



Caracterización de los municipios de Colombia basada en variables socioeconómicas

Iliana Hernández Meneses

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería, Escuela de Estadística
Santiago de Cali, Colombia
2015

Caracterización de los municipios de Colombia basada en variables socioeconómicas

Iliana Hernández Meneses

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Estadística

Director:
Javier Olaya, Ph.D

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería, Escuela de Estadística
Santiago de Cali, Colombia
2015

Dedicatoria

A YAHWEH

Tú, que estas en cada instante de mi vida haciendo que cosas sobrenaturales sucedan, para mostrarme tu gran Amor y tu Fidelidad. Gracias por la Fortaleza que me das para lograr todo lo que pones en mi corazón, esta es la culminación de una etapa, el inicio de otros logros en donde tu presencia es indispensable...Tómame de tu mano.

A mis Padres

Sí, ellos son los que permiten que pueda ir hacia adelante, pues su gran Amor, su preocupación, su inmenso Apoyo incondicional y su Ejemplo hacen que yo pueda ser la persona que soy, formando en mí una persona de bien...Los amo demasiado.

A mis Hijos

Mis amores, la fuente de mi inspiración, sus miradas que logran que cada dificultad sea una oportunidad de aprender...como los amo Daniela y Juan Esteban.

A mi Esposo

Gracias por que tu actitud frente a este sueño, permitió que me esforzara aún más de lo que no imaginé que podría, sabes que te Amo.

A mi Familia

A todos y cada uno, pues el calor de sus hogares me da esa tranquilidad que no podría encontrar en ningún lugar.

Agradecimientos

A lo largo de esta etapa conocí personas en diferentes lugares, mencionarlas haría que este documento tuviera varias páginas con sus nombres, por ahora solo puedo decir gracias por cruzarse en este camino que no fue fácil, pero sus aportes hicieron más fácil todas las circunstancias que se presentaron.

A la Universidad del Valle, la Facultad de Ingeniería, la Escuela de Estadística y sobre todo a los Profesores que hacen parte de ella, gracias a que aman su profesión logran transmitir con eficiencia sus conocimientos, logrando llevar a cabo el objetivo de formar profesionales de alta calidad.

Al profesor Javier Olaya por la dedicación y actitud que tuvo frente a este logro, pues su dirección y consejo permitieron que esto de mi graduación se diera. Gracias, no sabe cuanto valoro y aprecio su acompañamiento en este proceso.

A mis compañeros, pues todos los momentos vividos, se quedaron en un lugar muy especial en mi corazón.

A mis inigualables Amig@s que estuvieron presentes en este proceso, el orden no altera el gran amor que les tengo, Katherín, Marcela, Clara, Nayla, Viviana, Leidy, Sandra, Eliza, Lina, Sally, Naty, Sandrita, Elizabeth, Gustavo, Julián y Meldy.

Resumen

La realidad económica y social colombiana se caracteriza por las grandes diferencias entre las diversas regiones del país. Un análisis del índice de Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI), estimado por el Censo General del 2005, evidencia grandes desigualdades sociales entre las regiones (CCER 2007).

En este documento se realiza una caracterización de los municipios de Colombia de acuerdo a información económica reportada por el Departamento Nacional de Planeación año 2010 e información Social obtenida del Censo General del 2005, mostrando las grandes diferencias que existen en las transferencias de recursos que hace el gobierno nacional a los municipios colombianos. Para la realización de esta caracterización se usan 3 grupos de variables: las Fiscales, las del Sistema General de Participación (SGP) y las Sociales, las cuales son características de los 1.085 municipios de Colombia, éstos grupos de variables son usados en un Análisis Factorial Múltiple (AFM), dado que la naturaleza de éstas variables es cuantitativa el método AFM es un Análisis de Componentes Principales (ACP) Normado; Teniendo en cuenta los resultados del AFM se procede a realizar un Análisis de Conglomerados (AC) para obtener grupos de municipios con características similares, en donde éstos grupos de municipios se clasificaron en 5 clases bien diferenciadas.

Palabras clave: Análisis de Componentes Principales, Análisis Factorial Múltiple, Análisis Clúster.

Abstract

The economic and social reality in Colombia, is characterized by large differences between different regions of the country. An analysis of Unsatisfied Basic Needs Index (NBI), estimated by the General Census of 2005, shows great social inequalities between regions (CCER 2007).

In this paper a characterization is performed of the municipalities of Colombia according to economic information reported by the National Planning Department in 2010 and obtained information social of the General Census of 2005, showing large differences in resource transfers made by the national government to the colombian municipalities. To carry out this characterization 3 groups of variables are used: The Fiscal, the General System of Participation (SGP) and Social which are characteristics of the 1,085 municipalities of Colombia, these groups of variables are used in a Multiple Factor Analysis (MFA), since the nature of these quantitative variables is the MFA method is a Principal Component Analysis (PCA) normed, taking into account the results of AFM proceed to perform a Cluster Analysis (CA) for groups of municipalities with similar characteristics, where these groups of municipalities They were classified into five distinct classes.

