



**ANÁLISIS DEL SIGNIFICADO EN EL DISCURSO DE LOS DOCENTES
RESPECTO AL MANEJO DEL VALOR POSICIONAL EN LOS TRES PRIMEROS
AÑOS DE ESCOLARIDAD**

POR

HILDA TATIANA IQUINÁS VOLVERÁS
NORIDA MANUELA IQUINÁS VOLVERÁS

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
AREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI
FEBRERO 2015



**ANÁLISIS DEL SIGNIFICADO EN EL DISCURSO DE LOS DOCENTES
RESPECTO AL MANEJO DEL VALOR POSICIONAL EN LOS TRES
PRIMEROS AÑOS DE ESCOLARIDAD**

Por

HILDA TATIANA IQUINÁS VOLVERÁS
NORIDA MANUELA IQUINÁS VOLVERÁS

Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de
Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y el título de
Licenciada en Matemáticas y Física.

Directora

MYRIAM BELISA VEGA RESTREPO

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
AREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI
FEBRERO 2015

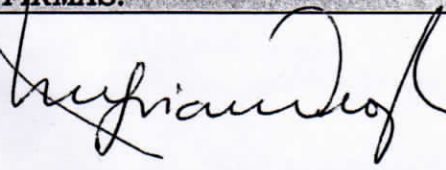


ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Tenga en cuenta: 1. Marque con una **X** la opción escogida.
2. diligencie el formato con una letra legible.

TÍTULO DEL TRABAJO:	Análisis del significado en el discurso de los docentes respecto al manejo del valor posicional en los tres primeros años de escolaridad.		
Se trata de:	Proyecto ☐	Informe Final ☒	
Director:	Myniam Belisa Vega Restrepo.		
1er Evaluador:	Ana Katherine Valencia		
2do Evaluador:	Jenniffer Salgado Piamba		
Fecha y Hora	Año: 2015	Mes: 02	Día: 26 Hora: 11:00 a.m
Estudiantes			
Nombres y Apellidos completos		Código	Programa Académico
Norida Manuela Iguinas Volverús		1130969	3487
Hilda Tatiana Iguinas Volverús		0932856	3469

EVALUACIÓN			
Aprobado ☒	Meritorio ☒	Laureado ☐	
Aprobado con recomendaciones ☐	No Aprobado ☐	Incompleto ☐	
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de _____ (máximo un mes) ante:			
Director del Trabajo ☐		1er Evaluador ☐	2do Evaluador ☐
En el caso que el Informe Final se considere Incompleto , se da un plazo de máximo de _____ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:			
Año: _____	Mes: _____	Día: _____	Hora: _____
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).			

FIRMAS:		
		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador

Dedicatoria

A nuestra querida madre.

Agradecimientos

A nuestra familia por su apoyo incondicional, a la profesora Myriam Vega Restrepo por sus enseñanzas, y a Lina Vivas por sus grandes aportes.

Resumen

El siguiente trabajo de grado trata sobre el análisis del significado en los discursos emitidos por las maestras, respecto a la enseñanza del sistema de numeración decimal en los tres primeros años de escolaridad en torno al valor posicional, utilizando los libros de texto que la institución educativa implementa; además de tomar como referencia la información que J. Searle proporciona con respecto al significado, y la importancia que mencionan Perelman & Olbrechts-Tyteca referente a la construcción de los argumentos para lograr que los estudiantes se adhieran a éstos.

Para llevar a cabo este trabajo de grado se realizaron grabaciones de video en una institución educativa, los libros de texto utilizados por las docentes fueron el soporte para realizar el análisis, pues a través de ellos se pudo rastrear en cierta medida las conceptualizaciones que las maestras emplean con relación al valor posicional, además de las representaciones semióticas en juego; utilizando la teoría de los actos de habla propuesta por J. Searle y lo planteado por Bajtín sobre el análisis dialógico se analizó el significado del discurso reconociendo el acto y la fuerza que lo acompaña, además de caracterizar las tres componentes de un género discursivo.

Gracias a este trabajo realizado se logró evidenciar si los docentes de matemáticas en sus argumentos tienen en cuenta las opiniones, inquietudes, concepciones que los estudiantes tienen, y si en el momento de emitir sus argumentos sus intenciones son asimiladas por los estudiantes.

Palabras claves: análisis del significado, discurso, sistema de numeración decimal, valor de posición, libro de texto, tres primeros años de escolaridad.

Tabla de contenido

Introducción	1
Capítulo 1	3
Planteamiento del problema	4
Justificación	7
Objetivos	10
Objetivo general	10
Objetivos específicos	10
Capítulo 2	11
Marco teórico	12
Perspectiva matemática	12
Perspectiva curricular	17
Perspectiva del discurso	19
Perspectiva de las representaciones semióticas	24
Perspectiva del lenguaje	26
Metodología	31
Capítulo 3	36
Análisis matemático	37
Análisis de las enunciaciones	71
Análisis dialógico	87
Interpretación	97
Conclusiones	106
Bibliografía	109
Anexo	111

Lista de tablas

Tabla 1. Comparación entre el SND y el SNE	68
Tabla 2. Episodio 1: Problema de adición	72
Tabla 3. Episodio 2: Problema de sustracción.....	73
Tabla 4. Realización de sumas llevando	75
Tabla 5. La adición en una situación problema.....	78
Tabla 6. Episodio 1, referente a la propiedad modulativa	81
Tabla 7. Episodio 2, referente a la propiedad modulativa	82
Tabla 8. Episodio 1	83
Tabla 9. Episodio 2	84
Tabla 10. Rejilla de análisis.....	111

Lista de figuras

Ilustración 1. Portada del libro, Matemáticas para pensar 1	39
Ilustración 2. Unidad 2 pág. 72 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1	40
Ilustración 3. Unidad 2 pág. 72 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1	41
Ilustración 4. Unidad 2 pág. 73 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1	42
Ilustración 5. Unidad 2 pág. 114 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1	43
Ilustración 6. Unidad 2 pág. 78 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1	44
Ilustración 7. Unidad 2 pág. 81 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1	45
Ilustración 8. Unidad 2 pág. 88 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1	46
Ilustración 9. Representación vertical de las operaciones y el Ábaco	47
Ilustración 10. Ejemplo de la representación vertical de la adición.....	52
Ilustración 11. Portada del libro Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2	54
Ilustración 12. Unidad 2 pág. 28 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2	55
Ilustración 13. Unidad 2. pág. 36 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2	55
Ilustración 14. Unidad 2. pág. 36 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2	56
Ilustración 15. Unidad 2 pág. 41 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2	57
Ilustración 16. Unidad 2 pág.46 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2	57
Ilustración 17. Unidad 2 pág. 49 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2	58
Ilustración 18. Unidad 2 pág. 54 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2	59
Ilustración 19. Ejemplo de la representación utilizada por la profesora.....	60
Ilustración 20. Ejemplo de la representación utilizada por la profesora.....	62
Ilustración 21. Portada del libro Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3	64
Ilustración 22. Unidad 2 pág. 30 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3	64
Ilustración 23. Unidad 2 pág. 31 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3	64
Ilustración 24. Unidad 2 pág. 40 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3	65
Ilustración 25. Unidad 2 pág. 48 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3	65
Ilustración 26. Unidad 2 pág. 50 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3	65
Ilustración 27. Representación de la sustracción.....	68

Introducción

En la enseñanza del sistema de numeración decimal, el valor posicional es imprescindible para la comprensión y el desarrollo de los conceptos numéricos de los niños; y debido a que es un “*conjunto convencional de reglas para representar y asignar nombre a los números*” (Guimarães & Ruesga , 2012), además de ser muy sofisticado; según Lerner & Sadovsky (1994) se presentan dificultades de aprendizaje con respecto a este sistema, lo que ha llevado a la realización de varios estudios en el campo de la educación matemática.

Los argumentos dados por los docentes en el aula de clases también juegan un papel importante en la enseñanza del sistema de numeración decimal. Según Perelman & Olbrechts-Tyteca (1989) la argumentación se utiliza en un discurso para lograr la adhesión de un auditorio a cierta tesis planteada por el orador, tal que deben ser evidentes los principios o razones que originan los argumentos empleados para convencer si se trata del auditorio universal o persuadir si es ante un auditorio particular.

El discurso realizado por el docente se constituye principalmente por argumentos emitidos de forma oral o escrita. Algunos de estos argumentos surgen gracias al estudio previo de los estudiantes, lo que ayuda a tener una visión general de los intereses, saberes, puntos de vista, entre otros, que intervienen en el aprendizaje del estudiante; como también pueden surgir de la información contenida en los libros de texto que los maestros usan.

Por consiguiente, el docente debe emitir argumentos que logren adherir a los alumnos (auditorio), pero para esta adhesión, no basta con poseer un lenguaje común entre el docente y los estudiantes, pues es necesario una disposición, un interés que permita establecer la comunicación, además de hacer ver a sus oyentes la intención que hay tras sus argumentos, lo que conlleva a un

significado, que en últimas proyecta la información captada por los oyentes respecto a la intensidad del emisor.

Para llevar a cabo este trabajo de grado se realizaron observaciones en la institución educativa donde labora la estudiante de maestría Lina Vivas; dado que el presente trabajo está articulado a su trabajo de grado que viene desarrollando en la maestría, y el interés compartido es la enseñanza inicial del sistema de numeración decimal, los resultados aquí obtenidos se emplearán para realizar un análisis retrospectivo en dicho trabajo de maestría.

Debido a que la institución educativa utiliza determinados libros de texto, éstos serán nuestro punto de partida para realizar el análisis matemático respecto a lo expresado en el discurso de las docentes, y así rastrear las conceptualizaciones y tratamientos que las maestras presentan en torno al valor de posición.

CAPÍTULO 1

Planteamiento del problema

Al sistema de numeración decimal en los primeros años de escolaridad se le ha otorgado una gran importancia en razón de que en la enseñanza de las matemáticas juega un papel primordial el desarrollo de las habilidades de contar, leer y escribir números, debido a que éstas últimas son de gran utilidad en el diario vivir de las personas.

En los lineamientos curriculares de matemáticas se espera que en los primeros años, los estudiantes conozcan el “número” como sistema, realicen operaciones aritméticas y resuelvan problemas que involucren estas operaciones, es decir, desarrollen el pensamiento numérico; igualmente expresan que la relación existente entre el saber matemático y la vida cotidiana puede promover un aprendizaje significativo para el estudiante.

García (2008) dice:

Para los niños representa un trabajo arduo, durante varios años, llegar a dominar el sistema de escritura de las expresiones numéricas y, a pesar de sus esfuerzos, se constata que aún en los últimos años de primaria hay un número importante que cometen errores al escribir los números; y aun cuando logran escribir y leer correctamente las expresiones numéricas, muchos no acceden a una comprensión adecuada de la sintaxis que rige el sistema.

Es decir, en la enseñanza del sistema de numeración decimal se puede manifestar dificultades, lo que afecta negativamente al desarrollo del pensamiento numérico.

En efecto, una de las complejidades radica en el uso del lenguaje oral y escrito, debido a que la instauración de argumentos para establecer una comunicación efectiva y fluida con los estudiantes, no es una tarea fácil de realizar por parte del

docente; dado que la existencia de una lengua común entre profesor y estudiantes no es garantía para asentar en la comunicación. *“A las expresiones tal y como se las usa en el discurso cotidiano, no se las puede aceptar en definitiva, y cabe incluso que, a la larga, no sean del todo inteligibles”* (Grice, 2005). Por lo tanto, es importante la búsqueda de argumentos en el momento de dar un discurso en el aula de clases, puesto que el uso no adecuado de expresiones puede producir obstáculos en el aprendizaje de los alumnos.

En este sentido, se puede observar la complejidad con respecto a la construcción de los argumentos dados por el docente; de ahí que sea importante cómo el profesor forja estos argumentos para lograr la adhesión de los estudiantes al tema en cuestión. En contraste a lo que dice Perelman & Olbrechts-Tyteca (1989), en el discurso los argumentos que lo conforman, han de tener en cuenta las opiniones, concepciones, inquietudes que los estudiantes tengan acerca del tema, pues en sí, son ellos los que determinan la dirección de dichos argumentos.

Searle (1995) manifiesta que en una situación de habla interviene un hablante, su interlocutor y el enunciado del hablante, donde se encuentran diversos tipos de actos en relación con el enunciado, los cuales se le denominan actos de habla¹ y se caracterizan por tener un significado. Estos actos realizados por el hablante son catalogables según su clasificación, como por ejemplo el afirmar, hacer preguntas, ordenar, saludar, etc.

En consecuencia, es de suponer que el discurso del docente presenta estos tipos de actos de habla, además de poseer una intención, que en otras palabras nos indica lo que en realidad quiere decir el emisor; donde el significado de las enunciaciones surge del acuerdo interlocutivo, es decir, de lo que entendió el oyente referente a lo enunciado por el emisor.

¹ Formulados por John Langshaw Austin en su obra *Cómo hacer cosas con palabras: Palabras y acciones* (1982).

Debido a que los argumentos emitidos por los docentes son imprescindibles en la enseñanza de las matemáticas, y dado que las conceptualizaciones que ellos poseen con respecto a un objeto matemático hacen parte de la construcción de estos argumentos; el libro de texto utilizado por el docente servirá de soporte para el rastreo de estas conceptualizaciones, pues *“el uso de un texto escolar de matemáticas, en la mayoría de los casos, proporciona una gran cantidad de información procedente de diversas fuentes (estudiantes, profesores, directivos, etc.)”* (Arbeláez, Arce, Guacaneme, & Sánchez, 1999, pág. 127).

En particular, nos centraremos en el valor de posición, concepto que conforma el sistema de numeración decimal, y es *“uno de los aspectos esenciales en el desarrollo de conceptos numéricos de los niños”* (MEN, 1998). Y referente al discurso, se estudiará el significado presente en los argumentos emitidos por los profesores en la enseñanza del sistema de numeración decimal en los tres primeros años de escolaridad.

Según lo dicho, se trata entonces de realizar un análisis del significado en el discurso emitido por los docentes en los tres primeros años de escolaridad. Teniendo como soporte el libro de texto utilizado por cada docente, se rastrearán las conceptualizaciones con respecto al valor de posición, y a luz de la teoría de los actos de habla se analizará su respectivo manejo en el aula de clases. Esto último nos conduce a plantearnos la siguiente pregunta:

¿Cuál es el significado en los discursos dados por los docentes en torno al valor de posición, teniendo como soporte el libro de texto que ellos utilizan en los tres primeros años de escolaridad?

Justificación

El manejo del sistema de numeración decimal es primordial en el diario vivir de las personas, ya sea por ejemplo, en el momento de comparar precios al hacer una compra, al escribir fechas o cuando vamos a medir o contar en determinadas situaciones, etc. Por esta razón, es pertinente la introducción de ciertos elementos, argumentos o hechos en la educación matemática que ayuden a identificar la importancia y viabilidad que tiene este objeto matemático en la vida cotidiana, y por ende, en la enseñanza de las matemáticas.

“El trabajo sobre el sistema de numeración y en especial sobre el valor posicional siempre se ha considerado importante en la escuela” (MEN, 1998), por consiguiente, en la enseñanza del sistema de numeración decimal la comprensión del valor posicional es esencial en el desarrollo de los conceptos numéricos de los niños; debido a que este concepto surge de la experiencia de agrupamiento, y dado que la destreza de contar se basa en agrupamientos, esto implica a que los niños sean capaces de usar criterios de comparación, ordenación, redondeo y manejo de números mayores.

Lerner & Sadovsky (1994), afirman que los infantes saben que en nuestro sistema de numeración, la cantidad de cifras está vinculada a la magnitud del número representado, además suponen que la numeración escrita se corresponde estrictamente con la numeración hablada, y dado que la numeración hablada no es posicional, lo que implica a que los niños produzcan notaciones no convencionales.

De acuerdo a Mounier (2010) en el momento de nombrar los números por parte de los alumnos, no hay relación entre el registro oral y el lenguaje escrito; por ejemplo: es algo común que si se le pide a un niño que escriba mil cien, escriba 1000100, es decir los niños actúan bajo la suposición de que la numeración escrita

se corresponde estrictamente con la numeración hablada; ya que actúan de manera análoga a como lo hacen cuando empiezan a hablar; esto es, identificando las regularidades y forzando las irregularidades hasta negarlas (Bruner, 1986).

Sin embargo, a pesar de que los niños producen los números a partir de la correspondencia con la numeración hablada, después logran apropiarse progresivamente de la escritura convencional de los números. Los niños construyen ideas acerca de la escritura de los números basándose en dos informaciones: *1) la que extraen de la numeración hablada y 2) la que les da el conocimiento de la escritura convencional de los nudos*² (Ressia, 2003, pág. 100).

Lo anterior, da lugar a que, en una institución educativa, la enseñanza del sistema de numeración decimal juegue un papel crucial, en particular la comprensión del valor posicional, y sobre todo en los tres primeros años de escolaridad como se expresa en (MEN, 2006), puesto que se recalca la importancia del número, sus significados en diferentes contextos, su uso de representaciones, el manejo que se le da en la resolución y formulación de problemas, entre otros.

En efecto, el papel que desempeña el maestro, no sólo es lograr que los estudiantes se adhieran a los argumentos que manifiestan la importancia del sistema de numeración decimal, sino también mostrar que este objeto matemático en cuestión proporciona facilidades en su diario vivir; además, poder adecuar estos argumentos a la idea que él posee de sus estudiantes, como por ejemplo la cultura, las conceptualizaciones, sus medios sociales, entre otros. Es decir, como lo expresan (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 1989) el conocimiento por parte del orador (que en nuestro caso es el docente) es una condición previa a toda argumentación eficaz, que tiene como objetivo la adhesión de los estudiantes a sus argumentos.

² Los nudos son los números: 100, 200, 300, etc.

En la emisión de los argumentos, además de estar contenidas las conceptualizaciones del docente, hay una intención. Según Searle (1995) el que emite quiere decir algo, y para que el oyente entienda lo que el emisor quiere decir debe saber cuál es la intención de esta interacción, sin embargo, se puede presentar que esta intención no sea captada por el oyente, de ahí que entre el emisor y el oyente emerge un significado, donde este último depende de la interpretación expresada por el oyente; en otras palabras el significado está en el trabajo del acuerdo interlocutivo.

Dado que es primordial la construcción de los argumentos emitidos por el maestro, es pertinente conocer y analizar los recursos pedagógicos implementados por él, que en nuestro caso es el libro de texto; debido a que en la institución donde se va realizar las observaciones tienen establecido un libro de texto de matemáticas para cada grado, por medio de este estudio se podrá obtener un acercamiento, no sólo del manejo de las conceptualizaciones dadas por los libros de textos, sino a los conceptos matemáticos que posee el docente.

En consecuencia, el análisis del significado en el discurso de los docentes, teniendo como soporte los libros de texto implementados para la enseñanza del sistema de numeración decimal en los tres primeros años de escolaridad, es de gran importancia para la formación de los docentes, debido a que puede brindar herramientas que permitan conocer y de algún modo evitar las dificultades generadas en el discurso por el lenguaje oral o escrito.

Objetivos

Objetivo general

Analizar en los tres primeros años de escolaridad el significado en los discursos emitidos por los docentes respecto al manejo del valor posicional, teniendo como soporte el libro de texto que ellos utilizan.

Objetivos específicos

- ❖ Rastrear las distintas conceptualizaciones del valor posicional, en el discurso de los maestros y las que plantea el libro de texto que ellos utilizan.
- ❖ Analizar las representaciones semióticas presentes en los libros de texto en torno al valor de posición.
- ❖ Identificar los actos de habla que se presentan en los argumentos dados por los docentes en la enseñanza del sistema de numeración decimal.

CAPÍTULO 2

Marco teórico

Para llevar a cabo el análisis del significado en los discursos emitidos por los docentes se pretende considerar lo establecido por Perelman & Olbrechts-Tyteca (1989) y Bajtín (1999), con respecto a la importancia de las argumentaciones emitidas por un orador a cierto auditorio; lo planteado por Austin y Searle referente a los actos de habla y su relación con el significado que emerge en el trabajo del acuerdo interlocutivo; las representaciones semióticas y su teoría implementada por Raymond Duval, además de la estructura que brinda la matemática al sistema de numeración decimal, y lo establecido en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas.

Perspectiva matemática

El sistema numérico usual proviene de numerosas reflexiones y estudios del hombre en donde se introduce el concepto de número, éste objeto matemático ha estado presente en todas las culturas, el cual surgió, principalmente, con la necesidad de ordenar, luego para contar y medir magnitudes. El número posee unas formas de representación que han ido evolucionando a lo largo de la historia y dependen de la zona geográfica y de la cultura donde se esté; por ejemplo, cuando necesitaban contar el número del ganado que poseían, para saber cuántas armas tenían o simplemente para cuantificar la extensión terrenos sembrados o conquistados.

La manera de representar los números, según (Fedriani & Tenorio, 2004) puede ser por medio de lo visual, oral y lo escrito. Las dos primeras formas se pueden aplicar en cualquier civilización, pero lo escrito solo en aquellas que hubiese aparecido la escritura. Los sistemas de numeración son:

Sistemas de numeración figurada: son los constituidos por un sistema de marcas físicas realizadas sobre soportes u objetos. Entre estos sistemas de numeración se encuentran las cuerdas con nudos o quipus de los incas (desarrollados en el s. XIII d.C.).

Sistemas de numeración hablada: son los que atribuyen un nombre a cada número con palabras de la lengua natural, de modo que al transcribirlas por escrito, se escribirían con todas sus letras como en: uno, dos, mil...

Sistemas de numeración escrita: son los que emplean símbolos ya existentes o inéditos para representar los números. Entre estos sistemas se encuentran los sistemas de numeración de los mayas y de los aztecas.

