

Propuesta de optimización para la conformación de portafolios de inversión utilizando datos de acceso libre de Yahoo Financiero

Cristian Andrés Mosquera Navarro
Victor Manuel Martinez Valencia

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería, Escuela de Estadística
Santiago de Cali, Colombia
2024

Propuesta de optimización para la conformación de portafolios de inversión utilizando datos de acceso libre de Yahoo Financiero

Cristian Andrés Mosquera Navarro
Victor Manuel Martinez Valencia

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Estadístico

Director:
Jaime Mosquera Restrepo
Codirector:
Mg.Sc. Kevin Steven García Chica

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería, Escuela de Estadística
Santiago de Cali, Colombia
2024

Agradecimientos

A el único y soberano Dios, a mis amados padres, a el consentido de tito y a mis hermosas abuelas. Son el motor de mi vida.

A Cristian Andrés Mosquera, gran compañero y amigo de doble titulación durante esta etapa inolvidable de mi vida. Gracias por su apoyo, paciencia y entrega.

Al director y codirector, gracias por cada una de sus valiosas recomendaciones, aportes y consejos para el desarrollo del presente proyecto.

Victor Manuel Martinez Valencia

Dedico este Trabajo de Grado a mi madre Luz Marina Mosquera y a mi hermana Angie Tatiana Mosquera, quienes son los dos pilares fundamentales de mi vida. Han sido mi principal fuente de inspiración, motivación y apoyo para alcanzar mis sueños y metas.

Agradezco especialmente a Victor Manuel Martinez, quien no solo fue mi compañero en este trabajo de grado que contribuyó significativamente a mi desarrollo personal y profesional a lo largo de mis dos carreras.

Expreso mi profundo reconocimiento a la Universidad del Valle por proporcionarme los espacios necesarios para mi formación personal, cultural, social y profesional durante mis estudios. Quiero destacar especialmente a la profesora Jennyfer Portilla Yela, quien fue un modelo a seguir y me brindó valiosos aportes que fueron claves para mi formación en estadística.

Finalmente, agradezco al profesor Jaime Mosquera Restrepo y a Kevin García Chica, por su dedicación, esfuerzos y orientación no solo en la elaboración de este trabajo, sino también en la dirección de mi trayectoria profesional.

Cristian Andres Mosquera Navarro

Resumen

El presente trabajo se centró en el desarrollo y aplicación de una metodología para la conformación de portafolios de inversión, utilizando métodos clásicos de optimización (Ingenuo, Quintiles, Tangente, MVG y CVaR). Para ello, se emplearon datos de libre acceso proporcionados por Yahoo Financiero, lo que facilita la replicación de los modelos implementados al permitir una conexión directa con el software estadístico R sin generar un costo en el usuario. En este contexto, la primera fase consistió en aplicar la metodología multicriterio AHP para la selección de activos entre once industrias disponibles en Yahoo Finance. El objetivo era incorporar la perspectiva del inversionista, considerando perfiles de tres tipos de inversores (Principiante, Intermedio y Experto). Las preferencias de estos perfiles fueron utilizadas para la preselección de activos y el desarrollo metodológico, así como para la verificación de resultados. Finalmente, se evaluaron los cinco portafolios resultantes para cada perfil, utilizando métricas de comparación como la Razón de Sharpe, el índice de Sortino y el CVaR, además del porcentaje de rentabilidad. Los análisis revelaron que los portafolios Tangente y Quintiles presentaron los mejores resultados en términos de rentabilidad.

Palabras clave: *Portafolio, Diversificación, Riesgo, Retorno, AHP, Optimización.*

Abstract

This work focused on the development and application of a methodology for the formation of investment portfolios using classical optimization methods (Naive, Quintiles, Tangent, MVG, and CVaR). For this purpose, freely accessible data provided by Yahoo Finance was used, facilitating the replication of the implemented models by allowing a direct connection with the statistical software R without incurring any cost to the user. In this context, the first phase consisted of applying the multi-criteria AHP methodology for asset selection among eleven industries available on Yahoo Finance. The objective was to incorporate the investor's perspective by considering profiles of three types of investors (Beginner, Intermediate, and Expert). The preferences of these profiles were used for asset pre-selection and methodological development, as well as for result verification. Finally, the five resulting portfolios for each profile were evaluated using comparison metrics such as the Sharpe Ratio, Sortino Ratio, and CVaR, in addition to the percentage of profitability. The analyses revealed that the Tangent and Quintiles portfolios showed the best results in terms of profitability.

Keywords: *Portfolio, Diversification, Risk, Return, AHP, Optimization*

Contenido

1 Introducción **2**

1.1 Planteamiento del problema 4
1.2 Justificación 5
1.3 Objetivos 6
1.3.1 Objetivo General 6
1.3.2 Objetivos Específicos 6

2 Antecedentes **7**

3 Marco teórico **12**

3.1 Enfoque financiero 12
3.2 Enfoque Matemático - Estadístico 14
3.2.1 Retorno y riesgo 15
3.2.2 Metodología Multicriterio Analytic Hierarchy Process (AHP) 16
3.2.3 Métodos de Optimización para la conformación de portafolios 20

4 Metodología **26**

4.1 Bases de Datos - Yahoo Financiero 26
4.2 Pasos metodológicos 28
4.2.1 Etapa 1. Aplicación del método AHP para la selección de los activos financieros. 28
4.2.2 Etapa 2. Series Financieras 32
4.2.3 Etapa 3. Modelación Matemática - Estadística. 32

5 Resultados **35**

5.1 Análisis exploratorio 36
5.2 Conformación de portafolios 45
5.2.1 Portafolio Ingenuo 46
5.2.2 Portafolio de Mínima Varianza Global 47
5.2.3 Portafolio Tangente 47
5.2.4 Portafolio Quintiles 48
5.2.5 Portafolios CVaR 48
5.3 Pesos de los portafolios 49
5.4 Balance del desempeño de los portafolios 50

6 Conclusiones **55**

Bibliografía **57**

Lista de Figuras

3-1 Árbol de jerarquías del Método AHP. 16
3-2 Frontera Eficiente. 23

4-1 Pasos Metodológicos. 27
4-2 Pasos Metodológicos. 30

5-1 Plano riesgo-rentabilidad. 38
5-2 Correlaciones de Spearman entre los retornos. 38
5-3 Materiales Básicos. 40
5-4 Tecnología. 40
5-5 Energía. 41
5-6 Servicios Financieros. 42
5-7 Servicios Públicos. 42
5-8 Bienes Raíces. 43
5-9 Servicios de Comunicación. 44
5-10 Cuidado de la Salud. 44
5-11 Consumo Defensivo (a) e Industriales (b). 45
5-12 Desviaciones estándar de retornos menos volátiles por perfil. 47
5-13 Recíproco del coeficiente de variación. 48

Lista de Tablas

3-1 Escala de importancia para el método AHP 17
3-2 Índices aleatorios de consistencia en función del número de elementos comparados. 19

5-1 Matriz de criterios 35
5-2 Cantidad de Industrias y %CR por perfil 36
5-3 Cantidad de activos por inversionista e industrias. 37
5-4 Cantidad de activos por sector y perfil de riesgo 37
5-5 Cantidad de activos reducidos con correlación inferior a 60 % por cada perfil de inversionista para los menos volátiles. 46
5-6 Pesos o proporción de asignación del capital por activo para inversionista Experto 49
5-7 Pesos o proporción de asignación del capital por activo para inversionista Intermedio 49
5-8 Pesos o proporción de asignación del capital por activo para inversionista Principiante 50
5-9 Desempeño del portafolio en diferentes perfiles de inversionistas con datos de entrenamiento. 51
5-10 Portafolios destacados por métricas de rentabilidad y riesgo para cada inversionista con datos de entrenamiento. 52
5-11 Desempeño del portafolio en diferentes perfiles de inversionistas con datos de prueba. 52
5-12 Portafolios destacados por métricas de rentabilidad y riesgo para cada inversionista con datos de prueba. 53

1 Introducción

La toma de decisiones en relación al dinero es uno de los retos que presenta un individuo u organización buscando generar ganancias. Uno de los mecanismos es destinar el dinero en inversiones con la intención de obtener rendimientos a corto, mediano o largo plazo. Invertir implica asignar capital con cierto nivel de riesgo a una variedad de activos financieros, que pueden incluir: bonos, acciones, fondos mutuos, propiedades inmobiliarias, criptomonedas y otros instrumentos financieros.

Para la asignación de capital se han presentado diferentes estudios para la conformación de portafolios compuesto por diversos activos. El pionero es Markowitz (1952) que formula la teoría para la conformación de portafolios de inversión teniendo en cuenta el perfil de riesgo esperado de un inversionista. Esta estrategia se fundamenta en el principio de diversificación, que consiste en la distribución de los recursos en diferentes activos para reducir el riesgo y maximizar el rendimiento. En este sentido, ayuda a compensar pérdidas en caso de que algunos activos tengan una disminución de su valor.

El proceso de selección y gestión de activos es un desafío porque los entornos de inversión son dinámicos y volátiles. Estas características son inherentes al mercado de capitales pues los precios de los activos transados experimentan fluctuaciones que en ocasiones conllevan a resultados no esperados. Por ende, la necesidad de considerar el perfil de riesgo del inversionista y la decisión del sector dónde desee invertir de acuerdo a la información del mercado.

Consecuentemente, estudios enfocados en la conformación de portafolios han desarrollado enfoques clásicos y/o avanzados de métodos de optimización bajo la relación retorno-riesgo. Loke et al. (2023) hacen una revisión de los desarrollos actuales para este tipo de problemas basados en artículos del 2018 al 2022, entre los cuales se incluyen metodologías categorizadas como Metaheurísticas, Optimización Matemática, Enfoques Híbridos, Matheuristicas y Aprendizaje Automático.

Los diferentes métodos de optimización han permitido evaluar la optimalidad de los portafolios a nivel teórico y práctico desde el uso de bases de datos financieras abiertas o privadas para tomar decisiones informadas.

El presente trabajo de grado tiene como finalidad realizar una propuesta para la optimización de portafolios de inversión utilizando datos de libre acceso, disponibles en plataformas como Yahoo Financiero. Esta fuente ofrece una amplia gama de información sin

coste alguno, accesible para cualquier interesado en datos sobre diversos activos financieros, como capitalización, volumen de operaciones, relación precio-ganancias (P/E) y precios de distintos activos, entre otros.

Se parte desde el problema de acceso a datos financieros para la construcción de activos, junto con la amplia gama de opciones de activos financieros disponibles en diversas industrias. Este problema inicialmente complejo se centra en la selección de activos adecuados y necesarios para formar un portafolio óptimo, considerando una rentabilidad deseada y un riesgo determinado. Se resalta la importancia de presentar una propuesta que permita a cualquier persona interesada en inversiones crear un portafolio que refleje sus objetivos como inversor en términos de rentabilidad y riesgo.

Para la optimización de los portafolios, se realiza una revisión de la literatura en el campo de las optimizaciones multiobjetivo y la conformación de carteras. Se presenta un marco teórico que incluye dos enfoques: uno financiero, que abarca conceptos como capitalización, volumen y activos financieros, entre otros; y otro Matemático-Estadístico, que se centra en el entendimiento de retornos y riesgos tanto para activos individuales como para múltiples activos. Se hace énfasis en la Metodología Multicriterio Analytic Hierarchy Process (AHP) como método para la selección inicial de activos, y se presenta cinco métodos clásicos de optimización de portafolios: Ingenuo, Quintiles, Tangente, MVG y CVar.

Finalmente, se describe la metodología utilizada, desde la obtención de las bases de datos hasta cada etapa del proceso, que incluye el uso del método AHP y el proceso de optimización con datos de entrenamiento desde el 19 de enero de 2022 hasta el 31 de enero de 2024. Se presentan los resultados obtenidos para la comparación de portafolios y la selección del mejor portafolio, utilizando el Ratio de Sharpe, el Índice de Sortino, el CvaR y el porcentaje de rentabilidad, con datos de prueba comprendidos entre el 1 de febrero de 2024 y el 30 de abril de 2024.

1.1. Planteamiento del problema

Los portafolios de inversión son una herramienta clave para la gestión y la diversificación de inversiones. De allí la necesidad de que inversores y organizaciones financieras reduzcan el riesgo desde la diversificación de portafolios.

Markowitz (1952) asentó la teoría moderna de la selección de portafolios, la cual consiste en maximizar el valor esperado de rentabilidad bajo un nivel de riesgo fijo o visceversa. Existen estudios que profundizan en la construcción de portafolios de inversión, desde los cuales teorizan y proponen metodologías que reducen el nivel de riesgo y/o aumentan la rentabilidad a partir del perfil del inversionista. Mohagheghi et al. (2019) expresan que la selección de carteras ha sido el foco de muchos académicos en las últimas décadas. Además, realizan una revisión exhaustiva en más de 140 artículos para identificar las brechas y tendencias futuras en la optimización de carteras.

Al respecto de la conformación de portafolios de inversión óptimos, se identifican dos problemas principales:

- Comprensión teórica de los métodos con el fin de aplicarlos en la optimización de los portafolios bajo una rentabilidad y nivel de riesgo deseado.
- Implementación de estrategias replicables en bases de datos de libre acceso.

A raíz de lo expresado, hay diferentes estrategias para la estimación de los pesos óptimos en la construcción de carteras, entre ellas la de Markowitz. Dicha teoría considera el rendimiento y el nivel de riesgo como factores claves en las decisiones de inversión. No obstante, se basa en supuestos que en general no cumplen los activos del mercado, como es el caso de asumir distribución normal para describir la dinámica de los rendimientos o retornos, además, de la independencia de los activos y estabilidad de los parámetros. Asimismo, las estimaciones de parámetros a partir de datos históricos no garantiza un comportamiento análogo del mercado bursátil a futuro.

Como respuesta a este tipo de limitaciones, se han desarrollado estrategias para la conformación de portafolios de inversión que no asumen los supuestos teóricos de Markowitz. Estas alternativas consideran estrategias que tienen en cuenta la naturaleza actual del mercado, el acceso a la información y otros factores como el perfil del inversionista. En este sentido, surgen dudas como: ¿Qué métodos son mejores para la creación de portafolios de inversión óptimos? ¿Qué aspectos teóricos y prácticos soportan que dichos métodos optimicen portafolios de inversión?

Según la literatura revisada, Sen and Mehtab (2021) diseñan tres tipos de carteras tales como la cartera de riesgo mínimo, cartera de riesgo óptimo y la cartera eigen para siete sectores de la India. Los precios históricos diarios de las acciones los toman desde el sitio web Yahoo Finance e identifican las carteras con mayor rendimiento para cada uno de los siete sectores del mercado de valores seleccionados.

Escenarios como el estudio previamente mencionado, resultan necesarios para inversionistas con o sin muchos años de experiencia, ya que la base de datos es de libre acceso. De esta forma, la base de datos Yahoo Financiero ayudaría a evitar este limitante de accesibilidad a la información de los activos financieros. Por tanto, quedaría un precedente para futuras investigaciones sobre conformación de portafolios. Bajo esta premisa, ¿es razonable aplicar métodos de optimización en la base de datos de libre acceso Yahoo Financiero? ¿Con el uso de bases de datos abiertas como Yahoo Financiero se pueden obtener portafolios de inversión con una rentabilidad y nivel de riesgo deseado?

Consecuentemente surge como pregunta problema:

¿Cómo obtener portafolios de inversión con rentabilidad y nivel de riesgo deseado a partir de la aplicación de métodos de optimización con la base de datos de Yahoo Financiero?

1.2. Justificación

Un portafolio de inversión es un conjunto o combinación de activos financieros que un inversionista posee con el objetivo de obtener un rendimiento deseado. Por tanto, es necesaria la comprensión teórica y las nociones que sustentan los métodos a utilizar para la conformación de portafolios.

Suárez et al. (2015) presentan un procedimiento para seleccionar un portafolio acorde a las expectativas económicas y de Responsabilidad Social Empresarial (RSE) de los inversionistas. Al respecto, aluden que las técnicas multiobjetivo y multicriterio se fundamentan en problemas de decisión. Los resultados al aplicar estas metodologías varían según el tipo de activos y el perfil del inversionista, los cuales se evalúan en términos de rendimiento y nivel de riesgo deseado en el caso de las técnicas multiobjetivo o métodos clásicos, y en función de las preferencias del inversionista en el caso de técnicas multicriterio como el AHP. Estas últimas resultan especialmente relevantes cuando el proceso de toma de decisiones se basa en una variedad de criterios o atributos, ya sean cualitativos, cuantitativos o una combinación de ambos.

En la optimización de portafolios, es indispensable conocer la distribución de los rendimientos para implementar una estrategia que represente adecuadamente el comportamiento de los activos financieros. Sin embargo, es necesario flexibilizar los supuestos como la normalidad en los retornos.

Aunque los métodos clásicos pueden ser considerados "tradicionales", siguen siendo ampliamente utilizados en la práctica financiera debido a su simplicidad y facilidad de implementación. Al centrarnos en estos métodos, buscamos que la metodología tenga una aplicación práctica inmediata en el mundo real, sin limitaciones de costo y que futuras implementaciones puedan ser replicadas y verificadas en actualizaciones de la base de datos.

Por lo tanto, es esencial adoptar una metodología que permita al inversionista seleccionar, de entre todos los activos disponibles, un subconjunto que se ajuste mejor a sus preferencias. En especial, cuando el universo de activos por sector es extenso.

Los resultados de las optimizaciones solo pretenden ser una aproximación al escenario de inversión, pues los rendimientos están influenciados por otros factores externos que afectan al mercado y no solo por el valor de los precios y su variabilidad. Según lo afirmado por Bedoya (2009):

> La conformación y la administración de estos están influenciadas por el conocimiento y experiencia del inversionista, así como por las expectativas que tiene y el propósito de su inversión. Los individuos toman las decisiones, influidos por sus percepciones del mercado. Además, a estas apreciaciones individuales se suman condiciones como estrategias y políticas corporativas a las que se deben ceñir los inversionistas a la hora de tomar decisiones. (p. 160).

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Desarrollar una metodología para la construcción y optimización de portafolios de inversión bajo una rentabilidad y nivel de riesgo deseado utilizando datos de Yahoo Finance.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Implementar el método de análisis multicriterio AHP (Analytic Hierarchy Process) para la selección óptima de activos financieros, segmentados por sector dado el perfil del inversionista.
- Optimizar portafolios de inversión mediante diferentes métodos clásicos de diversificación.
- Evaluar el desempeño de los portafolios conformados a partir de métricas de comparación y porcentaje de rentabilidad.

2 Antecedentes

Para la conformación de portafolios de inversión, se inició con una revisión de las bases de datos bibliográficas de SCOPUS, que arrojó un total de 24724 trabajos publicados desde 1947 hasta 2024. Los estudios identificados abarcan desde la construcción hasta la diversificación de portafolios, incluyendo enfoques orientados a la maximización de los retornos y la evaluación del nivel de riesgo del inversionista.

