



Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial

Paula Andrea Miranda Campo

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

2021



Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

Paula Andrea Miranda Campo
Código 201604206

Informe final presentado como requisito parcial para optar al título de Magister en
Educación, énfasis en Educación Matemática

Dirigido Mg. Myriam Belisa Vega Restrepo

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
2021

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

DEDICATORIA

A Juan David Osorio Miranda

José William Arias López

AGRADECIMIENTOS

Para desarrollar este trabajo de investigación, para optar al título de magister en educación con énfasis en educación matemática, fue necesario contar con el apoyo de muchas personas, a las cuales quiero agradecer.

Primero doy gracias a Dios, por ser mi guía.

A mi Familia por su amor y apoyo incondicional.

Gracias a mi Esposo, que me dio el apoyo y la fortaleza y porque estuvo siempre en los momentos de angustia.

Gracias a mi hijo, que es un verdadero Guerrero, el cual es mi motivador y mi inspiración.

A mi tutora Myriam Belisa Vega Restrepo, a quien agradezco infinitamente en todo este proceso por su constante dedicación, disposición y enseñanza para alcanzar los objetivos propuestos y en especial por creer en mí.

Gracias a cada uno de los maestros que me acompañaron con su experiencia y sabiduría para la elaboración de esta investigación y mi formación profesional.

A mis compañeros pues aprendí mucho de cada uno.

Finalmente, y de manera muy especial, agradecer al Ministerio de Educación Nacional por permitirme hacer parte de tan selecto grupo de beneficiarios del programa becas del Fondo para mejorar la Educación Inicial

Resumen

El documento presenta el proceso y los resultados de la aplicación de un diseño de trabajo en el aula que propicia el desarrollo de pensamiento espacial en estudiantes de preescolar. Las actividades que se analizan se centraron en la construcción de figuras en el arte de la papiroflexia, fomentando, a su vez, el desarrollo de la habilidad para expresarse con fluidez, naturalidad y coherencia haciendo uso adecuado de la situación del lenguaje que permitan aprendizajes significativos con actividades de construcción y visualización en los estudiantes del grado Transición de la sede María Montessori de la IE Sagrado Corazón de El Cerrito.

Estas actividades hacen parte de un diseño experimental que bajo la metodología de Experimentos de Enseñanza fueron aplicadas y analizadas.

Se identificaron algunas características para el diseño de situaciones de aprendizaje que favorecen la formación del pensamiento espacial en el Preescolar, sobre todo los procesos cognitivos involucrados en la actividad geométrica, las características de las situaciones, las actividades propuestas y las formas en que los estudiantes se acercaron a estos conocimientos.

Palabras claves: Lenguaje natural, visualización, construcción, razonamiento, pensamiento espacial, diseño, experimento de clase

Abstract

This document presents the process and results of the application of a work design in the classroom that encourages the development of spatial thinking in preschool students. The activities that are analyzed focused on the construction of figures in the art of origami, promoting, at the same time. The development of the ability to express oneself fluently, naturally and coherently, making appropriate use of the language situation that allows meaningful learning with construction and visualization activities in the Transition degree students of the María Montessori headquarters to the IE Sagrado Corazón de El Cerrito.

These activities are part of an experimental design that was applied and analyzed under the Teaching Experiments methodology.

Some characteristics were identified for the design of learning situations that favor the formation of spatial thinking in preschool, especially the cognitive processes involved in geometric activity, the characteristics of the situations, the proposed activities and the ways in which the students act. approached this knowledge.

Keywords: Natural language, visualization, construction, reasoning, spatial thinking, design, class experiment

TABLA DE CONTENIDO

Introducción	1
CAPÍTULO I.	4
Problema de investigación	4
CAPÍTULO II.	8
Marco de Referencia	8
2.1 Antecedentes	8
2.2 Pensamiento Espacial	12
2.3 Desarrollo del Pensamiento Espacial	14
2.4 Objetivos.....	18
2.4.1 Objetivo General.	18
2.4.2 Objetivos Específicos.	18
CAPÍTULO III.....	19
Metodología.....	19
3.1 Primer Momento	20
3.2 Segundo momento.....	21
3.3 Tercer Momento.....	23
3.4 Planeación del Experimento de Enseñanza:	25
“LOS TESOROS NOS ESPERAN”	25
3.5 Situación 1	25
3.5.1 Actividad 1 (Gorro de Pirata en Papiroflexia).	25
3.5.2 Actividad 2 (Elaboración de la espada en papiroflexia).	31
3.5.3 Actividad No. 3 (Elaboración del parche pirata).	34
3.5.4 Análisis de la Situación Propuesta en el Aula.	37
CAPÍTULO IV.	51
Resultados de la Investigación	51
4.1 Resultados de los Análisis Locales.....	52
4.1.1 Construcción.	52
4.1.2 Visualización y razonamiento.	55
4.1.3 Análisis retrospectivo.	57
CONCLUSIONES	60
BIBLIOGRAFÍA	62
ANEXOS.....	64

ÍNDICE DE TABLAS

Figura1 Cuadro entradas calísticas a la geometría (Tomado de Duval, 2004 ^a , p.162)	38
Figura 2 Cuadro Procesos cognitivos necesarios para el desarrollo de competencias en el plano geométrico. Tomado de (Vásquez Vásquez, 2011, pág. 59)	43

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Los estudiantes inician con la realización de sus primeros plegados	27
Ilustración 2 Los estudiantes realizan pliegues en diferentes formas siguiendo las instrucciones	28
Ilustración 3 finalmente lterminan el plegado, y forman el sombrero.....	30
Ilustración 4 Decoración del sombrero.....	31
Ilustración 5 Los estudiantes decoran sus espadas realizadas en papiroflexia	34
Ilustración 6 Los estudiantes observando las transformaciones de la figura inicial	35
Ilustración 7 Los estudiantes atienden las instrucciones de la docente	36
Ilustración 8 El parche pirata realizado en papiroflexia	37
Ilustración 9 Ubicacion de ángulos rectos con la regla.....	45
Ilustración 10 Actividad No. 2 Conteo de angulos rectos	46
Ilustración 11 Actividad No 2 Relaizacion de doblez	46
Ilustración 12 Actividad No. 2 Tranformacion de la figura inicial.....	47
Ilustración 13 Realización de pliegues en el papel para obtener una nueva figura y descubrir algunas propiedades geometricas.....	53
Ilustración 14 Los estudiantes aprender sobre las características de las figuras a través de la Papiroflexia.....	54
Ilustración 15 Identificación de ángulos rectos utilizando la regla.....	54

Introducción

El presente trabajo de grado se inscribe en la Línea de investigación en lenguaje, razonamiento y comunicación del Grupo de Educación Matemática, del Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) de la Universidad del Valle.

El propósito del trabajo surgió en la expectativa de encontrar alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial. En tal perspectiva, y aprovechando la flexibilidad para el manejo del tiempo que se tiene en el preescolar, se optó por el diseño de un proyecto de aula mediante la metodología de experimentos de enseñanza que consiste en una secuencia de episodios de enseñanza en los que los participantes son normalmente un investigador-docente, uno o más alumnos y uno o más investigadores-observadores (Cobb, 2000). Este documento presenta el diseño y los resultados (alcances y limitaciones) de la puesta en marcha de un experimento de enseñanza realizado en el marco de un gran proyecto de aula llamado “*Los tesoros nos esperan*”, en el que los estudiantes jugaron a ser piratas. El experimento se realizó con niños del grupo Transición No. 3 de la sede María Montessori de la Institución Educativa Sagrado Corazón del municipio de El Cerrito Valle; el proyecto de aula ocurrió entre agosto y noviembre del 2017.

El proyecto incluyó diferentes actividades como papiroflexia, ubicación espacial con ayuda de la brújula, elaboración de esquemas espaciales y mapas, identificación y construcción de figuras geométricas, identificación de la lateralidad del esquema corporal y otras. Con estas actividades, los estudiantes tuvieron la oportunidad de aprender, entre otras cosas, respecto a los puntos cardinales, la polaridad terrestre, las propiedades de figuras geométricas, enriquecer

notablemente no solo su vocabulario (vértice, centro, diagonal, lado, ángulo recto, horizontal, vertical, entre otras) sino los modos de expresión.

La ejecución del proyecto de aula fue filmada en su totalidad durante las 15 sesiones de clase en que se desarrolló. Esto fue posible gracias al apoyo de dos docentes en formación de la Normal Mixta Miguel de Cervantes Saavedra del municipio de Guacarí y a los padres de familia del grupo Transición No. 3.

Para el presente trabajo de grado se optó por seleccionar y hacer el análisis de las actividades con papiroflexia. Estas tuvieron el propósito de que los estudiantes reconocieran y discriminaran las figuras geométricas y sus propiedades y, además, enriquecieran y cualificaran su vocabulario. Esto es, el interés de las actividades con la papiroflexia fue aportar al desarrollo del pensamiento espacial y geométrico por parte de los estudiantes y, valga la ocasión para expresarlo, por parte de la profesora misma.

El trabajo por proyectos en las instituciones educativas ayuda a los estudiantes a comprender mejor la realidad social y física que los rodea y a darle un sentido y una significación estable al conocimiento matemático que se alcance, fomentando así desde el preescolar el pensamiento matemático. La papiroflexia es un recurso muy potente para la enseñanza de conceptos geométricos y métricos gracias al soporte motor, icónico y representacional que brinda para su comprensión; además, conforma una mediación concreta para las interacciones entre los niños y de estos con la profesora. Con las actividades de papiroflexia es clara la relación entre actividades matemáticas y materiales manipulativos creando un ambiente para "Hacer Matemáticas". Por tal razón estas actividades permiten asumir una actitud de investigación, abordar la formulación y resolución de problemas, realizar procesos

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

de experimentación y asumir procesos de colaboración y de socialización; todas estas actividades como formas de producción de pensamiento matemático (Arce J. , 2004).

Se trabajó bajo la metodología de experimentos de enseñanza, con estrategias atractivas para los estudiantes, utilizando diversidad de materiales que centraran su atención, buscando desarrollar habilidades, destrezas y conocimientos significativos; se promovieron actividades que alentaran a los estudiantes para analizar y tomar decisiones en diferentes situaciones, fomentando así el desarrollo de la habilidad de expresarse con fluidez, naturalidad y coherencia haciendo uso adecuado de la situación de comunicación. La ejecución de este tipo de proyectos permite poner en evidencia que cuando se logra un alto nivel de motivación de los estudiantes, con la ejecución de actividades llamativas e interesantes para ellos, apropiándose de saberes y conocimientos de forma activa, crítica, lógica y progresiva, ellos logran potenciar su pensamiento matemático; en este caso, en razón de las situaciones específicas, su pensamiento espacial y geométrico.

CAPÍTULO I.

Problema de investigación

La importancia que la educación preescolar tiene como primer acercamiento a la formación escolar, distinta a la que le brinda la familia o el jardín infantil, radica en la posibilidad que los niños encuentran de ensayar y discutir con sus compañeros sus experiencias con objetos y situaciones de la realidad, en la perspectiva de ir construyendo progresivamente y de manera consciente un conocimiento, que los acerque a la discriminación de aspectos particulares de esos objetos y situaciones.

El pensamiento espacial inicia su desarrollo desde el nacimiento mismo e incide de manera importante en el esquema corporal que les va permitiendo a los niños ubicarse y desempeñarse de manera eficiente a nivel motor y visual en su medio ambiente, y, así mismo, coordinar sus movimientos y posicionamientos con los de los demás. Hacer de ese desempeño espacial práctico objeto de reflexión y conocimiento, es uno de los propósitos del acercamiento a la geometría en el nivel preescolar.

