

**PROGRAMACIÓN DEL RUTEO DE VEHÍCULOS CONSIDERANDO
RESTRICCIONES DE DISPONIBILIDAD DE INVENTARIO EN UNA EMPRESA
DISTRIBUIDORA DE PRODUCTOS DE PANADERÍA**

DANIELA CAMPO TABORDA

FRANCISCO JAVIER ESCOBAR RAMOS



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
GUADALAJARA DE BUGA
2020**

**PROGRAMACIÓN DEL RUTEO DE VEHÍCULOS CONSIDERANDO
RESTRICCIONES DE DISPONIBILIDAD DE INVENTARIO EN UNA EMPRESA
DISTRIBUIDORA DE PRODUCTOS DE PANADERÍA**

**DANIELA CAMPO TABORDA
FRANCISCO JAVIER ESCOBAR RAMOS**

**Proyecto de Grado presentado como requisito para optar al título de
Ingeniero Industrial**

Director

JULIO CÉSAR LONDOÑO ORTEGA

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
GUADALAJARA DE BUGA
2020**

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Guadalajara de Buga, Abril 2020

RESUMEN

El desarrollo del presente proyecto de grado se ocupa del diseño de un método heurístico (con base en la revisión de literatura realizada) para dar solución al problema de enrutamiento de vehículos, considerando de forma simultánea la decisión de a qué clientes asignar el inventario disponible, ya que la demanda de dichos clientes sobrepasa la capacidad de producto disponible en el depósito. En este proceso de abastecimiento de producto terminado a los clientes, se incurren por un lado en costos por utilización de vehículos, que para el caso de este trabajo, se tiene en cuenta solo el costo variable por el recorrido que deba hacer el vehículo; por otro lado, se genera un costo equivalente a la penalización que debe asumir el proveedor por incumplir con la demanda solicitada por el cliente. La problemática se identifica en un caso de estudio de una empresa del sector industrial, la cual distribuye su producto desde un depósito central hacia los clientes; la decisión de asignación de inventario se lleva a cabo finalizando la semana, ya que en estos días donde se tienen los picos más altos de demanda.

Para el diseño del heurístico se tomaron referencias de la literatura donde se estudian problemas análogos al del caso de estudio. Específicamente, el heurístico desarrollado es el algoritmo de los ahorros de Clarke and Wright, al cual se le hicieron unas modificaciones para dar solución a la problemática planteada en el trabajo. Se desarrolla un modelo matemático exacto para obtener resultados óptimos del problema y con ello tener un punto de comparación para analizar el desempeño del método heurístico. Se utiliza la plataforma de NEOS SOLVER, para resolver tanto el modelo matemático exacto como el TSP que se genera luego de la agrupación de clientes en el algoritmo de ahorro. Los resultados obtenidos muestran que el heurístico propuesto logra valores cercanos al óptimo obtenido en el modelo exacto para las instancias de clientes desarrolladas, gracias a la modificación que se propone para el método de los ahorros.

Palabras clave: Ruteo de vehículos, asignación de inventario, modelo matemático, método heurístico.

CONTENIDO

RESUMEN	4
1 INTRODUCCIÓN.....	8
2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	12
3 OBJETIVOS	13
Objetivo general.....	13
Objetivos Específicos.....	13
4 JUSTIFICACIÓN	14
5 MARCO REFERENCIAL	15
5.1 Marco conceptual.....	15
5.2 Revisión de literatura	17
5.2.1 Cadenas de suministro	19
5.2.2 Modelos matemáticos y algoritmos de solución para la integración de asignación de inventario y programación de rutas	21
6 PROCESO METODOLÓGICO	23
7 CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA.....	25
8 FORMULACIÓN DEL MODELO	27
8.1 Notación del modelo de optimización para el problema combinado de asignación de inventario y la programación de rutas	27
8.2 Procedimiento para obtener resultados del modelo exacto	31
8.3 Desarrollo del algoritmo heurístico de Clarke Y Wright para dar solución a la problemática planteada	32
8.3.1 El método de los ahorros	32
8.3.2 Construcción de las matrices	33
9 EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS PARA LAS DIFERENTES INSTANCIAS PROPUESTAS.	39
10 CONCLUSIONES.....	47
11 REFERENCIAS.....	48
12 ANEXOS	51

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Estructura para el desarrollo de la revisión de la literatura.	18
Figura 2. Ubicación de clientes	25
Figura 3. Matriz de distancias	34
Figura 4. Matriz de ahorros	36
Figura 5. Rutas generadas por el modelo matemático exactos, instancia de 40 clientes.....	40
Figura 6. Gráfico rutas modelo exacto, 40 nodos.	41
Figura 7. Rutas generadas por el modelo matemático exactos, instancia de 22 clientes.....	41
Figura 8. Gráfico rutas modelo exacto, 22 nodos.	41
Figura 9. Resultado heurístico sin alfa, 22 nodos.	42
Figura 10. Ruta 22 nodos sin alfa.....	42
Figura 11. Resultado heurístico sin alfa, 40 nodos.	43
Figura 12. Ruta 40 nodos sin alfa.....	43
Figura 13. Rutas modelo matemático vs heurístico de ahorros, 40 nodos.....	45
Figura 14. Rutas modelo matemático vs heurístico de ahorros, 22 nodos.....	46

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Datos.....	33
Tabla 2. Parámetros de capacidad del problema	39
Tabla 3. Resultados del modelo matemático exacto.	40
Tabla 4. Resultado heurístico de los ahorros método 1.....	42
Tabla 5. Resultado modelo matemático exacto vs heurístico de los ahorros.....	44
Tabla 6. Resultado heurístico de ahorros método 2. Incorporación de alfa en la ecuación del método 1.	44
Tabla 7. Comparación entre modelo exacto y heurístico con mejor resultado.	45

1 INTRODUCCIÓN

En la administración de la cadena de abastecimiento (SCM, por sus siglas en inglés), se desarrollan un conjunto de estrategias diseñadas para integrar de forma eficiente los distintos componentes del sistema, de forma que se satisfagan los niveles de servicio requeridos y se minimicen los costos del sistema al producir y entregar las cantidades correctas, en el momento y lugar adecuados (Simchi-Levi & Kaminsky, 2000).

Una estrategia que ha cobrado fuerza en el marco de la Administración de Cadenas de Suministro es el VMI (*Vendor Managed Inventory*); por medio de ésta, el proveedor (vendedor, mayorista, distribuidor) deberá tomar las principales decisiones de aprovisionamiento de inventarios de sus clientes (Waller, Johnson, & Davis, 1999).

El transporte es la actividad de la logística que se encarga de desplazar y posicionar geográficamente el inventario. En Sánchez (2006) se reconoce la importancia del transporte en la cadena de suministro desde dos aspectos primordiales: a) se encuentra en todos los eslabones de la cadena; b) es reconocido como una de las dos actividades con mayor participación en los costos logísticos, junto con la gestión de inventarios.

Por otro lado, en los costos de mantener inventarios la característica principal es que dependen directamente del volumen de mercancías gestionado. Las decisiones que se toman sobre el control de inventario son de alto riesgo en la cadena de suministro, ya que sin un envío adecuado del inventario se pierden ventas y por lo tanto generan la insatisfacción del cliente.

El control de inventario y el transporte se encuentran relacionados de la siguiente manera: para determinar el conjunto de clientes que deben ser visitados es necesaria información sobre los costos de la ruta y las distancias entre los clientes, por otra parte, para hacer una selección de la ruta se necesita información por parte del cliente, sobre el producto que requiere y la cantidad de inventario que debe tener.

En este orden de ideas, las cadenas logísticas de suministro se han convertido en un novedoso sistema de redes de gestión de flujos físicos de mercancías enlazados por los sistemas de transporte, como respuesta al consumo masivo internacional (Jiménez Sánchez & Hernández García, 2002). Lo anterior, motiva a estudiar en profundidad como se puede crear valor para los clientes, para proveedores y accionistas desde la perspectiva de la logística.

El presente trabajo de grado se ocupa de considerar el problema de enrutamiento de vehículos en un caso de estudio. Dicho problema surge en el diseño de la red de

un solo nivel, es decir, el proceso de reabastecimiento de inventario se origina desde un depósito central (con capacidad limitada) hasta los depósitos de cada cliente, que se encuentran dispersos geográficamente. La demanda de estos clientes es conocida (demanda determinista). Se destacan dos costos para llevar a cabo este proceso, uno es el costo de transporte hacia los clientes y el otro es una penalización que se produce cada vez que se decide no atender la demanda de un cliente.

Por lo anterior, el propósito del trabajo es diseñar un método que permita integrar la decisión de asignación de inventario (restringida por la capacidad del depósito) a la programación de rutas para la distribución de producto terminado en una empresa clasificada como mediana y que pertenece al sector industrial.

Para dar cumplimiento a tal fin, primero se realiza una caracterización del caso de estudio en cuanto a la actividad de distribución del producto terminado, posteriormente se propone un modelo que tenga en cuenta las características y restricciones propias del caso de estudio. Debido a que el problema que se aborda es clasificado como *NP-hard*, lo que significa que, desde el punto de vista computacional, es un problema que tiene una complejidad elevada de resolver, se procede a desarrollar un método heurístico para aproximar una solución de costos (de transporte y penalización por incumplir con la demanda) factible, finalmente se crean diferentes escenarios para evaluar el desempeño del heurístico que se propone, y se discute acerca de los resultados obtenidos.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el diseño de la estrategia para configurar la cadena de abastecimiento es importante tener en cuenta el conjunto de operaciones necesarias para satisfacer las necesidades del cliente, siendo una de ellas la logística. El Consejo de Profesionales de Dirección de Cadena de suministro define la misión de la logística como “proveer los productos correctos, en el lugar correcto, en el momento correcto y en las condiciones deseadas, contribuyendo a su vez, a la máxima utilidad de la empresa” (Ballou R. H., 2004).

Ballou (2004) menciona algunos procesos para la administración de la logística, que implican decisiones tácticas y operativas, entre ellos está el servicio al cliente, suministro y distribución. A cada proceso se le asocian unos costos, por ejemplo, el proceso de suministro involucra los costos de hacer pedidos, transportar insumos, almacenamiento de materias primas, entre otros; la distribución incluye transporte y almacenamiento de producto terminado, costo de procesamiento de pedidos y costos de administración. Según Sánchez (2006) “Los procesos con mayor participación en los costos logísticos son el transporte y la gestión de inventario” (Sánchez, 2006).

Teniendo en cuenta lo anterior, el transporte es la actividad de la logística que se encarga de desplazar y posicionar geográficamente el inventario, se encuentra en todos los eslabones de la cadena de suministro. Por otro lado, los costos de manutención de inventarios han sido ampliamente tratados en la literatura existente, y su característica principal es que dependen directamente del volumen de mercancías gestionado; de manera conjunta se combinan con los costos por ordenar y los costos de escasez, con el propósito de determinar el costo total de un sistema de inventarios.

Chien T (1989) argumenta sobre la relación entre el proceso decisorio de distribución e inventario de producto terminado, enfatizando que se requiere un enfoque sistemático para tener en cuenta ambas actividades conjuntamente, lo que implica una toma de decisiones simultánea. La relación entre ambas operaciones logísticas se puede plantear de la siguiente manera: para determinar el conjunto de clientes que deben ser visitados es necesaria información sobre los costos de la ruta y las distancias entre los clientes, por otra parte, para hacer una selección de la ruta se necesita información por parte del cliente, sobre el producto que requiere y la cantidad de inventario que debe tener.

El caso de estudio enfoca su esfuerzo en abordar el problema de ruteo con inventarios en una empresa clasificada como mediana, de acuerdo con su tamaño, que elabora y distribuye productos de panadería en la ciudad de Cali-Colombia, estos productos se caracterizan por poseer un alto volumen y bajo peso, sin embargo, esta característica no hace que el costo del flete sea menor, ya que el

costo esta función de la distancia recorrida y es independiente del peso del producto a transportar. La demanda en el depósito se determina en función de los pedidos de los clientes, dado que los productos que elabora son perecederos, es decir, en el depósito se trabaja con una demanda conocida (determinista). El jefe a cargo del depósito de la empresa afronta dos decisiones que son clave para el adecuado desempeño logístico de la compañía, a saber:

1. ¿Qué inventario de su almacén debe asignar a cada cliente?
2. ¿Cómo enrutar la flotilla de vehículos para servir el inventario que se asigna a cada cliente?

En el primer interrogante, se debe tener en cuenta que, frecuentemente la demanda de sus clientes excede la capacidad del almacén. Por tal motivo, el jefe encargado se encuentra con la situación trascendental de elegir a qué cliente no se le atenderá el pedido, lo cual traerá consigo una penalización por la demanda no servida, esta elección es inducida por lo siguiente: Hay ocasiones en que es mejor incurrir en la penalización por no cumplir el pedido, que cumplirlo a un costo por el flete del producto, ya que este último costo resulta ser más alto que el primero para satisfacer la demanda en determinados clientes. Este razonamiento del jefe encargado del depósito es originado porque el ingreso es variable por cada cliente, debido a que la cantidad de productos para cada cliente difiere en cada pedido que la mercaderista emite al depósito. El segundo interrogante, hace alusión a la selección de la ruta que debe seguir la flotilla de vehículos para entregar el pedido a los clientes.

Se debe tener en cuenta, que las dos decisiones en cuestión se deben integrar, debido a que quien realiza el mercadeo desea mejorar el nivel de servicio de la empresa, atendiendo en el menor tiempo posible la totalidad demandada por los clientes y, quién distribuye tiene como objeto transportar el producto a los clientes al menor costo posible, lo cual iría en contravía con la pretensión de mercadeo. Este conflicto de objetivos que subyace de la integración de los procesos logísticos se conoce como *Trade Off* (Chopra y Meindl, 2008). En tal sentido, se debe llegar a un consenso entre las partes involucradas cuando se asigne el inventario, en donde se decida si:

1. Atender a muchos clientes con pedidos pequeños, logrando así una disminución en la penalización por incumplimiento, pero incurriendo en altos costo de transporte.
2. Atender pocos clientes con pedidos grandes a bajos costos de transporte, pero alta penalización por incumplimiento de pedidos.
3. Solución intermedia, que contemple atender clientes con alta y baja demanda a un costo de transporte bajo, la cual sería la más apropiada para que no se produzca un detrimento del objetivo de un área a causa de la consecución de los objetivos de la otra.

En síntesis, el tema que se aborda es un problema de ruteo de vehículos con opciones de despacho y restricción de capacidad del depósito, que busca minimizar los costos asociados al transporte y la penalización por el incumplimiento de la demanda. El sistema en que se desenvuelve el problema es de un solo nivel, es decir, se repone el inventario desde un depósito central a los depósitos de los clientes y el proveedor conoce la demanda de los clientes (demanda determinista).

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo se puede integrar la cantidad de inventario a asignar al cliente, restringida por la capacidad del depósito, al diseño de rutas para la distribución de producto terminado, de tal modo que se puedan satisfacer las demandas de los clientes a menores costos de transporte y penalización por incumplimiento?

3 OBJETIVOS

Objetivo general

Diseñar un método para asignar la cantidad de inventario a entregar al cliente, restringido por la capacidad del depósito, a la programación de rutas; que sirva de apoyo en la toma de decisiones respecto a la distribución de producto terminado en una empresa de la ciudad de Cali.

Objetivos Específicos

- Caracterizar el problema de ruteo de vehículos, que provea información frente a la metodología actual de las operaciones de asignación de inventario y programación de rutas.
- Formular un modelo de optimización para el problema combinado de decisiones de inventario y la programación de rutas de despacho del producto terminado, involucrando restricciones de capacidad del depósito y vehículos.
- Evaluar los resultados de las diferentes instancias proyectadas, respecto a los costos de transporte y penalización por demanda no servida.