Keywords: Principal Component Analysis, Multiple Factor Analysis, Supplementary individuals, Cluster Analysis.

Contenido

Resumen	ix
Lista de Figuras	xiv
Lista de Tablas	1
1. Introducción	3
2. Planteamiento del problema	5
3. Objetivos	6
3.1. Objetivo general	6
3.2. Objetivos específicos	6
4. Justificación	7
5. Antecedentes	8
5.1. Antecedentes Nacionales	8
5.2. Antecedentes Internacionales	11
6. Marco teórico	14
6.1. Marco Conceptual	14
6.2. Marco Estadístico	16
6.2.1. Índice de Condición	16
6.2.2. Análisis de Componentes Principales	16
6.2.3. Análisis Factorial Múltiple	18
6.2.4. Análisis de Conglomerados	22
6.2.5. Paquete <i>FactoClass</i>	31
6.2.6. Paquete <i>FactoMineR</i>	31
7. Metodología	32
7.1. Descripción de la base de datos	32
7.1.1. Selección de Variables e Individuos	32
7.2. Análisis Descriptivo y Exploratorio	41

7.3. Técnicas Factoriales	41
7.3.1. Análisis Factorial Múltiple	42
7.3.2. Análisis de Conglomerados	43
7.4. Herramienta para el Análisis de Datos	45
8. Resultados	46
8.1. Análisis Descriptivo	46
8.2. Análisis Factorial Múltiple	49
8.3. Análisis de Conglomerados	53
8.3.1. Tamaño de los Conglomerados	57
8.3.2. Caracterización de las Clases	57
9. Conclusiones y recomendaciones	59
9.1. Conclusiones	59
9.2. Recomendaciones	60
A. Anexo: Lista de Variables	62
B. Anexo: Correlaciones Variables Sociales	65
C. Anexo: Estructura Parcial de la Base de Datos	66
D. Anexo: Caracterización de las Clases	67
E. Anexo: Municipios que conforman las Clases	71
Bibliografía	79

Lista de Figuras

6-1. Matriz X conformada por la yuxtaposición de las tablas	19
7-1. Correlación de las variables Fiscales	33
7-2. Composición del SGP	36
7-3. Correlación de las variables del SGP	37
8-1. Histograma de Valores Propios	49
8-2. Representación de los Grupos Dimensión 1-2	50
8-3. Representación de lo Grupos Dimensión 1-3	50
8-4. Círculo de Correlación Dimensión 1-2	51
8-5. Círculo de Correlación Dimensión 1-3	52
8-6. Proyección de la nube de puntos de los individuos plano 1-2	53
8-7. Proyección de la nube de puntos de los individuos plano 1-3	53
8-8. Índices de Nivel	54
8-9. Dendograma	54
8-10. Coeficiente Silueta	55
8-11. Índice de Davies Bouldin	56
8-12. Proyección de la nube de puntos para las 5 clases	56
B-1. Correlaciones Variables Sociales	65
C-1. Muestra Parcial Base de Datos	66

Lista de Tablas

7-1. Ingreso Tributario	34
7-2. Ingresos Corrientes	34
7-3. Unión Gastos Corrientes	35
7-4. Valores Característicos Matriz $X'X$	41
8-1. Estadísticas Descriptivas Variables Fiscales	46
8-2. Estadísticas Descriptivas Variables SGP	46
8-3. Estadísticas Descriptivas Variables Población Total	47
8-4. Estadísticas Descriptivas Variables Sociales	48
8-5. Valores Propios	50
8-6. Descomposición de la Inercia	51
8-7. Tamaño de los Clúster	57
A-1. Variables Fiscales	62
A-2. Variables Sistema General de Participación	63
A-3. Variables Sociales	64
D-1. Caracterización de la Clase 1	67
D-2. Caracterización de la Clase 2	68
D-3. Caracterización de la Clase 3	69
D-4. Caracterización de la Clase 4	70
D-5. Caracterización de la Clase 5	70
E-1. Municipios Clase 1	71
E-2. Municipios Clase 2	72
E-3. Municipios Clase 2	73
E-4. Municipios Clase 3	74
E-5. Municipios Clase 3	75
E-6. Municipios Clase 4	76
E-7. Municipios Clase 4	77
E-8. Municipios Clase 5	78

Declaración

Me permito afirmar que he realizado el presente Trabajo de Grado de manera autónoma y con la única ayuda de los medios permitidos y no diferentes a los mencionados en el propio trabajo. Todos los pasajes que se han tomado de manera textual o figurativa de textos publicados y no publicados, los he reconocido. Ninguna parte del presente trabajo se ha empleado en ningún otro tipo de Tesis o Trabajo de Grado.

Igualmente declaro que los datos utilizados en este trabajo están protegidos por las correspondientes cláusulas de confidencialidad.