El contacto con la geometría por parte de los estudiantes de preescolar, así como con otros campos de conocimiento, se hace, o se espera que se haga, preferentemente por medio de juegos que los inviten a la discriminación de elementos o de momentos sobre los cuales se quiere se centre su atención. La comprensión inicial de conceptos básicos de la geometría de un estudiante ocurre mediante un conocimiento del espacio físico. Tradicionalmente, la enseñanza de la geometría en el preescolar se ha limitado a la identificación y representación de las figuras geométricas, siendo estas con frecuencia las mismas: triángulo, cuadrado, círculo, rectángulo. Se ha hecho de manera que los estudiantes aprendan, simplemente, a asociar una palabra con el

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

dibujo de una figura, como si se tratara de un nombre propio; los estudiantes aprenden, pues, a usar expresiones como cuadrado o círculo como si se tratara de sustantivos en vez de reconocerlas como adjetivando una figura que cumple unas propiedades geométricas que definen su forma de acuerdo con las unidades figurales (Duval R. , 2017, pág. 199)

El Ministerio de Educación Nacional a través de los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas (MEN, Estándares Básicos de Matemáticas, 2006), resalta el pensamiento espacial como fundamental para el desarrollo de los demás pensamientos matemáticos y, siendo así, propone que desde el ciclo de la educación preescolar se promueva el desarrollo de habilidades geométricas; así mismo, que se haga por medio de estrategias pedagógicas y didácticas que permitan a los estudiantes tener ese conocimiento.

El trabajo de maestría que presento se centra en la importancia del desarrollo del pensamiento espacial en la edad preescolar, en especial la comprensión de algunos conceptos geométricos en esta edad. De acuerdo con los resultados de investigación (Marmolejo Avenia, 2012), sería el preescolar el grado más propicio para que los estudiantes logren discriminar las diferentes maneras de ver que permiten las figuras geométricas; no obstante, las actividades se orientan más al desarrollo de la motricidad fina y al reconocimiento de figuras por parte del estudiante que al desarrollo de algún tipo de racionalidad de orden geométrico.

En la investigación realizada por (Gómez, 2009) se hacen algunas reflexiones sobre la introducción a la geometría en la primera infancia y cómo se logra el reconocimiento de distintos tipos de geometría, que según las investigaciones psicológicas y didácticas más recientes, conforman los conceptos geométricos de los estudiantes en la educación inicial, retomando las ideas piagetianas y la reflexión que él propone para la geometría de este nivel. Contrario al

trabajo de Marmolejo antes mencionado, en éste último la reflexión didáctica se orienta hacia la formación de conceptos y no hacia la comprensión que es la que consideramos permitiría resultados más estables, permanentes y, sobretodo, que aportan a la autonomía intelectual de los estudiantes. La comprensión de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas se relaciona con el conocimiento del significado, funcionamiento y la razón de ser de conceptos o procesos matemáticos y de las relaciones entre éstos.

Para aportar al desarrollo del pensamiento espacial de nuestros estudiantes, la propuesta de enseñanza que se diseñó se centra, fundamentalmente, en el enriquecimiento de la lengua natural y la visualización, por parte de los estudiantes, en lo relativo a las posibilidades de referenciación y descripción mediante la terminología que forma parte del lenguaje geométrico, fundamental en la constitución del simbolismo.

Enseñar y aprender geometría requiere no solo de la lengua natural; es igualmente importante la posibilidad de recurrir a otros registros de representación semiótica, como los gráficos, y a diversos modos de expresión (gestual, icónico, papiroflexia).

Duval manifiesta que la actividad geométrica escolar se realiza, principalmente, en dos sistemas de representación: el de las figuras y el del discurso. Los procesos productivos en geometría tradicionalmente se llevan a cabo de manera coordinada en ambos sistemas (Duval R. , 2004).

La investigación adelantada pretendió allegar una respuesta, o por lo menos elementos de ella, a la siguiente gran pregunta: ¿Cómo lograr que los estudiantes de Preescolar ganen en el desarrollo de pensamiento espacial con alternativas que les permitan un mayor y mejor

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje y enriquecimiento de la lengua natural?

En este informe se tratará de dar respuesta a una pregunta que se deriva de la anterior ¿De qué manera la papiroflexia contribuye al pensamiento espacial?

CAPÍTULO II.

Marco de Referencia

En este capítulo se presentan las referencias conceptuales que fundamentan este proyecto. Primero se ubica el proceso de la educación inicial en Colombia, luego se nombran algunas características del pensamiento geométrico y por último se presentan algunos argumentos sobre el desarrollo del pensamiento espacial en el preescolar.

2.1 Antecedentes

Teniendo en cuenta el marco legal colombiano en relación con la educación preescolar, se tiene que en Colombia solo hasta 1976 se empieza a pensar en los requerimientos de los niños menores de 7 años, dentro de una política de atención y protección a los infantes que se incorpora paulatinamente a la salud y la educación. En 1976 el Ministerio de Educación Nacional incluye el nivel de educación preescolar dentro de la educación formal, lo que promueve una concepción integral de los estudiantes con la participación de la familia y la comunidad. Con la promulgación de la Constitución Política de Colombia, se establece la obligatoriedad del nivel de preescolar en todo el país. Para esta época se piensa el grado cero como una posibilidad que el Estado ofrece para mejorar la calidad educativa y dar una mayor atención a la población infantil; en las instituciones públicas destinadas para este fin se promueve una metodología basada en la pedagogía activa y constructivista.

La educación preescolar hace parte del servicio público educativo formal y está regulada por la Ley 115 de 1994, en la que el nivel preescolar está compuesto por los grados pre jardín, jardín

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

y transición, siendo el último ineludible para todos los niños y niñas colombianos. (MEN, Decreto 2247 , 1997)

El Ministerio de Educación Nacional orienta la creación de ambientes de aprendizaje enfocados hacia la integralidad de todas las dimensiones de desarrollo de los niños: corporal, estética, socio-afectiva, comunicativa, cognitiva, ética y espiritual. El fortalecimiento de estas dimensiones es un propósito de estos lineamientos, puesto que el niño trae consigo experiencias e ideas sobre el mundo que lo rodea, influido por su familia, su comunidad y su cultura. (MEN, 1998)

Además, hay que tener en cuenta que el aprendizaje de los niños en la escuela no se da de forma espontánea. En ocasiones se desconocen las experiencias de los estudiantes previas a la escolaridad, dejando de lado considerar a los pequeños como actores sociales y culturales, quienes deben aprender a hacer, a vivir juntos, a ser y a conocer.

Paralelo a la publicación de los Lineamientos curriculares de preescolar, el Ministerio de Educación Nacional publica los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas (MEN, 1998) en los cuales se aborda una orientación sobre la manera en que las instituciones educativas deben construir sus currículos y la actividad matemática en el aula, a partir de los conocimientos básicos, procesos generales de pensamiento y contextos, como ejes centrales de esta propuesta curricular. Acerca de los conocimientos básicos se trabaja el sistema geométrico para desarrollar pensamiento espacial; en este se resalta la importancia de involucrar al niño desde los primeros años en diversas experiencias significativas que posibiliten el desarrollo del pensamiento matemático.

Los estándares básicos de competencias en matemáticas giran en torno a los 5 pensamientos matemáticos; cada estándar específico abarca las competencias matemáticas, para que el aprendizaje sea integral y además son agrupados en conjuntos de grados. Los estándares se propusieron para fortalecer y mejorar la calidad de la educación en Colombia, teniendo presente la necesidad de fortalecer la equidad. Con los estándares, todos los estamentos educativos, tanto públicos como privados, se comprometan a enseñar con calidad a partir de unos acuerdos básicos. Además su formulación y ejecución ayuda a que se evalúe la educación de una forma más clara y precisa. (MEN, 2006)

En los Lineamientos curriculares se establecen como conocimientos básicos: los sistemas numéricos del pensamiento numérico, los sistemas geométricos del pensamiento espacial, los sistemas de medidas del pensamiento métrico, los sistemas de datos del pensamiento aleatorio, y los sistemas algebraicos y analíticos del pensamiento variacional.

Los estándares son criterios e indicios claros y precisos que propone el MEN para que el docente conozca qué debe enseñar y qué debe preparar, fortaleciendo en el estudiante el saber, el saber hacer y el ser. En otras palabras, el estándar es una meta y una medida; es una descripción de lo que el estudiante debe lograr en una determinada área, grado o nivel; expresa lo que debe hacerse y lo bien que debe hacerse.

El MEN, comprometido con una educación preescolar de alta calidad, ha diseñado un instrumento diagnóstico de competencias básicas en transición, a partir del cual es posible observar, conocer y describir las competencias de los niños que asisten a este grado de Transición (MEN, 2010).

En el marco de la Ley de desarrollo integral para la primera infancia se presentan los derechos básicos de aprendizaje (DBA) para el grado transición. *“Los DBA son el conjunto de aprendizajes estructurantes que construyen los estudiantes a través de las interacciones que establecen con el mundo, con los otros y consigo mismos, por medio de experiencias y ambientes pedagógicos en los que está presente el juego, las expresiones artísticas, la exploración del medio y la literatura.”* (MEN, 2016, pág. 5)

La necesidad de la enseñanza del pensamiento espacial en el preescolar responde, esencialmente, al papel que juega en la vida del estudiante. Por lo tanto, el conocimiento geométrico básico es indispensable en los estudiantes para que se desenvuelvan en la vida cotidiana, se oriente reflexivamente en el espacio; haga estimaciones sobre formas, entorno, topologías, relaciones y distancias; apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos.

El Ministerio de Educación considera que el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer al estudiante para la construcción del espacio, el cual está condicionado, pero además, influenciado no solo por las características cognitivas individuales de cada persona sino por su entorno físico, cultural, social e histórico. En este sentido, el MEN (1998) propone que en la escuela la geometría debe ser enseñada bajo el enfoque de la geometría activa, que parte de la actividad del estudiante y de su confrontación con el mundo. Es así como se supone que el estudiante puede lograr un dominio del espacio. Por tanto, el MEN (1998) sostiene que “la geometría activa es una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio” (p. 37). Estos sistemas geométricos

como lo afirma el MEN (1998) se construyen por medio de la exploración activa y modelación del espacio.

2.2 Pensamiento Espacial

En este trabajo se pretende que los estudiantes desarrollen de una forma práctica el pensamiento espacial, especialmente en lo relacionado con la papiroflexia, trabajada a través de diferentes actividades del proyecto “Los Tesoros nos esperan”, y se apropien en forma proactiva de los conocimientos fundamentales de la geometría en relación con un nuevo vocabulario matemático y la visualización y además vinculen el entorno; esta propuesta se desarrolla desde una perspectiva semiótico cognitiva del aprendizaje de las matemáticas. (Duval, R., 2001) afirma que de todos los dominios de conocimiento en los cuales los estudiantes han de entrar, la geometría es aquel con mayores exigencias cognitivas: construir, razonar y ver, en un complejo entramado de actividades y situaciones problema.

(Romero, 2016) hace un estudio de carácter etnográfico que tiene lugar en el contexto de un aula de educación infantil. Él registra en detalle y analiza reflexivamente las características de las prácticas de enseñanza que propician el desarrollo del pensamiento matemático de los niños y las niñas, y su consecuente expresión en situaciones cotidianas. En el sentido de su estudio, es importante interpretar y comprender la diversidad infantil tanto a nivel de pensamiento como de formas para expresarlo, en relación con las argumentaciones que eligen para justificar sus decisiones, con la formulación de sus descubrimientos o resoluciones originales y con la confrontación de ideas con adultos y entre iguales.

Entre todos los campos de conocimiento en los que los estudiantes deben entrar, la geometría es el que exige la actividad cognitiva más completa, ya que apela al gesto, al lenguaje y a la

mirada. Allí es necesario construir, razonar y ver, indisociablemente. Pero la geometría también es el campo más difícil de enseñar (Marmolejo Avenia, 2012). En el preescolar se presenta esta dificultad, en la cual, lo que se enseña en general son las figuras planas y sus nombres, sin que los profesores siquiera pretendan hacer notar y mucho menos explicar sus características geométricas particulares, con lo cual se aportaría a un aprendizaje significativo y con sentido para el estudiante.

