

COLAPSO ESFÉRICO EN DIFERENTES MODELOS DE ENERGÍA OSCURA

Pedro Martín Ibarbo Perlaza

Trabajo de investigación presentado al Comité de Posgrado del
Departamento de Física

Trabajo de Investigación dirigido por
Prof. César Alonso Valenzuela Toledo

Universidad del Valle
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Programa de Maestría en Ciencias - Física
Santiago de Cali
2023

Índice

1. Introducción	3
2. Formación de Estructuras	6
2.1. Modelo del Colapso Esférico	6
2.1.1. Enfoque hidrodinámico	7
2.1.2. Virialización en el colapso esférico	10
2.2. Metodología para determinar los Parámetros característicos del Modelo de Colapso Esférico	13
3. Modelos de Energía Oscura	15
3.1. Modelo EdS	15
3.2. Modelo Λ CDM	16
3.3. Modelo de energía oscura temprana	17
3.4. Modelo de energía oscura con campos vectoriales de Gauge . .	18
3.4.1. Ecuaciones de campo y de movimiento	19
3.4.2. Sistema dinámico	21
3.5. Modelo con campos vectoriales de Gauge no abelianos	22

3.5.1. Ecuaciones de campo y de movimiento	23
3.5.2. Sistema dinámico	24
3.6. Modelo de energía oscura anisótropa con campos 2-formas . .	25
3.6.1. Ecuaciones de campo y de movimiento	26
3.6.2. Sistema dinámico	27
4. Resultado para los Parámetros del Modelo de Colapso Esférico	31
5. Abundancia de Halos de Materia Oscura	36
6. Conclusiones	41
Apéndice	43
A. Descripción del Código SCM	43
B. Estructura del Código SCM	46
Bibliografía	48

Resumen

En este trabajo, se investigó el proceso de formación de estructuras dentro del marco del modelo de colapso esférico. Se exploraron diversos modelos cosmológicos que incorporan ecuaciones de estado dinámicas para la energía oscura, con el propósito de evaluar los efectos de estas ecuaciones en la formación de estructuras a gran escala en el Universo. Se utilizó la hidrodinámica newtoniana para derivar las ecuaciones de evolución de las perturbaciones de materia y, a partir de estas, se calcularon los parámetros que caracterizan el modelo de colapso esférico: el factor de crecimiento lineal D_+ , la sobredensidad crítica δ_c y la sobredensidad virial Δ_{vir} . Se observó que, independientemente del modelo considerado, D_+ , δ_c y Δ_{vir} siempre estuvieron muy cerca de los valores obtenidos para el modelo estándar Λ CDM. Lo mismo ocurrió para el radio virial y_{vir} . Finalmente, se aplicó el formalismo Press-Schechter para examinar el número predicho de halos de materia oscura en los diferentes modelos. Se encontró que, en general, este valor puede ser mayor, igual o menor que en el modelo Λ CDM, con una fuerte dependencia en el rango de masas estudiado.

Palabras clave: Cosmología, energía oscura, estructura a gran escala del Universo.

Introducción

El descubrimiento de la expansión acelerada del universo en 1998, es un hecho corroborado por el análisis observacional de una clase particular de supernovas, las supernovas tipo IA [1, 2]. Desde el punto de vista teórico este fenómeno puede ser explicado introduciendo en las ecuaciones de campo una constante, denominada constante cosmológica [3]. También puede deberse a un componente dinámico desconocido llamado “energía oscura” [4] o a alguna modificación en la teoría de la gravedad a escalas muy grandes [5, 6]. Determinar cuál de estas posibilidades es la mas adecuada para describir este fenómeno, es uno de los grandes desafíos de la cosmología moderna. En este sentido, un aspecto importante que hay que tener en cuenta es que cada una de estas posibilidades tiene implicaciones directas en el proceso de evolución de las perturbaciones, en particular en el colapso o formación de las estructuras, y la abundancia de las estructuras a gran escala que se observan actualmente en el Universo.

Para describir el proceso de evolución de las perturbaciones, hasta el colapso o formación de la estructura, se utiliza la formación de estructuras newtonianas [7], la cual describe muy bien este proceso. Sin embargo, persiste un inconveniente en cuanto a que se desconoce la naturaleza precisa de los componentes dominantes de la densidad de energía del universo, la materia y la energía oscura. No obstante, hoy en día, los datos observacionales permiten concluir que el universo es espacialmente plano, con un contenido de materia aproximado del 31 %, donde el 5 % corresponde a materia bariónica (neutrones, protones y electrones) y un 26 % a materia oscura [8]. Además, existe un contenido de radiación casi nulo del orden de 10^{-5} [8]. El restante, es decir, el 69 % de la energía, corresponde a la denominada “energía oscura” [8], la cual se puede describir por medio de un fluido de presión negativa y cuya ecuación de estado puede

ser escrita como: $w_{de} = p_{de}/\rho_{de}$, donde w_{de} es una cantidad negativa, la cual, según los datos observacionales, es aproximadamente $-1,03 \pm 0,03$ [8]. Un caso particular de tal sustancia sería la constante cosmológica, Λ , para la cual $w_{de} = w_{\Lambda} = -1$ [3, 9], haciendo referencia al modelo cosmológico estándar Λ *Cold Dark Matter* (Λ CDM).

A pesar del éxito del modelo Λ CDM, aun persisten dificultades teóricas y observacionales que limitan su capacidad para describir completamente la evolución cosmológica del Universo. Desde el punto de vista teórico, se destaca el problema asociado con la constante cosmológica Λ [9, 10]. Por otro lado, a nivel observacional, surgen tensiones en parámetros como H_0 [11], σ_8 [12], y las anomalías en el fondo cósmico de microondas (*CMB* por sus siglas en inglés) [13, 14], entre otras. Con el propósito de abordar estas limitaciones [9, 10], se han propuesto e investigado otros modelos que pueden describir el comportamiento de la energía oscura [15]. Estos modelos se caracterizan por ecuaciones de estado que pueden ser, en principio, funciones arbitraria del tiempo, con la condición de que $w < -\frac{1}{3}$ para lograr una expansión acelerada, ajustándose así a los datos observacionales existentes [8]. Por otro lado, siempre es posible construir o diseñar modelos de energía oscura donde el fondo está descrito completamente por ecuaciones de estado dinámicas $w_{de}(a)$, que generalmente se han formulado utilizando campos escalares [4, 15–20], campos vectoriales [21–29], formas [28, 30–33], y otras construidas a partir del análisis fenomenológico [34–44]. Estas propuestas buscan superar las limitaciones del modelo estándar y proporcionar una comprensión más completa de la dinámica cosmológica.

En el contexto de la formación de estructuras cósmicas, el modelo de colapso esférico (MCE) [45, 46] destaca como una herramienta semianalítica ampliamente aceptada, gracias a su simplicidad y eficacia al analizar la evolución de sobredensidades de materia en el universo. Estas sobredensidades, debido a la inestabilidad gravitacional, colapsan eventualmente para formar estructuras a gran escala. En el marco de este modelo, el componente de energía oscura influye en el proceso de formación de estructuras de dos maneras distintas. En la primera y en la mayoría de los casos, la energía oscura en la región esférica sobredensa se trata simplemente como parte del fondo homogéneo sin acoplamiento a ningún componente de la materia [47]. Por otro lado, se ha explorado el proceso de formación de estructuras considerando el acoplamiento entre la energía oscura y la materia [46, 48–51]. Además, recientemente se

amplió este modelo para incluir deformación¹, vorticidad [52, 53] y modelos no mínimamente acoplados [54]. Estos escenarios introducen características distintivas en el proceso de formación y abundancia de las estructuras cósmicas, lo que podría permitir corroborar o descartar estas hipótesis mediante observaciones [55].

En este trabajo se analizó el proceso de formación de estructuras a gran escala dentro el marco del modelo del colapso esférico. Se exploraron diversos modelos de energía oscura caracterizados por ecuaciones de estado dinámicas, las cuales fueron construidas a partir de campos escalares, campos vectoriales, formas y otras derivadas del análisis fenomenológico. Se obtuvieron las expresiones que rigen al dinámica del modelo de colapso esférico a partir de la teoría de perturbaciones cosmológicas y se construyó un código en *C/C++* que calcula tanto la ecuación de estado para cada modelo de energía oscura como las cantidades características del modelo de colapso esférico: la sobredensidad $\delta(a)$, la sobredensidad virializada $\Delta_v(a)$, la función de crecimiento lineal $D_+(a)$ y la sobredensidad crítica $\delta_c(a)$. Además, se determinó la abundancia de halos de materia oscura utilizando el formalismo de Press-Schechter. Este enfoque permite una comprensión más detallada de la influencia de la energía oscura en la formación de estructuras cósmicas.

Este documento se estructura de la siguiente manera: En el capítulo 2, se deducen las ecuaciones que rigen la evolución de las perturbaciones, y se proporciona una descripción detallada de la metodología utilizada para resolverlas, así como para calcular los parámetros característicos del modelo de colapso esférico. Estos parámetros incluyen: *i*) la sobredensidad lineal y no lineal δ , *ii*) la función de crecimiento lineal D_+ , *iii*) la sobredensidad crítica δ_c y *iv*) la sobredensidad virial Δ_{vir} . En el capítulo 3, se dedica a describir los diversos modelos de energía oscura empleados en este trabajo. Posteriormente, en el capítulo 4, se presentan y analizan los resultados obtenidos para los parámetros relevantes del modelo de colapso esférico. El capítulo 5 aborda el formalismo Press-Schechter y expone los resultados derivados al evaluar el impacto de la energía oscura en la abundancia de halos de materia oscura. Finalmente, en el capítulo 6, resume los hallazgos de esta investigación y se proponen trabajos futuros.

¹Esto se refiere al estiramiento o deformación de las estructuras cósmicas durante su formación, resultado de las fuerzas gravitacionales y la expansión del universo.

Formación De Estructuras

En el estudio sobre la formación de estructuras cósmicas, se destacan aspectos cruciales relacionados con las perturbaciones primordiales, que comprenden tanto su origen como su posterior evolución. En una primera instancia, el origen de estas perturbaciones constituye la fase más especulativa de la teoría de formación de estructuras. No obstante, la teoría inflacionaria [56–58], respaldada por predicciones coherentes con los datos observacionales actuales [8, 59], proporciona una explicación simplificada. Según esta teoría, durante el período inflacionario, las fluctuaciones cuánticas del vacío evolucionan hacia estados clásicos, convirtiéndose en las semillas primordiales que dan origen a todas las estructuras observadas en el Universo. En segundo lugar, la posterior evolución, aunque posee un nivel mayor de certeza gracias a la existencia de una teoría bien establecida para describir este proceso, la teoría de la formación de estructuras newtonianas [7], sigue presentando un inconveniente en cuanto a que se desconoce la naturaleza precisa de los componentes dominantes de la densidad de energía del universo, es decir, la materia y la energía oscura. Este enigma plantea preguntas fundamentales que contribuyen a una comprensión más detallada de la dinámica cosmológica.

2.1. Modelo del Colapso Esférico

Las estructuras que se observan en la actualidad se originaron a partir de perturbaciones primordiales que surgieron durante el período inflacionario y crecieron debido a los efectos de la inestabilidad gravitacional [60]. Dado que la mayoría de las estructuras en el universo exhiben formas más o menos

simétricas, se puede usar el modelo del colapso esférico [45, 46] para entender su evolución. En principio, este modelo proporciona un enfoque práctico para entender el papel de la energía oscura en la formación de estructuras cósmicas.

El modelo del colapso esférico describe la evolución de una perturbación esféricamente simétrica inmersa en un fondo homogéneo. Inicialmente, esta perturbación se expande al igual que el resto del universo, alcanza un radio máximo y luego comienza a colapsar hasta llegar a un radio mínimo que, en principio, tiende a cero. Sin embargo, en términos físicos, el radio no puede llegar realmente a cero, por lo que, en este punto inicia el período de virialización, marcando el equilibrio donde la perturbación esférica colapsante alcanza su estado final, formando así la estructura cósmica.

2.1.1. Enfoque hidrodinámico

Se supondrá que el universo está lleno de un fluido ideal con densidad de materia $\rho(t)$, velocidad $\vec{v}(t)$, presión $p(t)$ y potencial gravitacional $\Phi(t)$, donde t es el tiempo cósmico. Este fluido se puede describir por medio de las ecuaciones hidrodinámicas básicas de la física newtoniana [7, 61]:

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \vec{\nabla}_r \cdot (\vec{v}_j \rho_j) + p_j \vec{\nabla}_r \cdot \vec{v}_j = 0, \quad (2.1.1.1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial t} + (\vec{v}_j \cdot \vec{\nabla}_r) \vec{v}_j + \vec{\nabla}_r \Phi + \frac{\vec{\nabla}_r p_j}{\rho_j + p_j} = 0, \quad (2.1.1.2)$$

$$\nabla_r^2 \Phi = 4\pi G \sum_k (\rho_k + 3p_k). \quad (2.1.1.3)$$

Estas ecuaciones son: la generalización de la ecuación de continuidad, la ecuación de Euler (válida para cada fluido j) y la ecuación de Poisson (la cual es válida para la suma de todos los fluidos), respectivamente.

Debido a que el Universo está en expansión y las coordenadas físicas cambian con esta, se realizará un cambio de coordenadas físicas $(\vec{r}, t)$ a coordenadas comoviles $(\vec{x}, t)$, esto partiendo del hecho de que estas coordenadas no se

modifican con la expansión del Universo,

$$\vec{r} = a\vec{x}, \quad \vec{\nabla}_r = \frac{1}{a}\vec{\nabla}_x, \quad \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\vec{r}} = \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\vec{x}} - \frac{1}{a}\vec{v} \cdot \vec{\nabla}_x, \quad (2.1.1.4)$$

y definiendo las cantidades:

$$\rho_j(\vec{x}, t) = \bar{\rho}_j(t) + \delta\rho_j(\vec{x}, t), \quad (2.1.1.5)$$

$$p_j(\vec{x}, t) = \bar{p}_j(t) + \delta p_j(\vec{x}, t), \quad (2.1.1.6)$$

$$\Phi(\vec{x}, t) = \bar{\Phi}(t) + \phi(\vec{x}, t), \quad (2.1.1.7)$$

$$\vec{v}(\vec{x}, t) = \bar{\vec{v}}_j(t) + \vec{u}_j(\vec{x}, t), \quad (2.1.1.8)$$

donde se dividió cada cantidad como la suma de dos partes, una homogénea (indicado por una barra) y una perturbación no homogénea (indicada por un δ). Insertando las ecuaciones (2.1.1.5)-(2.1.1.8) en las ecuaciones (2.1.1.1)-(2.1.1.3) se obtiene:

$$\dot{\delta}_j + (1 + w_j)(1 + \delta_j)\nabla_x \cdot \vec{u}_j = 0, \quad (2.1.1.9)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + 2H\vec{u}_j + (\vec{u} \cdot \nabla_x)\vec{u}_j + \frac{1}{a^2}\nabla_x\phi = 0, \quad (2.1.1.10)$$

$$\nabla_x^2\phi - 4\pi Ga^2 \sum_k \rho_k \delta_k (1 + 3w_k) = 0, \quad (2.1.1.11)$$

donde se ha definido el contraste de densidad como $\delta_j \equiv \delta\rho_j/\bar{\rho}_j$.