Con el objetivo de considerar inicialmente la perspectiva del inversionista se comenzó la revisión bibliografica sobre la optimización de portafolios de inversión utilizando el Proceso de Análisis Jerárquico (AHP, por sus siglas en inglés). Se encontraron 36 artículos desde el año 2003, de los cuales 24 corresponden al periodo de 2016 a 2024. Se seleccionó uno de estos artículos que más se alinea con los objetivos planteados.

Adicionalmente, la búsqueda de métodos para la optimización de portafolios de inversión resultó en un total de 1623 artículos desde 1977. Al restringir la búsqueda a publicaciones desde 2016, el número se redujo a 950 artículos. Al limitar aún más la búsqueda a aquellos artículos de acceso abierto en las áreas temáticas de Matemáticas, Economía, Econometría y Finanzas, y que incluyeran la palabra clave "optimización de cartera", se identificaron 68 artículos. De estos, se tomaron como referencia tres de ellos.

Se presentan cuatro antecedentes, el primero relacionado al método AHP y los tres siguientes abordan métodos de optimización y comparación de portafolios de inversión.

Como primer antecedente crucial se encuentra el artículo **"Decision-Making Model to Portfolio Selection Using Analytic Hierarchy Process (AHP) With Expert Knowledge"** de Zhao et al. (2021). Se destaca la creciente incertidumbre en los mercados financieros modernos y la consiguiente importancia del análisis de selección de carteras dentro de la teoría moderna de inversión.

En este sentido, se ha avanzado en la búsqueda de métodos efectivos para la selección de activos que permitan construir portafolios óptimos, dichos avances partiendo de Markowitz propone el marco de media – varianza. Con los avances en la investigación en el análisis de selección de cartera los diferentes investigadores han descubierto que la variación puede ser reemplazada por diferentes indicadores cuantitativos como la semivarianza, la entropía o la semientropia. Por tanto, el marco de la media – varianza de Markowitz ha avanzado y se ha ampliado al marco de media – riesgo.

El artículo introduce el método AHP como método para la selección de carteras de inversión. Este enfoque permite a los inversionistas tomar decisiones considerando múltiples criterios y alternativas, convirtiendo al AHP en una herramienta poderosa para la selección de activos en la conformación de carteras.

El modelo presentado por Zhao et al. (2021) combina el AHP con el conocimiento experto para la formación de criterios, permitiendo así abordar las preferencias y experiencias de los inversionistas durante el proceso de toma de decisiones. Este enfoque busca maximizar los rendimientos esperados y diversificar el portafolio de manera efectiva.

El modelo propuesto ofrece varias ventajas sobre los enfoques tradicionales basados en la optimización. Además de encontrar soluciones analíticas, mejora la estabilidad y el rendimiento en tiempo real del proceso de selección de carteras. Al integrar el conocimiento experto, el modelo puede producir resultados más alineados con las necesidades y objetivos específicos de los inversionistas, lo que facilita una mejor distribución del riesgo del portafolio.

En resumen, el trabajo de Zhao et al. (2021) proporciona un sólido marco para la selección de activos en la construcción de portafolios, destacando la eficacia del enfoque del AHP en la toma de decisiones financieras. Este artículo sirve como un punto de referencia importante para investigaciones futuras en el campo de la gestión de inversiones, especialmente para aquellos interesados en aplicar métodos analíticos para optimizar la construcción de portafolios en entornos de mercado cada vez más complejos y volátiles.

Para el presente trabajo, este artículo sirve como apoyo para identificar las ventajas y el uso del método AHP en la conformación de portafolios de inversión, especialmente como un enfoque que integra los intereses, conocimientos y experiencias del inversionista en el proceso.

Como segundo antecedente se presenta el artículo Gupta et al. (2023) titulado **"Enhancing portfolio resilience during crisis periods: Lessons from BRICS indices and multi asset strategies"** aborda la importancia de la diversificación de carteras en el contexto de crisis, centrándose en el desempeño de los índices de los países BRICS[1] y estrategias de múltiples activos.

Gupta et al. (2023) parte que los inversores han tenido la oportunidad de diversificar sus carteras más allá de las fronteras nacionales, gracias a la apertura de los mercados financieros globales en las últimas décadas. No obstante, períodos de crisis como la pandemia de COVID-19 y eventos geopolíticos disruptivos han generado incertidumbre entre los inversionistas, desafiando la estabilidad de los mercados financieros y planteando nuevos retos para los gestores de carteras.

En el estudio, se exploran diferentes métodos de optimización utilizados para crear carteras

[1]BRICS son aquellos países considerados de economías emergentes con un potencial significativo. En la referencia Gupta et al. (2023), se amplia la información de como los países BRICS muestran un impulso considerable en el mercado financiero, conviertiéndose en posible centro para inversiones internacionales.

de activos diseñadas para mejorar la resiliencia durante períodos de crisis. Entre los métodos destacados se encuentran:

- Portafolio de Riesgo Óptimo: Este método se basa en el modelo de media-varianza propuesto por Harry Markowitz en 1952. Utiliza técnicas cuantitativas, como la optimización media-varianza o algoritmos avanzados de optimización, para determinar la asignación de activos que proporciona el mayor ratio de Sharpe u otra medida de rendimiento ajustada por riesgo.

- Portafolio Ingenuo: Esta estrategia asigna pesos iguales a todos los activos sin considerar sus características individuales de riesgo o rendimiento. Es una estrategia simple que sigue una estrategia de diversificación igual entre todos los activos disponibles.

- Portafolio de Riesgo Equitativo: Este método busca distribuir el riesgo de manera equitativa entre los activos de la cartera, de modo que cada activo contribuya de manera igual al riesgo total de la cartera. Se basa en la estrategia de asignación de pesos según la volatilidad y correlaciones de los activos, garantizando así una distribución equitativa del riesgo.

Estos métodos de optimización fueron utilizados por Gupta et al. (2023) para crear carteras de activos que buscan maximizar el rendimiento ajustado por riesgo y mejorar la resiliencia durante períodos de crisis. Cada método tiene sus propias ventajas y limitaciones, y su elección depende de los objetivos y preferencias del inversor.

Los resultados del estudio sugieren que la construcción de carteras óptimas, ingenuas y de contribución de riesgo igual puede ofrecer una mayor resistencia durante períodos de crisis en comparación con los índices de referencia convencionales. Se destaca la importancia de considerar los activos de los países BRICS, junto con otras clases de activos selectos, para generar mejores rendimientos ajustados por riesgo y mostrar resiliencia durante eventos disruptivos en los mercados financieros globales.

El artículo proporciona una base sólida para comprender cómo la diversificación de carteras puede ayudar a los inversores a gestionar mejor el riesgo y mantener la estabilidad de sus inversiones en entornos turbulentos. Además, ofrece métodos clásicos que aún son utilizados, incluso cuando el comportamiento del mercado es volátil, debido a factores que afectan el mercado.

El tercer antecedente titulado **"An Application of Portfolio Mean-Variance and Semi-Variance Optimization Techniques: A Case of Fiji"** de Kumar et al. (2022) aborda la importancia de los mercados financieros bien funcionales para el crecimiento económico, especialmente en países con tasas de cambio fijas y controles de capital, como Fiji. Los inversores en tales países enfrentan restricciones para invertir en el extranjero, lo que los lleva a considerar opciones locales, como depositar sus ahorros en cuentas bancarias o comprar acciones de empresas locales a través de corredores de bolsa.

El estudio se centra en el mercado de valores del Pacífico Sur (SPX) en Fiji, donde se analiza la construcción de una cartera de mercado y una cartera de mínima varianza utilizando la técnica de optimización de carteras de Markowitz. Se discuten los conceptos de riesgo sistemático y no sistemático, y se destaca la importancia de la diversificación de activos para reducir el riesgo no sistemático.

Los análisis se basaron en los enfoques de media-varianza y semi-varianza de Markowitz para la construcción de carteras, con el objetivo de optimizar carteras de pequeña escala utilizando los datos de las empresas listadas en el SPX de Fiji. Se discuten las suposiciones clave del modelo de Markowitz y se mencionan métodos alternativos de construcción de carteras para carteras de gran escala.

Kumar et al. (2022) presenta resultados detallados de la construcción de carteras bajo diferentes escenarios, incluidas carteras con y sin venta en corto, y analizan los resultados utilizando ratios de Sharpe ajustados. Se estiman los betas de los activos individuales, los cuales son una medida de la volatilidad relativa de un activo en comparación con el mercado. Adicionalmente, discuten su sensibilidad a los movimientos del mercado, y comparan los resultados obtenidos utilizando los enfoques de media-varianza y semi-varianza, destacando las diferencias en los rendimientos esperados y la volatilidad de las carteras.

Finalmente, se concluye que la construcción de una cartera diversificada es crucial para maximizar el rendimiento y minimizar el riesgo, especialmente en un mercado con restricciones significativas en la venta en corto. Se señala que la aplicación práctica de los enfoques de optimización de carteras de Markowitz requiere un rebalanceo regular de las carteras, lo que puede ser costoso y consumir tiempo. Sin embargo, se sugiere que si las características del mercado de SPX se mantienen constantes, el rebalanceo regular puede no agregar un valor significativo a los pesos de la cartera.

Para el presente trabajo, resulta fundamental ya que ofrece un enfoque del proceso de optimización de carteras según la metodología de Markowitz. Además, se emplea el índice de Sharpe ajustado para analizar los resultados y adicionalmente se compara los resultados del enfoque de media-varianza con el de semi-varianza.

El cuarto antecedente corresponde al artículo **"A Personalized Mean-CVaR Portfolio Optimization Model for Individual Investment"** de Yu and Liu (2021). En este estudio proponen un modelo mean-CVaR cuyo objetivo es recomendar un portafolio personalizado en función de los niveles de tolerancia al riesgo de los inversores, los cuales son determinados a partir de características demográficas de los inversores. Para esto, utilizan CVaR como medida de riesgo de los activos financieros y el modelo combinado Copula-GARCH para la descripción distribucional de los retornos. Posteriormente, generan escenarios futuros de retornos por simulación Monte Carlo para estimar el CVaR, además, utilizan el algoritmo PSO para la determinación de las proporciones óptimas de los activos.

En el estudio se consideran seis activos financieros; uno de deuda nacional (deuda China

0303), tres acciones (Apple Inc., Suning Inc. y Corporación Nacional de Petróleo de China) y dos fondos (EEM (iShares MSCI Emerging Markets ETF) y SPY (SPDR S&P 500 ETF)). El conjunto de datos se obtiene de Wind, para precios de cierre del 01/05/2015 al 28/04/2018 sin datos perdidos durante los días festivos.

Yu and Liu (2021) asumen un caso hipotético de una inversionista universitaria de 35 años con poco conocimiento de inversión, que busca un portafolio de inversión personalizado. El modelo propuesto se utiliza para recomendar un portafolio de inversión óptimo adecuado utilizando lógica Fuzzy. Esta inversionista fue categorizada con un perfil de tolerancia al riesgo MA (Moderadamente Agresivo). Finalmente, se realizan experimentos adicionales para evaluar la eficacia del modelo de optimización de portafolio personalizado en diferentes perfiles de inversores. Utilizando las mismas suposiciones y datos de la primera fase, se generan portafolios óptimos para distintos niveles de riesgo.

Los resultados del estudio, destacan que el modelo propuesto puede capturar de manera precisa la tolerancia al riesgo de los inversionistas, estableciendo que el valor del CVaR y la tolerancia al riesgo están en una misma dirección. Adicionalmente, se concluye que el modelo es capaz de recomendar portafolios personalizados que se ajustan a la tolerancia al riesgo de cada inversor. En consecuencia, cuando la tolerancia al riesgo disminuye, el peso relativo de ciertos activos cambia, reflejándose una asignación más conservadora de recursos.

Este artículo resulta fundamental para el trabajo de grado, al proveer un enfoque integral para la evaluación de la tolerancia al riesgo de los inversores, con la modelización estadística de los rendimientos financieros y la optimización de carteras bajo la métrica de riesgo CVaR.

3 Marco teórico

Teniendo en cuenta lo evidenciado en la revisión de antecedentes, el trabajo se enmarca desde dos enfoques: el Financiero y Matemático-Estadístico. Dichos enfoques proveen un panorama y contextualización sobre la aplicación estadística en el sector financiero, específicamente en el mundo de las inversiones para de esta manera dar una respuesta al planteamiento del problema desde un soporte teórico.

Debido a lo anterior se inicia con la contextualización de aquellos elementos financieros y posteriormente el soporte Matemático - Estadístico para la optimización portafolios de inversión.

3.1. Enfoque financiero

Desde este enfoque, se han identificado elementos clave que ofrecen un panorama general del sector financiero y su dinámica: el sistema financiero, el mercado financiero, el mercado de valores, los activos financieros, la capitalización, el volumen, la relación P/E, la diversificación, los portafolios de inversión y las herramientas web financieras.

- **Sistema financiero:** Conjunto de entidades, organizaciones, instituciones, mercados, instrumentos y regulaciones. Está compuesto por tres elementos claves tales como: agentes financieros, activos o instrumentos financieros y los mercados financieros. Dicho sistema sirve como intermediario entre los ahorradores y los inversionistas, canalizando los excedentes de ahorro en los proyectos de inversión (Ruiz Dotras and Sust, 2013). Entre los instrumentos de este sistema se encuentran los productos bancarios, planes de pensiones, seguros y productos de inversión (activos financieros).
- **Mercado financiero:** Ruiz Dotras and Sust (2013, p. 11) definen el mercado financiero como: *"el marco de negociación, determinación del precio y contratación entre demandantes y oferentes de recursos financieros instrumentado por medio de activos financieros."*
- **Mercado de valores:** Es un mercado que forma parte del sistema financiero, en el que se transan instrumentos de renta fija y variable. Este se enfoca en una amplia variedad de productos de inversión, conocidos como activos financieros, que incluyen acciones, bonos, fondos mutuos, derivados, cuentas de ahorro, depósitos a plazo, criptomonedas

y divisas, entre otros. Dichos productos tienen como finalidad, facilitar la canalización del capital de inversores y empresas hacia la financiación de proyectos empresariales.

El mercado de valores se divide en mercado primario, cuando se emiten títulos por primera vez, y mercado secundario, donde se negocian valores ya existentes entre inversores. Nuestro interés para el presente proyecto, esta orientado a este mercado.

- **Activos financieros:**Los activos financieros son instrumentos o títulos que representan una participación o un derecho de propiedad sobre un valor monetario (Mascareñas, 2015). Estos activos pueden ser comprados, vendidos o negociados en los mercados financieros. Además, son utilizados para invertir, especular, protegerse contra riesgos financieros o cumplir con requisitos regulatorios.

  Los activos financieros pueden negociarse tanto en medios físicos como virtuales y se clasifican en activos de renta fija o variable según las rentas esperadas a futuro y el nivel de riesgo (Ruiz Dotras and Sust, 2013). Los activos de renta fija se caracterizan por ofrecer un rendimiento fijo independientemente de la evolución de la compañía emisora, mientras que los activos de renta variable presentan una rentabilidad y recuperación de capital menos seguras, ya que dependen de los rendimientos de la entidad emisora.

  En general, los activos financieros se clasifican en activos primitivos, para valores que dependen de rentas futuras esperadas y del nivel de riesgo, o en activos derivados, si sus valores dependen del valor de un activo primitivo denominado como subyacente (contratos futuros, opciones, etc). De acuerdo a su plazo de vencimiento se pueden considerar a corto plazo (inferior a 12 meses) o a medio y largo plazo (superior a 12 meses) (Arranz Barcenilla, 2022)

- **Capitalización:** Según Diccionario económico (2012a), la capitalización bursátil de una empresa es una medida clave en el mercado de valores. Representa la valoración total de la empresa en función del precio actual de sus acciones y el número total de acciones en circulación. *"Es el valor del capital de una sociedad obtenido a partir de su cotización en bolsa. Se obtiene multiplicando la cotización de sus acciones por el número de las mismas. Este mismo cálculo se puede realizar para todo el mercado, sumando la capitalización de todas las sociedades que componen el mercado."*

- **Volumen:** Según Diccionario económico (2012b) ,*"Importe total de los títulos contratados en una sesión bursátil o en un periodo determinado. Es sinónimo de "volumen de contratación"".* El volumen de mercado de capitales es una métrica importante para comprender la dinámica y el comportamiento del mercado financiero. Esta medida se refiere a la cantidad total de acciones, bonos u otros instrumentos financieros que se compran y venden en un mercado financiero durante un período de tiempo específico, generalmente en un día de negociación.

- **Razón P/E:** Según Diccionario económico (2023), "La relación precio-beneficio,

comúnmente conocida como relación P/E, representa la relación entre el precio de una acción y los beneficios que obtiene una empresa. Los inversores utilizan este ratio para evaluar si una acción está a un precio razonable en relación con sus ganancias. En periodos de mercado alcista, los inversores pueden utilizar los ratios P/E para identificar acciones que puedan estar sobrevaloradas. Se obtiene dividiendo el precio de las acciones de una acción por las ganancias por acción, para su cálculo se consideran las ganancias netas totales del último año divididas por el número total de acciones en circulación"

- **Diversificación:** Acción de distribuir los recursos entre diversos activos para reducir el riesgo total del portafolio. Esta estrategia de inversión implica colocar el capital en una variedad de activos, idealmente pertenecientes a diferentes sectores o con una correlación relativamente baja entre ellos.

- **Portafolios de inversión:** Conjuntos de activos financieros que resultan de combinar el total de activos que dispone un inversionista. La intención del análisis de portafolios es considerar todos los posibles portafolios y seleccionar aquellos que permitan diversificar el riesgo y maximizar los rendimientos esperados a partir de un equilibrio entre riesgo y rendimiento.

- **Herramientas web financieras:** Hay varias plataformas y herramientas web financieras similares a Yahoo Finance, en las que los inversionistas pueden hacer seguimiento del mercado de valores a partir del análisis de bases de datos y de información empresarial del sector financiero. Algunas de ellas son: Google Finance, Bloomberg, Investing.com, CNBC, ETRADE, Alpha Vantage, StockCharts.com, etc. Cada una de estas plataformas proveen funcionalidades específicas como la adquisición de cotizaciones actualizadas y gráficos interactivos. Además de ser gratuitas cuentan con opciones adicionales para los suscriptores que pagan el servicio premium.

3.2. Enfoque Matemático - Estadístico

La creación de portafolios de inversión ha sido ampliamente estudiada. Como se menciona en los antecedentes se han desarrollado diferentes métodos para la conformación de portafolios con rendimientos y/o niveles de riesgos deseados.

Para optimizar y crear portafolios es crucial identificar los activos que lo conformarán de acuerdo a la perspectiva e intereses del inversionista, así como el retorno esperado y el nivel de riesgo que está dispuesto a asumir.

A continuación, se describe aspectos relacionados con el retorno y el riesgo, la metodología multicriterio Analytic Hierarchy Process (AHP), métodos de optimización clásicos y métricas de rendimiento para comparar portafolios.

3.2.1. Retorno y riesgo

La selección de portafolios requiere una adecuada comprensión del concepto de retorno y riesgo; a nivel de activos individuales y en relación a los múltiples activos que conjuntamente componen el portafolio.