Introducir al contexto educativo el origami o papiroflexia permite descubrir habilidades, actitudes, conocimientos y emociones que se fomentan con este arte, dando a conocer que los estudiantes de preescolar son capaces de construir figuras básicas que aumentan la percepción de diversas formas y sus propiedades geométricas.

La incorporación del origami en el preescolar se da en el año de 1837 con el pedagogo Federico Froebel, quien fue uno de los primeros en apuntar a la creación de diseños geométricos plegados con hojas de papel. (Ramos Hernandez, 2013)

Los estudiantes después de unos pocos ejercicios en el doblado de la hoja de papel, producirán una gran variedad de formas instructivas e interesantes, pero el docente debe tener mucho esmero para introducir las formas gradualmente, y hacer ameno el trabajo mediante una conversación interesante e instructiva. Mientras los estudiantes están aprendiendo a doblar así, se les va enseñando a hablar bien y con propiedad (Steiger, 1900)

El pedagogo alemán Federico Froebel, fundador del concepto “jardín de infantes”, utiliza la técnica del Origami como recurso educativo en el nivel escolar, para enseñar las figuras

geométricas. “En el Origami puede hallarse un componente geométrico si se considera el modo exacto y riguroso en el que se deben doblar las formas” (Loyo, 2009)

El Origami no solo le ayuda al niño en el aprendizaje de la geometría, también ofrece múltiples beneficios que “se extienden a diferentes áreas (escritura, coordinación viso-motora, coordinación temporo-espacial, razonamiento lógico, atención, concentración, secuenciación, destreza manual, motricidad fina)” (Acuña, 2008, pág. 68)

Según Jorge Arce, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle¹, la relación que se puede desarrollar en la clase de matemáticas de manera dinámica entre las actividades matemáticas y los materiales, contribuye a la formación de pensamiento matemático, de una manera más rápida y sólida que a través de uso del papel y el lápiz.

2.3 Desarrollo del Pensamiento Espacial

El desarrollo de pensamiento espacial es considerado como el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y manipulan las representaciones mentales de los objetos en el espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales. La movilización del pensamiento espacial se ha de lograr mediante actividades de percepción visual, gracias a la manipulación de materiales que se constituyen en los mediadores que facilitan el aprendizaje creativo, permiten redescubrir las propiedades geométricas y preparan al estudiante, dándole la competencia necesaria para demostrar teoremas y formular generalizaciones, para los cursos posteriores. El niño observa los

¹ Tomado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/47043/1/46455977-Nydia.pdf>

cuerpos que le rodean y percibe que algunos tienen la misma forma, por ejemplo: pelota, manzana y naranja tienen forma esférica, etc.

(Duval, R., 2000), propone que la enseñanza de la geometría se ha de enfrentar a partir del estudio de los procesos cognitivos de construcción, visualización y razonamiento. Además, dicho estudio ha de tener en cuenta que el trabajo en geometría requiere de la utilización de sistemas semióticos de representación que deben tomarse en consideración para el trabajo en esta área. Duval propone la importancia de usar diversos registros de representaciones de los objetos matemáticos para su correspondiente conceptualización. Después de que haya conceptualizado el objeto matemático, el estudiante podrá reconocerlo en cualquiera de las diferentes representaciones semióticas. Esta concepción impregna a la geometría de características que se deben desarrollar en la formación académica para un mejor y efectivo desarrollo del pensamiento geométrico. La idea que se debe resaltar, como ya se dijo, es que la actividad geométrica implica las tres actividades de construcción, visualización y razonamiento.

En geometría se emplean, como mínimo, dos registros de representación: las representaciones gráficas (imágenes que representan los objetos geométricos), y las de la lengua natural en el que se definen con palabras los objetos geométricos, se enuncian situaciones, se expresan características, etc

Para Duval (Duval R. , 1999, pág. 147), “La originalidad de los procesos en geometría, en comparación con otras formas de actividad matemática, tiene que ver con que es absolutamente necesaria la coordinación entre los tratamientos específicos al registro de las figuras y los del discurso teórico en lengua natural”. El problema fundamental según el autor con relación a la actividad geométrica y su introducción en la escuela, está justo en asumir, erróneamente, que

dicha coordinación y articulación se da de manera espontánea durante el desarrollo de las actividades planteadas en el aula.

Por lo general, el ingreso al estudio de las figuras en el salón de clase de educación inicial se concibe desde una secuencialidad de actividades en términos de prerrequisitos: hacer trabajar sobre el reconocimiento perceptivo de las formas, después reproducirlas utilizando instrumentos clásicos de la construcción, para finalmente adquirir el vocabulario de las propiedades. La enseñanza usual de la geometría se inscribe en este tipo de prácticas. El problema fundamental desde esta entrada secuencial y lineal es desconocer que cada una de estas actividades impone una manera distinta de ‘ver’ sobre las figuras.

La visualización es un proceso que permite a los estudiantes reconocer las condiciones y propiedades en las figuras que sirven para hallar las soluciones a un problema. Mediante el razonamiento, los estudiantes pueden hacer conjeturas, realizar la demostración y explicación de las situaciones planteadas.

Una de las problemáticas en la enseñanza de la geometría consiste en asumir que la simple presentación de las figuras geométricas será suficiente para acceder al contenido que las constituye, es decir, se muestran de manera “obvia” las representaciones gráficas y las propiedades que se cumplen en estas, lo cual se ha mostrado como una falla ya que el acceso al contenido de una figura requiere de procesos diferentes y más complejos que el simple acto de “ver”, tal como ampliamente se ha estudiado (Duval R. , 2004)

Duval afirma que debe existir una coordinación entre los tratamientos específicos al registro de las figuras y los del discurso teórico en lengua natural. Esta articulación entre figura y

discurso es una condición particular a toda actividad geométrica que implica distintas maneras de “ver” sobre una figura.

Según Duval, en la visualización icónica el reconocimiento de lo que representan las formas se hace por el parecido con el objeto (real) que representa, o en su defecto, por comparación con un modelo tipo de formas (una figura particular sirve de modelo, y las otras figuras son reconocidas según su grado de parecido con este modelo). Es la visualización no icónica la que permite reconocer las formas, bien en virtud de las limitaciones internas de organización que hacen imposible ciertas deformaciones o ciertas aproximaciones, bien en virtud de deducciones efectuadas discursivamente en función de las propiedades que han sido enunciadas en las definiciones o en los teoremas, o bien a partir de hipótesis que declaran lo que representa una figura. Se puede constatar que se produce una gran ruptura entre estas dos diferentes entradas, y esta ruptura es muy importante, ya que solo la visualización no icónica es pertinente para los procesos geométricos (Duval, 2004a), y juega un rol facilitador en la comprensión de un problema.

La papiroflexia presenta un conjunto de actividades matemáticas para ser desarrolladas autónomamente por los participantes a través del uso del doblado de papel, proceso que proporciona un ambiente de aprendizaje en el que se genera la relación entre actividad matemática y material manipulativo, relación que contribuye a la construcción y fundamentación de pensamiento matemático (Arce J. y., 2012)

2.4 Objetivos

2.4.1 Objetivo General.

Propiciar el desarrollo de pensamiento espacial con la construcción de figuras en el arte de la papiroflexia, de manera que fomente el desarrollo de la habilidad para expresarse con fluidez, naturalidad y coherencia, gracias al uso adecuado de la situación del lenguaje en el aprendizaje, mediante actividades de construcción y visualización en los estudiantes del grado Transición de la sede María Montessori de la IE Sagrado Corazón de El Cerrito.

2.4.2 Objetivos Específicos.

- ❖ Lograr el enriquecimiento de la lengua natural, por parte de los estudiantes, en lo relativo a las posibilidades de referenciación y descripción mediante la terminología que forma parte del lenguaje geométrico.
- ❖ Desarrollar situaciones de aprendizaje con la papiroflexia que fomenten habilidades de construcción, visualización y razonamiento geométrico.
- ❖ Conceptualizar el estudio de representaciones del pensamiento espacial en la construcción de figuras en papiroflexia.

CAPÍTULO III.

Metodologia

Este trabajo es una investigación de carácter cualitativo en el cual nos acogemos a la propuesta de los experimentos de enseñanza, consistente en una secuencia de episodios de enseñanza en los que los participantes son normalmente un investigador-docente, uno o más alumnos y uno o más investigadores-observadores (Cobb, 2000), tal como se ha ido decantando en el grupo de la línea de lenguaje, razonamiento y comunicación del área de educación matemática de la Universidad el Valle, y teniendo en cuenta los trabajos realizados por la profesora Jennifer Salgado Piamba (Ospina, 2010) y el profesor Jorge Enrique Galeano Cano (Galeano, 2015).

Esta investigación pretende desarrollar pensamiento espacial en los estudiantes de Transición a partir de situaciones de aula que ayudarán a potenciar su desempeño en Geometría. Estas situaciones, diseñadas previamente por la docente-investigadora, se consultan con el equipo de trabajo, luego son discutidas para su ajuste o mejoramiento por el grupo de investigación de la línea de lenguaje y razonamiento matemático de la Universidad del Valle y finalmente se llevan al aula.

El aula de clases como escenario en este proceso continuo demarca tareas puntuales en las fases de la experimentación.

La presente propuesta, como experimento de enseñanza, se compone por tres niveles dentro del ciclo de diseño. El primer nivel se denomina “fase de ambientación y diseño”, llamado también “micro nivel”; en este se plantean múltiples ideas y propuestas que darán forma a una situación dirigida y acotada por un dominio teórico específico; así mismo, se piensa el experimento (paso a paso), gestando la idea y todo lo relacionado con la planeación y diseño de la situación dirigida.

El segundo nivel es llamado “fase de desarrollo”. En esta fase, la situación dirigida diseñada es llevada a la sede María Montessori y realizada con los estudiantes del grado Transición del nivel de preescolar. Se escoge este grupo porque la profesora investigadora es la docente titular

de él. La doble función de docencia e investigación de la profesora es propicio para los diseños de experimentos de enseñanza, gracias a su cercanía con los estudiantes y conocimiento de sus fortalezas y debilidades cognitivas, además de conocer otras aptitudes y actitudes en el contexto.

Es importante entonces mencionar que dentro del experimento de enseñanza, la fase 1 y 2, componen un esquema circular, en donde se origina el espacio para los ajustes y la retroalimentación del diseño del experimento de enseñanza; cada uno de estos ajustes, vendrá de la mano de nueva información sobre el grupo.

La última fase del experimento de enseñanza, la fase 3, consta del análisis retrospectivo en el cual se estudia la información acumulada en cada una de las retroalimentaciones elaboradas durante la aplicación del experimento.

3.1 Primer Momento

Planeación del experimento de enseñanza

Los elementos teóricos que orientan este diseño son los propuestos por Duval y los derivados por varios autores. Estos elementos generan alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial en relación con las representaciones semióticas y en especial con el lenguaje natural.

Una vez se logre caracterizar esta actividad de planeación, se realizará la aplicación de las situaciones con los estudiantes del grado Transición de la IE Sagrado Corazón.

Las fases de diseño del experimento de enseñanza son discutidas al interior del seminario de saberes matemáticos II, gracias a las temáticas que son abordadas y discutidas; facilitando aún más el reconocimiento de elementos claves que contribuyen a la mejora del experimento de enseñanza.

3.2 Segundo momento

Ejecución y puesta a prueba del experimento

Esta fase del experimento de enseñanza se realizó en 15 sesiones de trabajo con el grado Transición de la Sede María Montessori con un gran proyecto llamado *Los Tesoros nos esperan*.

Se realizaron diferentes actividades como papiroflexia, ubicación espacial con ayuda de la brújula, elaboración de esquemas espaciales y mapas, identificación y construcción de figuras geométricas, identificación de la lateralidad del esquema corporal y otras. Con estas actividades, los estudiantes tuvieron la oportunidad de aprender, entre otras cosas, respecto a los puntos cardinales, la polaridad terrestre, las propiedades de figuras geométricas, enriquecer notablemente no solo su vocabulario (vértice, centro, diagonal, lado, ángulo recto, horizontal, vertical, entre otras.) sino también los modos de expresión. Se tomó registro fílmico y fotográfico de todas las sesiones de experimentación.

