

**ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO PARA LAS
FIRMAS DEL SECTOR ECONÓMICO INDUSTRIAL Y COMERCIAL EN UNA
ENTIDAD FINANCIERA COLOMBIANA ENTRE EL AÑO 2009 Y 2014**

DIEGO ALEJANDRO CASTRO LLANOS

Cod. 1301527

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
SANTIAGO DE CALI
OCTUBRE 2015**

**ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO PARA LAS
FIRMAS DEL SECTOR ECONÓMICO INDUSTRIAL Y COMERCIAL EN UNA
ENTIDAD FINANCIERA COLOMBIANA ENTRE EL AÑO 2009 Y 2014**

DIEGO ALEJANDRO CASTRO LLANOS

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de Magister en
Economía Aplicada**

DIRECTOR:
JAVIER ANDRÉS CASTRO HEREDIA
M.Sc. en Economía

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
SANTIAGO DE CALI
OCTUBRE 2015

DEDICATORIA

“A Dios, a mi padre Wilmart, a mis hermanos John y Fabio, a mi Tío Walter, a mi novia Johanna y a mi abuela Margoth, quienes me brindaron su apoyo y comprensión en esta etapa de mi vida”

Diego A. Castro

AGRADECIMIENTOS

Primero quiero expresar mis más sinceros agradecimientos a mi director Javier Andrés Castro que con sus valiosos aportes, apoyo, orientación incondicional e implicación total, ayudaron a la elaboración de la tesis de maestría, pues sin él, este trabajo no hubiera sido posible realizarse.

Agradezco a la división de riesgo de crédito de la entidad financiera por darme permiso para usar la información financiera con fines estrictamente académicos.

Quiero agradecer también a mis compañeros de la maestría por su cariño, comprensión y consejos, y por los buenos momentos compartidos con ellos.

TABLA DE CONTENIDO

	Pag
INTRODUCCIÓN	3
1. REVISIÓN DE ANTECEDENTES.....	5
2. MARCO TEÓRICO.....	10
3. UN PANORAMA GENERAL DEL SISTEMA FINANCIERO COLOMBIANO.....	18
4. METODOLOGÍA.....	23
4.1. Fuente de Información	23
4.2. Variables.....	23
4.3. Modelo Econométrico.....	25
4.3.1. Modelos Logísticos Ordinales.....	25
4.3.2. Modelos Logísticos Ordinales Generalizados.....	27
5. ANÁLISIS DESCRIPTIVO	29
6. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	33
7. CONCLUSIONES.....	44
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45
ANEXOS.....	50

LISTA DE TABLAS

	Pag
Tabla 1. Variables en la estimación del modelo de riesgo de crédito.....	23
Tabla 2. Distribución de frecuencias para las calificaciones de las firmas.....	29
Tabla 3. Distribución de frecuencias para el tamaño de las firmas respecto a la calificación de riesgo	30
Tabla 4. Indicadores de tendencia central para la variable de liquidez.....	31
Tabla 5. Promedio de rentabilidad de las firmas por calificación en relación al tamaño.....	31
Tabla 6. Indicadores de tendencia central para el nivel de endeudamiento de las firmas	32
Tabla 7. Estimación de los parámetros para el sector económico industrial.....	34
Tabla 8. Estimación de los efectos marginales para el sector económico industrial.....	35
Tabla 9. Estimación de los parametros para el sector económico comercial.....	40
Tabla 10. Estimación de los efectos marginales para el sector económico comercial.....	41
Tabla 11. Estimación de las provisiones para las firmas del sector económico industrial.....	43
Tabla 12. Estimación de las provisiones para las firmas del sector económico comercial	44

LISTA DE GRÁFICAS

	Pag
Gráfica 1. Activos totales del sistema financiero colombiano.....	19
Gráfica 2. Crecimiento real anual de la cartera en el periodo 2009-2014 para el sistema financiero colombiano	20

Gráfica 3. Indicador de Cartera Vencida durante el periodo 2009-2014 para la entidad y el sistema financiero colombiano.....	21
Gráfica 4. Indicador de profundización financiera (Relación de Cartera frente al PIB).....	22
Gráfica 5. Diagrama de Cajas y alambres para el indicador de comportamiento.....	33
Gráfica 6. Estimación de las probabilidades A y E para el indicador de comportamiento	37
Gráfica 7. Estimación de las probabilidades A y E para el indicador de endeudamiento.....	38
Gráfica 8. Estimación de las probabilidades A y E para la variable macroeconómica.....	39

LISTA DE ANEXOS

	Pag
Anexo A. Calificaciones en riesgo de crédito comercial	50
Anexo B. Caracterizaci6n de la empresa grande, mediana y pequeña.....	51
Anexo C. Estadísticas descriptivas para las variables financieras	52
Anexo D. Estimación de correlaciones lineales y prueba de multicolinealidad.....	54
Anexo E. Estimación de matrices de transición para un periodo de 1, 2 y 3 años	56
Anexo F. Estimación del modelo logístico ordenado sector económico industrial.	61
Anexo G. Estimación del modelo logístico ordenado sector económico comercial.....	63
Anexo H. Estimación de las probabilidades A y E para el sector economico industrial	65
Anexo I. Estimación de las probabilidades A y E para el sector economico comercial	66

ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO PARA LAS FIRMAS DEL SECTOR ECONÓMICO INDUSTRIAL Y COMERCIAL EN UNA ENTIDAD FINANCIERA COLOMBIANA ENTRE EL AÑO 2009 Y 2014

Autor: Diego Castro
Director: Javier Castro

RESUMEN

En este documento se estima la probabilidad de incumplimiento para las firmas que tienen obligaciones contractuales con una entidad financiera colombiana entre el año 2009 y 2014. A través de un modelo logístico ordinal generalizado se encontró que la probabilidad de incumplimiento está asociada a las variables financieras liquidez, endeudamiento, rentabilidad y eficiencia. También se incorporó una variable de comportamiento, dos dicotómicas asociadas al tamaño de las firmas y una para el crecimiento económico del país. Los resultados son previsibles y acordes con la teoría económica de riesgo. Por medio de la estimación del modelo de riesgo de crédito para las firmas del sector económico industrial y comercial se verifica el supuesto de líneas paralelas y se obtiene un escenario de provisiones que se requieren para garantizar la solvencia de la entidad.

Palabras clave: riesgo de crédito, logit ordenado generalizado, probabilidad de incumplimiento, pérdida esperada.

Clasificación JEL: C35, D21, G21.

**STIMATION FOR THE PROBABILITY OF THE NON-COMPLIANCE FOR
ENTERPRISES IN THE ECONOMIC, INDUSTRIAL AND COMMERCIAL
SECTOR IN A COLOMBIAN FINANCIAL COMPANY BETWEEN THE YEARS
2009 AND 2014**

Author: Diego Castro
Advised by: Javier Castro

ABSTRACT

In In this paper we estimated the non-compliance probability for enterprises that have contractual requirements with a Colombian financial company, between the years 2009 and 2014. Using a generalized logistical ordinal model we found that the non-compliance probability is related to financial variables such as: liquidity, indebtedness, profitability and efficacy. We also included a behavioral variable, two dichotomic associated to the size of the companies and another one for the economic growth of Colombia. The results are predictable and corresponding to the risk economic theory. Using the estimation derived from the credit risk model for the companies in the economic, industrial and commercial sector we verify the premise of parallel lines and we obtain a provisions scenario required in order to guarantee the company's financial solvency.

Key words: credit risk, generalized ordered logit, non-compliance probability, expected loss

Classification JEL: C35, D21, G21.

INTRODUCCIÓN

El análisis de los diferentes tipos de riesgo que afronta el sistema financiero (SF) colombiano es de vital importancia para la sostenibilidad del mismo y para el desarrollo de una economía. En el caso del riesgo de crédito¹ es de vital importancia estimar la probabilidad de que las empresas que tienen obligaciones contractuales con los bancos incumplan con los pagos durante un determinado periodo de tiempo. Según la circular externa 011 de 2002 de la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC) está definido como “la posibilidad de que una entidad incurra en pérdidas y se disminuya el valor de sus activos, como consecuencia de que sus deudores fallen en el cumplimiento oportuno o cumplan imperfectamente los contratos de crédito” (p. 1). De esta manera las entidades financieras pondrán estimar las pérdidas en las que pueden incurrir por los contratos de crédito que otorgan a las firmas.

El sistema monetario juega un papel clave y opera como un intermediario entre las personas naturales e instituciones que disponen de suficiente dinero y aquellas que requieren de recursos monetarios suficientes para ejecutar proyectos de inversión en el mercado y así impulsar la actividad económica. Adicionalmente, el SF se puede considerar como tradicional al focalizar sus funciones de intermediación en cartera e inversiones, esto hace que el riesgo de crédito sea muy importante, especialmente para la cartera comercial, debido a que la institución financiera analizada en la presente investigación tiene en el sistema más de la mitad del nivel de activos en créditos comerciales².

Una de las funciones de intermediación que cumple el sistema monetario en una economía es recibir los excedentes de liquidez de los agentes superavitarios y que los coloca en forma de contratos de crédito a los agentes deficitarios, lo cual involucra riesgos en especial el riesgo crediticio. En caso que este tipo de riesgo se llegue a materializar, puede ser resultado de una crisis financiera, que deriva en pérdidas económicas.

El papel de los agentes intermediarios es importante en economías como la colombiana, en el que el mercado financiero depende principalmente del bancario, tal como lo señala un estudio realizado por el Banco Interamericano de Desarrollo (BID, 2005) en el que sostiene que “los países desarrollados cuentan con los mercados financieros más desarrollados en todas sus dimensiones y poseen mercados de capital que pueden complementar y en algunos casos sustituir al crédito bancario” (p. 4), mientras que los países en vía de desarrollo se han caracterizado por no tener un nivel de actividad económica lo suficientemente alto. La mayoría del nivel de activos que se tiene colocado en el SF colombiano se debe principalmente a los establecimientos de crédito, esto hace que las firmas o los hogares colombianos recurran a este tipo de instituciones financieras para la obtención de recursos monetarios y así poder desarrollar proyectos de inversión en el mercado.

¹ También llamado riesgo crediticio.

² A diciembre del 2014, esta cartera representó el 53% del total de la cartera de créditos comerciales.

Para determinar la exposición de un crédito al riesgo de incumplimiento, una entidad financiera necesita estimar la probabilidad de que su contraparte incumpla con sus obligaciones contractuales. Esta capacidad de medición depende en un gran porcentaje de la cantidad de información que el banco o la entidad prestataria tenga sobre su contraparte, información que en general deberá obtenerse de la relación existente entre ambas partes. Por ejemplo, el incremento de la cartera por mora exige a que los establecimientos de crédito efectúen mayores provisiones³ por cartera, esto hace que se reduzca el ritmo del crecimiento económico.

Por lo descrito anteriormente, el riesgo crediticio es uno de los más importantes que enfrenta el SF colombiano, por lo que debe ser medido de manera eficiente, monitoreado periódicamente y de acuerdo con las características actuales de la economía. La eficiencia se refiere a que los modelos de riesgo de crédito que tengan cada una de las entidades financieras sean adecuados en la estimación la probabilidad de que incumplimiento durante un horizonte de doce meses. Es decir que si un cliente tiene una alta probabilidad de incumplimiento, se espera que sea incumplido al cabo de un año. Mientras que si su probabilidad es baja, se espera que siga siendo cumplido con el pago de las obligaciones financieras durante un periodo de un año. En este sentido, el desarrollo del proyecto de investigación está enfocado hacia tres objetivos: primero identificar las variables que son determinantes en la estimación de la probabilidad de *default*⁴, debido a que estas variables pueden operar como indicadores de alerta temprana ante cambios en la situación financiera de las firmas y ante variaciones de indicadores de crecimiento económico del país, obteniendo así una herramienta fundamental en el análisis de políticas de crédito dentro de la institución. Como segundo objetivo, estimar la probabilidad de que una firma sea calificada en cada una de las categorías de riesgo de incumplimiento establecidas por la SFC durante un horizonte de doce meses, y tercero, estimar un escenario de provisiones para las firmas que pertenecen al sector económico industrial y comercial, teniendo en cuenta la probabilidad de incumplimiento, la pérdida dada el incumplimiento y el monto total en riesgo.

Para la estimación de los modelos de riesgo de crédito, se utiliza como técnica de contraste los modelos logísticos ordenados generalizados con variables explicativas que contienen información de indicadores financieros de liquidez, endeudamiento, rentabilidad, eficiencia, comportamiento de pago, dos variables dicotómicas asociadas al tamaño de empresa y una variable macroeconómica que permita capturar los efectos que tiene la dinámica de la economía colombiana sobre la probabilidad de incumplimiento de las empresas. Posterior a la estimación del modelo econométrico en cada sector económico, se procedió al análisis de la probabilidad de *default* a partir del efecto marginal de cada una de las variables regresoras,

³ Las provisiones son reservas económicas que debe hacer una entidad financiera, con el propósito de que si el riesgo de crédito se llegara a materializar en algún momento, se tengan recursos suficientes para garantizar la solvencia de la entidad.

⁴ Por lo general, en riesgo de crédito se considera la expresión en “*default*” para referirse al incumplimiento de un cliente con las obligaciones financieras que tiene con una entidad bancaria.

permaneciendo las demás variables en *ceteris paribus*. Adicionalmente, se analizó la probabilidad de pertenecer a la primera y última categoría de riesgo crediticio y se obtuvo un escenario de provisiones teniendo en cuenta la estimación de los modelos de riesgo crediticio. Este tipo de estudios académicos son muy pocos en Colombia, debido a la escasez de la información, además es un tópico de la economía que no ha sido explotado ampliamente en el país.

En este documento se parte de la hipótesis de que las firmas industriales y comerciales de una entidad financiera que no cumplan con las obligaciones establecidas en los contratos de crédito, están determinadas por los mismos factores económicos que subyacen a la calificación del riesgo de crédito, los cuales son identificados desde la teoría económica de riesgo. Se parte del supuesto de que los contratos que se establecen entre las firmas y los intermediarios financieros son incompletos. Otro de los supuestos radica en que las empresas son neutrales al riesgo, por lo que pueden elegir proyectos de inversión que son riesgosos. Para las empresas industriales y comerciales, siempre estará inmersa la posibilidad de que no cumplan con el pago de las obligaciones financieras, puesto que las garantías que respaldan las deudas crediticias no son del gobierno. Esta entidad siempre responderá con las obligaciones contractuales que hayan adquirido las diferentes empresas que pertenezcan a este sector, como por ejemplo la Contraloría General de la Republica de Colombia.

El trabajo consta de 7 secciones adicionales a la presente introducción. En el primer capítulo se presenta una revisión de antecedentes concernientes al riesgo de crédito desde el primer estudio realizado hasta los trabajos académicos para Colombia. En el capítulo dos se lleva a cabo la descripción del marco teórico referente al riesgo crediticio. En la tercera sección se realiza un panorama general del SF colombiano, el cual se encuentra conformado básicamente por dos grupos de entidades, se analiza a su vez el crecimiento real anual de la cartera bruta, el indicador de cartera vencida de la cartera comercial y su relación con la variación anual del producto interno bruto del país. En el cuarto capítulo se realiza una descripción de la metodología empleada para dar cumplimiento a los objetivos de la investigación, mientras que en la siguiente sección se presenta el análisis exploratorio de datos. En la sexta sección se estima el modelo de riesgo de crédito para cada sector económico, se analiza a su vez los efectos marginales y la importancia de cada una de las variables en la estimación de la probabilidad de *default* de las firmas y finalmente se estima un escenario de provisiones en ambos segmentos. En la séptima y última sección se aprecian las conclusiones del proyecto.

1. REVISIÓN DE ANTECEDENTES

El modelo pionero en riesgo crédito comercial fue realizado por Altman (1968), en el que analiza el riesgo crediticio de las firmas partir de los determinantes de la probabilidad de quiebra de las mismas. Las variables regresoras que estudia son las razones microeconómicas de liquidez, rentabilidad, actividad y apalancamiento de cada una de las empresas del sector manufacturero, las cuales se encontraban ubicadas en los Estados Unidos. En este estudio, el

autor introduce la técnica estadística de análisis discriminante (AD) paramétrico⁵ como herramienta para el análisis de riesgo de crédito y encuentra que la rentabilidad del activo, el endeudamiento y el flujo de efectivo son significativos a la hora de explicar la quiebra de las compañías.

El modelo Z-Score propuesto por Altman (1968), fue desarrollado para predecir las quiebras de las firmas. En este estudio consideran información financiera de una muestra compuesta por 66 empresas industriales, dividida en dos grupos con el mismo número de firmas cada uno. El primer grupo corresponde a empresas que habían sido insolventes durante el periodo comprendido entre 1946 y 1965. Mientras que en el segundo grupo se encuentran aquellas firmas económicamente solventes.

En este primer trabajo el autor considera la composición del balance general de las compañías. En el documento que elaboró Altman (1968), la rentabilidad del activo y el cociente entre las ventas y el nivel de activos de las firmas, son los indicadores que realizan el mayor aporte en la identificación de las empresas manufactureras que entrarán en quiebra. Antes de que una empresa entre en proceso de liquidación, por lo general la mayoría de ellas dejan de pagar las obligaciones establecidas en los contratos de préstamos con los bancos u otras entidades prestatarias, haciendo relevante el análisis de la estimación de la probabilidad de *default* durante un determinado periodo de tiempo.

Posteriormente, Altman, Haldeman & Narayannan (1977) establecieron la necesidad de realizar un nuevo estudio académico, construyendo un modelo econométrico con algunas modificaciones al modelo original propuesto en 1968 y que denominaron ZETA. Su propósito es clasificar las empresas en bancarrota incluyendo en el análisis firmas medianas y grandes, compañías del sector no manufacturero y las razones financieras propias de cada compañía. Para ello, emplearon información financiera más reciente entre el año 1969 a 1975. Consideraron una muestra de 111 empresas, de las cuales 53 se encontraban en bancarrota y las 58 restantes eran económicamente solventes. El resultado principal de la estimación de este modelo es superior al que inicialmente encontró Altman (1968), debido a que permitía predecir el fracaso de las firmas con un año de anticipación, teniendo en cuenta un nivel de confiabilidad del 96%.

La metodología realizada por Altman et al. (1977) siguió siendo empleada por varios años en los trabajos relacionados con la probabilidad de quiebra de las empresas y sus determinantes.

⁵ El análisis discriminante es una técnica estadística que busca clasificar un conjunto de observaciones en grupos que han sido previamente definidos, en el que emplea una serie de funciones lineales (llamadas funciones discriminantes) que permite clasificar a los individuos que conforman la muestra en un grupo determinante, la cual tiene una serie de supuestos estadísticos sobre la forma funcional del conjunto de datos (se debe asemejar a una distribución normal multivariante, con igual varianza dentro de cada grupo).

Incluso los modelos de elección discreta (como por ejemplo el modelo probit y logit⁶) empezaron a ser utilizados en el análisis del riesgo de crédito comercial con el propósito de estimar este parámetro en la de riesgos y así poder clasificar a las firmas como solventes e insolventes. Identificaron las firmas que atraviesan dificultades económicas.

Bajo esta misma perspectiva, Lennox (1999) estima la probabilidad de incumplimiento de las empresas por medio de los modelos logit y probit y posteriormente compara esta técnica econométrica con el análisis discriminante paramétrico, con una base financiera en la que analizan 949 firmas del Reino Unido, para el periodo comprendido entre 1987 y 1994. La probabilidad de *default* de las firmas se estima en función del flujo de caja, el endeudamiento, el tamaño de empresa, la rentabilidad, razón corriente y el sector económico al que pertenece la compañía. El autor concluye que los modelos de elección discreta correctamente especificados, tienen una mejor capacidad de predicción que los modelos de análisis discriminante. Adicionalmente, Lennox (1999) señala que una firma presenta una mayor probabilidad de *default* cuando tiene bajos niveles de rentabilidad, un alto nivel de endeudamiento y presenta problemas de flujo de caja.

Así mismo, Ruano-Pardo y Salas-Fumás (2006) emplean un modelo de selección de Heckman para realizar la estimación en dos etapas, para 140,000 empresas. Los autores en la primera etapa estiman un modelo probit con el fin de estimar la probabilidad de ocurrencia de default para las compañías. La segunda etapa consiste en la estimación de una ecuación ponderada para las probabilidades estimadas en el primer paso. Identifican los determinantes del nivel de morosidad de las firmas, para ello realizan la estimación de la probabilidad de incumplimiento en función de la liquidez, el apalancamiento, la cobertura de los beneficios y una variable dicotómica asociada a la rentabilidad negativa. Los resultados sugieren que altos niveles del indicador de liquidez y una rentabilidad positiva, acompañados de bajos niveles de apalancamiento disminuye la probabilidad de incumplimiento.

Bajo el enfoque del riesgo crediticio, Gurný & Gurný (2013), realizan un trabajo de investigación similar al de Lennox (1999) dedicado a la estimación de la probabilidad de incumplimiento como parámetro crucial en la gestión de riesgos financieros. Los autores estiman la probabilidad de que las firmas incumplan con los contratos de créditos establecidos con los bancos de los Estados Unidos, empleando los modelos de elección discreta logit y probit. Consideran una muestra de 949 empresas a partir de información histórica entre 1987 y 1994. Las variables más importantes en la predicción del incumplimiento de las empresas son la rentabilidad, el nivel de endeudamiento, el flujo de caja, el tamaño de la empresa y el sector de la industria. Incluyen probar la significancia estadística de los parámetros estimados por el

⁶ Los modelos probit y logit son modelos de forma reducida donde la variable dependiente es discreta. El primero de ellos se emplea cuando la función de transformación o de enlace es una normal estándar, mientras que el segundo se parte de una función logística.

método de máxima verosimilitud y a su vez analizan el sentido económico de cada una de las variables regresoras consideradas en la estimación del modelo econométrico.

En esta misma área Nguyen (2015) a diferencia de Lennox (1999) y Gurný & Gurný (2013), proporciona una descripción detallada del proceso de construcción de los modelos de riesgo de crédito y utiliza una serie de criterios cuantitativos para identificar el modelo más adecuado, empleando datos de préstamos para automóviles establecidos en una de las mayores instituciones financieras multinacionales con sede en Francia. Emplean un modelo de regresión logística binaria con el propósito de estimar la probabilidad de incumplimiento, y así obtener una puntuación de crédito para cada empresa y estudiar las propiedades asintóticas de los parámetros.

Siguiendo el análisis del riesgo crediticio, varios trabajos para Colombia han empleado modelos de variable discreta con el propósito de estimar la probabilidad de incumplimiento de las firmas. Por ejemplo, Martínez (2003) estima los determinantes de la fragilidad de las empresas colombianas, en la cual considera información de los estados financieros de las compañías del año 2001. Para este propósito, estima un modelo probit, donde la variable dependiente toma el valor unitario si la firma entró en incumplimiento y cero caso contrario. Martínez (2003) encontró que los indicadores microeconómicos propios de las firmas como rentabilidad, liquidez y endeudamiento son importantes para explicar esta fragilidad. La gran desventaja del estudio realizado por este autor es que se estima el modelo para un sólo periodo de tiempo, por lo que no permite la inclusión de los efectos de las variables macroeconómicas ni la manera cómo varían estas a través del tiempo.