Ahora se toma la divergencia de la ecuación de Euler (2.1.1.10),

$$\nabla \cdot \dot{\vec{u}}_j + 2H\nabla \cdot \vec{u}_j + \nabla \cdot [(\vec{u} \cdot \nabla_x)\vec{u}_j] + \frac{1}{a^2}\nabla_x^2\phi = 0, \quad (2.1.1.12)$$

y se define la descomposición

$$\nabla \cdot [(\vec{u} \cdot \nabla_x)\vec{u}_j] = \frac{1}{3}\theta^2 + \sigma^2 - \omega^2, \quad (2.1.1.13)$$

dónde $\theta = \nabla \cdot \vec{u}$, $\sigma^2 = \sigma_{ij}\sigma^{ij}$ y σ^{ij} se puede interpretar como el tensor de deformación (o anisotropía cósmica), $\omega^2 = \omega_{ij}\omega^{ij}$, siendo ω^{ij} la vorticidad. Tomando la derivada temporal de la ecuación (2.1.1.9),

$$\begin{aligned} & \ddot{\delta}_j + \dot{w}_j(1 + \delta_j)\frac{\nabla \cdot \vec{u}_j}{a} + (1 + w_j)\dot{\delta}_j\frac{\nabla \cdot \vec{u}_j}{a} \\ & + (1 + w_j)(1 + \delta_j)\left[\frac{\nabla \cdot \dot{\vec{u}}_j}{a} - \frac{\dot{a}}{a^2}\nabla \cdot \vec{u}_j\right] = 0, \end{aligned} \quad (2.1.1.14)$$

y combinando con las ecuaciones (2.1.1.12) y (2.1.1.11), se obtiene la ecuación para la evolución no lineal del contraste de densidad

$$\begin{aligned} \ddot{\delta}_j + \left(2H - \frac{\dot{w}_j}{1+w_j}\right) \dot{\delta}_j - \frac{4+3w_j}{3(1+w_j)} \frac{\dot{\delta}_j^2}{1+\delta_j} \\ - 4\pi G(1+w_j)(1+\delta_j) \sum_k \rho_k \delta_k (1+3w_k) \\ - (1+w_j)(1+\delta_j)(\sigma^2 - \omega^2) = 0, \end{aligned} \quad (2.1.1.15)$$

donde el punto indica la derivada con respecto al tiempo cósmico t . Al realizar el cambio de la variable t al número de e-folds $N = \ln a$, donde a es el factor de escala, usando la relación

$$\frac{d}{dt} = H \frac{d}{dN} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2}{dt^2} = H \frac{d}{dN} + H^2 \frac{d^2}{dN^2}, \quad (2.1.1.16)$$

siendo H el parámetro de Hubble, la ecuación de evolución (2.1.1.15) toma la forma:

$$\begin{aligned} \delta_j'' + \left(2 + \frac{E'}{E} - \frac{w_j'}{1+w_j}\right) \delta_j' - \frac{4+3w_j}{3(1+w_j)} \frac{\delta_j'^2}{1+\delta_j} \\ - \frac{3}{2}(1+w_j)(1+\delta_j) \sum_k \frac{\Omega_{k,0}}{E^2} g_k(a) \delta_k (1+3w_k) \\ - (1+w_j)(1+\delta_j)(\sigma^2 - \omega^2) = 0, \end{aligned} \quad (2.1.1.17)$$

donde la prima ($'$) indica la derivada con respecto al número de e-folds N y $\Omega_{k,0}$ es el parámetro de densidad del fluido en $a = 1$,

$$g_k(a) = \exp \left\{ -3 \int_1^a [1 + w_k(a')] d \ln a' \right\}, \quad (2.1.1.18)$$

es una función que especifica la evolución temporal del fluido cósmico considerado y

$$E(a) = \frac{H(a)}{H_0} = \sqrt{\frac{\Omega_{m,0}}{a^3} + \frac{\Omega_{K,0}}{a^2} + \Omega_{de,0} g_{de}(a)}, \quad (2.1.1.19)$$

es el parámetro de Hubble adimensional, el cual sólo afecta las cantidades de fondo.

El caso de interés en este trabajo es considerar el colapso de una esfera homogénea. Por lo tanto, se desestima la contribución de la cantidad σ_{ij} ya que no habrá deformaciones. Asimismo, se ignorará la cantidad ω_{ij} al asumir que, inicialmente, los fluidos son irrotacionales y mantendrán esta propiedad en el régimen lineal [62]. Estas consideraciones implican que la ecuación (2.1.1.17) conduce a la forma generalizada de la ecuación (7) que se obtiene en [46].

$$\begin{aligned} \delta_j'' + \left(2 + \frac{E'}{E} - \frac{w_j'}{1 + w_j}\right) \delta_j' - \frac{4 + 3w_j}{3(1 + w_j)} \frac{\delta_j'^2}{1 + \delta_j} \\ - \frac{3}{2}(1 + w_j)(1 + \delta_j) \sum_k \frac{\Omega_{k,0}}{E^2} g_k(a) \delta_k (1 + 3w_k) = 0. \end{aligned} \quad (2.1.1.20)$$

La ecuación diferencial anterior describe la evolución de las perturbaciones con simetría esférica hasta el colapso, o formación de la estructura. Esta ecuación diferencial, tal y como se presenta, incluye la posibilidad de que el componente de energía oscura sea no homogéneo y se pueda agrupar. Sin embargo, en este trabajo solo se considera agrupación de materia, con energía oscura homogénea, por lo que la ecuación diferencial se transforma en

$$\delta'' + \left(2 + \frac{E'}{E}\right) \delta' - \frac{4}{3} \frac{\delta'^2}{1 + \delta} - \frac{3}{2} \Omega_m(a) \delta (1 + \delta) = 0, \quad (2.1.1.21)$$

donde $w_k = w_m = 0$, $g_k(a) = g_m(a) = a^{-3}$ y $\Omega_m(a) = \Omega_{m0}/(a^3 E^2)$. Considerando solo términos a primer orden en las perturbaciones, la ecuación diferencial (2.1.1.21) se transforma en

$$\delta'' + \left(2 + \frac{E'}{E}\right) \delta' - \frac{3}{2} \Omega_m(a) \delta = 0, \quad (2.1.1.22)$$

que es una ecuación diferencial lineal.

2.1.2. Virialización en el colapso esférico

La ecuación (2.1.1.20) describe la evolución de una perturbación esférica hasta el colapso, asumiendo que la perturbación se contrae hasta un punto con $R = 0$. Sin embargo, en la realidad física, durante el colapso no se forma una singularidad,

sino más bien una estructura con un radio mínimo distinto de cero, denotado como $R_{min} \neq 0$. Para analizar este proceso, se emplean dos cantidades clave: el radio virial (o radio mínimo) normalizado al radio máximo, $y_{vir} = R_{vir}/R_{ta}$, y la sobredensidad viral con respecto al fondo, $\Delta_v = \rho(R_{vir})/\rho_b(a_{vir})$. Estas cantidades por lo general son funciones del corrimiento al rojo.

Es conveniente expresar las sobredensidad virial en términos del radio virial normalizado y_{vir} y la sobredensidad ζ_{ta} en el momento en que se alcanza el radio máximo, esto es

$$\Delta_v = \zeta_{ta} \left(\frac{x_{vir}}{y_{vir}} \right)^3, \quad (2.1.2.1)$$

donde $x_{vir} = a_{vir}/a_{ta}$ es el factor de escala virial normalizado al factor de escala a_{ta} , donde se alcanza el radio máximo, y $\zeta_{ta} = 1 + \delta(a_{ta})$.

Para evaluar el factor de escala a_{ta} , se resuelve la ecuación (2.1.1.21) y se determina la relación

$$\log \left(\frac{1}{R^3} \right) = \log \left(\frac{\delta(a) + 1}{a^3} \right), \quad (2.1.2.2)$$

que, además de constantes irrelevantes, es la inversa del radio de la esfera, R . El valor máximo de R se logra en el instante en que la perturbación cesa su expansión con el universo y comienza a colapsar, lo que implica que su inversa alcanzará su mínimo al mismo tiempo. En consecuencia, determinar la ubicación del mínimo proporcionará automáticamente el valor máximo. Al integrar la misma ecuación hasta dicho punto, a_{ta} , se obtendrá $\zeta_{ta} - 1$.

El radio virial, y_{vir} , se obtiene utilizando tanto el teorema del virial [63]

$$T = \frac{1}{2} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) \quad (2.1.2.3)$$

como el supuesto de la conservación de la energía

$$T = \frac{1}{2} U_G + U_{de} \quad (2.1.2.4)$$

$$T_{vir} + U_{vir} = T_{ta} + U_{ta}, \quad (2.1.2.5)$$

donde T corresponde a la energía cinética y U corresponde a la energía potencial, ambas evaluadas tanto en el inicio del colapso como en el momento de la

virialización. En una geometría esférica, las expresiones para la energía cinética y la energía potencial están dadas por [63, 64]:

$$T = \int u^2 \rho_s dV, \quad (2.1.2.6)$$

$$\begin{aligned} U_G &= -\frac{1}{2}G \int \int \frac{\rho_s(r)\rho_s(r')}{|r-r'|} dV dV' = -\frac{16\pi^2 G}{3} \int_0^R r^4 \rho_s^2(r) dr \\ &= -\frac{3GM^2}{5R}, \end{aligned} \quad (2.1.2.7)$$

$$\begin{aligned} U_{de} &= -\frac{1}{2}G \int \int \frac{\rho_s(r)\rho_{de}(r')}{|r-r'|} dV dV' = -\frac{16\pi^2 G}{3} \int_0^R r^4 \rho_s(r)\rho_{de}(r) dr \\ &= -\frac{4\pi G \rho_{de0} M R^2}{10} (1 + 3w_{de}) \exp \left[-3 \int_1^a \frac{1 + w_{de}(a')}{a'} da' \right], \end{aligned} \quad (2.1.2.8)$$

donde U_G es la energía potencial gravitacional y U_{de} es la energía potencial inducida por el componente de energía oscura. Usando las ecuaciones (2.1.2.7) y (2.1.2.8) en las ecuaciones (2.1.2.4) y (2.1.2.5) se obtiene la siguiente ecuación para y_{vir} [63, 64]

$$\begin{aligned} &2[(1 + 3w_{de}(a_c))\Omega_{de0}g_{de}(a_c)]y_{vir}^3 \\ &-[2\zeta_{ta}\Omega_{m0}a_{ta}^{-3} + (1 + 3w_{de}(a_{ta}))\Omega_{de0}g_{de}(a_{ta})]y_{vir} \\ &+ \zeta_{ta}\Omega_{m0}a_{ta}^{-3} = 0, \end{aligned} \quad (2.1.2.9)$$

donde, sin pérdida de generalidad, se ha tomado la virialización justamente en el momento del colapso, es decir $a_{vir} = a_c$.

En el caso límite de un Universo de Einstein-de Sitter (EdS)¹ se puede ver fácilmente que $y_{vir} = 1/2$, ya que $\Omega_m = 1$ y $\Omega_{de} = 0$. Suponiendo que la solución de la ecuación (2.1.2.9) tiene la forma $y_{vir} = 1/2 + \epsilon$ (con ϵ una variable pequeña)[65] y eliminando los términos $\epsilon \geq \mathcal{O}(2)$, se obtiene la solución aproximada

$$y_{vir} = \frac{1 - \frac{1}{2}\eta_1}{2 + \eta_2 - \frac{3}{2}\eta_1}, \quad (2.1.2.10)$$

¹En este modelo, se asume que el universo es plano ($\Omega_k = 0$) y está compuesto únicamente por materia no relativista, lo que significa que la densidad de materia (Ω_m) es igual a 1. No hay contribución de energía oscura ($\Omega_{DE} = 0$) ni radiación ($\Omega_r = 0$).

donde

$$\eta_1 = -\frac{[1 + 3w(a_c)]\Omega_{de0}g_{de}(a_c)}{\zeta_{ta}\Omega_{m0}a_{ta}^{-3}}, \quad \eta_2 = -\frac{[1 + 3w(a_{ta})]\Omega_{de0}g_{de}(a_{ta})}{\zeta_{ta}\Omega_{m0}a_{ta}^{-3}}. \quad (2.1.2.11)$$

2.2. Metodología para determinar los Parámetros característicos del Modelo de Colapso Esférico

Las ecuaciones (2.1.1.21) y (2.1.1.22), para condiciones iniciales apropiadas, proporcionarán el parámetro de sobredensidad, $\delta = \delta\rho/\bar{\rho}$, tanto en el régimen no lineal como en el lineal, respectivamente, en cualquier momento. Este parámetro muestra como evoluciona la densidad de las perturbaciones $\delta\rho$ con respecto a la densidad del fondo $\bar{\rho}$. Además, La ecuación (2.1.1.22) se utiliza para determinar la evolución temporal del factor de crecimiento lineal, definido como $D_+(a) = \delta(a)/\delta(a=1)$, que establece la normalización de la amplitud de las fluctuaciones de densidad lineal en las estructuras a gran escala.

Para determinar las condiciones iniciales adecuadas, se comienza considerando la ecuación diferencial no lineal (2.1.1.21). Dado que esta representa la evolución no lineal de la sobredensidad δ , su valor en el tiempo de colapso elegido a_c diverge. Es decir, a medida que se acerca el momento de colapso, la sobredensidad no lineal experimenta un crecimiento exponencialmente elevado, representado por $\delta(a_c) \rightarrow \infty$. Por lo tanto, se busca un contraste de densidad inicial δ_{ini} tal que el δ que resuelve la ecuación diferencial no lineal diverja en el tiempo de colapso elegido a_c . Numéricamente, esto significa que δ tiende al infinito numérico². Una vez que se encuentra la sobredensidad inicial, este valor se utiliza como condición inicial en la ecuación diferencial lineal (2.1.1.22) para encontrar la sobredensidad crítica δ_c . La sobredensidad crítica se define como el umbral de sobredensidad lineal a partir del cual las perturbaciones esférica colapsan, formando estructuras cósmicas. En otras palabras, cuando la densidad de una región del universo supera este umbral, la influencia gravitacional local se vuelve lo suficientemente fuerte como para contrarrestar la expansión cósmica, logrando

²Siguiendo a [46, 52, 66, 67], se toma el infinito numérico como $\delta \geq 10^8$.

así un colapso gravitacional y permitiendo la evolución hacia estructuras a gran escala.