4 JUSTIFICACIÓN

En la empresa, actualmente las decisiones de distribución y manejo de inventario de producto terminado son tomadas por el jefe de almacén, quien basa su decisión en la experiencia y aprendizaje que le deja el operar a diario el almacén. La racionalidad fruto de la experiencia es un aspecto clave para su ejercicio cotidiano de toma de decisiones, pero a su vez, dicha racionalidad en ocasiones podría no ser acertada, lo que redundaría en un incremento de los costos involucrados. Sin embargo, no se debe quitar valor a la experiencia utilizada para planificar las operaciones logísticas, ya que, si la empresa ha sobrevivido en su sector y genera ganancias fruto de su ejercicio, se podría pensar de alguna forma que las operaciones se están haciendo bien. El punto que se quiere destacar del proceso decisorio sustentado en la experiencia es, que actualmente la empresa depende exclusivamente de las decisiones que tome una persona, teniendo en cuenta que existe la posibilidad de que en un momento dado esta persona no pueda ejercer sus funciones o se desvincule de la empresa, perdiendo información clave para gestionar las operaciones del almacén.

Desde la ingeniería industrial, se pueden proponer métodos o herramientas objetivas para tomar decisiones integrales, que conlleven a minimizar los costos en que incurre la empresa por la distribución del producto hacia sus clientes. Unir el uso de estas herramientas con la experiencia del jefe del almacén a la toma de decisiones diaria conlleva a que las operaciones sean más eficientes. Adicionalmente, este es un primer acercamiento sobre problemáticas reales que se desarrollan a diario en las industrias, por tanto es un escenario propicio para generar al valor al conocimiento adquirido a lo largo de los semestres cursados, aplicando herramientas y teorías que permitan dar solución al problema de ruteo de vehículos con opciones de despacho y restricción de capacidad del depósito, que busca minimizar los costos asociados al transporte y la penalización por el incumplimiento de la demanda en la empresa que fabrica productos de panadería. Un beneficio inmerso es la adquisición de conocimiento más amplio en relación con el desarrollo de las actividades logísticas al interior de las empresas. Con lo anterior, si no se desarrollara el trabajo, se perdería la oportunidad de que quienes lo realizan puedan aportar al ámbito empresarial el desarrollo de variaciones en aplicaciones a los métodos convencionales de ruteo de vehículos y asignación de inventarios.

5 MARCO REFERENCIAL

En este capítulo se presentan los conceptos principales sobre el problema de ruteo vehículos (VRP) y asignación de inventario, al igual que los diferentes estudios que existen en la literatura, relacionadas con la problemática que se aborda en el proyecto.

5.1 Marco conceptual

El problema de ruteo de vehículos, o VRP por sus siglas en inglés (*Vehicle Route Problem*), es un problema de optimización que plantea la asignación adecuada de rutas para la distribución de mercancía desde un punto de origen a diferentes clientes utilizando una flota de vehículos. El objetivo del VRP es minimizar los costos totales de transporte y cumplir con los requerimientos de todos los clientes utilizando una ruta óptima para cada vehículo. Debido a la gran cantidad de variables presentes en este problema, se considera de tipo *NP-Hard* debido a que no es posible resolverlos dentro de un tiempo polinomial (Orjuela Castro, González La Rotta, & Rocha Medina, 2011).

Para el VRP se deben tener en cuenta diferentes elementos para dar solución al problema con el que se quiera trabajar, entre estos se encuentra la cantidad de vehículos disponibles, depósitos y su ubicación, los clientes, que varían según el caso de estudio, los objetivos del problema, los requerimientos de los clientes deben ser satisfechos por los vehículos y éstos a su vez, cuentan con una capacidad limitada. Los vehículos deben volver al punto de origen o no, dependiendo del problema y los objetivos y las restricciones son propias del problema. (Arboleda Zuñiga, López, & Lozano, 2016).

El VRP se puede abordar de diferentes maneras, haciendo un cambio a las restricciones para resolver los diferentes tipos de problemas que se puedan encontrar, como se muestra a continuación:

- CVRP: Cada vehículo parte de un depósito para visitar a los clientes y debe regresar nuevamente a él. Este problema se puede abordar con el objetivo de minimizar el costo, el tiempo o la distancia recorrida en la ruta considerando la capacidad de los vehículos disponibles. Se considera una flota homogénea de vehículos, es decir, todos los vehículos tienen la misma capacidad. (Galvis, Jaimes & Quiroga 2011).
- VRPTW: En este modelo se tienen en cuenta las ventanas de tiempo, considera una restricción particular que garantiza que sólo se puede visitar un nodo en un intervalo de tiempo específico (Sami & Kamel, 2013).
- DCVRP: Este problema considera dos restricciones principales, que son la distancia recorrida y la capacidad que se tiene en cada vehículo. Por este

motivo, la distancia de un arco de recorrido para un solo vehículo no debe ser superior a la máxima distancia establecida (Tlili, Faiz, & Krichen, 2014).

- MDVRP: Es considerado como el VRP que integra múltiples depósitos, cada uno con su flota independiente y con la premisa de que se deben servir a todos los clientes.
- IRP: Es un problema de ruteo de vehículos, que considera inventarios, el proveedor monitorea constantemente el nivel de inventario que tienen sus clientes y con base en esto, debe programar cuando serán abastecidos, la cantidad de producto a enviar y la ruta que deben seguir los vehículos para visitar los clientes que han sido programados.

Según Toth & Vigo (2002) en su libro *The Vehicle Routing Problem* la heurística clásica de VRP se puede clasificar en términos generales en tres categorías, las heurísticas constructivas, la heurística de dos fases y los métodos de mejora. Las heurísticas constructivas construyen gradualmente una solución factible mientras vigilan el costo de la solución, pero no contienen una fase de mejora. En la heurística de dos fases, el problema se descompone en sus dos componentes naturales, agrupamiento de vértices en rutas viables y construcción de ruta real, con posibles bucles de retroalimentación entre las dos etapas. Las heurísticas de dos fases se dividen en dos clases: métodos de agrupar primero, rutear segundo y métodos de primera ruta, clúster segundo. En el primer caso, los vértices se organizan primero en grupos factibles, y se construye una ruta de vehículo para cada uno de ellos. En el segundo caso, primero se construye un recorrido en todos los vértices y luego se segmenta en rutas viables para vehículos. Como lo aseguran estos autores, uno de los heurísticos más utilizados es el del método de los ahorros de Clarke & Wright, el cual es el método que se va a utilizar en este trabajo de grado.

Finalmente, los métodos de mejora intentan actualizar cualquier solución factible realizando una secuencia de intercambios de borde o vértice dentro o entre las rutas del vehículo.

En metaheurística, el énfasis está en realizar una exploración profunda de las regiones más prometedoras del espacio de solución. Estos métodos suelen combinar reglas de búsqueda de vecindario sofisticadas, estructuras de memoria y recombinaciones de soluciones (Toth & Vigo, 2002). La calidad de las soluciones producidas por estos métodos es mucho mayor que la obtenida por la heurística clásica, pero el precio a pagar es un mayor tiempo de computación.

Algoritmo de los ahorros de Clarke & Wright

Según la literatura revisada el funciona de la siguiente manera:

- **Paso 1 (cálculo del ahorro).**

Se deben crear n rutas de vehículos $(0, i, 0)$ para $i = 1, \dots, n$. Ordene los ahorros de manera decreciente.

- **Paso 2 (mejor combinación posible).**

Como se expresa en Toth & Vigo (2002), existen dos formas de agrupar los clientes o nodos, la primera es hacerlo de manera paralela y la otra es de forma secuencial, ambos casos se describen a continuación:

Versión paralela: Comenzando desde la parte superior de la lista de ahorros, se realiza lo siguiente:

Dado un S_{ij} , se determina si existen dos rutas, una que contenga arco o borde $(0, j)$ y la otra que contenga arco o borde $(i, 0)$, que puedan fusionarse de manera factible. Si es así, se combinan estas dos rutas eliminando $(i, 0)$ y $(0, j)$ e introduciendo (i, j) .

Versión secuencial: Extensión de ruta. Se considere a su vez cada ruta $(0, i, \dots, j, 0)$ y se determine el primer arco S_{ki} o S_{ji} , que se puede utilizar para fusionar la ruta actual con otra ruta que contenga arco o borde $(k, 0)$ o que contenga arco o borde $(0, i)$. Se implementa la fusión y se repite esta operación en la ruta actual. Si no existe una fusión factible, se considera la siguiente ruta y se vuelven a aplicar las mismas operaciones. El proceso se detiene cuando no sea posible fusionar rutas.

Problema del Agente Viajero o TSP

Por sus siglas en inglés, denominado (*Traveling Salesman Problem*), es un problema de optimización cuyo objetivo es hallar la ruta mínima de un recorrido de n ciudades, saliendo de la ciudad de origen o nodo cero, recorriendo las n ciudades y retornando al punto o ciudad de origen nuevamente.

5.2 Revisión de literatura

En el desarrollo del trabajo, se destacan dos ejes relevantes para la problemática que se aborda, los cuales son:

- Cadena de suministro.
- Modelos matemáticos y algoritmos de solución para la integración de gestión de inventario y programación de rutas.

En cada uno de estos ejes centrales se abordan unos tópicos específicos y dentro de cada uno se definen algunos factores relevantes, como se muestra en la *Figura 1*.

Figura 1. Estructura para el desarrollo de la revisión de la literatura.

Eje Central	Tópicos	Conceptos mencionados
Cadenas de suministro	Gestión de inventarios.	Costos
	Enrutamiento de vehículos.	Aplicaciones.
	Conflicto de costos en el proceso logístico de distribución.	Relevancia para el desarrollo del trabajo.
Modelos matemáticos y algoritmos de solución para la integración de gestión de inventario y programación de rutas.	Integración de la gestión de inventario y la programación de rutas.	Estrategias de solución aportadas por los algoritmos.
	Métodos exactos, heurísticos, metaheurísticos usados en la literatura.	Metodología para el desarrollo de los algoritmos y modelos matemáticos. Relevancia para el desarrollo del trabajo.
Fuente: Elaboración propia.		

A continuación, se describen los temas relacionados con el transporte y la gestión de inventarios por separado y luego se presentará un enfoque sistémico a partir de la integración de estas dos actividades.

5.2.1 Cadenas de suministro

Gestión de inventario

De acuerdo con Arango Serna (2013) los procesos de distribución de productos requieren sistemas de administración que permitan encontrar mejores condiciones de operación para reducir los costos y asegurar el nivel de servicio, de forma que se logren alcanzar las metas estratégicas de la compañía junto con el desempeño financiero propuesto (rentabilidad esperada). Como expresa (Ballou R. H., 2004), la gestión de los inventarios es una de las áreas de la logística y hace parte fundamental de la cadena de abastecimiento ya que tiene un alto impacto en los costos operacionales de las empresas y es una de las medidas más importantes para evaluar la efectividad de las cadenas de suministros.

Por otro lado, en las decisiones relacionadas con la gestión de inventarios, los costos asociados hacen referencia al costo específico por cada unidad de faltante, según Vidal (2009) “Cuando ocurre un faltante pueden ocurrir entonces tres posibilidades: Se genera una orden pendiente, se pierde la venta y el costo es entonces la utilidad unitaria dejada de percibir más cierto valor por pérdida de imagen ante los clientes, o se produce una combinación de ambas”. Con relación al caso de estudio, lo que sucede es que cuando ocurre un faltante se pierde la venta por no poder satisfacer la demanda de todos los clientes.

Enrutamiento de vehículos

Olivera (2004) estructura el problema de ruteo de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés) y distintas heurísticas para dicho problema. En su trabajo, enuncia que el surgimiento del VRP es fruto de la generalización del problema del agente viajero (TSP). Una concepción precursora del VRP es la de Dantzig y Ramser (1959), definieron el problema de enrutamiento de vehículos como sigue: “la determinación de la ruta más corta que pasa a través de cada uno de los n puntos una vez dados. Suponiendo que cada par de puntos está unido por un enlace, el problema es encontrar tours de tal manera que estos tengan un punto en común”.

En el trabajo de Olivera (2004), se ilustran los factores relevantes al momento de programar rutas, y más importante aún, los distintos heurísticos que son utilizados para llegar a una solución que satisfaga el objetivo de minimizar los costos de transporte que este problema involucra. Es así, como la comprensión de ese texto, nutre al proyecto indicando las posibles alternativas a seguir cuando se aborde el problema de ruteo de los vehículos.

Diego Fernando Matero y Javier Arturo Orjuela en su escrito: *El problema de ruteo de inventarios en cadenas de suministro de perecederos: Revisión de literatura* publicado el 3 de marzo del 2018, identifican y describen los diferentes enfoques en

cuanto a estructuras, modelos y métodos de solución, en relación con el ruteo de inventarios con productos perecederos. Para este fin, se realizó una revisión sistemática de la literatura en diferentes bases de datos bibliográficas, durante el periodo comprendido entre 2004 y 2017.

Se resalta la contribución que hace al presente proyecto, desde el punto de vista de contextualizar los distintos escenarios en que se desenvuelve el ruteo de vehículos. Exponen tres casos para el enrutamiento, aclarando que son a nivel macro, ya que el problema de enrutamiento de vehículos tiene muchas extensiones en la práctica. Un caso detallado, es el de una flota de vehículos con capacidades distintas, un depósito y un conjunto de clientes dispersos geográficamente, el trayecto que empieza y termina en el almacén central, donde un vehículo puede visitar a más de un cliente en un viaje, el problema de fondo es un problema de ruteo de vehículos (Li et al., 2011). Una de las características del caso de estudio, es la descrita en el escenario anterior. Por otro lado, el bien que produce y distribuye la empresa caso de estudio son perecederos, de igual manera, el depósito programa sus rutas diariamente, lo que suaviza esta condición de producto perecedero.

Conflicto de costos en el proceso logístico de distribución

En el artículo de Anily y Fredergruen: *Un sistema de un almacén y múltiples distribuidores con costos de enrutamiento del vehículo*, considera un sistema de distribución con un depósito y muchos minoristas geográficamente dispersos, cada uno de los cuales enfrenta demandas externas que ocurren a tasas constantes, deterministas pero específicas del minorista. El artículo tiene como propósito determinar las estrategias de reposición factibles (es decir, las reglas de inventario y los patrones de enrutamiento) minimizando (horizonte infinito) los costos promedio de transporte e inventario a largo plazo.

De acuerdo con Fredergruen (1991), los costos y/o mejoras en el servicio en muchos sistemas de distribución se pueden reducir, mediante la adopción de estrategias de reposición de inventario eficientes para todos los artículos e instalaciones en cuestión. Estas mejoras de eficiencia y mejoras de servicio requieren claramente un enfoque integrado hacia varias funciones de planificación logística; en particular, las áreas de control de inventario y planificación del transporte deben estar estrechamente coordinadas; por ejemplo, el envío en cantidades más pequeñas y con mayor frecuencia generalmente conduce a reducciones en las inversiones en inventario, pero requiere costos de transporte adicionales. Los costos de mantenimiento del inventario se incurren a una tasa constante por unidad de tiempo, por unidad almacenada en uno de los puntos de venta.

La utilidad del artículo en el desarrollo del proyecto es reflejar y destacar la existencia de un conflicto de costos en la planificación logística; en particular, las

áreas de control de inventario y planificación del transporte; el cual también se presenta en el caso de estudio.

5.2.2 Modelos matemáticos y algoritmos de solución para la integración de asignación de inventario y programación de rutas

Integración de la asignación de inventarios y la programación de rutas

Bertazzi y Speranza (2012) en su artículo *Inventory routing problems: an introduction*; suscita que “abordar el problema de transporte por separado del manejo de inventario se convierte en estos casos en una forma de descomponer un problema complejo en problemas más simples, pero produce soluciones subóptimas”. Dado lo anterior, en la literatura la integración de la gestión de inventarios y la programación de rutas se abordan bajo el problema de enrutamiento de inventario, *IRP* (por sus siglas en inglés).