Con el propósito de corregir el problema del tiempo analizado, Arango, Zamudio y Orozco (2005) estiman un modelo de riesgo crediticio para las firmas, teniendo en cuenta información del sector corporativo colombiano entre el año 1994 y 2004. Incorporan como variable explicativa la variación del producto interno bruto (*PIB*) del país a precios constantes, y encuentran una relación negativa entre este indicador y la probabilidad de incumplimiento. Los autores estiman la probabilidad de quiebra de las empresas colombianas, como una parte crucial en la evaluación de los riesgos que enfrenta el sistema monetario. A partir de las probabilidades generadas y el nivel de deuda interna de cada una de las firmas, identifican donde se encuentran los mayores riesgos. Concluyen que las compañías grandes tienen una menor probabilidad de quiebra en relación con las firmas de menor tamaño.

Por otro lado, Gómez-Gonzalez & Kiefer (2009) emplean una metodología diferente a la realizada por Martínez (2003) y Arango et al. (2005). Los autores consideran como técnica econométrica los modelos de duración, con el propósito de analizar el tiempo que demoran las entidades en incumplir con sus obligaciones financieras, con información de 110 instituciones financieras al corte de junio de 1998. Los autores estiman el tiempo que demoran los establecimientos de crédito en fallar después de la ocurrencia de un choque negativo que afecté

al SF colombiano. En principio estiman la función de supervivencia por el método de Kaplan – Meier y posteriormente emplean el modelo de riesgo proporcional semiparamétrico de Cox (1972). La justificación que dan los autores para usar este tipo de modelos y no los modelos paramétricos (como el exponencial o weibull⁷) es la no monotonidad de la función *hazard* o de riesgo. Los resultados de la estimación del modelo muestran que la rentabilidad, el nivel de endeudamiento, el tamaño de las empresas y el sector económico son variables importantes a la hora de estimar el riesgo relativo de que una institución financiera fracase.

Adicional a estos trabajos, Zamudio (2007) propone la estimación de un modelo logístico ordinal⁸, con el propósito de obtener la probabilidad de *default* de las firmas que tienen obligaciones financieras con las entidades que conforman el sistema monetario colombiano. El autor identifica los determinantes de incumplimiento de las empresas colombianas con las entidades financieras prestatarias. El estudio considera el endeudamiento del sector corporativo privado con el SF durante el periodo 1998-2005. En cuanto a la estimación de la probabilidad de *default* de las firmas, la variable dependiente está dada por la calificación de los créditos otorgados⁹. El autor encuentra que la liquidez, el tipo de entidad que otorgó el préstamo, la variable de crecimiento económico del país (PIB) y el sector económico al cual pertenece la firma, son importantes en la estimación de la probabilidad.

Siguiendo con el análisis del trabajo realizado por Zamudio (2007), éste no tiene en cuenta el supuesto de líneas paralelas o *proportional odds ratio*, en el cual se parte de que los coeficientes de la ecuación de regresión logística son los mismos para todas las calificaciones de riesgo de crédito otorgadas a las firmas. Si este supuesto no se verifica estadísticamente, los estimadores serán sesgados e ineficientes. Incluso el signo de los parámetros estimados puede cambiar. Con lo descrito anteriormente, es necesario estimar un modelo logístico ordinal generalizado, donde se estima un parámetro diferente para cada una de las variables regresoras. Es posible que los parámetros estimados para algunas variables sean estadísticamente y en otras no. Para este propósito se emplea el test de *Brant*. Este aspecto no lo tiene en cuenta Zamudio (2007) en su investigación, mientras que en el presente documento se valida este supuesto estadísticamente en ambos sector económicos de tal manera que los parámetros estimados sean insesgados y asintóticamente eficientes¹⁰.

⁷ La función de riesgos de la distribución exponencial debe ser constante a través del tiempo, mientras que en la distribución Weibull, esta función debe ser monótona, es decir debe crecer siempre o disminuir en cada instante del tiempo.

⁸ Si la variable dependiente toma más de dos opciones, se conoce como un modelo multinomial, si además dentro de los valores posibles de esta variable hay un orden jerárquico entre las categorías consideradas, el modelo es ordenado.

⁹ En Colombia, la SFC regula los bancos y clasifica los créditos como A, B, C, D o E. En el Anexo A del presente documento se encuentra la clasificación y como se obtiene de manera detallada la misma.

¹⁰ En el anexo F y G se presenta la validación del supuesto para las empresas industriales y comerciales respectivamente.

Las investigaciones mencionados anteriormente han utilizado información financiera de las firmas colombianas, sin analizar a fondo el impacto que pueden tener indicadores macroeconómicos como la variación anual del producto interno bruto sobre la probabilidad de incumplimiento de las firmas que tienen obligaciones contractuales con los establecimientos de crédito y en particular para una entidad financiera colombiana. Las variables macroeconómicas permiten capturar los efectos de la dinámica de la economía, lo que significa una contribución adicional para predecir la probabilidad de que una empresa incumpla con las obligaciones financieras, durante un periodo de 12 meses. Este documento involucra los estudios realizados para Colombia, incorporando un conjunto de variables microeconómicas de las empresas que pertenecen al sector económico industrial y comercial, un indicador de comportamiento de pago, una variable de crecimiento económico del país (PIB) y el tamaño de empresa. Esta última variable se encuentra clasificada por el nivel de activos de las empresas.

2. MARCO TEÓRICO

La teoría económica ha analizado la importancia de los agentes intermediarios en el desarrollo económico de un país. El trabajo de Gurley & Shaw (1955) abarca este tema y considera a los bancos como agentes intermediarios del sistema financiero (SF). La función de estas entidades, es captar los depósitos de los ahorradores o prestamistas y posteriormente canalizarlos hacia los agentes deficitarios, con el propósito de financiar proyectos de inversión en el mercado financiero. Los bancos han diversificado los canales de intermediación haciendo que los recursos monetarios fluyan entre los agentes, esto generará la posibilidad de financiar un mayor número de proyectos de inversión y a la vez se multiplicarán las variedades de los créditos otorgados. Adicionalmente, se estará generando un crecimiento económico y se benefician tanto los bancos, como los empresarios e inversionistas. Si el SF se encuentra bien estructurado y desarrollado, se tendrá un efecto positivo en el crecimiento de la economía; mientras que si es subdesarrollado y los intermediarios financieros no tienen un progreso a nivel tecnológico, el crecimiento económico se retrasaría aún más en relación a los intermediarios que si tienen una innovación tecnológica.

En este contexto, Gorton & Winton (2002) explican porque deben existir los intermediarios financieros. Estas entidades surgen debido a las asimetrías en la información que se presentan en el mercado entre los agentes prestamistas y prestatarios. Estos últimos agentes por lo general poseen información en beneficio propio, por ello la importancia de los bancos para lidiar con el problema de información asimétrica. Estas entidades son las encargadas de generar confianza a los depositantes, para que estos últimos entreguen a los intermediarios sus depósitos y así los bancos dispongan de los mismos para financiar proyectos de inversión a las empresas o personas naturales. Con los bancos, el flujo de préstamos en la economía se estará mejorando. Los dos tipos de información asimétrica que se deben abordar son la selección adversa y el riesgo moral. De hecho, uno de los modelos económicos que introduce el problema de riesgo moral en un mercado con información asimétrica, es el trabajo de

Holmsstrom & Tirole (1997). Ellos desarrollan un modelo en el que las firmas y los intermediarios financieros son de capital restringido. En este modelo, la banca privada debe inspeccionar a las empresas antes de desembolsar el dinero y luego deberá realizar un seguimiento a las mismas, de tal manera que el problema de riesgo moral disminuya.

Holmsstrom & Tirole (1997), asume que los agentes prestatarios son neutrales al riesgo, por lo que pueden elegir proyectos de inversión que presenten un mayor rendimiento, siendo estos en general más riesgosos. En el modelo, las firmas no pueden ser monitoreadas por otras firmas, debido a que no tienen suficientes recursos para invertir en un sistema de monitoreo o no tienen suficiente experiencia en el sector y la única entidad que lo puede hacer es el banco. A parte del riesgo moral que aborda Holmsstrom & Tirole (1997) en su modelo, también es necesario tener en cuenta el riesgo de selección adversa al que se deben enfrentar los intermediarios financieros cuando otorgan créditos a las empresas; problema que aborda Stiglitz & Weiss (1981) y Bester (1985) en sus trabajos de investigación.

Stiglitz & Weiss (1981) y Bester (1985) coinciden en que el problema de selección adversa se presenta cuando los agentes intermediarios en su afán por incrementar las utilidades, otorgan préstamos a las empresas más riesgosas. Stiglitz & Weiss (1981) proponen un modelo de racionamiento de crédito, en el que los bancos en el intento de disminuir el riesgo de que los agentes prestatarios no cumplan con el pago de las obligaciones contractuales, se ven en la necesidad de reducir el número de créditos que conceden en el mercado financiero, incluso cuando los intermediarios financieros tienen suficiente capital destinado a los contratos de crédito. En el escenario de que no existan mecanismos de control para monitorear a las empresas, llevaría a que el flujo de fondos prestables en el mercado sea más difícil y a la vez se impediría la ejecución de proyectos de inversión económicamente viables.

En el modelo de Stiglitz & Weiss (1981), el tipo de interés que los intermediarios financieros acuerdan en los contratos de préstamos, puede afectar el nivel de riesgo de crédito que los bancos están dispuestos asumir. Este grupo de autores encontró que es necesario fijar la tasa de interés de préstamo que maximiza las utilidades esperadas de los intermediarios y concluyen que cualquier tasa de interés superior a la tasa de equilibrio en el mercado, implicará una ganancia menor para los bancos y, por consiguiente, habrá racionamiento de crédito en la economía, lo que puede deberse al problema de información asimétrica, ya sea por riesgo moral o selección adversa.

En Bester (1985), el financiamiento o no de los proyectos de inversión que los empresarios están dispuestos a llevar a cabo, depende necesariamente de los contratos de crédito que ofrecen los intermediarios financieros. Por lo anterior, es necesario que este grupo de entidades diversifiquen su portafolio de créditos. En este sentido, Bester (1985) argumenta que las garantías colaterales son una opción que los bancos deben tener en cuenta a la hora de otorgar créditos a los empresarios, de tal manera que puedan generar una gran variedad de préstamos

en el mercado. Dichas garantías son necesarias en el análisis del riesgo de incumplimiento de los créditos, debido a que respaldan los préstamos. El autor subraya que los bancos pueden realizar una segmentación de las empresas, teniendo en cuenta los tipos de interés de los préstamos y las garantías de los mismos. Dicha segmentación viene dada por: i) empresas de alto riesgo, ii) empresas de bajo riesgo. En el primero, las garantías que los bancos exigen a las empresas son bajas y la tasa de interés que adjudican a las mismas empresas es la más alta del mercado. En el segundo grupo, las firmas de bajo riesgo se caracterizan por tener una tasa de interés baja y una garantía elevada. Bester (1985) a diferencia de Stiglitz & Weiss (1981) descarta la posibilidad de que haya un racionamiento de crédito, debido a que los bancos tienen la capacidad de distinguir a las empresas en dos grupos de riesgo de crédito.

Otro de los trabajos que trata de resolver el problema de selección adversa, es el de Leland & Pyle (1977), en el que desarrollan un modelo de señalización, para analizar la transferencia de información de los proyectos de inversión. En el caso que los empresarios invierten capital en su propio proyecto, esta información les servirá a los intermediarios financieros como una señal de la calidad del proyecto. El precio que deben asumir los bancos por dicha información, está relacionada con la credibilidad de la misma y reflejará la calidad media del proyecto en el mercado. Los autores tienen en cuenta la teoría de la estructura financiera de las firmas, abordada inicialmente por Modigliani & Miller (1958) en su teorema. En esta investigación, exponen que el valor de mercado de una firma no se ve perjudicada por la estructura de financiación de la misma, en un mercado que funciona perfectamente. Los supuestos económicos necesarios que plantean Modigliani & Miller (1958) para la construcción del teorema es la inexistencia de impuestos, no deben existir costos de transacción y la información para cada agente se encuentra libremente en el mercado financiero. Leland & Pyle (1977) a diferencia de Modigliani & Miller (1958), tiene en cuenta un mercado con información asimétrica, en el que argumentan que la estructura de capital de la empresa normalmente está relacionada con el valor de mercado de la misma, incluso cuando en el mercado hay ausencia de impuestos.

Posteriormente, Diamond (1984) extiende la idea de Leland & Pyle (1977), en la que introduce los costos de información en mercados con asimetrías en la información. Diamond (1984) analiza los determinantes de los costos que surgen en la supervisión de los proyectos de inversión que se llevan a cabo en el mercado y desarrolla un modelo económico en el que un intermediario financiero tiene un menor costo en la inspección de los proyectos de inversión en relación a los préstamos que realizan directamente los agentes prestamistas con los prestatarios. Este grupo de autores manifiestan que “la deuda es el contrato óptimo entre los agentes intermediarios y los depositantes”¹¹ (Diamond, 1984, p. 395). En el modelo se parte del supuesto de que la información que es monitoreada o inspeccionada por un agente no puede ser observada por otro agente sin incurrir en un costo.

¹¹ Traducción del autor

En Diamond (1984), a medida que el número de préstamos que otorgan los bancos a los agentes deficitarios tiende a infinito y a su vez los rendimientos de los proyectos financiados no se encuentren correlacionados entre sí, el costo de monitoreo que deben asumir los intermediarios financieros se aproximará a cero. En este caso, el riesgo moral en el que incurren los bancos disminuirá. En su modelo, cuando los costos de monitoreo que deben asumir los bancos se aproxima a cero, implica que ninguna otra estructura de monitoreo delegada por otro agente, tendrá menores costos de supervisión. Diamond (1991) sigue esta misma línea de investigación y añade la reputación que adquieren las firmas a partir de la intensidad de monitoreo. Dicha reputación se logra pagando de manera cumplida los préstamos a los bancos a través del tiempo. Los nuevos prestatarios comenzarán con una reputación baja, debido a que no tienen un historial sobre el comportamiento de pago de las obligaciones financieras que hayan tenido en periodos pasados, mientras que aquellos prestatarios que han tenido una buena reputación en el mercado, son capaces de emitir deuda directa con el paso del tiempo. Las firmas que no tengan una buena reputación y el nivel de endeudamiento o apalancamiento sea alto, generalmente solicitarán a los bancos que los proyectos sean financiados en un periodo de largo plazo.

Los intermediarios financieros no sólo deben lidiar con el problema de selección adversa y riesgo moral, sino que también son vulnerables a las corridas bancarias, lo que hace importante analizar la provisión de liquidez de los bancos y que comienza con el modelo clásico de Diamond & Dybvig (1983). En esta investigación, una de las hipótesis establece que cuando los depositantes entran en pánico por desconfianza de una economía, se apresuran a retirar sus depósitos, incluso esta misma decisión la toman aquellos depositantes que no estaban preocupados por el fracaso de los bancos. Para prevenir las corridas bancarias, emplean como mecanismos: i) la suspensión temporal del pago de los depósitos, ii) los seguros de depósitos. En la primera, se restringen los retiros de los depositantes en la economía, con el propósito de alcanzar una distribución óptima de los riesgos. El segundo de ellos, los proporciona el gobierno y resulta ser una mejor alternativa, debido a que no es necesario cancelar los proyectos de inversión de los bancos, aunque los ahorradores retiren sus depósitos en el mismo instante del tiempo. Este mecanismo es una opción viable, siempre y cuando haya algún tipo de regulación bancaria por parte del gobierno.

Autores como Jacklin & Bhattacharya (1988), Cooper & Ross (1997) y Ennis & Keister (2010) comparten la misma hipótesis de Diamond & Dybvig (1983) y coinciden en que una economía se presentan agentes pacientes e impacientes. Los agentes pacientes son capaces de consumir luego que el proyecto de inversión ha madurado en un determinado periodo, mientras que los agentes impacientes deciden retirar prematuramente sus depósitos. Este grupo de autores asumen que función de utilidad de los agentes es continua, creciente y estrictamente cóncava. En Diamond & Dybvig (1983) argumentan que las corridas bancarias se deben al mismo comportamiento de los depositantes, que son suficientemente aversos al riesgo. En Jacklin & Bhattacharya, las corridas bancarias pueden surgir de manera aleatoria o debido al problema de

información asimétrica. Por su parte, Ennis & Keister (2010) añaden que la innovación tecnológica, puede tener implicaciones en la fragilidad financiera de los bancos en el futuro. En Cooper & Ross (1997) se argumenta que las corridas bancarias se producen cuando los costos de liquidación son suficientemente grandes.

Adicional a estos trabajos, Gorton & Huang (2004) señalan que el gobierno es el encargado de rescatar a los bancos en una crisis financiera, más no un agente privado, debido a que es muy costoso para los agentes comprar una gran parte del nivel de activos del sistema bancario. Los rescates financieros es un claro ejemplo de la provisión de liquidez pública que proporciona el estado. Una de sus funciones primordiales es suministrar liquidez mediante la emisión de títulos públicos, respaldados por los recursos monetarios que recibe la misma entidad, fundamentalmente por el cobro de impuestos. Dichos rescates, se producen mediante la compra de préstamos bancarios a precios favorables o por medio de la compra de acciones, en el que esta última opción es una garantía que los bancos conceden al gobierno por los préstamos, generalmente en un periodo de largo plazo.

Gorton & Huang (2004) y Allen & Gale (2000) coinciden en que la mayoría de las crisis financieras se deben por un choque negativo que afecta la estabilidad del sistema monetario y a una gran cantidad de instituciones financieras. Allen & Gale (2000) añaden que las crisis se pueden producir por un efecto de contagio financiero, debido precisamente por la estructura financiera de los bancos. El impacto inicial de un choque negativo en algunos bancos, se verá reflejado posteriormente en el resto de las instituciones, afectando a toda la economía. En esta estructura, cada uno de los bancos tiene vínculos con algunos bancos, más no con todos los bancos que conforman el sistema monetario. Por su parte, Diamond & Rajan (2001) señalan que aunque las crisis financieras conllevan al colapso del SF, es necesario analizar los problemas de liquidez y de solvencia de los intermediarios.

En Diamond & Rajan (2001), cuando las crisis financieras se producen, los proyectos de inversión de los bancos deben ser cancelados, por una reducción en el nivel de sus activos. Para que esto no suceda, los bancos deben tener suficientes reservas económicas y así asegurarse contra el riesgo de liquidez, lo que permite a los depositantes retirar sus recursos cuando lo deseen. En caso que las empresas no cumplan con sus pagos, los intermediarios deberán embargar los bienes de las firmas y ponerlos a la venta para recuperar sus fondos monetarios. Para este grupo de autores, la fragilidad financiera es una característica deseable de los intermediarios financieros, debido a que permite la creación de liquidez.

Las investigaciones de Gorton & Huang (2004), Allen & Gale (2000), Diamond & Rajan (2001), coinciden que en caso que se presente una crisis financiera, es necesaria la intervención del gobierno. En los dos primeros se analiza el problema de liquidez causado principalmente por los contratos de deuda que emiten los bancos. Allen & Gale (2004) aunque siguen la misma línea de investigación de Gorton & Huang (2004), proponen un modelo económico

que analiza los fallos en el mercado financiero y distinguen a los agentes intermediarios en función de si emiten: i) contratos completos, ii) contratos incompletos. El primero hace referencia a los contratos que los bancos proporcionan por ejemplo a las entidades del estado. Dichas entidades siempre cumplirán con el pago de las obligaciones contractuales, debido a que tienen el respaldo del gobierno, por lo que no se presentan asimetrías en la información. Mientras que en el segundo tipo de contrato, existe la posibilidad de que los bancos incurran en pérdidas monetarias, que surgen de aquellos deudores que no cumplen con sus pagos.

En esta misma dirección, Aghion & Bolton (1992) desarrollan una teoría económica sobre la estructura de capital de las firmas, basada en los contratos financieros y en los costos de transacción de los mismos. Estos autores señalan que los contratos financieros que se establecen entre los agentes intermediarios y prestatarios son intrínsecamente incompletos. En su documento, el nivel de endeudamiento que contraen las empresas a través de los contratos incompletos que emiten los intermediarios financieros, es de suma importancia en la determinación de la estructura financiera de las firmas. Incluso argumentan que entre mayor sea el endeudamiento que tengan las empresas con los intermediarios, mayor será el riesgo de incumplimiento de los contratos de crédito.

Refiriéndose a la regulación bancaria que debe realizar el gobierno y que fue abordada inicialmente por Diamond & Dybvig (1983) en su modelo económico, otras investigaciones como Farhi, Golosov & Tsyvinski (2009), Perotti & Suarez (2011), Kocherlakota (2010) y Farhi & Tirole (2012) amplían este aspecto. Por ejemplo, Kocherlakota (2010), argumenta que las crisis financieras pueden generar un colapso del sistema monetario, esto hace que el gobierno termine proporcionando recursos a través de garantías de deuda. Es indispensable tener una regulación bancaria en la economía, con el propósito de disminuir en lo posible los rescates financieros. Para ello, es necesario contar con un sistema tributario bien estructurado y donde se deben crear impuestos a las instituciones financieras. Para Kocherlakota (2010), independientemente de la regulación bancaria que se tenga y de las nuevas legislaciones o reformas que implemente el gobierno, siempre estará inmersa la posibilidad de que se rescate a los bancos.

En Farhi et al. (2009), se enfocan en desarrollar un modelo de intermediación financiera, en el que los bancos deben proporcionar un seguro contra los choques de liquidez. Dichas entidades deben realizar una provisión relacionada con la proporción de activos que tienen destinados a invertir en el corto plazo. Como regulación bancaria, los autores señalan que se deben disminuir las tasas de interés en un periodo de largo plazo, de tal manera que se pueda restaurar la eficiencia en el mercado. Estas tasas sólo pueden ser modificadas por el gobierno; entidad que sólo puede actuar como intermediador de último recurso para satisfacer necesidades de liquidez en periodos de crisis financieras, más no para ayudar económicamente a los bancos en cualquier momento del tiempo.

En este sentido, Farhi & Tirole (2012) argumentan que el gobierno es de suma importancia en la regulación óptima de las tasas de interés, debido a que ayuda a controlar la oferta del crédito de los bancos, dependiendo de las características de la economía. Cuando el banco central interviene a las instituciones financieras en periodos de crisis, hay diversas formas para disminuir los costos de los préstamos que conceden a los bancos de manera efectiva, como por ejemplo reducir las tasas de interés de los fondos federales; tasa que sólo aplica en el momento que el banco central otorga préstamos a los intermediarios. Otra opción es ampliar las garantías que respaldan las deudas de los bancos, incluso en algunas ocasiones se aceptan como garantías activos de baja calidad. Dicha intervención bancaria, tendrá un efecto en el patrimonio neto del banco central.

Perotti & Suarez (2011) a diferencia de Farhi et al. (2009) y Farhi & Tirole (2012), se encarga en analizar el crecimiento del crédito en periodos donde la economía no se encuentra restringida. En el documento subrayan que los bancos difieren en las oportunidades de otorgar créditos a los empresarios; es decir, no todas las entidades expanden sus créditos al mismo ritmo y los incentivos que tienen cada una de las entidades a la hora de asumir riesgos es diferente. Para Perotti & Suarez (2011), es necesario implementar un impuesto pigouviano en la financiación en el corto plazo, el cual busca corregir externalidades negativas. Precisamente, se restringen los contratos de deuda en la etapa expansiva, de tal manera que se pueda disminuir el retiro de recursos monetarios en periodos de crisis financieras. Este impuesto busca preservar la calidad de los créditos en el mercado financiero y controlar el exceso de confianza de los intermediarios. Con el impuesto se está generando una cobertura de liquidez.