Para solucionar las ecuaciones diferenciales mencionadas anteriormente, se necesita conocer tanto el tiempo inicial como el tiempo final, en este caso el factor de escala a . Este se elige de tal forma que esté dentro de la era de dominación de la radiación, debido a que en esta época las fluctuaciones de densidad de materia ya comenzaban a colapsar, $a_{ini} \approx 10^{-7}$. Además, las ecuaciones diferenciales son ecuaciones de segundo orden, por lo que, para solucionarlas se necesita conocer tanto la sobredensidad inicial δ_{ini} con su tasa de evolución inicial δ'_{ini} . Para tener una idea del valor numérico y relación de estas dos cantidades, se lleva a cabo el siguiente procedimiento:

- a) La relación entre la perturbación inicial δ_{ini} y su tasa de evolución inicial δ'_{ini} se encuentra asumiendo una solución en ley de potencias en los primeros tiempos, es decir $\delta_{ini} = Ba_{ini}^n$ [68].
- b) Derivando δ_{ini} con respecto al factor de escala a_{ini} se encuentra que $\delta'_{ini} = \frac{n}{a_{ini}}\delta_{ini}$, donde n es, en general, del orden de la unidad.
- c) El valor de δ_{ini} se elige dentro del rango $[10^{-7}, 10^{-3}]$. Este valor es consistente con la información que se conoce de la radiación cósmica de fondo, donde se ha encontrado un valor aproximado para las inhomogeneidades del orden de 10^{-5} .
- d) Usando la ecuación (2.1.2.2) y la ecuación (2.1.1.21) es posible calcular el valor del parámetro ζ_{ta} . Posteriormente, al combinar este valor con el de y_{vir} , calculado usando la ecuación (2.1.2.10), se obtiene la sobredensidad virial $\Delta_{vir}(a)$ según la ecuación (2.1.2.1).
- e) Se desarrolló un código en C/C++ para calcular las cantidades características del modelo de colapso esférico, como $\delta(a)$, $D_+(a)$, $\delta c(a)$ y $\Delta_v(a)$. Este código, detallado en los Anexos A y B (disponible en GitHub³), también facilita el cálculo de la abundancia de halos de materia oscura, como se describe en el capítulo 5.

³<https://github.com/MrPI07/spherical-collapse-code.git>

Modelos De Energía Oscura

Los recientes datos observacionales confirman que alrededor del 69 % de la densidad de energía consiste de energía oscura [8], la cual es la responsable de la expansión acelerada del Universo. En el contexto de la formación de estructuras, específicamente en el modelo de colapso esférico, se ha examinado el impacto de diversos modelos de energía oscura, incluyendo aquellos con ecuaciones de estado constantes [46, 66], modelos fenomenológicos [46, 52, 54] y modelos de quintaesencia que involucran un único campo escalar [54, 69]. En este capítulo, se presenta una breve descripción de los modelos de energía oscura que serán implementados para evaluar sus efectos en el proceso de formación de estructuras.

3.1. Modelo EdS

El modelo de Universo de Einstein-de Sitter (EdS) [70, 71], aunque no es un modelo de energía oscura, se usará para ilustrar el caso especial de un Universo donde la densidad total corresponde a materia fría no relativista, es decir, con contribución nula del componente de radiación, constante cosmológica y curvatura. Esto es, $\Omega_m = 1$ y $\Omega_r = \Omega_\Lambda = \Omega_k = 0$. Aunque actualmente este modelo está prácticamente descartado por las observaciones, su manipulación matemática es de tal simplicidad que sirve como ejercicio para entender cómo se relacionan los distintos parámetros cosmológicos.

3.2. Modelo Λ CDM

Para explicar la expansión acelerada del Universo, la solución más simple fue introducir en las ecuaciones de campo de Einstein la constante cosmológica Λ [3, 34]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (3.2.1)$$

La acción correspondiente al agregar la constante cosmológica es:

$$S = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R + 2\Lambda) + S_M, \quad (3.2.2)$$

donde g es el determinante del tensor métrico $g_{\mu\nu}$, R es el escalar de Ricci y S_M es la acción de materia. Para la constante cosmológica Λ , se tiene que $P_\Lambda = -\rho_\Lambda$, donde P_Λ representa la presión y ρ_Λ la densidad. Por lo tanto, la ecuación de estado, definida como $w_\Lambda = P_\Lambda/\rho_\Lambda$ es igual a -1 .

El modelo que incluye la constante cosmológica se conoce como Λ CDM y es el más simple y exitoso, ya que se ajusta prácticamente a todos los datos observacionales disponibles que explican la expansión acelerada del Universo [72, 73]. A pesar de su éxito, la constante cosmológica presenta dos problemas fundamentales [34, 74]. El primero radica en la discrepancia de aproximadamente 120 órdenes de magnitud entre el valor esperado de las medidas cosmológicas y el predicho por el modelo estándar de partículas elementales [9, 15, 34, 74], reduciéndose, en el mejor de los casos, a 50 órdenes de magnitud [9]. El segundo problema surge de las desviaciones observadas en el modelo Λ CDM, conocidas como anomalías, que no pueden explicarse simplemente mediante la inclusión de una constante cosmológica [14].

En el modelo Λ CDM, se consideran los parámetros de densidad de materia $\Omega_{m0} = 0,3103 \pm 0,0056$, energía oscura $\Omega_{\Lambda 0} = 0,6897 \pm 0,0056$, y $H_0 = 67,66 \pm 0,42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, obtenidos de la referencia [8].

3.3. Modelo de energía oscura temprana

Este modelo fenomenológico se basa en la construcción de una parametrización efectiva para la ecuación de estado. Su característica principal radica en presentar una contribución no despreciable de la energía oscura durante la época de dominación de la radiación, siendo subdominante en términos de su densidad de energía. Además, induce una expansión acelerada tardía en el Universo que concuerda con las observaciones [8]. Esta característica se logra al imponer que, para corrimientos al rojo elevados, $w_\phi = 1/3|_{rad}$, y considerando la condición para la densidad de energía oscura $\rho_{de}|_{rad} = b \cdot \rho_{rad}$, $0 \leq b \leq 1$. Esta condición lleva a la suposición $\rho_{de}|_{rad} \propto a^{-4}$. Para obtener más detalles sobre este modelo, consultar [35].

Para lograr una solución general del sistema dinámico, se propone una parametrización efectiva para la ecuación de estado de la forma [35]

$$w_\phi = -1 + \frac{4/3}{\left(\frac{a}{a_*}\right)^m + 1}, \quad (3.3.1)$$

donde m es el factor que modula la transición entre los atractores, a_* es el factor de escala en la época de dominación de la materia, definido por

$$z_* = \frac{z_{eq} + z_{de}}{2}, \quad (3.3.2)$$

con $z = (1/a) - 1$, z_{eq} el corrimiento al rojo en el momento de la igualdad entre la materia y la radiación, y z_{de} el corrimiento al rojo cuando comienza la dominación de De-Sitter.

La densidad de energía oscura ρ_ϕ viene dada por

$$\int_\rho^{\rho_0} \frac{d\rho'}{\rho'} = -3 \int_a^1 \frac{1 + w(a')}{a'} da', \quad (3.3.3)$$

donde al realizar la integración se obtiene

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{1}{a}\right)^4 \left[\frac{\left(\frac{a}{a_*}\right)^m + 1}{\left(\frac{1}{a_*}\right)^m + 1} \right]^{4/m} = \rho_0 f(a), \quad (3.3.4)$$

con

$$f(z) = (1+z)^4 \left[\frac{\left(\frac{a}{a_*}\right)^m + 1}{\left(\frac{1}{a_*}\right)^m + 1} \right]^{4/m}. \quad (3.3.5)$$

El parámetro de densidad de energía oscura viene dado por

$$\Omega_\phi(a) = \frac{\rho_0}{\rho_{cr}} = \frac{\Omega_{\phi 0}}{E(a)^2} \cdot f(a), \quad (3.3.6)$$

donde $E(a)^2 = \frac{H(a)}{H_0} = \Omega_{\phi 0} \cdot f(a) + \Omega_{m0} \cdot (a)^{-3}$ es el parámetro de Hubble adimensional y Ω_{m0} es el parámetro de densidad de materia evaluado hoy en día $\Omega_m(a=1)$, con

$$\Omega_m(a) = \frac{\Omega_{m0}}{E(a)^2} (a)^{-3}. \quad (3.3.7)$$

En este modelo, se consideran los parámetros de densidad de materia $\Omega_{m0} = 0,3103 \pm 0,0056$, energía oscura $\Omega_{\Lambda 0} = 0,6897 \pm 0,0056$, y $H_0 = 67,66 \pm 0,42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, extraídos de la referencia [8]. Además, se incluyen el corrimiento al rojo $z_{eq} = 3379 \pm 22$, y los parámetros $m = 3,2 \pm 0,9$ y $z_{de} = 1,2 \pm 0,3$, tomados de [35].

3.4. Modelo de energía oscura con campos vectoriales de Gauge

Este modelo se basa en campos vectoriales de gauge (CVG), en los cuales se establece un acoplamiento entre la energía y la materia oscura. La elección específica de este tipo de campos se fundamenta en su capacidad de establecer una conexión entre la cosmología y la fenomenología de la física de partículas elementales. Para obtener información detallada sobre este modelo, consultar [75]. La descripción cosmológica de este modelo se expresa mediante la siguiente acción:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + f(X, Y) \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_r + \mathcal{L}_b], \quad (3.4.1)$$

donde $\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2}M_p^2 R$ corresponde a la acción Einstein-Hilbert, donde M_p es la masa de Planck y R el escalar de Ricci. Además, $\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} - \sum_a V(X)$, donde $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a$ es el tensor de esfuerzos de los campos de gauge A_μ^a , y $V(X)$ el potencial correspondiente al campo. La función $f(X, Y)$ representa acople (o interacción) entre la energía oscura y la materia oscura, mientras que $\mathcal{L}_m$ es el lagrangiano de materia oscura y $\mathcal{L}_r, \mathcal{L}_b$ son los lagrangianos de radiación y materia bariónica, respectivamente. Es importante tener en cuenta las definiciones $X = A_\mu^a A_a^\mu$ y $Y = F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu}$ en el contexto de esta formulación.

3.4.1. Ecuaciones de campo y de movimiento

Las observaciones muestran que tanto el Universo primitivo como el tardío son altamente homogéneos, isótropos y espacialmente planos [76]. Esto permite describir este modelo, a nivel de fondo, mediante la métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW),

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (3.4.1.1)$$

donde a es el factor de escala, t el tiempo cósmico y x^i son coordenadas cartesianas. Considerando la naturaleza del modelo, se pueden emplear tres campos mutuamente perpendiculares [75], $A_\mu^a \equiv a(t)A(t)\delta_\mu^a$. Dado que para el tiempo actual $a(t) = 1$, se tiene que $A_\mu^a \equiv A(t)\delta_\mu^a$.

Tomando la variación de la acción (3.4.1) con respecto a la métrica $g^{\mu\nu}$ e igualando a cero,

$$\frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} = 0, \quad (3.4.1.2)$$

y considerando tanto el fondo como los campos, donde las únicas componentes distintas de cero son las diagonales y tienen la misma magnitud, se obtiene la componente temporal, es decir, $\mu = \nu = 0$,

$$3M_p^2 H^2 = \frac{3}{2} \frac{\dot{A}^2}{a^2} + 3V + 3f\rho_m - 4f_Y \frac{\dot{A}^2}{a^2} \rho_m + \rho_b + \rho_r, \quad (3.4.1.3)$$

y la componente espacial, es decir, $\mu = \nu = i$, de las ecuaciones de campo

$$\begin{aligned} -2M_p^2 \dot{H} = & 2 \frac{\dot{A}^2}{a^2} + 2V_{,X} \frac{A^2}{a^2} - \frac{2}{3} \frac{f_{,X}}{f} \frac{A^2}{a^2} \tilde{\mathcal{L}}_m - \frac{8}{3} \frac{f_{,Y}}{f} \frac{\dot{A}^2}{a^2} \tilde{\mathcal{L}}_m \\ & + 3f\rho_m + \frac{4}{3}\rho_r + \rho_b. \end{aligned} \quad (3.4.1.4)$$

Seguidamente, tomando la variación de la acción con respecto a los campos A_μ^a e igualando a cero,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\mu^a} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu^a)} \right) = 0, \quad (3.4.1.5)$$

se obtienen las ecuaciones de movimiento,

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\ddot{A}}{a} + H \frac{\dot{A}}{a} + 2V_{,X} \frac{A}{a} + \frac{2}{3} \frac{A}{a} \frac{f_{,X}}{f} \tilde{\rho}_m - \frac{8}{3} H \frac{\dot{A}}{a} \frac{f_{,Y}}{f} \tilde{\rho}_m + \frac{4}{3} \frac{\ddot{A}}{a} \frac{f_{,Y}}{f} \tilde{\rho}_m \\ & + \frac{8}{3} \left[\frac{f_{,XY}}{f} \left(\frac{A\dot{A}}{a^2} - \frac{HA^2}{a^2} \right) - \frac{f_{,YY}}{f} \left(\frac{\dot{A}\ddot{A}}{a^2} - \frac{H\dot{A}^2}{a^2} \right) \right] \frac{\dot{A}}{a} \tilde{\rho}_m. \end{aligned} \quad (3.4.1.6)$$

Para determinar la dinámica del modelo, se elije convenientemente la forma de la función de acople [75],

$$f(X, Y) = f_0 \left(\frac{Y}{M_p^4} \right)^{-n} e^{\mu_0 X/M_p^2}, \quad (3.4.1.7)$$

así como también la forma del potencial [75]:

$$V(X) = V_0 e^{-\lambda X/M_p^2}, \quad (3.4.1.8)$$

Usando la definición de la función de acople (3.4.1.7) y la definición del potencial (3.4.1.8), se logra obtener las ecuaciones de Friedmann:

- Primera ecuación de Friedmann

$$3M_p^2 H^2 = \frac{3}{2} \frac{\dot{A}^2}{a^2} + 3V + \tilde{\rho}_m (1 + n) + \rho_b + \rho_r. \quad (3.4.1.9)$$

- Segunda ecuación de Friedmann

$$\begin{aligned} -2m_p^2 \dot{H} = & 2 \frac{\dot{A}^2}{a^2} - 2 \left(\frac{\lambda}{M_p^2} V - \frac{1}{3} \tilde{\rho}_m \frac{\mu_0}{M_p^2} \right) \frac{A^2}{a^2} \\ & + (3 + 4n) \frac{\tilde{\rho}_m}{3} + \frac{4}{3} \rho_r + \rho_b. \end{aligned} \quad (3.4.1.10)$$

3.4.2. Sistema dinámico

La solución de las ecuaciones (3.4.1.9) y (3.4.1.10) se puede obtener reescribiéndolas en términos de un conjunto de variables adimensionales [77], lo que permite obtener un sistema de ecuaciones autónomo [75],

$$x \equiv \frac{\dot{A}}{a} \frac{1}{\sqrt{2}M_p H}, \quad y \equiv \frac{V}{M_p H}, \quad z \equiv \frac{A}{\sqrt{2}M_p a}, \quad (3.4.2.1)$$

$$\tilde{\Omega}_m \equiv \frac{\tilde{\rho}_m}{2M_p^2 H^2}, \quad \Omega_b \equiv \frac{\rho_b}{3M_p^2 H^2}, \quad \Omega_r \equiv \frac{\rho_r}{3M_p^2 H^2}. \quad (3.4.2.2)$$

De aquí que, la ecuación (3.4.1.9) toma la forma

$$1 = x^2 + y^2 + \tilde{\Omega}_m (1 - 2n) + \Omega_b + \Omega_r. \quad (3.4.2.3)$$