El artículo *Distribución colaborativa de mercancías utilizando el modelo IRP* (Romano et al., 2016) publicado por SciELO en 2016, estudia cómo el proceso de distribución basado en el IRP y el modelo de inventario administrado por proveedores *VMI* (por sus siglas en inglés), permite disminuir significativamente los costos del proceso, cuando solamente y de forma independiente se busca optimizar los niveles de inventario, y define el modelo IRP como “un modelo que tiene como finalidad combinar el problema de asignación de inventario para reducir los costos de mantener los productos, al tiempo que optimiza la utilización de los recursos de transporte”.

Una de las variaciones del IRP son las entregas directas: Bertazzi y Speranza (2013), son autores del artículo *Inventory routing problems with multiple customers*, que tiene como objetivo presentar la clase de problemas de enrutamiento de inventario al explicar sus relaciones con los problemas de enrutamiento más clásicos y las razones por las que el IRP es importante y vale la pena investigar. Exponen el caso de varios clientes con rutas que visitan a más de un cliente e infunden que uno de los factores clave para abordar el modelo es las secuencias de clientes en las rutas. Este será el enfoque bajo el cual se abordará el problema caso de estudio ya que cuando un proveedor tiene varios clientes, el problema de atenderlos se vuelve más complejo. Sobre la complejidad que se genera, concluyen que el IRP para varios vehículos es *NP-hard*, siendo una generalización del IRP para un solo vehículo.

Métodos exactos, heurísticos, metaheurísticos usados en la literatura.

De acuerdo a la necesidad que presenta el caso de estudio, al momento de abordar el problema de ruteo de vehículos con opciones de despacho y restricción de capacidad del depósito, que busca minimizar los costos asociados al transporte y la penalización por el incumplimiento de la demanda, se hace indispensable dentro de la metodología de investigación, la identificación y selección de un modelo de optimización que involucre los niveles de decisión táctico y operativo para la asignación de inventario y transporte, respectivamente.

Wayne Elvis Duffis, de la Universidad Tecnológica de Pereira, a través de su tesis de maestría: *Problema de enrutamiento de inventarios de múltiples artículos en la empresa Berhlan de Colombia*, realiza un modelo matemático de optimización con el propósito de programar de forma eficiente las operaciones conjuntas de inventario y transporte terrestre (distribución) de productos de aseo terminados de la empresa Berhlan de Colombia. Para solucionar el modelo se utiliza una heurística en tres fases. En resumen, se puede decir que con el sistema de enrutamiento de inventario propuesto, se puede obtener un mejor nivel de servicio al cliente con menos costes logísticos, valor que puede superar los \$100 millones de pesos anuales. Estos resultados evidencian que la aplicabilidad del modelo mejora las operaciones logísticas de distribución.

Adicionalmente, Duffis (2017) dedica alrededor de 40 páginas de su documento a un análisis crítico de la bibliografía que hay disponible sobre el problema de ruteo de inventario. En el análisis crítico, se exponen distintos artículos que enfrentan la problemática desde perspectivas diferentes, asimismo la formulación matemática y su respectiva solución particular en cada caso.

Por otra parte, la revisión de la literatura (nombrada en el tema de enrutamiento de vehículos) hecha por Diego Fernando Matero y Javier Arturo Orjuela, suscita la frecuencia con que se usan los distintos tipos de modelos matemáticos, a saber: programación entera mixta, métodos híbridos y programación entera mixta no lineal. Además, como el ruteo de inventarios se clasifica como un problema NP-*Hard*, se identifican los diferentes algoritmos usados en la mayoría de trabajos revisados, entre ellos métodos exactos, heurísticas metaheurísticas y simulación.

Los dos documentos referenciados en este tópico construyen un cimiento importante con ocasión de dar cumplimiento al segundo objetivo específico del proyecto. La información que brindan los documentos permite identificar y destacar qué modelos matemáticos son los más usados en el marco del problema de ruteo de inventarios, al igual que los algoritmos utilizados para resolver los modelos formulados. Con lo anterior se identifica el contexto en que se usa cada modelo y los resultados que se obtendrían con su respectiva aplicación.

6 PROCESO METODOLÓGICO

Para la consecución de los objetivos del presente trabajo, se propone resolverlos en tres fases, las cuales generan ciertas actividades que funcionarán como medio para desarrollar los entregables del proyecto. Lo descrito se muestra a continuación:

Fase 1: Caracterización del Problema

Actividades:

- Recolectar información en la empresa caso de estudio, mediante la observación de las actividades logísticas de distribución con relación a la localización y cantidades demandadas de clientes, decisión sobre la asignación de inventarios y capacidad de los vehículos.
- Procesar la información recolectada, donde se defina la ubicación de los nodos (clientes), matriz de distancias y factores de circuito, para que sea interpretada por el modelo.
- Construir el caso de estudio con la información recolectada, describiendo el estado actual de las actividades de distribución en la empresa.

Fase 2: Formulación del modelo

Actividades:

- Definir las características del modelo en base al caso de estudio construido en la actividad 1.3.
- Formular el modelo que represente el problema de ruteo de vehículos con opciones de despacho y restricción de capacidad del depósito considerando la penalización por el incumplimiento de la demanda.
- Desarrollar un algoritmo heurístico para dar solución a la problemática para instancias de N clientes, que defina las rutas por medio de agrupación y evalúe los costos de transporte y penalización, para determinar si la ruta definida se debe realizar.
- Obtener los resultados del algoritmo a través del uso de una herramienta computacional.

Fase 3: Evaluación de los resultados para las diferentes instancias propuestas.

Actividades:

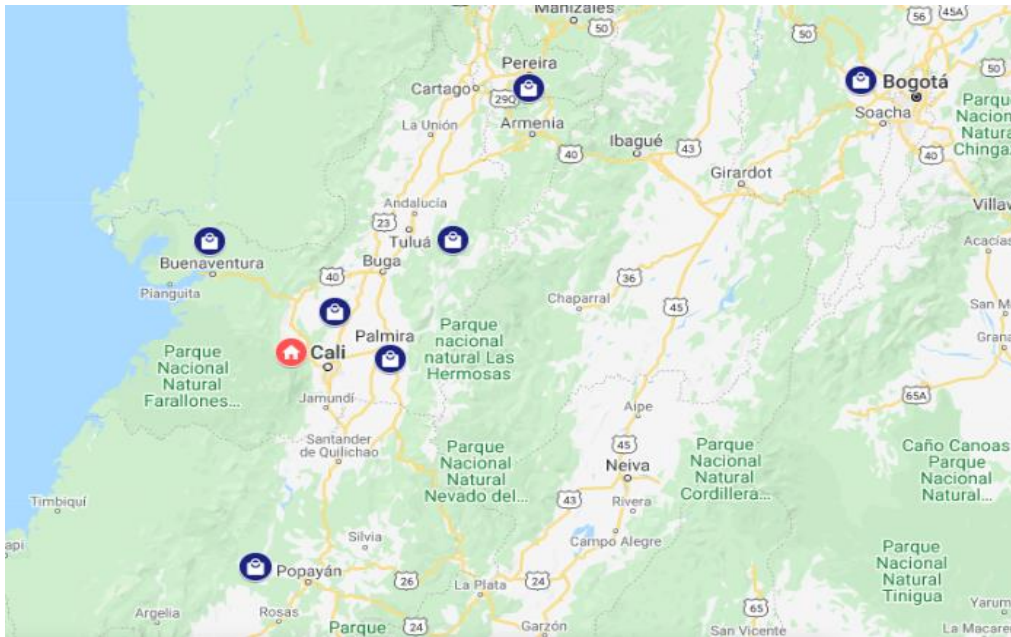
- Diseñar diferentes escenarios tomando en consideración diferentes instancias propuestas en la literatura.
- Evaluar los resultados obtenidos del modelo frente a los costos de transporte y penalización de demanda no servida.

7 CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA

La empresa caso de estudio tiene como actividad económica principal, la producción, comercialización y distribución de productos de panadería. Se encuentra ubicada en la zona urbana de la ciudad de Cali (ver *Figura 2*). Actualmente atiende el mercado de la ciudad de Cali, Yumbo, Palmira, Popayán, Tuluá, Pereira, Buenaventura y Bogotá, haciendo presencia en los principales Supermercados de cada una de estas ciudades y en tiendas Naturistas.

La demanda de cada uno de los clientes es previamente conocida por medio de los mercaderistas que se encuentran en los supermercados, lo que facilita el proceso de distribución.

Figura 2. Ubicación de clientes



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se describen las características del sistema de comercialización y distribución de la empresa caso de estudio, contemplando el tipo de vehículo, los clientes, las fechas de visita y entrega de pedidos.

La empresa distribuye sus productos a alrededor de 90 clientes, los cuales se encuentran en varias zonas del país, la mayoría de estos clientes son supermercados, los cuales son visitados de dos a tres veces por semana, dependiendo de la demanda de estos. La distribución del producto terminado se realiza en tres vehículos, de 2000 kg cada uno, los cuales son propiedad de la empresa. Al momento de llevar a cabo los recorridos para visitar a los clientes, la

empresa los agrupa por sectores, como son: zona norte, zona sur y zona oriente; sin embargo, no poseen un control detallado para identificar los costos en los que incurren al utilizar los vehículos para realizar la operación de distribución del producto a sus clientes.

Los clientes realizan pedidos todos los días de la semana, hecho que en algunas ocasiones altera las rutas que ya han sido programadas. La empresa no realiza despacho los días festivos ni dominicales; sin embargo, el día en que se genera la mayor cantidad de solicitudes de producto es el día jueves, y los días antes de la quincena de cada mes, cuando esto ocurre, se genera una demanda muy alta que en muchas ocasiones no es posible despachar en los vehículos debido a la capacidad de los mismos, en estos casos, la empresa debe decidir a qué clientes satisfacer la demanda, teniendo en cuenta que si se visita un cliente, se debe entregar la cantidad total que este ha demandado. Si los vehículos alcanzan a cubrir la ruta de un día y hay clientes que quedaron pendientes de ser atendidos, estos regresan al depósito con el objetivo de entregarle a estos clientes el producto, si esto no es posible, se genera pérdida de ventas y en ocasiones sobrecarga las rutas del siguiente día programado.

8 FORMULACIÓN DEL MODELO

En este capítulo se desarrolla el modelo matemático usando programación lineal para dar solución al problema planteado, así como también se desarrolla el heurístico para resolver el problema con instancias de clientes mayores a las utilizadas con el modelo de optimización; el método que se utiliza en este caso es el método de los ahorros de Clarke y Wright.

8.1 Notación del modelo de optimización para el problema combinado de asignación de inventario y la programación de rutas

Para la construcción del modelo, se parte de las bases teórico-prácticas adquiridas en la academia, entre ellas la investigación de operaciones aportando el conocimiento para modelar matemáticamente situaciones problemáticas de la vida real con el propósito de encontrar soluciones óptimas para aprovechar al máximo los recursos que normalmente, desde cualquier escenario, son escasos.

La técnica utilizada para modelar la problemática planteada es la programación lineal entera, este método permite modelar y resolver problemas cuya característica principal es que el conjunto de soluciones factibles es discreto.

Una de las actividades más complejas al estructurar un modelo es representar toda la realidad en él, pues, se torna complicado involucrar todas las variables del sistema y la manera en cómo interactúan entre ellas. Por lo anterior, se hace necesario definir algunos supuestos, los cuales delimitan el alcance del modelo, por esta razón, los resultados obtenidos a partir del modelo se deben complementar con la experiencia de la persona a cargo de tomar una decisión final, que en este caso es la distribución de producto.

A continuación, se presentarán los supuestos del modelo:

- La distribución de productos se realiza desde un centro de distribución, a un conjunto de clientes dispersos geográficamente.
- Las distancias y costos de transporte entre las localidades de la red se consideran simétricos.
- El Costo total de distribución está asociado con la entrega de pedidos desde el depósito a los clientes.
- La demanda de los clientes es determinística y se expresa en unidades de producto.
- Si se decide atender un cliente, se debe llevar la totalidad de su pedido, y no una cantidad parcial.
- No se tienen en cuenta las devoluciones del producto.
- En cada viaje que realicen los vehículos, la cantidad a entregar no debe exceder la capacidad del vehículo y los clientes son visitados como máximo una vez. Los vehículos pueden o no hacer uso total de su capacidad.

- No se consideran ventanas de tiempo para entregar los productos.
- La empresa cuenta con tres vehículos para el transporte del producto con capacidad homogénea.
- La capacidad de los vehículos es de 2 toneladas, sin embargo, debido a la naturaleza del producto que posee poco peso y gran volumen, se tiene en cuenta la capacidad volumétrica del vehículo, que se determina por la cantidad de canastillas que caben dentro del vehículo, para el caso en particular, son 300 canastillas aproximadamente.

Para la modelación del problema se realizó un análisis de literatura, en el que se pudieran encontrar casos prácticos relacionados con el caso de estudio. Se obtuvo un aporte significativo del artículo: "Problema integrado de asignación de inventario y enrutamiento de vehículos", de Chien (1989) en el que se aborda el problema de distribuir una cantidad limitada de inventario entre los clientes que utilizan una flota de vehículos para maximizar las ganancias, para el caso de estudio que se desarrolla en este trabajo, lo que se busca es minimizar los costos de transporte y de penalización por demanda no atendida.

Definición de conjuntos

$nodos := \{1 \dots N\}$

$veh := \{1..V\}$

$subn := \{0..N\}$

El conjunto $subn$ hace referencia al conjunto de nodos ordenados y se define como parte de la restricción de $subtours$, que evita que un cliente se visite más de una vez en una ruta. Esto se explica de manera más amplia en las restricciones.

Definición de parámetros

Q = Capacidad del vehículo

I_0 = Inventario disponible en el depósito

V = Número de vehículos

N = Número de nodos

d_i = Demanda del cliente $i \in nodos$

$p_i =$ Penalización por unidad de producto de demanda no atendida al cliente i
 $\in \text{nodos}$

$c_{ij} =$ Costo de recorrer el arco del nodo $i \in \text{nodos}$ al nodo $j \in \text{nodos}$

$M =$ Número muy grande

Definición de las variables de decisión

$z_{ik} =$ Variable binaria que indica si el cliente $i \in \text{nodos} \setminus \{0\}$ es visitado por el
vehículo $k \in \text{veh}$.

$x_{ijk} =$ Entregas acumuladas por el vehículo $k \in \text{veh}$ hasta el cliente
 $i \in \text{subn} \setminus \{0\}$

$y_{ijk} =$ Variable binaria que indica si el arco $(i, j) : i \in \text{nodos}, j \in \text{nodos}$ está
en la ruta de viaje del vehículo $k \in \text{veh}$

Función Objetivo

Minimizar:

$$\sum_{i \in \text{nodos}} d_i * p_i * \left(1 - \sum_{k \in \text{veh}} z_{ik}\right) + \sum_{i \in \text{subn}} \sum_{j \in \text{subn}} \sum_{k \in \text{veh}} c_{ij} * y_{jk}$$

La función objetivo se plantea con el objetivo de minimizar los costos de penalización por demanda no atendida (lado izquierdo de la ecuación) y los costos de transporte por llevar el producto terminado al cliente (lado derecho de la ecuación).