Santiago de Cali, Julio de 2015

(Iliana Hernández Meneses)

1. Introducción

La sostenibilidad fiscal es importante para el progreso económico y social de un país en la medida en que el Gobierno busca que, ante una determinada y limitada capacidad para recaudar ingresos y para acceder a recursos de financiamiento, la política de gasto pueda mantenerse o sostenerse en el tiempo, de manera que en el mediano y en el largo plazo se logren importantes objetivos públicos, como la reducción de la pobreza y la desigualdad, la equidad intergeneracional, y un crecimiento económico estable (Echeverry et al. 2011).

La disparidad en el desarrollo regional al interior de los países es un fenómeno muy común en las llamadas economías emergentes. Diversos estudios empíricos realizados por la Comisión Económica para América Latina (CEPAL) y otras organizaciones, muestran que la región del mundo donde se presentan los mayores niveles de desigualdad es en los países de América Latina. En este sentido, algunos indicadores como el coeficiente de GINI, el índice NBI, comparaciones del ingreso por quintiles y del PIB per cápita, muestran a Colombia como una de las naciones con las mayores disparidades al interior de sus regiones (Rodríguez 2009)

La evidencia colombiana muestra una alta inequidad en los ingresos de los gobiernos subnacionales, lo que implica que las entidades territoriales enfrentan sus responsabilidades con grandes diferencias en los recursos fiscales disponibles para cumplirlas. La teoría del federalismo fiscal considera que el Estado debe garantizar una equidad horizontal; es decir, que los ciudadanos deben tener acceso a un nivel comparable de servicios sin importar el lugar en que residen. Esta perspectiva ha estado ausente en la política de descentralización en Colombia y las reformas actuales están perpetuando esas inequidades (CCER 2007)

La existencia de un sistema de transferencias que involucre criterios redistributivos con el fin de introducir una equidad horizontal entre las entidades subnacionales, se convierte en el elemento fundamental para esperar que la descentralización tenga un impacto positivo en la reducción de las diferencias en el ingreso per cápita regional. Al incorporar un sistema de transferencias adecuado, la descentralización del gasto puede promover el desarrollo en áreas rezagadas y en consecuencia, tendería a mejorar la equidad entre las regiones. A pesar que las reglas para la asignación de las transferencias en Colombia contemplaban, al menos en teoría, algunos criterios redistributivos, en la práctica éstos estuvieron muy limitados (Bonet 2007).

Con el desarrollo del proceso de descentralización en Colombia, se ha fortalecido el debate en torno a la efectividad de la gestión de los alcaldes y gobernadores en Colombia para la provisión de los bienes y servicios públicos a su cargo. Ello se ha vuelto más recurrente especialmente por la tendencia marcada a aumentar las responsabilidades de los gobiernos territoriales, principalmente en salud, educación, agua potable y saneamiento básico, lo cual se ha acompañado de la estructuración de un modelo de financiamiento soportado en un sistema de intergubernamental de transferencias, diversos mecanismos de cofinanciación, esquemas tributarios municipales y departamentales, regalías, expresadas ahora en un nuevo Sistema General de Regalías, recursos de crédito y otros tipos de recursos como los provenientes de la venta de servicios y, para las grandes ciudades, las utilidades de sus empresas industriales y comerciales (Departamento Nacional de Planeación 2010).

El propósito de este trabajo, es caracterizar y agrupar los municipios de Colombia, que presentan características socioeconómicas similares de acuerdo a la información de 3 grupos de variables que contienen los aspectos: Fiscales, Sistema General de Participación y Sociales de los 1.085 municipios de Colombia, a través de métodos de clasificación multivariante, se inicia con el Análisis Factorial Múltiple, el cual se consolidó en un Análisis de Componentes Principales debido que los 3 grupos de variables mencionados anteriormente son de naturaleza cuantitativa (Escofier & Pagès 1992), por lo cual a través de la función *MFA* y el paquete *Ade4* de la librería *FactoMineR* (Francois et al. 2013) en el software estadístico R, se obtuvieron los resultados del AFM y posteriormente los del Análisis Clúster con la librería *FactoClass* para determinar los grupos de municipios con características similares de las variables anteriormente mencionadas.

2. Planteamiento del problema

Uno de los aspectos de mayor interés en nuestro país ha sido la economía nacional, pues es ahí donde se mide el desarrollo y evolución de un país, aspecto que a través de los años ha presentado grandes dificultades en su manejo y ejecución. Los resultados fiscales se traducen en ganancias para la ciudadanía, mejorar el recaudo y hacer uso eficiente de los gastos puede traducirse en un mejoramiento de las condiciones de vida de los ciudadanos, bajo el supuesto de que la administración local realiza esfuerzos por invertir en gastos que impacten directamente la calidad de vida(López 2008).

La realidad económica y social colombiana se caracteriza por las grandes diferencias entre las diversas regiones del País. Un análisis del índice de Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI), estimado por el *Censo General 2005*, evidencia grandes desigualdades sociales entre las regiones(CCER 2007).