En cuanto a la oferta del crédito que se mencionó anteriormente, está a menudo tiene un comportamiento cíclico. Por ejemplo, Kiyotaki & Moore (1997) realiza un estudio teórico sobre la actividad crediticia. En su modelo, activos duraderos de las empresas como terrenos, edificios y maquinaria se pueden emplear como factores de producción y a la vez como garantías que respaldan las deudas crediticias. Una economía se encuentra en una etapa de recesión, cuando en un determinado periodo el nivel de producción de las empresas disminuye por un choque, por lo que experimentarán a su vez una reducción en los precios de los activos, lo cual conlleva a una restricción en el acceso a los créditos de las firmas al siguiente periodo. Incluso perturbaciones que se generen en la innovación tecnología o en la distribución de los ingresos de los hogares, puede traer consecuencias negativas en el nivel de producción de las empresas y en los precios de los activos de las mismas. En esta etapa, el patrimonio neto de las empresas disminuirá y el cumplimiento de pago de las obligaciones que ya hayan tenido con los bancos se verá afectado en el tiempo.

Por el contrario, en periodos donde no se presenten choques en la productividad y el precio de los activos de las empresas aumente, el acceso a los créditos para las firmas será más fácil. En la etapa expansiva del crédito, se tendrá un mayor rendimiento de los proyectos de inversión de los intermediarios financieros, lo que termina acelerando el crecimiento de la economía. En

esta etapa, tanto las empresas como las personas naturales tienden a cumplir con sus pagos, es decir, que el riesgo de incumplimiento en teoría será menor. En cualquier caso, se debe estimar la probabilidad de incumplimiento de los préstamos que conceden los bancos a las firmas por medio de los modelos de riesgo de crédito que tengan internamente estas entidades, además de ello, tendrán que imponer sanciones no pecuniarias a las empresas, en caso que no cumplan con el pago de las obligaciones financieras. Dichos modelos son necesarios para tratar de descartar a las empresas que son realmente riesgosas y así el problema de selección adversa en el que incurren los bancos disminuya. Además, se empleen las probabilidades de incumplimiento que proporcionan los modelos de riesgo, para asignarle a las empresas los máximos montos de capital a prestar.

Dependiendo de la formulación de una investigación, los modelos de riesgo crediticio se pueden dividir por un lado en los modelos estructurales y por otro en los modelos de forma reducida, tal como lo señalan McNeil, Frey & Embrechts (2005). En cuanto a los modelos estructurales, primero se identifican las circunstancias en las cuales se espera que las empresas entren en incumplimiento y posteriormente se estima la probabilidad de que esto suceda, para ello se emplea el modelo de Merton (1974). Este autor propone un modelo económico en el que relaciona el riesgo de *default* con la distribución de los activos de las firmas. Según el modelo estructural, una empresa entrará en *default* cuando el nivel de sus activos sea inferior al valor de sus pasivos. De la identidad contable: $\text{Activos} = \text{Pasivos} + \text{Patrimonio}$ y del supuesto según el cual los accionistas reciben el valor residual de la empresa, si los pasivos de la firma superan el valor de los activos de la misma, entonces el valor del patrimonio será nulo y se esperaría que la empresa ejerza la opción de declararse en bancarrota.

Merton (1974) subraya que el valor histórico del nivel de activos y pasivos que tiene la empresa, permite estimar el umbral o punto de corte en el que la firma entrará en quiebra. La opción que tiene la firma de declararse en *default* se puede obtener a través de la teoría de opciones financieras. En este modelo se supone que las firmas tienen dos formas de financiación: por medio de la emisión de acciones y de deuda, por lo que las empresas tienen obligaciones con los accionistas y con los acreedores. Adicionalmente, se debe suponer que no existen costos de transacción, los impuestos son nulos y no podrá pagar dividendos ni recomprar acciones antes de la fecha de vencimiento de la deuda adquirida.

Los supuestos descritos anteriormente son demasiados restrictivos debido a que en la práctica las empresas se endeudan en cualquier instante del tiempo. En la estimación del modelo de Merton (1974) se debe considerar como variables explicativas el valor de los activos y pasivos de la empresa y se debe trabajar bajo el supuesto de que los agentes son neutrales al riesgo. Este modelo se emplea generalmente para estimar la probabilidad de ocurrencia de incumplimiento de las firmas que cotizan por ejemplo en la bolsa de valores de Colombia durante un determinado periodo de tiempo.

En el presente documento se consideran los modelos de elección discreta con el objetivo de estimar un modelo de riesgo de crédito que permita estimar la probabilidad de que una firma que pide un préstamo a una entidad financiera incumpla con sus obligaciones financieras en un determinado tiempo. Los modelos de forma reducida también se conocen como de intensidad, en la que se define exógenamente un proceso estocástico para el evento de *default*. Comúnmente los modelos de regresión logística especifican ecuaciones de forma reducida y estiman la probabilidad de incumplimiento a partir de información histórica de clientes que tienen obligaciones contractuales con los establecimientos de crédito.

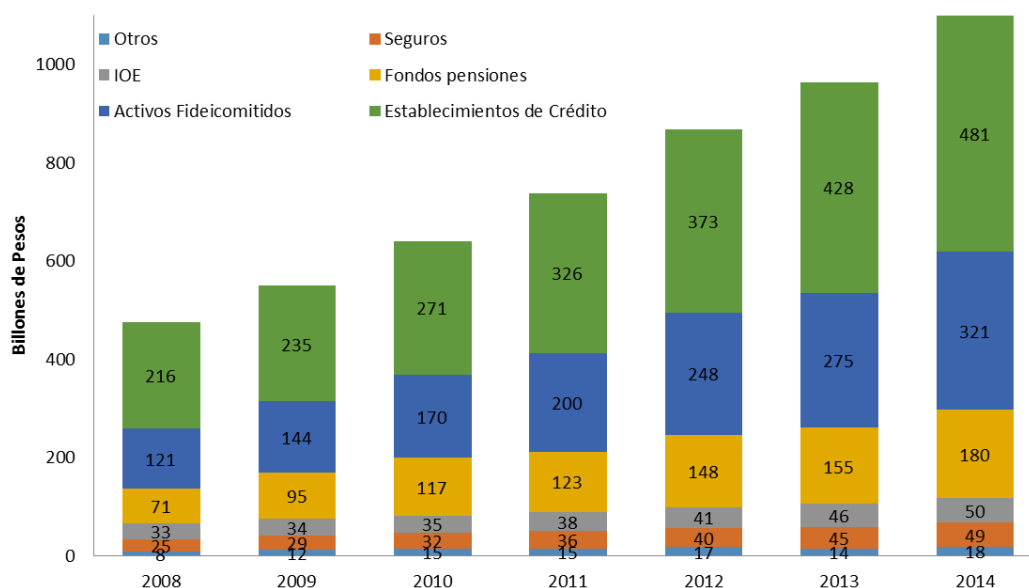
3. UN PANORAMA GENERAL DEL SISTEMA FINANCIERO COLOMBIANO

El SF está conformado principalmente por dos grupos de entidades: establecimientos de crédito e instituciones financieras no bancarias. En el primer grupo se encuentran las entidades bancarias, compañías de financiamiento comercial y cooperativas financieras, mientras que en segundo grupo se encuentran las administradoras de fondos de pensiones, sociedades fiduciarias, sociedades administradoras de inversión y compañías de seguro, sociedades comisionistas de bolsa. Las entidades correspondientes al primer grupo, desempeñan dos funciones fundamentales dentro del sistema: administran una parte de los ahorros del público en general y es la principal fuente de financiamiento de las firmas del sector real y de los hogares colombianos que solicitan recursos monetarios. Por otro lado, las instituciones financieras no bancarias son agentes económicos cuyo oficio radica en la presentación de asesoría financiera y administración de portafolios.

En general, las entidades que conforman el SF colombiano se encargan de captar, administrar y colocar los recursos a las firmas y hogares colombianos. Este conjunto de entidades están organizadas de tal forma que intenten cubrir las necesidades de las firmas y de los hogares, de tal manera que el ciclo económico no pierda el crecimiento y así permita la inversión de proyectos hacia las diferentes actividades productivas como por ejemplo comercio, industria, servicio, construcción, entes territoriales, innovación tecnología y la expansión de mercados, es decir; que el sistema contribuya al progreso de una sociedad por medio de los agentes intermediarios.

En la Gráfica 1 se aprecia el crecimiento anual de la cartera del SF colombiano, en el que se destaca para el año 2014 un crecimiento real anual de 9.8% en sus activos totales, los cuales se ubicaron en \$1100 billones (b) aproximadamente, aumentando \$136b en relación a diciembre del año inmediatamente anterior. Del total de activos para el año 2014, \$481b correspondieron a los establecimientos de crédito, \$321b a las fiduciarias, \$180b a los fondos de pensiones y cesantías, mientras que los \$117b restantes a las demás entidades supervisadas por la SFC. Cabe resaltar que para el año 2014, el total de activos de los bancos representa el 90.8% del total de los establecimientos de crédito.

Gráfica 1. Activos totales del sistema financiero colombiano

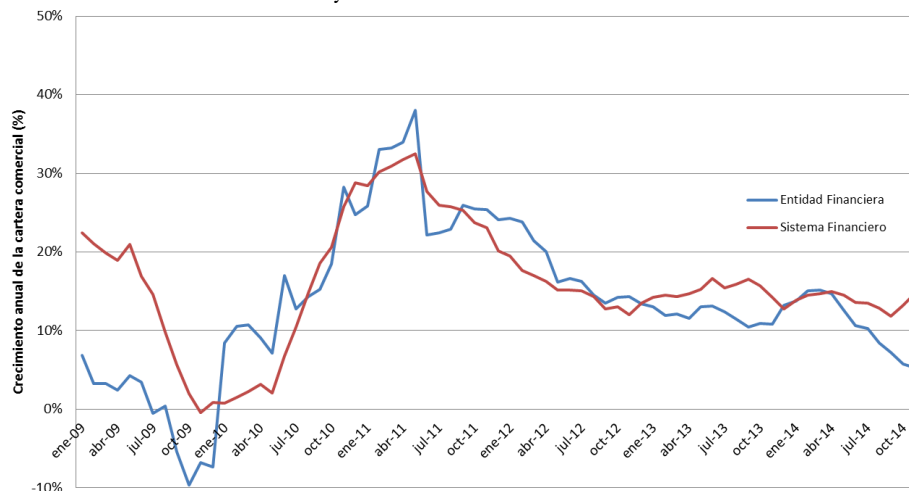


Fuente. Elaboración y Cálculos de la SFC. Cifras al cierre de cada año

En cuanto al porcentaje de participación promedio de los activos durante el periodo 2008 a 2014, los establecimientos de crédito tienen la mayor participación del total (43.72%), seguido de los activos fideicomitidos y fondos de pensiones, con una contribución del 27.37% y 16.65% respectivamente, mientras que el 12.26% restante pertenece a los seguros, instituciones oficiales especiales u otras entidades que conforman el SF colombiano. Respecto al crecimiento promedio anual de los diferentes grupos de entidades del sistema monetario, los activos fideicomitidos y los establecimientos de crédito son los que más han crecido durante los últimos 6 años, con un crecimiento del 17.2% y 14% respectivamente, mientras que las instituciones oficiales especiales son las que menos han crecido (6.32%).

Refiriéndose al crecimiento real anual de la cartera comercial en el último semestre del año 2014, en la Gráfica 2 se aprecia que la cartera del SF exhibió un comportamiento en forma descendente, reportando a junio una tasa de crecimiento del 10.66% anual, mientras que en noviembre del mismo año se redujo aproximadamente a la mitad (5.31%). Esto se debe principalmente a una reducción de la variación anual del producto interno bruto del país (cabe mencionar que durante el primer trimestre del año 2014 este indicador macroeconómico se encontraba en un 6.5%, mientras que para el tercer trimestre se redujo a un 4.2%). En esta misma gráfica se evidencia una desaceleración en el ritmo de crecimiento de la cartera total del SF a partir del segundo semestre del año 2011, permaneciendo alrededor del 15% durante los años 2013 y 2014. Aunque la cartera real anual durante los últimos cuatro años continúa creciendo a tasas superiores al 10%, la menor dinámica durante el tercer y cuarto trimestre del año 2012 puede ser resultado de una disminución de la variación anual del producto interno bruto a precios constantes (indicador que estuvo por debajo del 3%).

Gráfica 2. Crecimiento real anual de la cartera en el periodo 2009-2014 para los bancos del SF y la entidad financiera



Fuente: SFC, Cálculos del autor

El comportamiento del crecimiento real anual de la cartera de la entidad financiera considerada en la presente investigación es muy similar al comportamiento del sistema monetario en cada uno de los meses. Por ejemplo en el año 2009 hubo una desaceleración de este indicador tanto en el SF como la entidad financiera y posteriormente hubo un crecimiento hasta el primer trimestre del año 2012, tal como se aprecia en la Gráfica 2. El coeficiente de correlación lineal de Pearson entre estos dos indicadores financieros es del 73.46%, teniendo en cuenta información entre el año 2009 y 2014, por lo que la relación es directa y alta. Por lo descrito anteriormente, a medida que el crecimiento de la cartera bruta aumente para la entidad financiera, se espera que también suceda lo mismo para el SF.

Respecto a la disminución notoria del crecimiento de la cartera vencida presentado en el año 2011, se debe principalmente a la variación anual del producto interno bruto del país a precios constantes que estuvo por encima del 5% desde diciembre del año 2010 y todo lo recorrido del año 2011 (siendo durante este periodo de tiempo el indicador del *PIB* más alto en los últimos años) es por ello que se presentó una desaceleración del crecimiento de la cartera vencida. Adicionalmente, la correlación lineal de Pearson entre este indicador y el *PIB* es del -70.52% (teniendo en cuenta información entre el año 2009 a 2014), por lo tanto, a medida que el indicador de cartera vencida aumente, se espera que la variación del *PIB* disminuya o viceversa. La mayoría de las entidades financieras aumentaron el ritmo de colocación especialmente para el primer semestre del año 2011, estando por encima del 20%, puesto que el indicador de crecimiento económico del país fue superior al 6.2%.

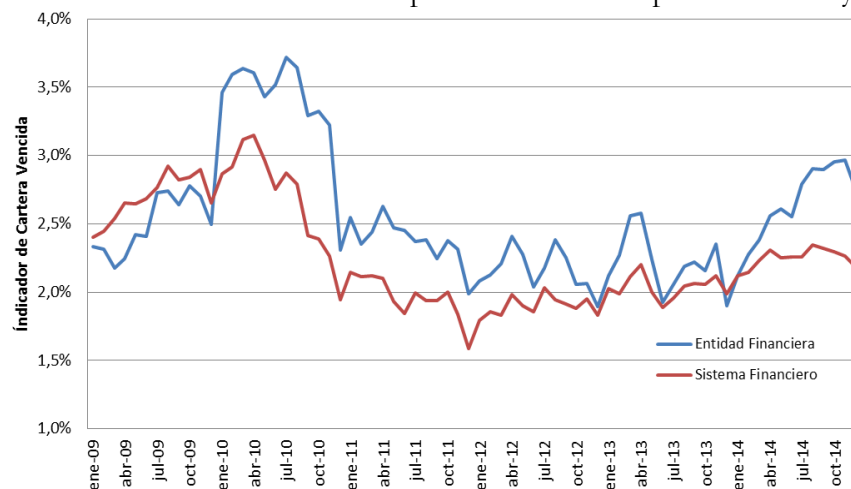
Con el fin de analizar una posible relación entre la cartera comercial del sistema financiero y la variación anual del *PIB* a precios constantes, se estima el coeficiente de correlación lineal de Pearson ente el indicador de cartera vencida (ICV) y el *PIB* entre el año 2009 y 2014.

Adicionalmente, se calculó este coeficiente entre el ICV de la entidad financiera y el PIB. Cabe mencionar que el cálculo del ICV mensual se genera a partir del cociente entre el saldo vigente de las firmas con mora mayor a 30 días y el monto total en riesgo mensual, que se expresa por lo general en términos porcentuales.

En la Gráfica 3 se observa que el indicador de cartera vencida para el portafolio comercial del SF tiene un comportamiento similar al indicador registrado para la entidad financiera. Para el año 2009 y 2010, el ICV tuvo los más altos índices de los últimos seis años, lo cual se puede ver explicado por la variación anual del *PIB*. En estos dos años, el indicador de crecimiento económico del país estuvo por debajo del 3.6%, lo que hace posible que el ICV aumente, debido a que la relación entre ambas variables es inversa, es decir; a menor *PIB* se espera que el ICV se incrementé o viceversa. Por ejemplo, el coeficiente de correlación lineal de Pearson entre el ICV del SF y el *PIB* es del -60.57%, mientras que la correlación lineal con el ICV de la entidad financiera es del -56.77%.

Para el año 2014, la economía colombiana creció por encima del 4.6% con relación al año inmediatamente anterior, lo que hace posible que el indicador de cartera vencida para este año sea menor al 3% para la entidad financiera y el sistema monetario del país. Es importante mencionar que el resultado del *PIB* para el primer trimestre del año 2014 situó a Colombia en el segundo puesto de mayor crecimiento a nivel mundial y el primero en la región, además de ser uno de los líderes de la dinámica del sector productivo¹².

Gráfica 3. ICV comercial durante el periodo 2009-2014 para la entidad y el SF



Fuente: SFC. Cálculos del autor

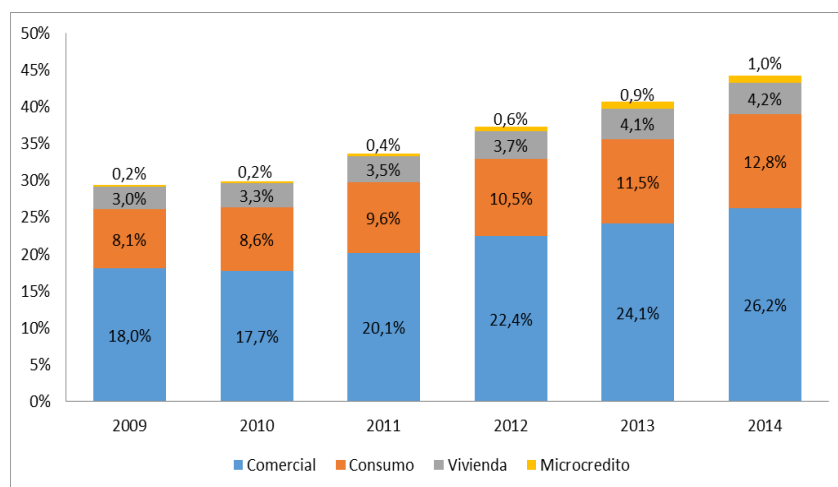
Por otro lado, la profundización financiera es uno de los indicadores que se consideran en el análisis del sistema financiero colombiano, la cual es una medida de la participación de los

¹² Reporte del Ministerio de Hacienda, (2014).

establecimientos de crédito dentro de la actividad económica y se calcula como la razón entre la cartera bruta y el producto interno bruto del país.

En la Gráfica 4 se aprecia el indicador de profundización financiera para las diferentes modalidades de crédito, en la que se evidencia que la actividad del sistema financiero en la economía nacional continuó creciendo, principalmente la orientada al otorgamiento de créditos comerciales. De esta manera, la profundización financiera, medida como la participación en el total del producto interno bruto del país, registro un incremento de 3.2 puntos porcentuales durante el último año, al pasar de 41% al 44.2% entre el año 2013 y 2014. En esta misma Gráfica se observa que el crecimiento de la cartera total es superior al del producto interno bruto en los últimos seis años, por lo que el indicador de profundización sigue presentando una tendencia creciente. Se evidencia además que a partir del año 2010, cada una de las modalidades ha ido aumentando respecto al año inmediatamente anterior en cuanto al indicador de profundización financiera.

Gráfica 4. Indicador de Profundización financiera (Relación de Cartera frente al PIB)



Fuente: SFC. Cálculos de la SFC

En cuanto al porcentaje de participación promedio del indicador de profundización financiera en cada modalidad de crédito, se aprecia que la cartera comercial tiene la mayor participación respecto al producto interno del país (21.2%), seguido del portafolio de consumo y vivienda, con una contribución del 10.06% y 3.61% respectivamente. Respecto a la modalidad de microcrédito, esta se ha convertido en la principal herramienta para la inclusión de una buena parte de la población menos favorecida de la banca, la cual ha venido ganando participación durante los últimos seis años, debido a que en el año 2009 se encontraba en un 0.20% mientras que en el año 2014 el indicador de profundización financiera fue del 1%. En el presente estudio se estima el riesgo de incumplimiento para las firmas del portafolio comercial de una entidad financiera, en el que por políticas internas no tiene en cuenta los microcréditos en su

cartera bruta. Cabe mencionar que esta modalidad de crédito tan sólo tuvo un porcentaje de contribución promedio del 0.5% respecto al *PIB* durante los últimos seis años.

4. METODOLOGÍA

4.1. Fuente de Información

Se considera la información financiera de 11,441 firmas, de las cuales el 40.88% corresponden al sector económico industrial y el 59.12% restante al sector comercial. La información es proporcionada por la entidad financiera a través del Sistema Administrativo de Riesgo de Crédito (SARC), en el que se consideró el balance general de las compañías. La muestra se obtuvo de la división de riesgo de crédito de la entidad con fines académicos, en el que no se pudo identificar el nit de las firmas e información general de las mismas¹³.

4.2. Variables

En la Tabla 1 se aprecian los diferentes tipos de variables financieras de las empresas, el tamaño de las mismas, la variable de comportamiento de pago y el indicador macroeconómico que se consideró en la estimación del modelo econométrico.

Tabla 1. Variables en la estimación del modelo de riesgo de crédito

Tipo de Indicador	Definición de Indicador	Fuente de Información
Calificación de riesgo	A, B, C, D y E	SARC
Endeudamiento	Obligaciones Bancarias / Pasivo Total (%)	
Liquidez	Razón Corriente	
Rentabilidad	Utilidad Neta / Patrimonio (%)	
Eficiencia	Ciclo Operacional (%)	
Comportamiento	Máxima Mora Anual (%)	
Tamaño de Empresa ¹⁴	Grande, Mediana o Pequeña empresa	DANE
Macroeconómico	Variación Anual del Producto Interno Bruto	

El indicador de endeudamiento, liquidez, rentabilidad y eficiencia corresponden a las variables microeconómicas de las firmas. Se describe a continuación cada una de las variables consideradas en la estimación del modelo.

¹³ Las estimaciones de los modelos de riesgo de crédito se pueden verificar.

¹⁴ Por medio del artículo 2 de la Ley 590 del año 2000 se definió el tamaño de empresa, el cual se detalla en el Capítulo II de la Gestión del Riesgo Crediticio de la SFC y en el anexo B del documento.