Restricciones

Capacidad del depósito: La cantidad enviada a todos los clientes no exceda la cantidad disponible en el depósito.

$$\sum_{i \in \text{nodos}} d_i * z_{ik} \leq I_0, \quad \forall k \in \text{veh} \quad (1)$$

Capacidad del vehículo: La cantidad enviada a todos los clientes en cada vehículo no debe exceder la capacidad de este.

$$\sum_{i \in \text{nodos}} d_i * z_{ik} \leq Q, \quad \forall k \in \text{veh} \quad (2)$$

Cada vehículo deja el depósito: El punto de partida de cada vehículo es el depósito.

$$\sum_{j \in \text{nodos}} y_{0jk} = 1, \quad \forall k \in \text{veh} \quad (3)$$

Cada vehículo regresa al depósito: El punto donde finaliza cada vehículo la ruta es el depósito.

$$\sum_{i \in \text{nodos} \setminus \{0\}} y_{i0k} = 1, \quad \forall k \in \text{veh} \quad (4)$$

Balance de flujo en los nodos: Si un vehículo atiende un arco del grafo, debe salir del nodo destino y no de un nodo diferente.

$$\sum_{i \in \text{subn}, i \neq f} y_{ifk} = \sum_{j \in \text{subn}, j \neq f} y_{fjk}, \quad \forall k \in \text{veh}, \forall f \in \text{subn}, f \neq 0 \quad (5)$$

Relación entre variable Z y Y

$$\sum_{i \in \text{subn}, i \neq f} y_{ifk} + \sum_{j \in \text{subn}, j \neq f} y_{fjk} = 2 * z_{fk}, \forall k \in \text{veh}, \forall f \in \text{subn}, f \neq 0 \quad (6)$$

Un cliente solo se incluye en la ruta de un vehículo

$$\sum_{k \in veh} z_{ik} \leq 1, \quad \forall i \in nodos, \quad i \neq 0 \quad (7)$$

Eliminación de *Subtours*: Impide la aparición de ciclos dentro de la ruta programada para cada vehículo.

$$x_{ijk} \leq N * y_{ijk}, \quad \forall i \in subn, \quad \forall j \in nodos, \quad \forall k \in veh, i \neq j \quad (8)$$

$$\sum_{l \in nodos, l \neq j} x_{jlk} - \sum_{i \in subn, i \neq j} x_{ijk} = -z_{jk}, \quad \forall j \in nodos, \forall k \in veh \quad (9)$$

$$\sum_{j \in nodos} x_{0jk} = \sum_{j \in nodos} z_{jk}, \quad \forall k \in veh \quad (10)$$

8.2 Procedimiento para obtener resultados del modelo exacto

Para la obtención de las rutas y costos del modelo planteado anteriormente, se hizo uso del lenguaje de programación AMPL® (*A Mathematical Programming Language*). Para formular el modelo en AMPL, es necesario seguir una secuencia ya definida, en la que se generan tres archivos, en un primer archivo se construye el modelo Anexo A, posteriormente se crea otro donde se ingresan los datos del modelo Anexo B y por último, un archivo que contenga todos los comandos de ejecución que debe seguir el modelo Anexo C.

Los resultados del modelo se generaron utilizando la plataforma NEOS SERVER® utilizando el paquete de optimización GUROBI®, cuyo uso es libre pero la obtención de resultados es limitada en cuanto a la cantidad de variables y restricciones que permite analizar.

8.3 Desarrollo del algoritmo heurístico de Clarke Y Wright para dar solución a la problemática planteada

Se propone el uso de un método heurístico para dar solución al problema combinatorio de asignación de inventario y costos de transporte y penalización, ya que el método exacto no brinda soluciones para grandes instancias de clientes, lo que limita el resultado del modelo, ya que, en casos reales una solución funcional implica involucrar un análisis de su cuota de clientes.

8.3.1 El método de los ahorros

Consiste principalmente, en la construcción de dos matrices, una donde se resumen todas las distancias de los nodos y la otra donde se calculan los ahorros de distancia entre pares de nodos. El objetivo del método de los ahorros es clasificar las parejas de nodos del mayor al menor ahorro y de acuerdo con estos resultados definir los clústeres para posteriormente secuenciar los clientes en las rutas obtenidas.

Para dar solución a la problemática se realizó una modificación, adicionando un término a la ecuación básica del método, para tener en cuenta la penalización en la que se incurre al momento de incumplir la demanda de los clientes. Se incurre en el costo de penalización en los casos en que se decide no visitar un cliente porque resulta más costoso para la empresa, incluirlo en una ruta de viaje y realizar el desplazamiento hasta él, que incurrir en un costo de penalización. Esta penalización se define como un porcentaje que asume la empresa, en relación con su utilidad final por la demanda no servida a los clientes, por este motivo este costo de penalización es igual para todos los casos.

De acuerdo a lo anterior, la función del término que se agrega en la ecuación es multiplicar el valor de la penalización por la demanda del par de nodos que se van seleccionando ecuación (13) de acuerdo a los resultados de la matriz de ahorros; este término junto con el costo de distancias obtenido a partir de la ecuación (12), que es la forma básica del método, constituyen la ecuación que da solución al problema combinatorio de asignación de inventario restringido por la capacidad del depósito a una cantidad de clientes dispersos geográficamente. Este proceso se describe de manera más específica en el paso uno "*Construcción de matrices*", con la ecuación (14).

Los pasos básicos para el desarrollo del algoritmo heurístico de Clarke Y Wright son los siguientes:

8.3.2 Construcción de las matrices

Para la construcción de ambas matrices, se desarrolló una macro en Excel, utilizando el lenguaje de programación Visual Basic para Aplicaciones, que también es conocido por su abreviatura VBA, donde se crearon tres hojas de cálculo principales. La primera denominada “Clientes” que contiene las coordenadas cartesianas de los clientes y calcula automáticamente la cantidad de nodos a evaluar. Una segunda pestaña denominada “Matrices” donde por medio de mandos de teclado, se calcula la matriz de distancias cuyo resultado constituye el primer término de la ecuación final, posteriormente se calcula automáticamente la matriz de ahorros. ver anexo.

- I. Ingresar los datos de las coordenadas cartesianas y demanda de los clientes en la hoja de cálculo de Excel llamada “Clientes”, ver *tabla 1*.

Tabla 1. Datos

	X	Y	Demanda
Depósito	266	235	0
cliente 1	295	272	125
cliente 2	301	258	84
cliente 3	309	260	60
cliente 4	217	274	500
cliente 5	218	278	300
cliente 6	282	267	175
cliente 7	242	249	350
cliente 8	230	262	150
cliente 9	249	268	1100
cliente 10	256	267	4100
cliente 11	265	257	225
cliente 12	267	242	300

Fuente: Elaboración propia.

II. Construcción de la matriz de distancias con las coordenadas de los nodos.

Los valores de la matriz se obtienen por medio del cálculo automático de la macro, para ello primero se debe ejecutar el comando (Ctrl + H) que se encarga de crear la hoja de cálculo llamada “Matrices”, en la cual se obtienen los resultados de la matriz de distancias y de ahorros, Anexo D. Para obtener las distancias, se debe ejecutar el comando (Ctrl + D), como se muestra en la *Figura 3*. Los datos se obtienen siguiendo la ecuación:

$$\sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \quad (11)$$

Figura 3. Matriz de distancias

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
0			68	53	34	48	63	65	65	69	70	73	64	56	69	74	77	115	85	91	92	103	101	103	119	114	93	89	97	96	86	58	61	68	51	80	65	85	64	70	35	119
1			21	28	61	25	26	26	27	25	10	20	6	8	9	57	17	26	26	43	27	37	51	45	25	26	24	34	97	36	24	11	22	21	14	26	32	23	12	60	51	
2			19	40	12	14	15	10	19	21	11	4	19	29	20	70	37	37	38	29	55	49	57	67	63	45	47	55	55	55	22	22	16	22	29	28	24	38	31	29	67	
3			31	20	30	21	35	35	38	20	32	37	45	47	92	55	58	59	74	67	70	66	62	62	63	71	73	66	39	24	32	29	40	46	51	44	45	24	50	77		
4			4	39	41	40	44	44	44	46	41	58	69	70	110	76	71	72	55	73	84	100	90	84	87	95	90	94	62	62	45	55	64	76	57	73	71	13	100			
5				2	3	7	7	10	7	9	20	32	32	31	37	32	34	40	41	45	61	59	45	50	57	62	61	42	30	6	34	26	47	23	44	30	42	60				
6					1	4	5	8	7	11	20	32	31	80	36	31	32	46	39	44	60	58	44	49	57	62	61	44	31	4	36	27	48	21	45	38	44	60				
7						4	8	8	12	21	33	32	11	37	31	32	46	39	44	60	58	44	50	57	62	62	62	45	32	5	37	24	49	20	46	39	44	60				
8							1	4	9	15	20	32	21	79	35	27	28	42	35	40	56	54	42	45	56	61	62	46	23	4	39	26	50	16	47	39	44	56				
9								4	10	16	21	33	32	60	35	29	29	42	35	40	56	55	42	49	56	62	63	47	34	5	40	25	51	40	40	44	57					
10									11	18	19	31	29	77	32	25	38	31	36	52	51	39	46	53	59	61	47	33	6	40	21	50	13	47	38	52	52					
11									8	12	25	25	74	30	29	45	39	41	57	54	39	42	50	55	54	37	24	5	29	21	41	23	39	31	47	57						
12										17	28	28	77	35	35	36	52	45	49	64	60	43	46	54	57	55	34	22	12	25	26	39	30	36	31	41	64					
13											12	61	18	23	23	40	34	34	50	45	27	30	38	42	42	30	16	25	21	32	27	29	19	55	49							
14											4	49	12	26	26	41	36	34	47	41	19	15	26	30	20	24	13	29	24	14	23	26	21	8	47							
15												8	22	37	32	30	43	37	16	18	25	30	32	28	17	27	20	10	27	33	25	12	19	43								
16													44	59	57	60	62	54	52	43	38	31	23	20	30	57	58	76	65	55	50	76	51	40	116	50						
17														10	17	31	27	23	36	29	8	15	21	28	33	35	25	32	36	11	33	33	31	19	76	35						
18															1	17	11	13	29	27	21	32	27	44	51	50	27	26	47	13	49	18	47	35	75	29						
19																	17	11	12	28	26	19	31	26	43	51	50	27	27	47	13	49	17	47	35	76	28					
20																		8	15	19	20	41	43	51	61	65	53	42	44	29	64	12	50	50	16							
21																			8	22	23	26	39	42	50	60	48	55	59	23	59	22	57	45	93	22						
22																									16	16	21	33	35	44	54	50	23	57	28	54	42	88	16			
23																										10	30	41	40	40	61	71	61	59	71	39	68	43	66	55	104	2
24																											22	32	30	28	51	63	54	53	65	34	60	44	59	47	101	8
25																												13	16	24	33	41	32	39	42	18	38	30	36	25	84	29
26																													8	13	21	34	45	38	25	19	25	40	19	25	80	
27																														8	21	40	37	52	46	32	35	53	34	27	94	38
28																																										
29																																										
30																																										
31																																										
32																																										
33																																										
34																																										
35																																										
36																																										
37																																										
38																																										
39																																										
40																																										

Fuente: Elaboración propia.

III. Construcción de la matriz de ahorros, calculada a partir de las distancias.

Para el cálculo de la matriz de ahorros, se tuvieron en cuenta dos métodos:

Método 1:

Obtener los datos con el método convencional, calculando el ahorro de manera:

$$C = D_{0i} + D_{0j} - D_{ij} \quad (12)$$

Donde intervienen, la distancia entre el depósito o nodo 0 D_{0i} y el cliente i , sumado con la distancia entre depósito D_{0j} y el cliente j menos la diferencia entre cliente i y el cliente i (D_{ij}).

Debido a que el problema bajo estudio involucra costos de penalización por demanda no atendida, se modifica la ecuación de la siguiente forma:

Se adicionan los términos de penalización y demanda

$$P(Dem_i + Dem_j) \quad (13)$$

Se multiplica el valor de la penalización por la demanda Dem_i del cliente i , sumando con la demanda Dem_j del cliente j .

La ecuación resultante para calcular la matriz de ahorros es:

$$C = D_{0i} + D_{0j} - D_{ij} + P (Dem_i + Dem_j) \quad (14)$$

Método 2:

En la revisión de literatura de estudios que abarcan problemas similares al que se desarrolla en el presente trabajo, se encontró que Panadero, Freixes, & Juan , (2018) en su artículo *Agile Optimization for Routing Unmanned Aerial Vehicles under Uncertainty* hacen su propuesta de modificar la ecuación de los ahorros (Ec. 14), implementando el término denominado alfa, que tiene aporta un peso al término que contempla la distancia y otro diferente al que contiene la penalización y la demanda. Para el desarrollo de las diferentes instancias tuvo valores de 0.2, 0.4, 0.6, 0.8. Este elemento modifica la ecuación de la siguiente manera:

$$C = \alpha (D_{0i} + D_{0j} - D_{ij}) + (1 - \alpha) (P * Dem_i + P * Dem_j) \quad (15)$$

Los resultados de la matriz se obtienen ejecutando el mando (Ctrl + A) y se completa de la forma en la que se muestra en la *Figura 4*:

IV. Asignación de clientes a rutas (paralelo)

Teniendo los resultados de la matriz de distancias y de ahorros, se procede a realizar la agrupación de clientes, que consiste en ir seleccionando pares de nodos de acuerdo con el mayor valor de ahorro obtenido en la matriz de ahorros, este par de nodos conforman arcos y con ellos se van construyendo los clústeres de clientes.

Este paso se desarrolla de la siguiente manera:

- Conformar la solución inicial:

El algoritmo propone una solución inicial que consiste en crear n rutas de vehículos que van del depósito al cliente i y regresan nuevamente al depósito $(0, i, 0)$ esto para $i = 1, \dots, n$. Posteriormente se ordenan los ahorros de manera decreciente.

- Obtener la mejor combinación posible:

Comenzando desde la parte superior de la lista de ahorros, es decir los ahorros ordenados de mayor a menor, se evalúa si existen dos rutas, una que contenga un

arco $(0,i)$ y la otra que contenga arco $(0,j)$ que puedan fusionarse de manera factible. Si esto es posible, se combinan las dos rutas $(0,i)$, $(0,j)$ obteniendo una nueva ruta combinada (i,j) en la cual se encuentra un mayor ahorro en sus arcos, entonces se utilizará esta nueva ruta.

Figura 4. Matriz de ahorros

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40				
0																																													
1																																													
2																																													
3																																													
4																																													
5																																													
6																																													
7																																													
8																																													
9																																													
10																																													
11																																													
12																																													
13																																													
14																																													
15																																													
16																																													
17																																													
18																																													
19																																													
20																																													
21																																													
22																																													
23																																													
24																																													
25																																													
26																																													
27																																													
28																																													
29																																													
30																																													
31																																													
32																																													
33																																													
34																																													
35																																													
36																																													
37																																													
38																																													
39																																													
40																																													

Fuente: Elaboración propia.

V. Secuenciación de rutas

Con los clústeres que fueron conformados en el paso anterior, se debe realizar la secuenciación en la que será visitados los clientes, de modo que este proceso se lleve a cabo de manera más eficiente.

La secuenciación de rutas se obtuvo por medio del Problema del Agente Viajero o TSP por sus siglas en inglés (*Traveling Salesman Problem*), que se constituye como uno de los modelos más básicos para resolver el VRP, consiste en identificar la ruta más corta para recorrer, en este caso se resolvió por medio del método de Tucker-Miller-Zemlin, conocido MTZ basado en la literatura existente para resolver este tipo de problemas, en este caso del artículo *Integer programming formulation of traveling salesman problems* cuyos autores son Miller, Tucker & Zemlin (1960), este es un modelo heurístico que se usa para romper los subtours en el problema del agente viajero.

El desarrollo del modelo TSP se muestra a continuación:

Conjuntos:

$nodos := \{1 \dots N\}$

$arcos := \{i \in nodos, j \in nodos, i \neq j\}$, conjunto de arcos formados por la unión de dos nodos

Parámetros:

$N = \text{Número de nodos}$

$C_{ij} = \text{Distancia del arco formado por el nodo } i \text{ al nodo } j$

Variables:

$X_{ij} = \text{Variable binaria que indica si se establece el arco } (i, j)$

$U = \text{Variable relacionada con los nodos, } U \geq 0$

Función objetivo:

Se plantea con el fin de minimizar la distancia total de viaje

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in arcos} \sum_{j \in arcos} C_{ij} * X_{ij} \quad (16)$$

Restricciones:

Cumplimiento desde el nodo i

$$\sum_{i \in arcos} \sum_{j \in arcos} X_{ij} = 1 \quad (17)$$

Cumplimiento desde el nodo j

$$\sum_{j \in arcos} \sum_{i \in arcos} X_{ji} = 1 \quad (18)$$

Restricciones de eliminación de *subtours* de acuerdo con lo propuesto por Tucker-Miller- Zemlin:

Subtour 1

$$U_i - U_j + N * X_{ij} \leq N - 1 \quad , \quad i \neq j, i \geq 2, j \geq 2 \quad (19)$$

Subtour 2

$$U_i \leq N - 1 - (N - 2) * X_{ij} \quad , \quad i \geq 2 \quad (20)$$

Subtour 3

$$U_i \geq 1 + (N - 2) * X_{ij} \quad , \quad i \geq 2 \quad (21)$$

El modelo fue escrito en el lenguaje de programación de AMPL, cuyos archivos de modelo, datos, comandos se pueden ver en los Anexos E, F y G, respectivamente. Los resultados del modelo se obtuvieron por medio de la plataforma NEOS SERVER®. El valor obtenido de acuerdo con la función objetivo es el que se tiene en cuenta para determinar el costo de transporte de cada ruta.

