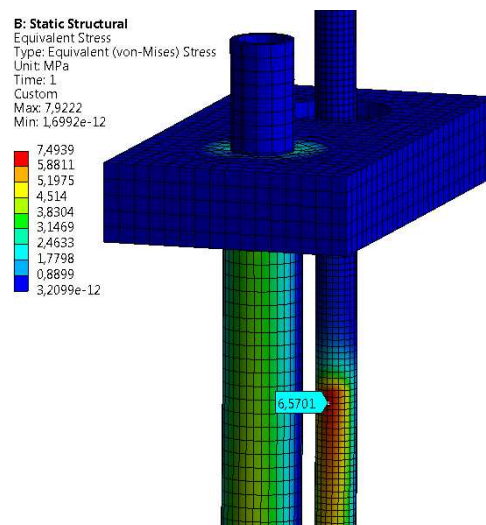


Figura 33. Distribución de esfuerzos en el tornillo a bolas.

7.2.5 Análisis de esfuerzos en el armado del robot.

Se realizó la simulación del armado del robot ensamblado con todos sus eslabones con el fin de analizar el comportamiento mecánico de la estructura. Este análisis tiene en cuenta los pesos de los accesorios y componentes mecánicos como motores, ejes, engranes, etc. El robot se evalúa en las diferentes posiciones y con la carga máxima supuestamente puede levantar el robot. Esta carga máxima es un estimado de lo que puede levantar el robot, pero no se tiene certeza de ello.

El comportamiento mecánico del armado del robot es parecido al hacer la simulación en cada uno de los eslabones por separado, dando a entender que las suposiciones y condiciones de borde eran cercanos a la realidad. Al igual que los análisis anteriores, se puede ver que los esfuerzos equivalentes que sufre la estructura son relativamente bajos comparándolos con el punto de fluencia (ver Figura 34).

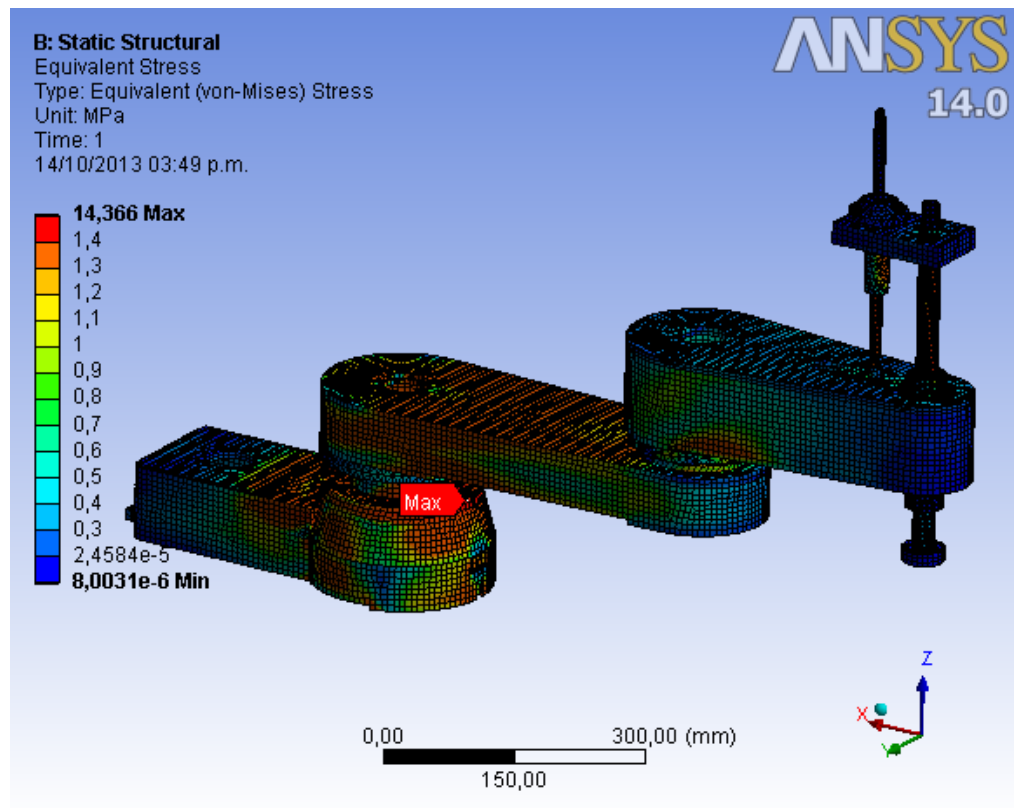


Figura 34. Comportamiento mecánico de los esfuerzos equivalentes en el armado del robot

Un análisis profundo concluye que el eslabón más débil o que puede sufrir esfuerzos considerables es el tornillo sinfín, ya que trabaja bajo momentos flectores y es de un área transversal pequeña y sin mucho momento de inercia.

Otras de las conclusiones es que eslabones uno, dos y bancada, se diseñaron los más rígido posibles para el sistema, ya que, por el brazo del mecanismo de estos, dependen las deflexiones del extremo, y en estos casos es mínima por la elevada precisión. Tampoco se realizó análisis de fatiga ya que los esfuerzos son alrededor de 5% del esfuerzo de fluencia típico para un aluminio lo cual está por debajo del límite de resistencia a la fatiga a los 10^7 ciclos [27].

8 ESTRATEGIA DE CONTROL

8.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se verán los diferentes métodos implementados analíticamente para crear la estrategia de control tanto dinámica como cinemáticamente. En la estrategia de control se definieron que tipo de trayectorias realizaría el control y como se realizaría la interpolación de esta, que por medio de la cinemática inversa se obtendrán los valores que deberían tomar las articulaciones en función del tiempo. El control dinámico depende ampliamente de los mecanismos dentro del robot, en este caso se evaluó como interfiere la reducción del tren de engranajes para tomar la estrategia de control más adecuada.

8.2 CONTROL CINEMÁTICO

Este define las trayectorias que debe seguir cada articulación durante un periodo de tiempo de manera que satisfaga las condiciones dadas por el usuario, en este caso las condiciones deseadas son que la herramienta del robot realice un movimiento rectilíneo entre dos punto a una cierta velocidad. Hay varios métodos para realizar el control con el fin de que la herramienta vaya de un punto al otro como movimiento eje a eje, movimiento simultaneo de ejes, trayectorias coordinadas o isócronas y trayectorias continuas.

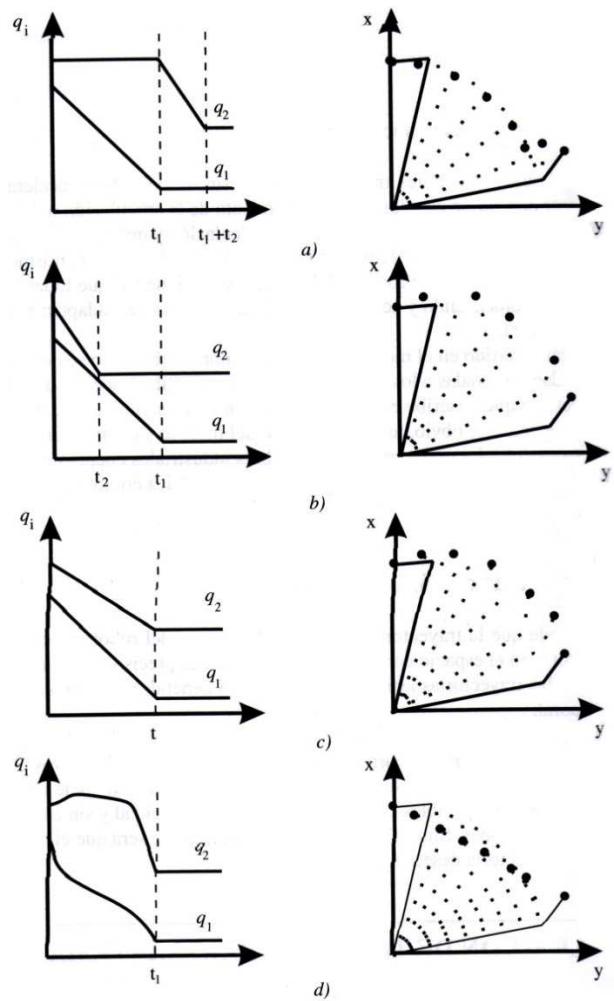


Figura 35. Diferentes trayectorias articulares para el robot Scara, a) movimiento eje a eje, b) movimiento simultáneo de ejes, c) trayectorias coordinadas d) trayectorias continuas.

El único método que satisface la condición de que la herramienta tenga un movimiento rectilíneo entre dos puntos es el de trayectorias continuas (ver Figura 35), en el cual se puede controlar la trayectoria de la herramienta y no solo los puntos de salida y llegada.

8.2.1 Trayectorias Continuas

El objetivo es realizar una estrategia donde la definición de las trayectorias sean similares a las trayectorias realizadas por las máquinas control numérico. Como una fase inicial se

tiene que estas máquinas realizan interpolaciones lineales y arcos indicándoles puntos de referencia y velocidades constantes de avance de la herramienta o efector final.

Con esta estrategia podemos ver como desenvuelven los grados de libertad a través del tiempo de manera que se cumpla las condiciones de posición y velocidad inducidas en el control del robot. Por lo cual se realiza una toma de los puntos espaciales que puede tomar la herramienta en un momento determinado y se le realizan los procedimientos de la cinemática inversa, de tal forma, obteniendo los valores que toman las articulaciones en dichos puntos. Luego se realiza una interpolación tipo spline de tercer grado (ver Tabla 13) dando como resultado una manera de conocer la posición de manera continua a través del tiempo. La idea es tomar una buena cantidad de puntos para que no se presente un error significativo en los puntos no definidos por lo que se puede deducir que la aproximación de la función trayectoria tiene un error que tiende a cero en los puntos de seleccionados.

Tabla 13. Detalles de la interpolación polinómica de tercer grado de una posición articular en un periodo de tiempo

$q(t) = a + b(t - t^i) + c(t - t^i)^2 + d(t - t^i)^3$	Aproximación de la función de la posición de una articulación
$\dot{q}(t) = b + 2c(t - t^i) + 3d(t - t^i)^2$	Primera derivada de la aproximación.
$\ddot{q}(t) = 2c + 6d(t - t^i)$	Segunda derivada de la aproximación
$a = q^i$	Coeficientes del polinomio, Condición de borde
$b = \dot{q}^i$	Coeficientes del polinomio, Condición de borde
$c = \frac{3}{T^3}(\dot{q}^{i+1} - \dot{q}^i) + \frac{1}{T}(\ddot{q}^{i+1} + \ddot{q}^i)$	Coeficientes del polinomio, Incluye función de forma
$d = -\frac{2}{T^3}(\dot{q}^{i+1} - \dot{q}^i) + \frac{1}{T^2}(\ddot{q}^{i+1} + \ddot{q}^i)$	Coeficientes del polinomio, Incluye función de forma
$\dot{q}^1 = \dot{q}^k = 0$	Condición de borde

Con las expresiones anteriores y las condiciones iniciales es posible realizar la interpolación spline de las posiciones articulares y obtener la velocidad y aceleración de cada una de estas (ver Figura 36), completando los requerimientos necesarios para una estrategia de control conforme con el movimiento del robot.