Los inversionistas afrontan diversos riesgos en el mercado, los cuales pueden traducirse en pérdidas al momento de vender un producto debido a fluctuaciones en los precios. Estas variaciones están influenciadas por diversos factores incluyendo aspectos políticos, económicos, culturales, sociales, ambientales, así como la dinámica de la oferta y la demanda en los mercados de valores. Según Mascareñas (2012), el riesgo está compuesto por una parte diversificable y una no diversificable. El riesgo que no se puede mitigar a través de la diversificación se conoce como riesgo sistemático o riesgo de mercado.

El riesgo de mercado se manifiesta a través de los movimientos en los precios de los activos o rendimientos negativos de los mismos. El rendimiento de un activo es aproximable por el rendimiento logarítmico. Este se define como el cambio en el logaritmo del precio de cierre diario del activo:

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) = \ln(p_t) - \ln(p_{t-1}) \tag{3-1}$$

Donde:

- r_t es el rendimiento logarítmico en el período t.
- p_t es el precio en el período t.
- p_{t-1} es el precio en el período $t-1$.

Yu and Liu (2021) mencionan que los rendimientos logarítmicos se emplean en el análisis de rendimientos de acciones. Esta transformación puede aumentar la estabilidad de los datos, entendida como la reducción de la heterocedasticidad y la variabilidad no constante a lo largo del tiempo. Además, el rendimiento logarítmico es aditivo, de modo que los rendimientos logarítmicos de un período único pueden sumarse para obtener el rendimiento logarítmico general.

Para analizar el comportamiento de la rentabilidad de un activo a lo largo de un período determinado, se emplea el promedio simple como la estimación del rendimiento esperado. Adicionalmente, se usa la varianza y desviación estándar como medida de riesgo:

$$\bar{r} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} r_i \tag{3-2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(r_i - \bar{r})^2 \tag{3-3}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2} \tag{3-4}$$

3.2.2. Metodología Multicriterio Analytic Hierarchy Process (AHP)

El método AHP es una técnica multicriterio propuesta por Saaty (1990) para la toma de decisiones. Esta herramienta ayuda a descomponer un problema complejo en un modelo jerárquico compuesto por múltiples criterios y alternativas. En la Figura **3-1**, el objetivo a solucionar se ubica como primer nivel, seguidamente el nivel de los criterios y/o subcriterios cuando corresponda y finalmente el nivel de las alternativas.

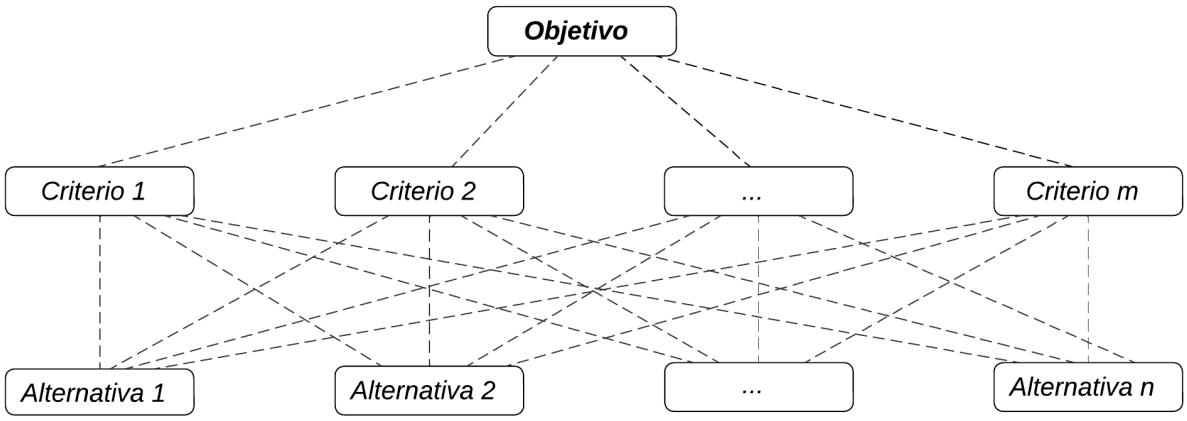


Figura 3-1: Árbol de jerarquías del Método AHP.

La decisión consiste en seleccionar un número finito de alternativas por cada criterio. Este enfoque estructurado permite hacer una evaluación sistemática y bien fundamentada de los criterios y alternativas a partir de comparaciones pareadas cuyas puntuaciones están en una escala de 1 a 9, donde 1 indica igual importancia y 9 indica una importancia extremadamente alta de un elemento sobre otro. La Tabla **3-1** provee una descripción completa de la escala numérica del AHP.

Este método corresponde a un problema de optimización multidimensional, por lo que su solución se reduce al cálculo de valores y vectores propios. Dichos vectores representan los vectores de prioridad e indican la importancia relativa de los criterios y alternativas en cada nivel jerárquico. Para realizarse estas comparaciones, se construyen matrices de comparación tanto para los criterios como para las alternativas.

Tabla **3-1**: Escala de importancia para el método AHP

Escala numérica	**Escala verbal**	**Explicación**
1	Igual importancia	Los dos elementos tienen similar importancia
3	Moderadamente más importante una alternativa sobre otra	El juicio y la experiencia previa favorecen a un elemento en comparación con el otro
5	Fuertemente más importante una alternativa sobre otra	El juicio y la experiencia previa favorecen fuertemente a un elemento en comparación con el otro
7	Mucho más fuerte la importancia de una alternativa sobre otra	Una alternativa domina fuertemente. Su dominación está probada en práctica
9	Importancia extrema de una alternativa sobre otra	Un alternativamente domina completamente

La matriz de comparación pareada es una herramienta fundamental en el Método de Análisis Jerárquico (AHP). Se representa como una matriz $\mathbf{A}$ de tamaño $n \times n$ para el caso de las alternativas o una matriz $\mathbf{C}$ de tamaño $m \times m$ para el caso de los criterios; donde n es el número de alternativas y m es el número de criterios considerados en la decisión. Cada elemento a_{ij} de esta matriz indica la preferencia relativa de la alternativa en la fila i en comparación con la alternativa en la columna j. Cuando $i = j$, el valor a_{ij} es siempre igual a 1, que representa la comparación de una alternativa consigo misma. Por otro lado, los valores a_{ij} para $i \neq j$ expresan la preferencia de la alternativa en la fila i sobre la alternativa en la columna j, o viceversa, dependiendo del contexto de la comparación.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \tag{3-5}$$

El AHP se sustenta en los siguientes cuatro axiomas:

1. Axioma 1: Condición de juicios recíprocos. En la matriz $\mathbf{A}$ de comparaciones pareadas se cumple que $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$.

2. Axioma 2: Condición de homogeneidad de los elementos. Los elementos que se comparan son del mismo orden o magnitud.
3. Axioma 3: Existe dependencia jerárquica en los elementos de dos niveles consecutivos.
4. Axioma 4: Las expectativas deben estar representadas en la estructura en términos de criterios y alternativas.

Adicionalmente, se construye la matriz de prioridades $\mathbf{P}$ que corresponde a las alternativas en términos de cada criterio. Para n alternativas y m criterios se tiene que:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nm} \end{pmatrix} \tag{3-6}$$

Donde, P_{ij} corresponde a la alternativa i con respecto al criterio j, para cada $i = 1, 2, \dots, n$ y $j = 1, 2, \dots, m$.

Estas matrices capturan la importancia relativa de los elementos evaluados y proporcionan la base para el cálculo de los vectores de prioridad en cada nivel de la jerarquía.

Antes de generar el vector de prioridades, es crucial verificar la consistencia de las comparaciones para asegurar que los juicios del decisor sean coherentes. Toskano (2005) señala que es difícil alcanzar una consistencia perfecta debido a la subjetividad humana. Una consistencia de 10 % o menos se considera casi perfecta. Sin embargo, este indicador no siempre es el más adecuado, ya que el contexto del problema puede exigir ajustes en este valor.

La matriz es consistente si $\mathbf{Aw} = n\mathbf{w}$, donde $\mathbf{w}$ es un vector columna de pesos relativos w_j $(j = 1, 2, \dots, n)$ aproximándose al promedio de los n elementos del renglón de la matriz normalizada $\mathbf{N}$. Esto hace que el estimado calculado $\overline{\mathbf{w}}$ sea:

$$\mathbf{A} = n_{max}\overline{\mathbf{w}} \tag{3-7}$$

Donde $n_{max} \geq n$, entre más cercano sea n_{max} a n, la matriz de comparación es más consistente. Como resultado, el AHP calcula la razón de consistencia (CR) como el índice de consistencia (IC) de la matriz A y el índice de consistencia aleatorio (IA).

$$CR = \frac{IC}{IA} \tag{3-8}$$

Además, el índice de consistencia de A está determinado por:

$$IC = \frac{n_{\max} - n}{n - 1} \tag{3-9}$$

Para el cálculo de $n_{\max}$ se utiliza la relación $\mathbf{A}\overline{\mathbf{w}} = n_{max}\overline{\mathbf{w}}$. Observando que la i-ésima ecuación es:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\bar{w}_i = n_{\text{máx}}\bar{w}_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{3-10}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{w}_i = 1 \tag{3-11}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\bar{w}_j \right) = n_{\text{máx}} \sum_{i=1}^{n} \bar{w}_i \tag{3-12}$$

Es decir, que el valor de $n_{\max}$ se determina calculando el vector columna de $\mathbf{A}$ y después sumando sus elementos.

El índice aleatorio de la matriz $\mathbf{A}$ depende del número de elementos que se comparan. Como se evidencia en la Tabla **3-2**, el valor de IA se selecciona según el número de elementos a comparar.

Tabla **3-2**: Índices aleatorios de consistencia en función del número de elementos comparados.

Número de elementos	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IA	0	0.58	0.89	1.11	1.24	1.32	1.40	1.45	1.49

Nota: Índices tomados de Saaty (1990)

Otra expresión para determinar el IA es:

$$IA = \frac{1{,}98(n-2)}{n} \tag{3-13}$$

El método AHP se ha aplicado ampliamente en diversos campos, incluyendo la Gestión, la Ingeniería, la Economía y la toma de decisiones empresariales, proporcionando una herramienta robusta y estructurada para abordar problemas complejos y multidimensionales.

3.2.3. Métodos de Optimización para la conformación de portafolios

Existen diversos métodos para determinar los pesos adecuados en la distribución del capital a invertir. A continuación, se describirán algunos métodos clásicos para la conformación de portafolios de inversión.

Portafolio ingenuo

El portafolio ingenuo es un método que ignora las características que se pueden establecer entre distintos activos, invirtiéndose un porcentaje igual en cada uno de los activos considerados. En consecuencia, el rendimiento del portafolio compuesto por N activos viene dado por:

$$E\left[r_p\right] = \sum_{i=1}^{N} w_i E\left[r_i\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N} E\left[r_i\right] \tag{3-14}$$

w_i corresponde al peso relativo de cada activo. Este peso se define como:

$$w_i = w_j = \frac{1}{N}; \forall i, j \tag{3-15}$$

Portafolio de Quintiles

Las asignaciones son constantes y dependen del número de activos N, al igual que en el portafolio ingenuo. Sin embargo, adiciona información del mercado ordenando los activos para realizar las compras sobre el quintil superior (el de mejor desempeño dependiendo del indicador considerado). Las carteras ingenuas y vía quintiles son mucho más simples que la de Markowitz, pero funcionan bien en los mercados reales. (Zhou and Palomar, 2020)

$$\mathbf{w} = \frac{1}{N/5} \cdot \left[\underbrace{1, \cdots, 1}_{20\,\%}, \underbrace{0, \cdots, 0}_{80\,\%} \right]^T \tag{3-16}$$

En este caso, las posiciones de compra son a largo plazo y la asignación del capital es del 100 %.

Portafolio de Varianza Mínima Global (GMVP)

En el GMVP el objetivo en la optimización es la minimización de la variabilidad de una cartera compuesta por N activos, sin restricciones de venta en corto. Este problema se formula como la minimización de la varianza del portafolio sujeta a la condición de que la suma de los pesos sea igual a uno. Considerando el vector de retornos del portafolio $\mathbf{r}$ compuesto por los retornos r_i de cada activo para $i = 1, 2, ..., N$. Se define la matriz de varianza y covarianza como:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{1,1} & \sigma_{1,2} & \cdots & \sigma_{1,N} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_{2,2} & \cdots & \sigma_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N,1} & \sigma_{N,2} & \cdots & \sigma_{N,N} \end{bmatrix} \tag{3-17}$$

Donde, $\sigma_{i,j} = \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$ representa la covarianza entre los retornos del activo i y el activo j. Mientras que $\sigma_{i,i} = \sigma_i^2$ indica la varianza del activo i. Por tanto, la varianza del portafolio a minimizar se representa como:

$$V[\mathbf{r}] = \mathbf{w}'\Sigma\mathbf{w} \tag{3-18}$$

Finalmente, el problema de optimización queda determinado como:

$$\min_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}'\Sigma\mathbf{w}) \quad \text{sujeto a} \quad \mathbf{w}'\mathbf{1} = 1 \tag{3-19}$$

La solución analítica de este problema se encuentra mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{w} = \frac{\Sigma^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}'\Sigma^{-1}\mathbf{1}} \tag{3-20}$$

La estrategia consiste en obtener el vector de pesos $\mathbf{w}$ para cada período de actualización reemplazando la matriz de covarianza por la real estimada entre los retornos a partir de las estimaciones de las desviaciones estándar y covarianzas estimadas (divisiones entre $N - 1$). Esta estimación del vector de pesos permite la construcción de una cartera factible. Una ventaja destacada de estimar la cartera de mínima varianza es que este enfoque no requiere la estimación de los rendimientos esperados de los activos. Según Brownlees et al. (2021), varios estudios han indicado que las carteras de mínima varianza no solo disminuyen el riesgo, sino que también proporcionan un equilibrio óptimo entre rendimiento y riesgo.

Optimización de Markowitz

En el ámbito de la teoría de selección de carteras, Markowitz jugó un papel fundamental con la publicación de su artículo "Portfolio Selection" en la revista Journal of Finance en 1952, basado en su tesis doctoral. En este artículo, introdujo el concepto de diversificación como método para reducir el riesgo, sugiriendo que los inversores deberían considerar no solo el máximo retorno de sus inversiones, sino también el riesgo asociado.

Este modelo se basa en el comportamiento del inversor, que incluye el deseo de obtener un buen rendimiento y la aversión al riesgo. Markowitz argumenta que una cartera es eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un nivel de riesgo dado, o en su defecto, el menor riesgo posible para una rentabilidad específica. Por tanto, en una cartera eficiente para un rendimiento esperado se busca el menor riesgo:

$$\begin{aligned} &\min_{\mathbf{w}} \sigma_p^2(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \\ &\text{sujeto a:} \\ &\begin{cases} E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(r_i) = V^* \\ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \quad (i = 1, \ldots, N) \end{cases} \end{aligned} \tag{3-21}$$

La combinación de parejas ordenadas de la forma (riesgo, rentabilidad) que resultan de la optimización al fijar diferentes valores de rentabilidad da como resultado las carteras eficientes. Este cojunto se le denomina frontera eficiente y permite al inversor saber cuál es la mejor cartera que se adapta a sus preferencias.

Los supuestos del modelo corresponden a que los retornos siguen una distribución normal y la curva eficiente tiene una forma cuadrática. En la Figura **3-2**, los puntos contenidos en la parte superior de la curva son los portafolios eficientes. Entre ellos se encuentran el de mímima varianza (punto de inflexión) y el tangente (intersección entre la recta tangente y la frontera) Adicionalmente, los puntos que se encuentran al interior de la curva (región convexa) son los portafolios no eficientes o activos individuales. Mientras que el portafolio libre de riesgo, está ubicado sobre el intercepto de la línea tangente llamada Línea de Mercado de Capitales (LMC) que permite conocer el portafolio eficiente con una tasa libre de riesgo.

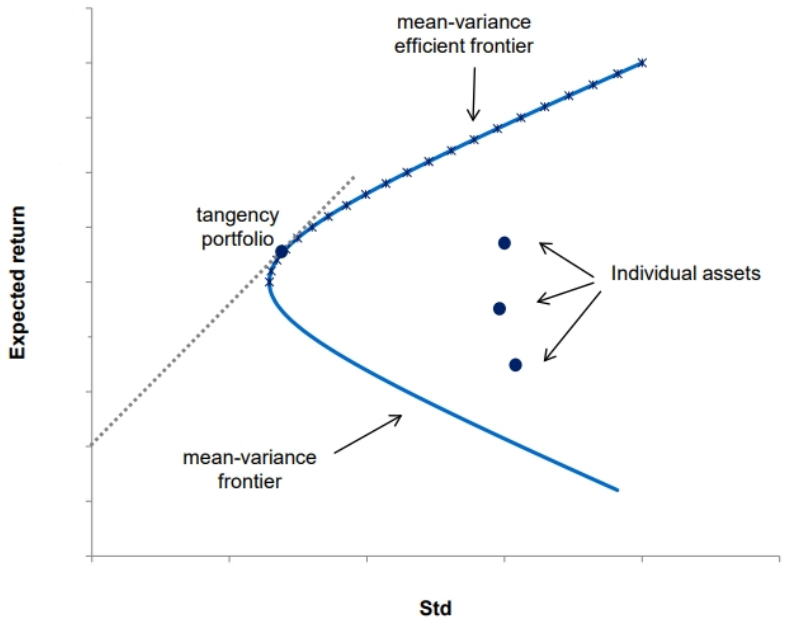


Figura 3-2: Frontera Eficiente.
Fuente: Tomado de Pedersen et al. (2021)

Optimización mediante el índice de Sharpe

El índice de Sharpe (1966), se define como una medida de rentabilidad ajustada al riesgo. Para determinar el portafolio óptimo, se busca maximizar el índice, lo que permite identificar el portafolio que ofrece la mejor relación entre rentabilidad y riesgo.

$$\begin{aligned} &\max \left(S : \frac{E(r_p) - R_f}{\sigma_p} \right) \\ &\text{Sujeto a:} \\ &\sum w_i = 1; \quad w_i \geq 0 \end{aligned} \tag{3-22}$$

Donde:

- $E(r_p)$: Es el retorno esperado del portafolio durante el período de medición.
- R_f: Es la tasa libre de riesgo.
- σ_p: Es la desviación estándar para el retorno del portafolio.

Optimización del CVaR

Yu, C., & Liu, Y. (2021), refieren que el CVaR, o Valor en Riesgo Condicionado, es una medida de riesgo mejorada que depende del VaR (Valor en Riesgo). El VaR (Valor en Riesgo) describe la pérdida máxima esperada de un activo dentro de un cierto nivel de confianza. Es decir, indica la cantidad máxima que se espera perder con una probabilidad específica durante un período determinado. Su definición se expresa matemáticamente como:

$$\int_{-\infty}^{-VaR} p(x)\,dx = 1 - \alpha \tag{3-23}$$

El nivel de confianza α $(0 < \alpha < 1)$ es decidido por el tomador de decisiones, donde x denota la variación del rendimiento del activo y $p(x)$ denota la función de densidad de probabilidad de la variación del rendimiento del activo.