A partir de las ecuaciones (3.4.1.10), (3.4.2.1), (3.4.2.2) y la ecuación de restricción (3.4.2.3), y considerando el cambio del tiempo cósmico t al número de e-folds $dN \equiv H dt$, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden para la evolución cada variable independiente

$$x' = xq + \left[\frac{-x^3 + 2\lambda y^2 x^2 z + 2n\tilde{\Omega}_m x(1 - 4x^2) - 2\mu_0 x^2 z \tilde{\Omega}_m}{x^2 + n\tilde{\Omega}_m(1 - 8x^2)} \right] - \frac{4\mu_0 n x z \tilde{\Omega}_m (x + z)}{x^2 + n\tilde{\Omega}_m(1 - 8x^2)}, \quad (3.4.2.4)$$

$$y' = -2\lambda x y z (x - z) + y(q + 1), \quad (3.4.2.5)$$

$$z' = x - z, \quad (3.4.2.6)$$

$$\Omega_r' = 2\Omega_r(q - 1), \quad (3.4.2.7)$$

$$\Omega_b' = 2\Omega_b \left(q - \frac{1}{2} \right), \quad (3.4.2.8)$$

donde $q = -1 - \dot{H}/H^2$ es el parámetro de desaceleración,

$$q = \frac{1}{2} \left[1 + x^2 - 3y^2 \left(1 + \frac{4}{3}\lambda z^2 \right) + 4\mu_0 \tilde{\Omega}_m z^2 - 2n\tilde{\Omega}_m + \Omega_r \right]. \quad (3.4.2.9)$$

Teniendo en cuenta la presión $p_{DE} = -2M_p^2\dot{H} - 3M_p^2H - \frac{1}{3}\rho_r$ y la densidad $\rho_{DE} = \frac{3}{2}\frac{\dot{A}^2}{a^2} + 3V$, calculadas a partir de las componentes $\mu = \nu = i$ y $\mu = \nu = 0$ de las ecuaciones de campo (3.4.1.3) y (3.4.1.4), respectivamente, se puede determinar la ecuación de estado para el fluido de energía oscura de la forma [75]:

$$w_{DE} = \frac{p_{DE}}{\rho_{DE}} = \frac{x^2 - 4\lambda y^2 z^2 - 3y^2}{3(x^2 + y^2)}. \quad (3.4.2.10)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales (3.4.2.4) - (3.4.2.8) se deben fijar las condiciones iniciales para las variables adimensionales en la época de radiación profunda [75]. En este caso, las condiciones iniciales son las siguientes: $x_0 = 1,0 \times 10^{-19}$, $y_0 = 6,14 \times 10^{-15}$, $z_0 = 1,52 \times 10^{-10}$, $\Omega_{b0} = 0,7 \times 10^{-5}$ y $\Omega_{r0} = 0,99994$, al igual que los parámetros constantes del sistema: $\lambda = 1$, $\mu = 2,7$ y $n = 0,001$. Esto se realiza para obtener la evolución numérica de los parámetros del sistema, como la fracción de densidad para cada fluido, la ecuación de estado efectiva y la ecuación de estado para la energía oscura. Los datos hoy en día calculados con el modelo: $\Omega_{m0} = 0,3172$, $\Omega_{r0} = 3,432 \times 10^{-5}$, $\Omega_{DE0} = 0,6821$ y $w_0 = -0,9999$.

3.5. Modelo con campos vectoriales de Gauge no abelianos

Este modelo se fundamenta en campos vectoriales gauge de norma no abeliana con una representación del grupo SU(2), los cuales actúan como la única fuente de inflación y energía oscura. Estos campos proporcionan una explicación de manera única para la expansión acelerada tanto temprana como tardía del Universo. Para obtener información más detallada sobre este modelo y la dinámica de los campos, consultar [78–83]. La descripción cosmológica de este modelo se realiza a través de la acción para un campo vectorial de gauge masivo SU(2) [84].

$$S = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{m_p^2}{2} R - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \frac{\kappa}{96} (\tilde{F}_a^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}^a)^2 - \frac{1}{2} m_a^2 A_\mu^a A_a^\mu \right], \quad (3.5.1)$$

donde $g_{\mu\nu}$ es la métrica del espacio-tiempo, $\tilde{g}$ es su determinante, m_p es la masa reducida de Planck, R es el escalar de Ricci, y κ es una constante definida positiva con dimensiones $[m_p^{-4}]$. Además, $F_{\mu\nu}^a$ representa el tensor de esfuerzos del campo

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g\varepsilon_{bc}^a A_\mu^b A_\nu^c, \quad (3.5.2)$$

de un campo vectorial gauge no abeliano A_μ^a con masa m_a , g es la constante de acople SU(2) y ε_{bc}^a es el símbolo de Levi-Civita. El tensor de esfuerzos dual se define como

$$\tilde{F}_a^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}^a, \quad (3.5.3)$$

con $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ denotando el tensor completamente antisimétrico.

3.5.1. Ecuaciones de campo y de movimiento

Este modelo, a nivel de fondo, puede ser caracterizado utilizando la métrica FLRW, cuya expresión se detalla en la ecuación (3.4.1.1). Además, para describir este modelo cosmológico, se emplean campos vectoriales de gauge masivos [76], los cuales están definidos de la siguiente manera:

$$A_0^a \equiv 0, \quad A_i^a \equiv a(t)\psi(t)\delta_i^a, \quad (3.5.1.1)$$

donde $\psi(t)$ es un campo escalar. Abreviadamente, se puede escribir $\phi(t) \equiv a(t)\psi(t)$ y se tiene en cuenta que la isotropía requiere que los campos de gauge tengan masas idénticas, $m_1 = m_2 = m_3 = m$.

Variando la acción (3.5.1) con respecto a la métrica $g^{\mu\nu}$, igualando a cero y considerando tanto el fondo como los campos, se obtiene la componente temporal, es decir, $\mu = \nu = 0$,

$$3m_p^2 H^2 = \frac{3}{2} \left[\frac{\dot{\phi}^2}{a^2} + \frac{g^2 \phi^4}{a^4} + \kappa g^2 \frac{\phi^2 \dot{\phi}^2}{a^6} + \frac{m^2 \phi^2}{a^2} \right] + \rho_m + \rho_r, \quad (3.5.1.2)$$

y la componente espacial, es decir, $\mu = \nu = i$, de las ecuaciones de campo

$$2m_p^2 \dot{H} = -2 \left[\frac{\phi^2}{a^2} + \frac{g^2 \phi^4}{a^4} \frac{1}{2} \frac{m^2 \phi^2}{a^2} + \frac{1}{2} \rho_m + \frac{2}{3} \rho_r \right], \quad (3.5.1.3)$$

donde $H = \dot{a}/a$ es el parámetro de Hubble. Ahora, al variar la acción (3.5.1) con respecto a los campos A_ν^a , igualar a cero y posteriormente usar la definición de estos, la única ecuación de movimiento no trivial para los campos es

$$0 = \frac{\ddot{\phi}}{a} \left(1 + \kappa g^2 \frac{\phi^4}{a^4} \right) + \frac{H \dot{\phi}}{a} \left(1 - 3\kappa g^2 \frac{\phi^4}{a^4} \right) + \frac{2g^2 \phi^3}{a^3} \left(1 + \kappa \frac{\dot{\phi}^2}{a^2} \right) + m^2 \frac{\phi}{a}. \quad (3.5.1.4)$$

3.5.2. Sistema dinámico

Para solucionar las ecuaciones de movimiento y las ecuaciones de campo es más conveniente definir un conjunto de variables adimensionales [77]. Esto permite reformular las ecuaciones anteriores en un conjunto de ecuaciones autónomo [78],

$$x \equiv \frac{1}{\sqrt{2}m_p} \frac{\dot{\phi}}{aH}, \quad y \equiv \frac{1}{\sqrt{2}m_p} \frac{g\phi^2}{a^2H}, \quad \omega \equiv \frac{1}{\sqrt{2}m_p} \frac{m\phi}{aH}, \quad z \equiv \frac{1}{\sqrt{2}m_p} \frac{\phi}{a}, \quad (3.5.2.1)$$

$$\Omega_r \equiv \frac{\rho_r}{3m_p^2 H^2}, \quad \Omega_m \equiv \frac{\rho_m}{3m_p^2 H^2}, \quad (3.5.2.2)$$

donde Ω_m y Ω_r son los parámetros de densidad para la materia y la radiación, respectivamente. Teniendo en cuenta las definiciones anteriores y la ecuación de continuidad para la materia, $\dot{\rho}_m + 3\rho_m H = 0$, y para la radiación, $\dot{\rho}_r + 4\rho_r H = 0$, se puede derivar, a partir de la ecuación (3.5.1.2), la restricción de Friedmann

$$1 = x^2(1 + 4\alpha z^4) + y^2 + \omega^2 + \Omega_r + \Omega_m. \quad (3.5.2.3)$$

Usando la ecuación de movimiento (3.5.1.4), la ecuación de continuidad para el fluido de radiación y la restricción de Friedmann (3.5.2.3), se obtiene el conjunto autónomo de ecuaciones

$$x' = xq - (1 + 4\alpha z^2)^{-1} \left[2\frac{y^2}{2} + 8\alpha x^2 z^3 + x \left(1 - 12\alpha z^4 + \frac{\omega^2}{z} \right) \right], \quad (3.5.2.4)$$

$$y' = y \left(2\frac{x}{z} + q - 1 \right), \quad (3.5.2.5)$$

$$\omega' = \omega \left(\frac{x}{z} + q \right), \quad (3.5.2.6)$$

$$z' = x - z, \quad (3.5.2.7)$$

$$\Omega_r' = 2\Omega_r(q - 1), \quad (3.5.2.8)$$

donde $q = -1 - \dot{H}/H^2$ representa al parámetro de desaceleración,

$$q = \frac{1}{2} [1 + x^2(1 - 12\alpha z^4) + y^2 - \omega^2 + \Omega_r]. \quad (3.5.2.9)$$

Considerando que el sector oscuro se caracteriza por el parámetro de densidad de energía oscura $\Omega_{DE} \equiv \rho_{DE}/(3m_p^2 H^2)$ y la definición de la ecuación de estado $w_{DE} = p_{DE}/\rho_{DE}$ [78], se puede deducir su evolución

$$\Omega_{DE} = x^2(1 + 4\alpha z^4) + y^2 + \omega^2, \quad (3.5.2.10)$$

$$w_{DE} = \frac{1}{3} \frac{x^2(1 - 12\alpha z^4) + y^2 - \omega^2}{x^2(1 + 4\alpha z^4) + y^2 + \omega^2}. \quad (3.5.2.11)$$

El sistema autónomo de ecuaciones diferenciales (3.5.2.4) - (3.5.2.8) se puede resolver fijando las condiciones iniciales en la época de radiación profunda [78]. En este caso, las condiciones iniciales son las siguientes: $x_0 = 3 \times 10^{-30}$, $y_0 = 0,001$, $z_0 = 1,1 \times 10^5$, $\omega_0 = 0$ y $\Omega_{r_0} = 0,99998$, al igual que el parámetro constante del sistema: $\alpha = 10^9$. Esto se hace con el fin de obtener la evolución numérica de los parámetros del sistema, como la fracción de densidad para cada fluido, la ecuación de estado efectiva y la ecuación de estado para la energía oscura. Los datos hoy en día calculados con el modelo son: $\Omega_{m_0} = 0,3049$, $\Omega_{r_0} = 7,363 \times 10^{-5}$, $\Omega_{DE_0} = 0,6949$ y $w_0 = -0,9981$.

3.6. Modelo de energía oscura anisótropa con campos 2-formas

En este modelo, se investiga la dinámica de la energía oscura en presencia de un campo 2-formas, $B_{\alpha\beta}$, acoplado a un campo escalar canónico, ϕ , a través de la interacción lagrangiana $-f(\phi)H_{\alpha\beta\gamma}H^{\alpha\beta\gamma}/12$, donde $H_{\alpha\beta\gamma}$ representa el tensor de esfuerzos del campo $B_{\alpha\beta}$. Este modelo constituye un ejemplo explícito en el cual la expansión acelerada es consistente con las observaciones [8, 85],

incluso cuando se considera un potencial exponencial pronunciado de la forma $V(\phi) = V_0 e^{-\lambda\phi/M_{pl}}$. Para detalles adicionales sobre este modelo, consultar [86]. La acción que describe la dinámica de este modelo está dada por:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{pl}^2}{2} R - \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) - \frac{1}{12} f(\phi) H_{\alpha\beta\gamma} H^{\alpha\beta\gamma} + P_f(Z) \right], \quad (3.6.1)$$

donde g es le determinante del tensor métrico $g_{\mu\nu}$, R el escalar de Ricci, $P_f(Z)$ es el lagrangiano puramente K-esencia que describe un fluido perfecto (con $Z = -\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi / 2$ siendo el término cinético del campo escalar χ [87–89]), y $V(\phi)$ el potencial del campo escalar ϕ .

3.6.1. Ecuaciones de campo y de movimiento

Para obtener las ecuaciones dinámicas del movimiento, se emplea un fondo cosmológico anisótropo configurado de manera que el campo 2-formas esté en el plano (y, z) [86],

$$B_{\alpha\beta} dx^\alpha \wedge dx^\beta = 2v_B(t) dy \wedge dz. \quad (3.6.1.1)$$

Teniendo en cuenta la simetría rotacional en el plano (y, z) , el elemento de línea se puede escribir como

$$ds^2 = -N(t) dt^2 + e^{2\alpha(t)} [e^{-4\sigma(t)} dx^2 + e^{2\sigma(t)} (dy^2 + dz^2)] \quad (3.6.1.2)$$

donde $N(t)$ es la función de lapso, $a \equiv e^{\alpha(t)}$ es la media geométrica de tres factores de escala (con la normalización hoy $a = 1$) y $\sigma(t)$ es la anisotropía espacial. Las componentes del campo $B_{\alpha\beta}$ que no desaparecen son $B_{23} = -B_{32} = v_B$.

Variando la acción (3.6.1) con respecto a N, α, σ, ϕ y χ , se obtiene

$$3M_{pl}^2 H^2 (1 - \Sigma^2) = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) + \rho_B + \rho_f, \quad (3.6.1.3)$$

$$M_{pl}^2 (\dot{H} + 3H^2 \Sigma^2) = -\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{3} \rho_B - \frac{1}{2} (\rho_f + P_f) \quad (3.6.1.4)$$

$$M_{pl}^2 \left[H\dot{\Sigma} + (\dot{H} + 3H^2)\Sigma \right] = -\frac{2}{3}\rho_B \quad (3.6.1.5)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} - \frac{f_{,\phi}}{f}\rho_B = 0 \quad (3.6.1.6)$$

$$\dot{\rho}_f + 3H(\rho_f + P_f) = 0 \quad (3.6.1.7)$$

donde $H \equiv \dot{\alpha}$, $\Sigma \equiv \dot{\sigma}/H$ y se estableció $N = 1$ al final. Las densidades de energía del campo 2-formas y el fluido perfecto, denotadas por ρ_B y ρ_f respectivamente, están dadas por:

$$\rho_B = \frac{f(\phi)}{2} e^{-4\alpha-4\sigma} \dot{v}_B^2, \quad \rho_f = \dot{\chi}^2 P_{f,Z} - P_f. \quad (3.6.1.8)$$

Para obtener la dinámica de la densidad de energía del campo $B_{\alpha\beta}$ se varía la acción (3.6.1) con respecto a v_B y se obtiene

$$f(\phi) e^{-\alpha-4\sigma} \dot{v}_B = p_B, \quad (3.6.1.9)$$

donde p_B es una constante. Derivando ρ_B en la ecuación (3.6.1.8) y usando la ecuación (3.6.1.9), la densidad de energía del campo 2-formas evoluciona como

$$\dot{\rho}_B = -2H\rho_B \left(1 - 2\Sigma + \frac{\dot{f}}{2Hf} \right). \quad (3.6.1.10)$$

El potencial escalar $V(\phi)$ y el acoplamiento $f(\phi)$ están dados por [90–92], siguiendo a [86]:

$$V(\phi) = V_0 e^{-\lambda\phi/M_{pl}}, \quad f(\phi) = f_0 e^{-\mu\phi/M_{pl}}, \quad (3.6.1.11)$$

donde V_0 , λ , f_0 y μ se asumen como constantes positivas.