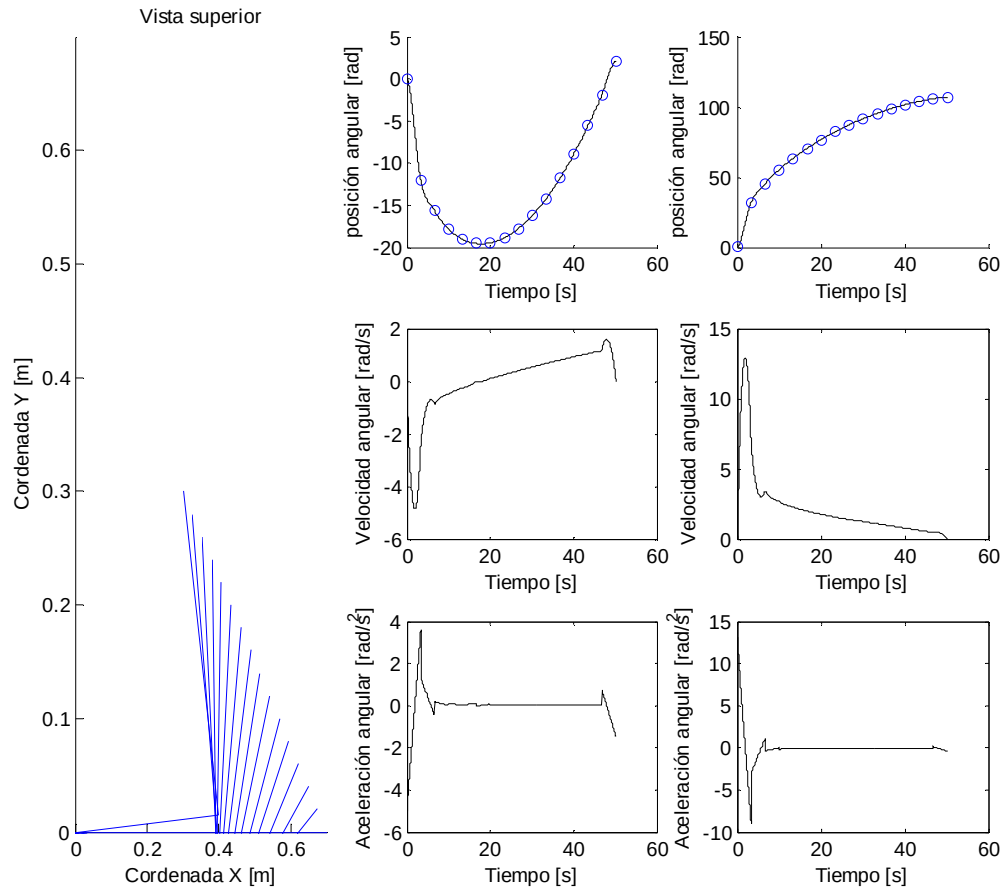


Figura 36. Control cinemático, interpolación lineal de la posiciones articulares del robot.

8.3 CONTROL DINÁMICO

Las características del control dinámico de los robots o brazos robóticos tiene como objetivo procurar que las trayectorias reales por las que pasa cada una de las articulaciones y el extremo final del robot sean las más parecidas en lo posible a las generadas en el control cinemático de este. Los tipos de control para los robots dependen mucho de su configuración y de los mecanismos de transmisión de potencia. Hoy en día los robots son de transmisión directa lo que implica unas estrategias de control bastante complejas que no son el caso del robot Scara UV-Cerma.

Por lo que es válido el control monoarticular ya que las reducciones de los mecanismos son elevadas reduciendo la influencia que puede tener un eslabón respecto a otro como se verá en el siguiente literal.

8.3.1 Control Monoarticular

El esquema del control monoarticular es basado en el esquema del control de posicionamiento del eje del motor eléctrico incluyendo las variables que se le adicionan al modelo como, el momento de inercia del eslabón, los coeficientes de fricción viscosa y reducción del mecanismo de transmisión. El modelamiento dinámico que se realizó en la sección 5.4.1 se puede ampliar para ver cómo afecta los mecanismos de transmisión de potencia al momento de hacer el control dinámico como se muestra en la Tabla 14.

Tabla 14. Modelo dinámico ampliado incluyendo efectos viscosos y del mecanismo de reducción.

$\tau = D\ddot{q} + H + C$	Modelo dinámico en formulación de Lagrange
$\tau = D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + C(q) + F_v\dot{q}$	Dependencia de la matrices
$q_a = Kq$	Incorporación de la matriz de reducción
$\dot{q}_a = K\dot{q}$	Incorporación de la matriz de reducción
$\ddot{q}_a = K\ddot{q}$	Incorporación de la matriz de reducción
$\tau_a = K^{-1}\tau$	Incorporación de la matriz de reducción
$D(q) = D_1 + D_2(q)$	Bifurcación de la matriz D
$\tau_a = K^{-1}(D_1 + D_2(q))K^{-1}\ddot{q}_a + K^{-1}H + K^{-1}C + K^{-1}F_vK^{-1}\dot{q}_a$	Nuevo modelo dinámico en formulación de Lagrange, aumentando los efectos de fricción viscosa.
$\tau_a = K^{-1}D_1K^{-1}\ddot{q}_a + F_v\dot{q}_a + \tau_p$	Se agrupa y para encontrar τ_p
$\tau_p = K^{-1}D_2K^{-1}\ddot{q}_a + K^{-1}H + K^{-1}C$	τ_p = torque perturbado afectado por la matriz K de reducción

Dónde:

q : Es el vector de coordenadas articulares

τ : Vector de fuerzas o pares que se aplican en cada motor.

$D(q)$: Es a matriz de inercias cuyos elementos son función de q .

$H(q, \dot{q})$: Es la matriz de fuerzas de Coriolis y centrípetas.

$C(q)$: Vector de fuerzas de gravedad.

La matriz K hacer referencia a constante de multiplicación de la velocidad en las reducciones donde su inversa son los factores de reducción del mecanismo y D_1 es la matriz diagonal constante y $D_2(q)$ es la contribución de cada uno de los eslabones en la inercia que soporta el correspondiente actuador.

$$K = \begin{bmatrix} 79.79 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 79.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.91 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 73.49 \end{bmatrix} \quad K^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0126 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1264 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0136 \end{bmatrix}$$

Los factores de reducción son bastante altos con lo que se deduce que las fuerzas que aparezcan por el movimiento como las inerciales y la de coriolis se ven afectadas por este factor.

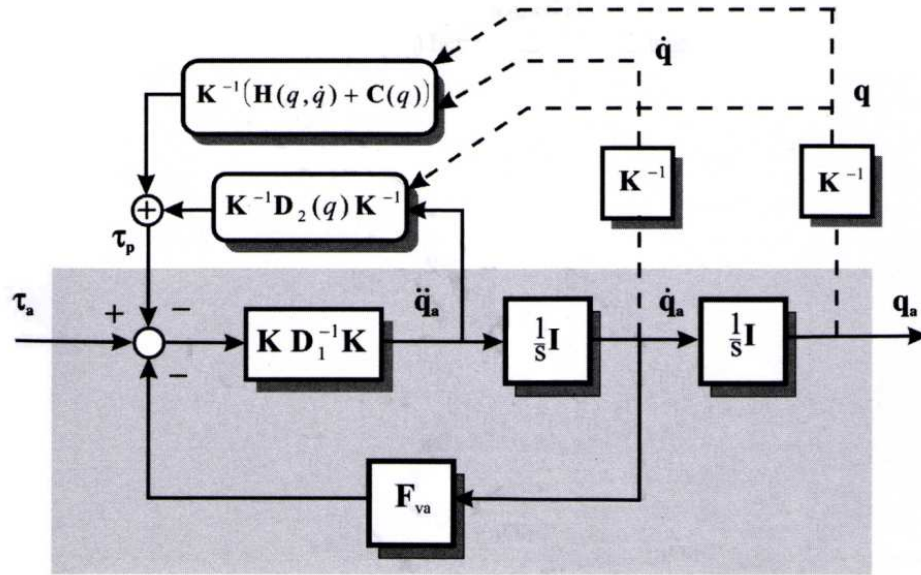


Figura 37. Diagrama de bloques que representa el comportamiento dinámico de una articulación con mecanismo de reducción.

En la Figura 37 se puede ver que si los factores de reducción son elevados k^{-1} tendrá valores despreciables afectado de manera directa al torque perturbador τ_p , por lo que se puede suponer como despreciable en comparación con τ_a . Esta conclusión lleva, que para el caso particular, se puede realizar un control monoarticular bajo estrategias convencionales para el control (PID, pre-alimentación) simplificando drásticamente el control del robot, ya que se reduce al control de cada una de las articulaciones por separado, realizando el control típico al control de un motor dc con algunas modificaciones como se muestra en la Figura 38 además de que se puede realizar una simulación y ver el comportamiento de la articulación [28].

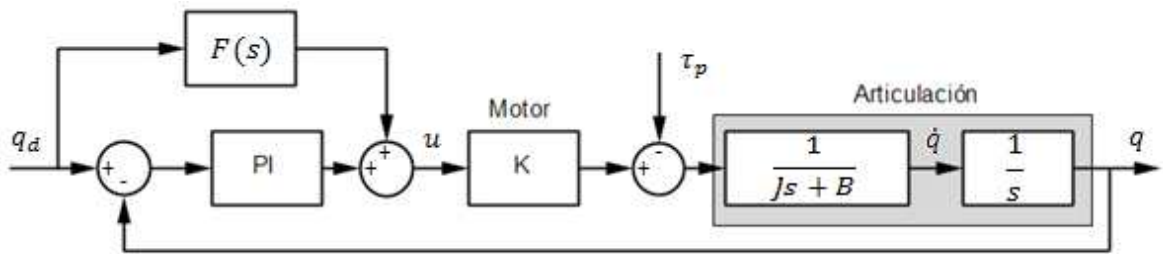


Figura 38. Control típico de un motor DC adaptado a la articulación de un robot.

9 PRUEBAS A REALIZAR CON EL ROBOT

9.1 INTRODUCCIÓN

Uno de los objetivos del trabajo es diseñar guías para la experimentación con el robot en particular de manera remota, con el fin que los conocimientos adquiridos en el aula de clase sean relacionados con un entorno real de manera que se adquieran mejor.

Para ello es necesario conocer el sistema robótico, la configuración de sistema de control, la estructuración de los fundamentos teóricos que se afianzarán en la experimentación y los alcances del laboratorio.