Por otro lado, el CVaR es una medida de riesgo coherente mejorada que considera la pérdida esperada por debajo del VaR. En otras palabras, el CVaR representa la esperanza matemática de las pérdidas que exceden el VaR (Yu, C., & Liu, Y, 2021)

$$\begin{aligned} \mathrm{CVaR}_\alpha &= E\left(x \mid x \geq \mathrm{VaR}_\alpha\right) \\ &= (1-\alpha)^{-1} \int_{-\infty}^{-\mathrm{VaR}_\alpha} x\, p(x)\,dx \end{aligned} \tag{3-24}$$

El cambio de signo en los retornos y el orden inverso de los límites de integración se deben a que se está integrando sobre la cola izquierda de la distribución, que contiene valores negativos; asegurando que se está cubriendo todas las pérdidas hasta el umbral de riesgo establecido.

Así, el problema de optimización queda determinado por:

$$\begin{aligned} &\text{mín} \quad \mathrm{CVaR}_\alpha \\ &\text{sujeto a:} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{N} w_i = 1, \\ w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, N \end{cases} \end{aligned} \tag{3-25}$$

Métricas de rendimiento para comparar portafolios

Evaluar el rendimiento y/o riesgo de diferentes activos financieros o carteras de inversión es fundamental para tomar decisiones informadas y gestionar eficientemente las inversiones. Las medidas de rendimiento a usar son el índice de Sharpe y Sortino, mientras que la métrica asociada al riesgo es el CVaR.

El índice de Sortino es una medida de rendimiento ajustada al riesgo similar al índice de Sharpe, su diferencia radica en que penaliza únicamente los rendimientos que caen por debajo de un objetivo, especificado por una la tasa libre de riesgo de referencia. El índice de Sharpe penaliza tanto la volatilidad al alza como a la baja, por su parte el índice de Sortino se centra en mitigar las pérdidas. Por lo tanto, se utiliza para medir el riesgo a la baja, sin tener en cuenta las desviaciones al alza del rendimiento libre de riesgo. Mohan et al. (2016) refieren que los retornos libres de riesgo en inversiones generalmente incluyen intereses bancarios y los retornos riesgosos, pueden provenir de carteras de inversiones. Dicho índice se define de la siguiente manera:

$$S = \frac{E[R_p] - R_f}{DR} \tag{3-26}$$

Donde:

- S: índice de Sortino.
- $E[R_p]$: Retorno promedio del portafolio.
- R_f: Tasa o retorno objetivo libre de riesgo.
- DR: Desviación semi objetivo o desviación a la baja, que representa la volatilidad del rendimiento por debajo de la tasa objetivo.

Para el cálculo de la desviación a la baja se tiene encuenta la siguiente expresión:

$$DR = \sqrt{\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} \text{mín}(0, R_i - R_f)^2} \tag{3-27}$$

Donde:

- t: Número total de períodos.
- R_i: Retorno del portafolio en el período i.

4 Metodología

En esta sección se presenta la propuesta metodológica que se realizó y permitió abordar el problema planteado. Se inicia con una contextualización de la obtención de la base de datos y luego de los pasos metodológicos compuesto por tres etapas y cada etapa con su respectiva fase como se evidencia en la Figura **4-1**

4.1. Bases de Datos - Yahoo Financiero

La base de datos empleada en el trabajo fue obtenida de Yahoo Financiero, una plataforma de acceso libre proporcionada por Yahoo Inc., que opera como una entidad independiente bajo Apollo Global Management. Esta plataforma proporciona una amplia gama de datos financieros y económicos, tanto históricos como en tiempo real, facilitados por ICE Data Services, CoinMarketCap y Pricing Culture.

Yahoo Financiero suministra información esencial sobre precios de acciones, incluyendo precios de cierre, apertura, máximos y mínimos diarios, así como precios ajustados por dividendos y splits de acciones. También ofrece datos sobre el volumen de transacciones diarias y el promedio de volumen en periodos específicos, cruciales para evaluar la liquidez del mercado. La plataforma incluye indicadores financieros como la capitalización de mercado, que representa el valor total de las acciones en circulación de una empresa, y el ratio precio/ganancias (PE Ratio), utilizado para valorar empresas. Además, proporciona información sobre dividendos, como los dividendos declarados, dividendos por acción y fechas de pago.

En términos de datos históricos, Yahoo Financiero ofrece series temporales completas desde el inicio de cotización de los activos hasta la fecha actual, lo que permite un análisis detallado del comportamiento a largo plazo. Los datos en tiempo real facilitan el seguimiento de las fluctuaciones del mercado de manera instantánea.

Además, Yahoo Financiero ofrece gráficos e indicadores técnicos, como medias móviles, bandas de Bollinger, RSI y MACD, que son herramientas esenciales para el análisis técnico. La plataforma también proporciona información sectorial y macroeconómica, incluyendo el rendimiento de diferentes sectores y comparativas sectoriales, así como indicadores macroeconómicos como PIB, tasas de interés e inflación.

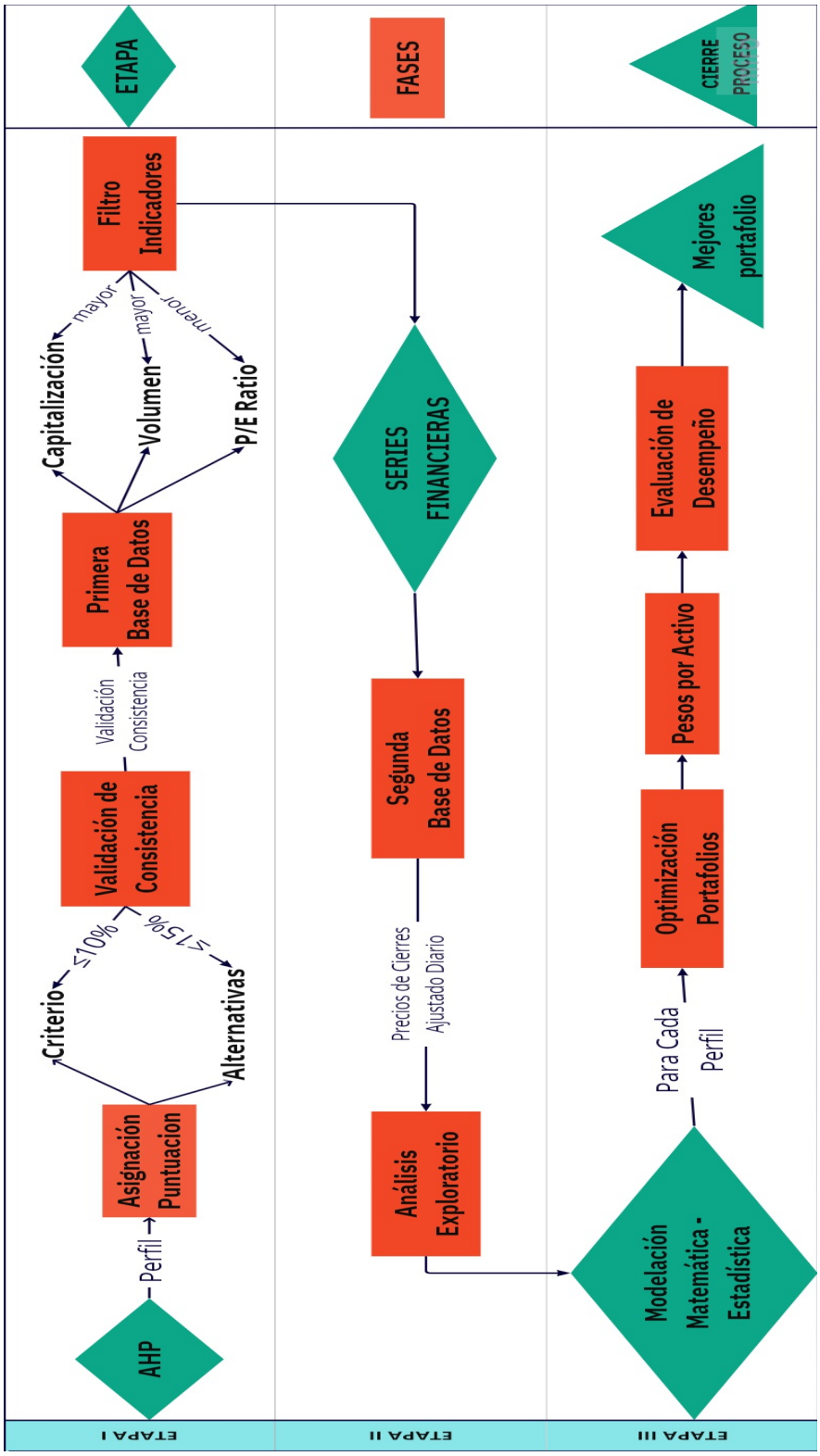


Figura 4-1: Pasos Metodológicos.

Para criptomonedas e índices, Yahoo Financiero proporciona precios en tiempo real y datos históricos, así como la capitalización de mercado de diversas criptomonedas y el rendimiento de índices como el S&P 500, NASDAQ y Dow Jones.

Finalmente, la plataforma incluye noticias financieras y análisis de expertos, estados financieros detallados y calificaciones crediticias, lo que ofrece un panorama completo para la toma de decisiones de inversión.

La elección de Yahoo Financiero se fundamenta en la accesibilidad y la amplitud de la información que ofrece, lo cual facilita la replicación y validación de los métodos propuestos en este trabajo. La fecha de los datos descargados y el tipo de datos utilizados se detallan en la etapa 1, fase 3; la etapa 2, fase 1; y la etapa 3, fase 3. Los datos obtenidos de Yahoo Financiero incluyen capitalización de mercado, volumen de transacciones, ratio precio/ganancias (P/E Ratio) y precios de cierre ajustados, siendo estos últimos presentados a nivel histórico.

4.2. Pasos metodológicos

El procedimiento metodológico se desarrolló en tres etapas principales, cada una compuesta por varias fases detalladas a continuación. Estas etapas comprenden la selección de activos financieros mediante el método AHP, la obtención y análisis de series financieras y la modelación matemática-estadística para la optimización de portafolios.

4.2.1. Etapa 1. Aplicación del método AHP para la selección de los activos financieros.

En esta primera etapa, se empleó el método AHP para determinar la cantidad óptima de activos a seleccionar en cada sector financiero, según las prioridades o preferencias individuales de los inversores.

En ese escenario, las opciones de selección comprendían los once sectores financieros listados en la página web de Yahoo Financiero: Materiales Básicos, Servicios de Comunicación, Sectores Cíclicos de Consumo, Sectores Defensivos de Consumo, Energía, Servicios Financieros, Salud, Industrias, Bienes Raíces, Tecnología y Servicios Públicos. La matriz de criterios se compuso a partir de la evaluación realizada por el perfil de inversionista experto, para ello se consideró la Capitalización, el Volumen y el P/E Ratio como criterios relevantes dado que la capitalización indica el tamaño y la estabilidad de una empresa, permitiendo al inversor alinear sus inversiones con su perfil de riesgo. El volumen refleja la liquidez y el interés del mercado en el activo, esencial para evaluar la facilidad de compra o venta y confirmar tendencias. El ratio P/E ayuda a valorar si un activo está sobre o infravalorado, facilitando una selección más informada y estratégica. Para los tres

perfiles de inversionista se estableció por cada criterio la respectiva evaluación de los sectores empresariales a través de tres matrices de alternativas.

Fase 1. Asignaciones de las puntuaciones por parte de los usuarios.

Para llevar a cabo la propuesta de optimización, se seleccionaron tres tipos de perfiles con el objetivo de obtener una visión de la metodología propuesta. El método AHP se aplicó a tres usuarios con diferentes niveles de experiencia tanto en la academia como en la industria:

- **Experto:** Posee un amplio conocimiento y experiencia en el mercado financiero y en la gestión de portafolios de inversión. Con formación en estadística, econometría y finanzas. Su experiencia le permite evaluar de manera precisa y fundamentada los diferentes criterios y sectores financieros, con intereses en el mercado energético.
- **Intermedio:** Cuenta con conocimientos en inversiones, aunque su experiencia es limitada en comparación con el experto. Tiene formación académica en economía, está en proceso de adquirir experiencia práctica en el mercado financiero, con conocimiento en los conceptos básicos e indicadores de inversión.
- **Principiante:** Posee un nivel de conocimiento básico o incluso nulo en cuanto al mercado financiero y las inversiones. Se encuentra dando sus primeros pasos en el mundo de las inversiones, mostrando un interés en aumentar su capital. Su participación en la evaluación de las alternativas está vinculada a sus conocimientos y preferencias en sectores específicos. No cuenta con experiencia en el seguimiento de indicadores y movimientos del mercado.

Para el desarrollo del método, se tuvieron en cuenta los índices (criterios) y sectores (alternativas) mostrados en la Figura **4-2**. Para la obtención de las puntuaciones, se elaboró una hoja de cálculo en Excel para los criterios y alternativas. Esta hoja de cálculo estaba formulada y contenía macros que permitían al usuario seleccionar las industrias con las que tenía mayor afinidad en relación con sus conocimientos del mercado, intereses personales, entre otros.

El experto completó la matriz de criterios (**C**) y la de alternativas (**A**). Los otros dos perfiles, correspondientes a niveles intermedio y principiante, realizaron la puntuación de las alternativas. La matriz de criterios estuvo conformada por capitalización, volumen y P/E Ratio, mientras que la matriz de alternativas incluía las diferentes industrias seleccionadas por cada perfil. Estas puntuaciones se realizaron para cada uno de los tres criterios en sus respectivos libros de excel.

Fase 2. Verificación de las razones de consistencia

La hoja de cálculo en Excel dirigía al usuario a una sección donde registraba las puntuaciones de acuerdo con los criterios establecidos en el marco teórico para el método AHP. Una vez que cada usuario proporcionaba sus valoraciones, se procedía a verificar la coherencia de sus preferencias utilizando el índice y la razón de consistencia propuestos por

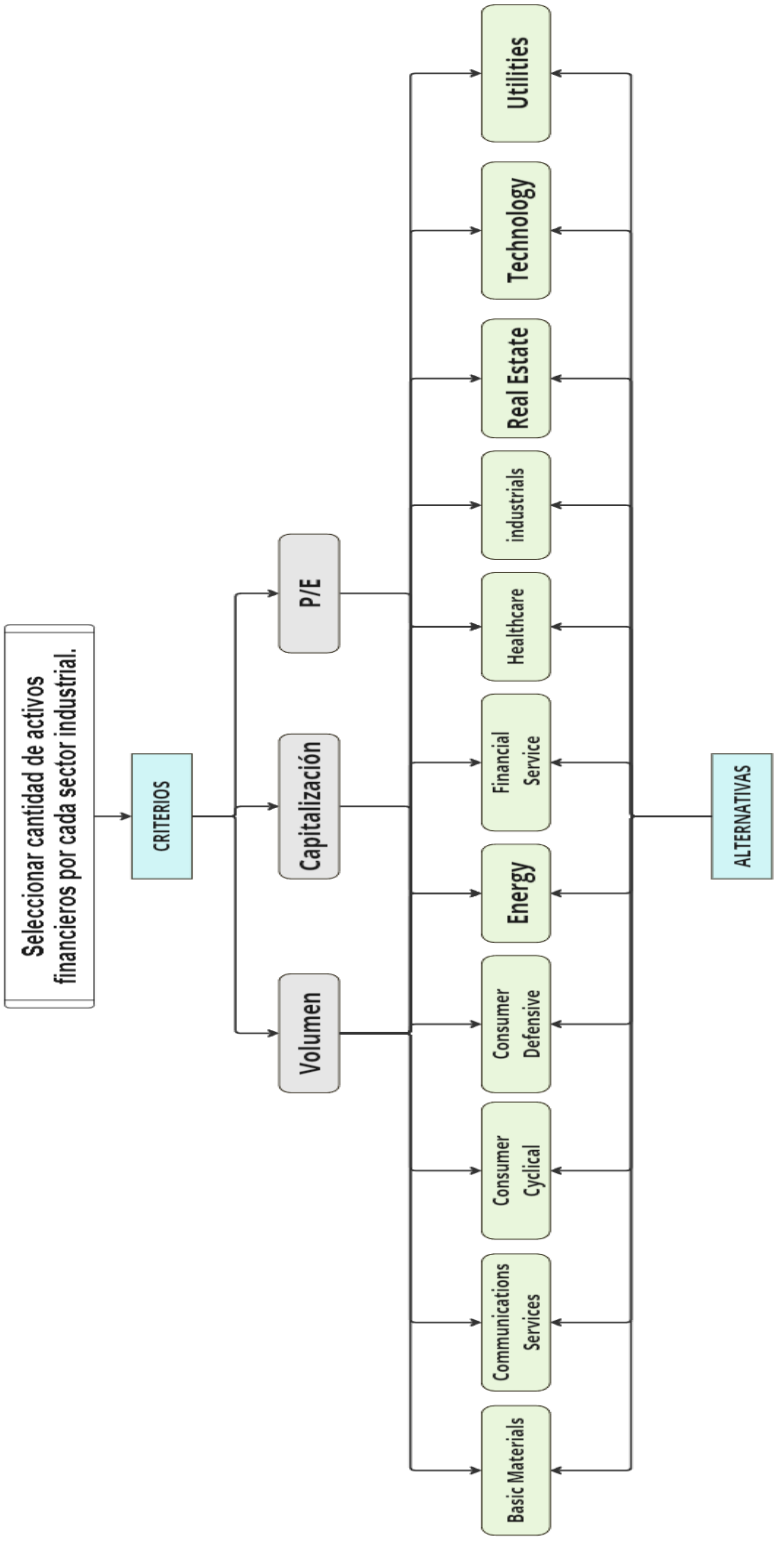


Figura 4-2: Pasos Metodológicos.

Saaty (1990). Si la razón de consistencia superaba el 15 %, se sugería al usuario reconsiderar las puntuaciones en los registros que presentaban inconsistencias.

Para validar la consistencia de las matrices, Excel presentaba una alerta indicando si la matriz era consistente o no. En caso de que la matriz no fuera consistente, el usuario verificaba los registros que generaban inconsistencia, con la ayuda de un código realizado en R. Este proceso se repetía hasta que las matrices de alternativas y criterios no excedieran este porcentaje. Esta métrica se ajustó para tener en cuenta la subjetividad del inversionista en relación con las industrias, proporcionando una medida de la coherencia respecto a las valoraciones pareadas de sus preferencias en cuanto a los índices y los sectores.

Fase 3. Descarga Primera Base de Datos.

Para descargar los datos se ingresó a la plataforma web Yahoo Finance. Luego, en la interfaz gráfica se accedió a la opción de "Sectores".

Al ingresar sobre cada uno de los onces sectores disponibles, se despliega una breve descripción sobre las características de las empresas de cada sector. Luego, se accedió a la opción "Ver más" de la categoría "Las mayores empresas de este sector". Seguidamente, en "Lista de resultados" se encuentra las bases de datos en formato html compuestas de doce variables del mercado financiero (Símbolo, Nombre, Precio Intradía, Cambio, % de cambio, Volumen, Volumen medio a tres meses, Capitalización bursátil, Relacion PE y el rango del precio de las últimas 52 semanas).