En esta segunda fase se da paso al análisis de lo que sucedió en cada situación en aspectos críticos y puntuales, momento en el que se toman nuevas decisiones en la reformulación de la situación presentada en la trayectoria de aprendizaje.

De esta manera, se reinicia la primera fase del experimento, pero con un elemento nuevo, el cual es la retroalimentación de la primera visita realizada con los estudiantes; así, en cada una de las visitas nuevas se contó con la retroalimentación de la visita anteriormente realizada.

Luego se realiza una presentación del experimento de enseñanza diseñado, de su puesta en marcha y de los hallazgos identificados en el transcurso de su aplicación, así mismo se hace un énfasis en los datos que apoyan las conjeturas iniciales que han sido tomadas de la teoría de Duval, en las que se evidencian momentos en el desarrollo del experimento.

Es así como se centran los intereses de esta investigación y se ven reflejadas en los elementos teóricos en cuanto al uso de instrumentos para generar situaciones de aula que potencien en los estudiantes su desempeño en matemáticas.

Los experimentos de enseñanza se pueden comprender como intentos por describir y mejorar los procesos educativos (Molina, 2011). Esta forma de investigación cualitativa involucra el proceso de configuración de acciones para la enseñanza y el estudio sistemático de secuencias

particulares de aprendizaje en contexto. Su propósito es describir cómo un conjunto de tareas son aprendidas en la interacción de los alumnos bajo la orientación del profesor (Confrey, 2000)

Esta metodología pone en acción la propuesta para el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico en el grado Transición. Como expresa Galeano (2015), se trata de una metodología que posibilita medir el impacto del experimento de enseñanza en la formación de los estudiantes, se extrapolan recomendaciones para el ajuste y posterior continuación de la propuesta.

Cuando se trabaja con esta metodología el investigador debe estar presente en las actividades de clase. El diseño no podrá ser definitivo; seguramente estará sujeto a modificaciones o adaptaciones provenientes de las discusiones que se adelanten respecto a los desarrollos de los estudiantes. Estas discusiones hacen parte del primer análisis que se hace de la implementación, análisis “local”, que toma en cuenta los pormenores de la implementación del experimento.

Los experimentos de enseñanza están motivados por el compromiso del investigador docente, y la participación de los estudiantes en la clase, porque es aquí donde se encuentran las ideas fundamentales que ayudan a lograr los propósitos de la investigación, resaltando la importancia de la toma de registros de observación, las conversaciones, entrevistas, entre otros, que sirven como insumo para recoger información, y luego realizar el análisis correspondiente.

A través del análisis cualitativo se desarrolla el estudio de situaciones de clase tomando información con base en la observación; en el experimento de enseñanza el análisis se realiza todo el tiempo, de tal manera que plasmar las ideas en el papel constantemente permitirá realizar un mejor análisis.

En los experimentos de enseñanza se identifican dos niveles: un micronivel y un macronivel (Cobb, 2000). En el primero se encuentra el experimento de enseñanza como se pensó y las anticipaciones que se realizaron junto con los elementos que se requieren para desarrollar la enseñanza; en este nivel se ubican las actividades de clase planeadas y aplicadas, terminando con el análisis de la implementación de dichas actividades; un análisis local donde se observan las clases para luego realizar los ajustes para las actividades siguientes, los cuales conllevan al desarrollo de la conjetura.

Se inicia con la identificación de unas metas de aprendizaje y la forma en que el proceso de enseñanza puede ser realizado, así como una descripción de las maneras en que se espera transcurra el aprendizaje (la conjetura). Lo anterior se concreta en la formulación de una trayectoria hipotética de aprendizaje, la cual ha de incluir una descripción coherente de cómo se desarrollará el aprendizaje de los estudiantes, es decir, precisar cómo el pensamiento y la comprensión de los estudiantes puede evolucionar con dichas actividades, lo cual permite ver que estos elementos están en una clara interrelación.

Aunque los aspectos sociales, en los que se funda el experimento de enseñanza, no aparecen de manera explícita en la planeación, se debe reconocer que un análisis puramente psicológico que caracterice el aprendizaje independientemente de la situación social en la que este toma lugar, es inadecuado cuando se diseñan y planean las situaciones. Sin embargo, en este trabajo los aspectos sociales del salón de clase estarán en general implícitos, o por lo menos no se harán referencias puntuales procedentes de análisis específicos de estos aspectos.

Este análisis de las características particulares de la metodología de experimentos de enseñanza permitió establecer las condiciones para determinar una conjetura que guiara el experimento de enseñanza, los elementos que componen las trayectorias de aprendizaje y, finalmente, identificar propuestas teóricas y metodológicas en relación con la forma en que han de conducirse los análisis finales. Se presentan entonces los pormenores de dichos elementos del experimento de enseñanza.

3.3 Tercer Momento

Análisis retrospectivo:

Se hace un análisis global de los diseños, la implementación y la discusión y resultados de los análisis locales. Como se cuenta con una enorme cantidad de información, se decide seleccionar las actividades de papiroflexia porque fueron las que más centraron la atención y participación de los estudiantes. El análisis retrospectivo de las situaciones y sus resultados sirvieron de base para la formulación de una segunda trayectoria de aprendizaje.

Análisis y resultados:

Con la información que se fue recogiendo en el aula de clase y sobre todo su análisis, se ve la necesidad de hacer ajustes a la metodología que utiliza la docente investigadora en su proceder como docente y en especial a la formulación de la metodología utilizada.

Resultados locales:

La metodología de este proyecto permitió que el análisis local de dichas situaciones se realizara en el espacio de asesorías de trabajo de grado y en el seminario de integración.

En el caso de mi estudio me oriento en el diseño de las situaciones a la luz de la siguiente conjetura.

Conjetura: *la papiroflexia es una de las alternativas que permite lograr un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.*

Dimensión del contenido *¿qué enseñar?: El desarrollo del pensamiento espacial en el preescolar debe incluir la representación de figuras, sus transformaciones y relaciones espaciales, fomentando habilidades de visualización; además, fomentado a la vez el desarrollo de la habilidad para expresarse con fluidez, naturalidad y coherencia haciendo uso adecuado de la situación del lenguaje que permitan aprendizajes significativos.*

Dimensión Pedagógica *¿cómo enseñar?: Las actividades cognitivas que se presentan en este trabajo son: la visualización, en el desarrollo de aprehensiones perceptivas, operatorias y discursivas, que permitan ir fomentando así el desarrollo de la habilidad de expresarse con fluidez, naturalidad y coherencia haciendo uso adecuado a la situación de comunicación.*

Con la conjetura propuesta, se pudo entonces pensar en las actividades y en la metodología de su implementación en el aula de clase, es decir, implementar el experimento de enseñanza.

3.4 Planeación del Experimento de Enseñanza:

“LOS TESOROS NOS ESPERAN”

Este proyecto nace de charlas realizadas con los estudiantes en las cuales ellos hablan con mucha ilusión de las cosas que podrían hacer si fueran piratas; muy animados piensan en cómo sería su vestido, quién se los haría, como podríamos convertir la escuela en una isla para buscar un gran tesoro; aprovechando la motivación de los estudiantes y mi deseo de afianzar en ellos el pensamiento espacial y algunos rendimientos del conocimiento geométrico, se prefigura el proyecto “Los tesoros nos esperan”.

Se diseñan unas situaciones en las cuales se mezclan las ganas de los estudiantes de jugar a ser piratas con lo académico; diseños para el grado Transición No. 3 de la Sede María Montessori de El Municipio de El Cerrito Valle.

Cuando les propongo el proyecto a los estudiantes les encanta la idea, porque el tema les permite vivir una gran aventura y poner a volar su imaginación en un mundo poco explorado por ellos, pero con muchas inquietudes.

En los diseños se tienen en cuenta las necesidades de los estudiantes y sus intereses.

3.5 Situación 1

La primera situación que se propone realizar fue una figura en papiroflexia, en la cual los estudiantes reconozcan diferentes situaciones geométricas y desarrollen pensamiento espacial.

3.5.1 Actividad 1 (Gorro de Pirata en Papiroflexia).

CONJETURA: *El uso de pliegues utilizando la papiroflexia permite que los estudiantes reconozcan formas y desarrollen el pensamiento espacial*

DIMENSIÓN PEDAGÓGICA: *la papiroflexia es la actividad que permite desplegar un modelo y observar la figura inicial y luego ver aparecer ante nuestros ojos un complejo de cicatrices o pliegues que cumplen ciertas propiedades geométricas, vinculadas con la utilización de un lenguaje, natural o formal.*

Materiales:

- Papel bond y de revistas
- Vinilo
- Pinceles
- Escarcha
- Pegante
- Delantal

Se presentó la actividad a los estudiantes de manera que entendieran que el objetivo de la clase era crear figuras con papel que sirvieran para el disfraz de pirata, como lo es el sombrero; para iniciar la sesión se mostró una hoja de papel bond de la cual ellos debieron describir su forma, su textura, el tamaño, color; además se habló de conceptos como arriba, abajo, mitad, esquina, entre otros.

En el tablero, con la ayuda de marcador y reglas, se traza la figura de un rectángulo y en ella buscamos cuáles son sus esquinas o puntas, a las cuales comenzamos a llamar vértices; con un marcador de otro color mostré cómo la unión de dos líneas rectas forman un ángulo recto en las esquinas y de esta manera iniciamos la asociación del nombre de la figura rectángulo en relación con los ángulos rectos. Contamos cuántos ángulos rectos se forman en la figura además

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

hablamos de que el rectángulo lo conforman dos pares de líneas paralelas y que esta figura tiene cuatro lados.

Luego tomamos la hoja de papel y la comparamos con la figura que se ha dibujado en el tablero, los estudiantes hacen el análisis de figura, buscan en sus propias figuras los ángulos rectos y expresan cuántos ángulos tienen, cuántos lados y ubican las líneas paralelas y las comparan.



Ilustración 1 Los estudiantes inician con la realización de sus primeros plegados

Acto seguido, hago el primer dobléz en el cual es muy importante tener en cuenta unir las dos puntas de tal manera que quedaran iguales, lo que permitió dividir la figura en dos; desdoblamos la hoja y observamos qué cambios tuvo; primero se habla de la línea que se formó, la cual logra dividir la hoja en dos partes iguales y esa igualdad se puede demostrar cuando al doblar una

figura queda debajo de la otra exactamente; desdoblada la hoja se invitó a los estudiantes a que observaran si se formaron más ángulos rectos y que los cuenten, además que indicaran cuántas figuras se formaron con esta división y que ubicaran las líneas paralelas de cada figura.



Ilustración 2 Los estudiantes realizan pliegues en diferentes formas siguiendo las instrucciones

Luego se realizó un nuevo doblez de forma opuesta al anterior uniendo las puntas para que quedaran iguales; se desdobra la hoja y observamos qué cambios surgieron: se formaron dos líneas, las cuales llamamos a la primera horizontal y a la segunda vertical; observamos que estas dos líneas son perpendiculares porque se logran encontrar en un punto al cual llamamos centro; después debían buscar cuántos ángulos rectos se formaron y cuántas figuras de rectángulo resultaron. Hablamos de igualdad de figuras, la cual la podemos demostrar haciendo los dobleces de los cuatro rectángulos, y buscamos las líneas paralelas que se formaron.

Volvimos a hacer el primer doblez con el cual se formaron dos rectángulos iguales, para continuar el plegado teniendo presente que la parte que quedó abierta la ubicamos hacia abajo en relación con nuestro cuerpo y la parte donde está el doblez hacia arriba en relación con nuestro cuerpo; tomamos una punta o extremo y lo movimos hasta la línea que se formó en forma vertical en el centro y lo unimos a esa línea; observamos los cambios y la figura que se formó con este nuevo doblez: ¿cuál es el nombre de esta figura? ¿cuántos ángulos tiene la figura? ¿cuántos ángulos rectos tiene esta figura? ¿hay líneas paralelas en esta nueva figura? Luego tomamos el otro extremo o punta y lo traemos también a la línea central que está en forma vertical y nos quedan dos pliegues: ¿qué figura se formó?, ¿hay otra figura igual?, ¿cómo puedo demostrar la igualdad de esas dos figuras?, ¿hay líneas paralelas en esta nueva figura?, ¿hay líneas perpendiculares en esta figura?, ¿qué figura quedó debajo de los triángulos?