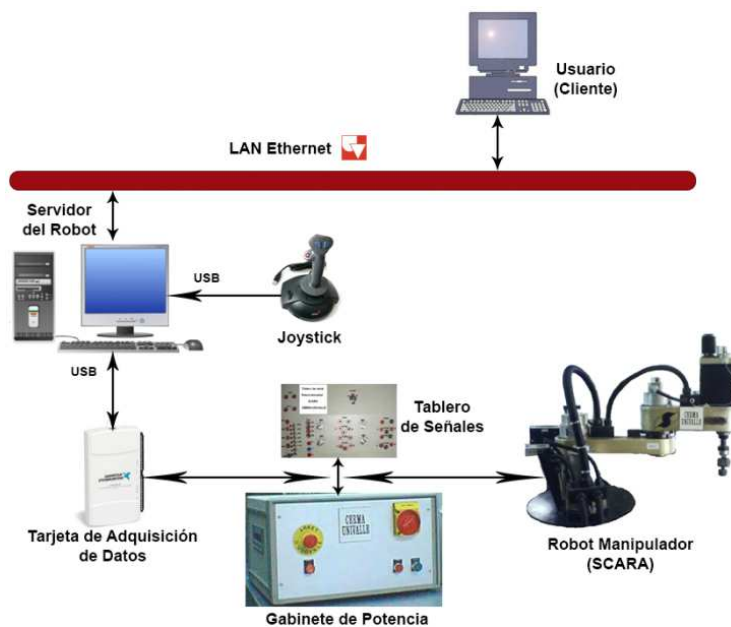


Figura 39. Esquema del sistema de control.

Como se puede ver en la Figura 39, se tiene el sistema robótico, el cual es controlado por un computador bajo criterios del usuario por medio de una interfaz gráfica, la comunicación entre el computador y el robot se hace por medio de una tarjeta de adquisición de datos y un tablero de señales que recoge las señales de realimentación en este caso los pulsos del encoder. Por último, el mismo computador funciona como servidor del robot para que otros usuarios en una red LAN puedan controlar el robot. Esta estructuración fue desarrollada en un trabajo paralelo en [29].

Las guías se definen de acuerdo con los temas estudiados en un curso de robótica, como se hizo en [30], además también se pueden realizar guías para la enseñanza en la programación de robots [31], para la experimentación con el control de este. Los temas y/o tópicos que se llevan a cabo en el aula de clase son:

- Introducción, Antecedentes y definición de conceptos
- Morfologías de los robots
- Herramientas matemáticas utilizadas en la robótica o brazos manipuladores.
- Cinemática del robot.
- Dinámica del robo.
- Control cinemático y dinámico.
- Programación del robot
- Criterios de implantación de un robot industrial
- Aplicaciones de robots.

9.2 PRUEBAS, GUÍAS Y EXPERIMENTOS A REALIZAR.

9.2.1 Prueba 1: Morfología del robot

Objetivo

Observar el robot y reconocer los diferentes componentes estructurales y electrónicos indicando el número de eslabones, actuadores, sensores, número y tipo de junta y grados de libertad.

Actividad

El experimentador deberá realizar un bosquejo en el cual indique que los eslabones, las juntas, los actuadores, topes mecánicos, herramienta y distancia entre ejes. Para ello debe interactuar con el robot manipulando, realizando medidas, llevándolo a los extremos de los rangos de articulación. Cabe recordar que el robot debe estar apagado en el momento de hacerlo.

9.2.2 Prueba 2: Modelos cinemáticos.

Objetivo

Realizar modelos cinemáticos del robot Scara UV-Cerma mediante los métodos aprendidos en los cuales se deben conocer las características y dimensiones geométricas.

Actividad

El estudiante deberá realizar el modelo cinemático con los datos geométricos que obtuvo en el experimento anterior, como resultado de esto, deberá entregar el diagrama esquemático con los estándares dichos en clase, los parámetros D-H y las matrices de transformación homogéneas referentes al robot. Por último, se comparará con los modelos base y se verá la diferencia entre ellos.

9.2.3 Prueba 3: Posicionamiento, rangos y volumen de trabajo.

Objetivo

Corroborar los modelos cinemáticos que han realizado por medio del control, posicionando los diferentes eslabones del robot de tal manera que se puedan ver cómo interactúan los diferentes grados de libertad del robot obteniendo así volúmenes de trabajo y rangos de las articulaciones.

Actividad

El estudiante deberá ver la posición del efector final del robot, dependiendo de las posiciones articulares, esto se hará mediante la interfaz gráfica del controlador del robot, También deberá predecir cuales son las posiciones de las articulaciones y qué relación

tiene con los parámetros D-H, dependiendo de una posición cualquiera de la herramienta. Por último, se tomará el rango de cada articulación midiéndolo desde el software y así obtener el volumen de trabajo.

9.2.4 Prueba 4: Análisis diferencial. Velocidades y configuraciones singulares.

Objetivo

Obtener modelos diferenciales para hallar la velocidad del extremo del robot y corroborar los modelos con el control del robot.

Actividad

Los estudiantes y/o investigadores realizarán modelos diferenciales para hallar las velocidades angulares y lineales tanto de los eslabones como el efector final (extremo del robot), luego con la interfaz gráfica del control se verificarán y compararán los análisis de velocidades.

9.2.5 Prueba 5: Dinámica del robot.

Objetivo

Realizar modelos dinámicos simples, con las características de los motores y con la configuración de los mecanismos internos dados.

Actividad

Teniendo las características de los motores y los mecanismos de transmisión es posible que los estudiantes puedan realizar modelos dinámicos mediante la formulación de Lagrange o el método de Newton-Euler, luego estos modelos se simularán en alguna plataforma de tal manera que se puedan comparar con los modelos dinámicos establecidos.

10 CONCLUSIONES

El modelamiento cinemático y dinámico influyen ampliamente al momento de elegir la estrategia de control, en donde la velocidad máxima del robot en el plano es de 3 m/s, que dependen tanto de la estructura y configuración del robot, como de los elementos de maquinaria y sistemas mecánicos que posee el robot. Las aceleraciones de coriolis y centrípetas influyen de manera significativa, gracias a la configuración geométrica y peso de los eslabones, pero sus efectos se ven afectados por los trenes de engranajes que posee el robot, tanto así que entran a considerarse como pequeñas perturbaciones que el control puede corregir. El control de posicionamiento utiliza de manera constante la cinemática inversa, para elegir las posiciones articulares en función de los puntos que debe tomar la herramienta del robot durante una trayectoria. Esta trayectoria es definida por operario y/o control del robot, las cuales se basa en interpolaciones y aproximaciones polinómicas.

Los esfuerzos generados en la estructura por el peso de esta y la carga transportada son relativamente bajos comparados con el esfuerzo de fluencia, esto se debe a que en este tipo de máquinas no se permiten grandes deflexiones ya que la máquina perdería precisión. La estructura del robot puede soportar un peso mayor que lo indicado por el informe inicial que vino con el robot, el problema radica en la herramienta ya que presenta errores en diseño que solo permiten cargar 10 kilogramos.

El acoplamiento de los motores nuevos no redujo considerablemente las características del robot, esto es gracias a que los motores sustitutos se buscaron con características similares.

11 TRABAJOS FUTUROS

Dentro de los trabajos futuros esta la mejora en el de control ya en el trabajo paralelo que se encargaba del control del robot, solo implementó el control de posicionamiento, mas no el de velocidades. Los trabajos futuros se pueden realizar ya que existen los modelos y caracterizaciones del robot necesarios que fueron presentados en este trabajo.

- Implementar el modelo diferencial en el control del Robot SCARA
- Desarrollar algoritmos que permitan planear trayectorias con otros métodos de interpolación.
- Desarrollar otras estrategias de control ya que se tienen todos los modelos necesarios, tales como redes neuronales, control difuso, entre otras, para la posición y la velocidad.
- Implementación de un sistema de manufactura flexible con apoyo del robot UV-Cerma
- Planeación de trayectorias por visión artificial.
- Cambio de la herramienta, por herramientas motorizadas para manufactura asistida por computador que busque que el robot funcione como una máquina de control numérico.

12 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Buitrago J. T; Conformación de un ambiente para la experimentación en robótica industrial, de apoyo para la educación remota en ingeniería, Cali, 2011.
- [2] Kelly R. y Santibáñez, V; Control de movimiento de robots manipuladores, 1ª ed., Madrid: Prentice Hall, 2003
- [3] Buitrago J. T; Modelo dinámico del robot Univalle-Cerma, Tesis magistral, Universidad del Valle, Cali, 1999.
- [4] Pinedo Jaramillo C. R; Metodología para el Seguimiento de Trayectorias Predefinidas en el Desplazamiento de Robots, Tesis magistral, Universidad del Valle, Cali, Colombia, 1998.
- [5] Gallego, J. E. y Goenaga, G. A; Ingeniería de mando y control para el movimiento del robot Scara Univalle-Cerma, Tesis de pregrado, Universidad del Valle, Cali, 2001.
- [6] Chamorro Mostacilla, C. R; UVCermaSimulador: Simulador del Robot UVCERMA, Tesis de pregrado, Universidad del Valle, Cali, Colombia, 2001.
- [7] Taylor, K; University of Western, Australia, Disponible en: <<http://telerobot.mech.uwa.edu.au>>
- [8] Barnaby, Dalton; Techniques for Web Telerobotics; Tesis doctoral, Department of Mechanical and Materials Engineering University of Western Australia, Australia, 2001.
- [9] Odorico, A; Educación En Robótica, Una Tecnología Integradora. Universidad Tecnológica Nacional, 2006.
- [10] Djalic, V. et al. Laboratory for robotics and automation as a tool for remote access to learning content, Tesis magistral, University of Banjaluka, Faculty of Electrical Engineering, 2008.
- [11] Murtra, M. et al. A Proposal of Remote Laboratory for Distance Training in Robotic Applications. Tesis magistral, College of Industrial Engineering (EUETIB). Barcelona, Spain 2007.
- [12] Draganjac, I. et al. An Internet-based System for Remote Planning and Execution of SCARA Robot Trajectories, Tesis magistral University of Zagreb, Zagreb, Croacia, 2008.
- [13] Tzafestas, C. S. et al. Virtual and Remote Robotic Laboratory: Comparative Experimental Evaluation. IEEE transactions on education, vol. 49, no. 3, august 2006
- [14] Song, G. et al. A Novel Distributed Architecture for Building Web-Enabled Remote Robotic Laboratories, Tesis doctoral, Department of Instrument Science and Engineering, Southeast University. China. 2005.
- [15] Barrientos, A. et al. Fundamentos de robótica, 2ª ed, España, Mc Graw Hill, 2007.
- [16] Saha S. K; Introducción a la robótica, 1 ed; Mc Graw Hill, 2010.
- [17] Uicker, J.J; On the Dynamic Analysis of Spatial Linkages Using 4x4 Matrices, Tesis doctoral, Northwestern University, Evanston, III, 1965.
- [18] Thaler, G. J. y Wilcox M.L; Máquinas eléctricas, Limusa Wiley S.A; México, D.F
- [19] Dorf, C. R. y Bishop R. H; Sistemas de Control Moderno, 10ª ed; Madrid: Pearson, Prentice Hall, 2007.
- [20] Monasterio, F. y Gutierrez, A; Modelo lineal de un motor de corriente Continua, Art, 2012
- [21] Budynas, R. G. y Nisbett J. K; Diseño en ingeniería mecánica de Shigley, 8ª ed; Mc Graw Hill, 2008.
- [22] Ogata, K; Ingeniería de Control Moderna, 4ª ed; Pearson, Prentice Hall, 2010.
- [23] Chandrupatla, T. R. y Belegundu A.D; Introducción al Estudio del Elemento, 4ª ed; Pearson, Prentice Hall.
- [24] Zienkiewicz, O. C. y Taylor R. L. El Método de los Elementos Finitos. Editorial McGraw-Hill, 1993.
- [25] Beer. F.P. et al; Mecánica de Materiales. 4ª ed; Mc Graw Hill, 2007.
- [26] Timoshenko, S.P and Goodier, J.N; Teoría de la Elasticidad, Editorial Mir. Moscú, 1964.
- [27] R. L. Norton, Diseño de maquinas, 8ª ed; México D.F: Pearson, Prentice Hall, 1999.