Finalmente, las bases de datos fueron descargadas mediante la conexión de un código en R con Yahoo Financiero. El código se configuró para descargar la información de los activos correspondientes a las industrias seleccionadas, incluyendo datos de capitalización, volumen y PE Ratio. Esta descarga se llevó a cabo el 26 de febrero de 2024.

Fase 4. Filtro – Indicadores bursátiles.

Una vez completada la descarga de los datos mencionados anteriormente, se procedió a reorganizar los registros de las bases de datos según los siguientes criterios, en el orden establecido: se priorizaron los valores más altos en los índices de capitalización y volumen, y se buscaron los valores más bajos en el ratio P/E.

Utilizando los pesos obtenidos del método AHP, se realizó la selección de activos para formar un portafolio inicial de 30 activos. Para cada industria, se multiplicó el peso correspondiente por 30, determinando así la cantidad de activos seleccionados en función de su peso relativo. Este proceso resultó en la formación de un portafolio inicial para cada perfil.

4.2.2. Etapa 2. Series Financieras

En esta segunda etapa, se llevó a cabo un análisis descriptivo utilizando datos de precios de cierre ajustado, con el objetivo de obtener una visión general del comportamiento de los activos financieros.

Fase 1. Descarga Segunda Base de Datos

Teniendo en cuenta los activos seleccionados en la Fase 4 (Etapa 1), se descargaron los respectivos precios de cierre diarios ajustados. Para el análisis y conformación de los portafolios se descargó los precios de cierre ajustados, desde el 19 de enero del 2022 hasta 31 enero del 2024, el cual fue considerado como período de entrenamiento.

La descarga se realizó teniendo en cuenta la post-pandemia de Covid-19. Durante la pandemia, los mercados financieros sufrieron una volatilidad extrema y anomalías que generaron datos con mucho ruido y distorsiones en las correlaciones entre activos, lo cual llegaría a afectar los supuestos de los métodos de optimización clásicos.

En contraste, enfocar el proyecto de grado en el período post-pandemia aprovecha un entorno de mercado en recuperación y estabilización. Este contexto es más propicio y representativo para la aplicación de métodos de optimización, minimizando así posibles sesgos que podrían surgir al utilizar dichos métodos durante la volatilidad extrema observada durante la pandemia.

Fase 2. Análisis exploratorio

En esta etapa se realizó un análisis exploratorio para identificar patrones de volatilidad o agrupamientos entre los instrumentos financieros, además, de las correlaciones entre los activos para mantener aquellos que aportaran diversificación del riesgo de mercado.

4.2.3. Etapa 3. Modelación Matemática - Estadística.

En la última etapa, se llevó a cabo la conformación de portafolios adaptados a cada perfil de inversionista, seguida de una evaluación exhaustiva del desempeño de dichos portafolios.

Fase 1. Optimización de Portafolios.

Se llevó a cabo la optimización de portafolios por cada perfil de inversionista, utilizando los cinco métodos establecidos en el marco teórico.

- **Portafolio Ingenuo:** Se llevó a cabo un proceso inicial de reducción de activos, comenzando con aquellos de menor volatilidad y luego procediendo con los de menor correlación, para cada portafolio inicial correspondiente a cada perfil de inversionista.

  Para la selección de activos, se estableció un umbral de correlación lo más bajo posible. En el estudio realizado por Serpa et al. (2017), se presenta la selección de activos con

mejor correlación, dando como referencia que aquellos con la correlación baja o nula son los mejores opción para la conformación del portafolio. Por esta razón, se consideraron aquellos activos cuya correlación fuera inferior al 60 %, con el objetivo de incluir una variedad más amplia de activos. Esto se debe a que muchos activos dentro de la misma industria tienden a mostrar una alta correlación entre sí.

- **Portafolio Quintiles:** Por cada perfil de inversionista se procedió a organizar los promedios de los precios de cierre por activo de mayor a menor rendimiento esperado. Posteriormente, se asigna al quintil superior del 20 % un peso constante de 1/(N/5) y al resto de activos una proporción igual cero. Donde N corresponde al número de activos por perfil.
- **Portafolio Tangente:** se calculó los rendimientos de los respectivos portafolios ajustados por la desviación estándar. La tasa libre de riesgo para la optimización fue de cero en la Razón de Sharpe. En este sentido, maximizar esta medida es equivalente a minimizar el coeficiente de variación de los retornos.
- **Portafolio MVG:** Se determinó la matriz de varianzas y covarianzas de los retornos. Posteriormente, las expresiones resultantes de las varianzas de los portafolios se diferencian parcialmente para la obtención de los pesos óptimos.
- **Portafolio CVaR:** Se establecieron los retornos de los portafolios. Luego, se calculó el VaR al 95 % de confianza, lo cual es equivalente al cuantil de los retornos. Esta medida se toma como referencia para hallar la media de los retornos que superan el VaR, estimando de esta forma el CVaR a un nivel de significancia del 5 %, para posteriormente minimizar dicha medida de riesgo.

Fase 2. Pesos del portafolio.

Se procedió a calcular los pesos o porcentajes de capital a invertir en cada activo para la conformación de cada portafolio de inversión. Este proceso se realizó teniendo en consideración las particularidades y requisitos de los métodos utilizados en la construcción de los portafolios. Es decir, se ajustaron los porcentajes de inversión de cada activo de acuerdo con las características específicas de los métodos de optimización empleados. Un aspecto común a las restricciones de cada método, es que las asignaciones o pesos de capital por cada activo son positivos y la suma de todos pesos del portafolio es igual a uno.

Fase 3. Evaluación de desempeño.

Para la evaluación de desempeño se tomaron datos de prueba correspondiente a tres meses que abarcan desde el 01 de febrero hasta el 30 de abril del 2024. Con el objetivo de evaluar el desempeño de los portafolios conformados.

Para dicho proceso, se emplearon las métricas de comparación correspondientes a la Razón de Sharpe, el Índice de Sortino y el CVaR, con el objetivo de evaluar el desempeño y la eficiencia de cada portafolio en términos de riesgo y rendimiento. Además de estas métricas,

se procedió a calcular el porcentaje de rendimiento de cada portafolio para proporcionar una visión integral de su desempeño en el periodo de prueba.

Es importante destacar que para el cálculo de la Razón de Sharpe y el Índice de Sortino, se utilizó una tasa libre de riesgo del 10.33 %[1], la cual se basó en el rendimiento de los Títulos de Tesorería (TES) de corto plazo proporcionado por el Banco de la República. Esta tasa libre de riesgo proporcionó un marco de referencia crucial para evaluar el rendimiento ajustado al riesgo de los portafolios en comparación con una inversión con bajo nivel de riesgo.

[1]TES de corto plazo denominados en pesos. Información tomada de Banco de la República https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/tes-corto-plazo-pesos

5 Resultados

El proceso metodológico llevado a cabo ha permitido desarrollar un enfoque para la selección de activos financieros, que se ha desglosado desde lo macro hasta lo micro en cada etapa y fase. Por tanto, la toma de decisiones fue orientada desde la elección inicial de sectores y de activos por sector, hasta la decisión sobre la distribución específica del porcentaje de inversión en cada activo.

En la primera etapa, se aplicó el método AHP para generar las puntuaciones de comparación de criterio. Estas fueron proporcionadas únicamente por el experto, como se detalla en la Tabla **5-1**.

Tabla **5-1**: Matriz de criterios

	Capitalización	**Volumen**	**Ratio**
Capitalización	1	5	9
Volumen	0.2	1	4
Ratio	0.111	0.25	1

La consistencia de la matriz de criterios, según indicaba el Índice de Consistencia (CR), fue del 6.24 %. Para cada perfil de inversionista (experto, intermedio y principiante), se asignaron puntuaciones a las industrias seleccionadas por cada uno, teniendo en cuenta sus intereses y percepciones particulares. Para ello, se creó una matriz de alternativas específica para cada inversionista, la cual incluía todos los criterios relevantes.

Durante la evaluación de estas matrices, se detectaron inconsistencias que oscilaban entre el 10 % y el 20 %. La percepción de las industrias por parte de los inversores variaba según sus conocimientos y enfoques, lo que se esperaba que resultara en un índice de consistencia inferior al 15 %. Por este motivo, se llevó a cabo un análisis de sensibilidad para identificar las variables más susceptibles a cambios en la matriz, especialmente aquellas que superaron el umbral del 15 %.

Después de que los inversionista realizaron los ajustes correspondientes a la matriz de alternativa, se llevó a cabo el cálculo del CR para asegurarse de que no excediera el 15 %. Como se puede observar en la Tabla **5-2**, las comparaciones de cada industria seleccionada por los inversionistas muestran que el CR fue menor al 15 % para cada uno de los criterios, tras realizar los ajustes indicados en el análisis de sensibilidad.

Tabla **5-2**: Cantidad de Industrias y %CR por perfil

Perfil	**Cant.**	**Industrias**	**Criterio**	**CR**
Experto	6	Tecnología, Defensiva del Consumidor, Energía,Servicios Financieros, Cuidado de la Salud,Utilidades.	Volumen Capitalización Ratio	9.66 % 13.50 % 12.72 %
Intermedio	7	Tecnología, Materiales Básicos, Energía, Servicios Financieros, Bienes Raíces, Acciones Industriales, Utilidades.	Volumen Capitalización Ratio	3.55 % 6.88 % 2.54 %
Principiante	4	Tecnología, Servicios de Comunicación, Energía, Bienes Raíces	Volumen Capitalización Ratio	3.25 % 0.53 % 0.53 %

Tras calcular los vectores promedio de las matrices de alternativas, se derivó el vector de prioridades, el cual reflejaba el porcentaje de activos asignados a cada industria. Como se especifica en la Tabla **5-3**, se detalla la cantidad de activos para cada perfil de inversionista, considerando un total inicial de 30 activos. Para el perfil experto, al efectuar redondeo, se aceptó un total de 31 activos para no descartar ninguna opción.

Con la selección inicial de activos completada, se concluye la primera fase del método AHP, cumpliendo así el primer objetivo de obtener una selección de activos financieros. Posteriormente, según los indicado en la metodología se procedió a descargar los activos seleccionados que presentaban una mayor capitalización, volumen y un menor ratio PE. En total, se seleccionaron 58 activos distintos entre los tres usuarios.

5.1. Análisis exploratorio

Continuando con la etapa 2, se llevó a cabo un análisis exploratorio de los precios de cierre ajustados de los 58 activos seleccionados. Para comenzar, en la Figura **5-1**, se presenta una clasificación de los activos financieros según su perfil de riesgo-rentabilidad. Esta clasificación se basa en el historial de rendimiento y volatilidad de las series financieras, utilizando las medias y desviaciones estándar de los retornos.

De acuerdo con la Figura **5-1** y la Tabla **5-4**; hay un total de 3 activos que presentan un alto riesgo y alta rentabilidad, 10 activos con bajo riesgo y alta rentabilidad, 41 activos con bajo riesgo y baja rentabilidad, 4 activos con alto riesgo y baja rentabilidad. Sin discriminar entre las preferencias de los inversionistas; aproximadamente el 88 % de los activos corresponden a un nivel bajo de aversión al riesgo, sobresaliendo entre ellos los del sector tecnología.

Tabla **5-3**: Cantidad de activos por inversionista e industrias.

Perfil	Industria	Vector Prioridad	Can. Act
Experto	Tecnología	0.38431	12
	Energia	0.22437	7
	Servicios Financieros	0.23524	7
	Cuidado de la Salud	0.06050	2
	Utilidades	0.06902	2
	Defensiva del Consumidor	0.02656	1
	Total	1	31
Intermedio	Tecnología	0.25592	8
	Bienes Raíces	0.23416	7
	Utilidades	0.23875	7
	Materiales Básicos	0.12701	4
	Energia	0.08047	2
	Servicios Financieros	0.03941	1
	Acciones Industriales	0.02428	1
	Total	1	30
Principiante	Tecnología	0.58883	18
	Energia	0.19919	6
	Servicios de Comunicación	0.14751	4
	Bienes Raíces	0.06447	2
	Total	1	30

Tabla **5-4**: Cantidad de activos por sector y perfil de riesgo

Sector	Cuadrante 1	Cuadrante 2	Cuadrante 3	Cuadrante 4	Total
Tecnología	3	3	11	1	18
Servicios Financieros			7		7
Servicios Públicos		1	6		7
Energía		4	3		7
Cuidado de la Salud		1	1		2
Bienes Raíces			7		7
Industriales		1			1
Materiales Básicos			3	1	4
Servicios de comunicación			2	2	4
Consumo defensivo			1		1
Total	3	10	41	4	58

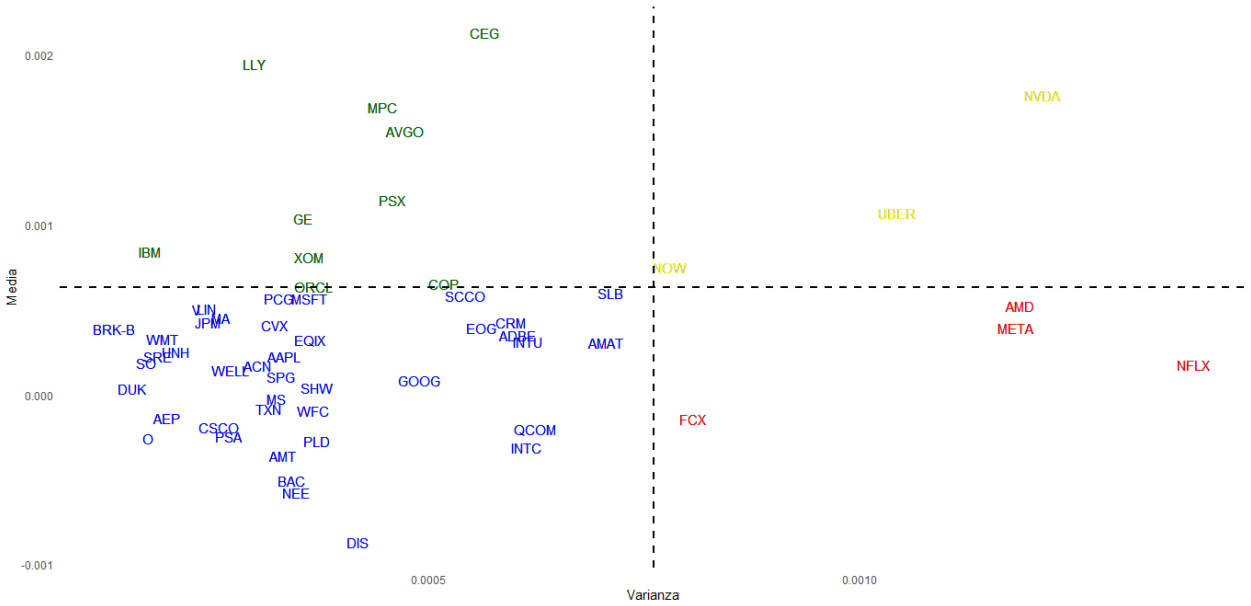


Figura 5-1: Plano riesgo-rentabilidad.

Nota. Alto riesgo - alta rentabilidad (puntos amarillos; cuadrante 1). Bajo riesgo - alta rentabilidad (puntos verdes; cuadrante 2), Bajo riesgo-baja rentabilidad (puntos azules; cuadrante 3). Alto riesgo – baja rentabilidad (puntos rojos; cuadrante 4). Los puntos de corte para las rectas horizontal y vertical sombreadas corresponden a los puntos medios de la media y la varianza de los activos respectivamente.

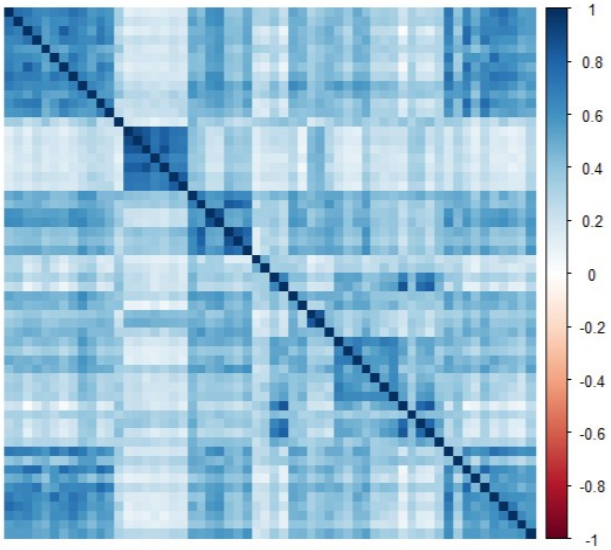


Figura 5-2: Correlaciones de Spearman entre los retornos.

Por otro lado, la Figura **5-2**, permite visualizar las 1653 comparaciones entre los retornos

de cada par de activos en términos de correlaciones de Spearman. Estas son flexibles a la falta de normalidad y linealidad, además, son menos sensibles a valores lejanos a lo esperado. Se evidencia que no existen correlaciones negativas; el 15 % (241) de las correlaciones oscilan entre 0 y 0.2. Por otro lado, el 80 % (1412) de los activos muestran una alta volatilidad entre sí, fluctuando en la misma dirección.

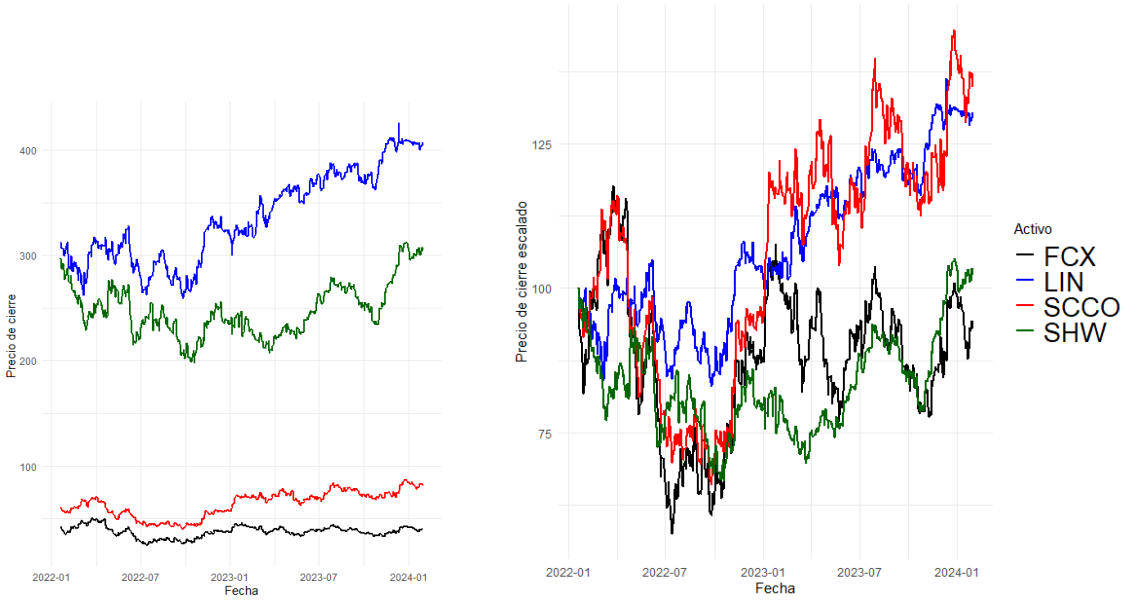
Al realizarse la prueba de Jarque-Bera sobre los retornos de cada activo, el único para el cual no se rechazó normalidad fue para el activo Applied Materials, Inc. (AMAT) con un p valor de 0.1431 a diferencia del resto con valores cercanos a cero. Adicionalmente, al realizar la prueba de Dickey-Fuller aumentada se rechaza la hipótesis nula de no estacionariedad de las 58 series de retornos. Esto puede conllevar a cambios de la media, varianza o patrones de tendencia y estacionalidad.

