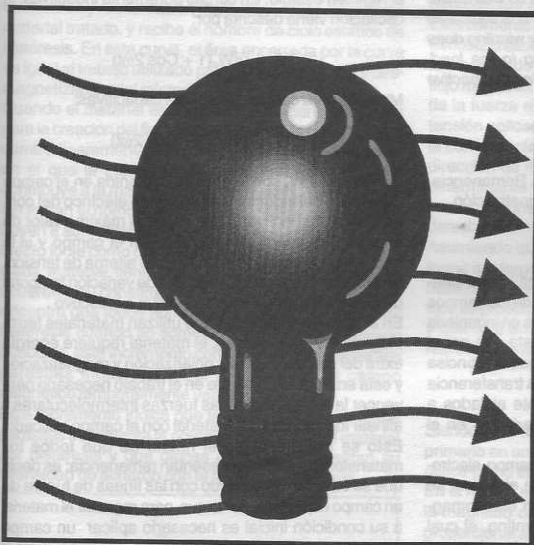


Principio de transferencia de energía a través del campo electromagnético



RESUMEN

A través de las ecuaciones de Maxwell y la Ley de inducción electromagnética, es posible analizar la relación existente entre los campos electromagnéticos y la energía eléctrica. La teoría electromagnética clásica muestra como en la creación de dichos campos se presenta un proceso de almacenamiento de energía en inductores y condensadores y, ante tensiones de alimentación alterna, se produce un flujo de energía oscilatorio hacia y desde el campo electromagnético.

En el presente artículo se usa el teorema de Poynting y las ecuaciones de Maxwell, para resolver el problema de la transferencia de energía en el devanado primario de un transformador, indicando de acuerdo con la solución obtenida, las condiciones en que dicha transferencia se establece y las diferentes componentes de potencia que se ven involucradas en el proceso. También se establece, cómo ocurre la transferencia hacia el devanado secundario

y de ahí a la carga, mostrando la oscilación de energía creadora de la potencia reactiva.

Cuando se presenta transferencia de energía entre dos sistemas aislados, entre los cuales intermedia el campo electromagnético como ente transmisor, el proceso se presenta en dos fases claramente definidas; transferencia de energía desde el circuito primario hacia el núcleo y transferencia de éste hacia el circuito secundario.

ABSTRACT

Energy transfer between two isolated winding systems by means of an electromagnetic field occurs in two clearly

□ **Alejandro Paz Parra**
Ingeniero Electricista

□ **Jairo Palomino de la Cruz**
Ingeniero Electricista
Profesor Asociado
Universidad del Valle

* Este texto se recibió, para ser publicado, en marzo de 1997

Energía y Computación, Volumen VI, No. 1 - Primer Semestre de 1997 - Edición No. 12

defined steps: energy transfer from the primary circuit to the electromagnetic field, and energy transfer from the latter to the secondary winding.

Using Maxwell's equations and the electromagnetic induction law it is possible to analyze the relationship between electromagnetic fields and electric energy. Classical electromagnetic theory shows that in the creation of such fields there takes place an energy storing process in both capacitors and inductors, and that in the presence of an alternating voltage an oscillatory energy flow to and from the electromagnetic field is produced.

Both Poynting's Theorem and Maxwell's equations are used in this work to analyze the energy transfer process in the primary winding of a transformer. The conditions for the transfer to take place are indicated as well as the variables involved in the process. Also it is indicated how the energy transfer to the secondary winding does occur, and from the secondary winding to the load, indicating the oscillating energy that creates the reactive power.

PALABRAS CLAVES

Transmisor, Inducción Electromagnética, Remanencia, Coercitividad, Magnetostricción, Desmagnetización.

1. INTRODUCCIÓN

El presente artículo es el resultado del análisis del principio de transferencia de energía a través de los campos electromagnéticos, universalmente usados en ingeniería eléctrica, y que se realizó como respuesta a la necesidad pedagógica y técnica de una explicación concisa y práctica acerca de cómo se desarrolla la transferencia de energía entre circuitos eléctricamente aislados a través de campos electromagnéticos variables en el tiempo.

Partiendo del análisis de la naturaleza del campo electromagnético y su relación con la energía eléctrica, se realiza el análisis de la ley de inducción electromagnética y la solución del teorema de Poynting, el cual determina la transferencia de potencia hacia y desde el campo electromagnético.

De esta manera se busca contribuir al mejor entendimiento de los fenómenos electromagnéticos que se presentan en el interior de los transformadores y sistemas de transmisión de potencia basados en la inducción electromagnética.