Algunos de estos sistemas numéricos poseen una base que permite: expresar los números utilizando una pequeña cantidad de símbolos, agrupar unidades según la base y establecer una escala donde se pueda evidenciar la sucesión de los números. Además, se puede adicionar que, *“un sistema de numeración está constituido por un conjunto de números, una colección de símbolos y signos básicos y unas reglas que permiten expresar o representar los números del conjunto”* (Bedoya & Orozco, 1991, pág. 56).

Se necesitó miles de años para consolidar e implantar la noción de sistema numérico, aunque es quizás una de las mayores invenciones matemáticas que el hombre primitivo realizó. Según (Fedriani & Tenorio, 2004) dentro de los sistemas numéricos se encuentran los aditivos, los híbridos y los posicionales:

Sistemas de numeración aditivos: Este sistema acumula los símbolos de todas las cifras hasta completar el número deseado, una de sus características es que los símbolos se pueden colocar en cualquier posición

u orden, ya fuera de izquierda a derecha, derecha a izquierda, arriba hacia abajo. Un ejemplo clásico de este sistema es: el egipcio, el romano, el griego.

Sistemas de numeración híbridos: Estos sistemas combinan el principio del sistema aditivo con el multiplicativo, pero el orden en la escritura de las cifras es muy fundamental para evitar confusiones en su interpretación. Un ejemplo de este sistema, es el chino clásico.

Sistemas de numeración posicionales: Es el mejor y más desarrollado sistema inventado por las civilizaciones antiguas. En ellos, la posición de las cifras indica la potencia de la base que le corresponde. Solamente tres culturas lograron implementar este sistema, la babilónica, la hindú y la maya. Estas dos últimas lograron innovar una nueva cifra de trabajo: el valor posicional del cero.

Según Gómez (2004), en un sistema numérico posicional un número se representa por una cadena de dígitos, donde cada posición del dígito tiene un peso (valor posicional) asociado. El valor de un número es la suma ponderada de los dígitos. Por ejemplo en el sistema de numeración decimal $4327 = 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$, cada peso es una potencia de 10 correspondiente a la posición del dígito.

Un dígito en la posición i tiene un valor posicional o ponderación b^i . En general, en un sistema cuya base es b , un número positivo N se representa por el polinomio:

$$N_b = \sum_{i=-p}^{q-1} a_i b^i = a_{q-1} b^{q-1} + \dots + a_0 b^0 + \dots + a_{-p} b^{-p}$$

Donde la base b es un número entero mayor que 1, y los coeficientes a_i son enteros tales que: $0 \leq a_i \leq b - 1$. La secuencia de dígitos

$a_{q-1}, a_{q-2}, \dots a_0$ constituye la parte entera de N , mientras que la secuencia $a_{-1}, a_{-2}, \dots a_{-p}$ constituye la parte fraccionaria de N . La parte entera y la parte fraccionaria son usualmente separadas por un punto. Por ejemplo en el caso de 85.23, éste se expresa de la forma: $85.23 = 8 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$.

La cultura hindú fue quien le dio origen al sistema de numeración decimal que ahora usamos; sus símbolos básicos se denominan dígitos y sus cifras son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Cuando se representa un número natural en este sistema, Bedoya y Orozco (1991, p.56) tienen en cuenta las siguientes reglas:

Solamente se escriben las cifras que especifican el número de unidades que lo componen. Estas cifras se escriben, una a continuación de la otra, de izquierda a derecha, en relación decreciente con respecto al orden de las unidades. El nombre del número se forma expresando el número de unidades de cada orden que contiene.

Las anteriores reglas asignan a cada una de las cifras de un doble valor, uno respecto al valor de las unidades y el otro el valor relativo al orden, éste último se identifica por la posición que la cifra ocupa en el número. En consecuencia, debido a estas reglas ya mencionadas se introduce *“la técnica conocida como “valor de posición”, que la escuela tradicional suele implementar para manejar los números naturales en el sistema de numeración decimal”* (Bedoya & Orozco, 1991, pág. 56), donde éste término abarca en cierta medida dichas reglas.

El valor de posición de un número surge por la existencia de una base determinada, como en el caso del sistema de numeración decimal que tiene base 10. En consecuencia, en dicho sistema el diez juega un papel fundamental debido a que determina un concepto más general que la decena, en particular la centena; en ésta última hay diez decenas, de ahí que una centena sea una unidad de

unidades compuestas, las cuales son a su vez, unidades compuestas de unidades simples.

Así, si se denomina la centena unidad de orden 2, se puede decir que la decena es una unidad de orden uno y a la unidad simple, una unidad de orden cero. Lo anterior Bedoya y Orozco (1991, p. 56) lo generaliza de la siguiente manera:

La unidad decimal o unidad en base 10 se define como la clase conceptual cuyos componentes son las unidades de órdenes 0, 1, 2, 3, etc.

Unidad decimal de orden 0	1	10^0
Unidad decimal de orden 1	10	10^1
Unidad decimal de orden 2	100	10^2
Unidad decimal de orden n	100...0 (n ceros)	10^n

Por ejemplo si se tiene el número 222, el valor que representa el número 2 en el numeral depende de su lugar, es decir, si se mira de izquierda a derecha el primer dos representa dos unidades que valen 100, es decir una unidad de orden 2, el segundo 2 representa dos unidades que valen 10 y el tercero representa 2 unidades, es decir una unidad de orden cero. Ahora, si se tiene el número 325, en el SND el número 3 representa tres unidades que valen 100, el 2 representa dos unidades que valen diez y el 5 representa cinco unidades de uno.

Además, haciendo referencia al valor absoluto, según (Guimarães & Ruesga , 2012), un número es más grande cuanto más a la derecha está (si se ubica en la recta), la escritura progresa de izquierda a derecha en nuestra cultura y en general, ir hacia adelante es ir hacia la derecha progresivamente. Ahora, en el caso del valor de posición, indican que las cifras de un número van valiendo menos cuanto más a la derecha de la secuencia están.

En consecuencia, los anteriores conceptos desarrollados permitirán asentar no solo las conceptualizaciones dadas por las maestras respecto al valor posicional, sino también de los conceptos matemáticos relacionados ha dicho objeto de estudio; además de indicar el manejo que se le brinda al valor de posición y a las propiedades del SND.

Perspectiva curricular

Teniendo como referente los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) emanados por el Ministerio de Educación Nacional, los sistemas numéricos que contribuyen con la construcción de los números son una herramienta primordial para el desarrollo del pensamiento numérico, pues este no solo comprende el sentido numérico que tiene el niño sino las operaciones y la habilidad que tenga para relacionar el conjunto de saberes adquiridos con su diario vivir.

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) mencionan que:

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático.

Es decir, antes de que el estudiante se familiarice con el sistema de numeración decimal, es necesario que reflexione sobre algunas actividades que llevan a comprender el sistema de numeración, estos son: contar, agrupar y el uso del valor posicional.

La actividad de contar es un indicador de que el estudiante está familiarizado con el concepto numérico que permite comparar y ordenar números. El agrupar permite que el estudiante tenga en cuenta que el sistema de numeración, con el

cual está trabajando, emplea una base 10, es decir, se hacen grupos de diez unidades para establecer criterios; por ejemplo: una decena equivale a 10 unidades, una centena equivale a 10 decenas, etc.

La actividad del uso del valor posicional parte de la experiencia de agrupamiento, pues el tamaño de los números depende de la posición que ocupe cada una de sus cifras; por ejemplo: cuarenta y dos (42) nos indica que hay dos unidades y cuatro grupos de 10 unidades, pues la posición influye en el valor de cada cifra, lo cual no es tan visible para el estudiante, ya que en algunas ocasiones él piensa que hay dos unidades y cuatro unidades.

Por otra parte, respecto a lo consignado en los Estándares de Competencias en Matemáticas (2006), particularmente el pensamiento numérico, se muestra los niveles que el estudiante ha de haber alcanzado al terminar el tercer grado tales como el desarrollo del sistema de numeración decimal, en donde la construcción del concepto de número es fundamental; además se recalca el uso de representaciones para explicar el valor de posición en dicho sistema, como las representaciones concretas y pictóricas, y de esta manera poder realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal, lo cual termina siendo muy provechoso para nuestro trabajo.

Por consiguiente, tanto los Lineamientos Curriculares de Matemáticas como los Estándares de Competencias en Matemáticas permiten visualizar la importancia que se le asigna al valor de posición en los primeros años de escolaridad, y así evidenciar la pertinencia de lo expresado por las profesoras en relación al concepto en cuestión.

Perspectiva del discurso

Es imprescindible que toda argumentación dada por un orador a un auditorio, pretenda la adhesión de los oyentes a una determinada tesis, lo anterior se puede relacionar con lo que acontece en el aula de clases, ya que el docente a quien le corresponde el papel del orador, tiene como fin, que sus estudiantes (el auditorio) se adhieran a ciertos argumentos que él considera pertinentes para el aprendizaje del concepto en cuestión. De ahí que el docente utilice determinados medios para que sus argumentos sean aceptados de la mejor manera posible, y así obtener una óptima adhesión por parte de los estudiantes a su discurso.

“Toda argumentación pretende la adhesión de los individuos y, por tanto, supone la existencia de un contacto intelectual” (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 1989), es decir, es necesario que el docente tenga en cuenta cierta información como por ejemplo las condiciones sociales en que se encuentran sus estudiantes, conocer la cultura a la cual pertenecen, su entorno, etc.; debido a que son las opiniones de los oyentes quienes modifican los argumentos dados por el orador, y de este modo condicionar los medios por los cuales quiere convencer (si se trata de un auditorio universal) o persuadir (ante un auditorio particular) con respecto a los conceptos a enseñar; y así, lograr una aproximación, de cómo es su auditorio.

El orador debe construir este auditorio, y éste último supone ciertas condiciones, que al tratar de enumerar, se llega a un verdadero desafío, pues el auditorio en sí está en continuo cambio, debido a que el orador delibera con respecto a cómo resultó dicha adhesión por parte de los oyentes. De esta manera es pertinente poder dar una definición de auditorio, que desde el punto de vista retórico Perelman & Olbrechts-Tyteca lo define como: *“el conjunto de aquellos en quienes el orador quiere influir con su argumentación”*.

Por consiguiente es el auditorio quien construye al orador, ya que en él determina las condiciones pertinentes para llevar a cabo los argumentos. Así, para poder influir mejor en un auditorio, no sólo se debe tener en cuenta la iluminación del lugar, el decorado, etc., sino también en el propio discurso, pues al finalizar éste, el auditorio ya no es el mismo. De ahí que la continua adaptación del orador al auditorio conlleve a un condicionamiento del auditorio.

En este sentido, es importante resaltar el hecho de que el orador debe estar en una continua adaptación del auditorio para tener una idea de cómo construir sus argumentos, llevando a cabo una efectiva adhesión de los oyentes a los argumentos planteados; de modo que logre no sólo persuadir sino convencer, con respecto a dichos argumentos; es decir, que el orador siempre, en sus deliberaciones, tendrá como base un auditorio, el cual variará dependiendo de los resultados obtenidos al finalizar el discurso.

Perelman & Olbrechts-Tyteca (1989) nombran tres clases de auditorios los cuales consideran que se les atribuyen el papel normativo que permite saber si una argumentación es convincente o no, éstos son:

El primero constituido por toda la humanidad o, al menos, por todos los hombres adultos y normales y al que llamaremos el auditorio universal; el segundo, formado, desde el punto de vista del diálogo, por el único interlocutor al que nos dirigimos; el tercero, por último, integrado por el propio sujeto, cuando delibera sobre o evoca las razones de sus actos.

El auditorio universal es una construcción ideal. *El auditorio universal lo constituye cada uno a partir de lo que sabe de sus semejantes. Así, cada cultura, cada individuo posee su propia concepción del auditorio universal* (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 1989).

Perelman & Olbrechts-Tyteca exponen que un argumento puede estar dirigido a un único oyente, y que en este caso, no es aceptable que el orador construya un discurso ininterrumpido; ya que él sólo posee la palabra y la verdad, pues es necesario que el oyente dé a conocer sus puntos de vista, que exprese sus dudas, sus inquietudes acerca de la tesis planteada y que su convicción hacia ella, sea porque las razones que el orador le expone son lo suficientemente válidas para él; mientras que en un discurso ininterrumpido, el oyente acepta la tesis expuesta sin tener razones sólidas pues no se construyó el camino hacia esa verdad entre el orador y el oyente.

En un discurso, si se manifiesta que tanto el orador como el oyente exponen sus ideas, se llega a lo que se conoce como diálogo. El diálogo escrito supone aún más que el diálogo oral, pues el auditorio del primero puede ser cualquier persona que el orador no se da el lujo de conocer; mientras que en el último, hay un acercamiento más íntimo con el auditorio.

Un diálogo no es lo mismo que un debate, en éste tanto el orador como el oyente se encargan de defender los argumentos expuestos por cada quien, sin tener en cuenta las demás perspectivas, buscando siempre que haya un solo ganador, es decir, un conocedor de la verdad. En el diálogo, tanto el orador como el oyente, por medio de los argumentos expuestos, obtienen las convicciones que permiten construir el camino hacia la verdad. La persona que cede, debe ser porque los argumentos expuestos fueron lo suficientemente claros y razonables para adherirse a los argumentos del otro.

Debido a la importancia del valor de los argumentos dados por el orador y así establecer lo que es verdadero, la deliberación con uno mismo permite a éste ser capaz de probar el valor de sus propios argumentos; en tanto que, los argumentos dirigidos a los demás, harán comprender mejor la deliberación con uno mismo; como también los ataques exteriores, ya que estos logran consolidar los

argumentos del orador; y así, crear nuevas razones para intensificar la convicción, es decir, protegerlos de nuevos ataques, que en un principio no se tuvieron en cuenta.

En este trabajo de grado, también se tendrá en cuenta lo planteado por Bajtín (1999) sobre la teoría de los géneros discursivos, éstos son formas típicas de enunciados que se construyen en cada esfera del uso de la lengua. Estas esferas están relacionadas con la actividad humana, como por ejemplo: la docencia, el periodismo, la política, entre otras.

A su vez, las diversas esferas de la actividad humana están relacionadas con el uso de la lengua y está se lleva a cabo a través de enunciados concretos que reflejan las condiciones específicas de cada esfera por su contenido temático, su estilo verbal y sobre todo por su composición y estructuración. Cada esfera de la actividad humana crea un prototipo específico de destinatario con el que se interactúa, pues dependiendo de este el orador o hablante construye su discurso en donde además tendrá en cuenta las tres características de un género discursivo: tema, estilo y composición.

Bajtín (1999) menciona que:

Todo estilo está indisolublemente vinculado con el enunciado y con las formas típicas de enunciados, es decir, con los géneros discursivos. Todo enunciado oral o escrito, primario o secundario, en cualquier esfera de la comunicación discursiva, es individual y por tanto puede reflejar la individualidad del hablante (o del escritor), es decir, posee un estilo individual.

Cabe mencionar que no todos los géneros discursivos reflejan el estilo de la persona que los enuncia. El estilo en la mayoría de los géneros discursivos no hace parte de la intención principal del enunciado, es más bien un fenómeno

complementario a éste. En los diferentes géneros se puede evidenciar aspectos de la personalidad del hablante, estilos individuales que se relacionan con el tipo de lengua que se utiliza.

Hay que prestar suma atención a la diferencia expuesta por (Bajtín, 1999) entre los géneros discursivos primarios (simples) y secundarios (complejos). Los géneros discursivos primarios forman parte de los géneros secundarios y se dan en la comunicación discursiva más inmediata como por ejemplo: charlas, cartas, email, etc. y los géneros discursivos secundarios se dan en una comunicación más compleja y organizada; por ejemplo las investigaciones científicas.

Bajtín (1999) expone que todo género discursivo proviene del diálogo y que éste, es la forma clásica del intercambio verbal en donde se puede evidenciar una estructura triádica conformada por la pregunta que lanza la maestra, la reacción del estudiante y la réplica de la maestra (Stubbs, 1987).

Los géneros discursivos se caracterizan por tener una relación estrecha con aquello que hacemos con el lenguaje: explicar, señalar, describir, ordenar, justificar, entre otros. Empero, la acción humana es tan amplia que hace que los géneros sean diversos y no se logre establecer una clasificación específica de ellos, por ende, Bajtín plantea una serie de relaciones que permiten la ejecución el diálogo y produce el intercambio de sujeto discursivo: Pregunta-respuesta, afirmación-objeción, afirmación-consentimiento, proposición-aceptación, orden-cumplimiento.

Por lo tanto, lo establecido por Perelman & Olbrechts-Tyteca corrobora la importancia que el orador debe asignarle a su auditorio, pues éste direcciona sus argumentos para poder establecer la adhesión a sus oyentes respecto a un tema en cuestión; donde los géneros discursivos generan el estilo del orador respecto a la forma en cómo se expresa ante su auditorio, además de las réplicas de éste.

Perspectiva de las representaciones semióticas

El aprendizaje de las matemáticas requiere del estudio de ciertas actividades cognitivas, como por ejemplo, la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas e incluso la comprensión de texto, que contribuyen a la comprensión de las matemáticas. Es por esta variedad de actividades que surge la necesidad de utilizar un tipo de representación diferente al lenguaje natural para un mismo objeto matemático.

En matemáticas, las representaciones semióticas no solo tiene el propósito de comunicar, sino también de realizar la actividad matemática, en consecuencia, es muy importante que se tenga presente que los objetos matemáticos tienen distintas representaciones y que para una mejor comprensión de las matemáticas, se debe diferenciar entre el objeto matemático y sus representaciones.

La representación mental es el conjunto de imágenes que un individuo puede tener sobre un mismo objeto matemático. Es el punto de partida de una representación semiótica, pues es el medio en el que un individuo puede exteriorizar las representaciones mentales, es decir, la forma que tiene para hacerlas asequible a los demás.

Las representaciones semióticas cuentan con distinto sistema semiótico, y las transformaciones semióticas de tratamiento y conversión. Pero es necesario incluir el concepto de semiosis que es el proceso de producción de representaciones semióticas y la noesis que se encarga de la aprehensión conceptual del objeto, pues vienen siendo elementos de la representación semiótica de un objeto matemático.

Cuando se trabaja con las representaciones semióticas de un mismo objeto matemático, se debe tener en cuenta el concepto de conversión que según Duval (2004) es:

La transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. Las operaciones habitualmente designadas con los términos “traducir”, “ilustración”, “transposición”, “interpretación”, “codificación”, etc., son operaciones que hacen corresponder una representación dada en un registro con otra representación en otro registro.

Estableciendo la relación entre la semiósis y la noesis, el tratamiento es *“la transformación de una representación (inicial) en otra representación (terminal), respecto a una cuestión, a una problemática o a una necesidad, que proporciona el criterio de interrupción en la serie de las transformaciones efectuadas”* (Duval, 2004). Son transformaciones semióticas que permiten la comprensión de los objetos matemáticos, porque contribuyen a diferenciar el objeto matemático y sus diferentes representaciones semióticas.

La semiótica que se encarga de analizar los diferentes signos que han sido contruidos por el ser humano para diferentes situaciones de la vida, involucra el signo que representa o se refiere a algún aspecto. Éste se clasifica en tres conceptos: índices, iconos y símbolos.

El icono, es similar al objeto, el índice no es similar al objeto, pero guarda relación con su significado y el símbolo se construye por una ley o convención establecida. Por ejemplo: si observamos una nube negra, ésta nos indica que se acerca una tormenta, por ende es un índice. Si por el contrario se tiene un mapa, éste representa la forma de los países y continentes, pero como respeta la forma y tiene similitud, entonces el mapa es un icono, si tenemos el dibujo de la bandera de Colombia, por ser un dibujo que representa algo sería icono, pero por convención es un símbolo patrio, entonces también es un símbolo.

En consecuencia, dicha teoría de las representaciones semióticas permite entender los tratamientos y conversiones que se le asigna a las representaciones relacionadas con el valor posicional, realizadas ya sea por el libro de texto o las docentes; y así entender las conceptualizaciones contenidas en dichas representaciones respecto al objeto en cuestión.

Perspectiva del lenguaje

La teoría de los actos de habla es una teoría pragmática que se originó con la hipótesis de que la unidad mínima de lenguaje no sólo tiene como función ser un enunciado o una expresión, sino además realizar determinados actos o acciones, como enunciar, plantear preguntas, dar órdenes, describir, explicar, disculpar, agradecer y felicitar, entre otros.

El primero en plantear esta teoría fue J.L. Austin y más tarde Searle profundizó en la materia. Los actos de habla presentes en un enunciado que involucra un hablante, un oyente y el enunciado del hablante son aquellos enunciados que condiciona al lenguaje natural con una acción a realizar.

Lozano (2010) menciona que Austin identifica tres actos diferentes y se realizan en el momento de emitir una oración:

Acto locutivo: el acto de emitir una oración con determinado sentido o referencia.

Acto ilocutivo: la fuerza comunicativa que acompaña a la oración, como pedir, preguntar y prometer, entre otras.

Acto perlocutivo: el efecto en el receptor, ya sea sobre sus sentimientos, pensamientos o acciones.

John Searle, retomó y perfeccionó la teoría de Austin sobre los actos de habla e hizo una extensión del análisis; él propone los actos de habla, actos lingüísticos o actos del lenguaje, para estudiar algunos problemas de la filosofía del lenguaje; al mismo tiempo, establece que es importante estudiarlos ya que hablar una lengua consiste en realizar actos de habla, por ejemplo el hacer enunciados, dar órdenes, plantear preguntas, entre otros.

Los actos de habla se caracterizan por tener un significado y se realizan, de manera característica, enunciando sonidos o haciendo marcas. Searle (1994) divide en tres los actos de habla y estos son:

Acto de emisión: emitir palabras (morfemas, oraciones).

Acto proposicional: referir y predicar.

Acto ilocucionario: enunciar, preguntar, mandar, prometer, etc.