Observamos muy detalladamente que en la parte de abajo quedaron dos solapas en forma rectangular; se tomó la primera y la movimos de la parte de abajo hacia arriba e hicimos el pliegue. Vemos cómo las puntas se convirtieron en triángulos, a los cuales buscamos los ángulos rectos; luego buscamos verificar que los dos nuevos triángulos son iguales. Doblamos hacia adentro esos triángulos pequeños, volteamos la figura para poder tomar la otra solapa y doblarla de adentro hacia afuera como en el paso anterior; observamos que hay dos triángulos pequeños en los extremos a los cuales le contamos sus ángulos y buscamos cuántos ángulos rectos tiene la figura; luego hicimos el pliegue de esos triángulos.

Ahora observamos que se nos formó una nueva figura: ¿cómo se llama esta figura?, ¿cuántos ángulos tiene?, ¿cuántos ángulos rectos tiene?, ¿será que tiene líneas paralelas?, ¿tiene líneas perpendiculares?, ¿qué pasa si trato de abrir la figura y cambio su doblez?, ¿cómo se llama esa

nueva figura que se forma?, ¿cuántos ángulos tiene?, ¿cuántos de esos ángulos son rectos?, ¿hay líneas paralelas?, ¿hay líneas perpendiculares?

La nueva figura que resultó fue un cuadrado, al cual se le observó una línea que se llama diagonal y que divide la figura en dos triángulos iguales que podemos demostrar doblándolo por esa línea; finalmente lo abrimos un poco y tenemos nuestro sombrero. Ahora vamos a aplicar nuestra creatividad decorándolo y luego poder buscar el gran tesoro.



Ilustración 3 finalmente lterminan el plegado, y forman el sombrero

Esta actividad se refuerza con la realización de los otros plegados, pero teniendo presente el lenguaje geométrico

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.



Ilustración 4 Decoración del sombrero

3.5.2 Actividad 2 (Elaboración de la espada en papiroflexia).

CONJETURA: *La papiroflexia ayuda al uso y comprensión de conceptos geométricos tales como diagonal, mediana, vértice, etc. y a la visualización de cuerpos geométricos.*

DIMENSIÓN PEDAGÓGICA: *Las actividades de doblar papel permiten que los niños aprendan y adquieran muchos conocimientos geométricos a través del uso del lenguaje natural y de la visualización, potenciando en ellos la capacidad cognitiva de visualización y razonamiento respecto a la concepción de las figuras geométricas.*

Se les entregó a los estudiantes una hoja en forma de cuadrado. En primera medida se les pidió que ubicaran los ángulos rectos que esta figura tiene y los resalten con marcadores y hagan el respectivo conteo de los ángulos. Luego utilizamos reglas que ayudaron a los estudiantes a

identificar estos ángulos; una vez los teníamos visualizados, hicimos un primer pliegue en forma de diagonal, que convirtió al cuadrado en dos triángulos.

Los estudiantes debían observar esta nueva figura y describir qué transformación presentaba el cuadrado y si había más ángulos rectos después del pliegue y que ocurría cuando se desdoblaba el papel.

Después se les pidió a los estudiantes que desdoblaran la hoja e hicieran un nuevo pliegue en forma diagonal pero en sus puntas contrarias.

Nuevamente se les preguntó sobre qué transformaciones tenía la figura inicial; luego cogieron la figura e hicimos un doblez por la parte señalada formando un triángulo más pequeño; en este punto pudimos demostrar que un cuadrado lo conforman cuatro triángulos rectángulos. Se esperaba que los estudiantes pudieran lograr visualizar este nuevo concepto. Desdoblaron la hoja y observaron sus nuevos pliegues e hicimos comentarios de lo observado.

Se les indicó que tomaran uno de sus extremos y lo llevaran al centro e hicieran el nuevo pliegue en el cual podíamos observar una nueva transformación y comentar sobre los ángulos rectos que se visualizan al igual que el número de triángulos.

Realizamos un pliegue igual con el extremo que está al frente del anterior y comentamos las transformaciones que se presentan entre triángulos y cuadrados; además pudimos hablar de simetría.

Voltearon la figura para hacer un nuevo plegado el cual debía ir del doblez de abajo hacia el centro; en este punto observamos los cambios en los triángulos que se pueden visualizar, los cuales variaron en tamaño; además, en este doblez se puede ver en la parte de arriba la forma de

otra figura geométrica conocida como trapecio. Se espera que los estudiantes logren visualizar esta transformación y hagan sus comentarios.

Hicieron otro doblez en el lado opuesto en el que aparecieron nuevas transformaciones.

En este punto los estudiantes debían buscar los ángulos rectos que se forman con los nuevos pliegues y describir la figura hasta este momento; luego tomaron un extremo del cuadrado que se formó en el centro y doblaron hasta que la punta llegó a la mitad. Luego hicieron lo mismo con su opuesto.

Observaron y comentaron sobre las transformaciones que se presentaban. Pudimos ver que esta nueva figura la conforman cuatro cuadrados; el próximo doblez inició con un extremo de la figura que debíamos llevar hasta el final del tercer cuadrado.

El extremo que estábamos manipulando lo devolvíamos pero teniendo cuidado que solo era hasta la mitad del segundo cuadrado observando que se forma un cuadrado pequeño en este pliegue.

Luego tomaron un lado del anterior pliegue y lo doblaron hacia adentro, observando cómo este doblez hace que se forme un nuevo triángulo y un trapecio.

Los estudiantes debían repetir este paso con su opuesto y tendrían una figura nueva.

Luego debían doblar la figura por la mitad, por un pliegue que ya se había formado y se veía marcado, lo debían desdoblar y hacer un pliegue hacia abajo por la mitad de la nueva figura; se pudo observar que nuevamente se formaban más triángulos rectángulos.

Debíamos hacer los últimos pliegues para formar la hoja de la espada. Primero hicieron un doblez parecido al del mango de la espada del tomaron un lado y lo doblaron hacia adentro y repitieron este paso con su opuesto.



Ilustración 5 Los estudiantes decoran sus espadas realizadas en papiroflexia

3.5.3 Actividad No. 3 (Elaboración del parche pirata).

Conjetura: *La papiroflexia permite que los estudiantes se acerquen al conocimiento de manera agradable y significativa.*

DIMENSIÓN PEDAGÓGICA: *Las actividades con papiroflexia ayudan a los estudiantes a superar las dificultades que presentan al momento de comprender y puedan aplicar nociones básicas de geometría, para lograr el adecuado desarrollo de su pensamiento espacial.*

Para dar inicio a esta actividad se trabajó con los estudiantes sobre la nueva figura que conocerían en la clase que era un hexágono y algunas de sus propiedades como: que es una figura de seis lados y seis ángulos que no son rectos, además que todos sus lados son iguales.

Luego, a cada estudiante se le entregó una hoja de forma cuadrada y junto a la profesora debían construir el plegado siguiendo una serie de instrucciones en las que, durante su desarrollo, se ponían en práctica las nociones de diagonal, punto, lado, recta, ángulo.

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

Una vez teníamos la hoja en forma de cuadrado y hablamos de sus características, pasamos a unir las puntas de tal manera que quedaran iguales dividiendo esta figura en dos, formando dos rectángulos. En este punto hablamos de igualdad, buscamos los ángulos rectos, y pudimos visualizar cuál es la diferencia entre cuadrado y rectángulo.

Abrieron el plegado y tomaron uno de sus extremos o puntas y lo llevaron a ubicarlo en la línea del centro, teniendo presente que no queda doblado a la mitad.

Se pidió a los estudiantes que trataran de explicar esta nueva transformación. Después tomaron la punta por la que se realizaron los dobleces y la llevaron a encontrarse en la mitad con la otra punta.



Ilustración 6 Los estudiantes observando las transformaciones de la figura inicial

Los estudiantes debían comentar los cambios que se presentaban en la figura y explicar si los dos triángulos que están en la parte de arriba tienen o no ángulos rectos. Luego tomaron cada una de las puntas que no se han doblado y las debían plegar para que se encontraran con un lado de los que ya están plegados.



Ilustración 7 Los estudiantes atienden las instrucciones de la docente

Pudimos observar un nuevo triángulo que se formó, después debían desdoblar y hacer lo mismo con la otra punta que no había sido plegada. Desdoblaron para pasar a hacer un pliegue que uniera un borde con la línea del centro.

Los próximos dobleces los debían hacer por donde quedó señalado anteriormente para dar paso a otro lado del hexágono.

Repetimos el pliegue con el otro lado de la figura que teníamos y de esta manera obteníamos otro lado del hexágono y la punta final la metíamos entre el pliegue. De esta manera quedaba terminado el hexágono que utilizaremos para hacer el parche pirata.

Luego los estudiantes lo pintaron con vinilo negro, decoraron con escarcha y pegaron una calavera pirata; por último pegaron un resorte en la parte de atrás.

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.



Ilustración 8 El parche pirata realizado en papiroflexia

3.5.4 Análisis de la Situación Propuesta en el Aula.

La situación de aula se propuso dentro de las clases del grado Transición No. 3. Para este trabajo de grado y en función de un experimento de enseñanza, se realizó una situación con tres actividades diferentes de papiroflexia pero todas apuntan a una misma búsqueda. Estas actividades se vinculan con los sistemas y registros de representación; enseñar y aprender matemáticas conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión (Duval, R, 2004a), además lo relacionado con la visualización de figuras geométricas dando sentido y significado al aprendizaje, así como comprensión a la geometría (Marmolejo Avenia, 2012)

La visualización es el primer proceso cognitivo asociado a la enseñanza y aprendizaje de la geometría (Duval R. , 2004); el estudio de la visualización permitirá entender el camino de los

sentidos y la percepción y la diferencia entre los problemas espaciales y los problemas geométricos.

(Duval R. , 2004) habla sobre el abanico de actividades que se pueden proponer a los estudiantes para que trabajen con figuras y esto hace referencia a las actividades que se van a realizar en clase y se clasifican en cuatro maneras de ver o cuatro entradas.

	BOTÁNICO	TOPÓGRAFO geómetra	CONSTRUCTOR	INVENTOR- Manual
1. Tipo de operación sobre FORMAS VISUALES , requeridas por la actividad propuesta	Reconocer formas a partir de calidades visuales de un contorno: UNA forma particular es privilegiada como TÍPICA	Medir los bordes de una superficie: sobre un TERRENO o sobre un DIBUJO (variación de escala de tamaño y en consecuencia de procedimiento de medida).	Dividir una forma en trazos constructibles con ayuda de un instrumento Es necesario (a menudo) pasar por TRAZADOS AUXILIARES que no pertenecen a la figura "final".	Transformar las formas unas en otras. Es necesario añadir TRAZOS REORGANIZADOS en la figura final para iniciar estas transformaciones.
2. Cómo se movilizan las PROPIEDADES GEOMÉTRICAS con relación a este tipo de operación	No hay vínculos entre las distintas propiedades (no hay definición matemática posible).	Las propiedades son criterios de elección para las medidas pendientes. Sólo son útiles si refieren a <i>una fórmula por la que se permite un cálculo</i>	Como dificultades de un orden de construcción. Algunas propiedades son obtenidas por una única operación de trazo , las otras exigen varias operaciones	Implícitamente por devolución a una red más compleja (una trama de rectas para la geometría plana o una trama de intersecciones de planos...) que la figura inicial

Figura1 Cuadro entradas calísticas a la geometría (Tomado de Duval, 2004^a, p.162)

El botánico: Es la entrada más evidente y más inmediata. Se trata de aprender a reconocer y a nombrar las formas elementales que se utilizan en geometría plana: tipos de triángulos y de cuadriláteros, configuraciones obtenidas por las diferentes posiciones relativas de dos rectas, eventualmente las formas circulares y las ovaladas, etc. Se trata de observar las diferencias entre dos formas que presentan ciertas semejanzas (un cuadrado y un rectángulo) y de notar

semejanzas entre dos formas diferentes (un cuadrado y un paralelogramo). Aquí, las propiedades distinguidas son características visuales de contorno.