3.6.2. Sistema dinámico

Para obtener las ecuaciones autónomas que determinan la dinámica del fondo, se introducen las siguientes cantidades adimensionales [77, 86]:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\dot{\phi}}{\sqrt{6}HM_{pl}}, & x_2 &= \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{3}HM_{pl}}, & \Omega_B &= \frac{\rho_B}{3H^2M_{pl}^2}, \\ \Omega_r &= \frac{\rho_r}{3H^2M_{pl}^2}, & \Omega_m &= \frac{\rho_m}{3H^2M_{pl}^2}, \end{aligned} \quad (3.6.2.1)$$

donde Ω_m , Ω_r y Ω_B son los parámetros de densidad de materia, radiación y del campo respectivamente. Teniendo en cuenta las definiciones anteriores y la ecuación (3.6.1.3) se obtiene la restricción

$$\Omega_m = 1 - x_1^2 - x_2^2 - \Sigma^2 - \Omega_B - \Omega_r. \quad (3.6.2.2)$$

Usando las ecuaciones (3.6.1.4) y (3.6.1.6) con la ecuación (3.6.2.2), se obtiene

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{1}{2}(3 + 3x_1^2 - 3x_2^2 + 3\Sigma^2 - \Omega_B + \Omega_r), \quad (3.6.2.3)$$

$$\frac{\ddot{\phi}}{H\phi} = -3\frac{\sqrt{6}}{2x_1}(\lambda x_2^2 - \mu\Omega_B). \quad (3.6.2.4)$$

El conjunto autónomo de ecuaciones para las variables adimensionales x_1 , x_2 , Σ , Ω_B y Ω_r se obtiene a partir de las ecuaciones (3.6.1.5), (3.6.1.7), (3.6.2.2), (3.6.2.3) y (3.6.2.4)

$$\begin{aligned} x_1' &= \frac{3}{2}x_1 \left(x_1^2 - x_2^2 + \Sigma^2 - 1 - \frac{1}{3}\Omega_B + \frac{1}{3}\Omega_r \right) \\ &+ \frac{\sqrt{6}}{2}(\lambda x_2^2 - \mu\Omega_B), \end{aligned} \quad (3.6.2.5)$$

$$x_2' = \frac{1}{2}x_2(3x_1^2 - 3x_2^2 + 3\Sigma^2 + 3 - \sqrt{6}\lambda x_1 - \Omega_B + \Omega_r), \quad (3.6.2.6)$$

$$\Sigma' = \frac{1}{2}\Sigma(3x_1^2 - 3x_2^2 + 3\Sigma^2 - 3 - \Omega_B + \Omega_r) - 2\Omega_B, \quad (3.6.2.7)$$

$$\Omega_B' = \Omega_B(3x_1^2 - 3x_2^2 + 3\Sigma^2 + 4\Sigma + 1 + \sqrt{6}\mu x_1 - \Omega_B + \Omega_r), \quad (3.6.2.8)$$

$$\Omega_r' = \Omega_r(3x_1^2 - 3x_2^2 + 3\Sigma^2 - 1 - \Omega_B + \Omega_r), \quad (3.6.2.9)$$

donde la prima representa la derivada con respecto al número de e-folds $\alpha = \ln a$.

A partir de las ecuaciones (3.6.1.3) y (3.6.1.4) se puede calcular la densidad,

$$\rho_{DE} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) + \rho_B + 3M_{pl}^2 H^2 \Sigma^2, \quad (3.6.2.10)$$

y la presión para la energía oscura,

$$p_{DE} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) - \frac{1}{3}\rho_B + 3M_{pl}^2 H^2 \Sigma^2, \quad (3.6.2.11)$$

que luego, al definir el parámetro de densidad y ecuación de estado para la energía oscura como $\Omega_{DE} = \rho_{DE}/(3H^2 M_{pl}^2)$ y $w_{DE} = p_{DE}/\rho_{DE}$, respectivamente, se obtiene [86]

$$\Omega_{DE} = x_1^2 + x_2^2 + \Sigma^2 + \Omega_B = 1 - \Omega_r - \Omega_m, \quad (3.6.2.12)$$

$$w_{DE} = \frac{3(x_1^2 - x_2^2 + \Sigma^2) - \Omega_B}{3(x_1^2 + x_2^2 + \Sigma^2 + \Omega_B)}. \quad (3.6.2.13)$$

El sistema autónomo de ecuaciones diferenciales (3.6.2.5) - (3.6.2.9) se puede resolver fijando las condiciones iniciales en la época de radiación profunda [86], $z_0 = 8,3 \times 10^7$. En este caso, las condiciones iniciales son: $x_{1_0} = 1,0 \times 10^{-13}$, $x_{2_0} = 2,0 \times 10^{-14}$, $\Sigma_0 = 0,0$, $\Omega_{B_0} = 1,0 \times 10^{-10}$ y $\Omega_{r_0} = 0,999961$. Además, se consideran los parámetros constante del sistema: $\lambda = 2$ y $\mu = 50$. Esto se realiza con el fin de obtener la evolución numérica de los parámetros del sistema, tales como la fracción de densidad para cada fluido, la ecuación de estado efectiva y la ecuación de estado para la energía oscura. Los datos hoy en día calculados con el modelo son: $\Omega_{m_0} = 0,3282$, $\Omega_{r_0} = 0,0001$, $\Omega_{DE_0} = 0,6717$ y $w_0 = -0,9700$.

Una vez descritos los modelos cosmológicos, mencionados anteriormente, con sus respectivas ecuaciones de estado y condiciones iniciales, para el caso numérico, se pueden estudiar en las diferentes eras cosmológicas. En la figura 3.1, se muestra la evolución temporal del parámetro de ecuación de estado w_{DE} en función del corrimiento al rojo z para los diferentes modelos cosmológicos. Se observa que en cada caso, la ecuación de estado presenta un comportamiento dinámico en los diferentes desplazamientos al rojo, en comparación con el modelo de la constante cosmológica Λ CDM.

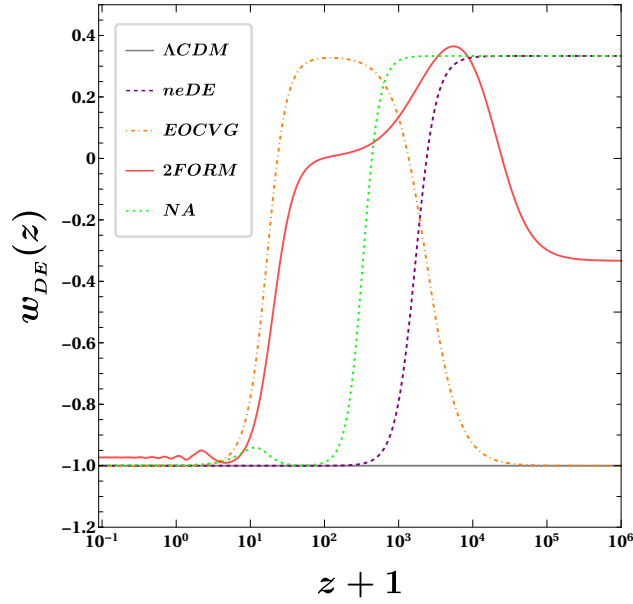


Figura 3.1: Evolución del parámetro de ecuación de estado w_{DE} en función del desplazamiento al rojo z . Las curvas corresponden a los modelos cosmológicos descritos en esta sección: Λ CDM (línea gris), modelo de energía oscura temprana, $neDE$, (línea discontinua púrpura), modelo de energía oscura con campos vectoriales de gauge, $EOCVG$, (línea discontinua con puntos, naranja), modelo de energía oscura anisótropa con campos, $2FORM$, (línea roja) y modelo con campos vectoriales de gauge no abelianos, NA , (línea discontinua corta verde).

Resultado Para Los Parámetros Del Modelo De Colapso Esférico

En este capítulo, se analizan los resultados obtenidos para los parámetros característicos del modelo de colapso esférico, considerando los distintos escenarios de energía oscura presentados en el capítulo 3, tomando como referencia el modelo Λ CDM.

En la figura 4.1, se presentan los resultados para la sobredensidad δ lineal y no lineal en función del factor de escala a . Se puede observar cómo las soluciones se desarrollan en paralelo hasta un factor de escala a dado, $a \approx 2 \times 10^{-2}$. Luego, la solución no lineal se desvía del comportamiento lineal y comienza a crecer exponencialmente hasta colapsar, alcanzando hoy en día $\delta(a_c = 1) \geq 10^8$, mientras que la solución lineal alcanza un valor de sobredensidad crítica $\delta_c(a_c = 1) \approx 1,6863$. En los modelos con energía oscura, la evolución de δ es un poco más lenta debido al término $(2 + E'/E)$ presente en las ecuaciones 2.1.1.21 y 2.1.1.22. Esto se traduce en un valor para la sobredensidad crítica en el tiempo del colapso $a_c = 1$ menor que el obtenido en el modelo EdS.

Continuando con la presentación de los resultados, en la figura 4.2 se muestra el factor de crecimiento lineal $D_+(a)$ normalizado por el factor de escala a en función del desplazamiento al rojo z . Es bien conocido que, para el modelo Einstein - de Sitter (EdS), el factor de crecimiento es proporcional al factor de escala, lo que implica que la relación $D_+(a)/a$ siempre sea aproximadamente igual a la unidad. En el modelo de concordancia Λ CDM, el factor de crecimiento lineal es más grande que en el modelo EdS en desplazamientos al rojo altos y disminuye progresivamente para desplazamientos al rojo bajos. El decrecimiento

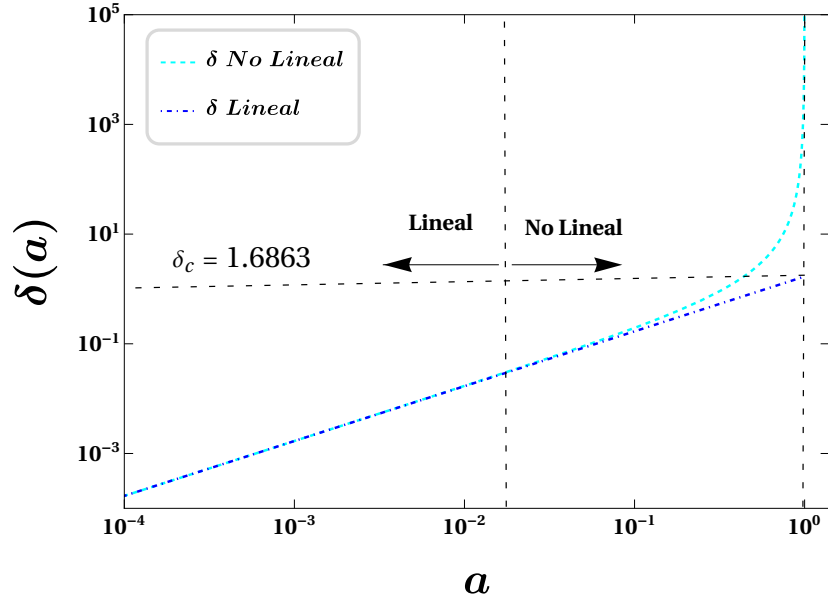


Figura 4.1: Evolución temporal temporal de la sobredensidad δ lineal y no lineal en función del factor de escala a .

del factor de crecimiento lineal para tiempos tardíos indica que la constante cosmológica Λ domina el presupuesto energético del universo, suprimiendo el crecimiento de las sobredensidades lineales de materia. Sin embargo, para desplazamientos al rojo altos, ocurre lo contrario, lo que significa que el efecto de la constante cosmológica Λ sobre el crecimiento de las perturbaciones es despreciables, y por lo tanto, $D_+(a)/a$ alcanza una región plana. Este comportamiento también se sostiene para los diferentes modelos con energía oscura. La amplitud de $D_+(a)/a$ puede ser un poco más grande, igual o más pequeña que la del modelo Λ CDM para desplazamientos al rojo altos.

Además del factor de crecimiento, otra cantidad importante es la sobredensidad crítica δ_c , ya que ambas se incluyen en el cálculo de la abundancia de cúmulos (ver capítulo 5). En la figura 4.3, se muestra la evolución de δ_c en función del desplazamiento al rojo z . Se puede observar que, para el modelo EdS, las perturbaciones lineales de materia tienden a colapsar a un valor aproximadamente constante $\delta_c(z) \approx 1,6863$. El modelo Λ CDM y los otros modelos de energía oscura, con ecuación de estado dinámica, presentan un comportamiento similar.

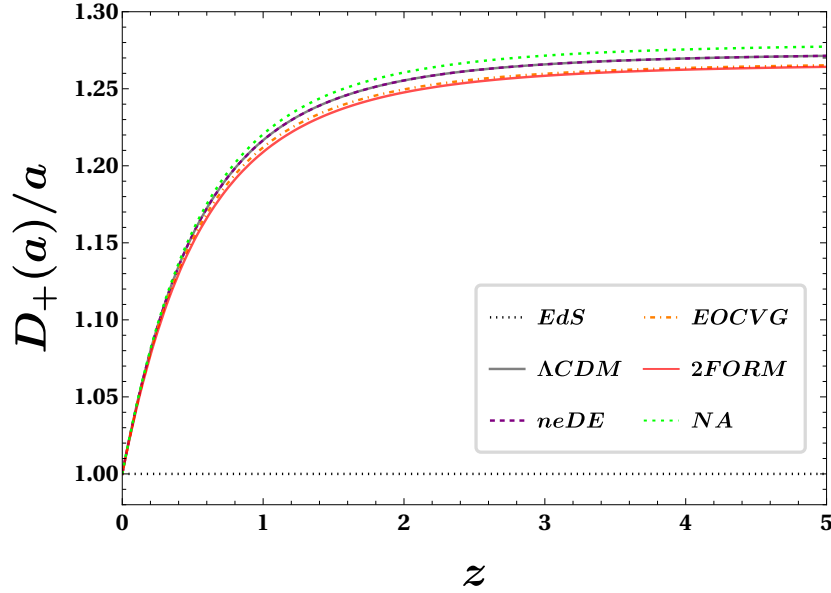


Figura 4.2: Evolución temporal del factor de crecimiento lineal $D_+(a)$ normalizado en el factor del escala a , como función del desplazamiento al rojo z para los diferentes modelos de energía oscura presentados en el capítulo 3.