- [28] Bermúdez, E.P. y Espada, F.M; Fundamentos de Control con Matlab, 1ª ed; Pearson, 2010.
- [29] Carvajal, J. S. y Zapata, C.A; Conformación De Una Plataforma Virtual Para El Mando Local Y Remoto De Un Brazo Robótico De Apoyo Para La Educación En Ingeniería, Tesis de pregrado, Universidad del Valle, Escuela de ingeniería eléctrica y electrónica. 2013
- [30] Jara, C. et al; Laboratorios Virtuales Y Remotos Basados En Ejs Para La Enseñanza De Robótica Industrial, Tesis de pregrado, Universidad De Alicante, 2004.
- [31] Ariza, C. y Amaya, D; Laboratorio Remoto para la Enseñanza de la Programación de un Robot Industrial, Universidad Militar de Nueva Granada. Revista Ing. Usbmed, Vol. 2, No. 1, 2011.

13 ANEXOS

13.1 ANEXO 1: DESPIECE DE LOS ESLABONES.

En la Figura 40 se puede visualizar el despiece de todos los eslabones y la configuración interna de los diferentes mecanismos.

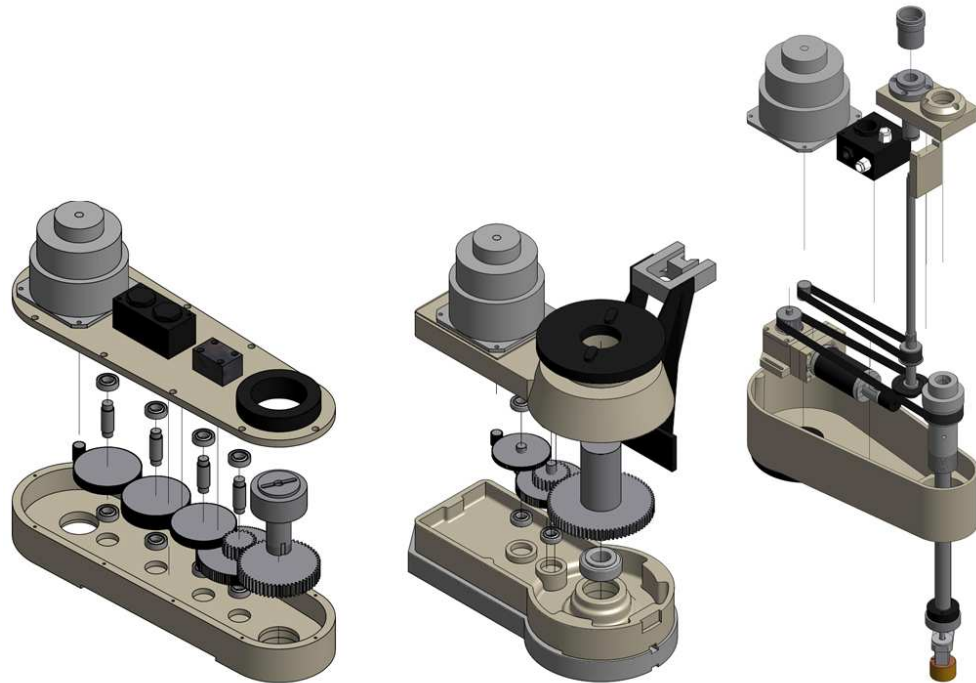


Figura 40. Despieces de todos los eslabones.

13.2 ANEXO 2: RANGO DE ARTICULACIONES

En las tablas Figura 14, Figura 15 y Figura 16 se pueden ver las características de los encoders y los pulsos que abarcaron de un extremo a otro en su respectiva articulación, esto con el fin de hallar el rango de la articulación.

Tabla 15. Pulsos dados por encoder de extremo a extremo de la eslabón 1 para hallar rango de articulación

		Unidades
Pulsos durante el rango	48766.056	pul
Encoder	1000	pul/rev

Numero de rev. en eje del motor	48.77	rev
Relación de velocidad	0,01253	
Rango articulación	0.611	rev
Rango articulación 1	220	grados

Tabla 16. Pulsos dados por encoder de extremo a extremo de la eslabón 2 para hallar rango de articulación

		Unidades
Pulsos durante el rango	7723	pul
Encoder	250	pul/rev
Numero de rev. en eje del motor	30,89	rev
Relación de velocidad	0,0130716	
Rango articulación	0,40	rev
Rango articulación 2	145,37	grados

Tabla 17. Pulsos dados por encoder de extremo a extremo de la eslabón 3 para hallar rango de articulación

		Unidades
Pulsos durante el rango	4306	pul
Encoder	250	pul/rev
Numero de rev. en eje del motor	17,224	rev
Relación de velocidad primera etapa	0,619	
Revoluciones del tornillo sinfín	10,66166	rev
Paso de tornillo sinfín	1/4	in
	6,35	mm
Número de entradas	2	
Rango articulación 3	135,40	mm

13.3 ANEXO 3: CÓDIGOS EN MATLAB DE LOS ANÁLISIS CINEMÁTICOS

En la Figura 41 se muestra el esquema de los algoritmos utilizados en matlab para realizar los diferentes cálculos en los modelos cinemáticos y dinámicos.

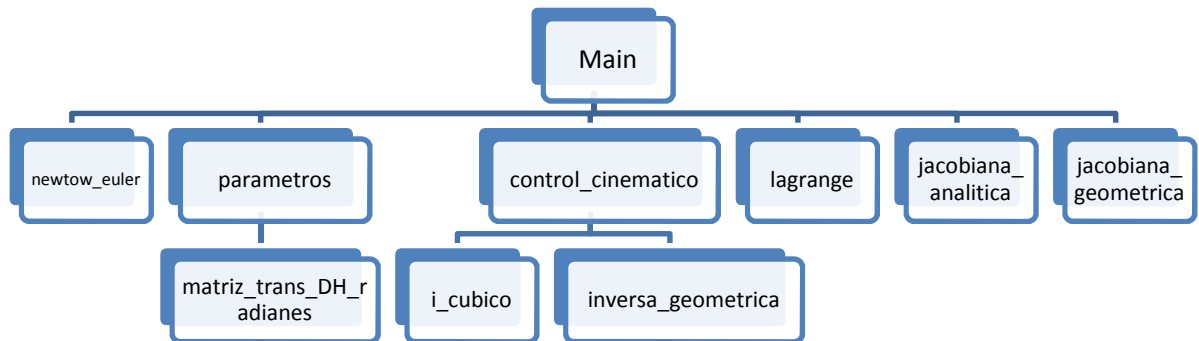


Figura 41. Esquema de paternidad en los algoritmos utilizados.

13.3.1 main.

```

clc
clear all
tic
global A01 A12 A23 A34
global Ja_inv

%Posición de centro de masa cada eslabón
x1=-210.917e-3; y1=0; z1=59.855e-3;
x2=-232.062e-3; y2=0; z2=87.13e-3;
x3=0; y3=0; z3=0.250;
x4=0; y4=0; z4=-0.05;
%Masas de cada eslabón en kilogramo
m1=22.1;
m2=16.5;
m3=0.61;
m4=0.6;
g=9.8;

%Algoritmo computacional de Lagrange simbolico
J1=[(x1^2)*m1 x1*y1*m1 x1*z1*m1 x1*m1;
    x1*y1*m1 (y1^2)*m1 y1*z1*m1 y1*m1;
    x1*z1*m1 y1*z1*m1 (z1^2)*m1 z1*m1;
    x1*m1 y1*m1 z1*m1 m1];

J2=[(x2^2)*m2 x2*y2*m2 x2*z2*m2 x2*m2;
    x2*y2*m2 (y2^2)*m2 y2*z2*m2 y2*m2;
    x2*z2*m2 y2*z2*m2 (z2^2)*m2 z2*m2;
    x2*m2 y2*m2 z2*m2 m2];
Ix3=411518.269*(10^-6); Iy3=411518.269*(10^-6);
Iz3=986.460*(10^-6);

J3=[(1/2)*(-Ix3+Iy3+Iz3) x3*y3*m3 x3*z3*m3
    x3*m3;
    x3*y3*m3 (1/2)*(Ix3-Iy3+Iz3) y3*z3*m3
    y3*m3;
    x3*z3*m3 y3*z3*m3 (1/2)*(Ix3+Iy3-
    Iz3) z3*m3;
    x3*m3 y3*m3 z3*m3
    m3];
Ix4=55786.810*(10^-6); Iy4=55786.810*(10^-6);
Iz4=1974.616*(10^-6);

J4=[(1/2)*(-Ix4+Iy4+Iz4) x4*y4*m4 x4*z4*m4 x4*m4;
    x4*y4*m4 (1/2)*(Ix4-Iy4+Iz4) y4*z4*m4 y4*m4;
    x4*z4*m4 y4*z4*m4 (1/2)*(Ix4+Iy4-Iz4) z4*m4;
    x4*m4 y4*m4 z4*m4 m4];
TAO1=lagrange(J1,J2,J3,J4);

%Parametros D-h para una posición específica
q1=deg2rad(0);
q2=deg2rad(0);
q3=0.2;
q4=deg2rad(0);
a1=0.4;%constantes
a2=0.302;%constantes
d1=0.2045;%constantes
d2=0.10720;%constantes
d4=0.22;%constantes
%Velocidadesd y aceleraciones de cada grado de libertad
q1p=0; q1pp=0;
q2p=0; q2pp=0;
q3p=0; q3pp=0;
q4p=0; q4pp=0;
p=[q1,d1,a1,0;
    q2,d2,a2,0;
    0,-q3,0,0;
    q4,-d4,0,pi];
T=parametros(p)
Q1(1)=q1;
Q2(1)=q2;
Q3(1)=q3;
Q4(1)=q4;
Q1P(1)=q1p;
Q2P(1)=q2p;
Q3P(1)=q3p;
Q4P(1)=q4p;
%Algoritmo computacional de Lagrange numérico
disp('Lagrange')
tao=(eval(TAO1))
%Algoritmo computacional de Newton-Euler
f55=[0 0 0]';%fuerza aplicada en el extremo del robot
n55=[0 0 0]';%Par aplicado en el extremo del robot