El agrimensor geómetra: Esta es la entrada histórica. Se trata de aprender a medir longitudes en un terreno, del suelo, o las distancias entre dos puntos de referencia, y anotarlas sobre un dibujo que toma estatus de plano. Nos situamos de entrada en dos escalas de magnitud que se van a poner en correspondencia.

Esta puesta en correspondencia no tiene nada de natural o evidente, pues no existe un procedimiento común para medir las distancias reales sobre el terreno y los segmentos trazados en un dibujo. Las tareas específicas de esta entrada consistirán en proponer actividades que exigen pasar de una escala de magnitud a otra.

El constructor: Esta es la entrada necesaria. La particularidad de las figuras geométricas, por lo menos de aquellas que corresponden a formas euclidianas elementales y a configuraciones de formas elementales, es ser construibles con ayuda de instrumentos. Las figuras geométricas no se dibujan a mano alzada, se construyen con ayuda de un instrumento que guía el movimiento de la mano, o que la reemplaza. ¿Por qué? Un instrumento permite producir una forma visual que tiene una propiedad geométrica y esta forma visual constituye la primitiva del instrumento, a causa de la regularidad que impone al movimiento de trazado y, por lo tanto, de la invariancia visual que introduce en el trazado.

El inventor manitas: se proponen actividades que exigen la capacidad del estudiante para la reconstrucción visual de las formas elementales de una figura, situación que permite obtener la reconfiguración o la figura demandada (Duval, R., 2000). Estas actividades geométricas pueden

ser presentadas en el marco de manipulaciones materiales como en el de las representaciones gráficas.

Más adelante Duval propone una **quinta entrada** en la cual se incluyen actividades de deconstrucción dimensional y cambios de miradas necesarios sobre las figuras de las que usualmente son usadas en clase de geometría. Esto pone al estudiante en una posición diferente a las cuatro entradas clásicas y fija el reto de superar las barreras de la visualización icónica en la clase de geometría. (Marmolejo, 2013)

Cuando iniciamos estas actividades encontramos que había problemas en el discurso de la profesora como: por desconocer algunas propiedades geométricas, en su explicación no las daba a conocer o no eran claras; por creer muy obvio el vocabulario geométrico, no lo explicaba en su discurso y por tal razón los estudiantes no entendían la explicación; por tener muchas confusiones y vacíos en su conocimiento geométrico, hacía que la clase no fuera clara. Una vez la profesora toma de conciencia de lo anterior, la lleva a un estudio a fondo de las actividades; es decir, a la docente le tocó estudiar detenidamente el lenguaje geométrico que desconocía y entender las propiedades geométricas; además asumió que debía aclarar sus dudas antes de ser compartida la información con los estudiantes, para no continuar con esos errores. Esta actividad de formación básica en geometría se realiza en compañía de la tutora.

Por tanto, las actividades que se realizaron con los estudiantes en la primera ronda, se repitieron siguiendo las recomendaciones de la tutora y lo estudiado.

Para (Duval R. , 1999, pág. 147), “la originalidad de los procesos en geometría, en comparación con otras formas de actividad matemática, tiene que ver con que es absolutamente necesaria la coordinación entre los tratamientos específicos al registro de las figuras y los del

discurso teórico en lengua natural”. El problema fundamental según el autor en relación con la actividad geométrica y su introducción en la escuela, está justo en asumir que dicha coordinación y articulación se da de manera espontánea durante el desarrollo de las actividades planteadas en el aula.

En el transcurso de estas actividades se ve la necesidad de que los estudiantes utilicen reglas para apoyar sus procesos de comprensión e identificación del ángulo recto; se utilizan reglas por ser un instrumento de medición con forma de plancha delgada y rectangular que al tomar dos de ellas en forma de L, los estudiantes lograban de una manera práctica y rápida resaltar donde estaba el ángulo recto sin fallar.

Estas actividades de papiroflexia se realizaron en repetidas ocasiones; en ellas se presentaron ciertas dificultades tanto para los estudiantes como para la docente.

El tema de papiroflexia es nuevo para la docente, en realidad no conocía la finalidad y utilidad de este, además no sabía que explicando un tema de geometría desde la papiroflexia se construía conocimiento de manera práctica y divertida, además de la cantidad de temas que se podían explicar con un solo plegado; para los estudiantes resultó muy llamativo este tipo de actividad, ellos fueron muy receptivos.

Los estudiantes a partir del reconocimiento visual de las actividades motoras, empiezan a descubrir algunas posibilidades que brindan las figuras.

(Duval R. , 1999) Afirma que para que pueda haber figura o gráfico es necesario que haya un contraste sobre un soporte material homogéneo (hoja de papel, pantalla de video...), de manera que alguna cosa identificable se destaque en tal campo perceptivo. Para determinar las unidades

figurales elementales que constituyen, semióticamente, una figura geométrica se distinguen dos tipos de variaciones:

- El tipo de variaciones ligado al número de dimensiones: (un punto, una línea, un área)
- El tipo de variaciones cualitativas: variaciones de forma (línea recta o línea curva; contorno), variaciones de tamaño, de orientación (en relación con el plano frontal paralelo)

Estas distinciones permiten definir los elementos constitutivos de una figura: toda figura aparece como la combinación de valores para cada una de las variaciones visuales de estos dos tipos, dimensionales y cualitativas. A partir de allí, es fácil determinar los elementos que van a funcionar como unidades de base representativa, es decir, como unidades figurales elementales (Duval R. , 1999, pág. 149)

Estos tipos de plegado lo realizamos con la ayuda del videobeam porque la docente no sabía cómo realizarlo y decidimos hacerlo con esta ayuda tecnológica, que resultó muy efectiva por que los estudiantes tienen la facilidad de interpretar las instrucciones que dan en el video y las de la docente.

Los estudiantes adquieren práctica a la hora de buscar ángulos rectos en los diferentes pliegues que se hacen, además de nombrar las figuras geométricas que se presentan. Se ubican con mayor facilidad en el papel y se apropian del vocabulario nuevo y entienden en qué momento y cómo deben aplicarlo. En esta actividad los estudiantes tienen la oportunidad de buscar igualdades y hacer sus propias conjeturas.

Situación 1

Esta situación tiene una actividad de la cual se presenta una descripción y un análisis. Para esta situación se programaron 15 sesiones con el grado Transición No 3 de la IE Sagrado Corazón de El Cerrito, en las que se realizaron registros filmicos correspondientes a las actividades 1, 2 y 3.

Descripción Situación 1.

Para las actividades se realiza el registro con un video que detalla elementos importantes para la visualización, construcción y el razonamiento. (Duval, R., 2001) Plantea que existen tres procesos cognitivos para movilizar conocimiento geométrico: visualización, construcción y razonamiento. Estos tres procesos cumplen funciones epistemológicas específicas que deben desarrollarse de manera independiente, pero están en estrecha interrelación para generar competencias y aprendizaje en la actividad geométrica:

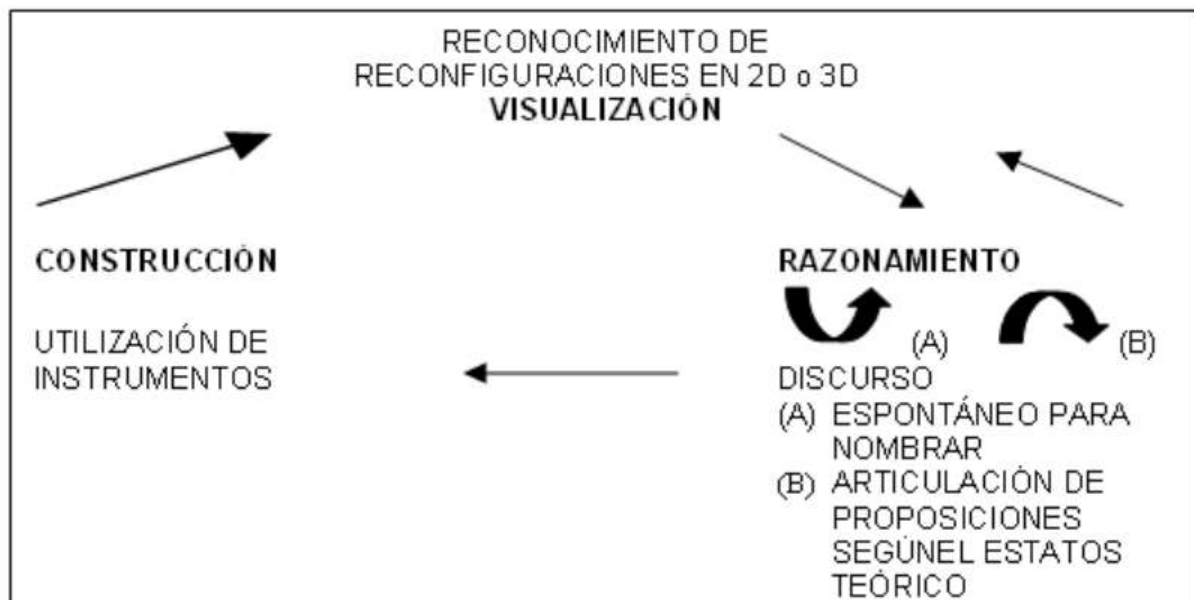


Figura 2 Cuadro Procesos cognitivos necesarios para el desarrollo de competencias en el plano geométrico. Tomado de (Vásquez Vásquez, 2011, pág. 59)

La visualización, ‘ver’ en matemáticas, cubre siempre dos niveles de operaciones que son diferentes e independientes uno del otro, aunque generalmente ellos están fusionados en sinergia en un mismo acto. Estos dos niveles de operaciones son el reconocimiento discriminativo de formas y la identificación de los objetos que corresponden a las formas reconocidas. (Duval, R., 2005)

La construcción, la particularidad de las figuras geométricas, al menos de las que corresponden a formas euclidianas elementales y a configuraciones de formas elementales, es de ser constructibles con ayuda de instrumentos. Es a través del uso de un instrumento que los alumnos pueden de verdad tomar conciencia de que las propiedades geométricas no son solamente características perceptivas. (Duval, R, 2004a, pág. 167)

En la actividad de **razonamiento**, se hace referencia a la utilización de propiedades geométricas para producir discursivamente nuevos conocimientos o para justificarlos. La interacción cognitiva entre visualización y discurso sólo comienza de verdad en las proposiciones que se enuncian, cualquiera que sea su estatus (constatación, definición, conjetura...) en el discurso producido. (Duval, R, 2004a, pág. 168)

Se debe tener en consideración, como bien lo muestra la figura, que dichas actividades deben ser concebidas en una sinergia, o sea, no se puede aislar las unas de las otras. La figura puede encontrarse en sitios diferentes: en la flecha que va entre la construcción y la visualización, o en los diferentes razonamientos que se haga sobre la figura.

A continuación se presentan algunas imágenes de los videos en la actividad de papiroflexia en las que los niños con ayuda de las reglas trataron de ubicar los ángulos rectos en las hojas de revista que se les entregó.



Ilustración 9 Ubicacion de ángulos rectos con la regla

Se puede observar **cómo** los estudiantes se apropian de las reglas **como** herramienta importante, que ayuda a fortalecer el conocimiento. Algunos estudiantes en el afán de encontrar los ángulos de la hoja de revista juegan con las reglas a colocarlas en diferentes posiciones, observando ángulos entre las reglas; como para otros estudiantes no resultó fácil buscar los ángulos, observaron detenidamente a sus compañeros de mesa que sí los encontraron, convirtiendo así esta actividad en trabajo colaborativo.