Teniendo en cuenta esas desigualdades económicas, realizar una caracterización de los municipios colombianos de acuerdo a las características fiscales, sociales, demográficas y sistema general de participación, sería lo ideal para identificar cuáles son las diferencias que se están presentando entre las regiones del país, y así poder agrupar municipios con iguales características económicas y asignaciones de recursos por parte del gobierno nacional.

De acuerdo a lo anterior se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son los municipios de Colombia que presentan similitudes en sus características socioeconómicas, con los cuales se puedan formar grupos de acuerdo a esas similitudes?

3. Objetivos

3.1. Objetivo general

Caracterizar y agrupar los municipios de Colombia de acuerdo a la información de las variables del Departamento Nacional de Planeación durante el año 2010 y el Censo General del 2005.

3.2. Objetivos específicos

1. Describir el comportamiento de los municipios de Colombia de acuerdo a sus características económicas y sociales, a través de un análisis descriptivo y exploratorio.
2. Identificar relaciones entre variables, para formar unos pocos factores de acuerdo a su estructura económica, a través del Análisis Factorial Múltiple y posteriormente ser utilizadas para la clasificación o agrupación de los municipios.
3. Caracterizar cada uno de los grupos de municipios identificados en el Análisis de Conglomerados, que presentaron características similares según las variables económicas y sociales.

4. Justificación

Colombia es un país con enormes desigualdades en los niveles de ingreso y riqueza de sus regiones. Sin embargo, quien repase los últimos planes de desarrollo podrá constatar que en ningún caso hay un reconocimiento y análisis de esas desigualdades regionales y, sobre todo, de la forma como la política económica puede ayudar a mejorar el problema (CCER 2007).

La división de Colombia por regiones es un tema de gran actualidad desde la expedición de la Constitución de 1991, ya que esta abrió la posibilidad para la creación de organismos supra-departamentales que tengan como propósito el desarrollo económico y social de los territorios involucrados. A su vez, el más reciente Proyecto de Ley Orgánica de Ordenamiento Territorial (PLOOT) presentado por el Gobierno, valida la creación de regiones, aunque no hace explícitos los criterios que deben seguirse para conformarlas. La anterior situación ha llevado a que, en los últimos diez años, profesionales de diversas ramas hayan definido regiones que responden a características culturales, sociológicas, históricas, geográficas y administrativas. Muchas de ellas basadas en criterios ad hoc (específicos) de diversos tipos. Sin embargo, los economistas no se han dado a la tarea de sub-regionalizar a Colombia desde una óptica económica, con una metodología explícita (Baron 2002).

Este proyecto pretende caracterizar los municipios de Colombia de acuerdo a sus aspectos (Fiscales, Sistema General de Participación y Sociales) teniendo en cuenta cómo ha sido el desarrollo económico y social, además de cuál ha sido la participación del Gobierno Nacional en ese desarrollo, y si ésta participación ha sido equitativa según la necesidad del territorio municipal, pues al identificar características comunes entre municipios se puede definir cuáles son las necesidades de cada uno; así se podría establecer una política que este enfocada en 3 aspectos: involucrar una equidad en el sistema de transferencias del gobierno nacional a los subnacionales, fortalecer el aparato tributario subnacional y establecer unos incentivos claros para mejorar la eficiencia del gasto (Bonet 2007).

5. Antecedentes

5.1. Antecedentes Nacionales

Moncayo (2002). Realizó una exposición sucinta de la evolución de las políticas regionales en Colombia, siguiendo el esquema generacional que se aplicó para el análisis de las políticas internacionales y latinoamericanas, pues una comisión del Banco Mundial enviada a Colombia en 1970 consignó en el capítulo dedicado al desarrollo regional y urbano, la siguiente apreciación: La distribución regional de la actividad económica y de la población y los problemas conexos de planificación nacional, sectorial y urbana, es probable que figuren entre las cuestiones cruciales del futuro desarrollo de Colombia.

El punto culminante del intervencionismo estatal en Colombia se alcanzó en el período 1966-1970, bajo la presidencia de Carlos Lleras Restrepo, a pesar de haber introducido el concepto de planificación en la Constitución, sólo hasta el penúltimo año de su ejercicio la Administración Lleras Restrepo presentó el plan de desarrollo denominado Planes y Programas de Desarrollo (1969), que al no alcanzar a ser aprobado por el Congreso no tuvo mayores efectos, pero sí reflejaba la política económica que en la práctica estaba aplicando el gobierno. El plan de Lleras Restrepo incorporó el tema del desarrollo regional, utilizando un modelo técnico de regionalización, y en cuanto al problema de la relación campo ciudad, adoptó una línea similar a la del Plan Decenal 1961.

El propósito del mencionado Modelo de Regionalización era articular globalmente las políticas urbanas y regionales con las sectoriales de orden nacional, para lograr la integración física, económica y sociopolítica de las regiones del país. A estos efectos se consideraba necesario ordenar el territorio para localizar las inversiones con criterios de eficiencia y equidad, a partir de una regionalización basada en tres campos de análisis: demográfico, económico y social. Una vez jerarquizadas las ciudades, se determinaron sus relaciones de interdependencia, identificando así la malla urbana nacional, es decir, la distribución espacial de los centros urbanos jerarquizados y su radio de influencia regional, de esta manera se llegó a la caracterización de ocho regiones socioeconómicas para la planeación.