2. PRINCIPIO DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

En el estudio del principio de transferencia de energía es fundamental establecer la relación que existe entre los campos electromagnéticos y la energía eléctrica. Está demostrado que en todo campo electromagnético

se encuentra almacenada una cantidad de energía, que fluye desde la fuente de voltaje aplicada al circuito en el momento de la creación del campo y que es devuelta al medio en el momento de la destrucción del mismo. Esta energía se almacena en el campo magnético de los inductores y en el campo eléctrico de los condensadores. Otra forma de esta energía se manifiesta como potencia reactiva durante su oscilación entre la fuente y el campo electromagnético, cuando se tienen tensiones de alimentación de variación sinusoidal. Si el circuito no se encuentra en resonancia, es decir, que la energía no oscila en su totalidad, internamente entre los elementos inductivos y capacitivos de la carga. Si no que existe preponderancia de la reactancia inductiva o capacitiva, esta energía oscila entre la fuente y el campo aún durante el régimen estable. En cargas puramente inductivas, la oscilación viene descrita por:

$$W_m = \frac{1}{2} W_o (1 + \cos 2\omega t)$$

Mientras para cargas puramente capacitivas:

$$W_e = \frac{1}{2} W_o (1 - \cos 2\omega t)$$

Donde W_m y W_e son la energía contenida en el campo magnético del inductor y en el campo eléctrico del condensador, respectivamente; W_o es el máximo valor de energía que puede almacenarse en el campo y ω la frecuencia de oscilación de la fuente alterna de tensión. En la figura 1 se muestra el gráfico de variación temporal de energía en un sistema capacitivo o inductivo.

En el caso de inductores que utilizan materiales ferromagnéticos como núcleo, el material requiere energía extra del campo, para su polarización y magnetización y esta energía se convierte en el trabajo necesario para vencer la resistencia de las fuerzas intermoleculares y alinear los cristales del material con el campo aplicado. Esto se manifiesta en el hecho de que todos los materiales magnéticos presentan remanencia; es decir, que se orientan de acuerdo con las líneas de fuerza de un campo específico, por lo que para regresar el material a su condición inicial es necesario aplicar un campo magnético de sentido exactamente contrario y cuya intensidad recibe el nombre de *fuerza coercitiva* o *coercitividad*. Esta fuerza coercitiva depende de varios factores como la constitución molecular del material, su estructura cristalina, la llamada magnetostricción, que es una propiedad de algunos materiales por la que se presenta un cambio en las dimensiones del cristal debido a la presencia de un campo magnético y en algunos materiales como el níquel se presentan cambios en su fuerza coercitiva cuando están sometidos a tensiones mecánicas externas.

En otras palabras, la curva de B (Densidad de flujo magnético) contra H (intensidad de campo magnético) no sigue el mismo camino para la magnetización del

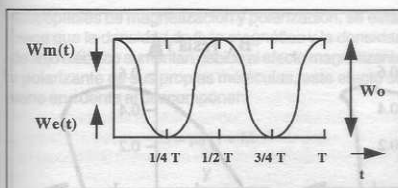


Figura 1. Oscilación de energía hacia el campo magnético de un inductor o el campo eléctrico de un condensador.

material que para la desmagnetización del mismo en cualquier sentido que estas ocurran.

La curva mostrada en la figura 2 ilustra el problema de orientación y reorientación magnética de los átomos del material tratado, y recibe el nombre de ciclo estático de histéresis. En esta curva, el área encerrada por la curva es igual al trabajo utilizado para la magnetización y desmagnetización del mismo.

Cuando el material es sometido a una tensión alterna para la creación del flujo magnético en él, la curva anterior cambia ligeramente y se convierte en un ciclo dinámico en el que la inducción de corrientes en el material contribuye a la magnetización del mismo. Estas corrientes toman el nombre de corrientes de Foucault y contribuyen a aumentar las pérdidas en el material, tanto por efecto joule como por magnetización.

Cada material tiene una respuesta característica de acuerdo a su constitución, pero de manera general se encontró que todos aumentan el ancho de su ciclo de histéresis cuando se someten a campos de variación periódica. Este incremento corresponde a las corrientes parásitas inducidas en el material por el campo magnético temporalmente variable, figura 3.

Este incremento indica que la inducción de corrientes parásitas incrementa la potencia disipada en el material por histéresis y que dichas corrientes aumentan su intensidad de acuerdo con la frecuencia aplicada.