En estas imagenes vemos a los estudiantes haciendo conteo de los ángulos rectos que tiene la hoja que se les entregó; lo hacen con facilidad, resultado de varios días de trabajo en el tema. Uno de los estudiantes hace conjeturas de los ángulos que resultan al doblar la hoja a la mitad y se pregunta si estos serán iguales; también pregunta cuántos ángulos hay si se juntan las hojas de todos los de la mesa; además, entre todos comentan sobre las transformaciones de la hoja cuando esta se dobla.



Ilustración 10 Actividad No. 2 Conteo de angulos rectos



Ilustración 11 Actividad No. 2 Relación de dobles



Ilustración 12 Actividad No. 2 Transformación de la figura inicial

Análisis Situación 1

Tomando como base las escenas que se describieron con las imágenes, se elabora un análisis que busca vincular lo que sucedió con lo esperado según la trayectoria de aprendizaje propuesta y las discusiones que en relación al diseño se dieron.

Una visión global de lo que es la actividad geométrica implica considerar tres actividades cognitivas diferentes: la primera consiste en la construcción de una figura, la segunda se fundamenta en visualizar todo lo que es posible en ella y la tercera radica en el razonamiento.

La primera es la construcción de la figura que requiere por lo general la utilización de instrumentos que se pueden manipular; la segunda es la visualización, que permite reconocer las diferentes unidades figúrales que conforman una figura y proveer información para examinar las propiedades que se pueden obtener de la figura. Estas unidades desempeñan un papel fundamental en los procesos cognitivos geométricos. La visualización está estrechamente

relacionada con el discurso, tanto en lengua natural, para expresar lo que espontáneamente se observa de una figura en particular, como el discurso teórico en donde se definen las propiedades y los razonamientos empleados. La última actividad es la de razonamiento que tiene que ver con las explicaciones, justificaciones y argumentaciones que se hacen para dar cuenta de la validez de un resultado o la pertinencia de una solución propuesta. Es decir, estudia cómo se analiza y transforma la información que llega del exterior, cómo y por qué se toman decisiones. El razonamiento es, pues, cualquier procedimiento que permite desprender nueva información de informaciones previas; esta nueva información ha de servir para modificar las creencias o posiciones teóricas respecto de un asunto particular (Duval, R, 2004a).

Como resultado del análisis se logra identificar la importancia de los tres procesos cognitivos para movilizar conocimiento geométrico: visualización, construcción y razonamiento, trabajados desde el preescolar, destacando la visualización que está estrechamente relacionada con el discurso, tanto en lengua natural, como el discurso teórico.

La visualización tiene matices y características diferentes según el tipo de representación semiótica que se considere. En nuestra investigación la atención recae en la visualización asociada a las figuras geométricas, en las que la visualización es una actividad cognitiva compuesta por dos maneras de proceder sobre las figuras geométricas, la acción de discernir en una figura geométrica inicial (figura de partida) las transformaciones que permiten modificarla en otra (figura de llegada) (Duval, 2003).

En los videos correspondientes a la Imagen No. 11, los estudiantes registraron procesos similares en cuanto a descubrir, con ayuda de una regla como herramienta, los ángulos rectos que tenían las figuras iniciales; además, los estudiantes lograron visualizar los ángulos con facilidad, ayudaron a otros a entender la actividad. Fue necesario realizar la actividad varias veces y con

herramientas diferentes como el tablero y marcador para que los estudiantes le dieran sentido a lo que les explicaba en el tablero y luego lo pudieran pasar al papel. Luego tenían la habilidad que solo con mirar la figura ubicaban sus ángulos rectos.

Para los videos correspondientes a la Imagen No. 12, 13, 14 la mayoría de los estudiantes logró terminar la construcción de su plegado siguiendo las indicaciones dadas por la docente ; esta tiene un papel central en el proceso en la medida que es quien orienta el trabajo con las tareas y herramientas que se diseñaron para el experimento de clase; es quien da forma y garantiza las diferentes interacciones discursivas en el salón de clase, al fomentar el uso del lenguaje necesario para construir y presentar ideas, sugerir nuevas formas de enfrentar un problema, señalar errores y ofrecer alternativas de trabajo.

En la elaboración del plegado se destaca la visualización como herramienta de enseñanza y de aprendizaje de conceptos geométricos que promueve la construcción de estos conceptos apoyados en el uso del papel, el cual facilitó la creación y manipulación de construcciones geométricas de forma dinámica que le permitieron a los estudiantes entender los conceptos o significados que podían ser extraídos de las representaciones y por lo tanto jugaban un papel importante en el desarrollo del pensamiento, además de poder expresarlo en un lenguaje natural.

La visualización y la producción de enunciados en geometría requieren funcionamientos cognoscitivos que son diferentes y más complejos que los que obran por fuera de la geometría. Esta es la razón por la que su desarrollo y su coordinación deben considerarse como objetivos de enseñanza tan esenciales como los contenidos matemáticos mismos. Dada la naturaleza de la actividad geométrica, la comprensión del contenido no puede construirse sino a partir de una sinergia entre visualización y lenguaje. (Duval, R., 2005, pág. 5)

Los estudiantes estaban muy interesados por descubrir las transformaciones que podía tener la figura inicial. Se logra el reconocimiento de algunas propiedades vinculadas con las representaciones, donde los estudiantes pudieron inferir algunas conjeturas que, finalmente, les dieron pautas para definir conceptos ligados con la representación visual. En este punto es de destacar la facilidad para comunicar de manera oral sus ideas acerca de los temas tratados, además iban adquiriendo más vocabulario y lenguaje matemático que les permitía expresarse con mayor fluidez y formalidad.

En las representaciones geométricas, la visualización involucra dos operaciones visuales; la primera era distinguir varias formas dentro de una figura; por otra, identificar estas formas o su configuración representada, usando información previa plenamente reconocida por quien lleva a cabo el proceso de visualización (Duval R. , 2004).

CAPÍTULO IV.

Resultados de la Investigación

Iniciado el experimento y recopilando la información de las actividades realizadas, se iba revisando y reformulando la conjetura con el propósito principal de mejorar el diseño de las situaciones, atendiendo a lo planeado para las actividades que en la etapa previa se habían propuesto. Se realizan cambios en los objetivos de la investigación y ajustes al diseño de las actividades.

En las actividades se tenía la atención puesta tanto en el discurso de la docente como en las producciones de los estudiantes; los análisis preliminares y la comprensión que se fue ganando de los alcances del trabajo señalaron la necesidad de mejorar el discurso de la docente, que serviría para mejorar la producción de los estudiantes. Durante el desarrollo de las situaciones se observa la importancia de favorecer el uso del vocabulario apropiado, a partir de situaciones problema que dieran significado a las palabras “nuevas” que los estudiantes puedan reconocer como parte del lenguaje matemático. En las actividades trabajadas en clase se logra promover en los estudiantes el uso del lenguaje, el cual desempeña un papel importante, puesto que en la situación de aula, preguntar a los estudiantes les exige una explicación espontánea de lo que hacen y dan cuenta de lo que ven.

La actividad con papiroflexia resulta ser una herramienta muy útil que permite que los estudiantes comprendan y se apropien del pensamiento espacial desde el preescolar. Es una actividad que pone al alcance de profesores y estudiantes abordar los procesos de construcción, visualización y el enriquecimiento de la lengua natural en lo relativo a las posibilidades de referenciación y descripción mediante la terminología que forma parte del lenguaje geométrico.

Al finalizar las actividades formuladas se ven avances en los procesos de los estudiantes con hallazgos muy productivos para la docente que se vio beneficiada de este aprendizaje, además, las recomendaciones que surgen de la implementación del experimento también permiten hacer mejoras en las trayectorias de aprendizaje como estrategia para organizar el trabajo en clase, que respondan a las exigencias curriculares colombianas y los desarrollos investigativos del desarrollo del pensamiento espacial.

4.1 Resultados de los Análisis Locales

En el marco del experimento de enseñanza base de este trabajo se diseñó una situación con 3 actividades. Se implementaron en el grado Transición No. 3 de la IE Sagrado Corazón sede María Montessori.

La metodología de este proyecto asumió que los análisis locales de dichas implementaciones se llevaran a cabo en el espacio de asesorías de trabajo de grado y se inscribe en la Línea de investigación en lenguaje, razonamiento y comunicación del Grupo de Educación Matemática, del Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) de la Universidad del Valle.

Primero se hace una síntesis de los resultados de los análisis locales, sobre todo aquellos que encuentran relación con los objetivos de este trabajo; para tal fin se organizan los que tienen que ver con las actividades realizadas en relación con la construcción, el razonamiento y la visualización, conectadas simultáneamente en las actuaciones de los estudiantes.

4.1.1 Construcción.

Las actividades centradas en la construcción se hacen presentes en la Situación No. 1, y se logró que el plegado de figuras en papiroflexia diera lugar al surgimiento de nuevas formas de

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

visualización sobre las figuras, y que los estudiantes reconocieran propiedades en dichas figuras gracias a los tratamientos que se realizaron sobre estas.

Los diversos pliegues que se hacen a las figuras de papiroflexia, cumplieron el rol esperado; permitieron desarrollar estrategias de construcción (reproducción) de las figuras, además que los estudiantes exploraran algunas características de las figuras: en los diferentes pliegues surge la necesidad de hablar de ángulo recto, líneas paralelas, recta, perpendicular, lados, vértice, cuadrado, triángulo.



Ilustración 13 Realización de pliegues en el papel para obtener una nueva figura y descubrir algunas propiedades geométricas.

Los estudiantes practican varias veces sus plegados con lo que pueden aprender sobre las características de las figuras que están reproduciendo.



Ilustración 14 Los estudiantes aprender sobre las características de las figuras a través de la Papiroflexia.

El uso constante de diversos plegados fue dando lugar al reconocimiento de las partes de la figura y las propiedades que las caracterizan; esto permitió ver ángulos rectos, identificar lados, paralelas, perpendiculares, puntos y además utilizar reglas para encontrar ángulos rectos.



Ilustración 15 Identificación de ángulos rectos utilizando la regla

Las posibilidades de construcción que permiten las diferentes combinaciones de plegados dan lugar a los nuevos elementos para la deconstrucción dimensional, ya que la figura cambia con los pliegues y surgen otras formas de ver la figura. La actividad de construcción apoya la visualización; se pudo notar que en las diferentes actividades de papiroflexia realizadas la mayoría de los estudiantes tienen progreso en la forma de ver y entender las figuras.

4.1.2 Visualización y razonamiento.

El análisis de la implementación de la situación permite afirmar que los estudiantes lograron desarrollar formas de ver una figura, es decir se acercaron a una visualización geométrica.

La originalidad de los procesos en geometría, en comparación con otras formas de actividad matemática, tiene que ver con que es absolutamente necesaria la coordinación entre los tratamientos específicos al registro de las figuras y los del discurso teórico y en lengua natural. La condición previa para la descripción precisa de los diferentes tratamientos matemáticos pertinentes en el registro de las figuras geométricas es un análisis semiótico relativo a la determinación de las unidades de base constitutivas de este registro, a las posibilidades de su articulación en figuras y a la modificación de las figuras obtenidas (Duval, R., 2005).

Al finalizar los análisis locales es posible afirmar que muchos de los estudiantes ya han logrado las transformaciones en una figura plegada, pues es común encontrar en sus procedimientos diversas actuaciones que reflejan el reconocimiento de partes y propiedades de las figuras que aparecen. El aprendizaje de la geometría desde un punto de vista semiótico requiere la coordinación de la visualización y el razonamiento. Y los problemas específicos que plantea el aprendizaje de la geometría no se ocupan solamente de la complejidad de la visualización no icónica y de la deconstrucción dimensional de las formas en que se basa,

considera también la manera en que un discurso geométrico puede articularse con tal visualización. Sin embargo, el uso especializado de la lengua en la actividad geométrica abre un campo semántico para designar, describir, explicar y razonar. Para analizar el papel de la lengua en geometría, es necesario distinguir tres niveles de operaciones discursivas: la designación, la enunciación de propiedades, la deducción y poner en relación lo que se dice con lo que acaba de enunciarse para completar, explicar, justificar la observación. “Estos tres niveles de operaciones discursivas subyacen a la producción, oral o escrita, de toda formulación” (Duval, R., 2005, pág. 13)

La forma de concebir la articulación entre visualización y lenguaje en la actividad geométrica depende del punto de vista epistemológico adoptado para entender la naturaleza de los objetos matemáticos y su modalidad fenomenológica de aprehensión.