```

```

I11=[676.896*(10^-6) 0 0;
0 5415.799*(10^-6) 0;
0 0 6080.281*(10^-6)];

I22=[676.896*(10^-6) 0 0;
0 5415.799*(10^-6) 0;
0 0 6080.281*(10^-6)];

I33=[103249.49*(10^-6) 0 0;
0 103249.49*(10^-6) 0;
0 0 986.460*(10^-6)];

I44=[20424.149*(10^-6) 0 0;
0 20424.149*(10^-6) 0;
0 0 1974.616*(10^-6)];

```

```

disp('Newton-Euler')
newtow_euler(A01,A12,A23,A34,T,q1,q2,q3,q4,q1p,q2p,q3p,q
4p,...
q1pp,q2pp,q3pp,q4pp,m1,m2,m3,m4,g,I11,I22,I33,I44,f55,n55,
x1,y1,z1,x2,y2,z2,...
x3,y3,z3,x4,y4,z4,p)
%Modelos dinamico en variables de estado
%volver a definir D y N=H+C aqui abajo cada vez q se
cambie los parametros
%geometricos del robot para que de el modelo dinamico en
Variables de
%estado
D=[ (9013*cos(conj(q1) - q1)*abs(a1)^2)/1000 +
(9013*cos(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000 +
(4549243789737881*cos(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2)))/4611686018427387904 +
(4553154499481507*cos(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (cos(conj(q1))*conj(a1)
+ cos(conj(q1) + conj(q2))*conj(a2))*((149*a2*cos(q1 +
q2))/200 - (149*cos(q1 + q2))/2000 + (149*a1*cos(q1))/200) -
cos(conj(q1) + conj(q2))*((149*a2*cos(q1 + q2))/2000 -
(149*cos(q1 + q2))/20000 + (149*a1*cos(q1))/2000) +
(sin(conj(q1))*conj(a1) + sin(conj(q1) +
conj(q2))*conj(a2))*((149*a2*sin(q1 + q2))/200 - (149*sin(q1
+ q2))/2000 + (149*a1*sin(q1))/200) - sin(conj(q1) +
conj(q2))*((149*a2*sin(q1 + q2))/2000 - (149*sin(q1 +
q2))/20000 + (149*a1*sin(q1))/2000) + (149*cos(conj(q1) -
q1)*(10*a1 - 1)*(10*conj(a1) - 1))/20000 +
(9013*a2*cos(conj(q1) - q2 - q1)*conj(a1))/1000 +
(9013*a1*cos(conj(q1) - q1 + conj(q2))*conj(a2))/1000,
(9013*cos(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000 +
(4549243789737881*cos(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2)))/4611686018427387904 +
(4553154499481507*cos(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (149*(10*a2 -
1)*(10*cos(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*conj(a2) -
cos(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2)) + 10*cos(conj(q1) - q2 -
q1)*conj(a1))/20000 + (9013*a2*cos(conj(q1) - q2 -
q1)*conj(a1))/1000, 0, (4553154499481507*cos(conj(q1)
- q2 - q4 - q1 + conj(q2) + conj(q4)))/2305843009213693952;

(9013*cos(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000 +
(4549243789737881*cos(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2)))/4611686018427387904 +
(4553154499481507*cos(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (149*(10*conj(a2) -
1)*(10*a2*cos(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2)) - cos(conj(q1) -
q2 - q1 + conj(q2)) + 10*a1*cos(conj(q1) - q1 +
conj(q2)))/20000 + (9013*a1*cos(conj(q1) - q1 +
conj(q2))*conj(a2))/1000,

```

```

(4553154499481507*cos(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (cos(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2))*((2843104430360484642816*abs(a2)^2
+ 568655473717235125))/576460752303423488000
+ (4081*cos(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000 +
(149*cos(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*(10*a2 -
1)*(10*conj(a2) - 1))/20000, 0,
(4553154499481507*cos(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952;

```

```

(4553154499481507*cos(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952,
(4553154499481507*cos(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952, 0,
(4553154499481507*cos(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952;

```

```

%
N=[
q1p^2*((9013*sin(conj(q1) - q1)*abs(a1)^2)/1000 +
(9013*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000 +
(4549243789737881*sin(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2)))/4611686018427387904 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (sin(conj(q1))*conj(a1)
+ sin(conj(q1) + conj(q2))*conj(a2))*((149*a2*cos(q1 +
q2))/200 - (149*cos(q1 + q2))/2000 + (149*a1*cos(q1))/200) -
(cos(conj(q1))*conj(a1) + cos(conj(q1) +
conj(q2))*conj(a2))*((149*a2*sin(q1 + q2))/200 - (149*sin(q1
+ q2))/2000 + (149*a1*sin(q1))/200) - sin(conj(q1) +
conj(q2))*((149*a2*cos(q1 + q2))/2000 - (149*cos(q1 +
q2))/20000 + (149*a1*cos(q1))/2000) + cos(conj(q1) +
conj(q2))*((149*a2*sin(q1 + q2))/2000 - (149*sin(q1 +
q2))/20000 + (149*a1*sin(q1))/2000) + (149*cos(conj(q1) -
q1)*(10*a1 - 1)*(10*conj(a1) - 1))/20000 +
(9013*a2*sin(conj(q1) - q2 - q1)*conj(a1))/1000 +
(9013*a1*sin(conj(q1) - q1 + conj(q2))*conj(a2))/1000) +
q2p^2*((9013*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000
+ (4549243789737881*sin(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2)))/4611686018427387904 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (149*(10*a2 -
1)*(10*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*conj(a2) -
sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2)) + 10*sin(conj(q1) - q2 -
q1)*conj(a1))/20000 + (9013*a2*sin(conj(q1) - q2 -
q1)*conj(a1))/1000) +
(4553154499481507*q4p^2*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 +
conj(q2) + conj(q4)))/2305843009213693952 +
(4553154499481507*q1p*q4p*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 +
conj(q2) + conj(q4)))/1152921504606846976 +
(4553154499481507*q2p*q4p*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 +
conj(q2) + conj(q4)))/1152921504606846976 +
2*q1p*q2p*((9013*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000
+ (4549243789737881*sin(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2)))/4611686018427387904 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (149*(10*a2 -
1)*(10*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*conj(a2) -
sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2)) + 10*sin(conj(q1) - q2 -
q1)*conj(a1))/20000 + (9013*a2*sin(conj(q1) - q2 -
q1)*conj(a1))/1000);

```

```

q1p^2*((9013*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000
+ (4549243789737881*sin(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2)))/4611686018427387904 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (149*(10*a2 -
1)*(10*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*conj(a2) -
sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2)) + 10*sin(conj(q1) - q2 -
q1)*conj(a1))/20000 + (9013*a2*sin(conj(q1) - q2 -
q1)*conj(a1))/1000);

```

```

conj(q2))/4611686018427387904 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4)))/2305843009213693952 + (149*(10*conj(a2) -
1)*(10*a1*sin(conj(q1) - q1 + conj(q2)) - sin(conj(q1) - q2 -
q1 + conj(q2)) + 10*a2*sin(conj(q1) - q2 - q1 +
conj(q2)))/20000 + (9013*a1*sin(conj(q1) - q1 +
conj(q2))*conj(a2))/1000) +
q2p^2*((4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 +
conj(q2) + conj(q4)))/2305843009213693952 + (sin(conj(q1) -
q2 - q1 + conj(q2))*(2843104430360484642816*abs(a2)^2 +
568655473717235125))/576460752303423488000 +
(4081*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000 +
(149*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*(10*a2 -
1)*(10*conj(a2) - 1))/20000) +
(4553154499481507*q4p^2*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 +
conj(q2) + conj(q4)))/2305843009213693952 +
(4553154499481507*q1p*q4p*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 +
conj(q2) + conj(q4)))/1152921504606846976 +
(4553154499481507*q2p*q4p*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 +
conj(q2) + conj(q4)))/1152921504606846976 +
2*q1p*q2p*(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 +
conj(q2) + conj(q4)))/2305843009213693952 +
(sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2 +
568655473717235125))/576460752303423488000 +
(4081*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*abs(a2)^2)/1000 +
(149*sin(conj(q1) - q2 - q1 + conj(q2))*(10*a2 -
1)*(10*conj(a2) - 1))/20000);

g*m3 + g*m4;

(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +

```

```

conj(q4))*q1p^2)/2305843009213693952 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4))*q1p*q2p)/1152921504606846976 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4))*q1p*q4p)/1152921504606846976 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4))*q2p^2)/2305843009213693952 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4))*q2p*q4p)/1152921504606846976 +
(4553154499481507*sin(conj(q1) - q2 - q4 - q1 + conj(q2) +
conj(q4))*q4p^2)/2305843009213693952];
%
u=(inv(D))*(tao-N);
A=zeros(8);A(1,5)=1;A(2,6)=1;A(3,7)=1;A(4,8)=1;
B=zeros(8,4);B(5,1)=1;B(6,2)=1;B(7,3)=1;B(8,4)=1;
estado=[q1 q2 q3 q4 q1p q2p q3p q4p]';
ecuacion_estado=(A*estado)+(B*u);
%JACOBIANA ANALITICA
velocidades_Ja=eval(jacobiana_analitica(q1p,q2p,q3p,q4p))
Ja_INVERSA=eval(Ja_inv);
%JACOBIANA GEOMETRICA
velocidades_Jv=eval(jacobiana_geometrica(q1p,q2p,q3p,q4p))
)
toc
%llamamos a las características de los motores
%motor2;
P1=[0.702,0];
P2=[0.3,0.3];
EJE=control_cinematico(P1,P2,a1,a2);
t2=EJE(:,1);
y2=EJE(:,2);
y3=EJE(:,3);

```

13.3.2 Parámetros.

```

function matriz_transf_total=parametros(a) %Esta matriz es la que me relaciona el primer sistema de coordenadas con el
ultimo
global A01 A12 A23 A34
A01=matriz_trans_DH_radianes(a(1,1),a(1,2),a(1,3),a(1,4));
A12=matriz_trans_DH_radianes(a(2,1),a(2,2),a(2,3),a(2,4));
A23=matriz_trans_DH_radianes(a(3,1),a(3,2),a(3,3),a(3,4));
A34=matriz_trans_DH_radianes(a(4,1),a(4,2),a(4,3),a(4,4));
matriz_transf_total=A01*A12*A23*A34;

```

13.3.3 matriz_trans_DH_radianes

```

function matTDH_radianes=matriz_trans_DH_radianes(teta,d,a,alfa)
M=[cos(teta), -cos(alfa)*sin(teta), sin(alfa)*sin(teta), a*cos(teta);
sin(teta), cos(alfa)*cos(teta), -sin(alfa)*cos(teta), a*sin(teta);
0, sin(alfa), cos(alfa), d;
0, 0, 0, 1];
matTDH_radianes=M;

```

13.3.4 jacobiana_geometrica

```

function JV=jacobiana_geometrica(q1p,q2p,q3p,q4p)
global A01 A12 A23 A34
syms q1 d1 a1 q2 d2 a2 q3 q4 d4
p=[q1,d1,a1,0;
q2,d2,a2,0;
0,-q3,0,0;
q4,-d4,0,pi];
T=parametros(p);
A00=eye(4);