Endeudamiento o Apalancamiento: uno de los tipos de variables financieras que mayor impacto tiene para que una firma no cumpla con sus obligaciones financieras es el nivel de endeudamiento de las mismas. Si éstas presentan un mayor endeudamiento, pueden tener más dificultades para hacer frente a sus compromisos crediticios, ya que deben enfrentar un nivel de deuda mayor con los establecimientos de crédito. En consecuencia, cuando las entidades se encuentran más endeudadas en el sistema, debería esperarse un nivel de morosidad mayor en el pago de las obligaciones contractuales.

Liquidez: con el objetivo de capturar la capacidad que tiene la empresa de convertir sus activos más líquidos en efectivo, para poder responder por sus pasivos de corto plazo, se puede considerar la medida tradicional de liquidez, calculada como la relación entre los activos corrientes y los pasivos corrientes y que comúnmente se denomina razón corriente. Se espera que el efecto de este indicador sea negativo sobre la probabilidad de *default*, es decir; que ante una mayor liquidez, se espera que la probabilidad de que una firma deje de pagar sus obligaciones contractuales disminuya.

Rentabilidad: como medida de rentabilidad de las firmas, se puede emplear el cociente entre la utilidad neta y el patrimonio de la empresa, conocido comúnmente como ROE. Se espera que entre mayor sea la rentabilidad de la firma, menor sea la probabilidad de incumplimiento, en consecuencia el efecto o impacto debe ser negativo.

Eficiencia o de Actividad: con el propósito de capturar que tan eficiente es la empresa en recuperar su cartera, es necesario analizar el ciclo operacional de las firmas. Este indicador es el periodo en días que tarda la compañía en llevar a cabo su operación, como compra de materia primera, mantenimiento de inventarios y recaudo de cartera. Se espera que entre mayor sea el indicador, el efecto que tendrá sobre la probabilidad de incumplimiento es positivo, es decir; a mayor actividad de la firma, se espera que la probabilidad de entrar en *default* se incremente.

Comportamiento: se espera que el efecto que tenga la máxima mora anual en la estimación del modelo de riesgo de crédito sea positivo, es decir; entre mayor sea el número de días de mora que tenga las firmas por no pagar sus obligaciones contractuales, se espera que la probabilidad de que una empresa incumpla con sus obligaciones durante un horizonte de doce meses aumente¹⁵.

Tamaño de Empresa: para analizar el impacto del tamaño de la empresa sobre la probabilidad de incumplimiento se construyó dos variables dicotómicas. La primera de ellas tomará el valor unitario si la empresa analizada es mediana, en caso contrario será cero. Mientras que la segunda variable dicotómica se le asignará el valor unitario siempre y cuando la firma sea de

¹⁵ Con el propósito de analizar la variable de eficiencia y de comportamiento de pago en términos porcentuales, se dividió los días de mora y el ciclo operacional entre 365 días y posteriormente se multiplicó por 100.

menor tamaño (pequeña). El objetivo de esta variable es probar si la probabilidad de *default* está asociada con el tamaño de las empresas y si las hay, saber cuál de los grupos es más riesgoso.

Variable Macroeconómica: con el propósito de capturar en el modelo de riesgo de crédito las dinámicas macroeconómicas sobre la probabilidad de *default*, se emplea la variación del producto interno bruto anual (*PIB*) a precios constantes. Se espera que a medida que este indicador aumente, la probabilidad de incumplimiento disminuya.

4.3. Modelo Econométrico

Los modelos de riesgo de crédito por lo general se especifican de forma reducida con el propósito de estimar la probabilidad de incumplimiento, teniendo en cuenta información de los balances generales de las compañías. La variable dependiente son las calificaciones de riesgo de crédito otorgadas a las empresas, por lo que es necesario emplear modelos econométricos que se ajusten a esta condición. Las metodologías tradicionales de regresión lineal no son apropiadas en estos casos, especialmente porque las estimaciones podrían estar por fuera de los parámetros de la variable dependiente. De esta manera se deben emplear modelos de elección discreta, tales como los modelos logísticos ordinales, que se describen a continuación:

4.3.1. Modelos Logísticos Ordinales

Se pueden presentar casos en los que la variable dependiente es discreta y toma al menos tres valores o categorías¹⁶. Si entre éstos hay un orden natural o jerárquico de la variable dependiente, tal como el caso de las calificaciones que se le asignan a las firmas que tienen algún crédito con la entidad financiera, se deben emplear modelos que capturen esta característica, denominados modelos logísticos ordenados. No sería correcto el uso de un modelo de regresión línea clásico o convencional, debido a que las codificaciones de las categorías de la variable dependiente, tal como $1, 2, 3, \dots, J$, se estaría considerando por ejemplo la diferencia existente entre 1 y 2, lo cual no es correcto estadísticamente, puesto que los números utilizados en la codificación sólo representan un orden dentro de una clasificación. La formulación del modelo logístico ordenado en forma reducida viene dada por:

$$Y^* = X^T \beta + \varepsilon \quad (1)$$

Se tiene:

$$Y^* = \begin{cases} A & ; & 0 < Y^* \leq \mu_A \\ B & ; & \mu_A < Y^* \leq \mu_B \\ \vdots & ; & \vdots \\ E & ; & \mu_D \leq Y^* \end{cases} \quad (2)$$

¹⁶ En caso de que la variable respuesta sólo tome dos valores se deben emplear los modelos logit o probit.

donde ε es el error del modelo, también conocido como perturbación aleatoria o término idiosincrático, $\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D, \mu_E$ son parámetros que representan los valores de los umbrales y se estiman a la vez que β . La probabilidad de pertenecer a cada una de las categorías de riesgo se expresa a continuación:

$$P(Y = A|X) = \Lambda(\mu_A - X^T \beta) = \frac{1}{1 + e^{-(\mu_A - X^T \beta)}} \quad (3)$$

$$P(Y = B|X) = \Lambda(\mu_B - X^T \beta) - \Lambda(\mu_A - X^T \beta) = \frac{1}{1 + e^{-(\mu_B - X^T \beta)}} - \frac{1}{1 + e^{-(\mu_A - X^T \beta)}} \quad (4)$$

...

$$P(Y = E|X) = 1 - \Lambda(\mu_D - X^T \beta) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-(\mu_D - X^T \beta)}} \quad (5)$$

Para que todas las probabilidades estimadas por el modelo econométrico sean positivas se debe cumplir que $0 < \mu_A < \mu_B < \mu_C < \mu_D < \mu_E$. Es importante resaltar que en este tipo de modelos de elección discreta los coeficientes estimados por el método de máxima verosimilitud no representan los efectos marginales, pues éstos están dados por la siguiente expresión matemática:

$$\frac{\partial P(Y = j)}{\partial X} = [F'(\mu_{j-1} - X^T \beta) - F'(\mu_j - X^T \beta)] * \beta \quad (6)$$

En este tipo de modelos los coeficientes estimados en cada una de las ecuaciones de regresiones correspondientes a cada modalidad de la variable dependiente deben ser estadísticamente iguales. Tal como se aprecia en cada una de las categorías, los únicos parámetros que son diferentes son los umbrales $\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D, \mu_E$. En términos generales, el efecto marginal expresa el cambio de la variable dependiente provocado por un cambio unitario en una de las variables independientes, manteniendo constantes el resto de variables regresoras. En caso que se quiera expresar el cambio por cada 10 unidades, es necesario multiplicar el efecto marginal por 10, de tal manera que la interpretación sea adecuada. Los efectos marginales pueden construirse sobre la probabilidad y de hecho es el tipo más frecuente. Adicionalmente, el cálculo de los efectos marginales permite conocer la dinámica de cada una de las variables explicativas sobre las diferentes categorías de riesgo crediticio.

Es importante mencionar que las probabilidades y los efectos marginales dependen de los valores concretos de las variables explicativas que se evalúen. En el presente documento se estiman los efectos marginales para cada una de las categorías de la variable dependiente, cuando una de las variables regresoras cambia, permaneciendo las demás en *ceteris paribus*. Uno de los supuestos más importantes de este modelo es el de líneas paralelas o *proportional odds* que

implica un único coeficiente en cada una de las variables regresoras, en las diferentes modalidades de la variable dependiente, donde cada uno de los pares ordenados que se pueden formar entre categorías adyacentes de las calificaciones de riesgo debe ser la misma. Si no fuera así, se necesitaría un modelo distinto para cada una de las categorías, con diferentes coeficientes estimados para las variables regresoras. Williams (2009) señala que si el supuesto de regresiones paralelas no se cumple estadísticamente, los estimadores serán sesgados e ineficientes.

Para determinar si el supuesto no es violado estadísticamente, se emplea el test de *Brant*, con el propósito de saber si todas las variables regresoras consideradas en el modelo cumplen con dicho supuesto. En caso de que al menos uno de los estimadores asociados a una de las variables no cumpla con el supuesto mencionado, se hace necesaria la implementación de los modelos logísticos ordenados generalizados. En este modelo, por cada parámetro que se estime, se perderá un grado de libertad, sin embargo dada la gran cantidad de información financiera que se tiene, no se tendrá problema en la estimación del modelo de riesgo.

4.3.2. Modelos Logísticos Ordinales Generalizados

Los modelos logísticos ordenados generalizados se emplean cuando el supuesto de líneas paralelas se viola estadísticamente, por lo que se propusieron nuevas metodologías para estimar los parámetros β_i del modelo, bajo la hipótesis alternativa de que todos o algunos de los coeficientes son diferentes para cada una de las categorías de la variable dependiente¹⁷. Siguiendo el trabajo realizado de Williams (2006), la estructura matemática del modelo viene dada por:

$$P(Y_i > j) = \Lambda(X\beta_j) = \frac{\exp(\alpha_j + X_i\beta_j)}{1 + \exp(\alpha_j + X_i\beta_j)}; \quad j = A, B, C, D, E \quad (7)$$

donde M es el número de categorías de la variable dependiente discreta y al igual que en el modelo logístico ordenado, se deben estimar $M - 1$ coeficientes para cada una de las variables regresoras. De la ecuación (7) se pueden estimar las probabilidades de cada una de las categorías de riesgo, a partir de la siguiente expresión matemática:

$$\begin{aligned} P(Y_i = A) &= 1 - \Lambda(X_i\beta_A) \\ P(Y_i = j) &= \Lambda(X_i\beta_{j-1}) - \Lambda(X_i\beta_j); \quad j = B, C, D \\ P(Y_i = E) &= \Lambda(X_i\beta_D) \end{aligned} \quad (8)$$

¹⁷ Cuando sólo algunos de los coeficientes estimados cumplen con el supuesto de líneas paralelas, se conocen como *partial proportional odds models*.

El modelo es equivalente a una serie de regresiones logísticas binarias donde las categorías de la variable dependiente están combinadas según el orden intrínseco que está tenga. Debido a que la variable de respuesta presenta cinco categorías ($M=5$); así la primera categoría se compara con una que reúne el resto de las categorías presentes $j = 2, 3, 4, 5$; cuando $j = 2$; la comparación se realiza entre las dos primeras y las tres últimas, así sucesivamente.

Este modelo se utiliza cuando el supuesto de líneas paralelas no se cumple para todos los coeficientes del modelo de regresión ajustado. Sin embargo, es común que se presenten casos en los que el supuesto se cumple sólo para algunas de las variables regresoras por lo que se debe hacer una modificación para que los parámetros sean iguales a cero en caso de ser necesario; es decir se debe estimar un modelo que cumpla el supuesto de líneas paralelas de manera parcial, donde su estructura matemática viene dada por:

$$P(Y_i > j) = \frac{\exp(\alpha_j + X_i \beta^{lp} + Z_i \beta_j^{nlp})}{1 + \exp(\alpha_j + X_i \beta^{lp} + Z_i \beta_j^{nlp})}; \quad j = A, B, C, D \quad (9)$$

donde X corresponde a la matriz de las variables explicativas que cumplen estadísticamente el supuesto de líneas paralelas y β^{lp} es el vector de parámetros respectivos, mientras que Z incluye las variables que no cumplen con este supuesto y el vector de coeficientes correspondientes está representado por β^{nlp} . Este modelo relaja el supuesto de líneas paralelas con el propósito de que los efectos de las variables regresoras puedan variar entre las categorías (para aquellas donde el supuesto se viole estadísticamente). De esta manera los estimadores serán insesgados y asintóticamente eficientes.

Cuando se obtienen los modelos de riesgo de crédito, el propósito de la mayoría de las entidades financieras es estimar el impacto económico que se genera para las mismas. Según la circular 100 básica y contable de la SFC (1995), las pérdidas esperadas (PE) se determinan teniendo en cuenta la probabilidad de incumplimiento (PI), la pérdida dada el incumplimiento (PDI) y la exposición al momento de incumplimiento (EDI). La estimación de las provisiones resulta de la siguiente expresión matemática:

$$PE = PI * PDI * EDI \quad (10)$$

PE: para determinar la pérdida esperada económica potencial se debe conocer la exposición que tiene el banco en el momento del incumplimiento de la firma. Esta es la base del sistema de medición y evaluación del riesgo que permite cuantificar las provisiones que debe realizar la entidad financiera para cada una de las operaciones que efectúe.

PI: depende de la capacidad de pago de cada empresa. Determina la probabilidad de que una firma entre en incumplimiento durante el año siguiente a la fecha de evaluación y se obtiene a través de la estimación de los modelos de riesgo de crédito.

PDI: estimación del porcentaje de la obligación de la empresa que se pierde cuando entra en incumplimiento. Para el cálculo de la *PDI*, se aplican los porcentajes definidos por la SFC, los cuales están dados en función de la garantía que respalda el crédito.

EDI: es el monto total en riesgo dado el evento del incumplimiento. Para la estimación de la pérdida esperada, corresponde al saldo de las obligaciones, tal como capital, intereses y otros conceptos. Con esto, lo que pretende el ente regulador colombiano es que cada institución financiera establezca políticas internas para estimar de forma eficiente la probabilidad de incumplimiento de las obligaciones contractuales que tengan las firmas con los bancos.

5. ANÁLISIS DESCRIPTIVO

Un primer análisis descriptivo de las calificaciones de riesgo crediticio de las firmas consideradas en muestra se presenta en la Tabla 2. Se observa que la mayoría de las empresas industriales y comerciales de la muestra se encuentran calificadas en la primera modalidad de riesgo de crédito, donde este último sector presenta una leve disminución de empresas que se encuentran en esta categoría de riesgo. Nótese que a medida que la calificación se va deteriorando, el porcentaje de firmas que se encuentra en cada una de las categorías de riesgo crediticio disminuye. Adicionalmente, el porcentaje de empresas que terminaron calificadas en D o E para el segmento industrial es menor en relación a las empresas comerciales, siendo este último sector económico más riesgoso.

Tabla 2. Distribución de frecuencias para las calificaciones de las firmas

Calificación	Sector Industrial			Sector Comercial		
	Frecuencia	Porcentaje	Acumulado	Frecuencia	Porcentaje	Acumulado
A	3,377	72.20%	72.20%	4,639	68.58%	68.58%
B	745	15.93%	88.13%	875	12.94%	81.52%
C	226	4.83%	92.97%	459	6.79%	88.31%
D	170	3.63%	96.60%	427	6.31%	94.62%
E	159	3.40%	100%	364	5.38%	100%
Total	4,677	100%		6,764	100%	

Fuente. Información suministrada por la entidad y cálculos del autor

En la Tabla 3 se observa que entre el 41% y el 44% de las firmas del sector económico industrial y comercial son calificadas en la primera modalidad de riesgo y son de tamaño mediano, por lo que es el grupo con mayor participación de empresas en cada uno de los

segmentos económicos analizados. Refiriéndose a las calificaciones de incumplimiento D y E se aprecia que el mayor porcentaje de firmas que se encuentra en estas modalidades de riesgo son las de menor tamaño, mientras que en los otros dos grupos el porcentaje es menor al 1.5%. Adicionalmente, el porcentaje de firmas que se encuentran calificadas en las dos últimas categorías de crédito son mayores para las empresas comerciales en relación a las industriales. Con lo descrito anteriormente las empresas del grupo pequeño son más riesgosas respecto a los otros dos tamaños considerados en la investigación.

El porcentaje de firmas industriales de tamaño grande que son calificadas en A y B es ligeramente mayor en relación con las empresas comerciales con estas mismas características. En cuanto a las calificaciones de crédito D y E, se aprecia que el porcentaje de firmas grandes y del sector económico industrial es menor en relación con las empresas comerciales en este mismo tamaño, por lo que existe cierta heterogeneidad en estos dos grupos económicos, siendo las firmas comerciales de menor tamaño más riesgosas respecto a las industriales. En la Tabla 3 se aprecia que las empresas industriales y de tamaño mediano tienen el mejor comportamiento de pago con las obligaciones crediticias, debido a que el porcentaje de firmas calificadas en las dos últimas modalidades es menor en relación con los otros dos grupos.

Tabla 3. Distribución de frecuencias para el tamaño de las firmas respecto a la calificación

Calificación	Sector Industrial			Sector Comercial		
	Grande	Mediana	Pequeña	Grande	Mediana	Pequeña
A	18.79%	41.68%	9.73%	13.62%	43.75%	11.22%
B	7.02%	7.40%	3.51%	2.29%	6.79%	3.86%
C	1.82%	1.50%	1.52%	2.01%	4.64%	0.13%
D	1.33%	0.30%	2.01%	1.27%	1.80%	3.24%
E	1.03%	0.81%	1.56%	0.52%	2.14%	2.72%

Fuente. Información suministrada por la entidad y cálculos del autor

En la Tabla 4 se aprecia que el promedio del indicador de liquidez para la calificación A es la más alta en los dos sectores económicos, lo que se debe a que en esta modalidad de riesgo se encuentran generalmente las empresas con los mejores indicadores financieros. En esta misma Tabla se observa que a medida que la calificación de los créditos otorgados a las firmas se deteriora, tanto el promedio como la mediana tienden a disminuir en los dos segmentos, por lo que esta variable tendrá una relación inversa con la probabilidad de *default*.

Cabe mencionar que cada una de las categorías de riesgo de crédito en los dos sectores presenta un sesgo positivo en el indicador de liquidez de la empresa, esto implica que la mayoría de las firmas que pertenecen a cada una de las calificaciones de crédito se encuentra por debajo de la media de la razón corriente. Adicionalmente, las firmas comerciales presentan una razón corriente levemente mayor en relación a las empresas industriales en la mayoría de las categorías.

Tabla 4. Indicadores de tendencia central para la variable de liquidez

Calificación	Sector Industrial		Sector Comercial	
	Promedio	Mediana	Promedio	Mediana
A	1.680	1.338	2.033	1.493
B	1.553	1.343	1.793	1.536
C	1.480	1.068	1.557	0.90
D	1.224	0.916	1.347	1.277
E	1.281	0.915	1.399	1.357

Fuente. Información suministrada por la entidad y cálculos del autor

En la Tabla 5 se observa que el promedio del indicador de rentabilidad para las empresas pequeñas es menor en cada una de las calificaciones de riesgo de crédito en relación a los demás tamaños de empresa en el sector económico comercial, en consecuencia las firmas de menor tamaño generan las menores utilidades, esto hace que en parte sea el grupo más riesgoso a la hora de que una firma no cumpla con sus obligaciones contractuales con la entidad financiera. Sin embargo, lo descrito anteriormente no sucede para el sector económico industrial, por lo que se presenta cierta heterogeneidad en este indicador en los dos sectores analizados, por ejemplo en las calificaciones A, C y D y para el total, el promedio del ROE en las firmas industriales es menor para el grupo grande respecto a los demás tamaños.

En general, el promedio del indicador ROE tiende a disminuir a medida que la calificación de riesgo se va degradando, esto hace que la relación de este indicador con el incumplimiento sea inversa, en otros términos, a medida que la calificación de riesgo se deteriora, se espera que la probabilidad de *default* de las firmas aumente. Adicionalmente en esta misma Tabla se aprecia que el promedio de la variable de rentabilidad para el tamaño de empresa grande y mediano se encuentra entre 18.5% y 18.75% en el sector económico comercial, mientras que este indicador se reduce al menos 6 puntos porcentuales para las firmas de menor tamaño.

Tabla 5. Promedio de rentabilidad de las firmas por calificación en relación al tamaño

Calificación	Sector Industrial			Sector Comercial		
	Grande	Mediana	Pequeña	Grande	Mediana	Pequeña
A	7.31	19.17	11.45	20.99	21.08	15.82
B	12.56	16.54	12.35	17.29	19.69	13.83
C	5.10	18.68	7.92	18.45	14.34	7.37
D	-12.54	7.15	1.42	5.03	5.64	-0.80
E	-7.78	1.50	-10.10	1.17	-3.45	-1.98
Total	6.613	18.72	10.07	18.75	18.50	11.80

Fuente. Información suministrada por la entidad y cálculos del autor

Con respecto al nivel de endeudamiento de las firmas, en la Tabla 6 se aprecia que a medida que la calificación de riesgo se va degradando, el promedio de este indicador se incrementa en los dos segmentos analizados. De manera similar al indicador de liquidez, la mayoría de las

firmas calificadas en las diferentes modalidades de la variable dependiente se encuentran por debajo del endeudamiento promedio. Con lo descrito anteriormente, el efecto o impacto que tendrá este indicador con la probabilidad de incumplimiento es directa.

Tabla 6. Indicadores de tendencia central para el nivel de endeudamiento de las firmas

	Sector Industrial		Sector Comercial	
Calificación	Promedio	Mediana	Promedio	Mediana
A	31.26%	28.70%	26.24%	22.41%
B	35.79%	33.42%	27.25%	25.09%
C	39.02%	39.65%	46.43%	45.62%
D	45.42%	45.42%	65.19%	65.80%
E	54.10%	55.39%	73.87%	71.01%

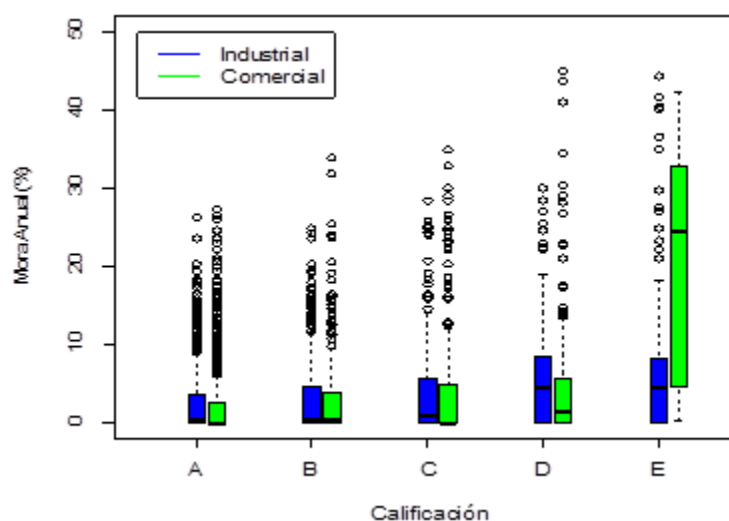
Fuente. Información suministrada por la entidad y cálculos del autor

En la Tabla 6 se observa que el nivel de endeudamiento promedio de las firmas comerciales para las dos últimas modalidades de riesgo crediticio es aproximadamente 1.4 veces el promedio de este mismo indicador para las empresas industriales, en consecuencia las empresas comerciales en estas modalidades se encuentran más endeudadas con la entidad financiera en relación a las compañías industriales.