Además, Según Searle (1994) los actos de emisión consisten simplemente en emitir secuencias de palabras. Los actos ilocucionarios y proposicionales consisten característicamente en emitir palabras dentro de oraciones, en ciertos contextos, bajo ciertas condiciones y con ciertas intenciones.

Es pertinente nombrar que dichos actos no se realizan por separado, sino que al realizar actos ilocucionarios característicamente se realizan actos proposicionales y de emisión. Existe una distinción entre los actos proposicionales y actos ilocucionarios, debido a que la misma referencia o la misma predicación pueden ocurrir en diferentes actos ilocucionarios. Los actos proposicionales no pueden ocurrir solos; esto es no se puede referir sin más, sin hacer una aserción, plantear una pregunta o realizar algún otro acto ilocucionario

Por ejemplo, la enunciación de cada una de estas oraciones: ¿Saldrá Jack de la casa?, Jack saldrá de la casa, o Jack ¡sal de la casa!, expresan la proposición de

que Jack saldrá de la casa; además de que son la realización de los actos ilocutivos de preguntar, afirmar y ordenar, respectivamente.

Por consiguiente los actos ilocucionarios, como señala Searle (1994), no los realizan las palabras sino los hablantes al emitir las palabras, y esto se debe a que el orador es quien determina la fuerza ilocucionaria; estos actos tienen una forma lógica típica que consiste en un contenido proposicional que se presenta con determinada fuerza ilocucionaria y son estos dos elementos los que dan al acto una estructura en sí. Cabe señalar que no todos los actos tienen un contenido proposicional, pero sí es claro que todos tienen una fuerza ilocucionaria, es decir, la fuerza comunicativa del enunciado.

“En la realización de un acto ilocutivo, el hablante trata de producir un cierto efecto mediante el cual el interlocutor reconozca su intención de producir ese efecto” (Searle, 1995). Por consiguiente, para analizar el significado de un enunciado, se debe mostrar la conexión existente entre aquello que el hablante quiere decir y lo que quiere decir las palabras que él enuncia. Es aquí donde surge la importancia de la teoría de los actos de habla *“ya que a través de ésta se puede identificar más rápido y mejor uno de los aspectos más importantes que completan el sentido y significado del discurso: el acto de habla”* (Lozano, 2010), es decir, que el acto de habla es la unidad mínima del significado. Así, el hecho de reconocer el acto y la fuerza ilocucionaria que lo acompaña le ayudará al intérprete obtener un significado completo.

Los actos ilocucionarios se dividen en directos e indirectos; el primero hace énfasis a que lo emitido por el orador significa de manera literal lo que expresa en sí, Searle (1994) dice que en estos casos el orador pretende producir un efecto ilocucionario, y este efecto consiste simplemente en que el receptor comprenda la emisión del orador. Los indirectos se caracterizan en que no necesariamente lo que dice el emisor es lo que realmente quiere decir o dicen más de lo que en efecto quiere, los actos ilocutivos indirectos *“son aquéllos en los que el orador*

emite una oración y está significa lo que se dice pero además significa algo más" (Lozano, 2010).

Searle (2005) considera una categoría de los actos ilocucionarios, para relizarla el autor tiene en cuenta tres dimensiones: el objeto ilocucionario, la dirección de ajuste y la condición de sinceridad. El objeto ilocucionario es el propósito de un acto ilocucionario, tal que *"el objeto ilocucionario es parte de, pero no lo mismo que, la fuerza ilocucionaria"* (Searle, 2005, p. 450).

La dirección de ajuste se refiere a la dirección que se quiere lograr con el objeto ilocucionario, es decir, si el contenido proposicional encaja con el mundo o el lograr que el mundo encaje con las palabras, un ejemplo del primero son las aserciones y del segundo las promesas; y la condición de sinceridad es *"el estado psicológico expresado en la realización de un acto ilocucionario"* (Searle, 2005, p. 451), es decir la actitud, estado, etc., que tiene el hablante al realizar un acto ilocucionario con un contenido proposicional.

La categoría de los actos ilocucionarios es la siguiente:

1. Representativos: el objeto ilocucionario es que el hablante exprese como son las cosas al oyente, los que pertenecen a esta categoría se les puede asignar una valorización, la dirección de ajuste es del mundo a las palabras y la condición de sinceridad es la "creencia" de que suceda el contenido proposicional.
2. Directivos: el objeto ilocucionario es que el hablante logre que el oyente haga algo. La dirección de ajuste es mundo a las palabras; la condición de sinceridad es el deseo.
3. Compromisorios: el objeto ilocucionario es que comprometer al hablante a realizar un acto futuro. La dirección de ajuste es del mundo a las palabras y la condición de sinceridad es la intención.

4. Expresivos: el objeto ilocucionario es que el hablante exprese sus sentimientos y actitudes, es decir manifieste su actitud psicológica. En esta categoría no hay dirección de ajuste, pues depende de cómo el hablante trate la dirección, es decir si del mundo a las palabras o viceversa.

5. Declaraciones: *“la intención del orador es provocar un cambio en el mundo a través de sus declaraciones. La dirección de correspondencia puede ser del mundo a las palabras o al revés, no existe condición de sinceridad”* (Lozano, 2010, p. 339).

Las anteriores categorías nos permiten ejecutar la clasificación referente a los actos ilocutivos, en consecuencia es importante esclarecer la pertinencia de la teoría de los actos de habla, dado que brinda las herramientas para poder evidenciar lo que las maestras quieren decir o expresar en sus emisiones respecto a la enseñanza del valor de posición en los tres primeros años de escolaridad.

Metodología

Este trabajo de grado se enmarca en la línea de investigación *Razonamiento, lenguaje y comunicación de saberes y conocimientos matemáticos*, de la Universidad del Valle, y se articula al trabajo de grado que viene desarrollando la estudiante de maestría Lina Vivas, donde el interés compartido es la enseñanza inicial del sistema de numeración decimal. En este trabajo se va a realizar una indagación cualitativa que implementa la técnica de observación para la recolección de los datos; como también, el registro de los intercambios discursivos para su respectivo análisis.

El trabajo se efectuará en una institución privada de la ciudad de Cali en donde labora la estudiante de maestría Lina Vivas, realizando grabaciones de video a las clases de los grados primero, segundo y tercero de primaria. Debido a que el colegio es calendario B, en el último mes del año escolar se van a realizar las observaciones de los grados primero y segundo, e iniciando el siguiente año escolar se llevarán a cabo las observaciones de los grados segundo y tercero; estas grabaciones se hacen en dichos tiempos para lograr observar el desarrollo del valor posicional en el discurso de las maestras.

Dado que nuestro trabajo se enfoca en el análisis del significado del discurso de las maestras en torno al valor de posición, se van a utilizar los libros de texto que la institución educativa implementa, en calidad de referentes o sustrato para el análisis discursivo de las enunciaciones de las maestras. En estos libros de texto, se va a identificar las conceptualizaciones contenidas con relación al valor de posición para luego tomarlas como referente y poder analizar los registros de los enunciados emitidos por las maestras.

En esta metodología se plantea que la recogida de datos se va refinando y

desarrollando acorde a cómo avanza la investigación respecto al contexto de la situación considerada, lo que implica la adición o extracción de información de distintas fuentes para intensificar nuestro análisis; y la reformulación de nuestras hipótesis a luz de los datos obtenidos.

Para llevar a cabo los objetivos planteados anteriormente se va proponer la realización de dos momentos. Hay un tercer momento, que emplea los resultados obtenidos de este trabajo de grado para realizar un análisis retrospectivo en el trabajo de maestría que está realizando la estudiante Lina Vivas, quien es profesora de tercer grado en la institución.

Momento 1: Observación y registro de los hechos.

Se realizan grabaciones de video a las clases de matemáticas en los grados primero, segundo y tercero de primaria para obtener información sobre el registro oral y escrito que se presenta en el discurso emitido por las maestras, en torno al valor de posición. Además, se recaudan los libros de texto de cada grado que utilizan las maestras para rastrear las conceptualizaciones con respecto al valor de posición.

Posteriormente, empleando las conceptualizaciones identificadas en los libros de texto en relación al valor de posición, se llevará a cabo el rastreo de las conceptualizaciones emitidas por las maestras, teniendo en cuenta las conversiones que se presentan del lenguaje oral al escrito.

Momento 2: Análisis de lo observado.

Se pretende analizar en los libros de texto empleados por las maestras las representaciones semióticas de los conceptos matemáticos en donde se evidencia el manejo del valor posicional, utilizando los conceptos de tratamiento y

conversión dados por Duval (2004), para reconocer las representaciones que utiliza el libro de texto y así poder extraer de los videos las representaciones que las docentes emplean con relación a las expuestas en los libros de texto.

Searle dice que detrás de toda emisión siempre existe una intención que se refleja en la fuerza ilocucionaria. Por esto, el significado de un discurso no está completo si sólo se interpreta el significado proposicional y se deja a un lado la fuerza ilocucionaria que lo acompaña.

A partir de los registros obtenidos en el primer momento se van a identificar los actos de habla en las enunciaciones emitidas por las maestras. Haciendo uso de la clasificación planteada por Searle (2005) sobre los actos ilocucionarios se va identificar la intención de las enunciaciones dada por las maestras, y la fuerza ilocucionaria, pues el hablante va trata de producir cierto efecto mediante el cual el interlocutor reconozca su intención de producir ese efecto. Así que teniendo en cuenta el uso de las conceptualizaciones en torno al valor posicional que tiene las maestras, como también las representaciones que emplean se espera rastrear las intenciones en determinados argumentos.

Perelman & Olbrechts-Tyteca mencionan que en un diálogo, llevado con un buen fin desemboca a una conclusión inevitable y admitida de forma unánime, debido a que los argumentos producidos en este diálogo fueron pertinentes y aceptados por el oyente; se puede decir que el efecto producido por el hablante fue reconocido por el oyente, lo cual lleva al reconocimiento de la intención del hablante. Por consiguiente el estudio de estos diálogos presentes en el aula de clase nos guían en la identificación de la intención contenida en los argumentos de las maestras.

Lo establecido por Perelman & Olbrechts-Tyteca en cuanto al diálogo, es una visión general y por ende se involucró la teoría expuesta por Bajtín (1999) sobre

los géneros discursivos que se producen en todas las esferas de la actividad humana. Se van analizar estos géneros con el fin de evidenciar sus tres componente (tema, estilo y estructura) en los diálogos que se presentan en la ejecución del discurso por parte de la maestra encargada.

En ocasiones los docentes eligen a un oyente único, ya sea el oyente activo del diálogo o un oyente silencioso que el orador se dirige para que encarne al auditorio (ya sea el universal o particular) y así desarrollar sus argumentos; este caso también es pertinente debido a que nos encamina en la búsqueda del objetivo contenido en sus argumentos, como también la manera en que esta caracterizando a los estudiantes, es decir las intenciones tras sus argumentos, lo que viene acompañado de la fuerza ilocucionaria.

Por consiguiente, en las expresiones dadas por las profesoras se va tener en cuenta el contenido relacionado al concepto del valor posicional, es decir las conceptualizaciones matemáticas emitidas por el emisor, que es lo que realmente quiere decir en relacion con tales conceptos al emitir las enunciaciones y como lo dice.

Así que, para poder llevar a cabo el análisis de la información extraída respecto a las emisiones de cada maestra, se decidió crear una rejilla (ver Anexo pág. 111) donde se evidencia tres énfasis: el análisis matemático, análisis de las enunciaciones y el análisis dialógico; además de éstos se encuentra otra columna dedicada a la interpretación de éstos análisis, donde se pretende realizar el análisis del significado contenido en las enunciaciones emitidas por cada maestra.

En el análisis matemático se tiene en cuenta lo consigando en el libro de texto referente al manejo que se le asigna al valor de posición, y respecto a esta información se pretende sacar a relucir las conceptualizaciones de cada maestra,

como también el tratamiento realizado a las representaciones relacionadas con el tema en cuestión.

En el análisis de las enunciaciones se considera algunos episodios de los intercambios discursivos de cada maestra, a partir de estos episodios se extrae la intención contenida en las enunciaciones de las profesoras, además de la fuerza ilocucionaria que las acompaña; de esta manera se espera especificar lo que las maestras quieren decir al emitir sus explicaciones.

En el análisis dialógico los géneros discursivos son el ente central, pues gracias a este concepto propuesto por Bajtín (1999) se logra establecer que en la emisión del discurso y en particular el dialogo, se puede evidenciar tres componentes: un tema, una estructura y un estilo que varia según el hablante o persona que esté emitiendo el discurso. Ésta última característica contribuye a la justificación de que en un discurso, se presentan rasgos muy significativos de la personalidad del hablante.

En consecuencia, estos tres análisis permiten captar y comprender los acuerdos que realizan las maestras con sus estudiantes respecto al concepto del valor posicional u otros conceptos relacionados al objeto de estudio, y así dar cabida al significado, que emerge de tales acuerdos interlocutivos.

CAPÍTULO 3

Análisis matemático

Los docentes de matemáticas en el momento de incorporar el estudio de un objeto matemático en las clases, realizan ciertos cambios para poder desarrollar dicho objeto en el salón de clases; sin embargo, en algunos casos lo que se dice y se expone a los estudiantes no corresponde con lo que plantea el objeto matemático en cuestión, es decir, en ese paso de las concepciones que posee el profesor a lo emitido a sus estudiantes, se pierde en cierta medida la esencia contenida en el concepto matemático.

Considerando el sistema de numeración decimal, la enseñanza en los tres primeros años de escolaridad de tal sistema es presentada en términos de un sistema numérico, donde éste último está constituido por un conjunto de números, símbolos y reglas, que permiten la escritura y operatividad de los números; en nuestro caso se trata del conjunto es el de los números naturales, además de que la escritura y el nombre de los números inducen a cada cifra en el numeral un doble valor, que corresponde al número de unidades y al valor relativo al orden. Donde el valor de posición es el término implementado en la escuela para resumir estos dos valores que caracterizan un número en el sistema de numeración decimal.

Bedoya y Orozco (1991, p. 58) establecen que:

Reconocer y manejar el carácter del SND permite a la maestra proponer tareas que resulten adecuadas a las características del sistema y que susciten la reflexión del niño; igualmente, posibilita el manejo de un marco conceptual para analizar las producciones de los niños al resolverlas.

Por consiguiente, es primordial el manejo que las maestras le brindan al sistema de numeración decimal y a la información surgida en la interacción con sus estudiantes, como también a la implementación de sus conceptualizaciones en la enseñanza del SND. En consecuencia, el modo en que las profesoras utilizan y presentan en el aula de clases las propiedades y conceptos contenidos en tal sistema, evidencia la comprensión que ellas tienen acerca de dicho objeto matemático.

Además, debido a que los números tienen diversos usos en el medio social, tales expresiones emitidas por las docentes en las clases de matemáticas se usan conceptualizaciones respecto a un objeto matemático relacionado con el SND que en algunos casos poco se relacionan con el sistema numérico en cuestión, sin embargo *“son precisamente estos usos los que ponen a los niños tempranamente en contacto con la numeración escrita”* (Terigi & Wolman, 2007, pág. 68) y en el entendimiento del sistema de numeración.

En últimas, es pertinente evidenciar las conceptualizaciones y usos que las maestras de los tres primeros años de escolaridad le brindan al valor de posición, donde éste último término juega un papel fundamental tanto en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas como en los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas respecto a la enseñanza del sistema de numeración decimal en los primeros años.

A continuación analizaremos el manejo en torno al valor de posición por parte de las profesoras en la enseñanza de las matemáticas en los primeros años de escolaridad, con relación al sistema de numeración en juego, lo que implica la búsqueda de los diversos tratamientos dados en el libro de texto respecto a dicho concepto, pues como se mencionó antes, éste recurso es de gran utilidad en el aula de clases, además de ser una fuente de información referente a las conceptualizaciones de cada maestra.

Por lo tanto, a través de las expresiones emitidas por cada maestra y teniendo como soporte el contenido del libro de texto, se va analizar lo que entienden e interpretan sobre el objeto matemático en cuestión en el aula de clases; a continuación se procederá con la presentación de los conceptos, representaciones y tratamientos contenidos en el libro de texto relacionados con el valor posicional, después se presentará lo expresado por las maestras y sus conceptualizaciones en torno al concepto de estudio.

Análisis del primer año de escolaridad

Se tomó como referencia el libro de texto: Guía para docentes - *Matemáticas para pensar 1* de editorial Norma S.A., publicado en el año 2011. El autor del libro del estudiante (ver ilustración 1) es Ana Rangel. En particular se considera el contenido de las unidades 2 y 3, quienes se clasifican como unidades que desarrollan el Pensamiento Numérico.



Ilustración 1. Portada del libro, Matemáticas para pensar 1

En el libro de texto cada tema se inicia con algunas ideas previas, después se analiza una situación para dar cabida a la definición en curso. Haciendo énfasis a lo correspondiente con nuestro tema de estudio, mostraremos primero el tratamiento a los números naturales, en particular para el caso de la decena y los números hasta el 19; esto es debido a que en el libro de texto se evidencia divisiones a la hora de incorporar los números naturales hasta el 99.

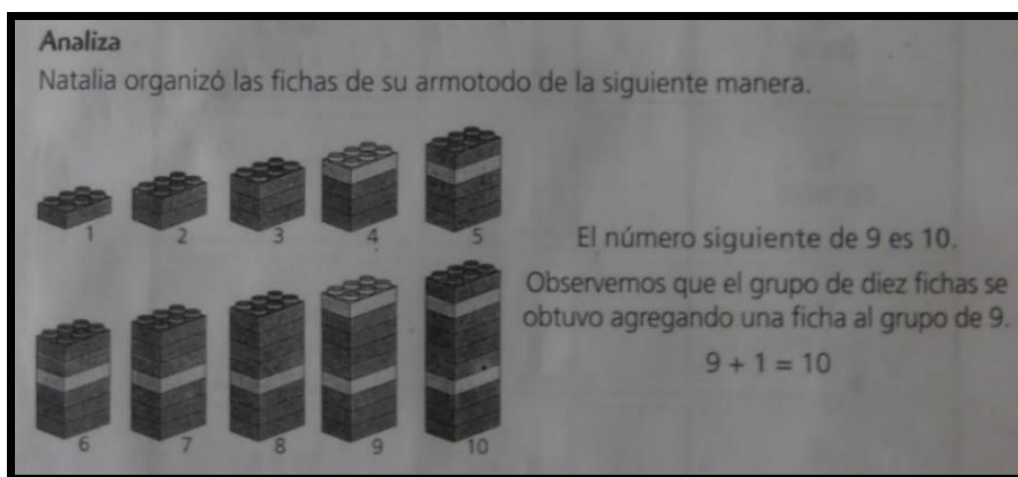


Ilustración 2. Unidad 2 pág. 72 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1*

Se puede ver en la ilustración 2 cómo introducen el concepto de decena, haciendo uso de la reunión de ciertos elementos, en este caso fichas de armotodo, además de la relación unívoca entre el número de fichas y la cantidad que representa tal reunión de fichas, todo eso para indicar que el diez se puede obtener a partir de la reunión de 9 elementos agregándole otro elemento, definición dada en el libro (ver ilustración 3), donde la decena es la reunión de unos elementos que se denominan unidades.

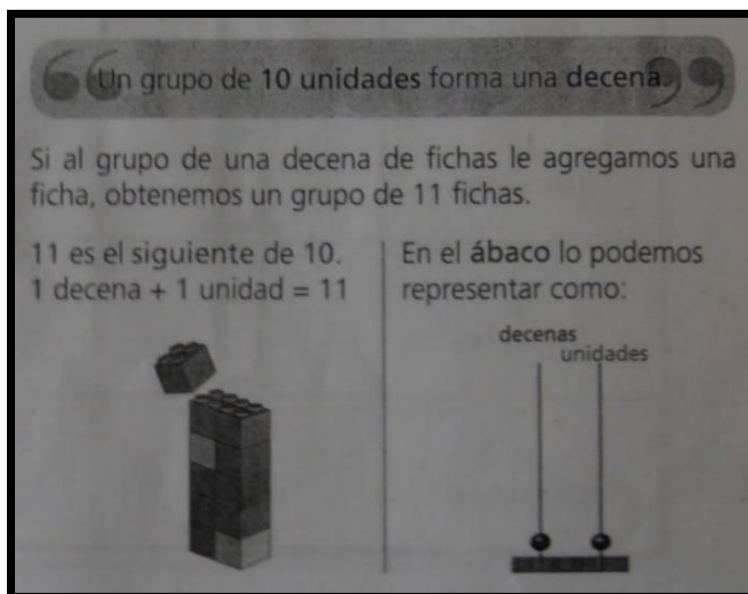


Ilustración 3. Unidad 2 pág. 72 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1*

Es de destacar que en la ilustración 3 se muestra como se obtiene el número 11 a partir de una decena, esto se hace mediante las fichas de armotodo y en el ábaco, donde éste último en su representación se evidencia un lugar para las decenas y otro para las unidades. Para generar el número 12 se tiene en cuenta cuales cifras corresponden con las unidades y las decenas, además de su representación en el ábaco. En consecuencia, para obtener los demás números hasta el 19 en libro de texto se realiza una tabla donde se muestra diversas representaciones del número, tales como la notación, su escritura, la representación en el ábaco y su descomposición (ver ilustración 4).

En este sentido, se ha de tener en cuenta otra clasificación, donde se considera los números naturales desde 20 al 50; en éste tema se prioriza la formación de grupos de 10 elementos para darle cabida a las demás decenas exactas como también a las ya vistas 10, 20, 30, 40, 50. Por consiguiente, se establece que “Los números de dos cifras pueden descomponerse en unidades y decenas sueltas”³,

³ Capítulo 2, pág. 84 del libro *Guía para docentes, Matemáticas para pensar 1*.

es decir que los números mayores a 19 pueden descomponerse de dicha manera, y así poder ser representado en el ábaco.