Zuleta (2007). Estudió la evolución de las disparidades económicas regionales a partir de la forma como se configura la distribución de la población y del desempeño económico en las “regiones económicas” de Colombia para el periodo 1975-2000. El artículo se divide en

tres secciones. En la primera se analiza la distribución espacial de la población y sus núcleos de asentamiento; luego se examina el nivel de desempeño económico según el ingreso bruto regional en cada una de las “Regiones Económicas”: Región Central, Región Élite, Región Cafetera y Región Norte.

Se emplean los indicadores de densidad poblacional y de distribución espacial del ingreso bruto por regiones para el periodo estudiado. A partir de esto, se comenta la importancia de un proceso de descentralización económica como punto de partida para la determinación de posibles alternativas de política regional que potencie las capacidades endógenas de cada territorio y fomente la competitividad territorial. El nivel del desempeño económico por región, se estudia a través de la distribución espacial del Ingreso Bruto Regional como determinante del desempeño económico en cada una de las regiones económicas para el período de 1975-2000, este análisis esta basado en la evolución de esta variable para el período estudiado, las series del ingreso bruto departamental fueron suministradas por el CEGA (Centro de Estudios Ganaderos y Agrícolas). Una distribución espacial altamente heterogénea del desempeño económico es el fruto de la agudización de las disparidades económicas y territoriales entre las regiones. Así, la región Elite mantiene una participación promedio anual del 56.14 % del Ingreso Nacional Bruto (INB) durante todo el periodo, mientras que las regiones Central, Cafetera y Norte han presentado participaciones moderadas en el INB. En contraste con la región mas beneficiada, la situación más crítica se refleja en el Restoz la Región Periférica, sólo cuentan con una participación de aproximadamente 2.69 % y 0.914 % promedio anual, respectivamente, lo que refuerza lo dicho anteriormente. En definitiva, los factores aquí expuestos solo indican un marco de referencia para la política regional y local en pro de generar un proceso de desarrollo regional equitativo basado en la potenciación de las capacidades endógenas aglomerantes de cada territorio para vincularse a las dinámicas del desarrollo económico mundial.

Se evidencia una fuerte y persistente concentración espacial del progreso económico y de la población en el centro del país de espaldas a la periferia. En especial, la región Elite concentra gran parte de la población y del desempeño económico nacional, lo cual la convierte en una de las pocas regiones de Colombia que se beneficia de las ventajas de la aglomeración económica.

Baron (2002) Identificó las regiones económicas de Colombia a través del análisis de clusters, aplicando esta metodología sobre una variable que refleja el desempeño económico de los departamentos a través del tiempo, se identifican cinco regiones económicas. Las regiones, a diferencia de las comúnmente utilizadas por los economistas, fueron encontradas siguiendo la metodología estadística. Los departamentos de Quindío y Bolívar fueron agregados manualmente a otras regiones debido a que el análisis de cluster los identificó como regiones independientes. Una característica fundamental de esta clasificación es que los departamentos que integran una región económica no necesariamente son vecinos

geográficos. ¿Para qué sirve saber cuales son las regiones económicas de Colombia? La respuesta es que conocer en que medida están integrados los departamentos, ayuda a entender mejor cómo funciona la economía nacional y la economía regional; Además, la importancia de definir las regiones económicas también radica en el reconocimiento de los efectos que en el ámbito regional tienen las políticas nacionales y los sucesos internacionales.

En el presente trabajo se elige una variable que tiene frecuencia trimestral, y que refleja la actividad económica de los departamentos, para aplicar sobre ella el análisis de clusters en el período comprendido entre marzo de 1975 y marzo del 2001. Para llevar acabo la regionalización económica de Colombia, se construyó para cada departamento la variable principales captaciones del sistema financiero a partir de información publicada por la Superintendencia Bancaria. Las observaciones tienen una frecuencia trimestral y se incluye el período comprendido entre el primer trimestre de 1975 y el primer trimestre de 2001. Se emplea esta variable gracias a que existe una alta correlación entre el PIB y los depósitos bancarios departamentales. En la realización del análisis de clusters se usaron 24 departamentos, quedando excluidos los nuevos departamentos. Sobre la variación de las captaciones nominales deflactadas por el Índice de Precios al Consumidor, para los 24 departamentos, se llevó acabo el análisis de clusters utilizando el procedimiento VARCLUS del programa SAS.

Los resultados obtenidos al emplear el análisis de clusters sobre la variación de las captaciones reales, encontrándose siete agrupaciones. El análisis sugiere que el comportamiento de la actividad económica de cada región, medido a través de la variación de las captaciones reales departamentales, es distinto del comportamiento de las otras seis regiones encontradas. Se lograron identificar cinco regiones económicas para el periodo; La zona más próspera la constituye la Región Elite formada por los departamentos donde se encuentran las 4 principales ciudades colombianas: Bogotá, Medellín, Cali y Barranquilla. Esta región aporta alrededor del 55 % del PIB, y concentra el 43 % de la población nacional.