Para el análisis del indicador de comportamiento de pago de las firmas se empleó el diagrama de cajas y alambres. Esta es una herramienta gráfica muy útil para analizar la distribución y la variabilidad del conjunto de datos, comparando el porcentaje de mora de las firmas por calificación de riesgo de crédito, tanto en las empresas del sector económico industrial y comercial. En la Gráfica 5 se aprecia que el indicador de comportamiento de pago de los créditos otorgados a las firmas se va incrementando a medida que la calificación se degrada. Aunque no se note una clara diferencia entre el porcentaje de mora de las empresas del sector industrial en relación al sector comercial, se observa un mayor rango en este último segmento para cada una de las modalidades de riesgo crediticio. De manera conjunta, se aprecia que la mitad de las firmas de los dos sectores económicos registraron una mora de máximo 3 días en las dos primeras categorías (1% en términos porcentuales).

En la Gráfica 5 se aprecia que para la última modalidad de la variable dependiente, el 50% de firmas industriales presentaron una mora menor o igual al 5%, mientras que para las empresas comerciales es del 23% aproximadamente, por lo que esta última categoría presenta una mayor variabilidad para el sector económico comercial. Si una firma presentó una mora menor al 10% durante el último año, en general puede estar calificada en cualquiera de las categorías de riesgo en los dos segmentos económicos, puesto que el 75% de las moras registraron un valor máximo del 10% en cada una de las calificaciones de crédito a excepción de la categoría E en el sector económico comercial. Por ello es de suma importancia tener en cuenta indicadores financiero, el tamaño de empresa y de crecimiento económico en la estimación del modelo.

Gráfica 5. Diagrama de Cajas y Alambres para el indicador de comportamiento



Fuente. Información suministrada por la entidad y cálculos del autor

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El primer paso para la estimación del modelo econométrico fue la de un logit ordenado por el método de máxima verosimilitud, con el objetivo de determinar cuáles coeficientes estimados cumplieran con el supuesto de líneas paralelas y en cuales se violaba estadísticamente¹⁸. La estimación de los parámetros y el error estándar se aprecia en la Tabla 7 y los efectos marginales en la Tabla 8. Mientras que en el primero se muestra la dirección del efecto de las variables sobre la probabilidad de incumplimiento, es necesaria la estimación de los efectos marginales para poder cuantificarlo en cada una de las categorías de riesgo de crédito.

En la Tabla 7 se aprecia que los indicadores financieros de las firmas, la variable de comportamiento y de crecimiento económico del país son significativas al menos al 10% en la primera modalidad a excepción del indicador de rentabilidad. En las demás categorías de riesgo, las variables cuantitativas son significativas al 10% en la estimación de la probabilidad de *default*. En cuanto al tamaño de las firmas se aprecia que la mediana empresa es significativa en las dos primeras calificaciones, mientras que la pequeña empresa es significativa en la primera y última categoría de riesgo de crédito.

¹⁸ En el anexo F del presente documento se aprecia la estimación del modelo logístico ordenado para el sector económico industrial. Adicionalmente se plantea la hipótesis nula y alternativa y se explica de manera detallada la prueba.

Tabla 7. Estimación de los parámetros para el sector económico industrial

Variable	Calificación A	Calificación B	Calificación C	Calificación D
Endeudamiento	0.01012 (*) (0.00137)	0.01513 (*) (0.00177)	0.01784 (*) (0.00222)	0.02101 (*) (0.00296)
Liquidez	-0.08428 (*) (0.03055)	-0.14876 (*) (0.04453)	-0.26749 (*) (0.06419)	-0.24638 (*) (0.08689)
Rentabilidad	-0.00226 (0.00190)	-0.01227 (*) (0.00251)	-0.01554 (*) (0.00275)	-0.01634 (*) (0.00387)
Eficiencia	0.00169 (**) (0.00092)	0.00373 (*) (0.00112)	0.00556 (*) (0.00134)	0.00381 (*) (0.00188)
Comportamiento	0.10779 (*) (0.02953)	0.10779 (*) (0.02953)	0.10779 (*) (0.02953)	0.10779 (*) (0.02953)
Pequeña	0.23741 (*) (0.10024)	0.11040 (0.13161)	-0.21445 (0.18509)	0.46828 (**) (0.24677)
Mediana	-0.42518 (*) (0.08239)	-0.41087 (*) (0.10956)	-0.03629 (0.13511)	0.07856 (0.21880)
Macroeconómica	-0.19051 (*) (0.02099)	-0.19051 (*) (0.02099)	-0.19051 (*) (0.02099)	-0.19051 (*) (0.02099)
Intercepto	-0.48322 (*) (0.13614)	-1.74037 (*) (0.16410)	-2.56105 (*) (0.20558)	-3.69410 (*) (0.28554)
Test de Wald (16) = 637.71 ; Prob > Chi2 = 0.000 Log-likelihood = -3908.39 ; Errores estándar entre paréntesis (*) y (**) Coeficientes significativos al 5% y 10% respectivamente				

En la Tabla 7 se observa que los indicadores financieros tienen un sentido acorde con la teoría económica, además la mayoría de ellos aporta en la estimación de la probabilidad de *default* de las firmas. En esta misma Tabla se observa que el coeficiente asociado a la variable macroeconómica es el mismo en la estimación de cada una de las ecuaciones, debido a que el supuesto de líneas paralelas no fue violado estadísticamente para las diferentes categorías de la variable dependiente, teniendo en cuenta un nivel de significancia del 5%, mientras que para la máxima mora anual el supuesto de líneas paralelas se cumplió bajo un nivel de significancia del 1%. Es importante mencionar que en las demás variables consideradas en la estimación del modelo econométrico fue necesario un coeficiente diferente, puesto que el supuesto de líneas paralelas no se cumplió.

En la Tabla 8 se aprecia la estimación efectos marginales del modelo logístico ordinal generalizado. En la primera columna se aprecian los efectos de las variables explicativas sobre la probabilidad de permanecer en A, por lo que signos positivos reflejan un efecto de permanencia en esta categoría y signos negativos uno de cambio hacia las demás calificaciones. En las columnas restantes se presenta la probabilidad de pasar a otras categorías de riesgo de

crédito. Cabe mencionar que el signo de los parámetros estimados no necesariamente va a ser el mismo en la estimación del efecto marginal, puesto que el signo de uno de los efectos en una de las modalidades de riesgo de crédito cambiará en especial para la primera modalidad de riesgo de crédito, debido a que no tiene sentido por ejemplo a que un nivel mayor de endeudamiento de las firmas, la probabilidad de pertenecer a cada una de las calificaciones crediticias aumentará, mientras que si tiene un sentido acorde con la economía que la probabilidad de estar calificado en A disminuya y para las restantes modalidades aumenta, cuando el indicador de endeudamiento se incrementé. Lo descrito anteriormente sucede para las demás variables consideradas en la estimación del modelo econométrico.

Tabla 8. Estimación de los efectos marginales para el sector económico industrial

Variable	Calificación A	Calificación B	Calificación C	Calificación D	Calificación E
Endeudamiento	-0.00195 (*) (0.00026)	0.00069 (*) (0.00021)	0.00047 (*) (0.00010)	0.00040 (*) (0.00007)	0.00040 (*) (0.00005)
Liquidez	0.01624 (*) (0.00588)	-0.00385 (0.00489)	-0.00049 (0.00282)	-0.00724 (*) (0.00200)	-0.00466 (*) (0.00159)
Rentabilidad	0.00044 (0.00037)	-0.00059 (*) (0.00030)	-0.00033 (*) (0.00012)	-0.00038 (*) (0.00010)	-0.00031 (*) (0.00007)
Eficiencia	-0.00032 (**) (0.00018)	0.00002 (0.000137)	0.00006 (0.00006)	0.00017 (*) (0.00004)	0.00007 (*) (0.00003)
Comportamiento	-0.02077 (*) (0.00143)	0.01179 (*) (0.01178)	0.00418 (*) (0.00040)	0.00275 (*) (0.00030)	0.00204 (*) (0.00024)
Pequeña	-0.04749 (*) (0.02075)	0.03800 (*) (0.01744)	0.01842 (*) (0.00944)	-0.01935 (*) (0.00561)	0.01041 (**) (0.00630)
Mediana	0.08286 (*) (0.01617)	-0.04781 (*) (0.01297)	-0.03344 (*) (0.00662)	-0.00310 (0.00517)	0.00148 (0.00410)
Macroeconómica	0.03672 (*) (0.00402)	-0.02085 (*) (0.00239)	-0.00739 (*) (0.00094)	-0.00487 (*) (0.00067)	-0.00360 (*) (0.00054)
Errores estándar entre paréntesis (*) Efectos marginales significativos al 5% ; (**) Efectos marginales significativos al 10%					

El signo positivo en la variable ciclo operacional y máxima mora anual en todas las categorías de la Tabla 7, muestra que entre mayor sean estos indicadores de las firmas, mayor será la probabilidad de incumplimiento. No obstante, al apreciar la Tabla 8 de los efectos marginales se puede observar que a medida que la calificación de las empresas se va deteriorando, el impacto de la variable de comportamiento pierde relevancia, debido a que el peso del efecto marginal va disminuyendo. Para la calificación A, ante un aumento de 54.79 puntos porcentuales (pp) en el ciclo operacional de la firma, la probabilidad de permanecer en esta

categoría disminuirá en un 1.753%¹⁹, mientras que en el caso de la calificación E, la probabilidad de incumplimiento aumentará 0.38% aproximadamente. Si la variable de comportamiento de pago para una firma en particular se incrementa en 8.22 puntos porcentuales, la probabilidad de permanecer en la categoría A disminuirá en un 17.07%, en cambio para la calificación E aumentará la probabilidad de *default* en un 1.68%.

En la Tabla 8 se aprecia que el signo negativo del efecto marginal en la variable de liquidez y rentabilidad a partir de la categoría B, muestra que entre mayor sean estos dos indicadores financieros de las firmas, menor será la probabilidad de ser incumplido. Si la razón corriente aumenta en una unidad, la probabilidad de permanecer en la calificación A se incrementa en 1.624%, mientras que para la última calificación de riesgo (E) se contrae en un 0.47%. Ante un aumento de 10 pp en el ROE, la probabilidad de estar en la mejor calificación de crédito (A) crece en un 0.44%, mientras que si este indicador aumenta en 50 pp, la probabilidad de que la firma sea calificada en la última categoría de riesgo disminuye en un 1.55% aproximadamente.

En la Tabla 7 se aprecia que el signo de los coeficientes estimados en el indicador de endeudamiento de las firmas es positivo a partir de la categoría B, lo cual indica que entre mayor sea el nivel de endeudamiento de las firmas, mayor será la probabilidad de incumplimiento. Al observar la Tabla 8 de los efectos marginales, el impacto de un aumento del indicador de endeudamiento en 30 pp, reduce la probabilidad de permanecer en la categoría A en un 5.85% aproximadamente. En las tres últimas categorías de riesgo de crédito, aunque se tienen efectos marginales menores a las dos primeras calificaciones, el aumento de 30 pp en este indicador, incrementará la probabilidad en un 1.41%, 1.20% y 1.20% para las calificaciones C, D y E respectivamente.

Al analizar las dos variables dicotómicas asociadas al tamaño de las empresas (mediana y pequeña), se encuentra que el signo de los efectos marginales es significativo al 5% en las tres primeras modalidades de riesgo en estos dos tamaños de empresa. La probabilidad de que una firma permanezca en la categoría A para una empresa mediana aumentará en un 8.29%, mientras que para el caso de la categoría de riesgo E, la probabilidad de incumplimiento tan solo aumentará en un 0.148%, siendo este último efecto marginal no significativo. Para el caso de una firma pequeña sucede lo contrario, es decir; la probabilidad de estar en la categoría A disminuirá en un 4.75%, y para la calificación E, se tiene que la probabilidad de incumplimiento aumentará en un 1.104%. Con lo dicho anteriormente, las firmas de menor tamaño presentan en términos generales la mayor probabilidad de *default*, lo cual se ve reflejado en la estimación del modelo econométrico.

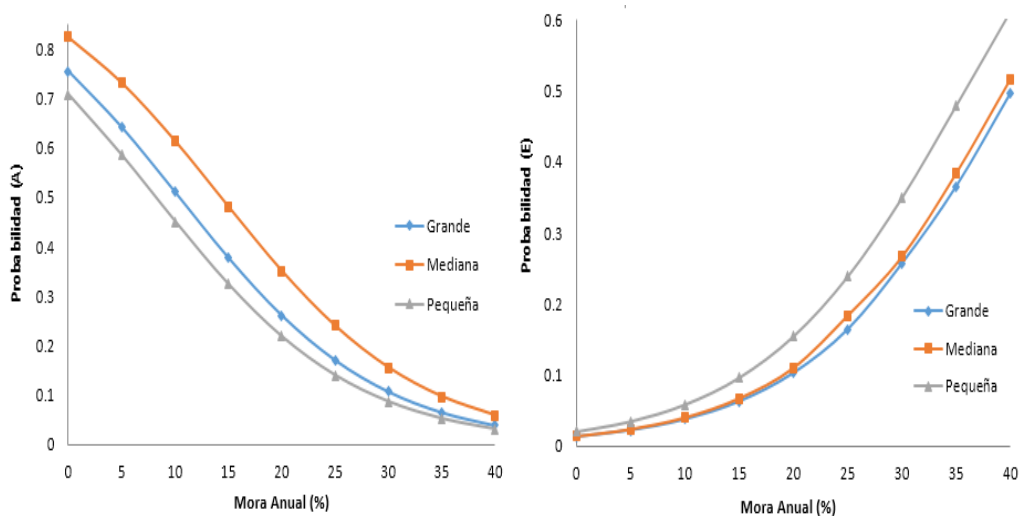
Con respecto a la variable macroeconómica, los resultados son los esperados pues ante aumentos en la variación del producto interno bruto, tiene como implicación una reducción en

¹⁹ En caso que se quiera expresar el cambio por cada n unidades, es necesario multiplicar el efecto marginal por n , de tal manera que la interpretación sea adecuada y posteriormente expresarlo en %.

la probabilidad de incumplimiento de las firmas. Adicionalmente, al observar los efectos marginales sobre cada una de las categorías de la variable dependiente, se puede ver que a medida que el *PIB* aumenta en un punto porcentual, la probabilidad de pertenecer a la categoría A aumentará en un 3.672%, mientras que para las dos últimas categorías de riesgo (D y E) se contraerá en un 0.487% y 0.36% respectivamente, siendo estos dos efectos marginales menos sensibles ante cambios en la variación del *PIB* que las demás calificaciones de crédito.

En la Gráfica 6 se observa que la probabilidad de que un cliente sea calificado en A va disminuyendo a medida que la mora anual se incrementa, cuando las demás variables permanecen en *ceteris paribus*. Se aprecia que las empresas pequeñas tienen una menor probabilidad de pertenecer a esta categoría respecto a los otros dos tamaños de empresa, cada vez que la mora aumente. Nótese que para las empresas grandes la probabilidad de permanecer en la mejor categoría de riesgo es levemente menor que aquellas firmas del grupo mediano. En cuanto a la probabilidad de que una firma sea calificada en E, se aprecia que el impacto en la probabilidad de incumplimiento es muy similar para las empresas grandes y medianas, debido a que ambas curvas tienden a superponerse, mientras que para las firmas pequeñas la probabilidad de entrar en *default* es superior, por lo que este grupo de firmas se consideran las más riesgosas. La probabilidad de que una empresa sea calificada en A sin tener mora durante el último año es de al menos el 70% independientemente del tamaño de empresa, mientras que dicha probabilidad disminuye al 7% aproximadamente cuando la mora es del 40% y la firma pertenece al grupo mediano. Ahora, si una empresa presenta un porcentaje de mora del 40% durante los últimos doce meses, se espera que la probabilidad de que sea calificado en la peor calificación de crédito es del 47% para las empresas grandes y medianas, mientras que para las empresas de menor tamaño aumentará al 57%, estando las demás variables en *ceteris paribus*. Con lo descrito anteriormente, las empresas pequeñas tienden a ser el grupo más riesgoso respecto a los otros dos tamaños analizados en la presente investigación.

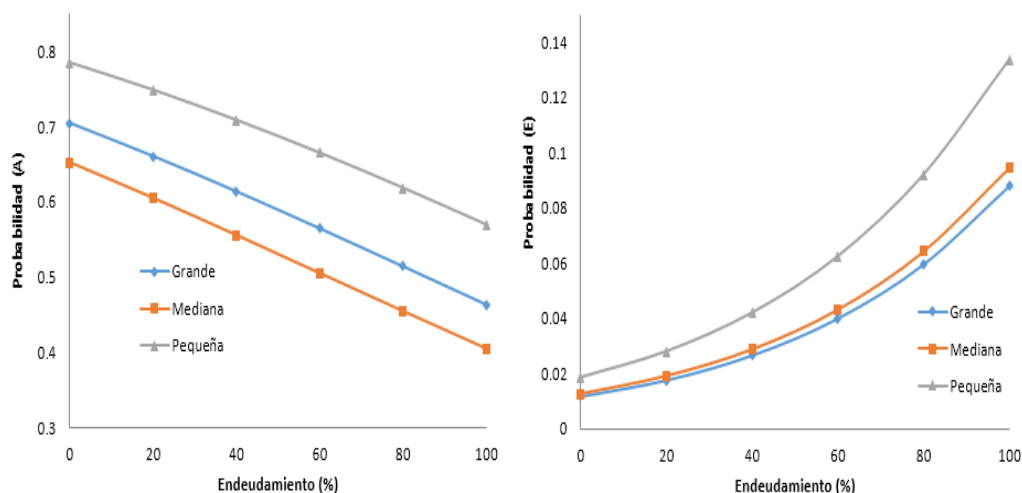
Gráfica 6. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de comportamiento



En la estimación de las probabilidades A y E para el indicador de endeudamiento se consideraron las demás variables cuantitativas en el promedio y un porcentaje de mora durante el último año del 5.48% (lo que equivale a 20 días de mora). Este mismo cálculo de probabilidades se realizó para los demás indicadores considerados en este modelo de riesgo de crédito y para las firmas que pertenecen al sector económico comercial.

En la Gráfica 7 se observa que el efecto que tiene el indicador de endeudamiento sobre la probabilidad de que una firma sea calificada en A va disminuyendo a medida que las obligaciones bancarias representan un porcentaje alto del pasivo total de la empresa. Por ejemplo, si el indicador de endeudamiento es del 20% y se trata de una empresa pequeña, la probabilidad de pertenecer a la mejor categoría de riesgo durante un horizonte de doce meses es del 60%, teniendo en cuenta las demás variables en *ceteris paribus*, mientras que si el nivel de endeudamiento es del 100%, la probabilidad de que la firma permanezca en la categoría A se reduce al 41%. Ahora, la probabilidad de que una firma sea calificada en la peor categoría de riesgo (E) durante un periodo de doce meses, con un nivel de endeudamiento del 100% y siendo una empresa pequeña será del 14%, mientras que si es una firma del grupo mediano o grande, dicha probabilidad será del 9% aproximadamente.

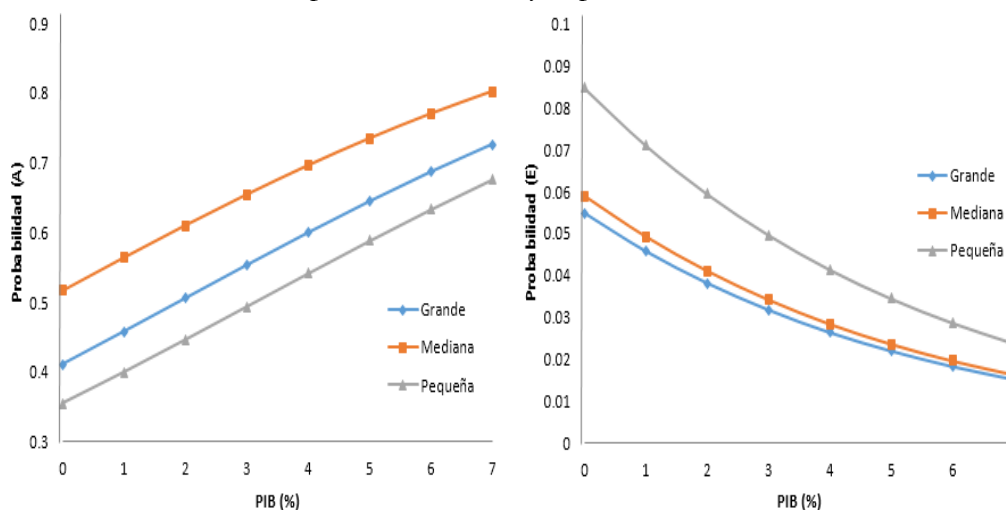
Gráfica 7. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de endeudamiento



En cuanto a la variación del producto interno bruto, se aprecia en la Gráfica 8 que el efecto de la variable macroeconómica sobre la probabilidad de que una firma sea calificada en la mejor categoría de riesgo de crédito se va incrementando a medida que este indicador aumente, lo cual tiene sentido económicamente. A manera de ejemplo, se aprecia que cuando la variación del PIB es del 2% estando las demás variables en *ceteris paribus*, la probabilidad de estar calificado en E para una empresa pequeña será de un 6%, mientras que si este indicador macroeconómico es del 7%, dicha probabilidad se disminuye aproximadamente a la mitad. Cabe notar, que el efecto o impacto que tiene la variación del PIB tanto para las empresas grandes y medianas es muy similar, puesto que la curva asociada a cada uno de estos grupos de

firmas tiende a superponerse para la última calificación crediticia. Si la firma analizada es mediana y la variable macroeconómica es del 2%, la probabilidad de que sea calificado en A es del 50%, mientras que si este indicador es del 7% dicha probabilidad aumentará 17 puntos porcentuales en esta misma calificación de crédito.

Gráfica 8. Estimación de probabilidades A y E para la variable macroeconómica *PIB*



En la Tabla 9 se presenta la estimación de los parámetros del modelo logístico ordinal generalizado para las firmas del sector económico comercial. Se observa que cada uno de los indicadores financieros de las firmas, al igual que la variación del PIB y el indicador de comportamiento de pago son significativas al 5% en la estimación de la probabilidad de incumplimiento a excepción del indicador ROE en la categoría de incumplimiento D. En cuanto a las dos variables dicotómicas, se aprecia que el tamaño de empresa es importante en la estimación del modelo econométrico teniendo en cuenta un nivel de significancia del 5% a excepción de la pequeña y mediana empresa en la calificación A y D respectivamente.

En la Tabla 9 se aprecia que los indicadores financieros tienen un sentido acorde con la teoría económica, donde la mayoría de ellos contribuyen en la estimación de la probabilidad de incumplimiento de las firmas comerciales. Cabe mencionar que se estimaron dos modelos de riesgo de crédito, con el propósito de analizar en cada sector económico el impacto de cada una de las variables regresoras de manera individual, y determinar el grupo de firmas y el sector económico más riesgoso para las firmas que tienen obligaciones con una determinada entidad financiera.