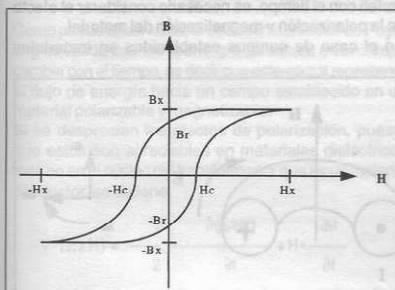


Figura 2. Curva de histéresis para un material ferromagnético típico.

El flujo de energía en el devanado primario de un transformador, ver figura 4, debe, por lo tanto, responder por la energía transferida a través del campo y por la consumida por el material que se manifiesta en forma de pérdidas.

Para aplicar una solución de acuerdo con la teoría electromagnética clásica es necesario establecer cuales son los campos presentes en el primario de un transformador con núcleo ferromagnético.

En primer lugar está el campo eléctrico creado por la fuente en el devanado primario, cuyo valor determina la magnitud de la caída de potencial en él, la dirección de caída de potencial eléctrico determina la dirección del campo eléctrico inducido, el campo eléctrico creado por la fuente, impulsa una corriente circulante por el devanado debido a la diferencia de potencial creada en él. Esta corriente circulante da origen a una fuerza magnetomotriz creadora de un campo magnético H que impulsa la creación de un flujo magnético y de una densidad de flujo magnético B en el núcleo. Es este B, el responsable de la fuerza electromotriz inducida que se opone a la tensión aplicada desde la fuente y que, a su vez, limita la corriente circulante por el devanado. Conociendo la dirección de flujo de corriente en el devanado, puede determinarse la dirección del vector de intensidad de campo magnético H, a través de la regla de la mano derecha.

Asumiendo que la caída de potencial eléctrico es uniforme a lo largo del devanado, e igual en cada espira del mismo, podemos decir que la magnitud del campo eléctrico es proporcional a la caída de tensión en el devanado y que está en fase con ella; es decir, que su ecuación representativa es:

$$E(t) = E_{\max} \cos \omega t (-a_\theta)$$

Siendo a_θ la dirección de arrollamiento del devanado primario en un sistema de coordenadas cilíndricas que utilice como eje, el eje del mismo (figura 5).

En el mismo sistema de coordenadas, y sabiendo que la magnitud de la intensidad de campo magnético es proporcional a la magnitud de la corriente circulante por el devanado, se puede estimar su ecuación representativa como:

$$H(t) = \sum_{i=1}^{\infty} H_{i, \max} \sin \omega_i t a_z$$

Donde el subíndice i representa el orden del armónico de corriente obtenido por series de Fourier, a partir de la corriente de entrada al transformador, tomando en cuenta la deformación de la onda debido a la alinealidad en el comportamiento del material.

En la solución general del teorema de Poynting para campos dinámicos establecidos en materiales magnetizables, en los cuales no se presenta corriente de

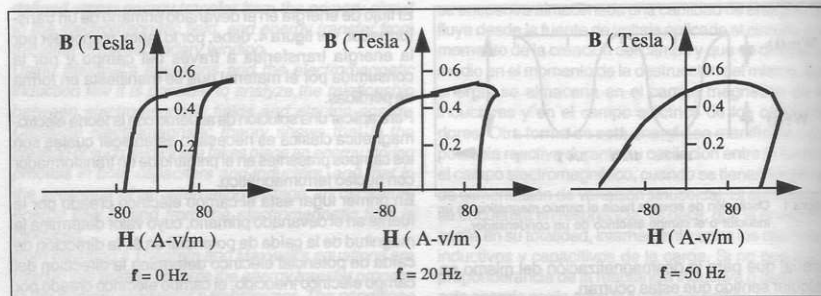


Figura 3. Ensanchamiento del ciclo de histéresis con respecto a la frecuencia de la onda de tensión aplicada. Se usa la misma muestra con igual valor de H a diferentes frecuencias.

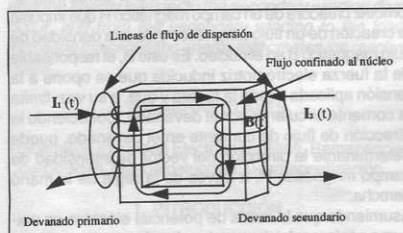


Figura 4. Esquema ilustrativo de un transformador monofásico.

conducción, se parte de una de las ecuaciones de Maxwell que se puede escribir en este caso:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

Siendo D la densidad de flujo eléctrico que atraviesa una región del material.