Número	Representación	Descomposición
13 Trece		$10 + 3$
14 Catorce		$10 + 4$
15 Quince		$10 + 5$
16 Dieciséis		$10 + 6$
17 Diecisiete		$10 + 7$
18 Dieciocho		$10 + 8$
19 Diecinueve		$10 + 9$

Ilustración 4. Unidad 2 pág. 73 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1

Para finalizar la incorporación de los 99 números naturales, se encuentra en el libro la última categoría en donde se introduce los números del 51 al 99. En este tema se hace hincapié a la representación en el ábaco, se puede observar en la ilustración 5 que en el ábaco aparece otra unidad de agrupación, sin embargo sólo están ubicados números de dos cifras, donde a cada numeral se le asigna las decenas y las unidades, además de su escritura.

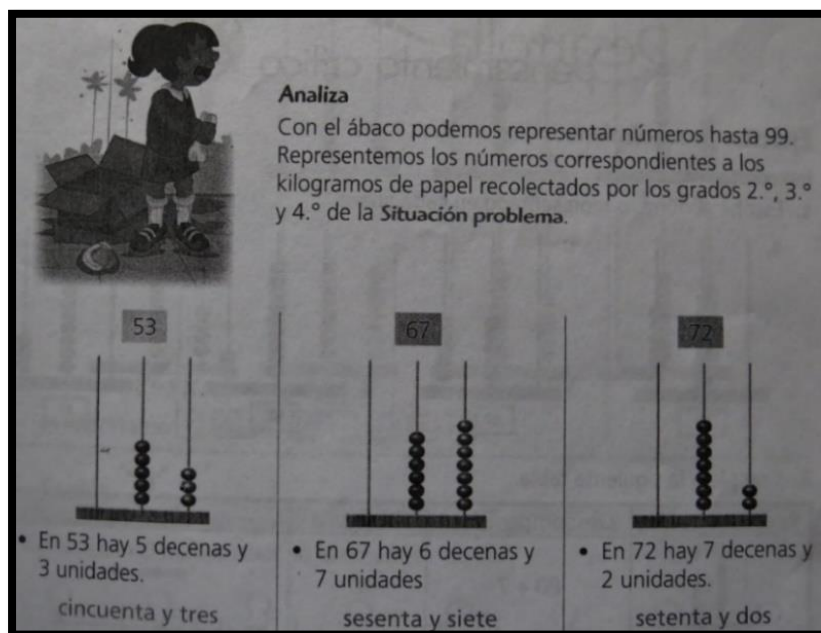


Ilustración 5. Unidad 2 pág. 114 del texto Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1

Se ha de destacar que para el texto es importante establecer que “*Los números de dos cifras están formados por decenas y unidades*”⁴ además de que la posición de las cifras juega un papel importante, debido a que permite diferenciar los números, por ejemplo 28 y 82 son distintos porque la posición de las cifras es distinta.

A continuación se expone la adición para los números que van desde el cero hasta el nueve, y se define como la reunión o el agrupamiento de elementos que tienen algo en común, por ejemplo tarros de temperas y se denota con el signo “+”; la adición se compone de dos sumandos, donde el resultado se denomina suma. Después se presenta la suma de números hasta 19; en este tema se puede observar que en la sección de Analiza se incluye un problema que muestra el uso de la decena mediante el agrupamiento de fichas, las operaciones a realizar y la respuesta.

⁴ Unidad 2, pág. 114 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 1.

En la parte de Operaciones se distingue dos representaciones (ver ilustración 6), en la primera es una tabla donde se visualiza una columna de decenas y otra de unidades, ahí se lleva a cabo la suma de dos números mediante la ubicación de estos números en las unidades, el resultado de la suma también se ubica y resulta que la primera cifra (viendo al número de izquierda a derecha) ocupa el lugar de las decenas. La segunda es el ábaco, en él se representa la suma de $9+7$.

Calculemos la suma.

decenas	unidades
+	9
	7
1	6

9 unidades + 7 unidades
= 1 decena + 6 unidades

En el ábaco tenemos:

Operaciones

Respuesta: Manuel tiene 16 fichas.

Ilustración 6. Unidad 2 pág. 78 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1*

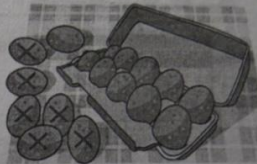
La sustracción en el libro de texto se presenta primero respecto a los números naturales que van desde el cero hasta el nueve. En este tema se exhibe situaciones que conllevan al estudio del concepto de sustracción, éste último se contextualiza y se utiliza en las situaciones donde se tenga que quitar o separar elementos de un grupo. Dicha operación se denota con el signo “-” y cada elemento de la sustracción se denomina Minuendo, sustraendo y diferencia. El minuendo es el número mayor de entre dos números naturales, el sustraendo viene siendo el otro número, por ejemplo si se tiene $7-3$, el siete es el minuendo y el tres es el sustraendo; la diferencia es el resultado de la operación, respecto al ejemplo anterior es el número 4.

La otra clasificación hecha en el libro de texto respecto a la sustracción es teniendo como objeto de estudio los números naturales hasta el 19, aquí de nuevo se presenta situaciones que muestra a la sustracción como una operación que

quita o separa elementos de un grupo específico, en la ilustración 7 se observa una situación donde los elementos a considerar son un grupo de huevos. En el ábaco se ubica el 17 y el 6 y se representa la operación mediante una “x”, por medio de éstas se especifica lo que se ha restado al 17, de ahí que lo que queda sin tachar conforma el resultado de la operación; de otro lado cada numeral que conforma al objeto en estudio es representado en la tabla que clasifica las unidades y las decenas.

Analiza

Problema
Susana tenía 17 huevos en su despensa. Gastó 6 en una torta. ¿Cuántos le quedaron?
Para saber cuántos huevos quedaron, representamos la situación y efectuamos una sustracción.
En el ábaco tenemos:



Datos

Operaciones

decenas	unidades
1	7
-	6
1	1

Ilustración 7. Unidad 2 pág. 81 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1*

Por último se muestra la adición y sustracción de números hasta 50, de nuevo como en los demás temas se expone una situación problema, se presenta una situación que involucra las dos operaciones ya estudiadas cuyo dominio era un subconjunto de los números naturales conformado por los elementos 0, 1, 2,...,19.

Las representaciones semióticas de las operaciones (ver ilustración 8) muestran el funcionamiento de cada operación, por ejemplo en el ábaco haciendo uso de la “x” se muestra el quitar o sustraer que le da cabida a la sustracción de dos números; en la adición con la reunión y ubicación de las decenas y las unidades de cada numeral se logra exponer el resultado. En el caso de la representación que hace uso de tablas, a cada columna se le instaure un nombre, a una se le

asigna las decenas y a la otra las unidades, dicha clasificación le da una posición a las cifras de cada numeral.

Operaciones

Adicionamos las unidades.

decenas	unidades
1	1
+ 1	3
	4

Adicionamos las decenas.

decenas	unidades
1	1
+ 1	3
2	4

Manuel tiene 24 escudos de equipos entre nacionales y latinoamericanos. Para saber cuántos escudos de equipos europeos tiene, realizamos una sustracción.

Sustraemos las unidades.

decenas	unidades
4	9
- 2	4
	5

Sustraemos las decenas.

decenas	unidades
4	9
- 2	4
2	5

Por tanto, Manuel tiene 25 escudos de equipos europeos.

Ilustración 8. Unidad 2 pág. 88 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para Pensar 1*

Por lo tanto, se logra evidenciar que el libro de texto utilizado por las maestras, hace referencia a tres representaciones semióticas para los conceptos de adición y sustracción. La primera representación se hace por medio del lenguaje natural que son los problemas de aplicación, la segunda es la representación en tablas de las operaciones y la tercera es la representación de los números y las operaciones en el ábaco.

En el libro de texto, se realizan conversiones al momento de utilizar diferentes representaciones semióticas para la adición y sustracción con números naturales, pues hacen referencia a estos objetos matemáticos en: problemas de aplicación (lenguaje natural), al momento de representar la adición y sustracción en tablas además de utilizar el ábaco para representar ese mismo objeto matemático. En la segunda y tercera representación semiótica, se considera como índices las operaciones escritas, porque indica la realización de una adición; mientras que el

ábaco dibujado es un icono porque tiene similitud con el objeto físico, pero al mismo tiempo es un índice porque en él se puede realizar las operaciones en cuestión.

- PRIMERO A

En las clases la profesora junto a sus estudiantes resolvieron varios problemas referentes a las operaciones de adición y sustracción entre dos números naturales. Debido a que la profesora utiliza dos representaciones para realizar las operaciones, es pertinente aclarar que denominaremos representación vertical la que se encuentra consignada en la ilustración 9 en relación con la suma y resta, la otra representación es la que hace uso del ábaco (ver ilustración 9).

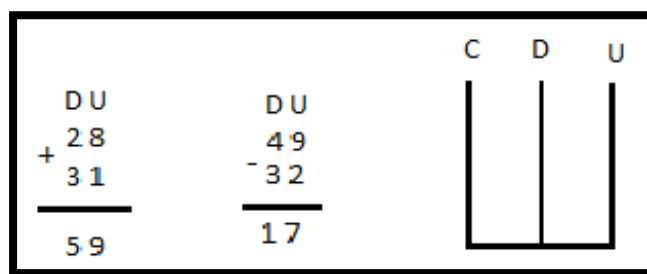


Ilustración 9. Representación vertical de las operaciones y el Ábaco

La profesora exhibe a la suma como la reunión de cantidades, donde a los sumandos de la adición se les asigna un orden de ubicación en la representación vertical, ese mismo orden de primer sumando y segundo sumando se utiliza al momento de ubicarse en el ábaco. Lo anterior incluso pasa en la sustracción donde el minuendo (el número mayor) se ubica primero y el sustraendo (el menor número) de segundo en la representación vertical de la resta; en el ábaco también se ubica primero el minuendo y después el sustraendo. Se ha de mencionar que en la suma se cumple la reversibilidad, término que la profesora utiliza para decir

que en la adición es válida la propiedad conmutativa, sin embargo en la sustracción no se cumple la reversibilidad.

Se puede sacar a relucir que la profesora asigna lo de primero y segundo a los sumandos, para que en el momento de operar el número mayor siempre sea el primero en ser ubicado, esto sucede tanto en la representación vertical como en el ábaco, y dado que en la sustracción ocurre lo mismo, se sigue que la profesora lo hace para que en la sustracción no resulte problemas del tipo 3-5; pues tomando como referencia lo consignado en el libro, esta operación se caracteriza con las denominaciones de quitar o sustraer, y por consiguiente tal ejemplo no se podría solucionar. Además, como en el libro de texto esa asignación de orden a los sumandos no se da, pero en la sustracción sí; de ahí que la profesora considere la propiedad conmutativa válida sólo en la adición.

La profesora para efectuar la adición primero realiza la suma en las unidades y después en las decenas, cuando en las unidades el resultado es mayor o igual a 10, lo que sobra a partir del 10, es decir los números mayores a 9, pasan a ser una unidad de orden 1, es decir a las decenas. Lo anterior se expresa en la representación vertical con el término “llevo uno” y escribe el uno arriba en las decenas; en el ábaco sin embargo, la maestra no logró representar el paso de la unidad de orden cero a la unidad de orden 1, ella utilizó el mismo artilugio de la adición vertical, “llevo uno”, pero en este caso el uno no se representa en el ábaco, solo se menciona.

De lo expresado anteriormente se puede decir que tanto en la representación vertical como en el ábaco la profesora no saca a relucir la definición de decena en la realización de una adición, en el ábaco ella sigue con el artilugio de “llevo uno” traído de la otra representación. Ahora, tomando como referencia lo establecido en el libro de texto, los ejemplos dados respecto a la adición se caracterizan por tener en cuenta el hecho de primero formar las decenas, además del énfasis que

se le hace a la descomposición de un número respecto a la decena ($19=10+9$), sin embargo en el momento de realizar adiciones en las dos representaciones los ejemplos no muestran un tratamiento para sumas del tipo $39+48$, donde la suma de unidades sobrepasa al nueve.

Con respecto a la operación de sustracción realizada en el ábaco, donde el quitar o sustraer tanto en las unidades como en las decenas se representa igual que en el libro de texto, es decir haciendo uso de la “x”; se tiene que sólo cuando la unidad del minuendo es menor que la unidad del sustraendo, la profesora realiza una descomposición al grupo de unidad decimal de orden uno, de ésta descomposición toma una unidad decimal y se lo adiciona a al grupo de unidades simples para poder realizar la resta. Por ejemplo al realizar la resta $58-29$, y al ubicarse en las unidades $8-9$ no se puede realizar, pues 8 es menor que 9, en consecuencia cinco se descompone y de ahí se toma una unidad decimal de orden uno para ser adiciona al 8, resultando así el número 18 que ya es mayor que 9, lo que implica a que en las decenas quede 4 que representa 4 grupos de unidad decimal de orden 1.

Al realizar la resta $80-30=50$, para la profesora en el ábaco el cinco representa cinco decenas, es decir 5 grupos de 10, donde una decena se puede descomponer en unidades simples. Además, para ella las decenas equivale a 50 unidades, esto lo expresa mediante la idea de llevar las cinco bolas ubicadas en las decenas hacia las unidades.

Por consiguiente, la maestra cuando expresa la sustracción en el ábaco hace uso de la descomposición de la unidad de orden 1 para poder operar en las unidades, además de evidenciar la importancia de descomponer las decenas en unidades simples para expresar la respuesta en términos de unidades, contrario a lo sucedido en la representación vertical, pues ésta es llevada a cabo utilizando la expresión: el cinco le presta 1 al 8 y éste se convierte en 18. Si bien como ya se

mencionó, en el libro de texto se muestra interés en la formación de decenas, sin embargo los ejemplos consignados respecto a dicha operación no tienen en cuenta tales casos, en donde el representante de la unidad decimal de orden 1 le asigne una unidad de su descomposición a la unidad de orden cero.

Es pertinente mencionar que para la profesora el cero es nada, de ahí que el 80 no tenga unidades. Como el cero es nada, la realización de $80-30$ en el ábaco muestra que en las unidades no se tacha nada, pues es cero, de ahí que en este caso el valor del cero corresponda a su valor absoluto, sin embargo, el cero del 80 no representa lo mismo que si se tuviera el cero solo. En consecuencia, el valor relativo del cero, es confundido por su valor absoluto.

Ahora, haciendo énfasis en el valor de posición de un número, para la maestra dicho valor se representa en el ábaco; esto se realiza mediante el reconocimiento de las unidades, decenas o centenas de tal número; lo cual corresponde con las designaciones hechas en el libro de texto con respecto a las dos representaciones ya establecidas, aunque en el libro no se introducen las centenas ni tampoco se utiliza el término valor de posición. Se observó que para poder ubicar un resultado con tres cifras generado por números de dos cifras, la profesora dibuja otro ábaco distinto al que se realizó la operación, es decir, ella no puede explicar por qué aparece la centena en el ábaco, esto mismo pasa en la representación de la suma vertical.

Así que la utilidad dada por la profesora al ábaco es para comprobar si las operaciones realizadas en la representación vertical fueron correctas, algo que el libro de texto no hace, pues en éste, el ábaco se utiliza para darle un tratamiento a la representación de los números. Es de señalar que al realizar representaciones de las operaciones en el ábaco se pudo contemplar el manejo que la maestra desarrolla con respecto a la descomposición de la unidad decimal de orden uno a la unidades decimal de orden cero, aunque solo fuera en el caso de la sustracción.

Por lo tanto para la maestra un número de dos cifras se constituye de unidades, decenas; cuando se genera un número de tres cifras aparece otra componente que además constituye el número junto con los otros términos ya mencionados, se llama centena. A causa de que al número se le adhiere tal constitución, cada cifra toma un valor que depende de la posición, el cual se denomina valor de posición, no obstante la profesora expresa que dicho valor es representado por medio del ábaco, haciendo uso de números conformados por dos cifras, debido a que no se ha trabajado con números de tres cifras.

En consecuencia el manejo de las dos representaciones permite a la maestra mostrar ciertas características del sistema de numeración decimal, como en el caso de que cada posición del numeral representa un valor y que las decenas de número se pueden descomponer, lo anterior limitado a un subconjunto de los números naturales; sin embargo el tratamiento que se le hace a cada una de las representaciones difiere en el uso que se le designa a la descomposición de un número, además de la operación a realizar, en últimas el cambio de registro entre estas dos representaciones no permite la exposición adecuada del concepto de decena, el cual encierra una de los componentes primordiales del SND, que es ser de base 10.

De esta manera el manejo brindado al valor de posición crea conceptualizaciones que en cierta medida opaca las propiedades inmersas de un sistema numérico, por ejemplo que la propiedad conmutativa no sea válida en la sustracción, y que en algunos casos no sea claro la descomposición de un número de dos cifras, ya que esto la profesora lo evidencio en el momento de realizar sumas, en donde utilizaba la expresión “llevo una”.

- PRIMERO B

La profesora para realizar una adición, mediante la representación vertical (ver ilustración 10) desarrolla el procedimiento para darle solución; en este proceso se evidencia que la maestra considera que todo número de dos cifras se compone de unidades y decenas, hecho que en el libro de texto se muestra para el conjunto formado por los números naturales que va desde el cero hasta el 99.

d	u
3	2
+ 2	7
5	9

Ilustración 10. Ejemplo de la representación vertical de la adición

Debido a que en la clase se está realizando la solución de la suma $32+27$ y como los numerales se conforman de unidades y decenas, después de ubicar cada número de la forma como se muestra en ilustración 10, la profesora recalca el hecho de que primero se suman las unidades y después las decenas; situación que también se presenta en el texto en su representación vertical, pero con ejemplos en donde la suma de las unidades a lo más resulta 9, es decir no se muestra el tratamiento cuando la suma de las unidades es mayor o igual a la decena.

La anterior adición la maestra la denomina “sencilla”, hay otra que es cuando en la suma de las unidades resulta siendo mayor que nueve, esta adición la denomina “llevando”, en este caso la profesora tiene en cuenta que una decena es igual a diez unidades, sin embargo al momento de realizar la suma $39+48$ y como el 17 (resultado de sumar las unidades) no puede quedar en las unidades,

ella utiliza el artificio de que “el uno pasa a las decenas” o la expresión “se lo manda a su amigo decena”, esto también lo explica expresando que la decena es la agrupación de objetos y lo representa en el tablero dibujando 10 círculos que están encerrados, de ahí que el uno sea igual a una decena, lo anterior es denotado de la forma: $1d=10u$.

Es en la elaboración de la suma $69+72$ que sale a relucir que el valor de posición es la ubicación de los números en su representación vertical, como el resultado de dicha adición es 141, un número de tres cifras, la profesora afirma que la nueva cifra se denomina centena y no puede estar en el mismo lugar que el cuatro porque no cabe debido a que cuando se obtiene números mayores a 99 se pasa a las centenas; lo anterior también se observa en el libro, pues en sus ejemplos y actividades no se le da cabida a los números de tres cifras, además de que este tema pertenece al grado segundo.

Por lo tanto el valor de posición representa el valor que tiene cada cifra en un numeral, donde la decena es la agrupación de diez elementos, la centena representa a los números mayores a 99. En las unidades y decenas sólo se puede poner un número menor o igual a 9, cuando es mayor a nueve se pasa al lugar contiguo colocando el uno en la parte superior de la decena y se expresa con el término “llevo una”.

Por consiguiente, dichas conceptualizaciones indican que las cifras de un numeral se le asigna un valor que depende de la posición, donde cada componente del numeral respecto a su representación en valor de posición no puede ser mayor que 9, lo que muestra en cierta medida algunas de las propiedades del sistema de numeración decimal, que los números de este sistema se expresan en términos de una base conformada por 10 elementos y que tal sistema es posicional; no obstante, al considerar que cada cifra de un número (formado por tres cifras)

representa una unidad decimal de orden n ($n=0, 1, 2$.) se recurre a artilugios que obstaculizan el entendimiento del SND.

Análisis del segundo año de escolaridad

Se tomó como referencia el libro de texto: Guía para docentes - *Matemáticas para pensar 2* de editorial Norma S.A. (ver ilustración 11), publicado en el año 2011. El autor del libro del estudiante es Ana María Vega reyes⁵. En particular se tiene en cuenta la unidad 2 del libro, donde se precisa el desarrollo del Pensamiento Numérico; en el libro cada unidad está conformado por temas, en éstos se encuentra diversas secciones, la primera se trata de las ideas previas, la segunda es un Analiza, que contiene un situación para poder introducir un concepto; despues se sigue los ejemplos y las actividades a realizar.

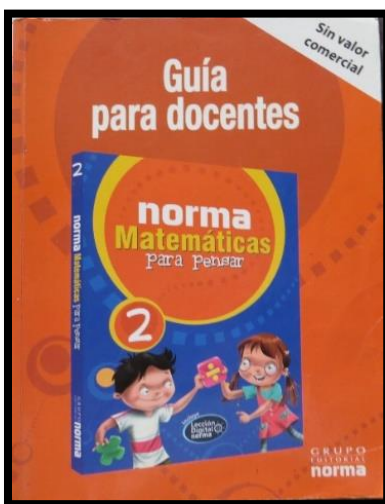


Ilustración 11. Portada del libro Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2

Respecto a la lectura y escritura de los numeros, en el libro se realiza una clasificación con base en el subconjunto de los números naturales que se está

⁵ Maestría en Educación, con énfasis en Lectoescritura y Matemáticas. (Universidad Externado de Colombia. Bogotá, Colombia).
Licenciada en Matemática. (Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia).

trabajando. En uno de los temas de la unidad 2, se tiene como referente los números naturales hasta el 999, donde se hace uso la representación de los números en el ábaco para indicar lo que es una 1 decena y 1 centena; en la ilustración 12 se muestra que en las unidades cuando hay 10 unidades éstas se agrupan y pasan a ser una decena, en las decenas al tener 10 decenas, éstas pasan a la siguiente posición, las centenas.