A continuación, se presenta el análisis del comportamiento de los precios de cierre ajustados de cada activo, comparado por industria. Además, para los casos en los que los activos por industrias son mayores a dos se escaló las series a 100, para tener un mejor percepción de la volatilidad cuando los precios difieren en gran medida.

En la Figura **5-3**, correspondiente a la industria de Materiales Básicos, se puede apreciar una diferencia en los precios de cierre entre los activos. Como se observa en la Figura **5-3**(a) para FCX y SCCO, los precios de cierre ajustados son inferiores en comparación con los de LIN y SHW. Sin embargo, para FCX y LIN, se aprecia una tendencia de crecimiento más pronunciada a lo largo del tiempo, a partir de octubre de 2022. Además, Figura **5-3**(b) se nota que LIN presenta una menor volatilidad en los precios de cierre ajustados en comparación con los otros tres activos, los cuales muestran una tendencia constante en el tiempo, sin mostrar picos significativos de alzas o bajas.

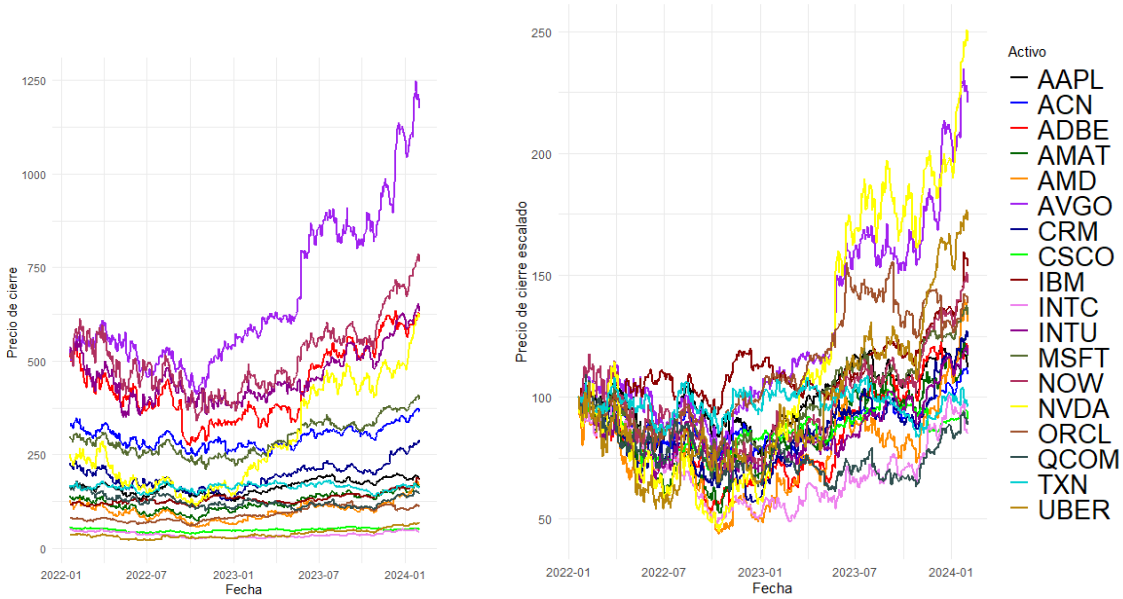
En relación al sector de Tecnología, la mayoría de los activos no muestran un comportamiento estable dentro del rango conjunto de los precios de cierre ajustados. Sin embargo, hay excepciones notables como Nvidia Corporation (NDA) y Broadcom Inc. (AVGO). Según lo observado en la Figura **5-4**(a), desde inicios de 2023 NDA ha experimentado un aumento significativo del precio, pasando de estar por debajo de los 250 dólares a alcanzar los 500 dólares en el precio de cierre ajustado.

Por otro lado, AVGO ha mostrado un crecimiento aún más pronunciado, partiendo de un precio inferior a los 500 dólares y superando los 1000 dólares. Cabe destacar que activos de grandes empresas como Microsoft Corporation (MSFT) y Apple Inc. (AAPL), a pesar de ser los de mayor capitalización y volumen, con un menor ratio, no han mostrado un incremento o decremento destacado, manteniéndose sus precios de cierre ajustado por debajo de los 500 dólares. De acuerdo a la Figura **5-5**(b) los activos con mayor crecimiento son NVDA y AVGO pero a su vez son los de mayor volatilidad.



(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

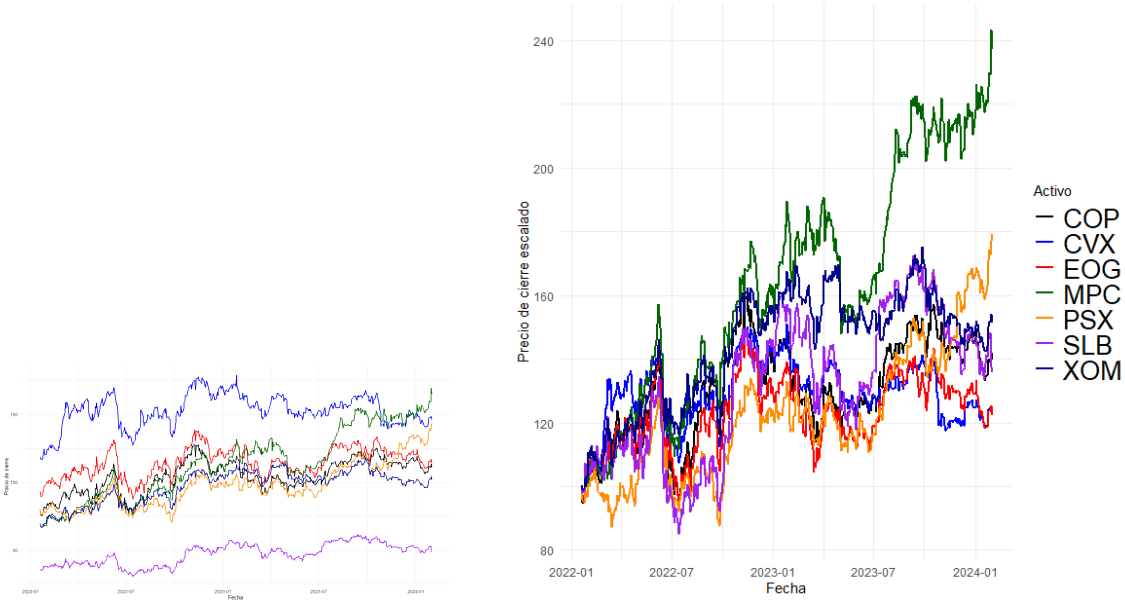
Figura 5-3: Materiales Básicos.



(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

Figura 5-4: Tecnología.

Para el sector energético, los precios de cierre ajustados muestran una volatilidad pronunciada. Específicamente, la Figura **5-5**(a) ilustra una caída generalizada de todos los activos desde principios de junio hasta septiembre. Este comportamiento se atribuye al temor

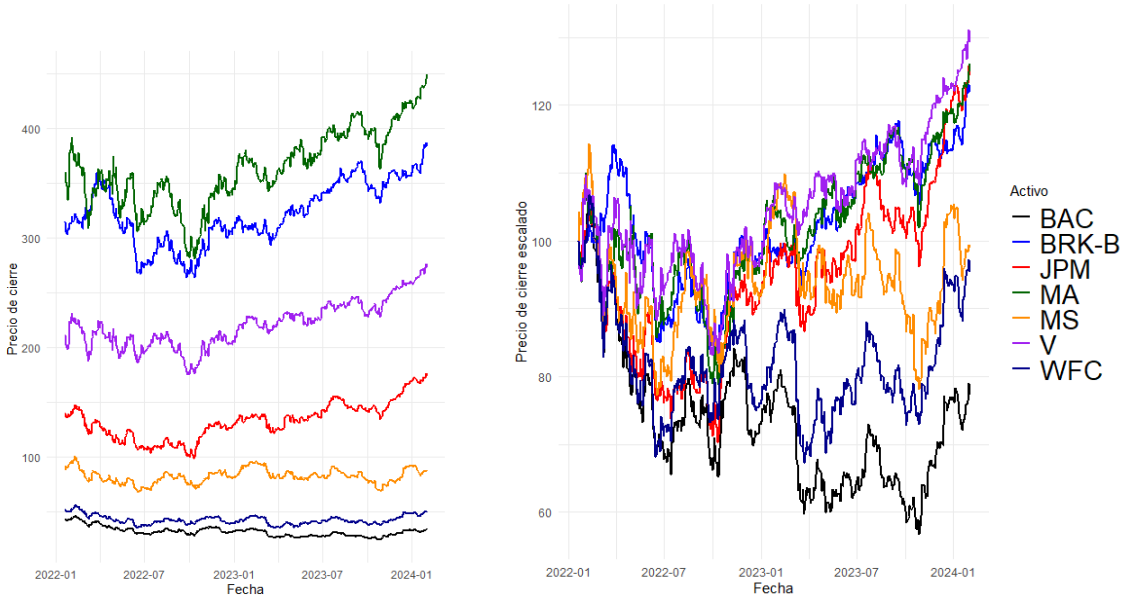


(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

Figura 5-5: Energía.

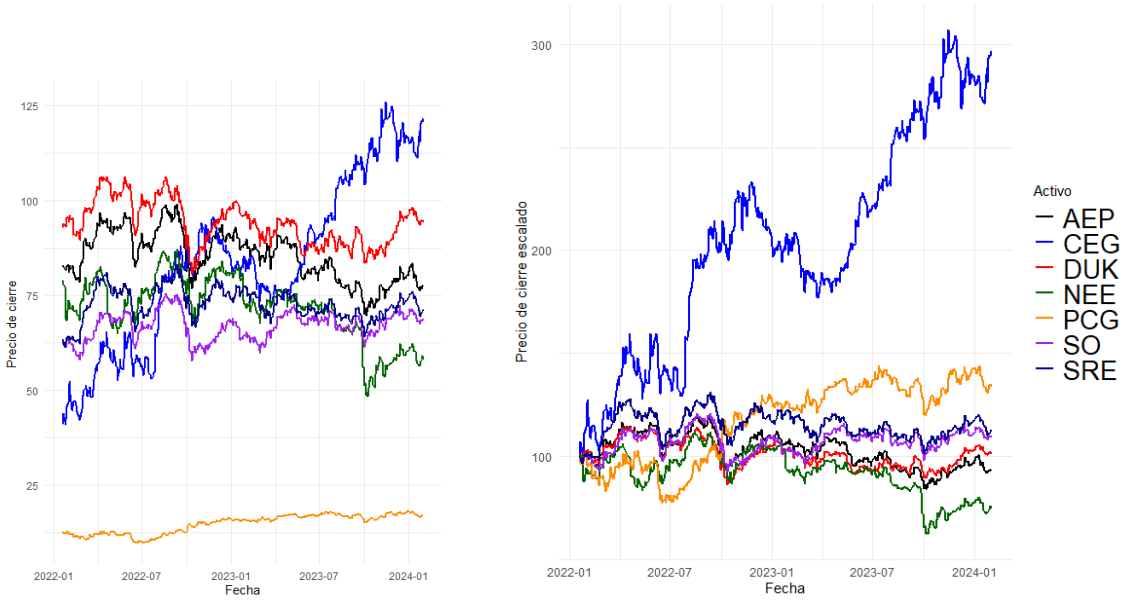
y las decisiones políticas adoptadas por varios países para el ahorro de energía. En el año 2022, las tensiones derivadas de la guerra entre Rusia y Ucrania provocaron una crisis debido a las decisiones políticas de distanciarse de Rusia, que para ese año era el tercer mayor productor de petróleo crudo a nivel mundial, solo superado por Estados Unidos y Arabia Saudita, habiendo descendido un puesto desde su posición anterior como segundo mayor productor[1]. Por lo tanto, se observa en Figura **5-5** (b) una considerable volatilidad en los precios de cierre para el año 2022, posiblemente influenciada por la crisis ambiental, políticas y medidas para producir energía y combatir la escasez que van en contra de las energías renovables, lo que genera incertidumbre. Para mediados de 2023, se observa un aumento notable en el precio de cierre ajustado de Marathon Petroleum Corporation (MPC), superando a Chevron Corporation (CVX).

[1]Tomado de la noticia ¿Qué países dependen más del gas exportado de Rusia?. Información tomada de Rystad Energy https://cnnespanol.cnn.com/2022/07/26/cuanto-depende-mundo-gas-combustible-rusia-exportaciones-orix/



(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

Figura 5-6: Servicios Financieros.



(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

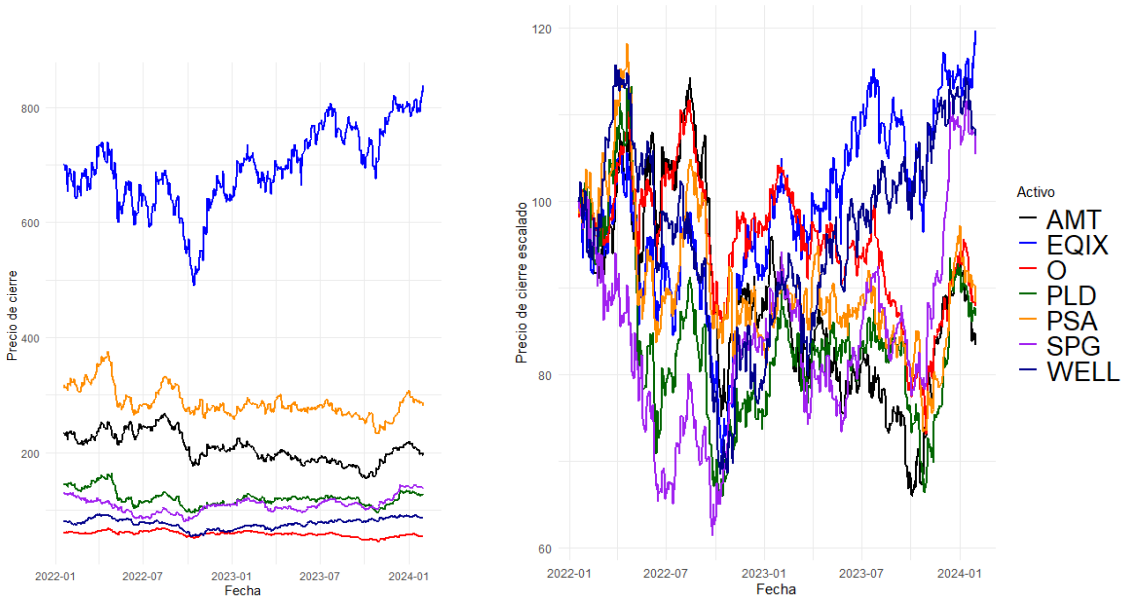
Figura 5-7: Servicios Públicos.

Los activos vinculados al sector de Servicios Financieros experimentaron un leve descenso en los precios de cierre ajustados entre julio y agosto, como se muestra en la Figura **5-6**(a).

Después de este periodo, los precios iniciaron un ascenso gradual, siguiendo una tendencia similar en todo el sector. En contraste, según la Figura **5-6** (b) todos los activos tienen una volatilidad similar a excepción de V, MA y BRK-B los cuales son más variables.

Los activos del Sector Servicios Públicos presentaron una dinámica diferente (Figura **5-7**(a)), con una caída más pronunciada entre agosto y septiembre de 2022. A lo largo del tiempo, estos no han mostrado cambios significativos en su crecimiento o decrecimiento. Sin embargo, un caso destacado dentro de este sector es el de Constellation Energy Corporation (CEG), que ha evidenciado un crecimiento notable. Sus precios de cierre ajustado se incrementaron desde menos de 50 dólares por acción a principios de 2022 hasta superar los 100 dólares por acción en septiembre de 2023. Adicionalmente, se logra evidenciar a partir de la Figura **5-7**(b) que el activo más volátil es CEG.

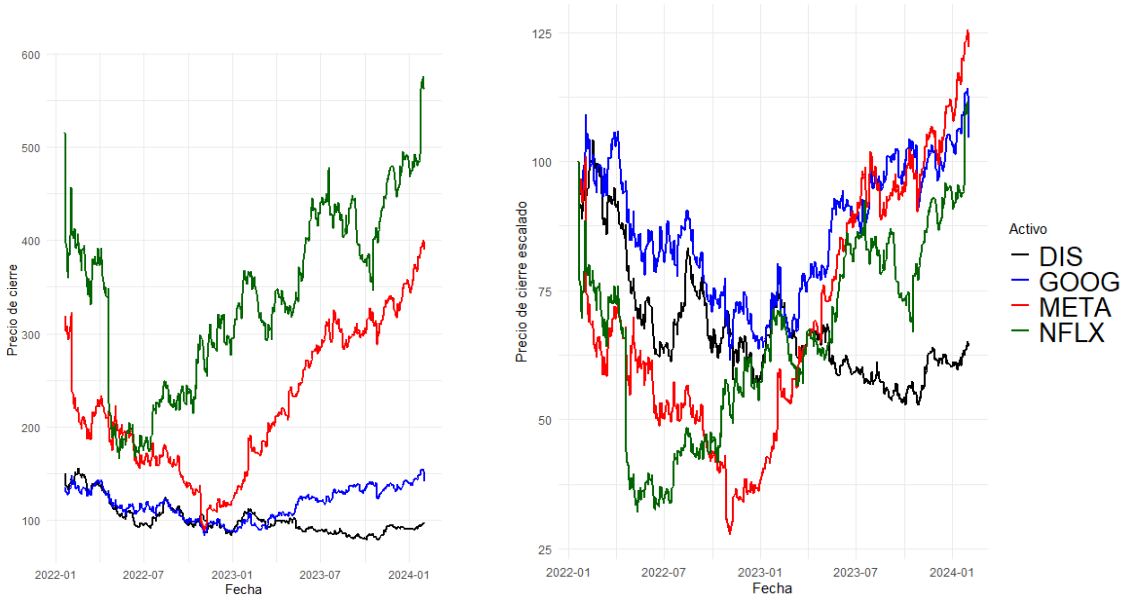
El análisis del sector de Bienes Raíces, como se muestra en la Figura **5-8**(a), revela que los precios de cierre ajustado no experimentan fluctuaciones drásticas. No obstante, se observa una disminución durante los meses de agosto y septiembre, siendo más pronunciada en el caso del activo de Equinix, Inc. (EQIX). A finales de 2022, los precios comienzan a ascender, cerrando el año 2023 por encima de los 700 dólares por acción. Un patrón de comportamiento similar se observa en el sector de Servicios de Comunicación, como indica la Figura **5-9**(a). En este sector, los precios de cierre ajustado muestran una caída desde principios hasta finales de 2022. Sin embargo, a partir de finales de ese año, los precios experimentan un crecimiento sostenido que se extiende hasta principios de 2024.