```

```
A01;
A02=A01*A12;
A03=A01*A12*A23 ;
A04=T;
```

```
z00=A00(1:3,3);
z01=A01(1:3,3);
z02=A02(1:3,3);
z03=A03(1:3,3);
z04=A04(1:3,3);
```

```
P04=A04(1:3,4)-A00(1:3,4);
```

13.3.5 jacobiana_analitica

```
function JA=jacobiana_analitica(q1p,q2p,q3p,q4p)
```

```
syms q1 d1 a1 q2 d2 a2 q3 q4 d4
```

```
global Ja_inv
```

```
p=[q1,d1,a1,0;
    q2,d2,a2,0;
    0,-q3,0,0;
    q4,-d4,0,pi];
```

```
T=parametros(p);
```

```
Ja(1,1)=diff(T(1,4),q1,1);
Ja(1,2)=diff(T(1,4),q2,1);
Ja(1,3)=diff(T(1,4),q3,1);
Ja(1,4)=diff(T(1,4),q4,1);
```

```
Ja(2,1)=diff(T(2,4),q1,1);
Ja(2,2)=diff(T(2,4),q2,1);
Ja(2,3)=diff(T(2,4),q3,1);
Ja(2,4)=diff(T(2,4),q4,1);
```

```
Ja(3,1)=diff(T(3,4),q1,1);
Ja(3,2)=diff(T(3,4),q2,1);
Ja(3,3)=diff(T(3,4),q3,1);
Ja(3,4)=diff(T(3,4),q4,1);
```

13.3.6 newtow_euler

```
function
NE=newtow_euler(A01,A12,A23,A34,T,q1,q2,q3,q4,q1p,q2p,q
3p,q4p,...
```

```
q1pp,q2pp,q3pp,q4pp,m1,m2,m3,m4,g,I11,I22,I33,I44,f55,n55,
x1,y1,z1,x2,y2,z2,...
    x3,y3,z3,x4,y4,z4,p)
```

```
%paso 1 y 2
```

```
W00=[0 0 0]';
Wp00=[0 0 0]';
V00=[0 0 0]';
Vp00=[0 0 0]';
```

```
z0=[0 0 1]';
```

```
p11=[p(1,3);p(1,2)*sin(p(1,4));p(1,2)*cos(p(1,4))];
p22=[p(2,3);p(2,2)*sin(p(2,4));p(2,2)*cos(p(2,4))];
p33=[p(3,3);p(3,2)*sin(p(3,4));p(3,2)*cos(p(3,4))];
p44=[p(4,3);p(4,2)*sin(p(4,4));p(4,2)*cos(p(4,4))];
```

```
P14=A04(1:3,4)-A01(1:3,4);
P24=A04(1:3,4)-A02(1:3,4);
P34=A04(1:3,4)-A03(1:3,4);
```

```
Jav1=[cross(z00,P04);z00];
Jav2=[cross(z01,P14);z01];
Jav3=[-z02;0;0;0];
Jav4=[cross(z03,P34);z03];
```

```
Jv=[Jav1,Jav2,Jav3,Jav4];
```

```
JV=Jv*[q1p; q2p; q3p; q4p];
```

```
fi=q1+q2+q4;
te=pi;
tri=pi;
```

```
Ja(4,1)=diff(fi,q1,1);
Ja(4,2)=diff(fi,q2,1);
Ja(4,3)=diff(fi,q3,1);
Ja(4,4)=diff(fi,q4,1);
```

```
Ja(5,1)=diff(te,q1,1);
Ja(5,2)=diff(te,q2,1);
Ja(5,3)=diff(te,q3,1);
Ja(5,4)=diff(te,q4,1);
```

```
Ja(6,1)=diff(tri,q1,1);
Ja(6,2)=diff(tri,q2,1);
Ja(6,3)=diff(tri,q3,1);
Ja(6,4)=diff(tri,q4,1);
```

```
JA=Ja*[q1p; q2p; q3p; q4p];
```

```
Ja_cuadrada=Ja(1:4,1:4); % es para poder hallar el modelos
diferencial inverso por medio de la jacobiana analitica.
Ja_inv=inv(Ja_cuadrada);
```

```
S11=[x1; y1; z1];
S22=[x2; y2; z2];
S33=[x3; y3; z3];
S44=[x4; y4; z4];
```

```
%Paso 3 Obtener las matrices de rotacion (i-1)Ri y sus
inversas iR(i-1)
```

```
R01=A01(1:3,1:3);
R12=A12(1:3,1:3);
R23=A23(1:3,1:3);
R34=A34(1:3,1:3);
R43=inv(R34);
R32=inv(R23);
R21=inv(R12);
R10=inv(R01);
```

```
R45=eye(3);
R54=inv(R45);
```

```
%paso 4
```

```

W11=R10*(W00+z0*q1p); %rotación
W22=R21*(W11+z0*q2p); %rotación
W33=R32*W22; %translación
W44=R43*(W33+z0*q4p); %rotación

```

```

%Paso 5
Wp11=(R10*(Wp00+z0*q1pp))+cross(W00,z0*q1p);
%rotación
Wp22=(R21*(Wp11+z0*q2pp))+cross(W11,z0*q2p);
%rotación %rotación
Wp33=R32*Wp22; %translación
Wp44=(R43*(Wp33+z0*q4pp))+cross(W33,z0*q4p);
%rotación

```

```

%Paso 6
Vp11=cross(Wp11,p11)+cross(W11,cross(W11,p11))+R10*V
p00;
Vp22=cross(Wp22,p22)+cross(W22,cross(W22,p22))+R21*V
p11;
Vp33=(R32*((z0*q3pp)+Vp22))+cross(W33,p33)+cross((2*V
33),(R32*(z0*q3p)))+cross(W33,cross(W33,p33));
Vp44=cross(Wp44,p44)+cross(W44,cross(W44,p44))+R43*V
p33;

```

```

%Paso 7
a11=cross(Wp11,S11)+cross(W11,cross(W11,S11))+Vp11;
a22=cross(Wp22,S22)+cross(W22,cross(W22,S22))+Vp22;
a33=cross(Wp33,S33)+cross(W33,cross(W33,S33))+Vp33;

```

13.3.7 lagrange

```

function L=lagrange(J1,J2,J3,J4)

% Parametros D-H, los q son variables
syms q1 q2 q3 q4 a1 a2 d1 d2 d4
%derivadas de los parametros variables con respecto al
tiempo
syms q1p q2p q3p q4p q1pp q2pp q3pp q4pp
%posición de del centro de masa con respecto sistema de
referencia
syms x1 y1 z1 x2 y2 z2 x3 y3 z3 x4 y4 z4
%masas de cada eslabon
syms m1 m2 m3 m4 g

```

```

%paso 1 y 2
a=[q1,d1,a1,0;
q2,d2,a2,0;
0,-q3,0,0;
q4,-d4,0,pi];

```

```

A01=matriz_trans_DH_radianes(a(1,1),a(1,2),a(1,3),a(1,4));
A12=matriz_trans_DH_radianes(a(2,1),a(2,2),a(2,3),a(2,4));
A23=matriz_trans_DH_radianes(a(3,1),a(3,2),a(3,3),a(3,4));
A34=matriz_trans_DH_radianes(a(4,1),a(4,2),a(4,3),a(4,4));

```

```

T=A01*A12*A23*A34;

```

```

%paso 3
U11=diff(A01,q1,1);
U12=diff(A01,q2,1);
U13=diff(A01,q3,1);
U14=diff(A01,q4,1);

```

```

U21=diff(A01*A12,q1,1);
U22=diff(A01*A12,q2,1);
U23=diff(A01*A12,q3,1);
U24=diff(A01*A12,q4,1);

```

```

a44=cross(Wp44,S44)+cross(W44,cross(W44,S44))+Vp44;

```

```

%Paso 8

```

```

f44=(R45*f55)+(m4*a44);
f33=(R34*f44)+(m3*a33);
f22=(R23*f33)+(m2*a22);
f11=(R12*f22)+(m1*a11);

```

```

%Paso 9
n44=((R45*(n55+cross((R54*p44),f55)))+cross((p44+S44),(
m4*a44)))+(I44*Wp44)+cross(W44,(I44*W44)));
n33=((R34*(n44+cross((R43*p33),f44)))+cross((p33+S33),(
m3*a33)))+(I33*Wp33)+cross(W33,(I33*W33)));
n22=((R23*(n33+cross((R32*p22),f33)))+cross((p22+S22),(
m2*a22)))+(I22*Wp22)+cross(W22,(I22*W22)));
n11=((R12*(n22+cross((R21*p11),f22)))+cross((p11+S11),(
m1*a11)))+(I11*Wp11)+cross(W11,(I11*W11)));

```

```

%Paso 10

```

```

NE(1,1)=(n11')*R10*z0;
NE(2,1)=(n22')*R21*z0;
NE(3,1)=(f33')*R32*z0;
NE(4,1)=(n44')*R43*z0;

```

```

U31=diff(A01*A12*A23,q1,1);
U32=diff(A01*A12*A23,q2,1);
U33=diff(A01*A12*A23,q3,1);
U34=diff(A01*A12*A23,q4,1);

```

```

U41=diff(T,q1,1);
U42=diff(T,q2,1);
U43=diff(T,q3,1);
U44=diff(T,q4,1);

```

```

%paso 4

```

```

U111=diff(U11,q1,1);
U112=diff(U11,q2,1);
U113=diff(U11,q3,1);
U114=diff(U11,q4,1);

```

```

U121=diff(U12,q1,1);
U122=diff(U12,q2,1);
U123=diff(U12,q3,1);
U124=diff(U12,q4,1);

```

```

U131=diff(U13,q1,1);
U132=diff(U13,q2,1);
U133=diff(U13,q3,1);
U134=diff(U13,q4,1);

```

```

U141=diff(U14,q1,1);
U142=diff(U14,q2,1);
U143=diff(U14,q3,1);
U144=diff(U14,q4,1);

```

```

U211=diff(U21,q1,1);
U212=diff(U21,q2,1);
U213=diff(U21,q3,1);
U214=diff(U21,q4,1);

```

U221=diff(U22,q1,1);
 U222=diff(U22,q2,1);
 U223=diff(U22,q3,1);
 U224=diff(U22,q4,1);

U231=diff(U23,q1,1);
 U232=diff(U23,q2,1);
 U233=diff(U23,q3,1);
 U234=diff(U23,q4,1);

U241=diff(U24,q1,1);
 U242=diff(U24,q2,1);
 U243=diff(U24,q3,1);
 U244=diff(U24,q4,1);

U311=diff(U31,q1,1);
 U312=diff(U31,q2,1);
 U313=diff(U31,q3,1);
 U314=diff(U31,q4,1);

U321=diff(U32,q1,1);
 U322=diff(U32,q2,1);
 U323=diff(U32,q3,1);
 U324=diff(U32,q4,1);

U331=diff(U33,q1,1);
 U332=diff(U33,q2,1);
 U333=diff(U33,q3,1);
 U334=diff(U33,q4,1);

U341=diff(U34,q1,1);
 U342=diff(U34,q2,1);
 U343=diff(U34,q3,1);
 U344=diff(U34,q4,1);