Para desplazamientos al rojo altos, cuando el componente de energía oscura es subdominante y sus efectos en el escenario de la formación de estructuras son insignificantes, tienden al mismo valor numérico de sobredensidad crítica que el modelo EdS . Sin embargo, en desplazamientos al rojo más bajos, el valor numérico de la sobredensidad crítica tiende a disminuir debido a que en este punto comienza a dominar el componente de energía oscura, y por su naturaleza repulsiva, inhibe el colapso o formación de estructuras. En este escenario, se puede encontrar una diferencia relativa aproximada de 0,013 % de los modelos de energía oscura respecto al modelo ΛCDM , tendiendo a ser mayor para el modelo $EOCVG$.

En el estudio de la formación de estructuras no lineales, figura 4.4, se observa que para el modelo EdS , tanto el radio virial (panel superior), $y_{vir}(z) \approx 0,50$, como la sobredensidad en el radio máximo (panel central), $\zeta(z) \approx 5,55$, y la sobredensidad viral (panel inferior), $\Delta_{vir}(z) \approx 177,64$, tienden a un valor numérico aproximadamente constante. En el caso de los modelos con energía oscura, tanto el modelos ΛCDM como los modelos con ecuaciones de estado

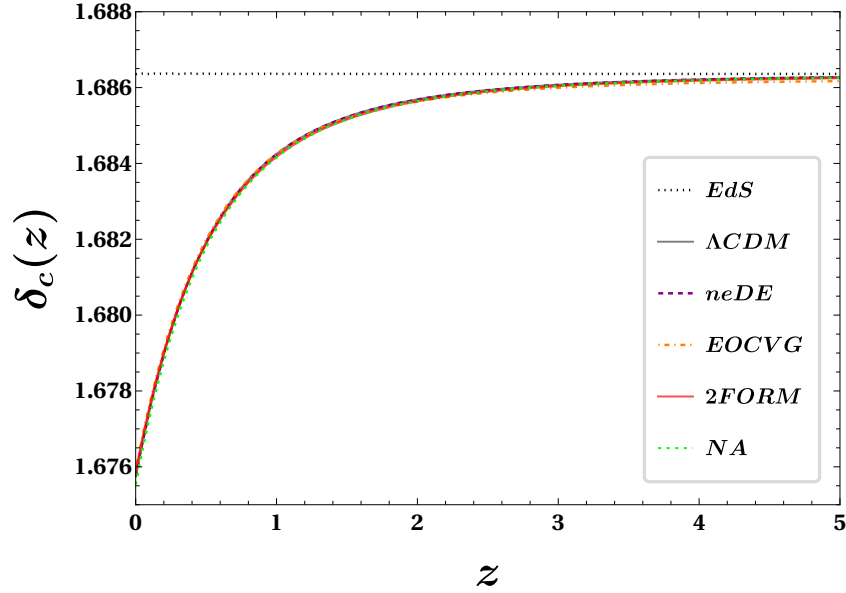


Figura 4.3: Evolución temporal de la sobredensidad crítica δ_c en función del desplazamiento al rojo z para los diferentes modelos de energía oscura presentados en el capítulo 3.

dinámicas alcanzan, aproximadamente, los mismos valores numéricos para el radio virial, la sobredensidad en el radio máximo y la sobredensidad virial en altos desplazamientos al rojo. En desplazamientos al rojo bajos, se puede notar una diferencia relativa para el radio virial de $\sim \pm 0,13\%$, la sobredensidad en el radio máximo de $\sim \pm 0,50\%$ y la sobredensidad virial de $\sim \pm 2,50\%$ entre el modelo Λ CDM y los demás modelos. Además, cuando comienza a dominar el componente de energía oscura, la sobredensidad en el radio máximo y la sobredensidad virial tienden a crecer, mientras que el radio virial disminuye. Este comportamiento se debe a que cuando comienza a dominar la energía oscura e inicia la expansión acelerada en el universo, las perturbaciones de materia deben ser más densas para poder formar estructuras virializadas en comparación con las que se formaron antes. En consecuencia, las estructuras se vuelven más compactas para evitar el arrastre producido por la expansión acelerada.

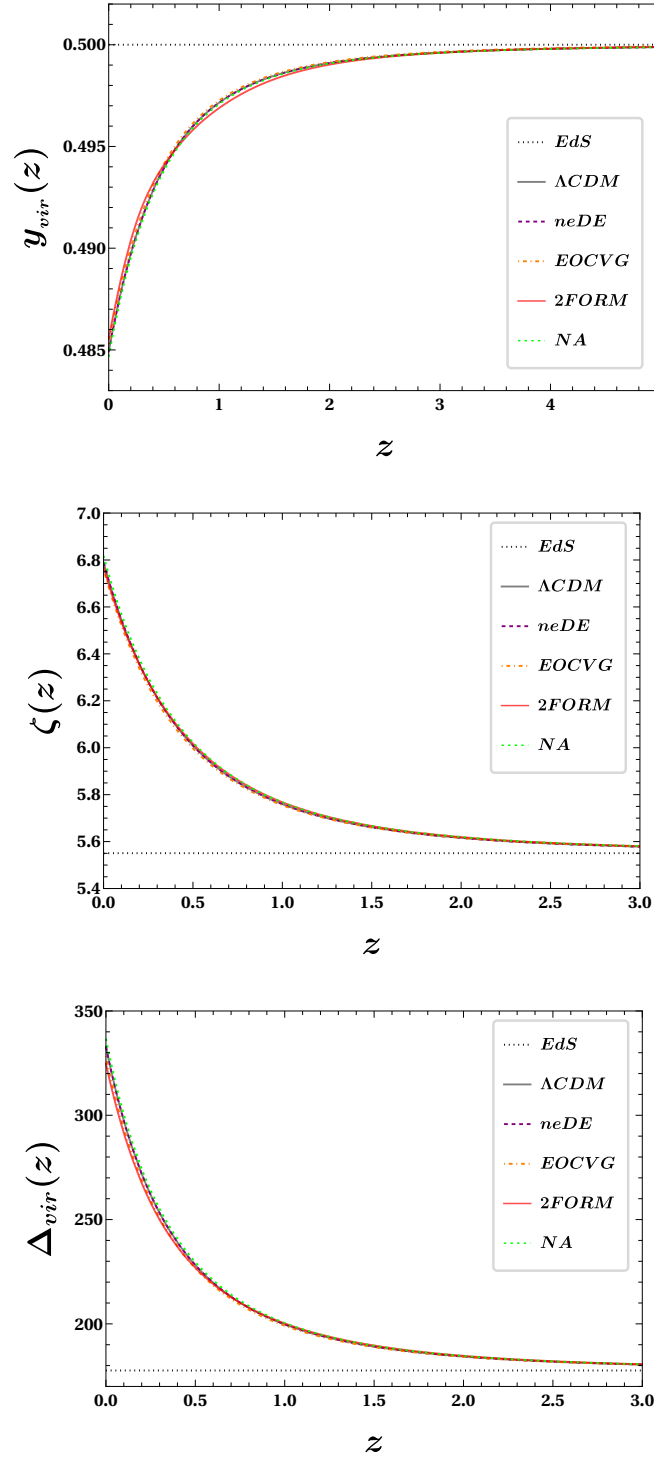


Figura 4.4: Evolución temporal del radio virial y_{vir} (panel superior), sobredensidad en el giro ζ (panel central) y sobredensidad virial Δ_{vir} (panel inferior) en función del desplazamiento al rojo para los diferentes modelos de energía oscura presentados en el capítulo 3.

Abundancia De Halos De Materia Oscura

En los modelos jerárquicos de estructuras cósmicas, se sostiene que estas se forman a partir de la amplificación gravitacional de pequeñas perturbaciones en la densidad inicial [60]. Por ende, uno de los desafíos fundamentales de la cosmología consiste en conocer la abundancia y evolución temporal de estas perturbaciones durante el proceso de colapso o virialización.

Un cálculo analítico propuesto por Press-Schechter [93] ofrece una predicción para la abundancia de estructuras cósmicas. Este método utiliza el modelo de colapso esférico para calcular la densidad numérica comóvil de objetos colapsados con masas en un rango M y $M + dM$ en un corrimiento al rojo z dado [94, 95]

$$\frac{dn}{dM}(M, z) = -\frac{\bar{\rho}}{M} \frac{d \ln \sigma(M, z)}{dM} f(\sigma, \delta_c), \quad (5.1)$$

donde $\bar{\rho}$ es la densidad de materia comóvil del Universo [96] y $f(\sigma, \delta_c)$ es la función de masa. Se asume que la fracción de masa del Universo contenida en sistemas gravitacionales con masas mayores que una masa M está determinada por la fracción de espacio donde el contraste de densidad evolucionado linealmente supera un umbral δ_c . Además, se supone que el contraste de densidad δ sigue una distribución normal con media cero y varianza $\sigma^2(M)$ [93]. De esta manera, la función de masa se expresa como [93, 97]

$$f(\sigma, \delta_c) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\delta_c(z)}{\sigma(M, z)} \exp \left(-\frac{\delta_c^2(z)}{2\sigma^2(M, z)} \right). \quad (5.2)$$

La cantidad $\sigma(M, z) = D(z)\sigma_M$ [98] es la varianza en el campo de fluctuaciones de densidad *rms* en una esfera de radio R que contiene una masa M y $D(z) =$

$\delta(z)/\delta(z=0)$ es el factor de crecimiento lineal. Para la cantidad $\sigma_M = \sigma(M, 0)$ se usa el ajuste dado por [99]:

$$\sigma_M = \sigma_8 \left(\frac{M}{M_8} \right)^{-\gamma(M)/3}, \quad (5.3)$$

donde $M_8 = 6 \times 10^{14} \Omega_{m0} h^{-1} M_\odot$ es la masa dentro de una esfera de radio $R_8 = 8 h^{-1} Mpc$, $\sigma_8 = \sigma(M_8, 0)$ es la varianza del campo de sobredensidad suavizado en una escala de tamaño R_8 y, siguiendo [99],

$$\gamma(M) = (0,3\Gamma + 0,2) \left[2,92 + \frac{1}{3} \log \left(\frac{M}{M_8} \right) \right], \quad (5.4)$$

donde $\Gamma = \Omega_{m0} h \exp(-\Omega_b - \Omega_b/\Omega_{m0})$ es el llamado parámetro de forma.

Para un σ_8 fijo (normalización del espectro de potencia), los efectos de los modelos de energía oscura sobre la densidad numérica de halos de materia oscura se ven únicamente a través de la relación $\delta_c(z)/D(z)$. Para obtener la misma abundancia de halos de materia oscura hoy en día, $z=0$, se escala σ_8 de acuerdo a [46]

$$\sigma_{8,Mod} = \frac{\delta_{c,Mod}(z=0)}{\delta_{c,\Lambda}(z=0)} \sigma_{8,\Lambda}, \quad (5.5)$$

donde la etiqueta *Mod* indica el modelo dado, el índice Λ representa el modelo de la constante cosmológica y se fija $\sigma_8 = 0,8083$ [8].

A partir de la densidad numérica, se pueden estudiar los rasgos o modificaciones provocados por el componente de energía oscura sobre el número de halos de materia oscura, calculando dos cantidades:

- La primera, es el número total de halos de materia oscura por unidad de corrimiento al rojo en un rango de masas dado [46]

$$\mathcal{N}^{bin} \equiv \frac{N}{dz} = \int_{4\pi} d\Omega \int_{M_{inf}}^{M_{sup}} \frac{dn}{dM} \frac{dV}{dzd\Omega} dM, \quad (5.6)$$

donde

$$\frac{dV}{dzd\Omega} = \frac{r^2(z)}{H(z)} = \frac{1}{H(z)} \left[\int_0^z \frac{1}{H(x)} dx \right]^2 \quad (5.7)$$

es el elemento de volumen comóvil y $r(z)$ la distancia comóvil. Es importante tener en cuenta que el elemento de volumen comóvil depende fuertemente de los parámetros cosmológico (el fondo cosmológico) y no de la hipótesis de modelo de energía oscura. Por lo tanto, este juega un papel importante en la determinación del número total de halos.

- La segunda cantidad es el número de halos integrado en todo el cielo por encima de un umbral de masa dado, M_{inf} , y y hasta el desplazamiento al rojo z [100]

$$N(z, M > M_{inf}) = \int_{4\pi} d\Omega \int_{M_{inf}}^{M_{\infty}} \int_0^z \frac{dn}{dM} \frac{dV}{dz' d\Omega} dM dz' \quad (5.8)$$

Teniendo en cuenta las cantidades anteriores, ecuaciones (5.6) y (5.8), se pueden examinar la modificaciones causadas por el componente de energía oscura sobre el número de halos de materia oscura con el mismo observable calculado en el modelo estándar Λ CDM. Esto se realiza mostrando cómo las diferentes ecuaciones de estado cambian el número de halos de materia oscura en rangos de masas dados $[M_{inf}, M_{sup}]$. En este trabajo, se calcula el número de halos en rangos de masas típicos de la estructuras cosmológicas actuales $[10^{13}, 10^{14}] h^{-1} M_{\odot}$, $[10^{14}, 10^{15}] h^{-1} M_{\odot}$ y $[10^{15}, 10^{16}] h^{-1} M_{\odot}$ [46].

En la figura 5.1, se presentan los resultados para el número total de halos de materia oscura por unidad de desplazamiento al rojo (lado izquierdo), ecuación (5.6), para masas entre $[10^{13}, 10^{14}] h^{-1} M_{\odot}$, $[10^{14}, 10^{15}] h^{-1} M_{\odot}$ y $[10^{15}, 10^{16}] h^{-1} M_{\odot}$, en la fila superior, centra e inferior respectivamente. En el lado derecho, se muestra el número total de halos integrado en todo el cielo y por encima de una masa dada, ecuación (5.8), para masas superiores a $M > 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$, $M > 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ y $M > 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$, en la fila superior, central e inferior respectivamente. La integración se realiza hasta una masa $M_{\infty} = 10^{16} h^{-1} M_{\odot}$ ya que este es el rango de las estructuras más masivas observada.