9 EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS PARA LAS DIFERENTES INSTANCIAS PROPUESTAS.

Los datos que se presentan a continuación son producto de haber aplicado el método exacto y la heurística de los ahorros para diferentes instancias de clientes, entre ellas 22 y 40, cuyas posiciones geográficas se expresaron en coordenadas cartesianas.

Las coordenadas y demandas para las diferentes instancias que se trabajaron, tanto en el modelo exacto como en el heurístico, se obtuvieron de un conjunto de datos propuestos por Toth & Vigo (1999) en su estudio sobre el VRPB - Problema de enrutamiento de vehículos con backhauls.

Los parámetros de capacidad del vehículo y capacidad del depósito, para ambos modelos (ver *Tabla 2*), se obtienen de acuerdo con la demanda total que posee cada instancia de clientes, ver *tabla 2*. Como lo proponen Panadero et al. (2018) en su artículo, la capacidad de cada vehículo se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

$$Cap Veh = \frac{Demanda\ total\ de\ los\ clientes * 1.5}{Cantidad\ total\ de\ vehículos} \quad (22)$$

El factor de 1,5 en la ecuación (22), extiende en un 50% el valor de la demanda en cada instancia, haciendo que, la capacidad total del conjunto de vehículos que se dispone no permita atender a todos los clientes en un solo viaje de dicho conjunto. Para el caso de estudio, se cuenta con tres vehículos, los valores de capacidad utilizados en el desarrollo del modelo fueron los siguientes:

Tabla 2. Parámetros de capacidad del problema

Tamaño de instancia [Nodos]	Capacidad del vehículo	Capacidad del depósito
22	5094,5	9170,1
40	19195	34551

Fuente: Elaboración propia

Al ejecutar el modelo matemático exacto, se obtuvieron los resultados que se resumen en la *Tabla 3*, donde se evidencian los costos de transporte y penalización para cada instancia de clientes. Dos elementos por considerar en la ejecución del modelo son la cantidad de variables y restricciones que se generan por cada instancia y el tiempo que tarda el servidor NEOS en obtener los resultados.

Para la instancia de 22 nodos, se obtuvieron 3038 variables (1584 binarias y 1454 lineales) y 1687 restricciones. Por otro lado, en la instancia de 40 nodos se generaron 9842 variables (5040 binarias y 4802 lineales). A pesar de la gran cantidad de restricciones y variables el tiempo requerido para obtener resultados fue considerablemente bajo, para ambos conjuntos de clientes.

Tabla 3. Resultados del modelo matemático exacto.

Tamaño de instancia [Nodos]	Costo de transporte	Costo de penalización	Costo total	Tiempo de ejecución [Mins]
22	371,00	152,8	523,90	5,3
40	549,00	576,00	1125	15

Fuente: Elaboración propia

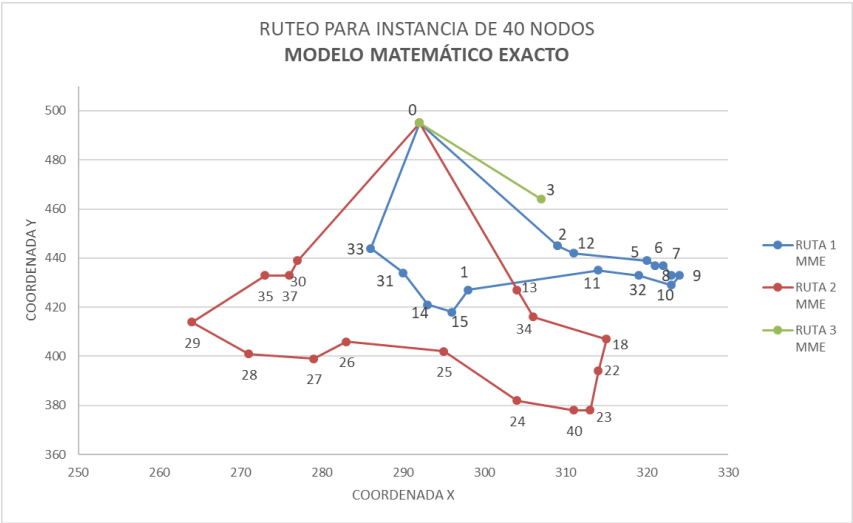
En la *Figura 6* y *Figura 8* se observan las rutas que se forman para las instancias de 40 y 22 clientes respectivamente. En ambos resultados se utiliza un vehículo para atender exclusivamente la demanda de un cliente, esta situación conllevaría a una discusión más amplia de costo-beneficio, la cual no está dentro del alcance del trabajo, porque se debería indagar sobre todos los costos que involucran la utilización de un recurso, que en este caso, serían los vehículos y todo lo relacionado a su uso. Asimismo, cabe destacar la funcionalidad correcta de las restricciones incluidas en el modelo para evitar la formación de ciclos al momento de definir las rutas que debe atender cada vehículo, aparte de este hecho, dichas restricciones toman un peso muy importante dentro del modelo, ya que permitió extender el tamaño de las instancias en un 35% aproximadamente; las restricciones de *subtour* que se habían declarado en el primer modelo elaborado solo permitía como máximo la solución de una instancia de 23 clientes.

Figura 5. Rutas generadas por el modelo matemático exactos, instancia de 40 clientes.

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA		RUTA 3	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y			X	Y
	0	292	495		0	292	495		0	292	495
	2	309	445		30	277	439		3	307	464
	12	311	442		37	276	433		0	292	495
	5	320	439		35	273	433				
	6	321	437		29	264	414				
	7	322	437		28	271	401				
	8	323	433		27	279	399				
	9	324	433		26	283	406				
	10	323	429		25	295	402				
	32	319	433		24	304	382				
	11	314	435		40	311	378				
	1	298	427		23	313	378				
	15	296	418		22	314	394				
	14	293	421		18	315	407				
	31	290	434		34	306	416				
	33	286	444		13	304	427				
	0	292	495		0	292	495				

Fuente: Elaboración propia.

Figura 6. Gráfico rutas modelo exacto, 40 nodos.



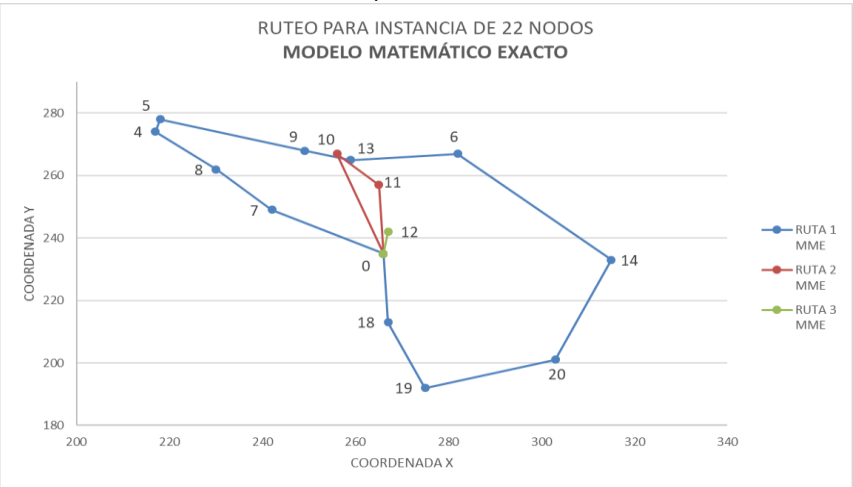
Fuente: Elaboración propia.

Figura 7. Rutas generadas por el modelo matemático exactos, instancia de 22 clientes.

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA		RUTA 3	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y			X	Y
	0	266	235		0	266	235		0	266	235
	7	242	249		11	265	257		12	267	242
	8	230	262		10	256	267		0	266	235
	4	217	274		0	266	235				
	5	218	278								
	9	249	268								
	13	259	265								
	6	282	267								
	14	315	233								
	20	303	201								
	19	275	192								
	18	267	213								
	0	266	235								

Fuente: Elaboración propia.

Figura 8. Gráfico rutas modelo exacto, 22 nodos.



Fuente: Elaboración propia.

Los resultados del desarrollo del método de los ahorros de acuerdo con la ecuación (14), sin incluir el término alfa, se muestran en la *Tabla 4*. En comparación con los resultados del método exacto, los costos para el heurístico resultan siendo mayores, debido a que el modelo de matemático entrega resultados óptimos, por el contrario, el heurístico aporta resultados cercanos al óptimo, que en este caso, resulta en rutas más costosas (Ver *Tabla 5*). En ninguno de los casos se presentó que la demanda de un cliente fuera superior a la capacidad del vehículo con mayor capacidad.

En la Figura 10 y

Figura 12 se evidencia el orden de las rutas a partir del heurístico, para las instancias de 22 y 40 nodos, respectivamente, tras aplicar el TSP.

Tabla 4. Resultado heurístico de los ahorros método 1

Tamaño de instancia [Nodos]	Costo de transporte	Costo de penalización	Costo total
22	632	154,35	786,35
40	650	585	1235

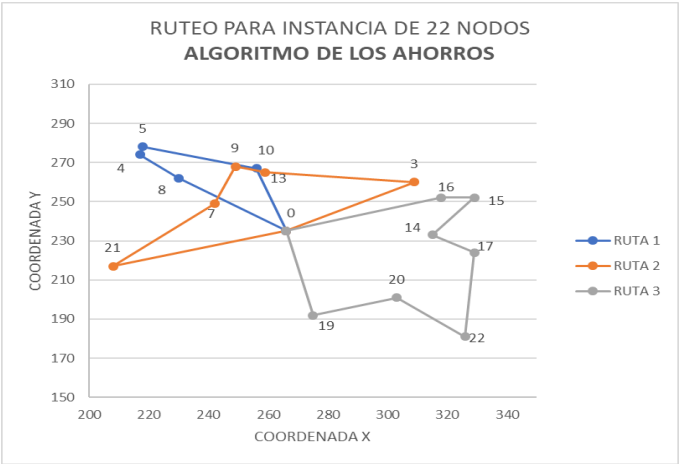
Fuente: Elaboración propia.

Figura 9. Resultado heurístico sin alfa, 22 nodos.

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA		RUTA 3	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y			X	Y
	0	266	235		0	266	235		0	266	235
	8	230	262		21	208	217		16	318	252
	4	217	274		7	242	249		15	329	252
	5	218	278		9	249	268		14	315	233
	10	256	267		13	259	265		17	329	224
	0	266	235		3	309	260		22	326	181
					0	266	235		20	303	201
									19	275	192
									0	266	235
COSTO		141		COSTO		238		COSTO		253	

Fuente: Elaboración propia.

Figura 10. Ruta 22 nodos sin alfa.



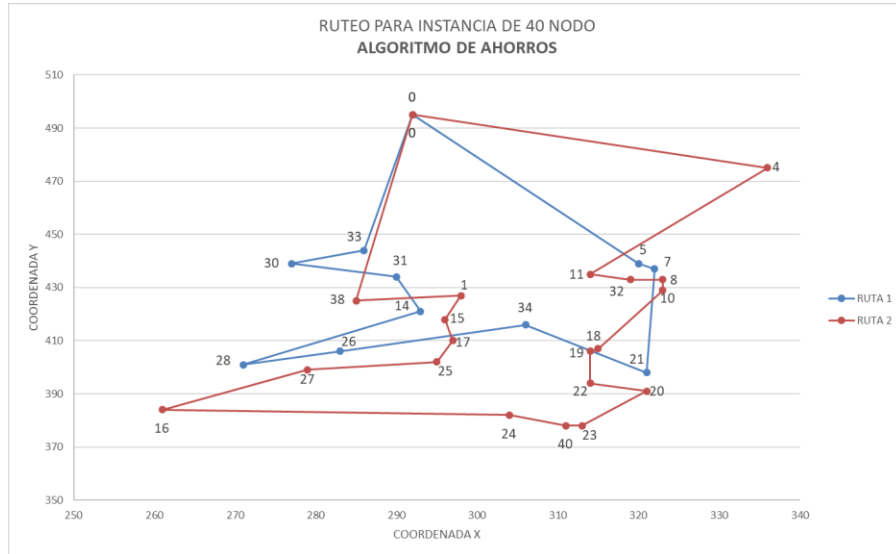
Fuente: Elaboración propia.

Figura 11. Resultado heurístico sin alfa, 40 nodos.

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y
	0	292	495		0	292	495
	5	320	439		4	336	475
	7	322	437		11	314	435
	21	321	398		32	319	433
	34	306	416		8	323	433
	26	283	406		10	323	429
	28	271	401		18	315	407
	14	293	421		19	314	406
	31	290	434		22	314	394
	30	277	439		20	321	391
	33	286	444		23	313	378
	0	292	495		40	311	378
COSTO		284			24	304	382
					16	261	384
					27	279	399
					25	295	402
					17	297	410
					15	296	418
					1	298	427
					38	285	425
					0	292	495
COSTO						366	

Fuente: Elaboración propia.

Figura 12. Ruta 40 nodos sin alfa.



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5. Resultado modelo matemático exacto vs heurístico de los ahorros.

Tamaño de instancia [nodos]	Costo de transporte		Costo de penalización		Costo total	
	Heurístico de ahorros	Modelo matemático exacto	Heurístico de ahorros	Modelo matemático exacto	Heurístico de ahorros	Modelo matemático exacto
22	570	371,00	154,35	152,8	724,35	523,90
40	650	549,00	585	576,00	1235	1125

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, la tabla 6 resume los resultados obtenidos para el algoritmo de Clarke y Wright haciendo uso del parámetro alfa con sus diferentes valores propuestos, 0.2, 0.4, 0.6 y 0.8.

Al comparar el resultado con las operaciones que se realizan en la ecuación (15), el término del lado derecho que es el que contempla la penalización, es el que recibe un mayor peso, lo que evidencia que el modelo da prioridad de atención a clientes que tengan demandas mayores, sin embargo, no descarta clientes con baja demanda, que son incluidos en las rutas para completar la capacidad del vehículo, esto con el objetivo de disminuir el costo de penalización por demanda no atendida.

Tabla 6. Resultado heurístico de ahorros método 2. Incorporación de alfa en la ecuación del método 1.

Tamaño de instancia [Nodos]	Costo de penalización				Costo de transporte				Costo total			
	0,2	0,4	0,6	0,8	0,2	0,4	0,6	0,8	0,2	0,4	0,6	0,8
22	480	611	490	534	159,6	154,4	168	168	639,6	765,4	658	702
40	595	609	619	627	568,5	573	577,5	577,5	1163,5	1182	1196,5	1204,5

Fuente: Elaboración propia.

Las gráficas de las rutas y tablas de resultados del TSP, se encuentran en los Anexos H a P.

Se estableció como medida de desempeño del método heurístico 2, la diferencia entre el costo total de cada proporción de alfa realizada con el costo total del modelo matemático exacto (ver *Tabla 7*) se evidencia que, para las instancias de clientes estudiadas, se obtiene el menor costo con un **alfa = 0,2**.

Tabla 7. Comparación entre modelo exacto y heurístico con mejor resultado.