(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

Figura 5-8: Bienes Raíces.

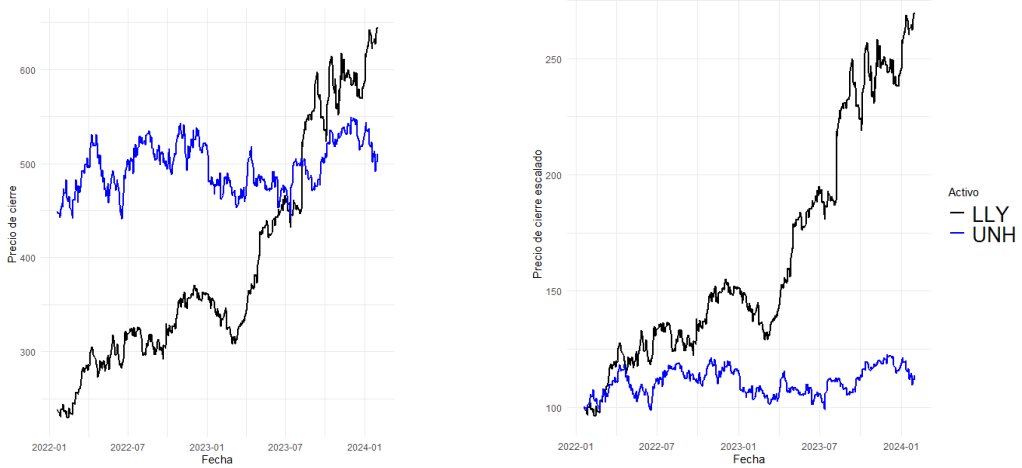
En la industria de Cuidados de la Salud (Figura **5-10**), los precios de cierre ajustados han



(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

Figura 5-9: Servicios de Comunicación.

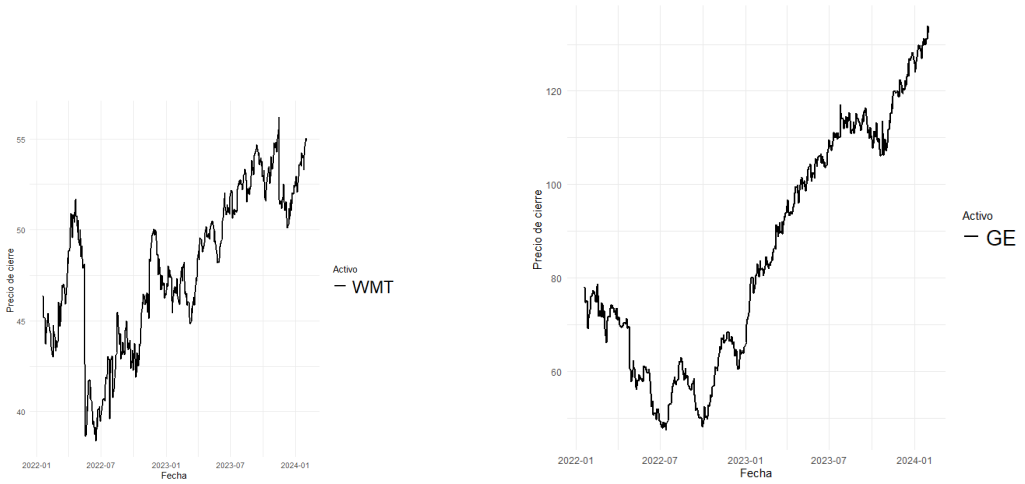
mostrado un crecimiento sostenido a lo largo del tiempo. Por ejemplo, Eli Lilly and Company (LLY) comenzó el año 2022 con acciones por debajo de los 300 dólares y, para mediados de 2023, había superado a UnitedHealth Group Incorporated (UNH). A inicios de 2024, ya había sobrepasado los 600 dólares por acción. No obstante, según la Figura **5-10**(b) el activo de mayor volatilidad es LLY despúes de julio del 2023.



(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

Figura 5-10: Cuidado de la Salud.

En contraste, los sectores Consumo Defensivo (Figura **5-11**(a)) e Industriales (**5-11**(b)) experimentaron una caída en los precios hasta mediados de 2022, seguida de un crecimiento gradual en los precios de cierre ajustados.



(a) Precio de Cierre Ajustado. (b) Precio de Cierre Ajustado Escalado.

Figura 5-11: Consumo Defensivo (a) e Industriales (b).

En resumen, se observa que los activos dentro de un mismo sector tienden a exhibir comportamientos similares en los precios de cierre ajustados. Específicamente, los activos pertenecientes al sector de Materiales Básicos y Tecnología muestran una mayor estabilidad, dado que no se registran caídas abruptas y se observa un crecimiento gradual a lo largo del tiempo.

5.2. Conformación de portafolios

Hasta el momento se ha seleccionado 31 activos para el experto, 30 para el intermedio y 30 para el principiante. Sin embargo, después de esta selección incial aún se cuenta con una amplia variedad de posibilidades para la conformación de portafolios. Es de interés en este proyecto seleccionar la mejor opción de portafolio para cada perfil de inversionista según sus preferencias.

A continuación, se presenta la optimización de los portafolios seleccionados utilizando los métodos expuestos en el marco teórico: portafolio ingenuo, portafolio quintiles, portafolio mediante el enfoque de Markowitz (tangente y mínima varianza global) y portafolio CVaR.

Posteriormente, se llevó a cabo una evaluación del desempeño de los portafolios para determinar cuál enfoque resulta más efectivo. Cada optimización se realizó de manera independiente según el perfil de inversionista: experto, intermedio e inexperto.

Para la realización de la optimización correspondiente, se empleó la librería `fPortfolio` de R (Wuertz et al., 2011) para cada método, excepto para la optimización que minimiza el CVaR, para la cual se utilizó `PortfolioAnalytics` (Bennett et al., 2018). Estas librerías consideran soluciones de tipo lineal y cuadrático diseñadas para problemas de optimización convexa.

5.2.1. Portafolio Ingenuo

Siguiendo los principios establecidos en el marco teórico, el enfoque del portafolio ingenuo consiste en diversificar equitativamente, asignando un peso de 1/N a cada uno de los N activos en el portafolio. Sin embargo, dado que cada perfil de inversionista tiene una gran cantidad de activos, se llevó a cabo un proceso previo a la implementación del portafolio ingenuo. Este proceso, como se detalla en la metodología, implica una reducción de activos basada en la volatilidad y la correlación entre ellos.

Como se puede apreciar en la Tabla **5-5**, se redujo la cantidad de activos inicialmente eliminando los 10 con mayor volatilidad. Luego, de los 20 activos restantes con menor volatilidad, se evaluó la correlación de sus rendimientos, conservando únicamente aquellos con una correlación menor al 60 %. Esto resultó en la selección de 11 activos para el perfil de inversionista intermedio, y 9 activos tanto para el experto como para el principiante, para la conformación del portafolio ingenuo.

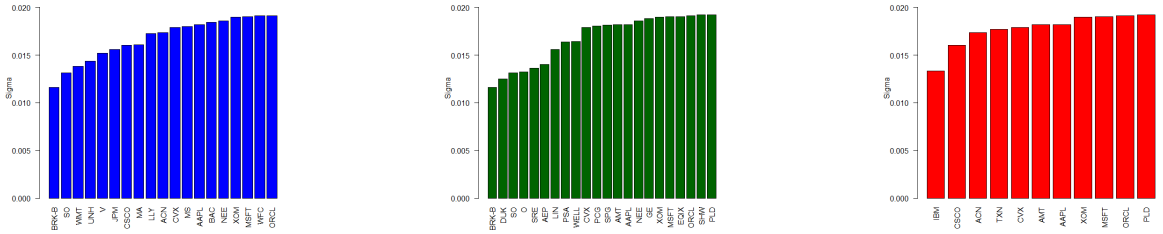
Tabla **5-5**: Cantidad de activos reducidos con correlación inferior a 60 % por cada perfil de inversionista para los menos volátiles.

Inversionista	Cantidad	Menor Volatilidad	Cantidad	Menor Correlación
Experto	20	MSFT; AAPL; ORCL; ACN; CSCO; WMT; XOM; CVX; MPC; PSX; BRK.B; JPM; V; MA; BAC; WFC; MS; LLY; UNH; NEE	9	MSFT; ORCL; CSCO;WMT; XOM; WFC; LLY; UNH; NEE
Intermedio	20	MSFT; AAPL; ORCL; LIN; XOM; CVX; BRK.B; GE; AMT; EQIX; SPG; WELL; PSA; O; NEE; SO; DUK; SRE; AEP; PCG	11	MSFT; ORCL; LIN; CVX; GE; AMT; SPG; WELL;PSA; SO; PCG
Principiante	20	MSFT;AAPL; AVGO; ORCL; CRM; ADBE; ACN; CSCO; INTC; IBM; TXN; GOOG; DIS; XOM; CVX; COP; EOG; MPC; PLD; AMT	9	ORCL; CRM; CSCO; INTC; IBM; GOOG; DIS; EOG; AMT

Para el inversor experto se diversificó en 1/9, lo que resultó en un rendimiento medio del portafolio del 0.04090948 %. Por otro lado, para el perfil de inversor intermedio se distribuyó sus inversiones en una proporción de 1/11, obteniendo un rendimiento medio del 0.03232983 %. En contraste, para el inversor principiante, con una diversificación de 1/9, se determinó un rendimiento medio del 0.007370839 %.

5.2.2. Portafolio de Mínima Varianza Global

Las desviaciones estándar de los activos varían entre 0.01 y 0.04. En la Figura **5-12** se ilustran los activos con dispersión menor a 0.02 por perfil de inversionista. Estos representan el 61 %, 73 % y 37 % para los perfiles de experto, intermedio y principiante respectivamente. Dichos resultados son coherentes con la conformación de los portafolios de mínima varianza, como se evidencia en las Tablas **5-6**, **5-7**, **5-8** para cada perfil, los activos con mayor peso de asignación del capital corresponden a los de menor desviación estándar.

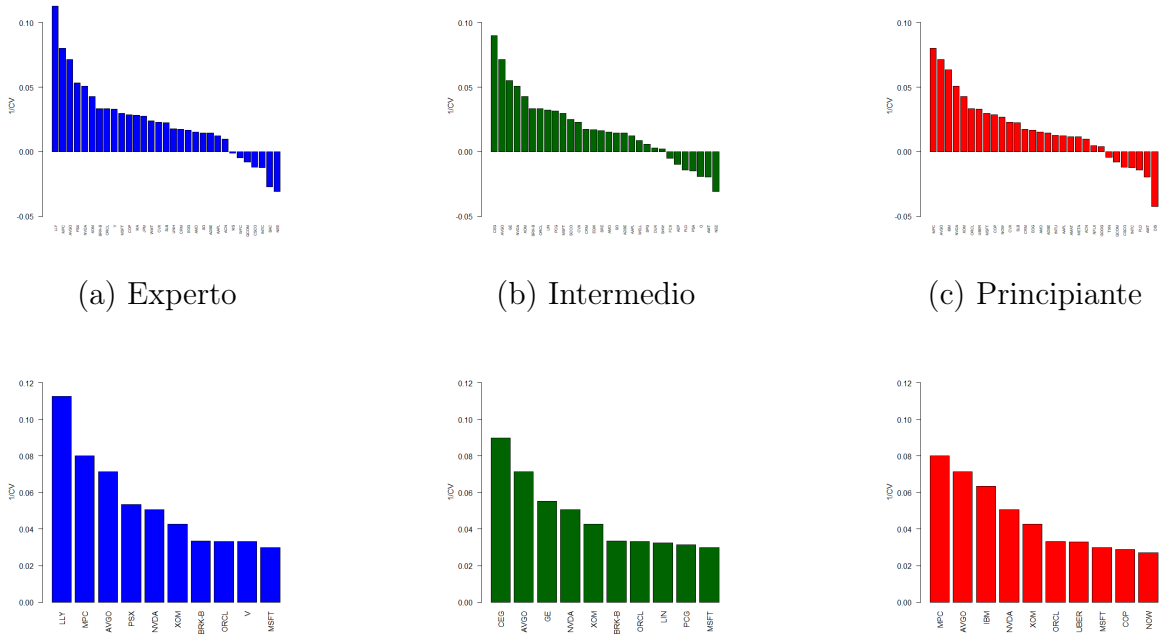


(a) Experto (b) Intermedio (c) Principiante

Figura 5-12: Desviaciones estándar de retornos menos volátiles por perfil.

5.2.3. Portafolio Tangente

El portafolio tangente resulta de maximizar la razón de Sharpe bajo una tasa libre de riesgo cero. Esta medida es equivalente al recíproco del coeficiente de variación, interpretándose como una medida del rendimiento ajustada por el riesgo. Al compararse las medias de los retornos por cada activo con sus respectivas desviaciones estándar, el 77 % de los activos por cada perfil de inversor tienen una rentabilidad positiva. En la Figura **5-13**, se destaca el comportamiento de dichos valores de a) hasta c), mientras que desde d) a e) se destacan los 10 activos con mayor rentabilidad por unidad de riesgo.



(a) Experto (b) Intermedio (c) Principiante

(d) Experto (e) Intermedio (f) Principiante

Figura 5-13: Recíproco del coeficiente de variación.

Nota. a), b) y c) representan los valores de 1/CV para los perfiles de experto, intermedio y principiante, respectivamente; d), e) y f) es el ranking 10 de los 1/CV positivos para los mismos perfiles

5.2.4. Portafolio Quintiles

Este tipo de portafolio asigna pesos iguales a los activos del quintil superior basado en sus rendimientos esperados. Las ponderaciones se calculan basado en el número de activos en el quintil superior. De acuerdo con los resultados de las Tablas **5-6**, **5-7**, **5-8** los activos comunes a cada portafolio por perfil son NVDA, AVGO y XOM.

5.2.5. Portafolios CVaR

El CVaR es útil para medir pérdidas monetarias en presencia de pérdidas extremas bajo un nivel de significancia, es decir, las pérdidas que superan el VaR o las máximas pérdidas probables en condiciones normales del mercado. Para minimizar el CVaR, se estableció un nivel de significancia del 5 %, obteniéndose valores mínimos de 1.89 %, 2.08 %, 2.29 % para los perfiles experto, intermedio y principiante respectivamente, con unas rentabilidades del 0.075 %, 0.023 % y 0.066 %.

5.3. Pesos de los portafolios

Para cada portafolio optimizado, se presentan en la Tabla **5-6**, Tabla **5-7** y Tabla **5-8** los pesos o proporciones de asignación del capital para el inversionista Experto, Intermedio y Principiante, respectivamente. Estas tablas detallan el porcentaje de capital que cada inversionista debe invertir según el método de optimización utilizado.

Tabla **5-6**: Pesos o proporción de asignación del capital por activo para inversionista Experto

Método	**Porcentaje de capital**
Ingenuo	MSFT (11.11 %), ORCL (11.11 %), CSCO (11.11 %), WMT (11.11 %), XOM (11.11 %), WFC (11.11 %), LLY (11.11 %), UNH (11.11 %), NEE (11.11 %)
Quintiles	NVDA (16.67 %), AVGO (16.67 %), XOM (16.67 %), MPC (16.67 %), PSX (16.67 %), LLY (16.67 %)
Tangente	LLY (56 %), MPC (27 %), AVGO (17 %)
MVG	WMT (21 %), SO (19 %), BRK-B (14 %), UNH (14 %), CVX (8 %), V (7 %), LLY (7 %), ORCL (3 %), JPM (3 %), CSCO (2 %), PSX (2 %)
CVaR	SO (27 %), BRK-B (24 %), LLY (18 %), WMT (17 %), MPC (12 %), UNH (2 %)

Tabla **5-7**: Pesos o proporción de asignación del capital por activo para inversionista Intermedio

Método	**Porcentaje de capital**
Ingenuo	MSFT (9.09 %), ORCL (9.09 %), LIN (9.09 %), CVX (9.09 %), GE (9.09 %), AMT (9.09 %), SPG (9.09 %), WELL (9.09 %), PSA (9.09 %), SO (9.09 %), PCG (9.09 %)
Quintiles	NVDA (16.67 %), AVGO (16.67 %), ORCL (16.67 %), XOM (16.67 %), GE (16.67 %), CEG (16.67 %)
Tangente	CEG (49 %), AVGO (34 %), XOM (9 %), GE (8 %)
MVG	BRK-B (28 %), DUK (26 %), O (18 %), ORCL (7 %), CVX (6 %), LIN (6 %), XOM (5 %), SO (3 %), MSFT (1 %)
CVaR	BRK-B (41 %), O (16 %), SO (16 %), DUK (14 %), CVX (6 %), XOM (5 %), SCCO (1 %), WELL (1 %)

Con la asignación de capital a cada activo según los diferentes métodos clásicos de optimización, se completa la conformación de los portafolios de inversión, cumpliendo así con el segundo objetivo.

Tabla **5-8**: Pesos o proporción de asignación del capital por activo para inversionista Principiante

Método	**Porcentaje de capital**
Ingenuo	ORCL (11.11 %), CRM (11.11 %), CSCO (11.11 %), INTC (11.11 %), IBM (11.11 %), GOOG (11.11 %), DIS (11.11 %), EOG (11.11 %), AMT (11.11 %)
Quintiles	NVDA (16.67 %), AVGO (16.67 %), IBM (16.67 %), UBER (16.67 %), XOM (16.67 %), MPC (16.67 %)
Tangente	MPC (39.46 %), IBM (32.18 %), AVGO (28.37 %)
MVG	IBM (37.37 %), CVX (13.92 %), CSCO (13.25 %), AMT (11.03 %), XOM (7.95 %), ORCL (7.32 %), MSFT (6.06 %), DIS (1.79 %), NFLX (0.92 %), TXN (0.38 %)
CVaR	IBM (53 %), XOM (17 %), ORCL (9 %), TXN (8 %), AMT (5 %), MPC (4 %), CSCO (2 %), DIS (2 %)

5.4. Balance del desempeño de los portafolios

Para evaluar el desempeño de los portafolios, se calculan el coeficiente de Sharpe, el coeficiente de Sortino, el CVaR, y la volatilidad del portafolio, determinada por la desviación estándar. Estos cálculos se realizan utilizando los datos de entrenamiento y prueba.

- Al analizar los resultados del coeficiente de Sharpe (Tabla **5-9**) para diferentes perfiles de inversionistas y tipos de portafolios, se destaca que ninguno de ellos se acerca a 1. Los valores obtenidos se sitúan cercanos a 0, lo que indica que los portafolios apenas superan la tasa libre de riesgo.

  Al considerar estos resultados, se identifica que el mejor portafolio con los datos de entrenamiento en relación al coeficiente de Sharpe corresponde para cada perfil de inversionista el portafolio Tangente (Tabla **5-10**).

- En la Tabla **5-9**, se observa una tendencia similar al coeficiente de Sharpe para el índice de Sortino. En todos los casos, los índices son negativos, lo que indica que los rendimientos positivos no están compensando adecuadamente la volatilidad negativa. Esto sugiere una gestión ineficiente del riesgo en comparación con los retornos obtenidos.