El efecto de los diferentes modelos de energía oscura en la abundancia de halos de materia oscura, mostrados en la figura 5.1, se puede explicar teniendo en cuenta que cada modelo puede alcanzar la época de formación de estructuras en tiempos diferentes. En el caso del modelo *neDE*, alcanza la época de formación de estructuras de manera similar al modelo Λ CDM, lo que produce un número

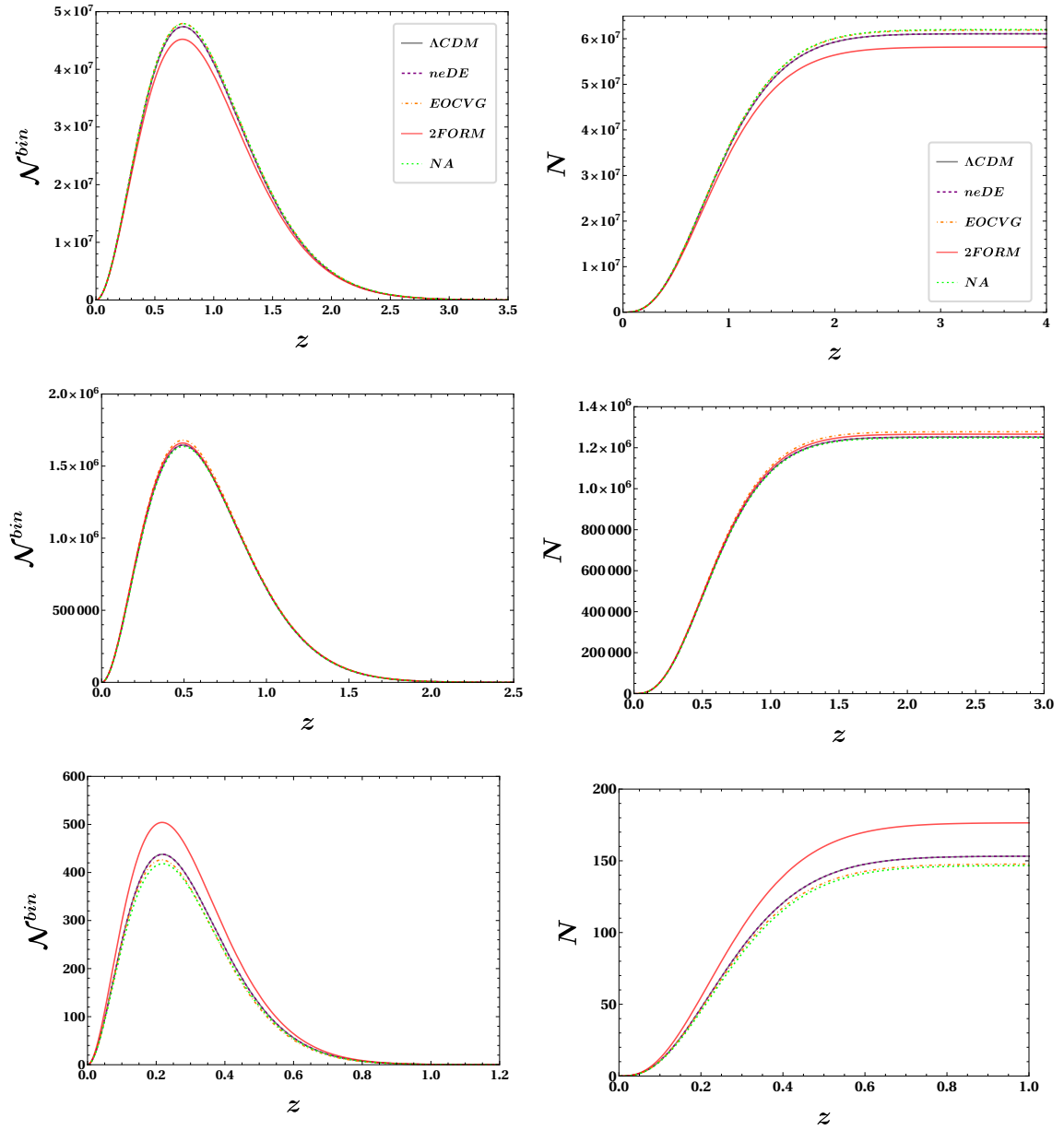


Figura 5.1: Evolución del número total de halos de materia oscura por unidad de desplazamiento al rojo (lado izquierdo) para masas entre $[10^{13}, 10^{14}] h^{-1} M_{\odot}$, $[10^{14}, 10^{15}] h^{-1} M_{\odot}$ y $[10^{15}, 10^{16}] h^{-1} M_{\odot}$, en la fila superior, centra e inferior, respectivamente, y número total de halos integrado en todo el cielo y por encima de una masa dada para masas superiores a $M > 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$, $M > 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ y $M > 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$, en la fila superior, central e inferior, respectivamente.

de halos de materia oscura aproximadamente igual en todos los rangos de masa. Los modelos *EOCVG* y *NA* alcanzan la era de formación de estructuras un poco más tarde comparados con el modelo Λ CDM, mostrando un mayor número de halos en el rango de masas $[10^{13}, 10^{14}] h^{-1} M_{\odot}$ y una disminución en el rango de masas $[10^{15}, 10^{16}] h^{-1} M_{\odot}$. Por otro lado, el modelo *2FORM* alcanza la época de formación de estructuras más temprano que el modelo Λ CDM y los otros modelos, lo que lleva a que haya tenido tiempo suficiente para formar un mayor número de estructuras más masivas.

En el panel derecho de la figura 5.1, se muestra que cada subfigura posee una zona plana que representa la época de formación de estructuras. Sin embargo, se puede notar que para cada modelo de energía oscura y en cada rango de masa, existe un desplazamiento al rojo z donde comienza el cese de la formación de estructuras, $z \lesssim 2,37$, $z \lesssim 1,67$ y $z \lesssim 0,70$, para la fila superior, central e inferior, respectivamente.

Los resultados presentados para la predicción del número de halos destacan la importancia de llevar a cabo una revisión detallada de los parámetros y condiciones iniciales en los modelos basados en campos, mencionados anteriormente. Esta revisión se vuelve esencial con el propósito de alcanzar una mayor concordancia con las predicciones del modelo Λ CDM. Es crucial tener en cuenta que el modelo Λ CDM es actualmente el que mejor se ajusta a las observaciones cosmológicas. Por ende, adaptar los parámetros y condiciones iniciales de los modelos inspirados en campos se presenta como un paso necesario para mejorar su capacidad predictiva y alinear sus resultados de manera más cercana con el paradigma predominante en la cosmología actual. Esta estrategia contribuirá a fortalecer la consistencia entre la teoría y las observaciones, brindando así un marco teórico más robusto y preciso para comprender la formación y evolución de estructuras a gran escala en el universo.

Analizando detenidamente este escenario, es evidente que en la jerarquía de la formación de estructuras, los objetos cósmicos con menor masa son más abundantes en el universo, mientras que los más masivos son menos abundantes, ya que no han tenido tiempo suficiente para formarse.

Conclusiones

En este trabajo, se estudió el proceso de formación de estructuras dentro del marco del modelo del colapso esférico. Se generalizaron las ecuaciones que rigen la evolución de las sobredensidades de materia para incluir diversos modelos cosmológicos con ecuaciones de estado dinámicas para la energía oscura. Se determinaron las condiciones iniciales adecuadas para resolver las ecuaciones de evolución de las sobredensidades de materia y se calcularon diversas cantidades, como la sobredensidad δ , el factor de crecimiento lineal D_+ , el radio virial y_{vir} utilizando el teorema del virial y la conservación de la energía, la sobredensidad en el radio máximo ζ , la sobredensidad virial Δ_{vir} , y finalmente, la abundancia de halos de materia oscura.

El objetivo principal de este trabajo es analizar el impacto de incluir diferentes modelos cosmológicos con ecuaciones de estado dinámicas para la energía oscura en el proceso de formación de estructuras. Los resultados muestran que el comportamiento general del factor de crecimiento lineal para todos los modelos es similar al del modelo cosmológico Λ CDM, aunque con valores diferentes en desplazamientos al rojo altos. En el caso de la sobredensidad crítica, se muestra que todos los modelos, incluido el Λ CDM, tienden al mismo valor que para el modelo EdS en desplazamientos al rojo altos, pero disminuye cuando comienza a dominar la energía oscura, mostrando una diferencia porcentual de aproximadamente 0,013 % respecto al modelo Λ CDM. En el régimen no lineal, se evidencia que la sobredensidad virial tiende al mismo valor que el modelo EdS para desplazamientos al rojo altos. Sin embargo, a diferencia de la sobredensidad crítica, esta aumenta su valor pero disminuye en tamaño (radio virial) para desplazamientos al rojo bajos, evitando así el arrastre producido por la expansión del universo.

Se empleó el formalismo Press-Schechter para evaluar las modificaciones causadas por el componente de energía oscura en cantidades observables, como el número de cúmulos de galaxias. Se mostró que los modelos que entran tarde a la época de formación de estructuras predicen un mayor número de objetos colapsado en el rango de masas inferiores, $10^{13} < M/M_{\odot} h^{-1} < 10^{14}$, pero predicen un número menor de objetos en el rango de masas superiores, $10^{15} < M/M_{\odot} h^{-1} < 10^{16}$. Esto confirma la jerarquía en la formación de objetos cósmicos, donde los objetos con menor masa son mas abundantes que los más masivos. Además, se identificó una región plana que comprende la época de formación de estructuras y muestra que para determinados desplazamientos al rojo y rangos de masas específicos, habrá un cese de formación de estos objetos cósmicos.

Se identificó que el modelo que produce el cambio más notable en las predicciones en comparación con el modelo Λ CDM es el modelo *2FORM*. La razón de esta diferencia significativa radica en que el modelo *2FORM* inicia la formación de objetos cósmicos de manera más temprana que Λ CDM. Este inicio temprano le proporciona el tiempo necesario para formar estructuras en el rango de masas superiores, creando así un déficit en el rango de masas inferiores. Es decir, la distinción clave en la cronología de la formación de estructuras entre el modelo *2FORM* y Λ CDM se traduce en una disparidad notable en las predicciones, destacando la influencia crítica del momento inicial en la evolución cósmica y la distribución de masas de los objetos formados.

Es evidente que las ecuaciones de evolución para las perturbaciones se presentaron de forma generalizada, pero en este trabajo se abordó específicamente el caso de agrupamiento de solo materia. Para futuros trabajos, se sugiere investigar las modificaciones causadas por la inclusión de perturbaciones de energía oscura y la incorporación de modelos de gravedad modificada. Además, podría ser beneficioso emplear una función de masa más realista para predecir el número de cúmulos de galaxias y extender el modelo a una simetría más generalizada.

Descripción Del Código SCM

Para llevar a cabo este trabajo de investigación, se desarrolló e implementó un código denominado SCM (Spherical Collapse Model), utilizando el lenguaje *C/C++*. El código se diseñó de manera modular, donde cada módulo o archivo contiene rutinas específicas. A continuación, se proporciona una descripción detallada de su estructura y funcionamiento.

En el módulo *integral.cpp*, se encuentran dos métodos para llevar a cabo la integración de una función: la regla de Simpson (*integrateSmp*) y el método del trapecio (*integrateTz*).

En el módulo *DE-models.cpp*, se encuentran los distintos modelos de energía oscura utilizados en este trabajo, que incluyen el modelo Einstein-de Sitter (*EdS*), el modelo cosmológico estándar (*ΛCDM*), el modelo de energía oscura temprana (*neDE*), el modelo de energía oscura con campos vectoriales de gauge (*devg*), el modelo de energía oscura con campos vectoriales de gauge no abelianos (*nonabelian*), el modelo dos formas (*twoform*), así como otros modelos utilizados para verificar la correcta funcionalidad del código, como el modelo Chevallier-Polarski-Linder (*CPL*), el modelo Chevallier-Polarski-Linder fantasma (*CPLF*) y el modelo de la doble exponencial (*EXP2*). Este módulo también depende de la funcionalidad de otros módulos, como *integral.cpp* para la integración de funciones, *rkf45.cpp* para la integración de ecuaciones diferenciales mediante el método de Runge-Kutta-Fehlberg y *spline.cpp* para realizar la interpolación de las ecuaciones de estado y facilitar cálculos adicionales.

En el módulo *scm.cpp*, se utiliza el módulo *rkf45.cpp* para solucionar las ecuaciones diferenciales que rigen la dinámica del modelo de colapso esférico.

Apéndice A. Descripción del Código SCM

Este módulo emplea los distintos escenarios de energía oscura descritos en *DE-models.cpp*. Además, utiliza el módulo *integral.cpp* para calcular la abundancia de halos mediante el formalismo Press-Schechter.

El módulo *modelSelect.cpp* facilita la selección del modelo con el que se va a trabajar, además de contener algunas variables clave. En este módulo, se elige el modelo deseado mediante la activación o desactivación de cada modelo a través de comentarios, como se ilustra en el siguiente ejemplo:

```
//modelSelect.cpp

#include "lib/DE-models.cpp"

using namespace EdS; //Modelo seleccionado

/*Modelos no seleccionados: */
//using namespace LCDM;
//using namespace CPL;
//using namespace CPLF;
//using namespace neDE;
//using namespace EXP2;
//using namespace devgf;
//using namespace nonabelian;
//using namespace twoform;
```

El módulo *main.cpp* es el lugar central donde se ejecutan todas las funciones esenciales para calcular los parámetros del modelo de colapso esférico y determinar la abundancia de halos de materia oscura, utilizando el módulo *scm.cpp*. En esta sección, se lleva a cabo la creación y escritura de archivos, incluyendo:

- El archivo *cosmology.dat* almacena información crucial, como el parámetro de Hubble $E(a)$, la ecuación de estado $w(a)$, el parámetro de densidad de materia $\Omega_M(a)$, el parámetro de densidad de energía oscura $\Omega_{DE}(a)$, y la función que describe la evolución del fluido $g(a)$. Este archivo juega un papel fundamental al preservar los resultados y características cosmológicas esenciales derivadas durante la ejecución del programa.
- El archivo *datos-delta.dat* alberga información crucial sobre la evolución tanto de la sobredensidad no lineal $\delta_{nl}(a)$ como de la lineal $\delta(a)$. Además, proporciona la condición inicial necesaria para que ocurra un colapso

hoy en día, representada por $\delta_{nl}(a = 1) \geq 10^8$. Este archivo resulta fundamental para analizar y comprender la dinámica del colapso esférico en el contexto de la materia oscura.

- El archivo *datos-scm-parameters.dat* almacena información vital sobre diversos parámetros relacionados con el modelo de colapso esférico. Incluye datos sobre la densidad crítica $\delta_c(a)$, la función de crecimiento lineal $D(a)$, la sobredensidad en el momento del giro ζ_{ta} , el radio virializado $y_{vir}(a)$ y la densidad virializada $\Delta_{vir}(a)$. Estos datos son esenciales para analizar y comprender la evolución de las estructuras cósmicas bajo el efecto de diferentes modelos cosmológicos y de energía oscura.
- El archivo *datos-halos.dat* almacena información crucial sobre la densidad numérica $dn/dM(a)$, el volumen comóvil dV/dz , el número de halos por unidad de desplazamiento al rojo en diferentes rangos de masas $\mathcal{N}^{bin}$ y el número total de halos integrado sobre todo el cielo en un rango de masas $N(a)$. Estos datos son fundamentales para comprender la abundancia y distribución de halos de materia oscura en función del desplazamiento al rojo y bajo distintos modelos cosmológicos.

Este módulo desencadena la lógica principal del programa, coordinando el flujo de ejecución y asegurando la coherencia en el proceso de cálculo.