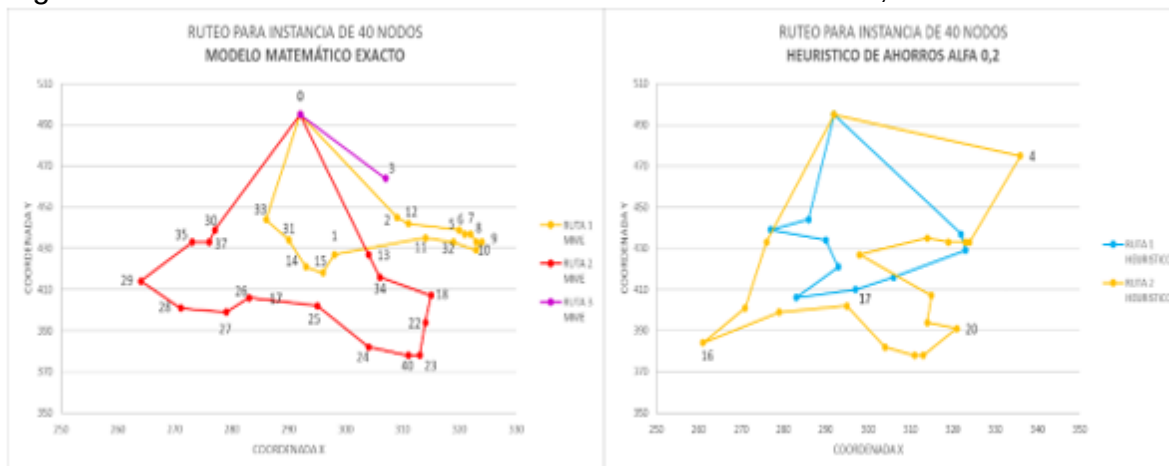
Tamaño de instancia [Nodos]	Heurístico más cercano al óptimo [A]	Con alfa igual a				Modelo exacto [B]	Diferencia A -B
		0,2	0,4	0,6	0,8		
22	639,6					523,9	115,7
40	1163,5					1125	38,5

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, en la *Figura 13* y *Figura 14* se muestra una comparación de las gráficas de las rutas encontradas para ambas instancias estudiadas, obtenidas a partir del modelo exacto y del método de los ahorros con el que se obtuvo un resultado más cercano al óptimo usando un alfa de 0,2.

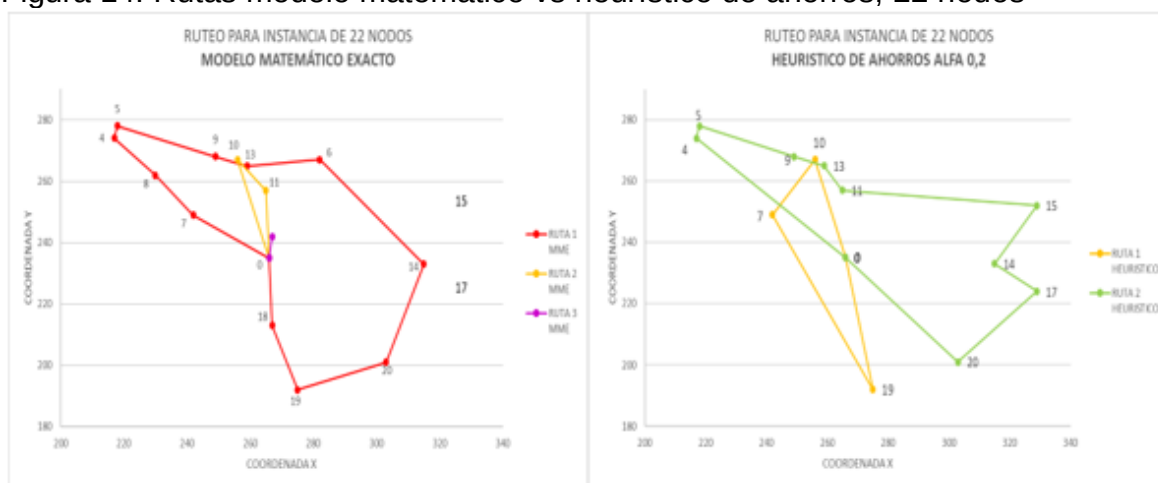
Tanto para la instancia de 40 clientes y 22 clientes, las rutas comparten gran parte de los clientes visitados, pero el heurístico no atiende algunos clientes que el modelo matemático si decide visitar, el mismo. Además, en ambas instancias, el modelo exacto aprovecha en un 100% la capacidad vehicular disponible, mientras que el heurístico utiliza solo el 66%.

Figura 13. Rutas modelo matemático vs heurístico de ahorros, 40 nodos



Fuente: Elaboración propia

Figura 14. Rutas modelo matemático vs heurístico de ahorros, 22 nodos



Fuente: Elaboración propia

10 CONCLUSIONES

Los hallazgos que se obtuvieron con el desarrollo del primer objetivo, que consistió en realizar la caracterización del problema, fueron fundamentales para lograr los objetivos posteriores, ya que este fue el punto de partida para poder identificar los supuestos que luego se tienen en cuenta para realizar, en primera instancia, el modelo matemático de optimización utilizando programación lineal y posteriormente desarrollar el método heurístico de los ahorros de Clark y Wriqth.

Culminado el primer objetivo, se desarrolló el modelo exacto y luego se ejecutó para diferentes instancias de clientes, pero debido a que es un problema NP-Hard cuando se incluyeron más de 40 clientes, los recursos del software en cuanto a la cantidad de variables y restricciones no fueron suficientes, tanto para la versión libre como para la versión original del software, ya que para la prueba con 60 clientes el tiempo de ejecución fue de más de 48 horas y transcurrido este tiempo el resultado fue que no era posible obtener datos debido al gran tamaño de variables que incluía el modelo. Debido a lo anterior, se hizo necesario realizar el método heurístico.

Para evaluar la efectividad de los métodos 1 y 2 de ahorros planteados (siguiendo la literatura) se definió como métrica la diferencia entre el costo total de dichos métodos y el costo total del modelo matemático, hallando de esta manera, que el método 2 de los ahorros con un valor de alfa de 20% brinda resultados cercanos al óptimo que reporta el modelo exacto. En tal sentido, se propone como herramienta de apoyo en la toma de decisiones el segundo método de ahorros descrito en el presente trabajo para lograr integrar la decisión de asignar una cantidad limitada de

inventario a la programación de las rutas, en un escenario donde la distribución de producto terminado se hace con una flota homogénea de vehículos que parten de un solo depósito central hacia un conjunto de clientes, cuya ubicación y demanda son conocidas.

Finalmente, para futuras investigaciones se recomienda hacer uso de algún lenguaje de programación que permita resolver automáticamente el método propuesto para la programación de rutas, considerando la restricción de disponibilidad de inventario, con el fin de reducir el tiempo necesario para obtener resultados, teniendo en cuenta que, actualmente las redes de distribución son muy robustas (poseen un gran número de clientes) y, resolver dicho método de forma manual se torna complejo en cuanto al esfuerzo humano requerido y el tiempo en que tardaría.

11 REFERENCIAS

Almada, A. L. (10 de 11 de 2017). Maestra en Ciencia y Tecnología en Ingeniería Industrial y de Manufactura. Las actividades de transporte e inventario se encuentran relacionadas, entonces. Saltillo, Coahuila, México.

Arboleda Zuñiga, J., López, X., & Lozano, Y. L. (2016). El problema de ruteo de vehículos [VRP] y su aplicación en. *Colciencias*, 31.

Ballou, R. (2004). En R. Ballou, *Logística, Administración de la cadena de abastecimiento* (pág. 17). México: Pearson Educación.

Batero Manso, D., & Orjuela Castro, J. (2018). El Problema de Ruteo e Inventarios en Cadenas de Suministro de Perecederos: Revisión de Literatura. *Ingeniería*, 117-143.

Bertazzi, L., & Speranza, M. G. (2012). Inventory routing problems: an introduction. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 1(4), 307-326.

Bertazzi, L., & Speranza, M. G. (2013). Inventory routing problems with multiple customers. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 2(3), 255-275.

Britton, W. E. (2017). Maestría en investigación operativa y estadística. problema de enrutamiento de inventario multi-artículos en la empresa Berhlan de Colombia. Pereira, Risaralda, Colombia.

Chien T., W., Anantaram, B., & Wong, R. T. (1989). An integrated inventory allocation and vehicle routing problem. *Transportation science*, 67-76.

Chopra, S., & Meindl, P. (2008). Administración de la cadena de suministro. Estrategia, planeación y operación. México: Pearson educación.

Elizondo Cortés, M., & Aceves García, R. (2008). Descomposición cruzada separable en la solución del problema de asignación/distribución. *Ingeniería, investigación y tecnología*, 77-83.

Estrada Mejía, S., Restrepo de Ocampo, L., & Ballesteros Silva, P. (2010). Análisis de los costos logísticos en la administración de la cadena de abastecimiento. *Scientia Et Technica*, 272-277.

Federgruen, S. A. (1990). One Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs. *Management Science*, 92-114.

Jiménez Sánchez, J., & Hernández García, S. (2002). Marco conceptual de la cadena de suministro: Un nuevo enfoque logístico. Sanfandila: Instituto Mexicano del Transporte.

Martijn R.K., M., Schutten, J., & Perez Rivera, A. (2014). Inventory routing for Dynamic waste collection. *Waste management*, 1564-1576.

Martin Dario Arango Serna, W. A. (2013). Inventarios colaborativos en la optimización de la cadena de suministros. Bgital. Portal de revistas Universidad Nacional., 71-80.

Olivera, A. (07 de 2004). Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos. Montevideo, Uruguay.

Orjuela Castro, J. A., & Batero Manso, D. F. (15 de Mayo de 2018). Researchgate. Obtenido de Revisión de Literatura. El Problema de Ruteo e Inventarios en Cadenas de Suministro de Perecederos: https://www.researchgate.net/publication/327255962_El_Problema_de_Ruteo_e_Inventarios_en_Cadenas_de_Suministro_de_Perecederos_Revision_de_Literatura

Orjuela Castro, J. A., González La Rotta, E. C., & Rocha Medina, L. B. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución *Ingeniería*. 34-55.

Panadero J, Freixes A, Mozos JM, Juan AA (2018) Agile Pptimization for Routing Unmanned Aerial Vehicles under Uncertainty. In: XVIII Spanish Conference on Artificial Intelligence, pp 635–640

Romano, C. A., Arango Serna, M. D., & Zapata Cortés, J. A. (10 de febrero de 2016). Bgigital. Portal de revistas Universidad Nacional. Obtenido de Distribución Colaborativa de mercancías utilizando el modelo IRP: <https://revistas.unal.edu.co/index.php/dyna/article/view/52492/55887>.

Sánchez, J. E. (2006). Programa Doctoral “Gestión e integración de la Cadena de Suministro”. Modelos de coordinación de inventarios y su relación con las variables fundamentales de transporte. Sanfandila: Gabriela de Jesús Zea.

Sánchez, J. E. (2006). Proyecto OI-0305 Fase II Coord Inventarios variables fundamentales de transporte. Modelos de coordinación de inventario y su relación con las variables fundamentales de transporte. Sanfandila, Quintan Roo, México.

Simchi-Levi, D., & Kaminsky, P. (2000). Designing and Managing the Supply Chain: Concepts, Strategies, and Case Studies. New York: Irwin/McGraw-Hill.

Toth , P., & Vigo, D. (2002). *The Vehicle Routing Problem*. Bologna, Italia: Siam.
Vidal, C. J. (2009). Planeación, optimización y administración de cadena de abastecimiento. Cali: Programa editorial - Universidad del Valle.

Waller, M., Johnson, E., & Davis, T. (1999). Vendedor-managed inventory in the retail supply chain. *Journal of Business Logisticss*, 183-203.

Zapata Mendez, R., & Garcés Cartagena, Y. (2016). Diseño de un modelo de ruteo de vehículos con consideraciones de inventario en el punto de venta. Zarzal, Valle del Cauca, Colombia.

12 ANEXOS

ANEXO A. Modelo matemático exacto en AMPL

```
#CONJUNTOS
param N integer > 2; #Número de nodos
set nodos ordered := {1..N}; #conjunto de clientes ordenados
param V integer; #Número de vehiculos
set veh ordered := {1..V}; #conjunto de vehículos
set av ordered:= {0..N}; #conjunto de nodos ordenados

#PARÁMETROS

param Q>=0; #Capacidad de los vehículos
param inv_dep>=0; #Inventario disponible en el depósito
param d{i in nodos}>=0; #demanda máxima del cliente i
param p{i in nodos}>=0; #costo de penalización unitario
param c{i in av, j in av: i<>j}>=0;#costo de recorrer el arco del nodo i al nodo j
param M:= 150000;
```

```

#VARIABLES
var z{i in nodos, k in veh} binary;# variable binaria igual
var y{i in av, j in av, k in veh:i<>j} binary; #variable binaria igual a 1 si
                                     el vehículo k viaja desde el
                                     nodo i al nodo j, 0 de lo contrario;

|
var F1{i in av, j in nodos, k in veh: i<>j}>=0;
var costo_penal>=0;
var costo_trans>=0;

#FUNCIÓN OBJETIVO

minimize costos_totales: costo_penal+costo_trans;

#RESTRICCIONES

#Restricción costo1
subject to penal:
costo_penal=sum{i in nodos} d[i]*p[i]*(1-sum{k in veh}z[i,k]);

#Restricción costo2
subject to transp:
costo_trans=sum{i in av, j in av, k in veh:i<>j} c[i,j]* y[i,j,k];

#restricción de capacidad del depósito
subject to r1:
sum{i in nodos, k in veh} d[i]*z[i,k] <= inv_dep;

#restricción de capacidad de los vehículos
subject to r2 {k in veh}:
sum{i in nodos} d[i]*z[i,k]<=Q;

#restriccion de llevar si se va
#subject to poder_llevar{i in nodos, k in veh}:
#d[i]*z[i,k]<=M*sum{j in av:i<>j}y[i,j,k];

#Restricción: cada vehículo deja el depósito
subject to r4 {k in veh}:
sum{j in nodos} y[0,j,k]=1;

#Restricción: cada vehículo regresa al depósito
subject to r5 {k in veh}: |
sum{i in nodos} y[i,0,k]=1;

#restricciones de balance de flujo en los nodos
subject to r8 {k in veh, f in av: f<>0}:
sum{i in av:i<>f} y[i,f,k] = sum{j in av:j<>f} y[f,j,k];

#Restricción: relacion entre variable z y y
subject to r9 {f in av, k in veh:f<>0}:
sum{i in av: i<>f}y[i,f,k]+sum{j in av:f<>j}y[f,j,k]=2*z[f,k];

subject to visit_L{i in nodos:i<>0}:
sum{k in veh}z[i,k]<=1;

```

```
#Restricciones de entrega
```

```
#1
```

```
subject to flujoE1{i in av, j in nodos, k in veh:i<>j}:  
F1[i,j,k]<=N*y[i,j,k];
```

```
#2
```

```
subject to flujoE2{j in nodos, k in veh}:  
sum{l in nodos:j<>l}F1[j,l,k]-sum{i in av:i<>j}F1[i,j,k]=-z[j,k];
```

```
#(3)
```

```
subject to flujoE3{k in veh}:  
sum{j in nodos}F1[0,j,k]=sum{j in nodos}z[j,k];
```

ANEXO B. Datos del modelo matemático exacto en AMPL.

```
param N := 40;  
param V := 3;  
param Q := 19195;  
param inv_dep := 34551;  
param d :=
```

```
1 700  
2 400  
3 400  
4 1200  
5 40  
6 80  
7 2000  
8 900  
9 600  
10 750  
11 1500  
12 150  
13 250  
14 1600  
15 450  
16 700  
17 550  
18 650  
19 200  
20 400  
21 300  
22 1300  
23 700  
24 750  
25 1400  
26 4000  
27 600  
28 1000  
29 500  
30 2500
```

```

31 1700
32 1100
33 3700
34 2350
35 580
36 250
37 600
38 150
39 90
40 1300

;

param p :=
1      0.15
2      0.15
3      0.15
4      0.15
5      0.15
6      0.15
7      0.15
8      0.15
9      0.15
10     0.15
11     0.15
12     0.15
13     0.15
14     0.15
15     0.15
16     0.15
17     0.15
18     0.15
19     0.15
20     0.15
21     0.15
22     0.15
23     0.15
24     0.15
25     0.15
26     0.15
27     0.15
28     0.15
29     0.15
30     0.15
31     0.15
32     0.15
33     0.15
34     0.15
35     0.15
36     0.15
37     0.15
38     0.15
39     0.15
40     0.15
;