U411=diff(U41,q1,1);
 U412=diff(U41,q2,1);
 U413=diff(U41,q3,1);
 U414=diff(U41,q4,1);

U421=diff(U42,q1,1);
 U422=diff(U42,q2,1);
 U423=diff(U42,q3,1);
 U424=diff(U42,q4,1);

U431=diff(U43,q1,1);
 U432=diff(U43,q2,1);
 U433=diff(U43,q3,1);
 U434=diff(U43,q4,1);

U441=diff(U44,q1,1);
 U442=diff(U44,q2,1);
 U443=diff(U44,q3,1);
 U444=diff(U44,q4,1);

%paso 5
 %Paso 6

D(1,1)=trace(U11*J1*U11')+trace(U21*J2*U21')+trace(U31*J3*U31')+trace(U41*J4*U41');
 D(1,2)=trace(U22*J2*U21')+trace(U32*J3*U31')+trace(U42*J4*U41');
 D(1,3)=trace(U33*J3*U31')+trace(U43*J4*U41');
 D(1,4)=trace(U44*J4*U41');

D(2,1)=trace(U21*J2*U22')+trace(U31*J3*U32')+trace(U41*J4*U42');

D(2,2)=trace(U22*J2*U22')+trace(U32*J3*U32')+trace(U42*J4*U42');
 D(2,3)=trace(U33*J3*U32')+trace(U43*J4*U42');
 D(2,4)=trace(U44*J4*U42');

D(3,1)=trace(U31*J3*U33')+trace(U41*J4*U43');
 D(3,2)=trace(U32*J3*U33')+trace(U42*J4*U43');
 D(3,3)=trace(U33*J3*U33')+trace(U43*J4*U43');
 D(3,4)=trace(U44*J4*U43');

D(4,1)=trace(U41*J4*U44');
 D(4,2)=trace(U42*J4*U44');
 D(4,3)=trace(U43*J4*U44');
 D(4,4)=trace(U44*J4*U44');

%Paso 7
 %i=1 k,m=1,2,3,4

h111=trace(U111*J1*U11')+trace(U211*J2*U21')+trace(U311*J3*U31')+trace(U411*J4*U41');
 h112=trace(U212*J2*U21')+trace(U312*J3*U31')+trace(U412*J4*U41');
 h113=trace(U313*J3*U31')+trace(U413*J4*U41');
 h114=trace(U414*J4*U41');

h121=trace(U221*J2*U21')+trace(U321*J3*U31')+trace(U421*J4*U41');
 h122=trace(U222*J2*U21')+trace(U322*J3*U31')+trace(U422*J4*U41');
 h123=trace(U323*J3*U31')+trace(U423*J4*U41');
 h124=trace(U424*J4*U41');

h131=trace(U331*J3*U31')+trace(U431*J4*U41');
 h132=trace(U332*J3*U31')+trace(U432*J4*U41');
 h133=trace(U333*J3*U31')+trace(U433*J4*U41');
 h134=trace(U434*J4*U41');

h141=trace(U441*J4*U41');
 h142=trace(U442*J4*U41');
 h143=trace(U443*J4*U41');
 h144=trace(U444*J4*U41');

%i=2 k,m=1,2,3,4

h211=trace(U211*J2*U22')+trace(U311*J3*U32')+trace(U411*J4*U42');
 h212=trace(U212*J2*U22')+trace(U312*J3*U32')+trace(U412*J4*U42');
 h213=trace(U313*J3*U32')+trace(U413*J4*U42');
 h214=trace(U414*J4*U42');

h221=trace(U221*J2*U22')+trace(U321*J3*U32')+trace(U421*J4*U42');
 h222=trace(U222*J2*U22')+trace(U322*J3*U32')+trace(U422*J4*U42');
 h223=trace(U323*J3*U32')+trace(U423*J4*U42');
 h224=trace(U424*J4*U42');

h231=trace(U331*J3*U32')+trace(U431*J4*U42');
 h232=trace(U332*J3*U32')+trace(U432*J4*U42');
 h233=trace(U333*J3*U32')+trace(U433*J4*U42');
 h234=trace(U434*J4*U42');

```

h241= trace(U441*J4*U42');
h242= trace(U442*J4*U42');
h243= trace(U443*J4*U42');
h244= trace(U444*J4*U42');

```

```
%i=3 k,m=1,2,3, 4
```

```

h311= trace(U311*J3*U33')+trace(U411*J4*U43');
h312= trace(U312*J3*U33')+trace(U412*J4*U43');
h313= trace(U313*J3*U33')+trace(U413*J4*U43');
h314= trace(U414*J4*U43');

```

```

h321= trace(U321*J3*U33')+trace(U421*J4*U43');
h322= trace(U322*J3*U33')+trace(U422*J4*U43');
h323= trace(U323*J3*U33')+trace(U423*J4*U43');
h324= trace(U424*J4*U43');

```

```

h331= trace(U331*J3*U33')+trace(U431*J4*U43');
h332= trace(U332*J3*U33')+trace(U432*J4*U43');
h333= trace(U333*J3*U33')+trace(U433*J4*U43');
h334= trace(U434*J4*U43');

```

```

h341= trace(U441*J4*U43');
h342= trace(U442*J4*U43');
h343= trace(U443*J4*U43');
h344= trace(U444*J4*U43');

```

```
%i=4 k,m=1,2,3,4
```

```

h411=trace(U411*J4*U44');
h412=trace(U412*J4*U44');
h413=trace(U413*J4*U44');
h414=trace(U414*J4*U44');

```

```

h421=trace(U421*J4*U44');
h422=trace(U422*J4*U44');
h423=trace(U423*J4*U44');
h424=trace(U424*J4*U44');

```

```

h431=trace(U431*J4*U44');
h432=trace(U432*J4*U44');
h433=trace(U433*J4*U44');
h434=trace(U434*J4*U44');

```

```

h441=trace(U441*J4*U44');
h442=trace(U442*J4*U44');
h443=trace(U443*J4*U44');
h444=trace(U444*J4*U44');

```

```
%paso 8
```

```

H(1,1)=(h111*q1p*q1p)+(h112*q1p*q2p)+(h113*q1p*q3p)+
(h114*q1p*q4p)+...

```

```

(h121*q2p*q1p)+(h122*q2p*q2p)+(h123*q2p*q3p)+(h124*q
2p*q4p)+...

```

```

(h131*q3p*q1p)+(h132*q3p*q2p)+(h133*q3p*q3p)+(h134*q
3p*q4p)+...

```

13.3.8 control_cinematico

```

function CC=control_cinematico(P1,P2,a1,a2)
%Solo se consideran velocidades de avance constantes
durante todo el
%recorrido
close all

```

```

(h141*q4p*q1p)+(h142*q4p*q2p)+(h143*q4p*q3p)+(h144*q
4p*q4p);

```

```

H(2,1)=(h211*q1p*q1p)+(h212*q1p*q2p)+(h213*q1p*q3p)+
(h214*q1p*q4p)+...

```

```

(h221*q2p*q1p)+(h222*q2p*q2p)+(h223*q2p*q3p)+(h224*q
2p*q4p)+...

```

```

(h231*q3p*q1p)+(h232*q3p*q2p)+(h233*q3p*q3p)+(h234*q
3p*q4p)+...

```

```

(h241*q4p*q1p)+(h242*q4p*q2p)+(h243*q4p*q3p)+(h244*q
4p*q4p);

```

```

H(3,1)=(h311*q1p*q1p)+(h312*q1p*q2p)+(h313*q1p*q3p)+
(h314*q1p*q4p)+...

```

```

(h321*q2p*q1p)+(h322*q2p*q2p)+(h323*q2p*q3p)+(h324*q
2p*q4p)+...

```

```

(h331*q3p*q1p)+(h332*q3p*q2p)+(h333*q3p*q3p)+(h334*q
3p*q4p)+...

```

```

(h341*q4p*q1p)+(h342*q4p*q2p)+(h343*q4p*q3p)+(h344*q
4p*q4p);

```

```

H(4,1)=(h411*q1p*q1p)+(h412*q1p*q2p)+(h413*q1p*q3p)+
(h414*q1p*q4p)+...

```

```

(h421*q2p*q1p)+(h422*q2p*q2p)+(h423*q2p*q3p)+(h424*q
2p*q4p)+...

```

```

(h431*q3p*q1p)+(h432*q3p*q2p)+(h433*q3p*q3p)+(h434*q
3p*q4p)+...

```

```

(h441*q4p*q1p)+(h442*q4p*q2p)+(h443*q4p*q3p)+(h444*q
4p*q4p);

```

```

%Paso 9
G=[0,0,g,0];

```

```

C(1,1)=-(m1*(G*(U11*[x1,y1,z1,1]')))-
(m2*(G*(U21*[x2,y2,z2,1]')))-(m3*(G*(U31*[x3,y3,z3,1]')))-
(m4*(G*(U41*[x4,y4,z4,1]')));
C(2,1)=-(m1*(G*(U12*[x1,y1,z1,1]')))-
(m2*(G*(U22*[x2,y2,z2,1]')))-(m3*(G*(U32*[x3,y3,z3,1]')))-
(m4*(G*(U42*[x4,y4,z4,1]')));
C(3,1)=-(m1*(G*(U13*[x1,y1,z1,1]')))-
(m2*(G*(U23*[x2,y2,z2,1]')))-(m3*(G*(U33*[x3,y3,z3,1]')))-
(m4*(G*(U43*[x4,y4,z4,1]')));
C(4,1)=-(m1*(G*(U14*[x1,y1,z1,1]')))-
(m2*(G*(U24*[x2,y2,z2,1]')))-(m3*(G*(U34*[x3,y3,z3,1]')))-
(m4*(G*(U44*[x4,y4,z4,1]')));

```

```
%Paso 10
```

```
L=(D*[q1pp; q2pp; q3pp; q4pp])+H+C;
```

```

clf
cla
clc

tic

```

```

syms t
Ndivisiones=15;

T0=0;
VA=0.01; %m/min velocidad de avance
VAx=(abs(P2(1)-P1(1)))/(norm(P2-P1))*VA; %Velocidad del
efector final en X
VAy=(abs(P2(2)-P1(2)))/(norm(P2-P1))*VA; %Velocidad del
efector final en Y

if VAx==0
    T=(abs(P2(2)-P1(2)))/VAy;
else
    T=(abs(P2(1)-P1(1)))/VAx;
end

PosicionX=((P2(1)-P1(1))/(T-T0))*t+P1(1); %posición en
x(t)
PosicionY=((P2(2)-P1(2))/(T-T0))*t+P1(2); %posición en
y(t)

P=[PosicionX;PosicionY];

newplot

subplot(131)

```

13.3.9 inversa_geometrica

```

function InvGeo=inversa_geometrica(P,a1,a2)

% Dar el vector posición del extremo del robot P=(Px,Py,Pz)
dentro de los
% rangos establecidos

Px=P(1);
Py=P(2);

R=sqrt(Px^2+Py^2);
beta=acosd(((a1^2)+(a2^2)-(R^2))/(2*a1*a2));