Tabla 9. Estimación de los parámetros para el sector económico comercial

Variable	Calificación A	Calificación B	Calificación C	Calificación D
Endeudamiento	0.02643 (*) (0.00125)	0.04113 (*) (0.00143)	0.04545 (*) (0.00182)	0.05675 (*) (0.00487)
Liquidez	-0.23504 (*) (0.02490)	-0.23504 (*) (0.02490)	-0.23504 (*) (0.02490)	-0.23504 (*) (0.02490)
Rentabilidad	-0.00440 (*) (0.00174)	-0.00782 (*) (0.00192)	-0.01155 (*) (0.00208)	-0.00123 (0.00337)
Eficiencia	0.02515 (*) (0.00097)	0.02215 (*) (0.00091)	0.02206 (*) (0.00091)	0.02441 (*) (0.00147)
Comportamiento	0.08431 (*) (0.00735)	0.07930 (*) (0.00704)	0.07214 (*) (0.00650)	0.09571 (*) (0.00645)
Pequeña	-0.15286 (0.10023)	-0.79681 (*) (0.13044)	0.59863 (*) (0.16030)	1.29273 (*) (0.27637)
Mediana	-0.70826 (*) (0.08546)	-0.80405 (*) (0.10547)	-0.33692 (*) (0.14391)	0.30555 (0.26384)
Macroeconómica	-0.06110 (*) (0.01816)	-0.06110 (*) (0.01816)	-0.06110 (*) (0.01816)	-0.06110 (*) (0.01816)
Intercepto	-2.02439 (*) (0.14730)	-3.37385 (*) (0.16561)	-5.16927 (*) (0.20902)	-8.75250 (*) (0.49310)
Test de Wald (16) = 2481.29; Prob > Chi2 = 0.000 Log-likelihood = -4915.62 ; Errores estándar entre paréntesis (*) Coeficientes significativos al 5%				

En la estimación del modelo de riesgo de crédito se aprecia que los parámetros estimados en la variable macroeconómica y razón corriente son los mismos en cada una de las modalidades de crédito, debido a que el supuesto de líneas paralelas se cumplió en estas dos variables bajo un nivel de significancia del 1%, mientras que en los demás indicadores considerados en el modelo econométrico fue necesario estimar un parámetro diferente en cada calificación de riesgo crediticio²⁰.

En Tabla 10 se observa que el efecto marginal asociado al indicador de endeudamiento es acorde con la teoría económica en cada una de las calificaciones de crédito, puesto que a mayor endeudamiento de las firmas, la estimación de la probabilidad de *default* se incrementará. Nótese que si el endeudamiento de las firmas aumenta 50 pp, la probabilidad de incumplimiento aumentará en un 6.70% y un 1% para las calificaciones de crédito D y E respectivamente, teniendo en cuenta las demás variables en *ceteris paribus*. De esta manera, si el

²⁰ En el Anexo G del presente documento se encuentra la estimación del modelo logístico ordinal, al igual que el *test de Brant* para el supuesto de líneas paralelas.

indicador de endeudamiento de las firmas aumenta, tendrá como efecto un incremento en la probabilidad de estar calificado en las categorías D y E. En cuanto a la primera calificación de riesgo, se aprecia que si el cociente entre las obligaciones bancarias y el pasivo total aumenta en 20 pp, se espera que la probabilidad de que la empresa permanezca en la calificación A durante un horizonte de doce meses disminuirá en un 11.14%.

Tabla 10. Estimación de los efectos marginales para el sector económico comercial

Variable	Calificación A	Calificación B	Calificación C	Calificación D	Calificación E
Endeudamiento	-0.00557 (*) (0.00026)	0.00164 (*) (0.00020)	0.00239 (*) (0.00012)	0.00134 (*) (0.00008)	0.00020 (*) (0.00003)
Liquidez	0.04951 (*) (0.00521)	-0.02704 (*) (0.00300)	-0.01451 (*) (0.00167)	-0.00713 (*) (0.00090)	-0.00084 (*) (0.00021)
Rentabilidad	0.00093 (*) (0.00037)	-0.00018 (0.00031)	-0.00036 (*) (0.00014)	-0.00039 (*) (0.00007)	-0.00001 (0.00001)
Eficiencia	-0.00530 (*) (0.00022)	0.00318 (*) (0.00019)	0.00137 (*) (0.00009)	0.00066 (*) (0.00005)	0.00009 (*) (0.00002)
Comportamiento	-0.01776 (*) (0.00160)	0.01018 (*) (0.00123)	0.00514 (*) (0.00064)	0.00210 (*) (0.00027)	0.00034 (*) (0.00008)
Pequeña	0.03158 (0.00203)	0.03176 (*) (0.01815)	-0.08769 (*) 0.00835	0.01701 (*) (0.00760)	0.00733 (*) (0.00273)
Mediana	0.15277 (*) (0.01876)	-0.06950 (*) (0.01610)	-0.07140 (*) (0.01103)	-0.01293 (*) (0.00517)	0.00106 (0.00092)
Macroeconómica	0.01287 (*) (0.00382)	-0.00703 (*) (0.00210)	-0.00377 (*) (0.00113)	-0.00185 (*) (0.00056)	-0.00022 (*) (0.00008)
Errores estándar entre paréntesis (*) Efectos marginales significativos al 5% ; (**) Efectos marginales significativos al 10%					

Con respecto a las empresas medianas, se aprecia que probabilidad de permanecer en la mejor categoría de riesgo de crédito (A) aumenta en un 15.27% en relación a las firmas grandes, permaneciendo las demás variables en *ceteris paribus*, mientras que si la firma analizada es de menor tamaño (pequeña) la probabilidad de estar calificado en A aumentará tan sólo 3.158%, siendo este último efecto marginal no significativo. Si la empresa considerada en la estimación de la probabilidad de incumplimiento es pequeña, la probabilidad de estar calificado en la peor categoría de riesgo de crédito (E) aumentará en un 0.733%, mientras que para las firmas medianas dicho efecto se incrementará un 0.106% aproximadamente, siendo este último efecto no significativo. Por lo descrito anteriormente, se aprecia que las empresas pequeñas son las más riesgosas en el pago de las obligaciones contractuales, puesto que el efecto marginal en la última modalidad de crédito es mayor en relación con las empresas medianas, incluso para la

calificación D, la probabilidad de incumplimiento en este grupo de empresa se contraerá en un 1.293%, en cambio para las empresas pequeñas sucede lo contrario; es decir la estimación de la probabilidad de *default* aumentará en un 1.701%, siendo estos dos efectos significativos en la estimación del modelo econométrico.

El signo positivo en el efecto marginal de la máxima mora anual a partir de la categoría B, indica que a medida que la calificación de las firmas se va degradando, la probabilidad de ser incumplido con las obligaciones va aumentando. En cuanto a la calificación de riesgo A, un aumento de 5.48 puntos porcentuales, tendrá un efecto de disminución en la probabilidad de pertenecer a esta categoría en un 9.732%, mientras que la probabilidad de incumplimiento en la calificación D y E aumentará un 1.151% y 0.186% respectivamente, por lo que una variación en este indicador es más sensible en la primera modalidad de crédito en relación a las dos últimas categorías de riesgo de crédito.

Al analizar los efectos marginales en el indicador de liquidez y rentabilidad en la Tabla 10 se aprecia que la probabilidad de que una firma del sector económico comercial sea calificada en A durante un horizonte de doce meses aumentará, si estos dos indicadores se incrementan, mientras que para las demás calificaciones de crédito, la estimación de la probabilidad disminuirá, lo cual tiene sentido económicamente. En cuanto al indicador de actividad, sucede lo contrario, es decir; si el ciclo operacional de la firma se incrementa, tendrá como impacto una disminución en la probabilidad de estar calificado en A, en cambio para las demás calificaciones de riesgo la estimación de la probabilidad aumentará.

Al observar la variación del producto interno bruto en la estimación del modelo econométrico, los resultados son los esperados con la teoría económica, debido a que el signo de los parámetros estimados por el modelo, en cada una de las modalidades de crédito es negativo. De esta manera, a medida que el indicador macroeconómico aumente, tendrá como impacto una reducción en la probabilidad de incumplimiento. En caso que la variable de crecimiento económico aumente en un punto porcentual, la probabilidad de estar calificado en la categoría de crédito A aumentará en un 1.287%. En cuanto a las calificaciones D y E el efecto de un incremento de un punto porcentual en esta variable, la probabilidad de incumplimiento se contraerá en un 0.185% y 0.022% respectivamente. Es importante mencionar que el impacto del efecto marginal en las calificaciones D y E es menos sensible al igual que en el modelo econométrico estimado para el segmento industrial, puesto que ante variaciones de este indicador, el cambio en la estimación de la probabilidad es menor respecto a las demás categorías de riesgo de crédito.

Con lo dicho en la estimación del modelo de riesgo crediticio, se infiere que las empresas de menor tamaño presentan en términos generales la mayor probabilidad de incumplimiento para las firmas de los dos sectores económicos analizados en la presente investigación. Esto permite que las diferentes entidades financieras tengan en cuenta este tipo de variables en la

modelación de la probabilidad de *default*. Los resultados en términos generales muestran que hay discrepancias entre categorías tanto en la estimación de los coeficientes como en los efectos marginales, además por más que se incrementen los indicadores financieros, la variable de comportamiento de pago de las firmas y la variable macroeconómica, el impacto en la calificación E es mucho menor que en las demás calificaciones de crédito, en especial para el modelo econométrico asociado al sector económico comercial²¹.

La estimación del capital necesario debida la pérdida esperada en que incurriría el banco en caso de que las firmas incumplan con sus obligaciones financieras durante un horizonte de doce meses es muy importante, pues a partir de dicha estimación, el banco tendrá un estimado del dinero que deberá provisionar durante el próximo año, por eso es de vital importancia los modelos de riesgo de crédito descritos anteriormente. Se estiman las provisiones para una muestra de firmas que tienen obligaciones financieras con el banco, a partir de la probabilidad de incumplimiento (*PI*) estimada por los modelos econométricos, el monto total en riesgo (*EDI*) y la pérdida dada el incumplimiento (*PDI*) durante el mes de diciembre del año 2014.

En la Tabla 11 se observa que la gran mayoría de los clientes se encuentran calificados en la primera banda de riesgo (62%), mientras que el 21.25% presentaron probabilidades mayores a 6.75% pero menores o iguales al 11.5%. Sólo el 3.35% de los deudores tienen probabilidades de incumplimiento mayores al 37%. En la distribución de frecuencias por número de clientes se aprecia que a medida que la probabilidad de *default* es cada vez mayor, entonces el porcentaje de clientes que se encuentra en cada una de las bandas de riesgo tiende a disminuir.

Tabla 11. Estimación de las provisiones para las firmas del sector económico industrial

Banda de Riesgo (%)²²	No. de Clientes	% de Clientes	Saldo (Millones)	% de Saldo	Perdida Esperada (Millones)	% de Perdida Esperada
(0 – 6.75]	1,981	62.00%	\$ 1,067,650	35.49%	\$ 23,575	11.81%
(6.75 – 11.5]	707	22.13%	\$ 1,223,355	40.66%	\$ 90,142	45.14%
(11.5 – 20.25]	302	9.45%	\$ 525,165	17.46%	\$ 43,091	21.58%
(20.25 – 37.0]	98	3.07%	\$ 104,873	3.49%	\$ 12,255	6.14%
(37.0 – 100.0]	107	3.35%	\$ 87,625	2.91%	\$ 30,611	15.33%
Total	3,195	100%	\$ 3,008,668	100%	\$ 199,674	100%

En cuanto al monto total en riesgo de las firmas, en la Tabla 11 se aprecia que las deudas suman más de 3 billones de pesos en el sector económico industrial, donde el 35.49% del

²¹ En el Anexo F del presente documento se presenta la estimación de la probabilidades A y E para los diferentes indicadores en este sector, donde se aprecia que cambios en cada una de las variables son menos sensibles en la estimación de la probabilidad de *default* en la última calificación de riesgo.

²² Se partieron de las bandas de riesgo que emplea la entidad financiera, con el propósito de establecer por rangos las pérdidas esperadas que debe incurrir la institución.

monto de los clientes están concentrados en la primera banda de riesgo, mientras que tan sólo el 2.91% se encuentra en la última banda de riesgo. Adicionalmente las pérdidas esperadas que debe realizar el banco durante un horizonte de doce meses representan casi 200 mil millones de pesos, lo que equivale en términos porcentuales al 6.637% del monto total.

En la Tabla 12 se aprecia que la distribución del número de firmas que pertenecen al sector económico comercial es similar a la registrada en el segmento industrial, donde la mayoría de las firmas presentaron durante este periodo de tiempo probabilidades de incumplimiento de a lo sumo el 6.75%. En este caso, la primera banda de riesgo concentra aproximadamente el 43% del monto total en riesgo, mientras que en las demás bandas el porcentaje del dinero que tiene expuesto el banco va disminuyendo paulatinamente. Las provisiones que debe realizar el banco representan más de 300 millones de pesos, lo cual equivale en términos porcentuales el 8.99% del monto total en riesgo.

Tabla 12. Estimación de las provisiones para las firmas del sector económico comercial

Banda de Riesgo (%)	No. de Clientes	% de Clientes	Saldo (Millones)	% de Saldo	Perdida Esperada (Millones)	% de Perdida Esperada
(0 – 6.75]	3,589	62.18%	\$ 1,457,789	42.94%	\$ 30,006	9.83%
(6.75 – 11.5]	655	11.35%	\$ 646,239	19.04%	\$ 47,124	15.43%
(11.5 – 20.25]	597	10.34%	\$ 605,669	17.84%	\$ 52,247	17.11%
(20.25 – 37.0]	421	7.29%	\$ 367,134	10.82%	\$ 43,607	14.28%
(37.0 – 100.0]	510	8.84%	\$ 317,719	9.36%	\$ 132,325	43.34%
Total	5,772	100%	\$ 3,394,550	100%	\$ 305,308	100%

Nótese que las provisiones que debe realizar el banco para las firmas del sector económico comercial son más altas en términos porcentuales respecto a las empresas del segmento industrial (un 6.637% en industria, mientras que en comercial es del 8.99%) esto se debe principalmente a que las empresas comerciales son más riesgosas de ser incumplidas, lo cual se evidencio en principio en el análisis descriptivo y ahora con el cálculo de las pérdidas esperadas.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se estima un modelo de riesgo de crédito para cada segmento económico a través de los modelos logísticos ordenados generalizados, teniendo en cuenta indicadores microeconómicos de endeudamiento, liquidez, rentabilidad y eficiencia, una variable de comportamiento de pago, variables asociadas al tamaño de las firmas y un indicador de crecimiento económico del país que permita capturar los efectos de la dinámica de la economía sobre la probabilidad de *default*. Adicionalmente es una investigación que analiza el riesgo de

crédito para una entidad financiera en particular y donde se emplea la estimación de los modelos econométricos para el cálculo de las provisiones.

Los efectos de las variables cuantitativas y el tamaño de las firmas son previsibles y acordes con la teoría económica. Adicionalmente se presenta heterogeneidad de acuerdo al sector y al tipo de calificación de riesgo. Las empresas pequeñas son las más riesgosas entre los grupos analizados y entre sectores económicos, las firmas comerciales tienen una mayor probabilidad de incumplir con las obligaciones contractuales.

En general, el efecto marginal de mayor magnitud en los indicadores financieros se presenta en la primera calificación tanto en el sector económico industrial y comercial siendo significativos a excepción del indicador de rentabilidad en su primera y última modalidad de crédito respectivamente.

En la estimación del modelo de riesgo crediticio en el sector económico industrial y comercial en general se observa que los efectos marginales tienden a reducirse a medida que la calificación de riesgo otorgada a las firmas se va degradando para cada una de las variables regresoras. La primera categoría es más sensible ante cambios en las variables explicativas que las demás calificaciones. Se encuentra que el efecto marginal en las últimas dos modalidades de crédito es bajo, pues ante cambios en las variables, tendrá como impacto una variación menor en la probabilidad de *default* en las calificaciones de crédito D y E, en otros términos, una vez que la firma ha sido calificada en alguna de las dos peores calificaciones, es muy poco probable que pase a categorías de menor riesgo de incumplimiento.

En este documento se utiliza la información de los balances de las firmas industriales y comerciales que tienen obligaciones contractuales con un banco, con el propósito de estimar las probabilidades de incumplimiento, de tal manera que los resultados puedan ser utilizados como indicadores de alerta temprana ante cambios en la situación financiera de las empresas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aghion, P., & Bolton, P. (1992). An incomplete contracts approach to financial contracting. *Review of Economic Studies*, 59(3), 473-494.
- Allen, F., & Gale, D. (2000). Financial contagion. *Journal of Political Economy*, 108(1), 1-33.
- Allen, F., & Gale, D. (2004). Financial intermediaries and markets. *Econometrica*, 72(4), 1023-1061.

- Altman, E. (1968). Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4), 589-609.
- Altman, E., Haldeman, R., & Narayanan, P. (1977). ZETA analysis: a new model to identify bankruptcy risk of corporations. *Journal of Banking and Finance*, 1(1), 29-54.
- Arango, J., Zamudio, N., & Orozco, I. (2005). Riesgo de crédito: un análisis de las firmas. *Tema 2 del reporte de estabilidad financiera. Banco de la República*, 79-87.
- Banco Interamericano de Desarrollo. (2000). *Apoyo a la pequeña y mediana empresa*. Washington, D.C. Recuperado de <http://www.iadb.org>
- Banco Interamericano de Desarrollo. (2005). *Hechos más relevantes y síntesis. Capítulo 1. Desencadenar el Crédito. Como aplicar y estabilizar la banca*. Washington, D.C. Recuperado de: <http://www.iadb.org>
- Bester, H. (1985). Screening vs. Rationing in credit markets with imperfect information. *The American Economic Review*, 75(4), 850-855.
- Cooper, R., & Ross, T. (1988). Bank runs: liquidity costs and investment distortions. *Journal of Monetary Economics*, 41(1), 27-38.
- Cox, D. (1972). Regression models and life-tables (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*, 34(2), 187-220.
- Diamond, D. (1984). Financial intermediation and delegated monitoring. *Review of Economic Studies*, 51(3), 393-414.
- Diamond, D. (1991). Monitoring and reputation: the choice between bank loans and directly placed debt. *Journal of Political Economy*, 99(4), 689-721.

- Diamond, D., & Dybvig, P. (1983). Banks runs, deposit insurance, and liquidity. *Journal of Political Economy*, 91(3), 401-419.
- Diamond, D., & Rajan, G. (2001). Liquidity risk, liquidity creation and financial fragility: a theory of banking. *Journal of Political Economic*, 109(2), 287-327.
- Ennis, H., & Keister, T. (2010). On the fundamental reasons for bank fragility. *Economic Quarterly*, 96(1), 33-58.
- Farhi, E., Golosov, M., & Tsyvinski, A. (2009). A theory of liquidity and regulation of financial intermediation. *Review of Economic Studies*, 76(3), 973-992.
- Farhi, E., & Tirole, J. (2012). Collective moral hazard, maturity mismatch, and systemic bailouts. *The American Economic Review*, 102(1), 60-93.
- Gómez-Gonzalez, J., & Kiefer, N. (2009). Bank failure: evidence from the Colombian financial crisis. *The International Journal of Business and Finance Research*, 3(2), 15-31.
- Gorton, G., & Huang, L. (2004). Liquidity, efficiency and bank bailouts. *The American Economic Review*, 94(3), 455-483.
- Gorton, G., & Winton, A. (2002). Financial intermediation. *NBER Working Paper Series* (8928), 1-140.
- Gurley, J., & Shaw, E. (1995). Financial aspects of economic development. *The American Economic Review*, 45(4), 515-538.
- Gurný, P., & Gurný, M. (2013). Comparasion of credit scoring models on probability of default estimation for us banks. *Prague Economic Papers*, 2, 163-181.
- Holmstrom, B., & Tirole, J. (1997). Financial intermediation, loanable funds, and the real sector. *The Quarterly Journal of Economics*, 112(3), 663-691.

- Jacklin, C., & Bhattacharya, S. (1988). Distinguishing panics and information-based bank runs: welfare and policy implications. *Journal of Political Economy*, 96(3), 568-592.
- Kiyotaki, N., & Moore, J. (1997). Credit cycles. *Journal of Political Economy*, 105(2), 211-248.
- Kocherlakota, N. (2010). Taxing risk and the optimal regulation of financial institutions. *Economic Policy Paper* (10-3), 1-12.
- Leland, H., & Pyle, D. (1977). Informational asymmetries, financial structure, and financial intermediation. *The Journal of Finance*, 32(2), 371-387.
- Lennox, C. (1999). Identifying failing companies: a re-evaluation of the logit, probit and DA approaches. *Journal of Economics and Bussines*, 51(4), 347-364.
- Martínez, O. (2003). Determinantes de fragilidad en las empresas colombianas. *Tema 1 del reporte de estabilidad financiera. Banco de la República*, 64-74.
- McNeil, A., Frey, R., & Embrechts, P. (2005). *Quantitative risk management: concepts techniques and tools*. United States of America: Princeton University Press.
- Merton, R. (1974). On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. *The Journal of Finance*, 29(2), 449-470.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público. (2014). *Hechos destacables PIB segundo trimestre 2014*. Recuperado de <http://www.minhacienda.gov.co>
- Modigliani, F., & Miller, M. (1958). The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. *The American Economic Review*, 48(3), 261-297.
- Montgomery, D., Peck, E., & Vining, P. (2006). *Introducción al análisis de regresión lineal*. México: Continental.

- Nguyen, H. (2015). Default predictors in credit scoring: evidence from France's retail banking institution. *The Journal of Credit Risk*, 11(2), 41-66.
- Perotti, E., & Suarez, J. (2011). A pigovian approach to liquidity regulation. *International Journal of Central Banking*, 7(4), 3-41.
- Romero, E. (2013). Variables financieras determinantes del fracaso empresarial para la pequeña y mediana empresa en Colombia: análisis bajo modelo logit. *Revista Pensamiento y Gestión*, 34, 235-277.
- Ruano-Pardo, P., & Salas-Fumás, V. (2006). Morosidad de la deuda empresarial bancaria en España, 1992-2003. *Documento de Trabajo* (0622), 1-54.
- Stiglitz, J., & Weiss, A. (1981). Credit rationing in markets with imperfect information. *The American Economic Review*, 71(3), 393-410.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (1995). *Capítulo II. Reglas relativas a la gestión del riesgo crediticio. Anexo 3: Modelo de referencia de la cartera comercial* (circular 100 básica contable y financiera). Recuperado de <https://www.superfinanciera.gov.co>
- Superintendencia Financiera de Colombia. (2002). *Capítulo II. Gestión del riesgo de crédito* (circular externa 011). Recuperado de <http://www.superfinanciera.gov.co>
- Williams, R. (2006). Generalized ordered logit/partial proportional odds models for ordinal dependent variables. *The Stata Journal*, 6(1), 58-82.
- Williams, R. (2009). Using heterogeneous choice models to compare logit and probit coefficients across groups. *Sociological Methods and Research*, 37(4), 531-559.
- Zamudio, N. (2007). Determinantes de la probabilidad de incumplimiento de las empresas colombianas. *Borradores de Economía. Banco de la República* (466), 1-57.