```

param c:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
0	.	68	53	34	48	63	65	65	69	70	73	64	56	69	74	77	115	85	91	92	100	101	103	119	114	93	89
1	68	.	21	38	61	25	25	26	26	27	25	18	20	6	8	9	57	17	26	26	43	37	37	51	45	25	26
2	53	21	.	19	40	13	14	15	18	19	21	11	4	19	29	30	78	37	38	39	55	49	51	67	63	45	47
3	34	38	19	.	31	28	30	31	35	35	38	30	22	37	45	47	92	55	58	58	74	67	70	86	82	63	63
4	48	61	40	31	.	39	41	40	44	44	48	46	41	58	69	70	118	76	71	72	85	78	84	100	98	84	87
5	63	25	13	28	39	.	2	3	7	7	10	7	9	20	32	32	81	37	32	34	48	41	45	61	59	45	50
6	65	25	14	30	41	2	.	1	4	5	8	7	11	20	32	31	80	36	31	32	46	39	44	60	58	44	49
7	65	26	15	31	40	3	1	.	4	4	8	8	12	21	33	32	81	37	31	32	46	39	44	60	58	44	50
8	69	26	18	35	44	7	4	4	.	1	4	9	15	20	32	31	79	35	27	28	42	35	40	56	54	42	48
9	70	27	19	35	44	7	5	4	1	.	4	10	16	21	33	32	80	35	28	29	42	35	40	56	55	42	49
10	73	25	21	38	48	10	8	8	4	4	.	11	18	19	31	29	77	32	23	25	38	31	36	52	51	39	46
11	64	18	11	30	46	7	7	8	9	10	11	.	8	13	25	25	74	30	28	29	45	38	41	57	54	38	42
12	56	20	4	22	41	9	11	12	15	16	18	8	.	17	28	28	77	35	35	36	52	45	48	64	60	43	46
13	69	6	19	37	58	20	20	21	20	21	19	13	17	.	13	12	61	18	23	23	40	34	34	50	45	27	30
14	74	8	29	45	69	32	32	33	32	33	31	25	28	13	.	4	49	12	26	26	41	36	34	47	41	19	18
15	77	9	30	47	70	32	31	32	31	32	29	25	28	12	4	.	49	8	22	22	37	32	30	43	37	16	18
16	115	57	78	92	118	81	80	81	79	80	77	74	77	61	49	49	.	44	59	57	60	62	54	52	43	38	31
17	85	17	37	55	76	37	36	37	35	35	32	30	35	18	12	8	44	.	18	17	31	27	23	36	29	8	15
18	91	26	38	58	71	32	31	31	27	28	23	20	35	23	26	22	59	18	.	1	17	11	13	29	27	21	32
19	92	26	39	58	72	34	32	32	28	29	25	29	36	23	26	22	57	17	1	.	17	11	12	28	26	19	31
20	100	43	55	74	85	48	46	46	42	42	38	45	52	40	41	37	60	31	17	17	.	7	8	15	19	28	41
21	101	37	49	67	78	41	39	39	35	35	31	38	45	34	36	32	62	27	11	11	7	.	8	22	23	26	39
22	103	37	51	70	84	45	44	44	40	40	36	41	40	34	34	30	54	23	13	12	8	8	.	16	16	21	33
23	119	51	67	86	100	61	60	60	56	56	52	57	64	50	47	43	52	36	29	28	15	22	16	.	10	30	41
24	114	45	63	82	98	59	58	58	54	55	51	54	60	45	41	37	43	29	27	26	19	23	16	10	.	22	32
25	93	25	45	63	84	45	44	44	42	42	39	38	43	27	19	16	38	8	21	19	28	26	21	30	22	.	13
26	89	26	47	63	87	50	49	50	48	49	46	42	46	30	18	18	31	15	32	31	41	39	33	41	32	13	.
27	97	34	55	71	95	57	57	57	56	56	53	50	54	38	26	25	23	21	37	36	43	42	35	40	30	16	8
28	96	37	58	73	98	62	62	62	61	62	59	55	57	42	30	30	28	28	44	43	51	50	44	48	38	24	13
29	86	36	55	66	94	61	61	62	62	63	61	54	55	42	30	32	30	33	51	51	61	59	54	61	51	33	21
30	58	24	33	39	69	43	44	45	46	47	47	37	34	30	24	28	57	35	50	50	65	60	58	71	63	41	34
31	61	11	22	34	62	30	31	32	33	34	33	24	22	16	13	17	58	25	37	37	53	48	47	61	54	32	29
32	68	22	16	33	45	6	4	5	4	5	6	5	12	16	29	27	76	32	26	27	42	35	39	55	53	39	45
33	51	21	23	29	59	34	36	37	39	40	40	29	25	25	24	28	65	36	47	47	64	58	57	71	65	43	38
34	80	14	29	48	66	27	26	26	24	25	21	21	26	11	14	10	55	11	13	13	29	23	23	39	34	18	25
35	65	26	38	46	76	47	48	49	50	51	50	41	39	32	23	27	50	33	49	49	64	59	57	68	60	38	29
36	85	32	34	51	57	23	21	20	16	16	13	23	30	27	36	33	76	33	18	19	28	22	28	43	44	38	48
37	64	23	35	44	73	44	45	46	47	48	47	38	36	29	21	25	51	31	47	47	62	57	54	66	58	36	28
38	70	13	31	45	71	38	38	39	39	40	38	31	19	9	13	48	19	35	35	50	45	42	55	47	25	19	40
39	35	60	39	24	13	42	44	44	48	48	52	47	41	58	68	69	116	76	75	76	90	83	88	104	101	84	85
40	119	51	67	86	100	62	60	60	56	57	52	57	64	49	47	43	50	35	29	28	16	22	16	2	8	29	40

27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40 :=
97	96	86	58	61	68	51	80	65	85	64	70	35	119
34	37	36	24	11	22	21	14	26	32	13	60	51	
55	58	55	33	22	16	23	29	38	34	35	31	39	67
71	73	66	39	34	33	29	48	46	51	44	45	24	86
95	98	94	69	62	45	59	66	76	57	73	71	13	100
57	62	61	43	30	6	34	27	47	23	44	38	42	62
57	62	61	44	31	4	36	26	48	21	45	38	44	60
57	62	62	45	32	5	37	26	49	20	46	39	44	60
56	61	62	46	33	4	39	24	50	16	47	39	48	56
56	62	63	47	34	5	40	25	51	16	48	40	48	57
53	59	61	47	33	6	40	21	50	13	47	38	52	52
50	55	54	37	24	5	29	21	41	23	38	31	47	57
54	57	55	34	22	12	25	26	39	30	36	31	41	64
38	42	42	30	16	25	11	32	27	29	19	58	49	
26	30	30	24	13	29	24	14	23	36	21	9	68	47
25	30	32	28	17	27	28	10	27	33	25	13	69	43
23	20	30	57	58	76	65	55	50	76	51	48	116	50
21	28	33	35	25	32	36	11	33	33	31	19	76	35
37	44	51	50	37	26	47	13	49	18	47	35	75	29
36	43	51	50	37	27	47	13	49	19	47	35	76	28
43	51	61	65	53	42	64	29	64	28	62	50	90	16
42	50	59	60	48	35	58	23	59	22	57	45	83	22
35	44	54	58	47	39	57	23	57	28	54	42	88	16
40	48	61	71	61	55	71	39	68	43	66	55	104	2
30	38	51	63	54	53	65	34	60	44	58	47	101	8
16	24	33	41	32	39	43	18	38	38	36	25	84	29
8	13	21	34	29	45	38	25	29	48	28	19	85	40
.	8	21	40	37	52	46	32	35	53	34	27	94	38
8	.	15	38	38	58	46	38	32	60	32	28	96	46
21	15	.	28	33	58	37	42	21	65	22	24	90	59
40	38	28	.	14	42	10	37	7	56	6	16	63	70
37	38	33	14	.	29	11	24	17	42	14	10	58	60
52	58	58	42	29	.	35	21	46	18	43	35	48	56
46	46	37	10	11	35	.	34	17	50	15	19	53	71
32	38	42	37	24	21	34	.	37	23	34	23	67	38
35	32	21	7	17	46	17	37	.	58	3	14	70	67
53	60	65	56	42	18	50	23	58	.	55	45	63	44

ANEXO C. Comandos para el modelo matemático exacto en AMPL.

```

# COMANDOS DE INICIALIZACIÓN DE CONDICIONES:

option show_stats 1;
option solution_precision 0;
option omit_zero_rows 0;
option omit_zero_cols 1;
option display_precision 6;
option display_round 1;
option display_width 50;

# COMANDO DE SOLUCIÓN:

solve;

# COMANDOS DE IMPRESIÓN DE RESULTADOS:

printf "\n\n*****\n";
printf "RESULTADOS DEL MODELO MATEMÁTICO EXACTO (INSTANCIA 40 NODOS)\n";
printf "*****\n\n";

printf "\nCOSTOS TOTALES= \t%9.1f", costos_totales;
printf " \n\n";

display _ampl_elapsed_time;
display _solve_elapsed_time;
display _total_solve_time;
display costo_penal;

display costo_trans;

display z;

display F1;

display y;

```

ANEXO D. Código en VBA para las matrices del método de los ahorros.

```

Sub Crear_hoja()
'ejecutar h

    Call inicio
    Dim nodos As Integer

    nodos = ThisWorkbook.Worksheets("Clientes").Cells(1, 8).Value

    'CREA HOJA Y DA NOMBRE
    Sheets.Add After:=Sheets(1)
    ActiveSheet.Name = "Matrices"
    ActiveWindow.DisplayGridlines = False

    'CREA NUMEROS DE COLUMNA SEGUN NUMERO DE NODOS
    For contador = 0 To nodos - 1
        col = contador + 2
        ThisWorkbook.Worksheets("Matrices").Cells(1, col) = contador
    Next

    'CREA NUMEROS DE FILA SEGUN NUMERO DE NODOS
    For contador = 0 To nodos - 1
        fila = contador + 3
        ThisWorkbook.Worksheets("Matrices").Cells(fila, 1) = contador
    Next

    MsgBox ("Hoja creada correctamente")

    'COLOREA NUM NODOS
    For i = 1 To nodos + 2
        Cells(1, i).Select
        With Selection.Interior
            .Pattern = xlSolid
            .PatternColorIndex = xlAutomatic
            .ThemeColor = xlThemeColorDark1
        End With
    Next
End Sub

```

```

Sub distancias()

'Declarar variable
'Ejecutar d
Dim nodos As Integer
nodos = Sheets("Clientes").Cells(1, 8).Value

For i = 3 To nodos + 1

    For j = i To nodos + 1

        a = (Sheets("Clientes").Cells(j + 1, 2).Value - Sheets("Clientes").Cells(i, 2).Value) ^ 2
        b = (Sheets("Clientes").Cells(j + 1, 3).Value - Sheets("Clientes").Cells(i, 3).Value) ^ 2

        Sheets("Matrices").Cells(i, j).Value = Sqr(a + b)
    Next j
Next i

Next

'PONE COLUMNAS EN NEGRILLA Y CENTRADO

For i = 1 To nodos + 1
    Cells(1, i).Select
    Selection.Font.Bold = False
    Selection.Font.Bold = True
    With Selection
        .HorizontalAlignment = xlGeneral
        .VerticalAlignment = xlBottom
        .WrapText = False
        .Orientation = 0
        .AddIndent = False
        .IndentLevel = 0
        .ShrinkToFit = False
        .ReadingOrder = xlContext
        .MergeCells = False
    End With
Next i

'fila centrada y negrilla

For j = 1 To nodos + 2
    Cells(j, 1).Select
    Selection.Font.Bold = False
    Selection.Font.Bold = True
    With Selection
        .HorizontalAlignment = xlGeneral
        .VerticalAlignment = xlBottom
        .WrapText = False
        .Orientation = 0
        .AddIndent = False
        .IndentLevel = 0
        .ShrinkToFit = False
        .ReadingOrder = xlContext
        .MergeCells = False
    End With
Next j

With Selection
    .HorizontalAlignment = xlCenter
    .VerticalAlignment = xlBottom
    .WrapText = False
    .Orientation = 0
    .AddIndent = False
    .IndentLevel = 0
    .ShrinkToFit = False
    .ReadingOrder = xlContext
    .MergeCells = False
End With
Next

```

```

Sub ahorros()
'ejecutar a

    Dim nodos As Integer
    nodos = Sheets("Clientes").Cells(1, 8).Value

    Dim alfa As Double
    alfa = Sheets("Clientes").Cells(2, 8).Value

    Dim penal As Double
    penal = Sheets("Clientes").Cells(3, 8).Value

    'Hace referencia a la demanda del nodo 1

    Sheets("Matrices").Activate

    For j = 3 To nodos

        For i = j + 2 To nodos + 2

            a = Cells(3, j).Value
            b = Cells(3, i - 1).Value
            c = Cells(j + 1, i - 1).Value
            dem1 = Sheets("Clientes").Cells(j + 1, 4).Value
            dem2 = Sheets("Clientes").Cells(i, 4).Value

            Cells(i, j).Value = (a + b - c) * alfa + (1 - alfa) * ((dem1 * penal) + (dem2 * penal))

        Next

    Next
Next

```

ANEXO E. Modelo MTZ para resolver el TSP en AMPL

```

# Modelo MTZ para solucion TSP

param N integer > 2; # Numero de nodos
set Nodes ordered := {1..N}; # Conjunto de nodos ordenados
set Arcs := {i in Nodes, j in Nodes: i <> j}; # Conjunto de arcos formados por la union de 2 nodos
param C{(i,j) in Arcs}; # Distancia del arco formado por el nodo i al nodo j
var x {(i,j) in Arcs} binary; # Variable que indica si el arco (i,j) se establece
var u {Nodes} >= 0; # Variable relacionada con los nodos

minimize Distancia: sum {(i,j) in Arcs} C[i,j]*x[i,j]; # Minimiza la distancia total de viaje

subject to Degree1 {i in Nodes}:
sum{(i,j) in Arcs} x[i,j]=1; # Cumplimiento de la visita desde un nodo

subject to Degree2 {i in Nodes}:
sum{(j,i) in Arcs} x[j,i]=1; # Cumplimiento de la visita desde un nodo

# Restricciones de Subtour
subject to NoSubtour1 {(i,j) in Arcs: i<>j and i>=2 and j>=2}:
u[i] - u[j] + N*x[i,j] <= N - 1;

subject to NoSubtour2 {i in Nodes: i >= 2}:
u[i] <= N - 1 - (N - 2)*x[1,i];

subject to NoSubtour3 {i in Nodes: i >= 2}:
u[i] >= 1 + (N - 2)*x[i,1];

```

ANEXO F. Datos MTZ para resolver el TSP en AMPL

```
param N := 19;

param C := [*,*] :