Si se realiza el producto punto con E en cada lado de la ecuación, se obtiene:

$$\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

Haciendo uso de la identidad vectorial:

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E}$$

Y despejando:

$$\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H}$$

Se obtiene:

$$-\mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

De acuerdo con la ley de inducción de Faraday descrita según las ecuaciones de Maxwell de forma diferencial:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Donde B es la densidad de flujo magnético presente en el material considerado.

La ecuación queda:

$$-\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

En un medio cuya permeabilidad y permitividad relativas varíen con el tiempo, es necesario considerar el efecto de la polarización y magnetización del material.

En el caso de campos establecidos en materiales

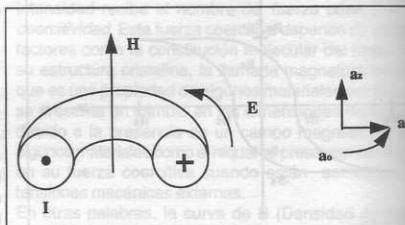


Figura 5. Corte del devanado primario del transformador de la figura 4.

susceptibles de magnetización y polarización, se establece que la densidad de flujo magnético y la densidad de flujo eléctrico aumentan debido al efecto magnetizante y polarizante de sus propias moléculas, este efecto se tiene en cuenta al descomponer:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$$

y

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

Donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío.

El producto $\mu_0 \mathbf{H}$ representa, por lo tanto, el efecto magnetizante propio del campo magnético $\mathbf{H}$ y el término $\mathbf{M}$ representa el efecto magnetizante propio de las moléculas del material.

El término ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío por lo que el producto $\epsilon_0 \mathbf{E}$ representa el efecto polarizante propio del campo eléctrico $\mathbf{E}$, y el término $\mathbf{P}$ representa el efecto polarizante propio de las moléculas del material debido a su alineamiento con el campo eléctrico externo aplicado.

Haciendo las anteriores consideraciones la ecuación queda:

$$-\mathbf{H} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}) - \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})$$

De donde se puede deducir que:

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}$$

Que puede reescribirse como:

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2}{2} \right) + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}$$

Como puede observarse, la ecuación del vector de Poynting es válida cuando la energía contenida en el campo cambia con el tiempo, es decir que este vector representa el flujo de energía hacia un campo establecido en un material polarizable y magnetizable.

Si se desprecian los efectos de polarización, puesto que estos son apreciables en materiales dieléctricos mas no en el núcleo del transformador que es un material conductor, se obtiene:

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \frac{1}{2} \frac{\partial (\mu_0 H^2)}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}$$

Donde $\mathbf{M}$ es el vector de magnetización del material que determina la magnitud y dirección del alineamiento del

las moléculas del material con respecto al campo magnético externo aplicado.

Se aprecian claramente dos componentes del vector de Poynting, la primera:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial (\mu_0 H^2)}{\partial t}$$

Que representa la potencia transferida hacia el campo, y cuyo valor puede tener signo positivo o negativo, dependiendo de los momentos de crecimiento o reducción de la intensidad de campo magnético $\mathbf{H}$ y, la segunda:

$$\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}$$

Que representa la potencia absorbida por el material desde el campo variable para su magnetización, en este caso, se puede observar que para que la magnetización decrezca, es necesario aplicar un campo magnético opuesto a ella, por lo que el producto de signos, en el producto escalar, será siempre positivo, es decir que la potencia usada en la magnetización fluye siempre de manera unidireccional. Se usa el signo negativo para indicar flujo de energía desde la fuente hacia el campo. Al aplicar el teorema Poynting, a los campos obtenidos anteriormente para el devanado primario, la ecuación obtenida es:

$$-\mathbf{E} \times \mathbf{H} = - \sum_{i=1}^{\infty} E_{i \max} H_{i \max} \sin \omega_i \cos \omega_i a_{H_i}$$

Usando coordenadas cilíndricas con eje z a lo largo del núcleo del devanado.

Dicho vector apunta hacia el núcleo del devanado, en otras palabras, la potencia representada por el vector de Poynting fluye en forma de onda armónica desde el devanado hacia el núcleo, donde se separa en las dos componentes descritas.