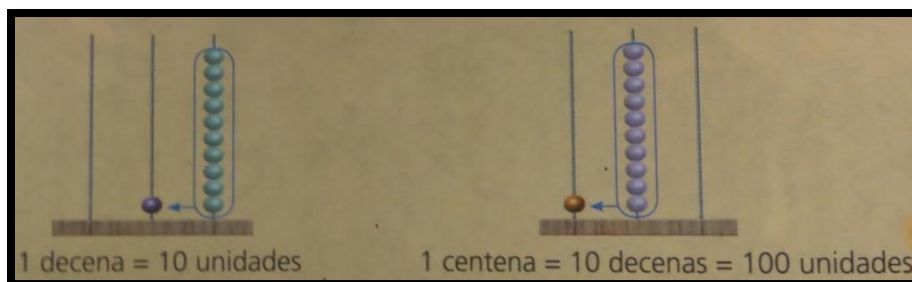


Ilustración 12. Unidad 2 pág. 28 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2

Se especifica que “Para leer o escribir un número de tres cifras, comenzaremos con las centenas, seguimos con las decenas y por último van las unidades”⁶, además se hace énfasis en la descomposición de los números, por ejemplo que $753=700+50+3$, mostrando así un interés respecto a la descomposición aditiva.

Referente a la adición de números hasta 999 se pone una condición que sea sin agrupación, en este tema se le da importancia a la ubicación de los números en una tabla de valor posicional, además de comenzar adicionando las unidades, esto se muestra mediante la representación de valor posicional

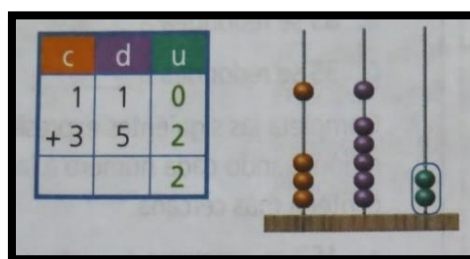


Ilustración 13. Unidad 2. pág. 36 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2

⁶ Unidad 2, pág. 29 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2.

y el ábaco (ver ilustración 13). En el ábaco se agrupan las unidades y en la otra representación se realiza la adición $0+2$.

Luego se adiciona las decenas, con ayuda de las dos representaciones se constata la operación a realizar en las decenas (ver ilustración 14) en el ábaco se agrupan las decenas y en la otra representación se realiza la suma.

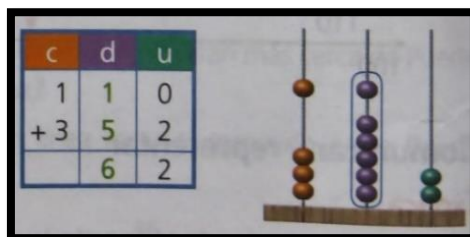


Ilustración 14. Unidad 2. pág. 36 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2

De manera análoga se realiza la adición en las centenas, haciendo uso de la representación en la tabla de valor posicional y el ábaco. A cada término de la adición se les denomina sumandos y al resultado suma.

El libro se interesa en la reagrupación de unidades y decenas: “*Cuando tenemos diez unidades las podemos reagrupar para formar una decena. Cuando tenemos diez decenas las podemos reagrupar para formar una centena*”⁷. Esto último se reproduce haciendo uso de una representación de torres formadas por 10 fichas.

Lo anterior fue introducido para dar cabida a la adición de números hasta 999 con reagrupación, en este tema de nuevo se muestra la importancia de ubicar los números en la tabla de valor posicional, donde se opera primero en las unidades, después las decenas y finalmente las centenas. En el ábaco se representa la reagrupación, en la ilustración 15 se indica que en las unidades al formar un grupo de diez unidades, éstas pasan a las decenas y se representan por una bolita; con las centenas pasa lo mismo, se reagrupan las decenas para formar un grupo de diez decenas que es igual a una centena o a otra bolita que se ubica en las centenas del ábaco.

⁷ Unidad 2, pág. 39 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2.

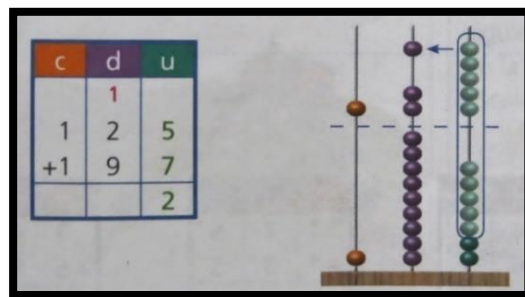


Ilustración 15. Unidad 2 pág. 41 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2*

Por consiguiente para realizar la adición de números de tres cifras en el libro se mencionan tres pasos:

- *Adicionamos las unidades y si es necesario reagrupamos para formar una decena.*
- *Adicionamos las decenas y si es necesario las reagrupamos para formar una centena.*
- *Finalmente, adicionamos las centenas*".

En la operación de la sustracción, de nuevo se realiza para el caso de números hasta 999 sin desagrupación, y se señala que para llevar a cabo la operación primero se comienza sustrayendo las unidades, después las decenas y por último las centenas (ver ilustración 16). En la sustracción para comprobar la solución se suma la diferencia y el sustraendo, la anterior adición tiene que dar el minuendo.

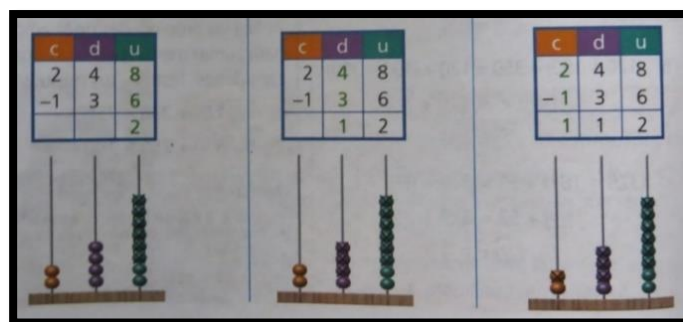


Ilustración 16. Unidad 2 pág.46 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2*

En consecuencia el texto dice: *“Usamos la sustracción en situaciones en las que se debe hallar la diferencia, el resultado de quitar o saber cuánto sobra o falta”*⁸.

Se considera el caso de sustracciones de números hasta 999 con desagrupación, pero primero se expone que: *“Cuando tenemos una decena la podemos desagrupar en 10 unidades. Cuando tenemos una centena la podemos desagrupar en 10 decenas”*⁹, en la ilustración 17 lo anterior se representa en el ábaco.

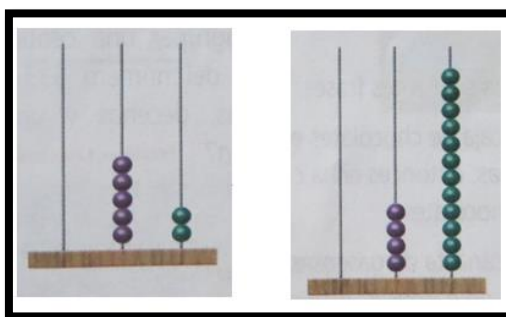


Ilustración 17. Unidad 2 pág. 49 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2*

Por lo tanto *“Para sustraer números de tres cifras, primero sustraemos las unidades; si es necesario, desagrupamos una decena en diez unidades. Después sustraemos las decenas; si es necesario, desagrupamos una centena en diez decenas. Por último, sustraemos las centenas”*.

Lo último a considerar se encuentra el tema de la sustracción de números hasta 999 con ceros en el minuendo, aquí como los demás temas brindan una gran importancia la ubicación de las cantidades en la tabla de valor posicional, empezando por las unidades, decenas y centenas.

⁸ Unidad 2 pág. 47 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2*.

⁹ Unidad 2 pág. 49 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2*.

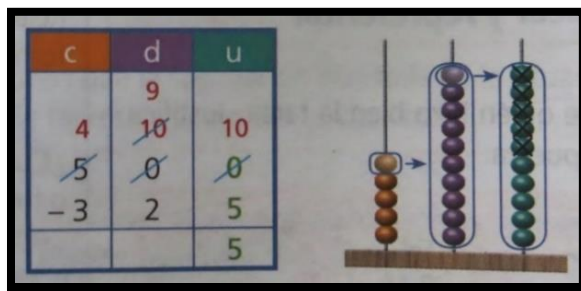


Ilustración 18. Unidad 2 pág. 54 del texto *Guía para docentes, Matemáticas para pensar 2*

Si observamos la tabla de la ilustración 18 y ubicamos las unidades, “*al cero no se le puede sustraer cinco, por consiguiente se desagrupa las decenas, pero como no hay decenas, se desagrupa una centena*”, al realizar la desagrupación en las unidades queda un diez, en las decenas 9 y las centenas 4. En el ábaco se representa lo obtenido después de cada desagrupación.

En síntesis, el libro de texto en la unidad 2 hace uso de dos representaciones para darle un manejo a las propiedades del SND, además de una clasificación dependiendo de los problemas que se presentan en el momento de realizar una adición o una sustracción, por ejemplo establecer un tema dirigido a la sustracción con ceros en el minuendo, o la adición de números con reagrupación; esto se logra haciendo uso del subconjunto de los números naturales, cuyos elementos van desde el cero hasta el 999.

- SEGUNDO A

La maestra en sus clases presenta diversas situaciones a resolver en relación con las operaciones de adición y sustracción, donde remarca el interés de comprender lo que el problema está planteando y por consiguiente que la respuesta numérica obtenida siempre vaya ligada al contexto específico, tales operaciones son

representadas de la forma usual, es decir, como las que se encuentran consignadas en la ilustración 19.

1 3 6	1 0 0 0
+ 4 2 8	- 6 5 0 0
5 6 4	3 5 0 0

Ilustración 19. Ejemplo de la representación utilizada por la profesora

En la adición, la profesora hace referencia a la importancia de empezar a operar por las unidades, después por las decenas y finalizando con las centenas, debido a que si se empieza a sumar por las centenas el resultado obtenido puede ser incorrecto, porque tal vez se encuentren en el caso de una suma prestando.

En la adición prestando se evidencia la importancia de la descomposición, porque en las unidades del resultado no puede estar un número con dos cifras, por ejemplo al realizar la adición $136+428$, como la suma de las unidades es 14 sólo se deja el cuatro que es la unidad del 14, el 1 pasa a las decenas de los sumandos por ser la decena del 14, esto último la profesora lo expresa diciendo “llevo uno”. En la explicación a éste hecho la maestra saca a relucir que el uno que pasa a la decena es igual a 10 unidades.

En la realización de una sustracción para el caso $10.000-6.500$, y al situarnos en las centenas se puede ver que hay un cero que hace parte de la composición del minuendo y un cinco del sustraendo; además como para la profesora cuando hay sustracción hay que quitar, hay que sustraer, y como al cero no se le puede sacar nada, por eso se tiene que realizar la desagrupación, que en el libro consiste en realizar la desagrupación de la decena de mil en 10 unidades de mil, se escoge una de estas unidades de mil y se descompone en 10 centenas, quedando en la unidad de mil 9 unidades de mil y en la decenas de mil cero; sin embargo, la

profesora lo explica diciendo que el uno le presta al cero, así que el cero queda convertido en 10 y este último le presta al otro cero, y se convierte en 9.

Por consiguiente, dada la necesidad de enfatizar sobre la ubicación de los números, la maestra menciona que las cifras de todo número tienen un valor de posición, donde éste último es la ubicación de cada cifra de un numeral, tal que a cada posición se le asigna un nombre, que son las unidades, decenas y centenas. Éste uso que se le ha ligado al valor de posición corresponde al dado en el libro de texto, además de la clasificación respecto a la solución de las operaciones ya mencionadas; como también la importancia de solucionar situaciones en ciertos contextos.

Por lo tanto, en tales conceptualizaciones se aprecia que las cifras de un número tienen una posición, no obstante lo que indica cada posición, ese valor que le brinda el hecho de que se esté trabajando en el SND no es claro; a cada cifra se le asigna un nombre y se tiene en cuenta algoritmos para solucionar las operaciones respecto a la posición de los números, pero el método de solución utilizado por la profesora es mecánico, no se evidencia las propiedades del sistema en que se está trabajando, una de ellas es que el sistema sea en base 10, es decir que todo número se forma a partir de 10 elementos, de ahí que el uno del 12 no pueda estar en las unidades, pues cada cifra a lo más va tener el número 9.

- SEGUNDO B

La profesora al desarrollar las operaciones de adición y sustracción usualmente utiliza las representaciones mostradas en la ilustración 20 y la representación horizontal, es decir la que se expresa de la forma: $115+216=3313$. Varias de las actividades realizadas en las clases eran ejercicios del libro de texto, como también los conceptos o propiedades en estudio.

c d u	c d u
1 1 5	5 0 0
+ 2 1 6	- 3 2 5
3 3 1	1 7 5

Ilustración 20. Ejemplo de la representación utilizada por la profesora

Para darle solución a una sustracción o adición, la maestra siempre tiene en cuenta cuales cifras corresponden con las unidades, decenas y centenas, y cuando lleva a cabo la solución, siempre precisaba en empezar por las unidades, después las decenas y finalmente las centenas.

En la realización de la sustracción 500-325 (ejemplo extraído del libro), la profesora menciona que hay que desagrupar el cinco para prestarle al cero de las decenas y para que éste último le preste al cero de las unidades; es decir que como el 5 se desagrupa el cero de las decenas se convierte en 10, y éste último se desagrupa para tener 10 unidades, de ahí que el 10 de las decenas se convierta en 9, explicación que concuerda con lo consignado en el libro de texto.

En efecto, lo que la profesora quiere dar a entender es que el cinco se desagrupa quedando 50 grupos de decenas, de ésta se toma una decena y se adiciona a las decenas; de ahí que en las decena quede el 10; de estas 10 decenas se toma una para adicionarla a las unidades, resultando 10 unidades, 9 decenas y 4 centenas. Por consiguiente el hecho de que cada posición de las cifras esté relacionada con el número 10, pues el SND es en base 10, no es muy explícito, así que la forma de desarrollar esta sustracción se muestra de manera mecánica, es un algoritmo que oculta algunas características fundamentales del sistema en estudio.

Cuando la profesora introduce la propiedad modulativa, el enunciado que presenta en la clase lo extrae del texto, al desarrollar esta propiedad surge la idea de que

el cero representa la nada, un lugar vacío, como un salón de clases vacío, el cero no tiene cantidad, el cero no tiene valor, porque todo número sumado con el cero da el mismo número; sin embargo hay casos donde no; por ejemplo el cero del 10 si tiene valor, así que el cero cuando tiene una posición si tiene valor.

En consecuencia la profesora está confundiendo el valor absoluto y el valor de posición de un número, de ahí que el valor de posición del cero dependa de la cantidad de cifras que conforma al número. De lo anterior se puede deducir que para la profesora el valor posicional de una cifra depende del lugar que ocupe en el numeral, no obstante el hecho de considerar que el valor del cero dependa si se tiene más cifras o no, corrobora la idea de que la maestra no tiene en cuenta que el cero del 10 indica que las unidades se “llenaron”, pues se está en un sistema en base 10, lo que implica agrupar y formar una decena que se denota por 10.

Análisis del tercer año de escolaridad

Se utilizará la guía para docentes del libro: Matemáticas para pensar 3 (ver ilustración 21) de editorial Norma S.A., publicado en el año 2011. El autor del libro del estudiante es: Ana María Vega reyes. De nuevo nos centraremos en la Unidad 2, una de las unidades que se enfocan en el Pensamiento Numérico.



Ilustración 21. Portada del libro Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3

Respecto al tema: Lectura y escritura de números hasta 99 999, se evidencia la importancia que le adhieren al sistema de numeración decimal, pues se menciona que es un sistema de numeración compuesto de 10 elementos, donde cualquier cantidad se puede obtener haciendo agrupaciones de 10, por ejemplo las que se encuentran consignadas en la ilustración 22 además de ser posicional “*porque dependiendo del lugar que ocupa una cifra tiene un valor*”¹⁰.

decenas de mil	unidades de mil	centenas	decenas	unidades
10 unidades de mil forman una decena de mil.	10 centenas forman una unidad de mil.	10 decenas forman una centena.	10 unidades forman una decena.	

Ilustración 22. Unidad 2 pág. 30 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3

Para realizar la escritura y la descomposición en unidades del número 32 532, se ubica el número en la tabla de valor posicional (ilustración 23). Así que la descomposición en unidades es:

$$32\ 532 = 30\ 000 + 2000 + 500 + 30 + 2.$$

dm	um		c	d	u
3	2		5	3	2
Treinta y dos mil			quinientos treinta y dos		

Ilustración 23. Unidad 2 pág. 31 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3

¹⁰ Unidad 2, pág. 30 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3.

De manera semejante se establece el tema relacionado con la lectura y escritura de números hasta 999 999. En este caso se introduce las centenas de mil que junto con las decenas y unidades de mil conforman los Miles, y las unidades, decenas y centenas conforman las unidades simples.

Después de instaurar lo anterior, se realiza la adición de números hasta 999 999, “Para calcular la suma de dos números adicionamos las cifras que se encuentran en el mismo valor posicional, comenzando por las unidades”¹¹, en este caso la tabla de valor posicional se le agrega las decenas (ver ilustración 24) o también las centenas de mil.

dm	um	c	d	u
3	5	3	5	0
+ 5	3	1	2	0
8	8	4	7	0

Ilustración 24. Unidad 2 pág. 40 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3

En la sustracción de números hasta 999 999 se comienza con la ubicación de las cantidades en una tabla de valor posicional, como se está realizando la operación $135\,784 - 118\,978$, y en las unidades (ver ilustración 25) el 4 es menor que 8, esto conlleva a la desagrupación de una decena; siguiendo con esta idea se llega al resultado.

cm	dm	um	c	d	u
		14			
	2	4	17	7	14
1	3	5	7	8	4
- 1	1	8	9	7	8
	1	6	8	0	6

Ilustración 25. Unidad 2 pág. 48 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3

Cuando en el minuendo hay ceros, como en el caso del número 48 600 representado en la tabla de valor posicional (ver ilustración 26) el 6 de las centenas se debe desagrupar dado que tanto las decenas como las unidades tienen un cero, de

dm	um	c	d	u
			9	
		5	10	10
4	8	6	0	0
- 4	6	0	1	8
0	2	5	8	2

Ilustración 26. Unidad 2 pág. 50 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3

¹¹ Unidad 2, pág. 40 del texto Guía para docentes, Matemáticas para pensar 3.

ahí se desagrupa 1 resultando un 5 en las centenas, un 10 en las decenas que desagrupando 1, al final queda un 9 en las decenas, lo que implica a que en las unidades quede un 10, es decir 10 unidades.

En consecuencia la representación de los números en la tabla de valor posicional es una herramienta que permite visualizar algoritmos para la realización de las operaciones de adición y sustracción. En un inicio se vio el interés respecto a la descomposición aditiva de un número como la representación en el ábaco, pero al llegar a la realización de adiciones y sustracciones tanto el ábaco como la descomposición aditiva no se siguieron usando, es decir que estas dos representaciones se mostraron por el hecho de mostrar propiedades del sistema de numeración decimal, que es aditivo y posicional.

- Para realizar el análisis se va tener en cuenta lo observado en los dos grupos de tercero de la institución educativa, dado que la maestra a considerar enseña en dichos grupos.

La profesora se enfatiza en que sus estudiantes tengan claro cuáles son las propiedades del SND, para que mediante éstas realicen de manera correcta las operaciones de adición y sustracción. Dado que el valor de posición es un concepto que se viene desarrollando en los primeros grados y es una de las propiedades del sistema en cuestión, para un mejor entendimiento de dicho concepto la maestra recurre al desarrollo de ejemplos, y así brindar una mayor claridad en la realización de las operaciones.

Como el SND es en base 10, es decir se conforma de 10 cifras (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) que mediante el agrupamiento de éstas generan a los demás números; lo anterior accede a este sistema en estudio tener otra propiedad que permite a los números naturales expresarse en forma aditiva y multiplicativa (potencias de 10).

Por consiguiente, la maestra manifiesta que un número en el SND se puede escribir de la forma:

$$\begin{aligned} 345 &= 3 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0 \end{aligned}$$

La anterior expresión se puede establecer porque el sistema es de base 10, es decir, se puede expresar en potencias de 10; tal que el valor de posición de cada cifra lo asigna las potencias de 10, donde el exponente indica el número de ceros que tiene dichas potencias, por ejemplo si se tiene $100 = 10^2$, el número cien tiene dos ceros, que efectivamente es el mismo número del exponente.

Cuando en la sustracción se presenta el caso donde al menos una cifra del minuendo es menor a la cifra del sustraendo, tal que ambas cifras están ubicadas en la misma posición, se debe realizar la desagrupación de una cifra del minuendo que indique una unidad decimal de orden mayor para tomar una de estas unidades y adicionarlas a la cifra del sustraendo para poder llevar a cabo la solución.

En particular si se quiere solucionar la sustracción 542-256 (ver ilustración 27), como 2 es menor que 6, y debido a que una resta de este tipo en el conjunto de los números naturales no se puede realizar, así que se debe desagrupar 4 para obtener 4 grupos de diez, donde se toma un grupo de éstos cuatro, el cual se conforma por 10 unidades y se adiciona al 2 del sustraendo, convirtiéndose éste último en 12 unidades y el que se desagrupó queda en 3 grupos de diez, es decir 3 decenas.