Velasco (2011). Caracterizó el comportamiento de las relaciones de los grupos de variables, definidos por el Departamento Nacional de Planeación, que son Fiscal, Sistema General de Participaciones (SGP), Demográfico y Social durante la vigencia 2005, utilizando técnicas estadísticas multivariantes como el Análisis de Componentes Principales (ACP) y el Análisis Factorial Múltiple (AFM) los cuales facilitan la validación de relaciones intragrupos e intergrupos que aporten elementos para dejar en evidencia las desigualdades que existen en las entidades territoriales como producto de las asignaciones del SGP destinadas a generar bienestar integral a la población Colombiana e identificar en estudios posteriores grupos o asociaciones de entes territoriales semejantes a partir de las variables. Como punto de partida para afrontar el análisis propuesto, se obtuvo del Departamento de Planeación Nacional una base de datos del año 2005 compuesta originalmente por 1.085 municipios

y 110 variables clasificadas en cuatro grandes grupos: Fiscales, SGP (Sistema General de Participación), Sociales y Demográficas.

Para llevar a cabo el Análisis Multivariado, se analizaron los 4 grupos de Variables independientemente y se obtuvieron las correspondientes matrices de valores propios y las tablas de contribuciones y calidades de representación de las variables en la formación de los ejes; A partir de los resultados obtenidos se verificaron y describieron las asociaciones intragrupo e intergrupos de variables. Del análisis del ACP por grupo de variables y de la representación gráfica de las dos primeras componentes del AFM, se puede deducir que las relaciones de las variables de los grupos Fiscal, SPG, Demográfico y Social en la primera componente del AFM definen la presencia de entidades territoriales con alta capacidad fiscal (entes privilegiados), es decir buen comportamiento de los ingresos tributarios, no tributarios, ahorro y formación bruta de capital fijo, para afrontar compromisos generados por gastos generales y de servicios, intereses de deuda pública y transferencias incluidas las del SGP, que garantizan un buen cubrimiento de servicios sociales a nivel global, disminuyendo los índices de NBI (viviendas inadecuadas, viviendas con hacinamiento crítico, viviendas con servicios inadecuados, viviendas con alta dependencia económica y viviendas con niños en edad escolar que no asisten a la escuela) en municipios con alta fecundidad. El AFM aplicado en el análisis demuestra la asociación de los grupos de variables Fiscal, SGP, Demográfico y Social a través de la contribución de algunas de las variables intragrupo en la composición de cada una de sus dimensiones, lo cual verifica la existencia en buen grado de correlaciones entre las mismas.

5.2. Antecedentes Internacionales

Ungo (2001). Realizó una aproximación conceptual y metodológica para la elaboración de una "Tipología de los Municipios en El Salvador". En la actualidad, la organización político-administrativa de El Salvador se da en torno a 14 departamentos y 262 municipios. Con base a la disponibilidad de información municipal, y tomando en cuenta la solicitud de las instituciones involucradas en este proyecto de que utilizáramos únicamente aquellas variables vinculadas con la capacidad de gestión de las municipalidades. En el marco conceptual se han identificado cuatro variables, para las cuales existe información disponible: el tamaño poblacional del municipio, el grado de urbanización del municipio, el número de contribuyentes de IVA por cada 10000 habitantes del municipio, y el Índice de Necesidades Básicas Insatisfechas (INBI). Sin embargo, se encontró una alta correlación entre las variables económica (número de contribuyentes de IVA, por cada 10000 habitantes del municipio) y la social (INBI), razón por la cual se decidió continuar en este ejercicio de construcción de la tipología de los municipios únicamente con la variable del INBI.

Una vez definidas las tres variables a ser utilizadas para la construcción de la tipología de

los municipios, se realizó un análisis Factorial y se encontró que las tres variables forman un solo factor, es decir, que están relacionadas. Luego se utilizó un análisis de “Cluster” para calcular la mejor agrupación de los municipios en cinco Clusters o tipos donde se busca minimizar las diferencias al interior de cada grupo, y a la vez diferenciar entre los grupos. Este tipo de análisis toma en cuenta simultáneamente las tres variables para cada caso asignando al municipio, en una de las cinco agrupaciones. En el proceso de crear grupos con el objetivo de agrupar casos (municipios) pero diferenciándolos entre ellos, se requiere cierto nivel de prueba y error, evaluando los resultados en cada prueba, para llegar al mejor resultado posible.