Se encuentra que el uso del lenguaje involucra términos geométricos y algunos términos de uso común. Algunos de los estudiantes logran construir explicaciones de sus procedimientos, apropiándose de un lenguaje geométrico. Sumado a esto se reconoce que el uso del discurso en la clase por parte de la profesora, al inicio, no lograba promover formas de razonamiento que favorecieran el pensar matemático, es decir, no era el adecuado a los fines de la enseñanza. El reconocimiento de esta situación fue el motivo que llevó a la profesora a profundizar en su estudio de la geometría y a exigirse modificaciones discursiva para el uso correcto del lenguaje, en particular el geométrico, en la clase para con sus estudiantes.

Con estos resultados que arrojó este proyecto surge la necesidad de hacer del lenguaje el elemento fundamental para enseñar geometría en el preescolar, y se reconoce que se debe pensar en actividades en las que los estudiantes avancen en la comprensión del discurso geométrico.

4.1.3 Análisis retrospectivo.

Una vez finalizado el análisis local, se da paso al análisis retrospectivo que se indica en la metodología; es decir se pasa por una revisión global del diseño, la implementación y las discusiones y resultados de los análisis locales, que permitan identificar variables para un análisis de las condiciones que produjeron efectos significativos en el diseño y en la implementación.

Se da una revisión general a la situación planteada y a la información recogida; se toman además los referentes curriculares del MEN, la información sobre el conocimiento geométrico que estos referentes desarrollan y las condiciones que los procesos cognitivos involucrados imponen al diseño de las actividades.

El análisis retrospectivo inició con los resultados de los análisis locales de los resultados obtenidos en la implementación; se intentaba dar respuesta a la pregunta: *¿Cómo lograr que los estudiantes de Preescolar ganen en el desarrollo de pensamiento espacial con alternativas que les permitan un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje y enriquecimiento de la lengua natural?*

El primer análisis se hace sobre el uso de los plegados en papirolexia y las propiedades de las figuras que se pueden identificar gracias a dicho uso, la relación de estas propiedades y los tipos de instrumentos empleados. Después se revisan las falencias asociadas al discurso de la docente y por último al enriquecimiento de la lengua natural por parte de los estudiantes; el análisis permitió que:

- Se caracterizaran los diferentes usos que los estudiantes dieron a los plegados empleados en las actividades.

- Se determinara la importancia de la docente en el proceso ya que es quién orienta el trabajo con las tareas y herramientas que se diseñaron para el experimento de clase; es quien da forma y garantiza las diferentes interacciones discursivas en el salón de clase, al fomentar el uso del lenguaje necesario para construir y presentar ideas, sugerir nuevas formas de enfrentar un problema, señalar errores y ofrecer alternativas de trabajo.

El uso dado a los plegados en general respondió a lo esperado. La papiroflexia sirvió como base para que los estudiantes se apropiaran en forma proactiva de los conocimientos fundamentales de la geometría y además vinculen el entorno; esta propuesta se desarrolla desde una perspectiva semiótico cognitiva del aprendizaje de las matemáticas.

Los instrumentos convencionales, en particular la regla, se convirtieron en una herramienta potente para encontrar ángulos rectos en los diferentes plegados.

Entre los resultados se destaca que los estudiantes lograron el enriquecimiento de la lengua natural, relacionado con la terminología del lenguaje geométrico, además resultó muy dinámico y creativo el desarrollo de situaciones de aprendizaje con la papiroflexia fomentando habilidades de visualización.

Se establecieron los criterios para el diseño de las situaciones que dieron lugar a la apropiación del pensamiento espacial, con la construcción de figuras en papiroflexia desde una perspectiva semiótica-cognitiva.

Los resultados obtenidos, que se resumen en los elementos anteriores, evidencian una gran propuesta de trabajo en clase de geometría basada en la apropiación de forma proactiva de los conocimientos fundamentales de la geometría en preescolar, pues abren una amplia gama de

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

opciones de trabajo con papiroflexia; además muestra cómo los estudiantes pueden avanzar en el desarrollo del conocimiento geométrico y el enriquecimiento de la lengua natural que fortalece y se agranda en clase porque es allí donde se empieza a realizar una exigencia en el discurso y es donde se empieza a enriquecer la lengua natural con los términos y conceptos del lenguaje matemático; los estudiantes van construyendo una comunicación más especializada en el campo matemático y es dada a través de la construcción conjunta de saberes tanto de los estudiantes como de la docente.

CONCLUSIONES

El desarrollo del trabajo permitió comprender y avanzar en la comprensión de las actividades planteadas en clase de geometría: trabajar en los elementos teóricos que apoyan la formulación de criterios cognitivos para el diseño de situaciones de clase, orientar una propuesta metodológica que apoya el vínculo teoría – práctica en el contexto del trabajo en clases de geometría.

La implementación de la propuesta para la enseñanza de la geometría que ha desarrollado Duval, permitió ampliar los procesos cognitivos para movilizar conocimiento geométrico: visualización, construcción y razonamiento. Con la puesta en marcha del diseño de la situación se logró el enriquecimiento de la lengua natural, por parte de los estudiantes, en lo relativo a las posibilidades de referenciación y descripción mediante la terminología que forma parte del lenguaje geométrico; puede decirse que el enriquecimiento de la lengua natural fue fundamental para la comprensión de conceptos geométricos que se presentaron en las actividades programadas y que los estudiantes entendieron con mucha facilidad.

Se diseñó una situación en las que se puso en juego una propuesta para el aprendizaje de la geometría. En esta se determinaron características asociadas a los procesos de construcción, visualización y razonamiento, para luego ser empleadas en el diseño de las actividades que conformaban las situaciones.

La conceptualización del estudio de representaciones del pensamiento espacial en la construcción de figuras en papiroflexia, fue una actividad que se incluyó en el diseño, la cual permitió construir figuras.

La papiroflexia resultó ser una herramienta de exploración y representación del espacio, que les brindó a los estudiantes experiencias que disfrutaron al máximo.

El análisis de las producciones de los estudiantes, a partir de una amplia cantidad de videos, de materiales con las tareas de los estudiantes, fue un trabajo largo y complejo; finalmente se logró identificar una claridad amplia sobre los procesos cognitivos involucrados en la actividad geométrica, las características de las situaciones y las actividades propuestas, y las formas en que los estudiantes se acercaron a estos conocimientos. Este trabajo espera ser una expresión de estos logros.

El trabajo realizado dejó ver ciertos elementos que se consideran relevantes, en particular, construcción de figuras en el arte de la papiroflexia como estrategia para propiciar el desarrollo de pensamiento espacial en estudiantes de preescolar fomentado a la vez el desarrollo de la habilidad para expresarse con fluidez, naturalidad y coherencia haciendo uso adecuado de la situación del lenguaje que permitieron aprendizajes significativos.

Este trabajo de grado deja ver su alcance e importancia, debido a que contribuyó al desarrollo de pensamiento espacial en el preescolar, dejando para la Intitución Educativa Sagrado Corazón una propuesta o estrategia pedagógica, con la cual permitirá que los estudiantes de Preescolar tengan un acercamiento significativo al desarrollo del pensamiento espacial; además es una gran experiencia que le servirá a otras docentes de grado Transición

BIBLIOGRAFÍA

- Acuña, I. P. (2008). *La papiroflexia como herramienta útil para*. Universidad de Carabobo facultad de Ciencias Valencia-Venezuela.
- Arce, J. (2004). *El Laboratorio de Matemáticas en la Escuela Normal Superior Farallones de Cali*. Cali: Universidad del Valle .
- Arce, J. y. (2012). *como estrategia de acompañamiento al diseño y uso de recursos pedagógicos en la formación de profesores de matemáticas*. Universidad del Valle .: Área de Educación Matemática. Instituto de Educación y pedagogía.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers.
- Colombia, C. P. (1991). *Constitución política de Colombia*. Colombia.
- Confrey, J. &. (2000). Transformative Teaching Experiments through Conjecture-Driven Research Design.
- Duval, R. (2004a). Como hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y... una quinta. En *Números, Formas y Volúmenes en el Entorno del Niño*. Aulas de Verano. Madrid: Instituto Superior de Formación del profesorado.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (M. Vega, Trad.). Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2000). La Geometría desde un punto de vista cognitivo. En *Boletín de la red en Educación matemática* (págs. págs. 1-7). Cali: Síntesis.
- Duval, R. (2001). *La Geometría desde un punto de vista cognitivo*.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie :développement de la visualisation, différenciation des raisonnements etcoordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*,. En R. Duval. Bogotá.
- Duval, R. (2017). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*.(Traducción al español de *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages*). Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2017). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. [Traducción al español de *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*]. Cali: Universidad del Valle.
- Galeano, J. E. (2015). *Diseño de situaciones para el trabajo con figuras geométricas basado en las operaciones cognitivas de construcción, visualización y razonamiento*. Cali: Univalle.
- Gómez, D. J.-C. (2009). Proyecto:“La conquista del espacio”.La conquista del espacio . 10° Encuentro Colombiano de matemática educativa.

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

- Loyo, P. (2009). *Taller de Papiroflexia. Apéndice B, 1.*
http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lps/loyo_m_l/apendiceB.pdf.
- Marmolejo Avenia, G. A. (2012). La visualización en las figuras geométricas: Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación matemática*, 23.
- Marmolejo, G. A. (2013). *Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales*. *Revista integración*, 31(1), 87-106.
- MEN. (1997). *Decreto 2247*. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-104840_archivo_pdf.pdf.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Preescolar*. Bogotá: Magisterio.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencia Matemáticas*. Colombia.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Matemáticas*. Santafé de Bogotá: MEN.
- MEN. (2010). *Documento No 13. Aprender y jugar, Instrumento diagnóstico de competencias básicas en transición*. Bogotá.
- MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje Transición Vol. 1*. Santa fé de Bogotá.
- Molina, M. C. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 29(1). 75-88.
- Ospina, M. A. (2010). *Configuraciones epistémicas presentes en los libros de tercer grado, en torno al campo conceptual multiplicativo*. Cali: Univalle.
- Ramos Hernandez, S. V. (2013). *El arte del origami en el mundo preescolar*. Obtenido de <http://200.23.113.51/pdf/30294.pdf>
- Romero, D. M. (2016). *PENSAMIENTO Y LENGUAJE MATEMÁTICO EN EL CONTEXTO DE EDUCACIÓN INFANTIL. UN ACERCAMIENTO INTERPRETATIVO*. Madrid.
- Steiger, E. (1900). *Manual Steiger*. Nueva York.
- Vásquez Vásquez, M. (2011). *La enseñanza de la geometría en el preescolar*. Cali: Univalle.

ANEXOS

ANEXO 1



Anexo 1 Actividad que fueron parte del Proyecto "Los Tesoros nos esperan"

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

ANEXO 2



Anexo 2 Actividad que fueron parte del Proyecto "Los Tesoros nos esperan"

ANEXO 3



Anexo 3 Actividad que fueron parte del Proyecto "Los Tesoros nos esperan"

Alternativas para un mayor y mejor aprovechamiento de las posibilidades de comprensión y aprendizaje que tienen los estudiantes de preescolar respecto al conocimiento espacial.

ANEXO 4



Anexo 4 Actividad que fueron parte del Proyecto "Los Tesoros nos esperan"

ANEXO 5



Anexo 5 Actividad que fueron parte del Proyecto "Los Tesoros nos esperan"