Ahora, como en las decenas el 3 es menor que 5, se realiza la desagrupación del 5 de las centenas conformado por 5 grupos de 100, de éstos últimos se toma un grupo de 100 que en las decenas se representa por 10 (ilustración 27), resultado un 13 en las decenas el cual si se le puede restar 5, y finalizando con un 4 en las

centenas debido a la desagrupación, de ahí que el resultado de la sustracción sea 286.

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 4 \quad 3 \quad 10 \\
 \cancel{5} \cancel{4} \cancel{2} \\
 - 256 \\
 \hline
 286
 \end{array}$$

Ilustración 27. Representación de la sustracción

En diversos ejemplos, donde la profesora presenta este tipo de sustracción enfatiza que la desagrupación se debe hacer para poder realizar la resta, pues como en el caso anterior 2-6 no se puede realizar en el conjunto de los números naturales, no obstante existe otro rango en donde sí se puede realizar tales restas, como el conjunto de los números enteros.

Dada la importancia que se le otorga a las propiedades del SND, la maestra introduce el sistema de numeración egipcio (SNE), y mediante el estudio de las propiedades de tal sistema, realiza comparaciones y distinciones (ver Tabla 1) que guardan estos sistemas numéricos para inducir las facilidades contenidas en el adecuado manejo del SND y así mostrar la eficacia de ser un sistema posicional, multiplicativo, además de tener un signo para representar el vacío de orden, es decir el cero.

Tabla 1. Comparación entre el SND y el SNE

SND	SNE
Base 10.	Base 10.
Es un sistema aditivo y multiplicativo.	Es un sistema aditivo.
Es posicional.	No es posicional.

Tiene un signo para representar el vacío de orden, el cero.	No posee ningún signo para representar ausencia de orden.
---	---

En efecto, si miramos el cero del número 10, tal cero significa que se formó una unidad de orden superior lo que permite la introducción del número 10, lo anterior fue ilustrado haciendo uso de un ábaco, donde se concluye que el cero brinda ese vacío de orden, que a la vez indica una posición; mientras que en el SNE la ausencia de tal representante implica la utilización de muchos símbolos para representar un número.

Lo dicho anteriormente se muestra considerando el proceso de solución referente a la adición en los dos sistemas, en este ejercicio la maestra concluyo que el famoso llevo uno o presto no es la forma como se debe decir sino que se agrupa, debido a que en el SND no se lleva ni se presta sino que se agrupa y se desagrupa para el desarrollo de las operaciones.

Por consiguiente, el SND es potente, económico, pues está dando una economía de pensamiento, una economía en la forma de escribir, además como el sistema decimal es posicional, y si se considera el hecho por ejemplo que el 23 no es igual a 32 pues cada cifra tiene su valor posicional, contrario a lo que pasa en el SNE, se tiene que en el SND importa el orden algo que en el otro sistema no se cumple.

En últimas, se puede sacar a relucir que la profesora considera el valor de posición como el valor que cada cifra de un numeral tiene dependiendo de la posición que se encuentre, y ese valor corresponde a las unidades decimales que se generan por las potencias de diez, es decir que el valor de posición de cada cifra es asignado por dichas potencias, donde el exponente de 10 indica el número de ceros que tiene las potencias de 10.

En consecuencia, la maestra en sus clases tiene la intención de que sus estudiantes conozcan el sistema de numeración decimal mediante el reconocimiento de las propiedades del sistema de numeración egipcio y la comparación de éstas con las del SND, así, se busca la manera para que las estudiantes puedan operar correctamente acorde al sistema usual, donde el uso adecuado del valor posicional es primordial, debido a que en este concepto se encuentra contenido diversas conceptualizaciones que obstaculiza el entendimiento del SND.

- En los anteriores análisis se evidencio que las maestras en sus conceptualizaciones contienen algunos indicios referentes al concepto del valor posicional, sin embargo el manejo y tratamiento en diversas representaciones de este concepto sobresale más en algunas profesoras, respecto al desarrollo del valor posicional como una propiedad esencial del SND. También se observó que el uso del libro de texto en cierta medida influía en lo planteado en las clases, no obstante tal uso se manifestaba más en los de grados primero y segundo, debido al manejo constante ofrecido por las profesoras de las representaciones, términos y demás consignados en los textos.

De esta manera el manejo y la importancia que se le adhiere al SND por parte de las profesoras depende de las características y propiedades que salen a relucir de éste sistema en las clases; así que dependiendo de cómo la maestra presente el sistema en las clases su contenido será más provechoso en la medida que pueda ser usado para llevar a cabo operaciones, representaciones y demás.

No obstante, si se considera el hecho de que el SND es un sistema numérico, donde éste último es un conjunto con dos operaciones y propiedades, donde los elementos del conjunto en el sistema toma ciertas características y propiedades; ¿es conveniente para la enseñanza del SND que las profesoras tengan claro el contenido de un sistema numérico?

Análisis de las enunciaciones

En el momento de emitir argumentos referentes a un tema en cuestión, lo que el emisor quiere decir no siempre es entendido por los demás interlocutores, debido a que en algunos casos lo que se dice no corresponde con lo que se está evidenciado en las palabras; sin embargo, si el receptor lograra captar la intención del emisor, se podría llegar a un acuerdo interlocutivo y así emerger un significado del discurso.

En los argumentos emitidos por las maestras se presentan actos ilocucionarios con una cierta fuerza ilocucionaria que le brinda a los enunciados una dirección, y dependiendo del acuerdo entre los interlocutores emerge un significado, de ahí que lo captado y entendido por los estudiantes respecto a lo dicho por la maestra sea producto de tal acuerdo.

Por consiguiente es conveniente identificar estos actos para poder evidenciar lo que las profesoras quieren decir y así sacar a relucir el significado en los discursos de las maestras respecto a la enseñanza del valor posicional. En efecto, para identificar estos actos ilocucionarios se tendrá de referente la clasificación de los actos ilocutivos establecida por Searle (2005).

Análisis del primer año de escolaridad

PRIMERO A

En las clases tanto la maestra como las estudiantes propusieron situaciones para ser solucionadas utilizando las operaciones ya estudiadas. En un episodio de la clase una estudiante propone el siguiente problema: "*Mariana tiene 28 afiches y*

le regalaron 31 ¿Cuántos afiches tiene ahora?”, posteriormente la profesora le dice a E1 que salga al tablero.

Tabla 2. Episodio 1: Problema de adición

Lo que fue realizado	Lo que fue dicho
	01:05
	[1] P: ya sabemos que es una adición ¿verdad?
	[2] si (responde una estudiante)
[3] señala el número 28	[3] P: ¿Por qué? porque hay que, primero teníamos ¿cuántos?
	[4] veintiocho (dice una estudiante)
[5] señala el número 31	[5] P: y luego le regalaron ...
	[6] treinta y uno (dicen las estudiantes)
[7] E1 sale al tablero	[7] P: entonces salga al tablero (E1) y nos realiza la adición.
	Ya tienes el primer dato que son 28
E1 escribe 28	El primer sumando, bien.
	[8] Una estudiante dice: lo hacemos hasta el minuendo y ahora el sustraendo
	[9] P: No porque acuérdate que el minuendo y sustraendo no es de la adición (respondiendo a la intervención de la estudiante).
[9] E1 resuelve la suma	... y cuéntale a tus compañeras cuál sería la respuesta
	[10] Algunas estudiantes dicen 59
	[11] E1: cincuenta y nueve
	[12] P: ¿solamente así cincuenta y nueve?
	Cómo sería la respuesta, la pregunta es cuántos afiches tiene ahora, como respondes...
	[13] E1: Mariana tiene...
	[14] P: muy bien, eran 59 afiches
	02:25

Respecto a lo propuesto por Searle (2005) en [1] se puede identificar un acto representativo, pues la profesora afirma que la adición es la operación que soluciona el problema; así que para poder mirar si las estudiantes están de acuerdo realiza el acto directivo mediante la pregunta ¿verdad?, lo que produce la respuesta de una estudiante. Para explicar que verdaderamente se trata de una adición, la profesora realiza un acto directivo, mediante preguntas quiere que las

estudiantes tengan en cuenta los datos del problema y puedan concluir que es una adición.

La maestra haciendo uso de un acto directivo le ordena a E1 que salga al tablero, le recuerda que el primer dato es 28 además de ser el primer sumando; mientras E1 realiza la adición en el tablero una estudiante interviene pero la profesora la corrige y le indica (acto representativo) que lo dicho no pasa en la adición, después le ordena a E1 que diga la respuesta.

Después de algunas intervenciones de las estudiantes, E1 responde pero sólo dice la respuesta numérica, así que la profesora por medio de una pregunta (acto directivo) le indica a E1 que la respuesta no está bien y le señala (acto representativo) lo que la pregunta del problema está pidiendo, a continuación le solicita (acto directivo) de nuevo la respuesta, a lo que la estudiante efectivamente responde y la maestra expresa su aprobación (acto expresivo) y afirma que son 59 afiches.

Tabla 3. Episodio 2: Problema de sustracción

Lo que fue realizado	Lo que fue dicho
Señala el 49 del problema	[1] P: vas a encontrar primero el ¿Qué?... ¿cómo se llama éste, el primero de la sustracción? Mi...
[3] E1 escribe 49	[2] E1: minuendo [3] P: minuendo ¿Y el otro como se llama?
[5] E1 escribe -32	[4] E1: su... sustraendo
[5] La profesora borra los números	[5] P: muy bien [6] P: Te voy a borrar para que tú hagas los números un poquito más grandes para que tus compañeras puedan ver, hazlos más grandecitos.
[7] E1 los hace más grandes	[7] P: ¡Eso! Muy bien.
E1 dibuja 19 palitos en el tablero	[8] P: Observen al tablero lo que está haciendo María Isabel.

[9] E1 escribe el 7 en la unidades	[9] P: observa bien lo que estás haciendo, observa.
[10] E1 escribe el cero en las decenas (queda como resultado 07) y mira la profesora.	[10] Bueno...

En el episodio 2 se está realizando un problema planteado por una estudiante: “*Mi mamá tiene 49 gallinas y mi abuela se llevó 32. ¿Cuántas gallinas le quedan?*”. La profesora al ordenarle a E1 salir a resolver el problema, ejecutando un acto directo y haciendo uso de preguntas, en [1] se aprecia la intención que tiene referente al reconocimiento del minuendo en el problema por parte de la estudiante; la profesora también recurre a señas y expresiones (“mi...”) que hacen que la estudiante reconozca que el primer elemento a escribir de la sustracción es el minuendo.

Después de afirmar (acto representativo) que efectivamente es el minuendo, la maestra pregunta (acto directivo) a E1 cuál es el otro componente de la sustracción, después de recibir una respuesta la profesora expresa (acto expresivo) que está de acuerdo con E1. Dado que los números escritos por E1 están pequeños, la profesora borra lo realizado en el tablero y le indica (acto directivo) que los escriba más grandes, luego de haber escrito E1 los números, la profesora muestra en [7] su aprobación (acto expresivo).

En [8] la maestra les ordena (acto directivo) que pongan atención a lo realizado por E1, al ver lo hecho por E1 en [9] la profesora le ordena (acto directivo) observar lo ya realizado lo que implica a que la profesora quiere hacerle ver que lo llevado a cabo por E1 no es correcto, pues en ese caso de la sustracción el 4 no le presta al 9, sin embargo E1 continua con su procedimiento resultando una respuesta errónea, a lo que la profesora queda inconforme.

Los episodios expuestos anteriormente revelan que las emisiones dadas por la maestra se caracterizan por realizar actos directos, es decir tiene la intención de

provocar una acción a sus estudiantes, mediante este acto realiza preguntas para mirar si las estudiantes captan la idea, da órdenes para que lleven a cabo las actividades en cuestión, además de imponer orden en el salón de clases.

Por medio de los actos representativos la intención de la profesora es aseverar sus ideas y conceptualizaciones, como también reconocer los resultados obtenidos por las estudiantes; además, llevando a cabo expresiones de apruebo o desapruebo su intención es corroborar lo realizado por las estudiantes o manifestar su inconformismo referente a lo realizado por las alumnas.

PRIMERO B

En el siguiente episodio, la profesora está realizando un repaso de sumas llevando.

Tabla 4. Realización de sumas llevando

Lo que fue realizado	Lo que fue dicho
[1] Separa las unidades de las decenas haciendo una línea vertical y poniendo la letra u. [2] P escribe d. [4] P señala abajo en las unidades.	02:26 [1] P: listo, vamos a sumar primero las... E: unidades [2] P: y luego las... E: decenas [3] P: listo: nueve más ocho... E: diecisiete [4] P: ¿será que yo coloco el 17 aquí? (señala abajo en las unidades) E: No (todas hablaban al mismo tiempo) [5] P: que tengo que hacer... (Siguen hablando a la vez las estudiantes) no, así no escucho, Salome (E1). E1: diecisiete no se puede poner ahí, porque, porque unidades le presta uno a decenas [6] P: ¿se lo presta? E1: ¿se lo regala? [7] P: se lo que... E2: se lo lleva

En [5] la profesora insiste en el procedimiento a seguir y expresa su inconformismo con el ruido de las estudiantes, así que le pregunta directamente a una estudiante; como la respuesta no es lo que espera, la maestra de nuevo pregunta para que las alumnas caigan en cuenta que se “lleva” en las decenas.

En [8] al afirmar (acto representativo) que se “lleva” pregunta el por qué (acto directivo) de llevar, seguido a recordar el hecho de que el uno no va en las unidades; ya en [9] se afirma la causa del resultado, donde éste último superó al nueve y pasa a las decenas. La maestra con la intención de querer que las estudiantes entiendan que una decena se compone de unidades realiza actos directivos, mediante éstos lleva a que una estudiante le responda y así dar paso a la explicación de que nueve unidades forman una decena, en esta explicación hace uso de ilustraciones para mostrar la equivalencia entre 10 unidades y una decena.

Se observa que en [13] la profesora pregunta (acto directivo) para mirar si las alumnas reconocen el hecho que 10 unidades es una decena; al ver que siguen diciendo que se lleva el 1 a las decenas, la maestra en [15] tiene la intención de dejar claro que ese hecho pasa porque el 1 es una decena, realizando la pregunta ¿el uno es una qué? (acto directivo) E6 responde satisfactoriamente, a lo que la profesora replica afirmando (acto representativo) que es una decena y acorde a esto se expresa ante su auditorio.

En este episodio sobresale la intención que la profesora tiene respecto al entendimiento de la definición de decena, usando actos directivos y por medio de preguntas lleva a las estudiantes seguir el procedimiento que ella plantea para la solución de una suma llevando; con ilustraciones y afirmaciones realiza actos representativos para instaurar sus ideas, en particular que el 1 que se lleva es igual a una decena, es decir 10 unidades.

Análisis del segundo año de escolaridad

SEGUNDO A

En este episodio la profesora está resolviendo un problema planteado en el libro de texto que involucra la realización de la suma: $136+428$.

Tabla 5. La adición en una situación problema

Lo que fue realizado	Lo que fue dicho
[2] P escribe el catorce en el resultado P escribe una d y abajo pone el 1. P escribe una u y abajo le pone el 4. P escribe una u y abajo le pone el 4. P dibuja una línea vertical separando las unidades y decenas. [6] P muestra con su mano cuatro dedos, borra el 14 encerrado anteriormente. [14] P coloca el 4 en el círculo que encerraba el 14.	01:05 [1] P: vamos a agrupar los dos puntajes, los vamos a reunir. Vamos a sumar $6+8$ - Una estudiante responde: catorce [2] P: ¿será que yo hago esto? - una estudiante dice: no [3] P: porque no (varias estudiantes hablan) levantemos la mano, quien quiera dar respuesta levanta la mano... - Una estudiante dice: porque no puedes el uno también al lado del cuatro [4] P: por qué, qué quiere decir catorce en la descomposición. - Una estudiante dice: el cuatro sería unidad y el uno sería decena. [5] P: sería una decena cuatro unidades ¿cierto?; y aquí estamos sumando unidades, decenas y centena cómo estamos sumando las unidades me dio más de la unidad ¿cierto? Me dieron catorce unidades, si o no - Una estudiante dice: si [6] P: catorce unidades, yo no puedo colocar catorce unidades aquí - Una estudiante dice: ¿pones el cuatro? [7] P: coloco solamente cuatro unidades, y que me sobra - Una estudiante dice: y llevas uno [8] P: que quiere decir uno, que quiere decir uno.

P señala el 4 encerrado. P coloca 1 encima del 3 y encierra el uno escrito arriba. P hace mala cara. [13] P escribe el cinco.	-La anterior estudiante dice: una decena (a la vez la profesora señala el uno de arriba ubicado en la decena) [9] P: una decena, o sea cuanto, diez unidades ¿cierto?, recuerden que eso es importante,..., la des-com-po-sición, ir agrupando, aquí estamos agrupando cantidades y me dio más. Me dieron catorce unidades, coloco cuatro, entonces aquí la decena que me sobró, ésta porque eran catorce unidades. Ahora sumamos uno más tres -cinco -cuatro [10] P: cuatro más dos - cinco -varias estudiantes dicen: seis [11] P: ajá, y aquí uno más cuatro -cinco [12] P entonces, ¿cuál fue el puntaje de Manuel en los dos días? -las estudiantes dicen: quinientos sesenta y cuatro [13] P: cómo damos esa respuesta, solamente así, quinientos sesenta y cuatro... -una estudiante dice: no, respuesta, y uno pone el puntaje de Manuel en los dos días fue quinientos sesenta y cuatro. [14] P: muy bien, ¡muy bien! 03:31
--	---

Observando el episodio anterior en [1] la maestra indica mediante un acto directivo lo primero que van a realizar, es decir sumar las unidades; realizando la pregunta ¿será que yo hago esto? (acto directivo) quiere que sus estudiantes recuerden lo que se hace cuando la unidad de la suma resulta siendo mayor que nueve, así que en [4] pregunta sobre la descomposición del cuatro, a lo que una estudiante contesta realizando la descomposición del 14, con una réplica en [5] la profesora afirma (acto representativo) que son cuatro unidades y una decena, y se dispone a explicar cómo se realiza la suma.

En la anterior explicación asevera que dieron 14 unidades y con la intención de mirar si las estudiantes entienden se manifiesta con la expresión “sí o no”, después de recibir una respuesta afirmativa de una estudiante en [6] asiente (acto representativo) que son 14 unidades pero que no se pueden poner en las unidades, a lo que en [8] se interesa por el significado de 1 y se lo expresa a las alumnas, a lo que una responde que es una decena.

Continuando con la explicación en [9] haciendo uso de actos representativos la maestra afirma que una decena es igual a 10 unidades y manifiesta la importancia de la descomposición, además de nuevo asevera el hecho de que el 1 del 12 sobra y pasa a las decenas. Siguiendo con el desarrollo de la adición y llevando a cabo la adición de las decenas, una estudiante al responder que la suma es 5 en [10] se muestra un acto expresivo cuando la profesora hace un gesto de desacuerdo respecto a lo afirmado por la estudiante.

Después de mostrar el resultado, en [12] la profesora pregunta cuál es la respuesta respecto al problema, como las estudiantes sólo dan la respuesta numérica, en [13] realizando un acto directivo explicita que la respuesta está incompleta, de esta manera una estudiante de manera correcta la respuesta a lo que la profesora acorde a lo sucedido expresa satisfacción.

En consecuencia se puede deducir que la maestra a través de los actos directivos tiene la intención de que las estudiantes recuerden la igualdad dada entre diez unidades y una decena, además de que sigan el procedimiento de este tipo de adiciones, en donde las unidades del resultado sobrepasan al nueve y es representado por el 1 en las decenas.

Ahora considerando los actos representativos, en éstos la intención que guarda dichos enunciados es establecer mediante aseveraciones e ilustraciones el proceso de esta clase de adiciones, además de tener claro que es una decena y

que significa el 1 que se pasa a la decena. Haciendo uso de señales y gestos expresa su inconformismo con algunas respuestas dadas por las estudiantes, no obstante en algunos casos también muestra satisfacción referente a lo dicho por las estudiantes.

SEGUNDO B

Se va considerar los dos episodios presentados a continuación referente a la explicación dada por la docente respecto a la enseñanza de las propiedades conmutativa, asociativa y modulativa, al considerar el caso particular $378+0=378$ y $0+56=56$ la maestra le pregunta a sus estudiantes que propiedad se utiliza en el ejemplo.

Tabla 6. Episodio 1, referente a la propiedad modulativa

Lo que fue realizado	Lo que fue dicho
[3] P señala el ejemplo del tablero	01:25 [1] P: Isa E1: que, que, que como, que el cero no tiene cantidad [2] P: El cero no tiene ¿qué? E: cantidad [3] P: cantidad, el cero no tiene valor, en ese caso ¿sí? , si yo tengo trecientos setenta y ocho muñecas, y no me regalan nada cuánto tengo... -Algunas estudiantes responden: trecientos setenta y ocho. E2: ¡cero!, cero
P señalando el cero de $0+56=56$	[4] P: trecientos setenta y ocho, tengo las mismas, si yo tengo nada, no tengo nada y resulta que llega mi amado esposo y me regala 56 aretes, cuánto tengo ahora...
E2 no responde.	E: cincuenta y seis [5] P: cincuenta y seis (mirando a E2), sí, entonces hay una propiedad que es que todo número sumado con el cero da... E2 dice: da el mismo resultado.

	... el mismo número, todo número sumado con el cero da el mismo número, esa propiedad se llama la propiedad modulativa. 02:43
--	--

De acuerdo a lo dicho por E1 la profesora realizando un acto directivo quiere que las estudiantes apoyen el argumento dado por E1, en [3] la profesora asevera (acto representativo) que el cero de $378+0$ no tiene cantidad, ni tampoco valor; con ayuda de ilustraciones en [4] evidencia tal afirmación y sostiene que $378+0=378$. En consecuencia, tal característica que tiene el cero la maestra la denomina propiedad modulativa, donde afirma (acto representativo) que todo número sumado con el cero da el mismo número.