Estructura Del Código SCM

```

1 void cosmologyFuntion(a, E(a), wde(a), Ωm(a), Ωde(a), g(a)){ /* Parámetros cosmológicos,
   módulo DE-models.cpp */
2     w(a);
3     g(a) ← exp(∫1a[1 + w(a)]dlna);
4     E(a) = √(Ωm0a-3 + Ωde0g(a));
5     Ωm(a) = (Ωm0/E2(a))a-3;
6     Ωde(a) = (Ωde0/E2(a))g(a);
7 }
8 void Model-initialization(){ /* Inicializar modelo, módulo DE-models.cpp y
   modelSelect.cpp */
9     /* Se carga la información cosmológica para cada modelo, DE-models.cpp */
10    Ωm0 = Ωm(a = 1);
11    Ωde0 = Ωde(a = 1);
12    w0 = w(a = 1);
13 }
14 void scm-parameters(a, δ'nli, δnli, δnl, δc, ζta, yvir, Δvir){ /* Parámetros del modelo de
   colapso esférico, módulo scm.cpp */
15     ai ← 10-7, δ'nli ← 1, δnli ∝ ai; /* Condiciones iniciales */
16     if ( δnl(a) ≥ 108){
17         δc; /* Calcular usando la ecuación (2.1.1.22) */
18         ζta = δnl(ata) + 1; /* Calcular ata usando la ecuación (2.1.2.2) */
19         yvir = Rvir/Rta; /* Calcular usando la ecuación (2.1.2.10) */
20         Δvir = ζta(xc/yvir)3; /* Calcular usando la ecuación (2.1.2.1) */
21     }
22 }
23 void N-bin(a, N1bin, N2bin, N3bin){ /* Número de halos por unidad de corrimiento al rojo,
   módulo scm.cpp e integral.cpp */
24     /* N1bin masa entre [1013, 1014]M⊙h-1 */
25     /* N2bin masa entre [1014, 1015]M⊙h-1 */
26     /* N3bin masa entre [1015, 1016]M⊙h-1 */
27     N1bin, N1bin, N1bin /* Usando al ecuación (5.6) */
28 }
29 void N(a, N1, N2, N3){ /* Número de halos integrado sobre todo el cielo en un renglo
   de masa, módulo scm.cpp e integral.cpp */
30     /* N1 masa entre [1013, 1016]M⊙h-1 */
31     /* N2 masa entre [1014, 1016]M⊙h-1 */
32     /* N3 masa entre [1015, 1016]M⊙h-1 */
33     N1, N1, N1 /* Usando al ecuación (5.8) */
34 }

```

Bibliografía

- [1] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. Knop, P. Nugent, P. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. Groom, *et al.*, The Astrophysical Journal **517**, 565 (1999).
- [2] A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, A. Clocchiatti, A. Diercks, P. M. Garnavich, R. L. Gilliland, C. J. Hogan, S. Jha, R. P. Kirshner, *et al.*, The Astronomical Journal **116**, 1009 (1998).
- [3] S. M. Carroll, Living reviews in relativity **4**, 1 (2001).
- [4] E. J. Copeland, M. Sami, and S. Tsujikawa, International Journal of Modern Physics D **15**, 1753 (2006).
- [5] D. Lovelock, Journal of Mathematical Physics **12**, 498 (1971).
- [6] A. De Felice and S. Tsujikawa, Living Reviews in Relativity **13**, 3 (2010).
- [7] C. Knobel, arXiv preprint arXiv:1208.5931 (2012).
- [8] N. Aghanim, Y. Akrami, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi, M. Ballardini, A. Banday, R. Barreiro, N. Bartolo, S. Basak, *et al.*, arXiv preprint arXiv:1807.06209 (2018).
- [9] J. Martin, Comptes Rendus Physique **13**, 566 (2012), understanding the Dark Universe.
- [10] S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989).
- [11] A. G. Riess, S. Casertano, W. Yuan, L. M. Macri, and D. Scolnic, Astrophys. J. **876**, 85 (2019), arXiv:1903.07603 [astro-ph.CO] .

-
- [12] M. Douspis, L. Salvati, and N. Aghanim, PoS **EDSU2018**, 037 (2018), arXiv:1901.05289 [astro-ph.CO] .
 - [13] D. J. Schwarz, C. J. Copi, D. Huterer, and G. D. Starkman, Class. Quant. Grav. **33**, 184001 (2016), arXiv:1510.07929 [astro-ph.CO] .
 - [14] L. Perivolaropoulos, Galaxies **2**, 22 (2014), arXiv:1401.5044 [astro-ph.CO] .
 - [15] J. YOO and Y. WATANABE, International Journal of Modern Physics D **21**, 1230002 (2012).
 - [16] L. Amendola *et al.*, Living Rev. Rel. **21**, 2 (2018), arXiv:1606.00180 [astro-ph.CO] .
 - [17] L. Anguelova, J. Dumancic, R. Gass, and L. C. R. Wijewardhana, (2023), arXiv:2311.07839 [hep-th] .
 - [18] J. Motoa-Manzano, J. Bayron Orjuela-Quintana, T. S. Pereira, and C. A. Valenzuela-Toledo, Phys. Dark Univ. **32**, 100806 (2021), arXiv:2012.09946 [gr-qc] .
 - [19] P. Brax and A. Ouazzani, Phys. Rev. D **108**, 063517 (2023), arXiv:2307.06781 [astro-ph.CO] .
 - [20] M. Koussour, Y. Sekhmani, A. H. A. Alfedeel, F. Awad, and N. Myrzakulov, Eur. Phys. J. Plus **138**, 1030 (2023), arXiv:2311.03299 [astro-ph.CO] .
 - [21] C. Armendariz-Picon, JCAP **07**, 007 (2004), arXiv:astro-ph/0405267 .
 - [22] C. Boehmer and T. Harko, Eur. Phys. J. C **50**, 423 (2007), arXiv:gr-qc/0701029 .
 - [23] T. Koivisto and D. F. Mota, Astrophys. J. **679**, 1 (2008), arXiv:0707.0279 [astro-ph] .
 - [24] T. Koivisto and D. F. Mota, JCAP **08**, 021 (2008), arXiv:0805.4229 [astro-ph] .
 - [25] T. Koivisto and D. F. Mota, JCAP **06**, 018 (2008), arXiv:0801.3676 [astro-ph] .

- [26] M. Thorsrud, D. F. Mota, and S. Hervik, JHEP **10**, 066 (2012), arXiv:1205.6261 [hep-th] .
- [27] A. Mehrabi, A. Maleknejad, and V. Kamali, Astrophys. Space Sci. **362**, 53 (2017), arXiv:1510.00838 [astro-ph.CO] .
- [28] J. P. Beltrán Almeida, A. Guarnizo, and C. A. Valenzuela-Toledo, Class. Quant. Grav. **37**, 035001 (2020), arXiv:1810.05301 [astro-ph.CO] .
- [29] S. Nakamura, R. Kase, and S. Tsujikawa, JCAP **12**, 032 (2019), arXiv:1907.12216 [gr-qc] .
- [30] T. S. Koivisto and N. J. Nunes, Phys. Lett. B **685**, 105 (2010), arXiv:0907.3883 [astro-ph.CO] .
- [31] T. S. Koivisto and N. J. Nunes, Phys. Rev. D **80**, 103509 (2009), arXiv:0908.0920 [astro-ph.CO] .
- [32] T. S. Koivisto and N. J. Nunes, Physical Review D **88** (2013), 10.1103/physrevd.88.123512.
- [33] A. Guarnizo, J. P. B. Almeida, and C. A. Valenzuela-Toledo, in *15th Marcel Grossmann Meeting on Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics, and Relativistic Field Theories* (2019) arXiv:1910.10499 [gr-qc] .
- [34] P. J. E. Peebles and B. Ratra, Rev. Mod. Phys. **75**, 559 (2003).
- [35] L. A. García, L. Castañeda, and J. M. Tejeiro, New Astron. **84**, 101503 (2021), arXiv:2009.07357 [astro-ph.CO] .
- [36] P. S. Corasaniti and E. J. Copeland, Phys. Rev. D **67**, 063521 (2003).
- [37] M. CHEVALLIER and D. POLARSKI, International Journal of Modern Physics D **10**, 213–223 (2001).
- [38] E. V. Linder, Phys. Rev. Lett. **90**, 091301 (2003).
- [39] E. J. Copeland, N. J. Nunes, and F. Rosati, Phys. Rev. D **62**, 123503 (2000).
- [40] P. Brax and J. Martin, Physics Letters B **468**, 40 (1999).

-
- [41] T. Barreiro, E. J. Copeland, and N. J. Nunes, Phys. Rev. D **61**, 127301 (2000).
 - [42] A. Albrecht and C. Skordis, Phys. Rev. Lett. **84**, 2076 (2000).
 - [43] C. Wetterich, Phys. Lett. B **594**, 17 (2004), arXiv:astro-ph/0403289 .
 - [44] M. Szydlowski and W. Czaja, Phys. Rev. D **69**, 023506 (2004), arXiv:astro-ph/0306579 .
 - [45] J. E. Gunn and J. R. Gott III, The Astrophysical Journal **176**, 1 (1972).
 - [46] L. Abramo, R. Batista, L. Liberato, and R. Rosenfeld, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2007**, 012 (2007).
 - [47] C.-C. Chang, W. Lee, and K.-W. Ng, Phys. Dark Univ. **19**, 12 (2018), arXiv:1711.00435 [astro-ph.CO] .
 - [48] P. Creminelli, G. D'Amico, J. Norena, L. Senatore, and F. Vernizzi, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2010**, 027 (2010).
 - [49] T. Basse, O. E. Bjælde, and Y. Y. Wong, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2011**, 038 (2011).
 - [50] R. Batista and F. Pace, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2013**, 044 (2013).
 - [51] N. J. Nunes and D. Mota, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **368**, 751 (2006).
 - [52] A. Del Popolo, F. Pace, S. P. Maydanyuk, J. A. S. Lima, and J. F. Jesus, Phys. Rev. D **87**, 043527 (2013), arXiv:1303.3628 [astro-ph.CO] .
 - [53] F. Pace, R. C. Batista, and A. Del Popolo, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **445**, 648–659 (2014).
 - [54] F. Pace, J.-C. Waizmann, and M. Bartelmann, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **406**, 1865 (2010), <http://oup.prod.sis.lan/mnras/article-pdf/406/3/1865/3007639/mnras0406-1865.pdf> .

- [55] L. Abramo, R. Batista, and R. Rosenfeld, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2009**, 040 (2009).
- [56] A. H. Guth, *Phys. Rev. D* **23**, 347 (1981).
- [57] A. D. Linde, *Physics Letters B* **108**, 389 (1982).
- [58] A. Albrecht, P. J. Steinhardt, M. S. Turner, and F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1437 (1982).
- [59] D. N. Spergel *et al.* (WMAP), *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 175 (2003), arXiv:astro-ph/0302209 [astro-ph] .
- [60] M. S. Longair, *Galaxy Formation*, Astronomy and Astrophysics Library (Springer, Heidelberg, Germany, 2008).
- [61] J. Lima, V. Zanchin, and R. H. Brandenberger, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **291**, L1 (1997), arXiv:astro-ph/9612166 .
- [62] P. Fosalba and E. Gaztañaga, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **301**, 503 (1998).
- [63] N. C. Devi and A. A. Sen, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **413**, 2371 (2011), arXiv:1003.4094 [astro-ph.CO] .
- [64] S. Basilakos and N. Voglis, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **374**, 269 (2007), arXiv:astro-ph/0610184 .
- [65] O. Lahav, P. B. Lilje, J. R. Primack, and M. J. Rees, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **251**, 128 (1991).
- [66] F. Pace, S. Meyer, and M. Bartelmann, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2017**, 040 (2017).
- [67] R. Reischke, F. Pace, S. Meyer, and B. M. Schäfer, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **473**, 4558–4565 (2017).
- [68] A. Del Popolo, F. Pace, and J. Lima, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **430**, 628 (2013), arXiv:1212.5092 [astro-ph.CO] .
- [69] D. F. Mota, *Astronomy and Astrophysics* **421**, 71 (2004).

- [70] A. Einstein and W. de Sitter, Proceedings of the National Academy of Sciences **18**, 213 (1932), <https://www.pnas.org/content/18/3/213.full.pdf> .
- [71] S. W. Hawking and G. F. R. Ellis, *The large scale structure of space-time*, Vol. 1 (Cambridge university press, 1973).
- [72] A. G. Sanchez, M. Crocce, A. Cabre, C. M. Baugh, and E. Gaztanaga, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **400**, 1643–1664 (2009).
- [73] D. Huterer and D. L. Shafer, Rept. Prog. Phys. **81**, 016901 (2018), arXiv:1709.01091 [astro-ph.CO] .
- [74] S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989).
- [75] M. Varela Álvarez, Energía oscura con campos vectoriales de Gauge (2023).
- [76] M. C. Bento, O. Bertolami, P. V. Moniz, J. M. Mourao, and P. M. Sa, Classical and Quantum Gravity **10**, 285 (1993).
- [77] J. Wainwright and G. F. R. Ellis, *Dynamical systems in cosmology* (1997).
- [78] A. Guarnizo, J. B. Orjuela-Quintana, and C. A. Valenzuela-Toledo, Phys. Rev. D **102**, 083507 (2020), arXiv:2007.12964 [gr-qc] .
- [79] P. Adshead, E. Martinec, E. I. Sfakianakis, and M. Wyman, JHEP **12**, 137 (2016), arXiv:1609.04025 [hep-th] .
- [80] A. Maleknejad and M. M. Sheikh-Jabbari, Physical Review D **84** (2011), 10.1103/physrevd.84.043515.
- [81] P. Adshead and M. Wyman, Physical Review Letters **108** (2012), 10.1103/physrevlett.108.261302.
- [82] Y. Rodríguez and A. A. Navarro, Physics of the Dark Universe **19**, 129–136 (2018).
- [83] A. Maleknejad, M. Noorbala, and M. M. Sheikh-Jabbari, General Relativity and Gravitation **50** (2018), 10.1007/s10714-018-2435-8.

- [84] C. M. Nieto and Y. Rodríguez, *Modern Physics Letters A* **31**, 1640005 (2016).
- [85] R. Battye and A. Moss, *Physical Review D* **80** (2009), 10.1103/physrevd.80.023531.
- [86] J. P. Beltrán Almeida, A. Guarnizo, R. Kase, S. Tsujikawa, and C. A. Valenzuela-Toledo, *Phys. Lett. B* **793**, 396 (2019), arXiv:1902.05846 [hep-th] .
- [87] D. Giannakis and W. Hu, *Physical Review D* **72** (2005), 10.1103/physrevd.72.063502.
- [88] F. Arroja and M. Sasaki, *Physical Review D* **81** (2010), 10.1103/physrevd.81.107301.
- [89] R. Kase and S. Tsujikawa, *Physical Review D* **90** (2014), 10.1103/physrevd.90.044073.
- [90] S. Kanno, J. Soda, and M. aki Watanabe, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2010**, 024 (2010).
- [91] J. Ohashi, J. Soda, and S. Tsujikawa, *Physical Review D* **88** (2013), 10.1103/physrevd.88.103517.
- [92] A. Ito and J. Soda, *Physical Review D* **92** (2015), 10.1103/physrevd.92.123533.
- [93] W. H. Press and P. Schechter, *The Astrophysical Journal* **187**, 425 (1974).
- [94] T. P. VianaPedro and A. R. Liddle, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **281**, 323–332 (1996).
- [95] E. R. M. Tarrant, C. van de Bruck, E. J. Copeland, and A. M. Green, *Phys. Rev. D* **85**, 023503 (2012).
- [96] A. R. Liddle, D. H. Lyth, R. K. Schaefer, Q. Shafi, and P. T. P. Viana, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **281**, 531 (1996), arXiv:astro-ph/9511057 .
- [97] C. G. Lacey and S. Cole, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **271**, 676 (1994), arXiv:astro-ph/9402069 .

- [98] P. T. P. Viana and A. R. Liddle, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **303**, 535 (1999), arXiv:astro-ph/9803244 .
- [99] P. T. P. Viana and A. R. Liddle, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **281**, 323 (1996), arXiv:astro-ph/9511007 .
- [100] N. J. Nunes and D. F. Mota, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **368**, 751 (2006), arXiv:astro-ph/0409481 .