Ninguno va a ser completamente perfecto, pero hay que buscar una forma donde se pueden juntar casos similares, minimizando las diferencias internas del grupo, aunque con diferencias perceptibles e importantes entre los grupos. Los ejercicios del análisis de Clusters se han realizado probando con 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 11 grupos o tipos. En el caso de 3 grupos, había demasiada variación dentro de cada grupo y no se permitía diferenciar con suficiencia entre los grupos. Con 4 tipos, esto se reducía un poco, pero la variación al interior de cada grupo seguía elevada. En el caso de 6 tipos, se mejoraba la variación al interior de los tipos, pero las diferencias entre los Clusters (especialmente entre los municipios más pequeños y pobres) se hizo más borroso. En cuanto a 7 grupos, la división era más bien con los municipios más grandes, creando algunos tipos con muy pocos casos, sin mejorar considerablemente las diferencias internas. Lo mismo sucedía al probar con 8 y 11 grupos. Mientras se reducían las diferencias internas de cada grupo, se creaban algunos grupos con incluso tan solo un caso, o con diferencias entre grupos cada vez más difíciles de distinguir. Al evaluar el conjunto de pruebas y resultados, se estableció que la prueba con 5 Clusters o grupos permitía crear grupos con un mínimo de casos, diferencias internas aceptables y una diferenciación entre los grupos más claramente identificable.

Chávez & López (2005). Mostraron que la mejor forma de ver el manejo o la gestión municipal de los municipios de la Provincia de Lima, es a través de la ejecución del presupuesto (ingresos y gastos ejecutados), dado que refleja mejor el comportamiento fiscal de estos. Como la ejecución presupuestal debe detallarse por cuentas de ingresos y gastos, de tal manera que refleje de la mejor forma posible los programas que impulsa cada municipio. Al respecto, por la minuciosidad excesiva en la presentación de ellos, pues perjudica la visión de conjunto, Una manera práctica y clara de analizarlos es utilizando indicadores, los cuales no sólo permiten describir la gestión del manejo de los recursos de cada municipio sino además, permite hacer comparaciones entre todos los municipios de la Provincia de Lima.

Como consecuencia, para una mejor comparación y análisis eficiente de los municipios, en relación a las características de la gestión municipal, se hace necesario la reducción

del indicadores a unos pocos pero que de igual forma me permitan obtener la misma información, esto se logra haciendo uso del análisis factorial. A partir de estos pocos factores y utilizando el Análisis Cluster, es posible hacer agrupaciones de municipios según características comunes de gestión municipal, orientado al manejo de sus finanzas. El tipo de estudio es retrospectivo y de tipo transversal; Los datos analizados corresponden a los presupuestos ejecutados por las municipalidades distritales de la provincia de Lima, en el año 2003.

Como cada ejecución presupuestal contiene demasiadas variables lo cual no permite hacer un análisis preciso dentro de un municipio, ni mucho menos hacer comparaciones entre municipios; pues se tendría que relacionar los ingresos y gastos por variable de la propia municipalidad y compararlo con los ingresos y gastos de los otras municipalidades(Este estudio no presentó Resultados, solo se muestra la metodología a seguir).

6. Marco teórico

6.1. Marco Conceptual

■ Sistema General de Participación

Corresponde a los recursos que la Nación transfiere, en cumplimiento de los artículos 356 y 357 de la Constitución Política (reformados por los actos legislativos 01 del 2001 y 04 del 2007), a las entidades territoriales (Departamentos, distritos y municipios), para la financiación de los servicios a su cargo, en salud, educación, agua potable y saneamiento básico, y los definidos por la leyes 715 de 2011, 1122 y 1176 de 2007 (Enriquez 2009).

Composición del SGP

1. Asignaciones especiales equivalentes al 4 % del total del SGP, para:
 - Alimentación Escolar 0,5 %, para financiar programas de alimentación escolar.
 - Municipios Ribereños 0,08 %, para financiar el desarrollo de las competencias municipales previstas en la Ley 715 de 2001.
 - Resguardos Indígenas 0,52 %, para financiar proyectos de inversión social en jurisdicción de los resguardos.
 - FONPET 2,9 %, para financiar los pasivos pensionales de las entidades territoriales (Ley 4 de 1999).
2. Participaciones sectoriales correspondientes al 96 % del total del SGP, para:
 - Educación 58,5 %.
 - Salud 24,5 %.
 - Agua Potable y Saneamiento Básico 5,4 %.
 - Propósito General 11,6 %.

- **Aspectos Fiscales:** Son las variables de las finanzas del sector público nacional no financiero de una vigencia fiscal, su mayor fuerte son los ingresos tributarios y no tributarios de los entes territoriales.

Ingresos Tributarios: Son los generados por la entidad territorial por concepto de impuesto predial, impuesto de industria y comercio, entre otros autorizados por

la ley (Regalías por explotación de recursos naturales, ingresos corporativos, ingresos individuales).

Ingresos No Tributarios: Son las tasas, tarifas por servicios públicos, recursos del sistema general de participaciones , regalías directas e indirectas y crédito.