Para el análisis del flujo de potencia en el devanado secundario se parte del supuesto de una tensión inducida senoidal, supuesto que se cumple siempre que la carga tenga una respuesta lineal y el flujo magnético creado en el núcleo sea también senoidal. A partir de allí se establecen las ecuaciones de los campos eléctrico inducido y magnético enlazado como:

$$E_2(t) = E_{2 \max} \cos(\omega t + \pi) (a_0)$$

$$H_2(t) = H_{2 \max} \cos(\omega t + \phi + \pi) (-a_2)$$

Usando un sistema de coordenadas cilíndricas con eje z , paralelo al eje del núcleo del devanado secundario En

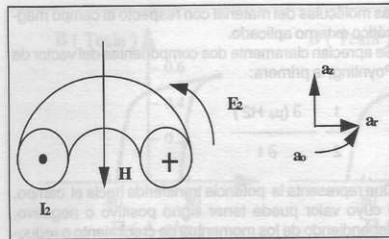


Figura 6. Corte del devanado secundario del transformador de la figura 4.

este análisis se introduce el ángulo ϕ de desfase entre la corriente circulante por el secundario y la tensión inducida en el, cuyo valor depende de las características de la carga y de su naturaleza (inductiva o capacitiva). A través del desarrollo del teorema de Poynting para el campo Electromagnético del secundario se obtiene:

$$-E_z \times H_z = \frac{1}{2} E_{z \max} H_{z \max} \{ \cos(2\omega t + \phi) + \cos \phi \}$$

Como se aprecia claramente, para el secundario se invierte la dirección del vector de Poynting y aunque el ángulo ϕ no influye en la dirección del flujo de potencia, sí determina su separación en dos componentes:

Activa:

$$\frac{1}{2} E_{z \max} H_{z \max} \cos \phi$$

Que representa un flujo de potencia unidireccional radial del núcleo hacia el devanado y, a través de éste hacia la carga.

Reactiva:

$$\frac{1}{2} E_{z \max} H_{z \max} \sin \phi$$

En la que se distingue claramente el carácter oscilatorio al doble de la frecuencia de oscilación de los campos.

5. CONCLUSIONES

El producto vectorial de los vectores de intensidad de campo eléctrico e intensidad de campo magnético se manifiesta como una densidad de potencia aparente que atraviesa una superficie diferencial en el espacio; su representación física es un vector llamado vector de Poynting cuya magnitud y dirección determinan el valor del flujo de energía hacia el campo electromagnético. En los transformadores el conjunto de las pérdidas, tanto por histéresis como por corrientes de Foucault y flujos de dispersión en el núcleo, se expresa a nivel circuital

en la llamada *corriente de magnetización* que, junto con la tensión de alimentación, producen un flujo de potencia reactiva hacia el primario, necesaria para solventar dichas pérdidas.

De la solución del teorema de Poynting para el devanado primario se establece que mientras el flujo de potencia hacia el campo es oscilatorio, la potencia requerida para la magnetización fluye siempre de manera unidireccional.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1.] BERTOTTI, G. BASO, V. Y PASQUALE, M. Application of the Preisach Model to the calculation of magnetization curves and power losses in ferromagnetic materials. IEEE Transactions on magnetics Vol 30 No 2 Marzo 1994. pp 1052-1058.
- [2.] BOOKER, H. Energy in electromagnetism. Editorial Peter peregrinus. Nueva York - Estados Unidos. Serie IEEE electromagnetic waves series. 1982. 454 p.
- [3.] HAUS, H. A. Melcher, J. R. Electromagnetic Fields and Energy. Instituto tecnológico de Massachusetts. Editorial Prentice Hall. Nueva Jersey - Estados Unidos. 1989. 742 p
- [4.] HAYT, W. H. Jr. Teoría electromagnética 5a Edición. Ediciones Mc Graw Hill. México D.F. - Mexico. 1991. 520 p.
- [5.] KRAUS, J.D. Ling Altamirano Federico. Electromagnetismo. Ediciones Mc Graw - Hill. Mexico D.F. - Mexico 1986. 828 p.
- [6.] PUPPIN E. y CALLEGARO, L. Coercive force variations in externally stressed Ni films. IEEE Transactions on magnetics. Vol 32 No 1. pp 281 - 284. Enero 1996.
- [7.] RAZEK, A. Analysis of electromagnetic systems accounting for coupled magnetic and electric circuit behaviour. IEEE Colloquium on 'Coupling electromagnetic to other fields' Digest No 117 pp 1-3. Londres. UK. 1993. 38p

AUTORES

Jairo Palomino de la Cruz,
Ingeniero Electricista de la Universidad del Valle. Profesor Asociado de la Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad del Valle. Area de Interés, teoría de circuitos eléctricos.
ce: jaipal@maxwell.univalle.edu.co



Alejandro Paz Parra,
Ingeniero Electricista de la Universidad del Valle. Area de interés: Teoría de Circuitos eléctricos.
ce: jaipal@max.well.univalle.edu.co.