ANEXOS

ANEXO A. *Calificaciones en riesgo de crédito comercial*

El riesgo crediticio aunque es el más importante que una entidad financiera debe gestionar, son muy pocos los estudios en Colombia en los cuales se analiza la probabilidad de *default* de las firmas en una entidad financiera a través de la modelación de la probabilidad de incumplimiento. De acuerdo con la reglamentación de la SFC existen cinco calificaciones de riesgo (A, B, C, D y E) para los créditos de las diferentes modalidades de cartera. Estas calificaciones se definen a partir del número de días de vencimiento y de otras consideraciones que internamente emplean las entidades bancarias y que son expuestas a continuación:

Categoría A: los créditos calificados en esta categoría reflejan una estructuración y atención excelente. Los estados financieros de los deudores o los flujos de caja, así como la demás información crediticia, indican una capacidad de pago optima, en términos del monto y origen de los ingresos con que cuentan los deudores para atender los pagos requeridos. Se considera un riesgo normal; menor a 30 días de vencimiento.

Categoría B: Se refleja una estructuración y atención apropiada. Los estados financieros de los deudores o los flujos de caja, así como la demás información crediticia, indican una capacidad al menos aceptable, en términos del monto y origen de los ingresos con que cuentan los deudores para atender los pagos requeridos. Riesgo aceptable; entre 30 y 90 días de vencido.

Categoría C: se califica en esta categoría los créditos que presentan en la capacidad de pago del deudor o en los flujos de caja un riesgo apreciable, que comprometan el normal recaudo de la obligación en los términos convenidos. Se tiene un riesgo apreciable entre 90 y 180 días de vencido.

Categoría D: se califica en esta categoría los créditos o contratos que presentan insuficiencias en la capacidad de pago del deudor o en los flujos de caja del proyecto. Los bancos deben clasificar en esta categoría, a deudores que independientemente de que no cumplan con las condiciones anteriores presenten mayor riesgo por otros factores. Se tiene un riesgo considerable; entre 180 y 360 días de vencido.

Categoría E: Se tiene un riesgo de incobrabilidad, que es aquel que se estima incobrable; mayor de 360 días de vencido. La SFC establece las calificaciones D y E como las categorías de incumplimiento.

Es importante mencionar que la calificación con la cual se trabajó en la estimación de los modelos logísticos ordinarios generalizados es la calificación definitiva, que consiste en la peor

de tres calificaciones: i) temporalidad o por altura de mora, ii) modelos internos de riesgo y iii) sectorial.

La calificación por altura de mora se obtiene a través del número de días de vencimiento que tenga la firma con la entidad financiera, la cual se describió anteriormente. La calificación por los modelos internos de riesgo de crédito consiste primero en la estimación de la probabilidad de incumplimiento dada por los modelos logísticos y posteriormente se homologa a una calificación, de acuerdo a unos criterios internos (rangos) que establece el banco y que se detallan a continuación:

Tabla 13. Categorías de Homologación a través de la probabilidad de incumplimiento

Categoría	Probabilidad de Incumplimiento	
	Límite inferior	Límite Superior
A	0%	3.11%
B	3.11%	11.15%
C	11.15%	72.75%
D	72.75%	89.89%
E	89.89%	100%

Finalmente la calificación sectorial, consiste en cómo está calificada la firma en los demás bancos con los que tenga obligaciones contractuales. De las tres calificaciones anteriores, se escoge la peor de ellas, en consecuencia no se tendrán problemas de endogeneidad en la estimación del modelo de riesgo crediticio, puesto que la calificación de la firma no radica exclusivamente por altura de mora.

ANEXO B. Caracterización de la empresa grande, mediana y pequeña

Las empresas grandes, medianas y pequeñas se definen como organizaciones que impactan el crecimiento económico, el empleo, la competitividad y el dinamismo de la propia economía de un país (BID, 2000), de ahí se destaque la importancia y relevancia de la Pyme dentro del tejido empresarial de un país. Romero (2013) señala que la mayoría de los países de Latinoamérica no poseen información sobre este tipo de compañías, y la que existe es limitada, debido a que no se encuentran registradas oficialmente. Por lo tanto no hay información financiera pública o estadísticas sobre ellas, de allí que se utilice información acumulada en encuestas e investigaciones realizadas por entidades del gobierno o no gubernamentales.

En los modelos de referencia comercial de la SFC, la definición de Pyme está determinada por la Ley 590 del año 2000 sobre promoción del desarrollo de la mediana y pequeña empresa del país. En el artículo segundo se considera la MiPyme como: “toda unidad de explotación económica, realizada por persona natural o jurídica, en actividades empresariales,

agropecuarias, industriales, comerciales o de servicio, rural o urbana” que responda al parámetro de clasificación del total de activos de la empresa.

En el Anexo 3 del modelo de referencia de la cartera de la SFC señala que los procesos de segmentación y discriminación de los portafolios de crédito y de sus posibles sujetos de crédito, deben servir de base para la estimación de las pérdidas esperadas. El modelo se basa en segmentos diferenciados por el nivel de los activos de los deudores. Los portafolios fueron definidos según el artículo 2 de la Ley 590 de 2000, el cual se encuentra contemplado en el capítulo II de la Gestión del Riesgo de Crédito de la SFC. En la Tabla 14 se aprecia que la caracterización de la grande, mediana y pequeña empresa se divide por el nivel de activos.

Tabla 14. Segmentación de la Cartera Comercial por tamaño de empresa

TAMAÑO DE EMPRESA	ACTIVOS
	Salarios Mínimos Legales Vigentes (SMLV)
Pequeña	Menor a 5,000
Mediana	Entre 5,000 y 15,000
Grande	Mayor a 15,000

ANEXO C. Estadísticas descriptivas para las variables financieras

Tabla 15. Promedio de cada uno de los indicadores microeconómicos por tipo de calificación

Tipo de Variable	Indicador	A	B	C	D	E
Endeudam.	Endeudamiento General	50.85	51.78	49.55	53.17	56.03
	Endeudamiento Neto	50.87	52.65	52.19	56.60	56.08
	Obligaciones Bancarias / Pasivo Total	31.26	35.79	39.02	45.42	54.10
Eficiencia	Días de Cartera	19.48	19.87	20.57	23.05	22.41
	Días de Proveedores	15.12	15.68	20.21	22.65	21.18
	Ciclo Operacional	44.96	46.19	49.10	58.13	58.29
Liquidez	Razón Corriente	1.68	1.55	1.480	1.22	1.28
	Capital de Trabajo ²³ / Ventas	10.25	5.09	10.43	5.04	7.91
	Activo Corriente / Activo Total	49.81	46.94	44.67	44.84	46.28
Rentabilidad	Utilidad Neta / Patrimonio	15.04	14.36	10.19	5.23	4.18
	Utilidad Operativa / Activo Total	10.64	10.88	7.90	8.37	7.28
	Utilidad Operativa / Ventas	10.268	10.96	10.20	7.42	6.39

²³ El capital de trabajo se calcula como la discrepancia entre el activo corriente y el pasivo corriente.

En la Tabla 15 se aprecia que a medida que la calificación de riesgo de crédito se degrada, el nivel promedio de las obligaciones bancarias / pasivo total aumenta, por lo cual tiene un sentido acorde con teoría económica de riesgo. Por ejemplo, para la modalidad de riesgo de crédito A, este indicador descriptivo toma el valor del 31.26%, mientras que para la calificación E es del 54.10%, por lo que aumenta en más de un 20%. Por su parte, el nivel promedio de endeudamiento neto para las diferentes calificaciones de crédito se encuentra entre 50.87% y 56.08%, por lo que no se presenta un aumento considerable en el indicador promedio, cuando la calificación de riesgo se deteriora. El indicador promedio de endeudamiento general tiene un comportamiento similar al endeudamiento neto. De esta manera se seleccionó como variable candidata en la estimación del modelo, el cociente entre las obligaciones bancarias / pasivo total. El análisis descriptivo es de vital importancia para analizar de manera individual el comportamiento de cada una de las variables y a través de cruces entre las variables, lo que se conoce como tablas de contingencia. Adicionalmente, se empleó el Diagrama de Cajas y Alambres para analizar la variabilidad de los datos.

Con el propósito de analizar la mayoría de las variables continuas en términos porcentuales se dividió los días de cartera, días de proveedores y ciclo operacional de la empresa entre 365 días y posteriormente se multiplicó por 100. En la Tabla 15 se observa que a medida que la calificación de riesgo se degrada tanto los días de cartera, como los días de proveedores y el ciclo operacional va aumentando. Sin embargo, para la variable ciclo operacional el incremento de la media aritmética es mayor en relación a los demás indicadores, por ello se seleccionó como la primera variable candidata en la estimación del modelo de riesgo de crédito. Para una futura investigación sobre este tópico de la economía se puede implementar una metodología de selección de variables, como el método *Stepwise*.

En relación al indicador de rentabilidad, se aprecia que el promedio de la utilidad neta / patrimonio, utilidad operativa / activo total y utilidad operativa / ventas va disminuyendo a medida que la calificación de riesgo se deteriora, por lo que a partir de este análisis descriptivo, cualquier indicador financiero es candidato en la estimación del modelo. No obstante, la disminución más pronunciada entre la calificación A y E es en el indicador de utilidad neta / patrimonio, puesto que en la primera modalidad el indicador promedio es del 15,04%, mientras que para la calificación E es del 4,18%. Por otro lado, en el indicador de liquidez, resultó ser la medida tradicional (razón corriente), debido a que fue la única variable significativa al 5% en cada una de las categorías de la variable dependiente. En la Tabla 16 se presentan las mismas estadísticas para las firmas comerciales.

Tabla 16. Promedio de cada uno de los indicadores microeconómicos por tipo de calificación

Tipo de Variable	Indicador	A	B	C	D	E
Endeudam.	Endeudamiento General	50.42	53.78	35.75	57.91	49.84
	Endeudamiento Neto	48.13	49.88	36.06	60.43	54.15
	Obligaciones Bancarias / Pasivo Total	26.25	27.26	46.43	65.20	73.88
Eficiencia	Días de Cartera	14.906	22.345	15.301	31.878	41.73
	Días de Proveedores	15.00	23.24	11.13	20.98	66.23
	Ciclo Operacional	37.72	66.60	65.05	91.15	145.21
Liquidez	Razón Corriente	2.03	1.79	1.56	1.35	1.40
	Capital de Trabajo / Ventas	11.80	21.16	8.72	14.87	14.64
	Activo Corriente / Activo Total	62.75	68.40	35.32	62.03	55.59
Rentabilidad	Utilidad Neta / Patrimonio	20.20	17.52	15.42	3.68	-2.43
	Utilidad Operativa / Activo Total	12.76	10.62	16.44	6.90	6.50
	Utilidad Operativa / Ventas	9.90	11.27	21.89	6.10	14.69

En este segmento también se seleccionó los mismos indicadores microeconómicos considerados en la estimación del modelo en el sector económico industrial.

ANEXO D. Estimación de correlaciones lineales y prueba de multicolinealidad.

Antes de la estimación del modelo de riesgo en cada uno de los sectores económicos, se realizó un análisis descriptivo de cada una de las variables financieras. Se estimaron algunos indicadores de tendencia central como la media y mediana y a su vez indicadores de dispersión como la varianza, desviación típica y el coeficiente de variación. Además, se estimó el coeficiente de correlación lineal de Pearson entre las variables. Este indicador se presenta a continuación:

Tabla 17. Estimación del coeficiente de correlación lineal (Sector Económico Industrial)

Coeficiente de Correlación	Endeudamiento	Liquidez	Rentabilidad	Eficiencia	Comport	Macro
Endeudamiento	100%	-12.83%	-14.73%	0.39%	13.15%	0.11%
Liquidez	-12.83%	100%	6.87%	20.07%	-6.10%	1.15%
Rentabilidad	-14.73%	6.87%	100%	-16.79%	-6.75%	8.20%
Eficiencia	0.39%	20.07%	-16.79%	100%	11.46%	-4.38%
Comportamiento	13.15%	-6.10%	-6.75%	11.46%	100%	-2.68%
Macroeconómica	0.11%	1.15%	8.20%	-4.38%	-2.68%	100%

En la Tabla 17 se aprecia que el coeficiente de correlación lineal entre las variables microeconómicas, comportamiento de pago y macroeconómica oscila entre el -21% y 15%, por lo que no existe una fuerte correlación entre las variables consideradas en la estimación del modelo.

Tabla 18. Estimación del coeficiente de correlación lineal (Sector Económico Comercial)

Coeficiente de Correlación	Endeudamiento	Liquidez	Rentabilidad	Eficiencia	Comport	Macro
Endeudamiento	100%	-23.13%	-20.32%	17.36%	30.22%	-10.89%
Liquidez	-23.13%	100%	7.42%	5.47%	-9.71%	-1.26%
Rentabilidad	-20.32%	7.42%	100%	-23.92%	-22.30%	9.86%
Eficiencia	17.36%	5.47%	-23.92%	100%	30.53%	-28.26%
Comportamiento	30.22%	-9.71%	-22.30%	30.53%	100%	-12.30%
Macroeconómica	-10.89%	-1.26%	9.86%	-28.26%	-12.30%	100%

En la Tabla 18 se aprecia que las correlaciones entre las variables en el segmento comercial se encuentran entre -23,13% y 30,53%. Al igual que en el segmento industrial, no se presenta una fuerte correlación entre las variables. Incluso las correlaciones en valor absoluto no son mayores al 50% en ambos segmentos. Para el análisis de correlación lineal se debe suponer que el conjunto de datos se asemeja a una distribución normal.

Alguna prueba de que no haya problemas de multicolinealidad?

El método de Valor de Inflación de Varianza (VIF) es una de las pruebas que generalmente se emplean para determinar problemas de multicolinealidad en los modelos econométricos que se estiman. Montgomery, Peck & Vinning (2006) señala que el VIF debe ser menor a 5, de tal manera que no haya problemas de multicolinealidad. Para la estimación de la probabilidad de incumplimiento, este indicador se obtuvo en el programa R. Los resultados de las estimaciones son:

Tabla 19. VIF para las empresas del sector económico industrial y comercial

Variable	VIF (Industria)	VIF (Comercio)
Endeudamiento	1.027	1.367
Liquidez	1.126	1.077
Rentabilidad	1.109	1.030
Eficiencia	1.147	1.363
Comportamiento	1.022	1.015
Pequeña	1.265	1.991
Mediana	1.390	1.987
Macroeconómica	1.021	1.026

El indicador VIF para las empresas industriales y comerciales es menor que dos en cada una de las variables regresoras, por lo que no hay problemas de multicolinealidad en la estimación del modelo.

ANEXO E. Estimación de las matrices de transición para un periodo de 1, 2 y 3 años

Uno de los campos de aplicación de las matrices de transición es en riesgo crediticio, cuyo propósito es estimar la probabilidad de migración entre estados para las empresas que tienen créditos comerciales con las entidades financieras. Se presenta la estimación de las matrices de transición para las empresas que pertenecen al sector económico industrial y comercial por tipo de tamaño de empresa y así determinar la probabilidad de que un crédito catalogado como A siga siendo calificado en esta misma categoría al cabo de 1, 2 ó 3 años.

Se considera una cadena de Markov en dos estados, donde el primer estado corresponde las calificaciones de los clientes al inicio del tiempo y el segundo estado corresponde a la calificación que obtuvo el cliente al cabo de un año. Por ejemplo, en la primera matriz se presenta la probabilidad de que una industria siendo calificada como A al inicio del periodo, siga siendo A al cabo de un año. También se presenta la probabilidad que emigre a otras categorías de riesgo. En la primera columna de cada una de las matrices se aprecia la calificación otorgada al cliente al inicio, mientras que en el encabezado de la primera fila se presenta la categoría que se le asignó al cliente al cabo de 1, 2 o 3 años. Estas matrices se realizan por segmento económico y tipo de tamaño de empresa.

- **Sector Económico Industrial**

Tabla 20. Matriz de Transición para las empresas grandes al cabo de un año

Categorías	A	B	C	D	E
A	73.74%	13.19%	0.75%	0.75%	0.00%
B	2.76%	2.01%	0.50%	0.38%	0.13%
C	0.25%	0.25%	1.01%	0.00%	0.13%
D	0.13%	0.00%	0.00%	0.25%	1.63%
E	0.00%	0.13%	0.00%	0.00%	2.01%

Tabla 21. Matriz de Transición para las empresas grandes al cabo de dos años

Categorías	A	B	C	D	E
A	67.64%	19.53%	1.67%	1.67%	0.14%
B	2.37%	1.81%	0.70%	0.28%	0.42%
C	0.14%	0.14%	0.84%	0.28%	0.00%
D	0.14%	0.00%	0.00%	0.14%	0.70%
E	0.00%	0.28%	0.00%	0.00%	1.12%

Tabla 22. Matriz de Transición para las empresas grandes al cabo de tres años

Categorías	A	B	C	D	E
A	63.72%	21.65%	2.44%	2.29%	1.52%
B	2.59%	1.52%	0.61%	0.00%	0.91%
C	0.15%	0.00%	0.61%	0.30%	0.15%
D	0.15%	0.00%	0.00%	0.00%	0.76%
E	0.00%	0.15%	0.00%	0.00%	0.46%

Tabla 23. Matriz de Transición para las empresas medianas al cabo de un año

Categorías	A	B	C	D	E
A	70.40%	16.10%	1.38%	0.61%	0.00%
B	3.22%	0.92%	0.31%	1.23%	0.00%
C	0.15%	0.31%	0.15%	0.15%	0.00%
D	0.00%	0.15%	0.15%	0.61%	1.84%
E	0.00%	0.00%	0.00%	0.15%	2.15%

Tabla 24. Matriz de Transición para las empresas medianas al cabo de dos años

Categorías	A	B	C	D	E
A	67.60%	15.37%	3.47%	3.47%	0.66%
B	2.98%	0.66%	0.17%	0.50%	0.33%
C	0.00%	0.33%	0.17%	0.17%	0.17%
D	0.00%	0.17%	0.00%	0.00%	1.65%
E	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	2.15%

Tabla 25. Matriz de Transición para las empresas medianas al cabo de tres años

Categorías	A	B	C	D	E
A	67.48%	15.34%	2.04%	5.93%	2.25%
B	3.27%	0.82%	0.00%	0.00%	0.20%
C	0.20%	0.41%	0.00%	0.00%	0.20%
D	0.00%	0.00%	0.20%	0.00%	0.82%
E	0.20%	0.00%	0.00%	0.00%	0.61%

Tabla 26. Matriz de Transición para las empresas pequeñas al cabo de un año

Categorías	A	B	C	D	E
A	61.11%	16.18%	1.35%	2.59%	0.05%
B	5.39%	2.37%	0.65%	1.73%	0.05%
C	0.22%	0.38%	0.32%	0.97%	0.05%
D	0.22%	0.05%	0.05%	1.19%	2.16%
E	0.05%	0.00%	0.11%	0.00%	2.75%

Tabla 27. Matriz de Transición para las empresas pequeñas al cabo de dos años

Categorías	A	B	C	D	E
A	60.44%	14.67%	2.50%	4.50%	1.70%
B	5.42%	1.58%	0.79%	0.85%	0.85%
C	0.43%	0.06%	0.12%	0.30%	0.61%
D	0.18%	0.06%	0.00%	0.55%	1.52%
E	0.12%	0.00%	0.12%	0.00%	2.62%

Tabla 28. Matriz de Transición para las empresas pequeñas al cabo de tres años

Categorías	A	B	C	D	E
A	59.34%	14.82%	2.29%	7.30%	4.51%
B	5.80%	1.00%	0.36%	1.22%	0.64%
C	0.50%	0.07%	0.07%	0.21%	0.36%
D	0.21%	0.07%	0.00%	0.14%	0.43%
E	0.21%	0.00%	0.07%	0.07%	0.29%

- Sector Económico Comercial**

Tabla 29. Matriz de Transición para las empresas grandes al cabo de un año

Categorías	A	B	C	D	E
A	68.01%	12.50%	5.65%	0.81%	0.00%
B	3.49%	2.42%	0.40%	0.40%	0.13%
C	0.27%	0.27%	1.08%	0.00%	0.13%
D	0.13%	0.00%	0.00%	0.27%	1.75%
E	0.00%	0.13%	0.00%	0.00%	2.15%

Tabla 30. Matriz de Transición para las empresas grandes al cabo de dos años

Categorías	A	B	C	D	E
A	67.06%	13.15%	6.35%	2.66%	0.15%
B	2.95%	1.92%	0.74%	0.44%	0.44%
C	0.15%	0.15%	0.89%	0.30%	0.00%
D	0.15%	0.00%	0.00%	0.15%	0.89%
E	0.00%	0.30%	0.00%	0.00%	1.18%

Tabla 31. Matriz de Transición para las empresas grandes al cabo de tres años

Categorías	A	B	C	D	E
A	65.43%	13.02%	7.40%	3.54%	0.96%
B	3.05%	1.61%	0.80%	0.00%	0.96%
C	0.16%	0.00%	0.64%	0.32%	0.16%
D	0.16%	0.00%	0.00%	0.00%	0.80%
E	0.00%	0.16%	0.00%	0.00%	0.80%

Tabla 32. Matriz de Transición para las empresas medianas al cabo de un año

Categorías	A	B	C	D	E
A	67.75%	14.33%	5.05%	0.65%	0.00%
B	3.42%	0.98%	0.33%	1.30%	0.00%
C	0.16%	0.33%	0.16%	0.16%	0.00%
D	0.00%	0.16%	0.16%	0.65%	1.95%
E	0.00%	0.00%	0.00%	0.16%	2.28%

Tabla 33. Matriz de Transición para las empresas medianas al cabo de dos años

Categorías	A	B	C	D	E
A	65.78%	15.17%	5.29%	3.00%	0.71%
B	3.17%	0.71%	0.18%	0.53%	0.35%
C	0.00%	0.35%	0.18%	0.18%	0.18%
D	0.00%	0.18%	0.00%	0.00%	1.76%
E	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	2.29%

Tabla 34. Matriz de Transición para las empresas medianas al cabo de tres años

Categorías	A	B	C	D	E
A	62.93%	11.95%	8.05%	6.59%	2.20%
B	2.44%	1.71%	0.24%	0.24%	0.49%
C	0.00%	0.49%	0.00%	0.24%	0.24%
D	0.00%	0.00%	0.24%	0.00%	0.98%
E	0.24%	0.00%	0.00%	0.00%	0.73%

Tabla 35. Matriz de Transición para las empresas pequeñas al cabo de un año

Categorías	A	B	C	D	E
A	57.48%	11.50%	4.07%	2.60%	0.05%
B	10.85%	2.44%	0.65%	1.74%	0.05%
C	0.22%	0.38%	0.33%	0.98%	0.05%
D	0.22%	0.05%	0.05%	1.19%	2.17%
E	0.05%	0.00%	0.11%	0.00%	2.77%

Tabla 36. Matriz de Transición para las empresas pequeñas al cabo de dos años

Categorías	A	B	C	D	E
A	54.98%	11.48%	4.83%	4.58%	1.71%
B	11.55%	1.65%	0.79%	0.86%	0.86%
C	0.43%	0.06%	0.12%	0.31%	0.61%
D	0.18%	0.06%	0.00%	0.55%	1.53%
E	0.12%	0.00%	0.12%	0.00%	2.63%

Tabla 37. Matriz de Transición para las empresas pequeñas al cabo de tres años

Categorías	A	B	C	D	E
A	50.30%	11.32%	6.12%	5.95%	4.36%
B	15.17%	1.26%	0.42%	1.42%	0.75%
C	0.59%	0.08%	0.08%	0.25%	0.42%
D	0.25%	0.08%	0.00%	0.17%	0.50%
E	0.25%	0.00%	0.08%	0.08%	0.34%

En general, se observó que la probabilidad de que el cliente conserve la categoría de riesgo de crédito A durante el primer año transcurrido en las empresas grandes y medianas es mayor en relación a las empresas de menor tamaño, en cualquiera de los dos sectores económicos analizados. Adicionalmente, la probabilidad de que la empresa siga siendo calificada en A, al cabo de dos y tres años es menor respecto al primer año transcurrido para las empresas comerciales e industriales, clasificados ambos sectores por tamaño de empresa. Comparando los dos segmentos considerados en la investigación se aprecia que la probabilidad de que un crédito calificado como A para las firmas comerciales siga siendo A durante un periodo de uno y dos años es levemente menor en relación a las empresas industriales en cualquiera de los grupos de empresas. Lo descrito anteriormente también sucede para un periodo de tres años en el tamaño de empresa mediano y pequeño. Por su parte, en el tamaño de empresa grande, la probabilidad de que una firma comercial siga siendo calificada al cabo de tres años en esta misma categoría es del 65.43%, mientras que para las empresas industriales es del 63.72%.