Tabla 7. Episodio 2, referente a la propiedad modulativa

Lo que fue realizado	Lo que fue dicho
	00:08 [1] P: Cero más cincuenta y seis E: cincuenta y seis [2] P: cincuenta y seis (escribe 56). E2: porque no tengo nada...
[3] P le adiciona a 5 el 0, quedando 50.	[3] P: Sólo, muñecas, solo en este caso, porque el cero cuando ocupa una posición si tiene valor...no es lo mismo que yo diga cinco (escribe 5) a que si le pongo un cero E2: cincuenta
[5] P le agrega a 50 otro cero.	[4] P: qué valor me da... E3: cincuenta [5] P: Cincuenta, si le pongo otro cero E3: quinientos
P le agrega otro cero a 5000	[6] P: ¡Quinientos!, si lo pongo otro cero (le agrega a 500 otro cero) E4: cinco mil [7] P: ¡Cinco mil! si le pongo otro cero E5: ¡quince mil! E4: ¿cinco millones? [8] P: no E6: cincuenta mil pesos [9] P: Entonces no podemos decir que el cero no tiene valor, es según el valor de posición que ocupe... ¿de acuerdo? 01:07

En el episodio 2 la maestra afirma (acto representativo) que $0+56=56$, pero como E2 manifiesta que el cero equivale a no tener nada, la profesora aclara que sólo en ese caso, pues el cero del 50 si tiene un valor y depende de la posición que ocupa, por lo tanto asevera (acto representativo) que el cero cuando ocupa una posición si tiene valor.

Mediante actos directivos y haciendo uso de ejemplos la maestra tiene la intención de que las estudiantes entiendan que dependiendo en donde este el cero, éste último tiene un valor. Por lo tanto, los actos representativos y directivos direccionan los argumentos emitidos por la docente, al entendimiento y aceptación por parte de las estudiantes con respecto al significado del cero en la propiedad modulativa.

Análisis del tercer año de escolaridad

En los siguientes dos episodios la profesora está preguntando a sus alumnas “¿qué representa el 4 en el 456?”

Tabla 8. Episodio 1

Lo que fue realizado	Lo que fue dicho
Algunas estudiantes levantan la mano.	00:58 [1] P: qué representa el 4 en el 456, lo piensan y levantan la mano Sofía (E1) E1: que representan cuatro unidades de 100 [2] P: representa 4 unidades de 100, yo escucho por acá Gaby (E2) E2: lo mismo que dijo ella [3] P: representa 4 unidades de 100, entonces como lo escribiríamos, quien quiere viene y lo escribe acá
Varias estudiantes alzarón la mano.	vamos juanita (E3) escríbelo, cómo lo escribirías -E3 escribe 5 unidades de 100

P señala la pregunta.	[4] P: mira la respuesta muñeca.... ¿Hay un error? La pregunta, lee la pregunta -E3 borra el 5 y pone 4 P: muy bien. 02:23
-----------------------	---

En referencia al episodio 1, en [1] la profesora les solicita (acto directivo) a sus estudiantes que piensen la pregunta antes de responder, después de la respuesta dada por E1 la profesora escucha a otra estudiante y afirma (acto representativo) que el cuatro representa 4 unidades de 100, a continuación le pide (acto directivo) a una estudiante que quiera salir y escriba la respuesta.

E3 al escribir mal la respuesta la profesora en [4] le pide que mire la respuesta, sin embargo parece que E3 no se percata del error a lo que la maestra le pregunta: “¿Hay un error?” y le solicita leer la pregunta del problema; lo anterior son actos directivos donde la intención de la maestra es que la estudiante se dé cuenta de su error; como la estudiante corrige el error, la profesora expresa su satisfacción (acto expresivo) al final.

Tabla 9. Episodio 2

Lo que fue realizado	Lo que fue dicho
E1 alza la mano	03:58 [1] P: Si yo por ejemplo hago el cambio, yo digo son 456 voy a tener las mismas cifras pero le voy a cambiar, y yo digo que hay 645, ahí que pasa, ¿será que la respuesta que yo acabo de dar estaría acorde al 645? -Algunas estudiantes dicen: no [2] P: porque no que acaba de pasar Gaby (E1) E1: que cambiaste las posiciones [3] P: y ahí que tiene que ver, por ejemplo ehh sarita (E2) E2: el orden porque pues, el 6 estaba en las unidades y ahora lo pasaste a las centenas [4] P: y que tiene que ver, y que pasa ahí E2: que ahí sería un número mayor

P escribe 6u de 100. P escribe 600.	[5] P: sería un número mayor, que número sería, entonces cual sería la cantidad... E2: como así [6] P: el número de acá, me estás hablando del 6, ¿aquí estaría en qué? E2: las centenas [7] P: en las centenas y acá E2: en las unidades [8] P: y aquí que me representa la cantidad 6, en las centenas que me representaría.... ¿Qué número sería en las centenas?... que posición dependiendo de la posición cuál sería... Sarita (E2) E2: seis... mmm unidades de 100 [9] P: seis unidades de 100 muy bien... y esas unidades de 100 me representa que número, qué número sería 6 unidades de 100 E2: seiscientos [10] P: ahh seiscientos ¿cierto? ok vale, muy bien -E3 alza la mano [11] P: dime Mariana (E3) E1: y el cuatro representa 4 unidades de 10 y el cinco, cinco unidades de 1 [12] P: y cinco unidades de 1...ok vamos a continuar. 06:19
---	---

En referencia al episodio 2, se pudo observar que en [1] la maestra desafía a sus estudiantes proponiendo una actividad parecida a lo expuesto en el episodio 1, mediante una pregunta (acto directivo) mira si las estudiantes están de acuerdo en que es la misma respuesta del ejercicio anterior, a lo que algunas dicen que no. Por consiguiente en [2] la maestra quiere saber el porqué de la respuesta, después de escuchar a E1, en [3] le menciona a E2 que tiene que ver la posición con la respuesta; E2 le dice que el orden.

Con ayuda de actos directivos la profesora sigue realizando emisiones para encontrar la respuesta que ella considera correcta, en [5] continuando su conversación con E2 le menciona cual sería la cantidad de 645, sin embargo E2

no entiende y la maestra le pregunta por la posición del 6 en el 645 y el 546, a lo que E2 responde que las centenas y unidades respectivamente.

Por consiguiente la maestra sabiendo que E2 tiene claro que 6 está en las centenas quiere hacerla ver que esa posición contiene dos valores, el primero que representa seis unidades de mil y la otra la cantidad, es decir 600; en consecuencia mediante actos directos en [8] y [9] E2 le responde lo deseado por la profesora, y acorde a lo sucedido dice: *“ok vale, muy bien”*.

Se pudo observar que al crear un desafío a sus estudiantes, ella tiene la intención de que puedan deducir la respuesta correcta; así que realizando actos directos la profesora busca los medios para que E2 logre deducir la respuesta a lo planteado, y mediante actos representativos muestra su acuerdo con las respuestas de E2, como además de sus expresiones donde manifiesta que lo hecho por E2 es correcto.

Análisis dialógico

En el discurso emitido por los docentes en las clases de matemáticas intervienen varios aspectos, ya sea la información que emerge en la interacción con los estudiantes, las conceptualizaciones respecto al objeto matemático en cuestión, el contexto en que se encuentran los interlocutores, entre otros. Así que la acogida de esta información por parte de los docentes para emitir sus argumentos es primordial, pues muestra el interés que tienen hacia su auditorio en referencia de la enseñanza del sistema de numeración decimal.

En este sentido, se pretende sacar a relucir algunos aspectos que se manifiestan en el discurso de cada una de las maestras con el fin de realizar un análisis más profundo que ayude a evidenciar el acuerdo interlocutivo entre las estudiantes y el docente (significado) en la enseñanza del SND en torno al valor posicional. Por consiguiente, es pertinente analizar los diálogos que se presentan al momento de emitir el discurso para lograr identificar aquellos aspectos que conlleven a dicho acuerdo. Para esto, se tendrá en cuenta además de la teoría expuesta por Perelman & Olbrechts-Tyteca (1989) lo establecido por Bajtín (1999) sobre los géneros discursivos que se presentan en cada esfera de la actividad humana que contribuye a un análisis más aterrizado del diálogo y no tan general como lo proporciona la teoría de Perelman & Olbrechts-Tyteca.

Los géneros discursivos son enunciados (orales o escritos) que se establecen a partir de la actividad humana que se da por el uso de la lengua. Estos enunciados reflejan las condiciones específicas de cada actividad humana, pues, los géneros discursivos se conforman por tres componentes: el contenido temático, el estilo y la estructura. El estilo está vinculado al enunciado, y refleja la individualidad del hablante (o escritor), aunque hay que aclarar que no todo género discursivo posee un estilo individual. La estructura, es la organización de la información que contienen los enunciados; algunos tienen estructuras estables, pues la

organización de la información que contienen los enunciados es casi siempre la misma. En un diálogo se puede evidenciar con facilidad la estructura trídica conformada por la pregunta que lanza la maestra, la reacción del estudiante y la réplica de la maestra (Stubbs 1987).

Seguidamente, se realizará el análisis dialógico a los enunciados emitidos por las docentes en cada grado, luego se pretende llegar a una interpretación que recoja los análisis previamente realizado.

La esfera de la actividad humana que se evidencia en las grabaciones de video es la docencia y en particular a la enseñanza de un saber matemático. En las clases observadas, se evidencia que la estructura del género discursivo en cuestión es la misma, es decir, los diálogos establecidos no tiene una variación significativa, conservan la estructura trídica expuesta por Stubbs (1987), aunque la intervención cambia pues no siempre comienza el diálogo por lo que dice la docente; y que los temas a tratar son: La adición y la sustracción con números naturales.

Análisis dialógico del primer año de escolaridad

- PRIMERO A

- Estilo.

Generalmente, la maestra utiliza un léxico acorde a su auditorio, tratando de retomar lo visto anteriormente para reafirmar los conocimientos de los estudiantes. Lo hace por medio de preguntas que permiten que los estudiantes logren sacar conclusiones por sí mismos. Este léxico es acompañado de gestos, diferentes tonos de voz, señalamientos, movimientos de cabeza o brazos que contribuyen al

entendimiento por parte de las estudiantes. No utiliza palabras técnicas en su discurso, lo que hace que la comunicación sea más estable, lo que si utiliza son términos en diminutivo como por ejemplo “sus diez amiguitos” con el fin de que sea un poco más llamativo para el estudiante y éste comprenda con mayor facilidad. Se considera que frases de ese tipo, contribuyen a un mejor entendimiento por parte del estudiante por el hecho de ser pequeños en edad.

En los diálogos que entabla la maestra con las estudiantes, se evidencia que por medio de las preguntas que hace, logra detectar los conocimientos previos que tiene las estudiantes, lo que permite poder establecer una relación significativa entre los conocimientos vistos en las clases anteriores y los que está viendo. Por medio de estas mismas preguntas, la maestra logra que las estudiantes que comenten algún error, por sí mismas detecten dicho error y con ayuda de ella (docente) logren superarlo y resolver el ejercicio planteado.

Es importante aludir el gran trabajo que hace la maestra para corregir a un estudiante, pues en ningún momento se evidencio que la maestra maltratara psicológicamente a las estudiantes, por el contrario, su comportamiento es muy cariñoso, amable... lo que permite que las estudiantes entren en confianza y logren expresarse sin ningún problema. Algo que se evidencio es que la docente tiene muy en cuenta su auditorio, pues, con ayuda de las estudiantes construyen los ejercicios que van a resolver; también que llama a cada estudiante por su nombre, esto le da un poco de autoridad y seguridad al momento de llamar la atención de las estudiantes.

Los ejercicios que plantean las estudiantes junto a la maestra, son problemas de aplicación en donde deben utilizar la operación de adición o sustracción para llegar a la respuesta. Se evidenció que después de construir el ejercicio, la maestra elige alguna estudiante para que salga al tablero y resuelva el ejercicio empleando ya sea una suma o resta vertical dependiendo del ejercicio y así llegar

a la solución. Después, utiliza un ábaco que dibuja en el tablero para que la estudiante represente la operación que ha hecho con el fin de representar su valor de posición y rectificar el resultado que obtuvo al momento de hacer la operación vertical.

- PRIMERO B

- Estilo.

La maestra del grado primero B emplea un léxico acorde a su auditorio, no utiliza términos técnicos que dificulte el entendimiento del discurso que está dando, por el contrario hace uso de términos familiares por ejemplo: “mandar a su amigo” para afirmar que el 1 va en las decenas; ella también hace uso de la definición de decena y mediante un dibujo de nueve bolas, les recuerda a las estudiantes que una decena es igual a 10 unidades. La participación de las estudiantes es fundamental, pues la maestra, por medio de preguntas concretas logra acceder a los conocimientos previos que tiene las estudiantes y utilizarlos para comprender el tema en cuestión. Además, también se da cuenta si las estudiantes le siguen la explicación.

Cuando la profesora empieza su explicación, hace que las estudiantes terminen lo que ella va decir, por ejemplo, cuando ella dice: entonces primero súmanos el lado de las... Las estudiantes responde: unidades, permitiendo que las estudiantes se adhieran a la tesis que está planteando e involucrar a las niñas en su discurso. Se pudo observar que la docente es la que plantea los ejercicios que las estudiantes deben resolver. Son operaciones de adición muy sencillas que están fuera de un contexto real, es decir, no hace énfasis en la resolución de problemas matemáticos, ni tampoco utiliza la representación gráfica de los números en el ábaco creando una diferencia significando con la maestra de primero A.

Análisis dialógico del segundo año de escolaridad

- SEGUNDO A

- Estilo

El léxico utilizado por la maestra, es adecuado con relación al auditorio que está manejando, pues por medio de las grabaciones de video, se observa que las estudiantes logran entender las instrucciones, explicaciones, aportes que la maestra les da, sin importar el carácter que tiene la maestra frente a las estudiantes. Un carácter que limita en muchos casos a las estudiantes porque no son capaces de expresarse mucho o participar, dificultando la interacción entre estudiantes y docente.

Por medio de preguntas concretas, la maestra logra saber cuáles son los conocimientos previos que tienen los estudiantes con el fin de utilizarlos como base para la realización de los ejercicios propuestos. Supervisa de manera constante la ejecución de la actividad propuesta, para saber qué estudiante está realizando la actividad correctamente y quién no, para pasar a realizar las correcciones pertinentes y así lograr que haya una adhesión por parte de las estudiantes frente al tema en cuestión.

- SEGUNDO B

- Estilo

La maestra utiliza un buen léxico al dirigirse a sus estudiantes, con un tono de voz agradable; que contribuyen a una buena comunicación entre las estudiantes y la maestra. La motivación que construye la profesora en las niñas es una ayuda importante, pues gracias a está, las estudiantes tienen una disposición frente a la

clase y eso contribuye para que ellas comprendan los temas que se están enseñando.

La maestra, hace uso de preguntas que le permiten obtener cierta información sobre los conocimientos previos que han adquirido las estudiantes y que pueden ser utilizados para generar conocimientos nuevos. Es de vital importancia, la dirección que la docente le dio a la clase, pues por medio de una serie de preguntas, logró que las estudiantes respondieran a cada ejercicio que planteó.

Análisis dialógico del tercer año de escolaridad

- Estilo

Para introducir el concepto matemático, la maestra utiliza un léxico avanzado, pues, en su discurso emplea términos técnicos, que son necesarios mencionar, porque es la manera correcta para explicar el SND, en especial el valor posicional pues la intención de la profesora es romper con los obstáculos que se han construido por utilizar términos no adecuados al momento de emitir los enunciados en la enseñanza del SND en torno al valor posicional. Aunque las estudiante no se ven muy familiarizadas con los términos empleados por la maestra, por ende, hay obstáculos para la comunicación entre profesora y estudiantes, pero por momentos, pues es necesario resaltar que en algunas ocasiones, las estudiantes logran entender, pero llega un momento en el que se pierden y vuelven a utilizar los términos incorrectos que le han enseñado en los años anteriores.

Las clases de la profesora tratan de ser dinámicas, lo que permite llamar un poco la atención de las niñas, además que también utiliza un el léxico bastante universal, pues trata de explicar lo más claro posible y darle respuesta a todas las inquietudes que se presentan durante la clase. Se apoya de la

nueva tecnología para dar sus clases, pues presenta diapositivas previamente diseñadas, lo que conlleva a pensar que la docente planea las clases con anterioridad con el fin de construir un discurso acorde a las necesidades de su auditorio, al igual que las actividades o ejercicios que presenta.

La maestra logra explicar un mismo tema de diferentes maneras, es decir, busca la manera para que sus estudiantes no se queden con una sola manera de entender las cosas, por el contrario, les proporciona herramientas para que las niñas puedan decir que método van a utilizar para resolver cualquier ejercicio que se les presente. Es importante la tarea que está haciendo la profesora porque permite que las estudiantes tengan un índice de que un mismo objeto matemático tiene varias representaciones semióticas. Es importante aclarar que no todas las estudiantes estaban sintonizadas con el discurso de la profesora, y es comprensible, pues no están tan familiarizadas con los términos que ella (maestra) utiliza para explicar los temas. Por ejemplo: en su discurso no utiliza frases como "el amiguito decenas" o "le presto al amiguito", tiene un grado de seriedad más alto.

Por lo anterior, se logró evidenciar que los temas tratados en los tres primeros años de escolaridad en donde se llevaron a cabo las grabaciones de video fueron la adición y sustracción con números naturales, donde cada una de las maestras logró mostrar su individualidad a la hora de exponer su discurso. Aunque la estructura del género discursivo para todos los discursos fue la que expuso Stubbs (1987) "una estructura tríadica" (la pregunta que lanza el maestro, la respuesta del estudiante y la réplica del profesor), en donde se evidencia las intervenciones que hace cada una de las personas que constituyen el diálogo (la maestra responsable del grado y las estudiantes). Aunque, las intervenciones no siempre se dieron en el orden establecido por Stubbs (1987)

En términos generales, las estudiantes estuvieron muy receptivas al momento de escuchar el discurso de las profesoras, unas más que otras, logrando una adhesión exitosa por parte de las estudiantes con relación al tema explicado en clase. Por medio de preguntas, las seis profesoras lograban saber los conocimientos previos de cada estudiante, con el fin de establecer una relación entre esos saberes que ya habían adquirido y los que estaban por aprender. Además, para que los estudiantes los tuvieran en cuenta al momento de resolver los ejercicios planteados.

Las profesoras encargadas de los grados primero A y primero B; utilizan diferentes representaciones semióticas para concebir las operaciones de adición y sustracción. La maestra de primero A hace mucho énfasis en la resolución de problemas matemáticos, teniendo en cuenta la opinión de sus estudiantes, pues ella construía los ejercicios junto con las estudiantes; y la maestra de primero B se limitaba a resolver sumas y restas llevando sin aterrizar ese concepto a un contexto real. Además tenían diferentes maneras de concebir el valor posicional de un número, por ejemplo la profesora de primero A, establecía una relación fuerte entre el valor de posición y la representación gráfica de un número en el ábaco dibujado en el tablero, también utilizaba dicho ábaco para rectificar los resultados obtenidos al momento de realizar la adición o sustracción verticalmente en el tablero. En cambio, la profesora de primero B no utilizaba la representación de un número en el ábaco, ni tampoco hacía tan explícito el valor posicional de un número. Ambas maestras utilizan frases en diminutivo como por ejemplo: "el amigo decenas", "le presta al amiguito" que hacen parte del estilo de cada una para expresarse a sus estudiantes.

Con relación a las profesoras de segundo, hubo bastante dificultad, pues la profesora de segundo A, es bastante seria, lo que produjo una limitación en la participación de las estudiantes. Aunque la maestra utilizó la resolución de problemas matemáticos, hizo más énfasis a ejercicios donde debían calcular el

resultado de una operación. Por el contrario, la profesora de segundo B, es más dinámica, más amigable; lo que hace que las estudiantes participen más en las clases y así el diálogo no se vuelva una discusión, sino un debate en donde cada participante logra exponer su punto de vista y entre todos llegan a un común acuerdo o conclusión; lo que no se evidencio con la profesora del grado segundo A. El léxico empleado por las maestras encargadas de los grados segundo A y segundo B es muy acorde a las necesidades de las estudiantes, respondían las dudas e inquietudes que se presentaban, contribuyendo a la adhesión por parte de las estudiantes a la tesis planteada por las respectivas docentes.

Y por último, la profesora encargada de los grados tercero A y tercero B, marco la diferencia, pues primeramente, hizo demasiado énfasis en la resolución de problemas matemáticos y en su discurso utilizo muchos términos técnicos con el propósito de explicar de manera adecuada el SND en torno al valor posicional. Se evidenció que algunas estudiantes no lograban entender la intención de la profesora, pues no estaban familiarizadas con la terminología empleada por la ella, y aunque al transcurrir las clases, lograban adaptarse a dicho términos, llegaba un momento en el que las estudiantes se volvían a perder y no comprendían ni manejaban los términos adecuados, lo que ocasiono que la docente encargada utilizará los términos inadecuados para lograr una comprensión por parte de las estudiantes.

Hay que resaltar que el trabajo hecho por la maestra es un poco más tedioso porque su intención es eliminar los artilugios que las estudiantes han adquirido en los años anteriores con relación al SND, lo cual es una tarea que como se evidencio es completa y puede tardar tiempo, pues las niñas ya están familiarizadas con otro tipo de léxico que es mucho más asequible.