```

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19:=
1	.	85	101	108	103	114	119	119	89	93	80	91	92	85	74	97	96	115	86
2	85	.	22	28	28	44	43	44	48	38	23	18	19	33	36	53	60	76	65
3	101	22	.	7	8	23	22	22	39	26	23	11	11	27	36	42	50	62	59
4	108	28	7	.	8	19	15	16	41	28	29	17	17	31	41	43	51	60	61
5	103	28	8	8	.	16	16	16	33	21	23	13	12	23	34	35	44	54	54
6	114	44	23	19	16	.	10	8	32	22	34	27	26	29	41	30	38	43	51
7	119	43	22	15	16	10	.	2	41	30	39	29	28	36	47	40	48	52	61
8	119	44	22	16	16	8	2	.	40	29	38	29	28	35	47	38	46	50	59
9	89	48	39	41	33	32	41	40	.	13	25	32	31	15	18	8	13	31	21
10	93	38	26	28	21	22	30	29	13	.	18	21	19	8	19	16	24	38	33
11	80	23	23	29	23	34	39	38	25	18	.	13	13	11	14	32	38	55	42
12	91	18	11	17	13	27	29	29	32	21	13	.	1	18	26	37	44	59	51
13	92	19	11	17	12	26	28	28	31	19	13	1	.	17	26	36	43	57	51
14	85	33	27	31	23	29	36	35	15	8	11	18	17	.	12	21	28	44	33
15	74	36	36	41	34	41	47	47	18	19	14	26	26	12	.	26	30	49	30
16	97	53	42	43	35	30	40	38	8	16	32	37	36	21	26	.	8	23	21
17	96	60	50	51	44	38	48	46	13	24	38	44	43	28	30	8	.	20	15
18	115	76	62	60	54	43	52	50	31	38	55	59	57	44	49	23	20	.	30
19	86	65	59	61	54	51	61	59	21	33	42	51	51	33	30	21	15	30	..;

ANEXO G. Comandos MTZ para resolver el TSP en AMPL

```
# COMANDOS:

option show_stats 1;
option solution_precision 0;
option omit_zero_rows 1;
option omit_zero_cols 1;
option display_precision 6;
option display_round 1;
option display_width 50;

# COMANDO DE SOLUCIÓN:

solve;

# COMANDOS DE IMPRESIÓN DE RESULTADOS:

printf "\n\n*****\n\n";
printf "RESULTADOS DEL PROBLEMA VRP (TSP ruta 1 Alfa 0.8) \n\n";
printf "*****\n\n";

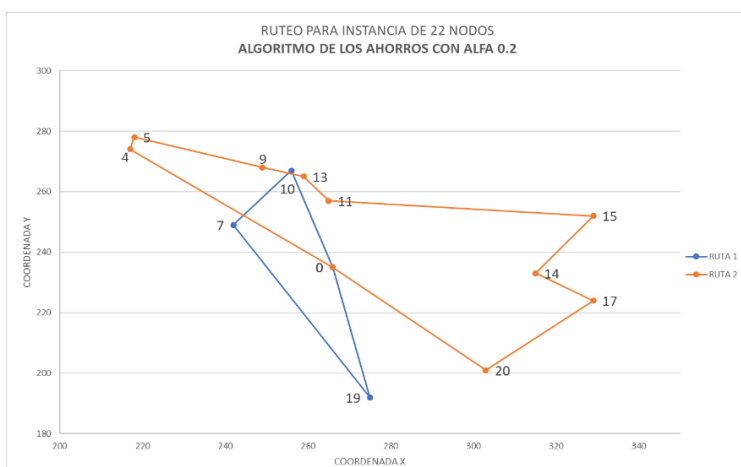
printf "\nDISTANCIA TOTAL = \t%9.1f", Distancia;

printf "\n\nArcos a establecer =\n\n";
display x;

display u;|
```

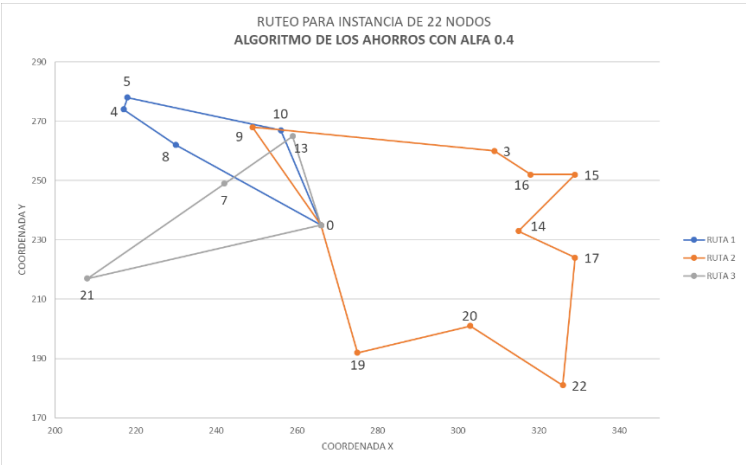
ANEXO H. Resultados Instancia 22 alfa 0.2

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y
	0	266	235		0	266	235
	10	256	267		20	303	201
	7	242	249		17	329	224
	19	275	192		14	315	233
	0	266	235		15	329	252
					11	265	257
					13	259	265
					9	249	268
					5	218	278
					4	217	274
					0	266	235
COSTO		167		COSTO		313	



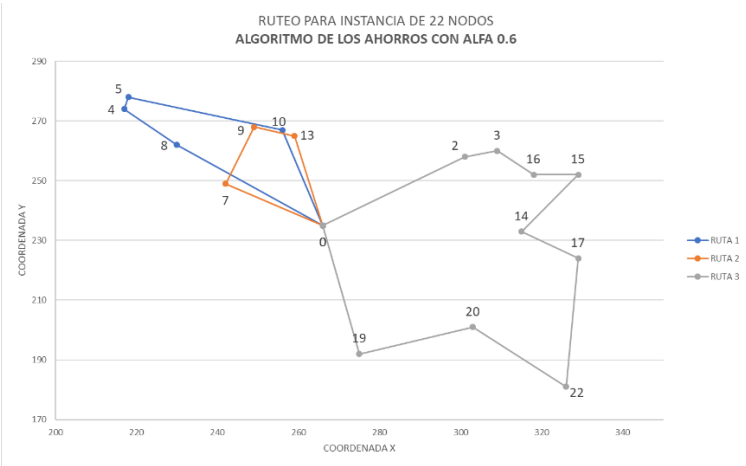
ANEXO I. Resultados Instancia 22 alfa 0.4

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA		RUTA 3	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y			X	Y
	0	266	235		0	266	235		0	266	235
	8	230	262		9	249	268		21	208	217
	4	217	274		3	309	260		7	242	249
	5	218	278		16	318	252		13	259	265
	10	256	267		15	329	252		0	266	235
	0	266	235		14	315	233				
					17	329	224				
					22	326	181				
					20	303	201				
					19	275	192				
					0	266	235				
COSTO		141		COSTO		308		COSTO		162	



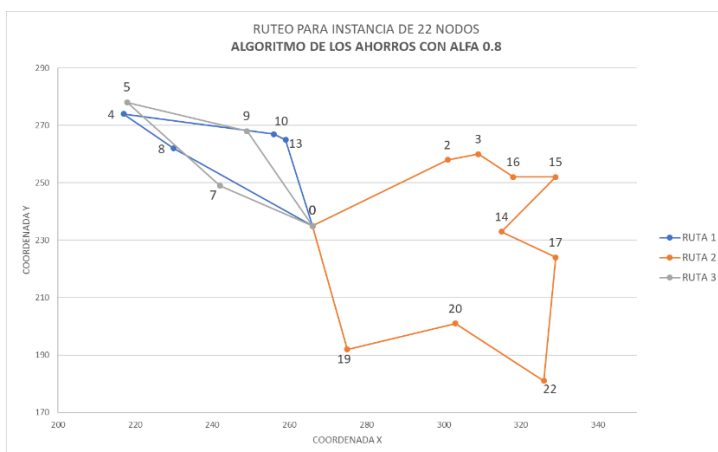
ANEXO J. Resultados Instancia 22 alfa 0.6

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA		RUTA 3	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y			X	Y
	0	266	235		0	266	235		0	266	235
	8	230	262		7	242	249		19	275	192
	4	217	274		9	249	268		20	303	201
	5	218	278		13	259	265		22	326	181
	10	256	267		0	266	235		17	329	224
	0	266	235						14	315	233
									15	329	252
									16	318	252
									3	309	260
									2	301	258
									0	266	235
COSTO		141		COSTO		89		COSTO		260	



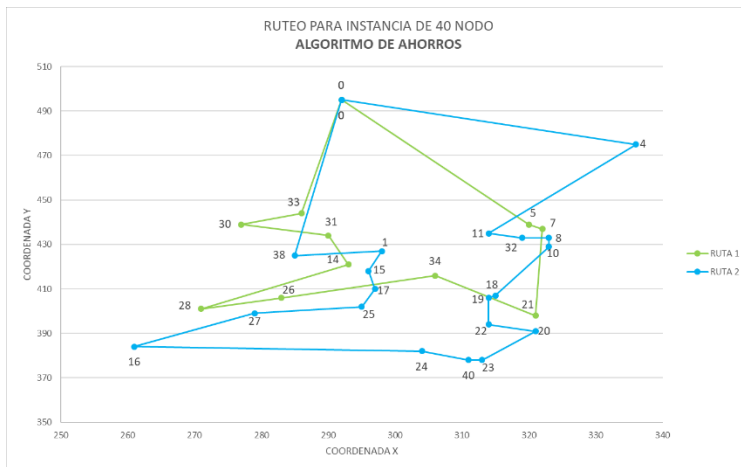
ANEXO K. Resultados Instancia 22 alfa 0.8

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA		RUTA 3	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y			X	Y
	0	266	235		0	266	235		0	266	235
	13	259	265		2	301	258		9	249	268
	10	256	267		3	309	260		5	216	278
	4	217	274		16	318	252		7	242	249
	8	230	262		15	329	252		0	266	235
	0	266	235		14	315	233				
					17	329	224				
					22	326	181				
					20	303	201				
					19	275	192				
					0	266	235				
COSTO		138		COSTO		260		COSTO		136	



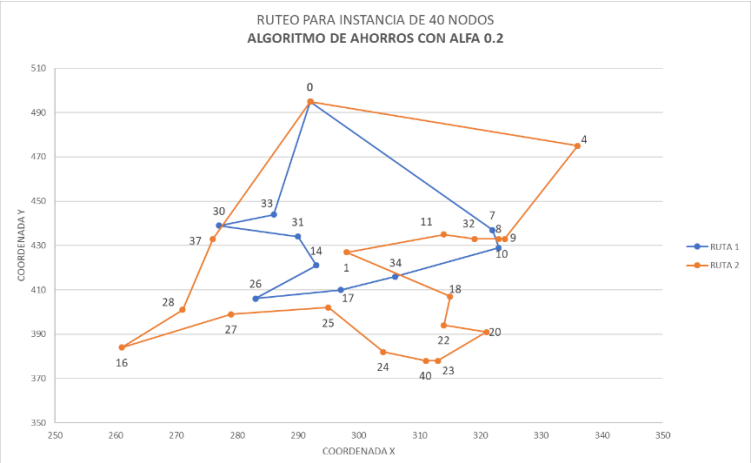
ANEXO L. Resultados Instancia 40 sin alfa

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y
	0	292	495		0	292	495
	5	320	439		4	336	475
	7	322	437		11	314	435
	21	321	398		32	319	433
	34	306	416		8	323	433
	26	283	406		10	323	429
	28	271	401		18	315	407
	14	293	421		19	314	406
	31	290	434		22	314	394
	30	277	439		20	321	391
	33	286	444		23	313	378
	0	292	495		40	311	378
COSTO		284			24	304	382
					16	261	384
					27	279	399
					25	295	402
					17	297	410
					15	296	418
					1	298	427
					38	285	425
					0	292	495
				COSTO		366	



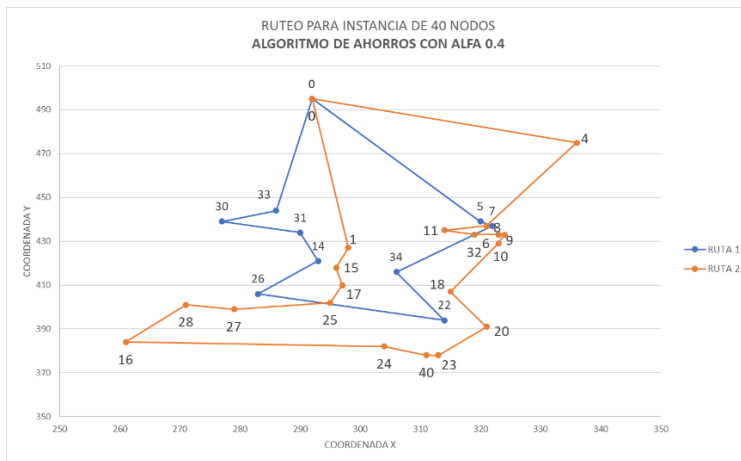
ANEXO M. Resultados Instancia 40 alfa 0.2

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y
	0	292	495		0	292	495
	33	286	444		37	276	433
	30	277	439		28	271	401
	31	290	434		16	261	384
	14	293	421		27	279	399
	26	283	406		25	295	402
	17	297	410		24	304	382
	34	306	416		40	311	378
	10	323	429		23	313	378
	7	322	437		20	321	391
	0	292	495		22	314	394
					18	315	407
COSTO		226			1	298	427
					11	314	435
					32	319	433
					8	323	433
					9	324	433
					4	336	475
					0	292	495
				COSTO		369	



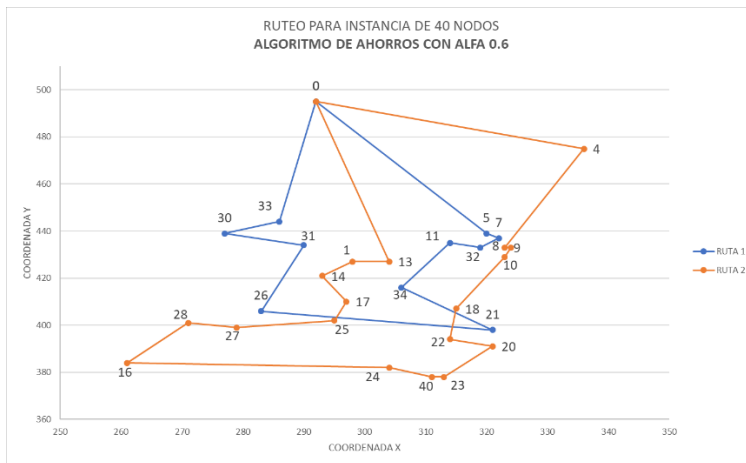
ANEXO N. Resultados Instancia 40 alfa 0.4

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y
	0	292	495		0	292	495
	33	286	444		4	336	475
	30	277	439		6	321	437
	31	290	434		11	314	435
	14	293	421		32	319	433
	26	283	406		8	323	433
	22	314	394		9	324	433
	34	306	416		10	323	429
	7	322	437		18	315	407
	5	320	439		20	321	391
	0	292	495		23	313	378
					40	311	378
COSTO	254				24	304	382
					16	261	384
					28	271	401
					27	279	399
					25	295	402
					17	297	410
					15	296	418
					1	298	427
					0	292	495
				COSTO	355		



ANEXO O. Resultados Instancia 40 alfa 0.6

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y
	0	292	495		0	292	495
	33	286	444		13	304	427
	30	277	439		1	298	427
	31	290	434		14	293	421
	26	283	406		17	297	410
	21	321	398		25	295	402
	34	306	416		27	279	399
	11	314	435		28	271	401
	32	319	433		16	261	384
	7	322	437		24	304	382
	5	320	439		40	311	378
	0	292	495		23	313	378
COSTO		263			20	321	391
					22	314	394
					18	315	407
					10	323	429
					9	324	433
					8	323	433
					4	336	475
					0	292	495
				COSTO		356	



ANEXO P. Resultados Instancia 40 alfa 0.8

RUTA 1	NODO	COORDENADA		RUTA 2	NODO	COORDENADA	
		X	Y			X	Y
	0	292	495		0	292	495
	5	320	439		31	290	434
	34	306	416		38	285	425
	22	314	394		29	264	414
	23	313	378		28	271	401
	40	311	378		16	261	384
	24	304	382		27	279	399
	25	295	402		14	293	421
	17	297	410		15	296	418
	26	283	406		18	315	407
	37	276	433		19	314	406
	30	277	439		20	321	391
	33	286	444		21	321	398
	0	292	495		36	329	418
COSTO		279			10	323	429
					9	324	433
					8	323	433
					7	322	437
					32	319	433
					11	314	435
					0	292	495
				COSTO		348	