```

13.3.10 i_cubico

```

function P=i_cubico(q,t,p1,p2,p3)

l=[];
n=length(q);

qd(1)=0;
qd(n)=0;

for i=2:n-1
    if (sign(q(i)-q(i-1)))==(sign(q(i+1)-q(i))) || q(1)==q(i+1) ||
    q(i-1)==q(i))
        qd(i)=0.5*((q(1+i)-q(i))/(t(i+1)-t(i)))+(q(i)-q(i-1))/(t(i)-
        t(i-1)));
    else
        qd(i)=0;
    end
end

for i=1:n-1

```

```

title('Vista superior')
xlabel('Cordenada X [m]')
ylabel('Cordenada Y [m]')
axis([0 0.7 0 0.7])

i=0;
for T=T0:(T-T0)/Ndivisiones:T
    Pnuevo=subs(P,t,T); % Se evalua las posciones x(t) y y(t)
    interando t
        i=i+1;
        q(1:2,i)=inversa_geometrica(Pnuevo,a1,a2); %se almacena
        cada valor q1 y q2 en q
        vectorT(i)=T;
    end

    hold on

    Q1=q(1,:);
    Q2=q(2,:);
    i_cubico(Q1,vectorT,2,5,8);
    i_cubico(Q2,vectorT,3,6,9);

    CC=[vectorT,Q1',Q2'];

    hold off
toc

```

```

alfa=acosd((R^2+a1^2-a2^2)/(2*R*a1));

```

```

q2=180-beta;
q1=atand(Py/Px)-alfa;
%q3=d1+d2-Pz-d4;

line([0 (a1*cosd(q1))],[0 (a1*sind(q1))])
line([a1*cosd(q1) Px],[a1*sind(q1) Py])

```

```

InvGeo=[q1;q2];

```

```

T=t(i+1)-t(i);
a(i)=q(i);
b(i)=qd(i);
c(i)=3/T^2*(q(i+1)-q(i))- 1/T*(qd(i+1)+2*qd(i));
d(i)=-2/T^3*(q(i+1)-q(i))+1/T^2*(qd(i+1)+qd(i));

```

```

end

```

```

npuntos=200;

```

```

for i=1:n-1
    ti=t(i);
    tf=t(i+1);
    incr=(tf-ti)/npuntos;
    for tt=ti:incr:tf

        qt=a(i)+(b(i)*(tt-ti))+(c(i)*(tt-ti)^2)+(d(i)*(tt-ti)^3);
        qdt=b(i)+2*c(i)*(tt-ti)+3*d(i)*(tt-ti)^2;
        qddt=2*c(i)+6*d(i)*(tt-ti);
    end
end

```

```

l=vertcat(l,[tt,qt,qdt,qddt]);
end
end

subplot(3,3,p1)

hold on
plot(l(:,1),l(:,2),'k')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('posición angular [rad]')

```

```

plot(t,q,'o')
subplot(3,3,p2)
plot(l(:,1),l(:,3),'k')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Velocidad angular [rad/s]')
subplot(3,3,p3)
plot(l(:,1),l(:,4),'k')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Aceleración angular [rad/s^2]')
P=horzcat(a',b',c',d');

```

13.4 ANEXO 4: COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LOS ESLABONES 3 Y 4

En este anexo se presenta el comportamiento mecánico y las deformaciones de los eslabones 3 y 4 en diferentes posiciones (ver Figura 42 y Figura 43).

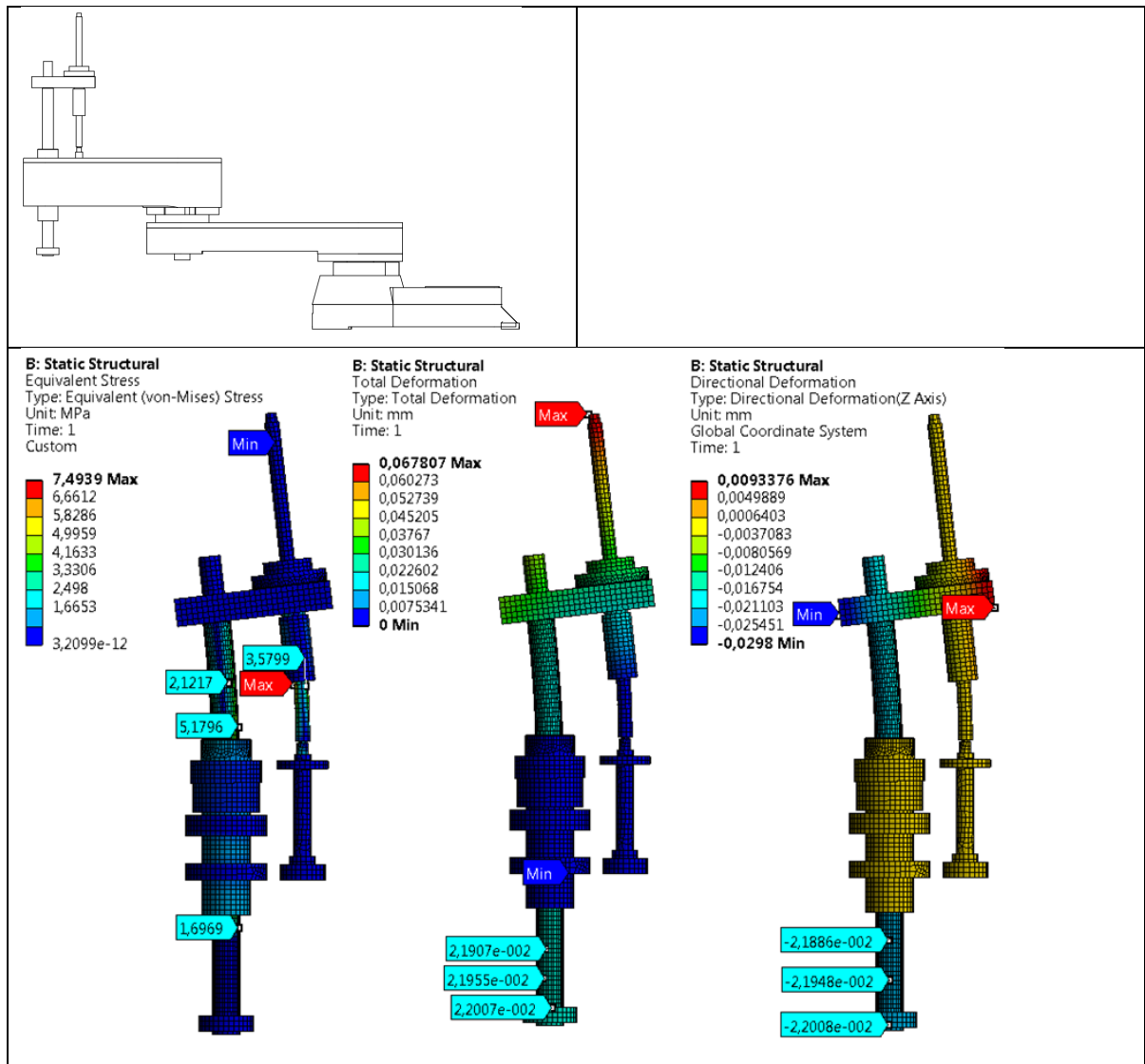


Figura 42. Análisis de elementos finitos de los eslabones 3 y 4 en la posición media.

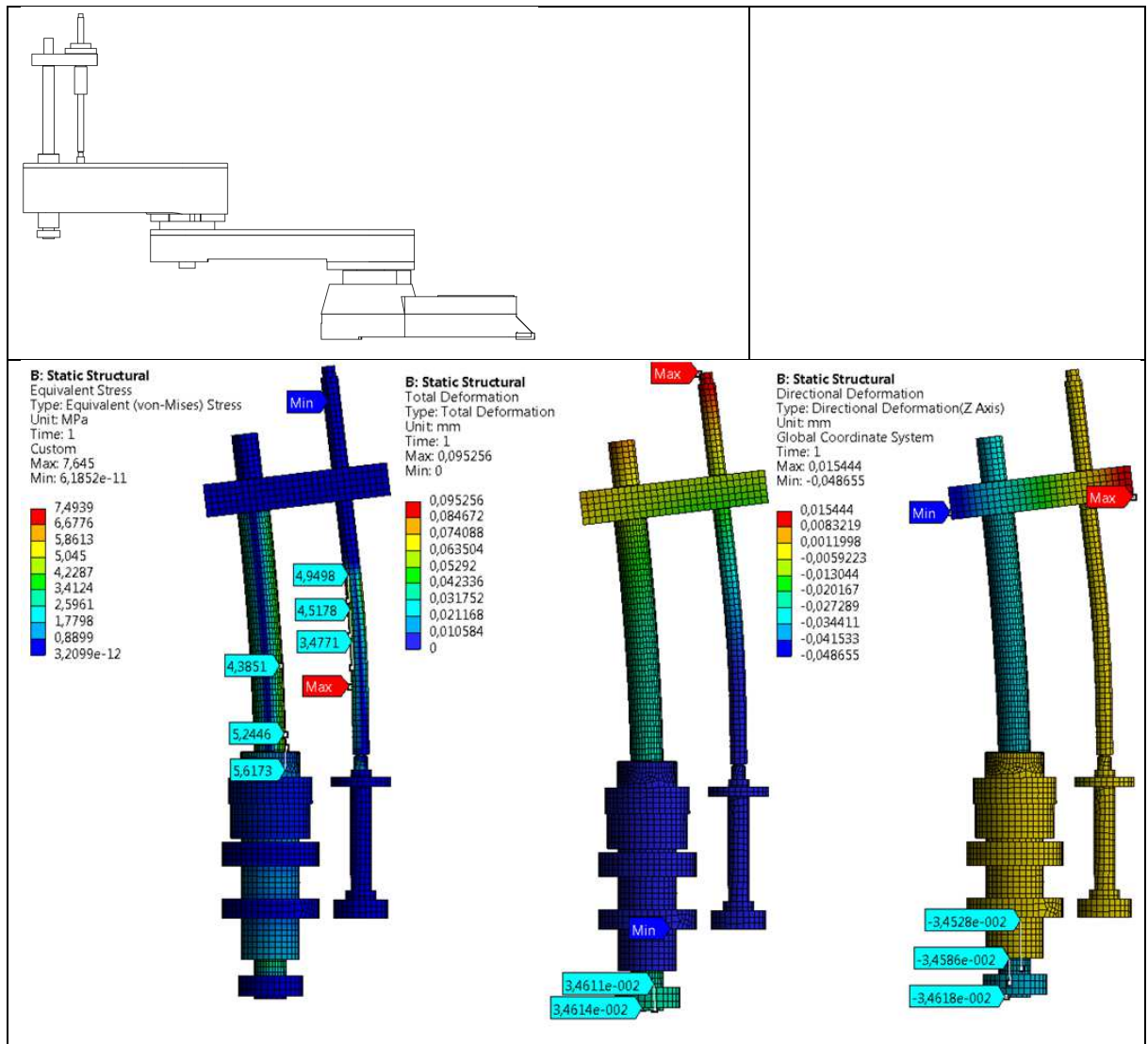


Figura 43. Análisis de elementos finitos de los eslabones 3 y 4 en la posición superior.