La forma de expresarse, los gestos que se utilizan, las acciones, el léxico que se emplea, entre otras; influyen cuando se pretende adherir a cierto tipo de auditorio

a una tesis planteada por un orador. En los discurso dados por las maestras, se evidencio los diálogos que se conformaban cuando la docente lanzaba una pregunta o cuando una estudiante planteaba su duda o inquietud en torno al tema en mención, la intervención de la persona a quién fue dirigida la pregunta y la réplica de la persona que lanzo la pregunta o inquietud. Por tal motivo, para analizar un discurso, es necesario realizar un análisis dialógico que permita indagar los diálogos que se forman en el interior de un discurso. En este trabajo, se consideró pertinente utilizar la teoría de los géneros discursivos expuesta por Bajtín (1990) por el hecho de que estos géneros discursivos están constituidos por tres características y una de ellas, el estilo, que ayuda a entender la individualidad de los discursos hechos por las docentes.

-El propósito de realizar un análisis dialógico teniendo en cuenta la teoría de Bajtín (1990), es para evidenciar las características del género discursivo presentado en la actividad humana "la docencia" en particular, la enseñanza del sistema de numeración decimal en torno al valor posicional; para identificar principalmente el estilo de las profesoras al momento de enseñar un conocimiento matemático y observar qué influencia tiene ese estilo individual en el discurso dado por las maestras, para facilitar observar el acuerdo interlocutivo entre las estudiantes y las docentes.

Interpretación

En este apartado se procura evidenciar la conexión existente en los tres análisis realizados anteriormente, es decir, sacar a relucir la relación que hay entre lo que sabe la maestra del objeto matemático, que es lo que quiere decir y cómo lo dice. Por consiguiente primero analizaremos a cada maestra respecto a la información adquirida y así revelar el significado contenido en sus enunciaciones, para después interpretar los resultados obtenidos.

PRIMERO A

La profesora mediante sus argumentos tiene la intención de asentar sus conceptualizaciones con relación al SND entorno al valor posicional a su auditorio, con el propósito de que las estudiantes se adhieran a dichas conceptualizaciones. El hecho anterior se respalda en las enunciaciones que exigen una acción por parte del auditorio para llegar a un acuerdo con relación al concepto en cuestión.

En particular se logra evidenciar el acuerdo establecido por la maestra y las estudiantes respecto al valor posicional de un número, pues se ha adherido la representación en el ábaco a dicho concepto, donde se observa la descomposición de un número implementando los términos de unidad, decena y centena.

Considerando otro ejemplo, la maestra afirma que la propiedad conmutativa no se cumple en la sustracción, no obstante en la adición sí, debido a la ubicación de los números que componen la operación, pues la profesora en varias ocasiones enfatiza un orden de ubicación de los números; lo anterior lo realiza tanto en el ábaco como en la representación vertical de las operaciones y los problemas planteados en la clase, y así poderlos operar, lo que produce una idea errónea de la operatividad de los elementos del SND y sus propiedades.

Por consiguiente, la intención inmersa en las enunciaciones emitidas por la maestra es instaurar el hecho de que la propiedad conmutativa sólo se cumple en la adición, y así evitar las sustracciones que no se pueden realizar, debido a que tal operación se ha caracterizado con los términos quitar o sustraer, lo que no tendría sentido en casos como 3-5; por lo tanto el acuerdo que quiere establecer con las estudiantes es el orden de la ubicación de los números a la hora de operarlos.

En consecuencia, el significado que emerge en el acuerdo interlocutivo establece que el valor posicional de un número es la representación de dicho número en el ábaco, teniendo en cuenta cuales son las unidades, decenas y centenas; tal que al operar dos números, éstos tienen un orden al momento de ser ubicados en el ábaco donde el número mayor se ubica de primero y el menor se ubica de segundo, y las cifra de los numerales tienen una posición, la anterior ubicación de los números y las cifras al momento de operar en la representación vertical también se realiza.

PRIMERO B

En este curso se observó que para la maestra el resultado obtenido en la adición, tanto las unidades como las decenas de la solución sólo permiten ubicar números hasta nueve, cuando es mayor a nueve se va generando unidades decimales de orden superior, lo anterior la profesora lo expresa diciendo el término “llevo uno”. Para explicar lo dicho la docente tiene la intención de dar a conocer que 10 unidades conforman una decena, esto lo hace utilizando una ilustración realizada en el tablero para justificar el término “llevo uno” al momento de solucionar una adición; por medio de actos directivos consigue que las estudiantes se involucren en el proceso y así llegar al acuerdo de lo que significa una decena, es decir la agrupación de 10 elementos y es denotado por $1d=10u$.

Sin embargo, para obtener una mayor comprensión y participación en la clase la maestra hace uso de expresiones que resulten ser familiares a las estudiantes tales como “le manda al amigo” y así lograr alcanzar un aprendizaje significativo; pero, es necesario tener en cuenta los obstáculos que se pueden producir por un mal manejo del lenguaje referente a aprendizaje del SND, pues al hacer uso de las expresiones mostradas anteriormente se omite lo que en realidad representa y define una decena.

Concerniente al valor de posición, para la profesora éste representa el valor que tiene cada cifra en un numeral y se ilustra haciendo uso de las unidades decenas y centenas en la representación vertical de la adición. Por consiguiente el acuerdo que quiere llegar la profesora con sus estudiantes en los intercambios discursivos, es que la decena la conforma 10 elementos que representan 10 unidades; además de que el valor posicional se representa por medio de la ubicación de cada cifra de un numeral en las unidades, decenas y centenas.

En consecuencia el significado que emerge de los acuerdos interlocutivos con relación al valor posicional es, que una decena se compone de 10 elementos y se denomina unidades, tales elementos pueden ser bolas, caramelos u otros elementos. Al momento de realizarse la operación de adición, las unidades y decenas del resultado cumplen que si resulta un número mayor a nueve, el uno que se obtiene se pasa al lugar contiguo, lo que genera unidades decimales de orden superior y se representan mediante el valor posicional.

SEGUNDO A

La intención de la maestra es establecer una relación entre el objeto matemático en estudio y el contexto contenido en los problemas propuestos en clase, para que de esta manera las estudiantes logren evidenciar la importancia de la realización de operaciones en un contexto “real”, y así alcancen una comprensión

del objeto matemático en cuestión, lo anterior se detecta al momento de pedir a sus estudiantes la respuesta teniendo en cuenta el contexto de cada problema y el enunciado.

De otro lado, la profesora explica que para realizar una adición de dos números se debe tener en cuenta que al sumar las unidades si el resultado es mayor a 9 se debe descomponer, tal que el 1 que sobra pasa a las decenas y se considera igual a 10 unidades, no obstante, no se logra que todas las estudiantes se adhieran a lo afirmado por la docente, pues muchas de las estudiantes no son partícipe en la discusión que emerge en la clase.

Por consiguiente, el valor posicional la maestra lo utiliza para recordarles a las estudiantes que cada numeral tiene una posición, pues dicho concepto indica la ubicación de cada cifra de un numeral; de esta manera la maestra tiene la intención de hacer que sus argumentos sean más accesibles, pues es un concepto ya visto, sin embargo, se continua con la participación de las mismas estudiantes que al parecer entienden sus explicaciones, pues participan y responden a las preguntas planteadas por la profesora.

En consecuencia, el acuerdo entre las estudiantes y la maestra no es claro respecto al valor posicional, pues solo algunas responden a sus preguntas y le siguen los argumentos dados, sin embargo, la profesora tiene la intención de aseverar sus argumentos para que sus estudiantes se adhieran a éstos; por consiguiente el significado de los intercambios discursivos respecto al valor posicional es que éste concepto indica la posición de cada cifra de un número, donde cada cifra se denomina unidad, decena y centena.

SEGUNDO B

En las clases salió a relucir la importancia que le brinda la profesora a la posición de una cifra en un numeral, pues como se observó en el análisis matemático el valor del cero depende de la cantidad de cifras que conforma al número que incluye al cero. De otro lado, en la realización de sustracciones enfatiza en el hecho de desagrupar decenas para llevar a cabo la solución. En ambos casos la maestra realiza comparaciones con hechos familiares como por ejemplo explicar la propiedad modulativa haciendo una analogía con el salón de clases vacío, o que se desagrupa en la realización de una sustracción para ayudar al número de al lado.

En consecuencia, por medio actos directivos y ejemplificaciones la intención de la profesora es que sus estudiantes entiendan la importancia de la posición de un número y en particular el cero, es decir su valor posicional, como también la desagrupación de un número en el desarrollo de una sustracción, y así poder familiarizarse con el hecho de tomar una de esas decenas y adicionarla al número de unidad de orden menor.

De lo anterior, se pudo apreciar que respecto al valor posicional del cero las estudiantes se mostraron de acuerdo a las explicaciones dadas por la profesora, dado que podían seguir el proceso implantado, es decir que la posición del cero depende si tiene cifras a su izquierda; pero al realizar la operación de sustracción no sucedió lo mismo porque en repetidas ocasiones las estudiantes no se realizaban la desagrupación de las cifras para llevar a cabo una sustracción, es decir, no todas entendieron lo establecido por la profesora.

Por lo tanto, se puede decir que hubo un acuerdo entre la maestra y las estudiantes referente al valor posicional del cero, sin embargo, en el caso de la sustracción la desagrupación no fue realizada con éxito por parte de las estudiantes, pues no es

claro lo que representa el valor de posición de cada cifra, debido a que la profesora se limita a decir lo consignado en el libro de texto, y no muestra en forma explícita lo que es la desagrupación, es decir, no muestra el verdadero valor de cada cifra respecto a su posición, en otras palabras, no es explícito que la posición de cada cifra representa agrupaciones de unidades decimales de orden cero y uno.

En consecuencia, se puede explicitar el significado del acuerdo interlocutivo en torno al valor de posición, donde considera que el valor posicional del cero depende de la cantidad de cifras de un numeral, y que a la vez contiene al cero; ahora considerando el valor posicional de un número distinto de cero, las cifras que conforman dicho número tienen un valor que depende de la ubicación en el numeral, es decir el valor posicional de las cifras depende del lugar que ocupe.

TERCERO

En los cursos de tercero es pertinente mencionar que la maestra considera el valor posicional como el valor que cada cifra de un numeral tiene dependiendo de la posición que se encuentre, donde tal valor es determinado por las potencias de diez y se le designa a la unidad de orden simple el término unidades, al de segundo orden, decenas, a las de tercer orden, centenas, etc. Referente al valor que se le asigna a cada cifra se infiere el uso que la profesora le establece a la propiedad del SND, que cada elemento de tal sistema se representa en términos de la base diez, y lo representa en forma aditiva-multiplicativa.

La maestra mediante el uso (de forma física) del ábaco les hizo ver a sus alumnas del porque el cero en un numeral si tiene un valor posicional, debido a que representa un vacío de orden e indica el paso de una unidad decimal a una unidad decimal de orden superior, además de explicitar las propiedades y características del SND haciendo uso del sistema de numeración egipcio (SNE).

La profesora se mostró muy interesada en cambiar las conceptualizaciones erróneas que manifestaban las estudiantes respecto al valor posicional y otras características del SND, por ejemplo el artilugio “llevo uno”, “le presto al amigo” y demás. Sin embargo, a pesar de que la profesora repetidas veces les hizo ver que dichas expresiones no son válidas, haciendo uso de comparaciones del SNE con el SND u otras actividades que realizaba en las clases, las estudiantes en ocasiones terminaban por usar de nuevo los términos erróneos, incluso las estudiantes que mostraban interés y seguían el procedimiento mostrado por la maestra.

Por lo tanto, la intención de la profesora es presentar a su auditorio mediante hechos la importancia del SND y el papel que juegan las propiedades de este sistema en la operatividad de la adición y sustracción, además de evidenciar los verdaderos términos que se involucran en el desarrollo de las operaciones, no es “llevo uno” sino que se agrupa y se desagrupa en el SND.

Así que el acuerdo entre las estudiantes y la maestra respecto a los conceptos que se relacionan con el valor posicional no es claro, pero hay que resaltar momentos donde lo emitido por la profesora era replicado satisfactoriamente por parte de las alumnas, como por ejemplo la desagrupación de cifras para realizar sustracciones, y en consecuencia se llegaba de manera correcta a la solución de los problemas inicialmente planteados.

En consecuencia el significado que se puede extraer de los intercambios discursivos respecto al valor posicional es que a cada cifra de un numeral se le asigna un valor, donde cada posición se denomina respectivamente unidades, decenas, centenas, etc., tal que dicho valor depende de las potencias de diez, hecho establecido puesto que el SND es de base diez; y al tener en cuenta las unidades decimales implica a la realización de sustracciones por desagrupación.

- Por lo dicho anteriormente, las maestras de primero y segundo se relacionan respecto al manejo que le brindan al concepto del valor posicional, pues indican que éste concepto se representa ubicando cada cifra de un numeral en las unidades, decenas y centenas, además del tratamiento que le ofrecen a la decena, donde el término “llevo uno” lo utilizan para indicar el paso de las unidades a la unidad decimal de orden 1. También las profesoras de estos cursos se caracterizan por mostrar la solución de la adición y sustracción de dos números como un algoritmo donde siempre se empieza por las unidades, además de no evidenciar las propiedades del SND en la realización de operaciones, como por ejemplo que el SND es posicional.

No obstante, la profesora de tercero de primaria, como se indicó anteriormente tiene la intención de cambiar los términos que hacen ver el desarrollo de las operaciones como procesos mecánicos, a lo que en el momento de realizar sus clases hace uso de actividades y herramientas que faciliten la enseñanza de las propiedades del SND, y así implementar dichas propiedades en la solución respecto a las operaciones de adición y sustracción. Pero como ya se mencionó, no es claro el acuerdo entre la profesora y las estudiantes pues en ocasiones algunas estudiantes manifiestan satisfactoriamente lo explicado por la maestra, es decir le dan utilidad al ser el SND posicional, y en algunos casos no.

Terigi y Wolman (2007, p. 72) mencionan:

Cuando la enseñanza se basa sólo en la transmisión de reglas, se impide a los alumnos utilizar y vincular los conocimientos que han construido y continuar construyéndolos, y, sobre todo, se les deja comprender que los procedimientos con los que se resuelven todas las operaciones están íntimamente vinculados con este sistema.

Lo anterior manifiesta el hecho de porque las estudiantes utilizan procedimientos en una operación donde supuestamente no se deben utilizar, o también el hecho de que las estudiantes de tercero al estar acostumbradas al uso de las reglas “llevo uno”, “le presto”, pues es por medio de ellas que realizan las operaciones, implica a que en el momento de implementar las propiedades del SND no se adhieran de inmediato a éstas y les sea difícil entenderlas.

Por consiguiente, dado que el SND está inscrito en un sistema numérico, donde éste último es un conjunto con una estructura algebraica y ciertas propiedades, si resulta que un profesor entiende y maneja tal sistema numérico ¿es posible que el aprendizaje del SND se de en mejores términos?

Según Terigi y Wolman (2007, p.78) *“Para la actuación docente, no es suficiente con saber mucho sobre el objeto: se requiere saber mucho también sobre las intervenciones específicas que mejor pueden ayudar a los alumnos en un momento determinado”*, de esta manera es necesario que un docente esté preparado para tomar buenas decisiones a la hora de realizar tanto sus herramientas como sus argumentos que va manifestar en el salón de clases.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que una institución educativa está regida por lo planteado en el Ministerio de Educación, particularmente lo que establece los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), donde se infiere ciertos enfoques que permiten al docente incorporar dicho objeto matemático en los primeros años, y sobresale el uso de representaciones para explicar el valor posicional, principalmente las que sean concretas y pictóricas en el SND.

En consecuencia, respecto a la inquietud anteriormente establecida respecto a lo que brinda la comprensión del sistema numérico en el proceso de enseñanza podemos preguntarnos: **¿Cuáles son las ventajas cognitivas, educativas de conocer el sistema de numeración como tal?**

Conclusiones

Las enunciaciones emitidas por las docentes tienen la intención de establecer un saber matemático con el fin de que las estudiantes se adhieran a éste; en algunos casos buscan la aceptación y el manejo de los procedimientos implementados por ellas, o como en el caso de la profesora de tercero reemplazar los términos que considera no oportunos en la enseñanza del SND. Por tal motivo, las docentes formulan preguntas con el propósito de que las estudiantes establezcan una relación entre los conocimientos previos y el saber que les están enseñando.

Cuando un hablante busca que su auditorio se adhiera a lo que él argumenta, y así llegar a un acuerdo; el emisor debe realizar un estudio previo a su auditorio con el propósito de conocer sus conocimientos, necesidades, entre otros, para así establecer los argumentos precisos. Con respecto a la enseñanza de las matemáticas y lo observado en los tres primeros años de escolaridad, es importante el diseño de argumentos para no crear obstáculos en las estudiantes y así obtener un aprendizaje significativo.

En efecto, con el uso de términos y artilugios las profesoras implementaron procedimientos para la solución de adiciones y sustracciones, en donde se evidenció conceptualizaciones en relación al valor posicional que opacan el significado y funcionamiento de éste concepto en el SND, pues como se observó con la profesora de tercero, la intención de poder omitir esos términos de “llevo uno” o “presto” no es inmediato, lo que implica el desarrollo de estrategias para poder llevar a cabo tal tarea.

En un discurso, hay que tener en cuenta que la personalidad del hablante en la mayoría de los casos se ve reflejada en las enunciaciones que realiza, por tal motivo, se logró evidenciar algunas diferencias entre los argumentos expuestos

por las maestras. Las encargadas de los grados primero y segundo tuvieron similitudes en cuanto al léxico que empleaban para exponer sus argumentos, por ejemplo el uso de las expresiones “llevo uno”, “le presto a...”; mientras que la profesora encargada de los grados terceros utiliza un léxico bastante técnico que en muchas ocasiones crea dificultades para poder establecer una comunicación con las estudiantes, no obstante la maestra emitía sus expresiones de esta manera debido a que su intención es eliminar el uso brindado por las estudiantes a dichas expresiones no adecuadas para indicar la agrupación de unidades decimales o la desagrupación.

Por consiguiente, en cada grado el significado concerniente al acuerdo interlocutivo muestra como es tomado el valor posicional; en las profesoras de primero y segundo hay similitudes, pues se considera dicho concepto como el lugar que ocupa cada cifra de un numeral y se representa haciendo uso de los términos unidades, decenas, centenas, que son ubicados en el ábaco o la representación vertical.

En cambio, en los grados de tercero, la maestra al concepto de valor posicional le adiciona una propiedad del SND, que cada elemento del sistema se puede expresar en términos de la base 10, además que cada posición representa agrupaciones de unidades decimales, de ahí que sus representaciones en uso al momento de realizar operaciones sean el ábaco (de forma física), la representación vertical y la representación de un número en forma aditiva-multiplicativa.

En consecuencia, se puede deducir que el significado respecto al valor posicional consignado en los intercambios discursivos depende de la forma en como la maestra expresa sus argumentos, el uso de sus conceptualizaciones respecto al tema de estudio, que elementos utiliza para representar tal concepto, además de las actividades que desarrolla en sus clases.

Por lo tanto, las maestras deben de construir su discurso acorde a las necesidades de las estudiantes y manejar muy bien el concepto matemático que van a transmitir, para que en el momento de emitir sus enunciados las estudiantes logren adherirse a lo planteado en las clases, y así desarrollar un aprendizaje acorde al concepto matemático en estudio.

Bibliografía

- Arbeláez, G., Arce, J., Guacaneme, E., & Sánchez, G. (1999). *Análisis de textos escolares de matemáticas*. Cali: Universidad del Valle.
- Bajtín, M. (1999). *Estética de la creación verbal*. México: Siglo XXI editores, s.a. de c.v.
- Bedoya, E., & Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de numeración decimal. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 55-62.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano* (Segunda ed.). Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Fedriani, E., & Tenorio, Á. (2004). Los sistemas de numeración Maya, Azteca e Inca. *Lecturas matemáticas*, 25, 159-190.
- García, J. (2008). *Una aproximación al proceso de comprensión de los numerales por parte de los niños: relaciones entre representaciones mentales y representaciones semióticas*. Universitas Psychologica V.7 N°3.
- Gómez, C. B. (2004). *Elementos de Lógica*. Manizales-Colombia: Universidad de Caldas.
- Grice, P. (2005). Lógica y Conversación. En L. Villanueva, *La búsqueda del significado* (págs. 520-538). Madrid, España: EDITORIAL TECNOS, S.A.
- Guimarães, G. L., & Ruesga, M. P. (2012). Los aspectos didácticos básicos del sistema de numeración decimal en los libros de texto. *Revista electronica de educação*, V.6(1), 104-128.
- Lerner, D., & Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En C. Parra, & I. Saiz, *Didáctica de matemáticas* (págs. 95-184). Buenos Aires: Paidós SAICF.
- Lozano, E. (2010). La interpretación y los actos de habla. *Mutatis Mutandis*, 3(2), 333-348.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el Área de Matemática*. Bogotá.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias Matemáticas*. Bogotá.
- Mounier, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération au CP vers de nouvelles pistes*.
- Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (1989). *Tratado de la argumentación*. Gredos.

- Ressia, B. (2003). La enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y el primer año de la E.G.B. En M. Panizza, *Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB*. (págs. 75-130). Buenos Aires: Paidós SAICF.
- Searle, J. (1994). *Actos de habla*. Barcelona: Planeta-De Agostini, S.A.
- Searle, J. (1995). ¿Qué es un acto de habla? En L. M. Villanueva, *La búsqueda del significado* (Segunda ed., págs. 431-448). Madrid, España: TECNOS, S.A.
- Searle, J. (2005). Una taxonomía de los actos ilocucionarios. En L. Valdés, *La búsqueda del significado* (págs. 448-474). Madrid: TECNOS S.A.
- Stubbs, M. (1987). *Análisis del discurso: Análisis sociolingüístico del lenguaje natural*. Madrid: Alianza Editorial, S.A. .
- Terigi, F., & Wolman, S. (2007). Sistema de Numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*(43), 59-83.

Anexo

Tabla 10. *Rejilla de análisis*

Interpretación		
Análisis Dialógico		
Análisis de las Enunciaciones		
Análisis matemático		
Trascripción	1.	2.