  Se observan ligeras variaciones entre los diferentes perfiles de riesgo y los portafolios, sin embargo, ninguno logra generar un rendimiento que justifique el nivel de riesgo asumido. Aunque los resultados no muestran diferencias marcadas en términos numéricos, según el índice de Sortino, se resalta en la Tabla **5-10** que para el experto y el principiante, el mejor portafolio corresponde al de Quintiles, mientras que para el perfil intermedio,

Tabla **5-9**: Desempeño del portafolio en diferentes perfiles de inversionistas con datos de entrenamiento.

Portafolio	Perfil	Sharpe	Sortino	CVaR	desv.estand
Ingenuo	Experto	0.0398	-0.9951	0.0226	0.0103
	Intermedio	0.0286	-0.9943	0.0260	0.0113
	Principiante	0.0056	-0.9924	0.0291	0.0132
Quintiles	Experto	0.0986	-0.9901	0.0310	0.0151
	Intermedio	0.0838	-0.9892	0.0336	0.0158
	Principiante	0.0799	-0.9893	0.0343	0.0162
Tangente	Experto	0.1354	-0.9912	0.0262	0.0135
	Intermedio	0.1019	-0.9852	0.0343	0.0171
	Principiante	0.1001	-0.9903	0.0302	0.0138
MVG	Experto	0.0482	-0.9961	0.0199	0.0091
	Intermedio	0.0232	-0.9957	0.0213	0.0097
	Principiante	0.0405	-0.9944	0.0238	0.0109
CVaR	Experto	0.0784	-0.9953	0.0202	0.0097
	Intermedio	0.0234	-0.9955	0.0204	0.0099
	Principiante	0.0595	-0.9940	0.0222	0.0112

el portafolio Tangente continua presentando la opción más favorable.

- A partir de los CVaR evidenciados en la Tabla **5-9**, se destaca que la mayoría de los valores se sitúan cerca de cero, lo que sugiere un menor riesgo. Es decir, los valores más bajos de CVaR para cada perfil de inversor indican las estrategias que ofrecen una mayor protección contra eventos adversos del mercado.

  No se observa una diferencia marcada entre los valores de CVaR obtenidos para los distintos perfiles de inversores. En el caso de los portafolios CVaR, los perfiles intermedio y principiante, fueron aquellos con dicha métrica de comparación más baja con valores de 0.0204 y 0.0222 respectivamente. En cuanto al perfil experto, el portafolio MVG registró el menor riesgo con un CVaR de 0.0199. Sin embargo, la diferencia entre los CVaR de los diferentes portafolios construidos para cada perfil no es significativa.

Los portafolios Tangente y Quintiles se destacan como las mejores opciones para los perfiles de inversor experto, intermedio y principiante. El portafolio Tangente ofrece la mayor eficiencia, con el índice de Sharpe más alto en los tres casos (0.1354 para experto, 0.1019 para intermedio y 0.1001 para principiante), indicando una excelente relación entre rentabilidad y riesgo. El portafolio Quintiles sigue de cerca, presentando también índices de Sharpe

Tabla **5-10**: Portafolios destacados por métricas de rentabilidad y riesgo para cada inversionista con datos de entrenamiento.

Perfil	Sharpe	Sortino	CVaR
Experto	P. Tangente	P. Quintiles	P. MVG
Intermedio	P. Tangente	P. Tangente	P. CVaR
Principiante	P. Tangente	P. Quintiles	P. CVaR

competitivos (0.0986 para experto, 0.0838 para intermedio y 0.0799 para principiante) y un CVaR razonable. Aunque ambos portafolios tienen desviaciones estándar y CVaR ligeramente superiores, su ventaja en términos de rentabilidad ajustada por riesgo los convierte en las mejores opciones para cualquier perfil de inversor.

Para evaluar el desempeño de los portafolios e identificar los mejores, se utilizan los datos de prueba correspondientes a las rentabilidades de los precios de cierre ajustados, desde el 1 de febrero hasta el 30 de abril de 2024.

Tabla **5-11**: Desempeño del portafolio en diferentes perfiles de inversionistas con datos de prueba.

Portafolio	Perfil	Sharpe	Sortino	CVaR	desv.estand	Rentabilidad
Ingenuo	Experto	0.1999	-0.9985	0.0105	0.0057	7.7 %
	Intermedio	0.1139	-0.9969	0.0150	0.0081	6.9 %
	Principiante	-0.0378	-0.9965	0.0183	0.0087	-0.9 %
Quintiles	Experto	0.1716	-0.9904	0.0254	0.0139	16.4 %
	Intermedio	0.2586	-0.9881	0.0271	0.0154	29.2 %
	Principiante	0.1167	-0.9900	0.0269	0.0142	11.7 %
Tangente	Experto	0.1740	-0.9905	0.0251	0.0141	16.5 %
	Intermedio	0.2456	-0.9818	0.0318	0.0196	35.3 %
	Principiante	0.0446	-0.9908	0.0319	0.0137	4.3 %
MVG	Experto	0.1523	-0.9988	0.0098	0.0051	5.1 %
	Intermedio	0.0965	-0.9979	0.0150	0.0068	4.2 %
	Principiante	-0.0496	-0.9968	0.0203	0.0084	-2.2 %
CVaR	Experto	0.2456	-0.9985	0.0090	0.0056	9.0 %
	Intermedio	0.1114	-0.9977	0.0139	0.0071	5.1 %
	Principiante	-0.0200	-0.9952	0.0266	0.0104	-0.8 %

Con los datos de prueba, se analiza el rendimiento de los portafolios bajo un escenario en el que el inversionista hubiera realizado una inversión desde el 1 de febrero hasta el 30 de abril de 2024. Los resultados indican que, en términos de rentabilidad, los portafolios Tangente y Quintiles lograron el mejor desempeño para los perfiles de riesgo experto e intermedio, tal

Tabla **5-12**: Portafolios destacados por métricas de rentabilidad y riesgo para cada inversionista con datos de prueba.

Perfil	Sharpe	Sortino	CVaR
Experto	P. CVaR	P. Quintiles	P. CVaR
Intermedio	P. Quintiles	P. Tangente	P. CVaR
Principiante	P. Quintiles	P. Quintiles	P. Ingenuo

como se muestra en la tabla **5-11**. Estos portafolios no registraron pérdidas, mientras que los portafolios MVG presentaron menor porcentaje de rentabilidad para estos perfiles.

En contraste, para el perfil de riesgo principiante, los portafolios Quintiles y Tangente ofrecieron los mejores resultados, con rentabilidades del 11.7 % y 4.3 %, respectivamente. Sin embargo, a diferencia de los perfiles experto e intermedio, el perfil principiante experimentó pérdidas, registrando porcentajes de rentabilidad negativa en los portafolios Ingenuo, MVG y CVaR.

En términos de riesgo, evaluado a través del CVaR, el portafolio CVaR se destaca como el más adecuado para los perfiles experto e intermedio, al presentar los índices de riesgo más bajos. Para el perfil principiante, el portafolio Ingenuo también muestra un bajo nivel de riesgo, aunque en términos de rentabilidad sufrió pérdidas. Sin embargo, los portafolios Quintiles y Tangente ofrecen para el principiante una rentabilidad positiva pero bajo mayores valores del CVaR, lo que indica más nivel de riesgo para el inversionista.

En relación a la eficiencia de los portafolios en términos de equilibrio entre rentabilidad y riesgo. La Tabla **5-12** muestra para los perfiles de inversionista que los portafolios Quintiles predominan según las métricas de Sharpe y Sortino. Seguidos de los portafolios CVaR para el experto y Tangente para el intermedio, los cuales se destacan por tener mayores índices de Sharpe y Sortino respectivamente. Estos portafolios se destacan por ofrecer la mejor rentabilidad por unidad de riesgo.

En contraste, para el perfil principiante, los portafolios Ingenuo y CVaR presentan los valores más bajos de Sharpe y Sortino, sugiriendo una menor eficiencia y adecuación para la inversión, además de haber registrado rentabilidades negativas. Para este perfil, el portafolio más eficiente es el de Quintiles, que ofrece la mejor rentabilidad por unidad de riesgo.

Teniendo en cuenta la Tabla **5-11**, para el perfil experto se destaca que el portafolio CVaR es el mejor respecto al coeficiente de Sharpe con un valor de 0.2456, lo que indica una excelente compensación entre riesgo y retorno. Además, tiene el CVaR y una de las desviaciones estándar más bajas con un porcentaje de rentabilidad del 9 %. Esto significa que es un portafolio con menos volátilidad y riesgo en condiciones adversas.

Para el perfil intermedio, el mejor portafolio en términos de rentabilidad corresponde al Tangente con un equilibrio entre el riesgo y la rentabilidad. Tiene un coeficiente de Sharpe

alto, lo que indica que ofrece el mejor rendimiento ajustado por riesgo. Aunque su desviación estándar no es la más baja, sigue siendo moderada, y su CVaR es razonablemente bajo, lo que significa que el portafolio maneja bien los escenarios adversos. Con la mayor rentabilidad del 35.3 %, este portafolio ofrece un alto retorno sin comprometer la estabilidad.

Finalmente, el portafolio Quintiles se destaca como el más adecuado para el perfil Principiante. Aunque presenta una desviación estándar relativamente alta, maximiza la rentabilidad y ofrece la mejor relación riesgo-retorno según el coeficiente de Sharpe. A pesar de su volatilidad, la alta rentabilidad y la adecuada gestión del riesgo en escenarios adversos, con un CVaR de 0.0269, lo convierten en la mejor opción sin asumir un riesgo excesivo.

En un análisis general de la compensación entre rendimiento y riesgo en los portafolios, es fundamental considerar tanto la rentabilidad ajustada por riesgo como la protección contra escenarios adversos. Para lograr un equilibrio adecuado, se sugiere que los portafolios mantengan un equilibrio en el índice de Sharpe, Sortino y el CVaR. De manera que no solo proporcionen un buen rendimiento ajustado por riesgo, sino que también ofrezcan una protección sólida frente a pérdidas extremas. En el presente trabajo de grado dichos portafolios corresponden a los portafolios de Quintiles, Tangente y el CVaR, según lo evidenciado tanto en los datos de entrenamiento como en los datos de prueba.

6 Conclusiones

Al analizar los resultados, se observó que el inversionista intermedio consiguió un portafolio más equilibrado y diversificado. Esto se evidencia en la aplicación del método AHP, ya que, desde la selección de las industrias, el inversionista intermedio eligió un mayor número en comparación con el experto y el principiante. Además, los pesos asignados están condicionados por las preferencias del inversor.

En relación al inversionista intermedio, los pesos finales de la distribución de selección de activos por industria no se inclinaron hacia una industria en particular. En contraste, el experto asignó el 38.4 % de los activos del portafolio inicial a la industria de Tecnología, seguida por Energía con un 22.58 %, lo que significa que el 47.4 % de los activos del portafolio se concentraron en solo dos industrias. De manera similar, el principiante asignó el 60 % de los activos a una sola industria, específicamente Tecnología. En cambio, el inversionista intermedio distribuyó los activos de manera más equitativa entre las tres primeras industrias, con proporciones del 25.5 %, 23.41 % y 23.8 %, respectivamente. La diversificación del portafolio implica tener activos de diferentes sectores, ya que, como se observa en los análisis descriptivos iniciales, el comportamiento de los activos es similar dentro del mismo sector. Por lo tanto, concentrar demasiados activos en un solo sector aumenta el riesgo en caso de que ocurra una situación que afecte ese sector específico y, como consecuencia, el movimiento del mercado.

De los quince portafolios conformados, solo el perfil principiante registró pérdidas, las cuales no superaron el 2 % de la inversión inicial. Es importante señalar que los portafolios con menor porcentaje de rentabilidad corresponde al experto y principiante que, desde el inicio, seleccionaron una cantidad reducida de industrias y concentraron la mayoría de sus activos en una sola industria. Por otro lado, el portafolio intermedio muestra la mejor rentabilidad, destacándose por una selección más equitativa de activos.

En general, los portafolios Quintiles y Tangente destacan por ofrecer los mejores resultados en términos de rentabilidad, riesgo y eficiencia, tanto con los datos de entrenamiento como con los de prueba, para los tres perfiles de inversionista.

En términos metodológicos, es fundamental considerar una metodología que aborde no solo la optimización de portafolios para los inversores, sino también la selección inicial de activos de diversas industrias. Esta selección diversificada puede reducir el riesgo al minimizar las correlaciones entre los activos, especialmente en momentos de turbulencia en mercados

específicos. Por lo tanto, es esencial presentar al inversor una variedad de portafolios, junto con el porcentaje de rentabilidad esperado para cada activo en función de su inversión.

Es crucial ofrecer una metodología de optimización de portafolios que utilice métodos alternativos a los enfoques clásicos, que logren capturar mejor la volatilidad de los datos a corto plazo para mayor precisión en la conformación de los portafolios de Markowitz, tangente y CVaR, los cuales dependen de la variabilidad en el proceso de optimización. En complemento, este proceso debe comenzar comprendiendo los intereses económicos del inversionista, su percepción del mercado, su tolerancia al riesgo y sus objetivos de rentabilidad. Además, para asegurar decisiones informadas, los resultados deberían presentar una variedad de portafolios con explicaciones detalladas sobre los porcentajes de inversión y las razones detrás de cada inversión.

En un entorno de inversión real, los resultados de las decisiones solo se conocen después de que se han materializado las ganancias o pérdidas. En este contexto, la recomendación de un portafolio debería enfocarse en lograr un equilibrio entre rendimiento y riesgo, evaluando específicamente a través del índice de Sortino y el CVaR respectivamente. Este enfoque no solo busca optimizar el rendimiento ajustado por riesgo en términos de pérdidas, sino también proporcionar una protección efectiva contra eventos adversos extremos. Entre los portafolios analizados, aquellos basados en el método de CVaR se destacaron por mostrar índices de Sortino superiores y valores más bajos de CVaR, lo que subraya su capacidad para equilibrar rendimiento y riesgo de manera complementaria.

Siguiendo la propuesta presentada en el trabajo, la automatización podría centrarse en desarrollar una interfaz utilizando la plataforma Shiny de R. Esta interfaz permitiría a los usuarios obtener porcentajes y opciones de portafolios de inversión, los cuales se construirían utilizando la metodología AHP como punto de partida hasta el último paso de asignación de pesos de inversión. Durante este proceso, la aplicación realizaría internamente diversos procesos de optimización clásicos ya mencionados, además de la posibilidad de incorporar metodologías más avanzadas para la formación de portafolios. Al finalizar el proceso, el usuario, tanto con conocimientos estadísticos y matemáticos como sin ellos, recibiría los pesos asignados, junto con las ventajas, desventajas e indicaciones clave de cada portafolio.

Por tanto, aprovechar una herramienta que automatice todo este proceso, optimizaría el tiempo y los recursos necesarios para la implementación, asegurando una transición fluida desde la investigación académica hasta una herramienta práctica y accesible en el ámbito financiero.

Bibliografía

Arranz Barcenilla, V. (2022). *Aplicación web para la gestión de carteras de inversión usando técnicas de Inteligencia Artificial*.

Bedoya, D. D. G. (2009). Portafolio management: A critical view beyond markowitz. page 160. *p. 160*.

Bennett, R., Boudt, K., Carl, P., and Peterson, B. G. (2018). Portfolioanalytics: Numeric methods for optimization of portfolios. `https://cran.r-project.org/web/packages/PortfolioAnalytics/index.html`. R package version 1.1.0.

Brownlees, C., Llorens, J., and Senar, N. (2021). Modelos de selección de carteras con muchos activos. In de las Cajas de Ahorros (FUNCAS), F., editor, *Nuevos métodos de predicción económica con datos masivos*, pages 33–60.

Diccionario económico (17/04/2012b). Volumen de negocio.

Diccionario económico (18/04/2012a). Capitalización bursátil.

Diccionario económico (31/07/2023). ¿Qué es la relación P/E y cómo se utiliza?

Gupta, N., Mitra, P., and Supra, B. (2023). Mejorar la resiliencia de la cartera durante los períodos de crisis: lecciones de los índices brics y las estrategias multiactivos. *Gestión de inversiones e innovaciones financieras*, 20(4):99–111.

Kumar, R., Stauvermann, P., and Samitas, A. (2022). An application of portfolio mean-variance and semi-variance optimization techniques: A case of fiji. *J. Risk Financial Manag.*, 15:190.

Loke, Z. X., Goh, S. L., Kendall, G., Abdullah, S., and Sabar, N. R. (2023). Portfolio optimisation problem: A taxonomic review of solution methodologies.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7:77–91. cited By 14323.

Mascareñas, J. (2012). *Gestión de carteras I: Selección de carteras*. Universidad Complutense de Madrid, España.

Mascareñas, J. (2015). *Introducción a los Mercados Financieros (Introduction to Financial Markets)*. Universidad Complutense de Madrid. Monografías de Juan Mascareñas sobre

Finanzas Corporativas, ISSN: 1988-1878. Primera versión: junio 2012 - Última versión: junio 2023. Disponible en SSRN 2310565.

Mohagheghi, V., Mousavi, S. M., Antuchevičienė, J., and Mojtahedi, M. (2019). Project portfolio selection problems: A review of models, uncertainty approaches, solution techniques, and case studies.

Mohan, V., Singh, J. G., and Ongsakul, W. (2016). Sortino ratio based portfolio optimization considering evs and renewable energy in microgrid power market. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 8(1):219–229.

Pedersen, L. H., Fitzgibbons, S., and Pomorski, L. (2021). Responsible investing: The esg-efficient frontier. *Journal of Financial Economics*, 142(2):572–597.

Ruiz Dotras, E. and Sust, L. (2013). *Introducción al sistema financiero*. Universidad Oberta de Catalunya.

Saaty, T. L. (1990). How to make a decision: the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, 48(1):9–26.

Sen, J. and Mehtab, S. (2021). Optimum risk portfolio and eigen portfolio: A comparative analysis using selected stocks from the indian stock market. *arXiv*.

Serpa, L. J. V., Osco, K. D., Quinones, D. M., and Escobedo, A. C. (2017). Elección de portafolio Óptimos de activos con y sin riesgo. *Pesquimat*, 20(2):21–36.

Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of Business*, 39(1):119–138.

Suárez, L. M. B., Ortiz Pimiento, N. R., and Duarte Duarte, J. B. (2015). Selección de portafolios de inversión socialmente responsables usando el método de las restricciones y la técnica multicriterio proceso analítico jerárquico. *Revista EIA*, (24):71–85.

Wuertz, D., Chalabi, Y., Chen, W., and Ellis, A. (2011). fportfolio: Portfolio design, optimization and backtesting. `https://www.rmetrics.org`. R package version 4023.84.

Yu, C. and Liu, Y. (2021). A personalized mean-cvar portfolio optimization model for individual investment. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021.

Zhao, K., Dai, Y., Ji, Y., and Jia, Z. (2021). Decision-making model to portfolio selection using analytic hierarchy process (ahp) with expert knowledge. *IEEE Access*, 9:76875–76893.