En el caso de que una empresa pertenezca al sector económico industrial y a su vez el tamaño sea mediano, la probabilidad de que un cliente sea calificado en las dos peores calificaciones de riesgo de crédito al cabo del primer año será del 6.75%. Mientras que a dos y tres años es del 9% y 10% respectivamente. Es decir que la probabilidad de estar en estas dos categorías de riesgo crediticio aumentará en el segundo y tercer año en relación al primero. En relación a las empresas comerciales en este mismo tamaño de empresa, la probabilidad de que sea calificado en D o E al cabo de uno, dos y tres años es del 7.20%, 9% y 11.71% respectivamente, por lo que las probabilidades de incumplimiento en las firmas comerciales es ligeramente mayor respecto a las firmas industriales, algo que también se evidenció en la estimación del modelo.

Dado que la calificación de una empresa pequeña es A, B y C, y además pertenece al sector económico industrial, entonces la probabilidad de que al cabo de dos años sea calificada en D o E es del 8.81%, mientras que al cabo de tres años su probabilidad aumenta al 14.2% aproximadamente. Mientras que si la empresa es comercial, la probabilidad de que la calificación de riesgo de crédito sea D o E durante un horizonte de dos y tres años es del 8.83% y 13.2% respectivamente. Finalmente, para el ente regulador colombiano, las probabilidades de incumplimiento estimadas por los modelos de riesgo que tengan internamente las entidades financieras se deben realizar durante un horizonte de doce meses. Adicionalmente, los modelos deben estar soportados estadísticamente y la mayoría de las variables consideradas en los modelos deben ser significativas.

ANEXO F. Estimación del Modelo Logístico Ordenado Sector Económico Industrial

En la Tabla 38 se aprecia que los coeficientes estimados de las variables regresoras asociados a los indicadores financieros, comportamiento son significativos a un nivel de confianza del 5% (debido a que el valor $p < \alpha = 5\%$) al igual que el tamaño de empresa mediana y pequeña. De esta manera cada una de las variables independientes es importante a la hora de estimar la probabilidad de incumplimiento, teniendo en cuenta un nivel de confianza del 95%

En cuanto al intercepto asociado a cada una de las ecuaciones de regresión logística se aprecia que el intervalo de confianza construido al 95% no incluye el valor cero, por lo tanto son significativos en la estimación de las probabilidades. Adicionalmente, el modelo es conjuntamente significativo, debido a que el valor p asociado a la prueba chi-cuadrado que se aprecia en la Tabla 6 es menor que un nivel de significancia del 5%.

Para verificar este supuesto se emplea la prueba de *Brant*, donde la hipótesis nula (H_0) está asociada a que los parámetros de las variables en cada una de las ecuaciones de regresión logística son iguales, mientras que la hipótesis alterna se refiere a que al menos un coeficiente asociado a una de las variables regresoras del modelo es diferente en al menos dos de las categorías de riesgo.

Tabla 38. Estimación del modelo logit ordenado

Variable	Coefficiente Estimado	Error estándar	Significancia
Endeudamiento	0.0116	0.0134	0.000
Liquidez	-0.1003	0.0303	0.001
Rentabilidad	-0.0048	0.0018	0.010
Eficiencia	0.0023	0.0009	0.010
Comportamiento	0.1094	0.0072	0.000
Pequeña	0.1988	0.0960	0.038
Mediana	-0.3921	0.0805	0.000
Macroeconómica	-0.1939	0.0209	0.000
Intercepto	Coefficiente Estimado	IC Límite Inferior 95%	IC Límite Superior 95%
Ecuación A	0.5005	0.2378	0.7631
Ecuación B	1.6661	1.3965	1.9356
Ecuación C	2.3087	2.0297	2.5877
Ecuación D	3.1525	2.8493	3.4557
Numero de Observaciones	4677	IC = Intervalo de Confianza	
LR χ^2 (8)	562.7		
Valor p (LR) > χ^2	0.0000		

En la Tabla 39 se aprecia que el supuesto de líneas paralelas se rechaza para todo el modelo en conjunto y de manera individual para el indicador de endeudamiento, liquidez, rentabilidad, actividad y tamaño de la empresa (mediana y pequeña). La variable asociada al indicador de comportamiento es el único que cumple con el supuesto de líneas paralelas, debido a que el valor p asociado a la distribución Chi-cuadrado es menor que un nivel de significancia del 1%, incluso a un 4%, por lo que son los únicos coeficientes iguales en cada una de las ecuaciones de regresión.

Tabla 39. Test de *Brant* para probar el supuesto de líneas paralelas

Variable	Estadístico Chi	Significancia	Grados de Libertad
Endeudamiento	36.49	0.00	3
Liquidez	14.67	0.00	3
Rentabilidad	32.14	0.00	3
Eficiencia	14.13	0.00	3
Comportamiento	8.40	0.04	3
Pequeña	19.59	0.00	3
Mediana	32.23	0.00	3
Macroeconómica	4.98	0.17	3
Total	165.65	0.00	24

En el test de *Brant* se estiman $j-1$ ecuaciones de regresión logísticas binarias. Para el caso de las calificaciones de riesgo crediticio se estiman 4 ecuaciones logísticas correspondientes a $P(Y > A)$, $P(Y > B)$, $P(Y > C)$, $P(Y > D)$. Luego de estimar el parámetro asociado a cada una de las variables regresoras en las diferentes ecuaciones de regresión logística se procede a realizar una prueba chi-cuadrado de Pearson. En esta prueba se comparan si los parámetros son estadísticamente iguales en las diferentes modalidades de riesgo. Por ejemplo, en la variable de endeudamiento se compara si el parámetro en la calificación A es estadísticamente igual en la calificación B, C y D. La hipótesis nula y alterna vienen dadas por:

$$H_0 : \beta_A = \beta_B = \beta_C = \beta_D ; \text{ vs } H_a : \text{al menos un } \beta_i \neq \beta_k ; \text{ donde } i, k = A, B, C, D ; i \neq k$$

Para el cálculo del valor p se emplea como distribución de referencia la distribución chi-cuadrado. Si el valor p es menor o igual que un nivel de significancia del 5%, hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis, por lo tanto al menos un parámetro de una de las ecuaciones de regresión en el indicador de endeudamiento es diferente a otra ecuación. Esta misma prueba de hipótesis se realiza para los demás indicadores considerados en la estimación del modelo.

ANEXO G. Estimación del Modelo Logístico Ordenado Sector Económico Comercial

En la Tabla 40 se observa que cada uno de los indicadores financieros, máxima mora durante el último año, la variable macroeconómica y la empresa mediana son importantes en la estimación de la probabilidad de incumplimiento, mientras que la variable dicotómica asociada a la empresa pequeña no es significativa. Por otro lado, cada uno de los intercepto estimados en las diferentes ecuaciones de regresión son importantes en el modelo de regresión estimado por el método de máxima verosimilitud.

Tabla 40. Estimación del modelo logit ordenado

Variable	Coefficiente Estimado	Error estándar	Significancia
Endeudamiento	0.0331	0.0012	0.000
Liquidez	-0.2088	0.0244	0.000
Rentabilidad	-0.0058	0.0015	0.000
Eficiencia	0.0235	0.0007	0.000
Comportamiento	0.0876	0.0048	0.000
Pequeña	-0.0491	0.0896	0.581
Mediana	-0.6210	0.0772	0.000
Macroeconómica	-0.0611	0.0178	0.001
Intercepto	Coefficiente Estimado	IC Límite Inferior 95%	IC Límite Superior 95%
Ecuación A	2.2707	2.0011	2.5402
Ecuación B	3.3897	3.1108	3.6685
Ecuación C	4.3779	4.0842	4.6715
Ecuación D	6.0984	5.7591	6.4378
Numero de Observaciones	6764	IC = Intervalo de Confianza	
LR χ^2 (8)	3638.35		
Valor p (LR) > χ^2	0.0000		

En la Tabla 41 se aprecia que la hipótesis nula asociada al test de *Brant* para todo el modelo en conjunto se rechaza estadísticamente y de manera individual para el indicador de endeudamiento, rentabilidad, actividad y tamaño de las firmas (valor p es mayor que un nivel de significancia del 5%). La variable asociada al indicador de liquidez y la variación del producto interno bruto cumplen con el supuesto de líneas paralelas bajo un α del 1%.

Tabla 41. Test de *Brant* para probar el supuesto de líneas paralelas

Variable	Estadístico Chi	Significancia	Grados de Libertad
Endeudamiento	415.68	0.000	3
Liquidez	8.71	0.033	3
Rentabilidad	69.49	0.000	3
Eficiencia	44.88	0.000	3
Comportamiento	19.20	0.000	3
Pequeña	183.50	0.000	3
Mediana	24.01	0.000	3
Macroeconómica	11.16	0.011	3
Total	998.26	0.000	24

Como ejercicio adicional se ha estimó nuevamente el modelo logístico ordinal teniendo en cuenta la interacción entre las variables microeconómicas, de comportamiento y macroeconómica. En la Tabla 42 se aprecia que variables de interacción no son significativas al 5%, mientras que al 10% sólo una de ellas lo es.

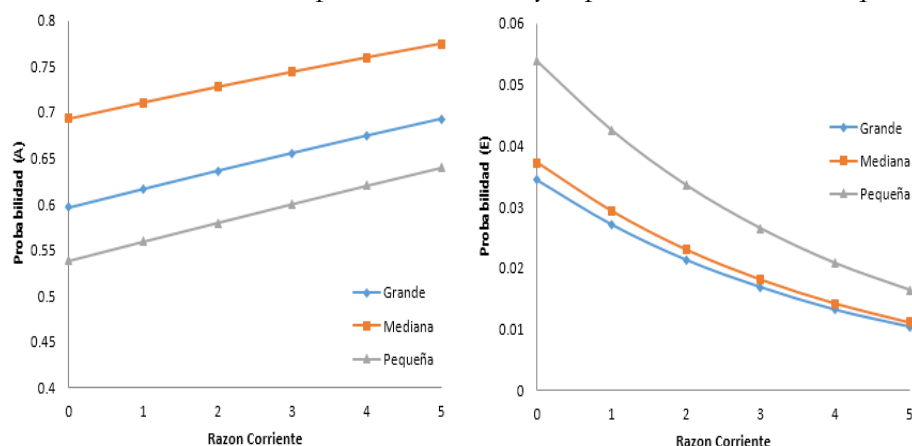
Tabla 42. Estimación de los parámetros del modelo logístico ordinal empresas comerciales

Variable	Coefficiente Estimado	Error estándar	Significancia
Endeudamiento	0.0289	0.0027	0.000
Liquidez	-0.2209	0.0270	0.000
Rentabilidad	-0.0058	0.0037	0.118
Eficiencia	0.0234	0.0007	0.000
Comportamiento	0.0820	0.0079	0.000
Pequeña	-0.6357	0.0902	0.481
Mediana	-0.6336	0.0777	0.000
Macroeconómica	-0.1007	0.0331	0.002
Interacción Endeudamiento y PIB	0.0010	0.0001	0.090
Interacción Rentabilidad y Eficiencia	-0.0001	0.0008	0.944
Interacción Liquidez y Comportamiento	0.0041	0.0043	0.333
Intercepto	Coefficiente Estimado	IC Límite Inferior 95%	IC Límite Superior 95%
Ecuación A	2.0700	1.7059	2.434
Ecuación B	3.1892	2.8183	3.5602
Ecuación C	4.1766	3.7946	4.5590
Ecuación D	5.8910	5.4718	6.3102
Numero de Observaciones	6764	IC = Intervalo de Confianza	
LR χ^2 (11)	3642.28		
Valor p (LR) > χ^2	0.0000		

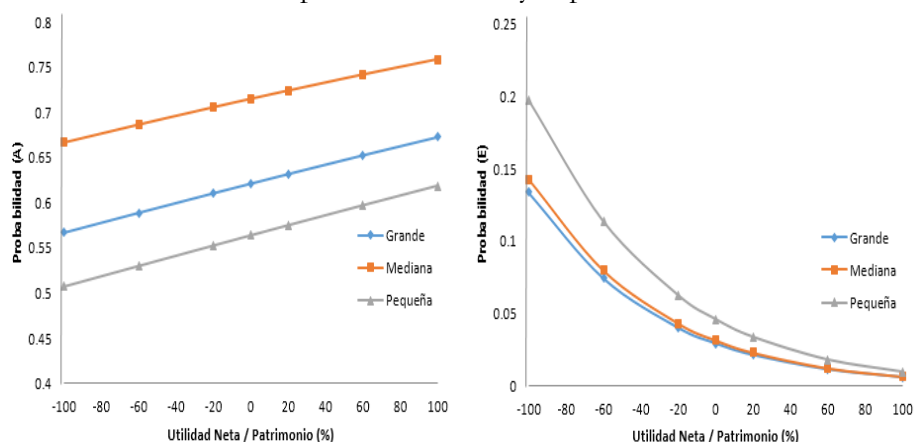
En la Tabla 42 se observa que al incluir algunas variables de interacción, como por ejemplo endeudamiento y la variable macroeconómica (PIB) no es significativa al 5%. La mayoría de las demás interacciones no resultaron ser importantes en la estimación del modelo de riesgo de crédito, puesto que el valor p es mayor que un nivel de significancia del 5%. Incluso al incluir estas interacciones, algunos parámetros estimados en las variables microeconómicas no resultaron ser significativos en este segmento. Específicamente en el indicador de rentabilidad y a su vez para el grupo de empresa de menor tamaño. Además, las variables de interacción son muy difíciles de explicar comercialmente. Dichas variables para el ente regulador colombiano son exóticas (raras) y es preferible emplear las variables puras en la estimación de los modelos de riesgo.

ANEXO H. Estimación las probabilidades A y E en el sector económico industrial

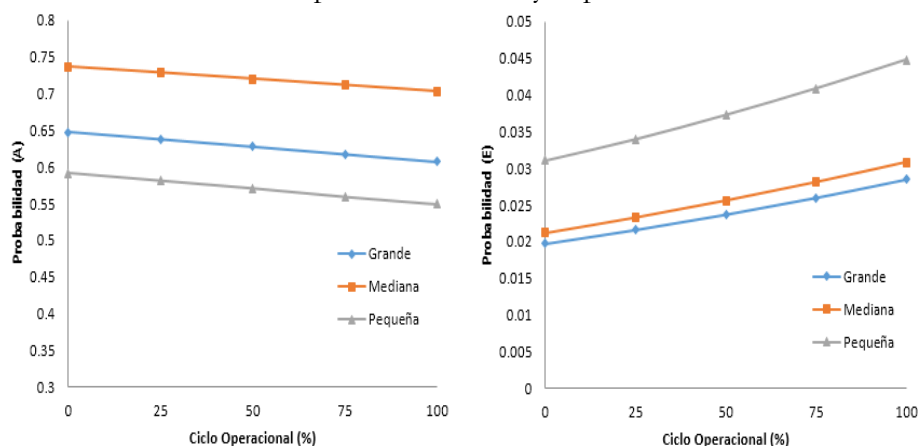
Gráfica 9. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de liquidez



Gráfica 10. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de rentabilidad

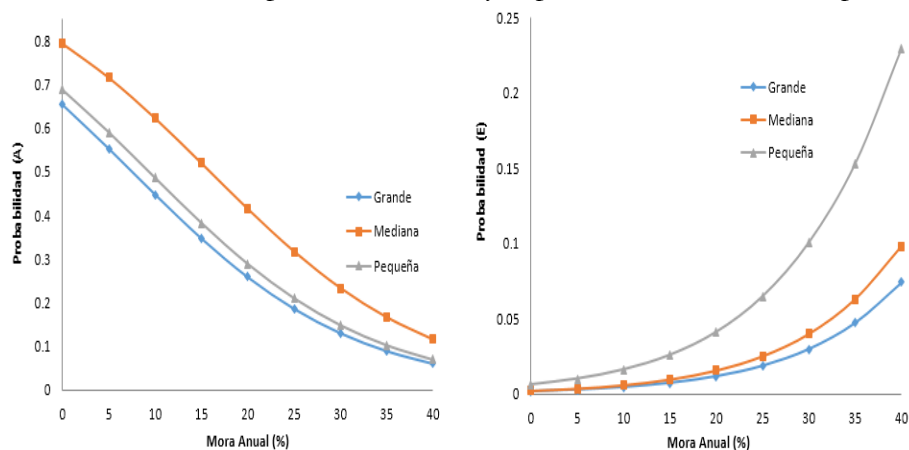


Gráfica 11. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de actividad

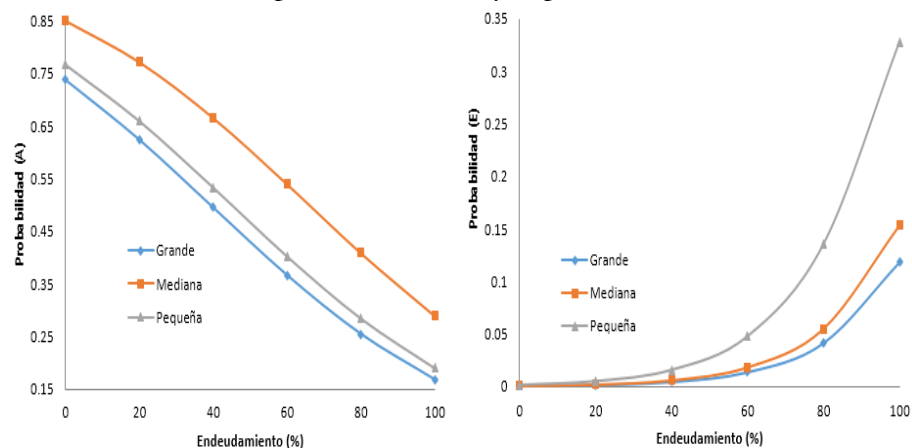


ANEXO I. Estimación las probabilidades A y E en el sector económico comercial

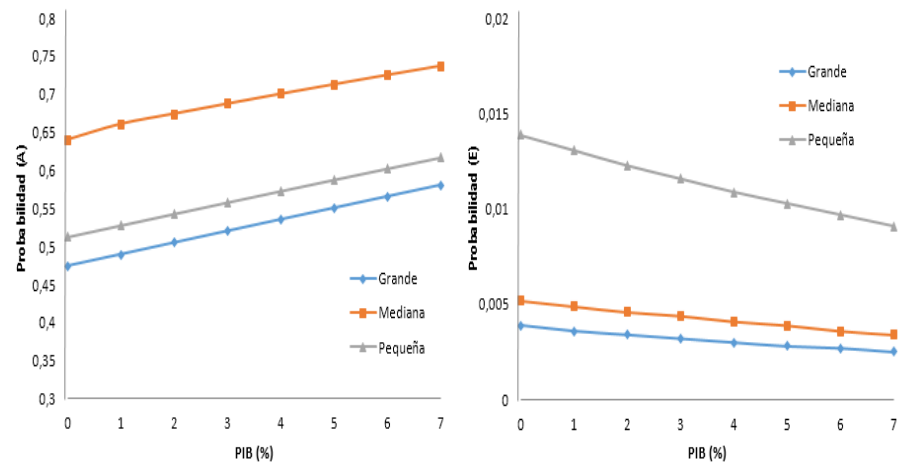
Gráfica 12. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de comportamiento



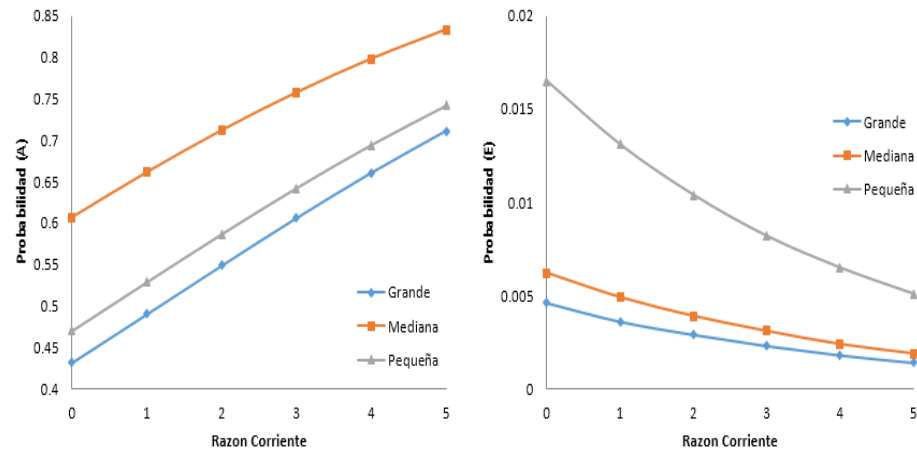
Gráfica 13. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de endeudamiento



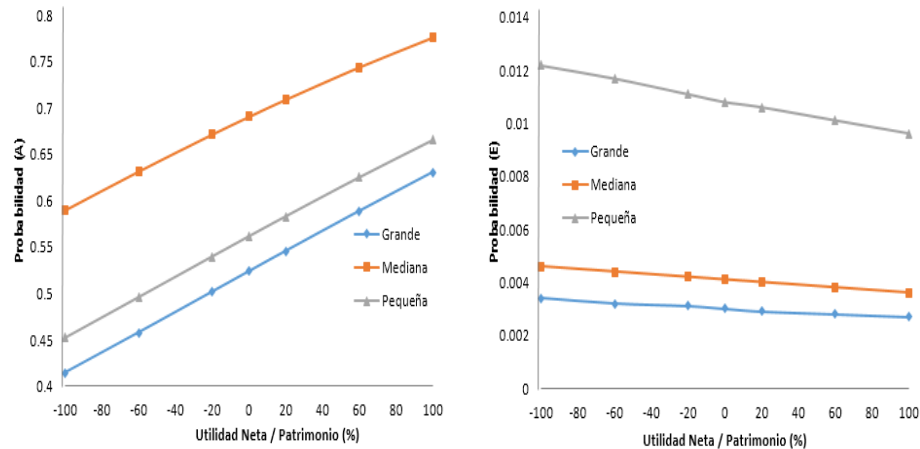
Gráfica 14. Estimación de probabilidades A y E para la variable macroeconómica *PIB*



Gráfica 15. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de liquidez



Gráfica 16. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de rentabilidad



Gráfica 17. Estimación de probabilidades A y E para el indicador de actividad