- **Aspectos Sociales:** Son el conjunto de variables a partir de cuyas interrelaciones se determina el nivel de calidad de vida de una población humana. Son indicadores sociales simples, ya que se refieren a atributos cuya presencia o nivel calidad se puede constatar de forma simple y empírica.
- **Municipio:** De acuerdo con el Artículo 311 de la actual Constitución Política de Colombia y la Ley 136 de Junio 2 de 1994, es la entidad territorial fundamental de la división político-administrativa del Estado, con autonomía política, fiscal y administrativa dentro de los límites que le señalen la Constitución y las leyes de la República (Maldonado 2007)
- **Cabecera municipal:** Delimitación geográfica definida por el DANE para fines estadísticos, alusiva al área geográfica delimitada por el perímetro censal. A su interior se localiza la sede administrativa del municipio, es decir la Alcaldía.
- **Resto del municipio:** Delimitación geográfica definida por el DANE para fines estadísticos, alusiva al área geográfica comprendida entre el Perímetro Censal y el Límite Municipal definido por Ordenanza de la Asamblea Departamental.
- **NBI:** Índice tradicionalmente utilizado en el país para el análisis de la pobreza a nivel regional. En concreto, el índice NBI es una medida de incidencia de la pobreza: dice cuántos pobres hay. Según esta metodología, se definen como pobres todas las personas que habitan en vivienda con una o más de las siguientes características (Maldonado 2007)
 1. Viviendas inadecuadas para habitación humana en razón de los materiales de construcción utilizados.
 2. Viviendas con hacinamiento crítico, (Más de tres personas por cuarto de habitación).
 3. Vivienda sin acueducto o sanitario.
 4. Viviendas con alta dependencia económica (más de tres personas por miembro ocupado) y el jefe hubiera aprobado como máximo dos años de educación primaria.
 5. Viviendas con niños entre 6 y 12 años que no asistieran a la escuela.

6.2. Marco Estadístico

6.2.1. Índice de Condición

Este procedimiento de detección de la multicolinealidad, es el más adecuado entre los actualmente disponibles, según afirma Judge et.al (1985). Fue planteado inicialmente por Belsley et. al (1980) y Belsley (1982). El índice de condición $k(X)$, es igual a la raíz cuadrada de la raíz característica más grande (λ_{max}) y la raíz característica más pequeña (λ_{min}) de la matriz $X'X$, es decir(Jiménez 2013):

$$k(X) = \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}}$$

Como la matriz $X'X$ es de dimensión $k \times k$ se obtienen k raíces características, pudiéndose calcular para cada una de ellas un número de condición definido de la siguiente manera:

$$iC(\lambda_i) = \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{\lambda_i}}$$

El número de condición mide la sensibilidad de las estimaciones mínimo cuadráticas de pequeños cambios en los datos. De acuerdo con los estudios realizados por Belsley y otros (op.cit), y Belsley (op.cit), tanto con datos observados como con datos simulados, el problema de la multicolinealidad es grave cuando el número de condición toma un valor entre 20 y 30. Naturalmente, si este indicador superase el valor 30, el problema sería ya manifiestamente grave.

6.2.2. Análisis de Componentes Principales

El Análisis de Componentes Principales es una técnica de análisis de datos que pertenece a la familia de los análisis factoriales. Como tal análisis factorial, el ACP es una técnica descriptiva de reducción de la dimensionalidad y que persigue el estudio de las relaciones de interdependencia entre grupos de variables e individuos, y como propósito central la determinación de unos pocos factores (Componentes Principales) que retengan la mayor variabilidad contenida en los datos. Las nuevas variables poseen algunas características estadísticas "deseables", tales como independencia (bajo el supuesto de normalidad) y no correlación(Díaz 2007).

Entre los objetivos que presenta el ACP, se encuentran los siguientes:

- Generar nuevas variables que expresen la información contenida en un conjunto de datos.
- Reducir la dimensión del espacio donde están inscritos los datos.

- Eliminar las variables (si es posible) que aporten poco al estudio del problema.
- Facilitar la interpretación de la información contenida en los datos.

Etapas para Realizar un ACP:

- **Obtención de las Componentes Principales**

A partir del ACP se pretende construir un conjunto de variables sintéticas o componentes principales φ_α que se puedan escribir como combinación lineal de la variables originales, del tal forma que el nuevo conjunto de variables estén mutuamente incorrelacionadas.

$$\varphi_\alpha = Zu_\alpha$$

Z es la matriz de datos normalizada y u_α es el j-ésimo vector propio asociadas al valor propio λ_α de la matriz de correlaciones.

Por lo tanto en el ACP se busca encontrar los valores del vector de coeficientes $u_1; u_2; \dots; u_p$ que permita obtener 1; 2; ... ; p, como combinaciones lineales de las variables Z. El interés está en que las nuevas variables tengan su varianza lo más alta posible, entonces el problema puede plantearse como la selección de un número reducido de variables $\varphi_1; \varphi_2; \dots; \varphi_j$ que sean ortogonales y contengan un grado suficiente de variabilidad (Tusell 2008).

- **Interpretación de las Componentes**

Cuando existe una alta correlación positiva entre todas las variables, el primer componente principal tiene todas sus coordenadas del mismo signo y puede interpretarse como un promedio ponderado de todas las variables. Se interpreta entonces como un factor global de tamaño. Los restantes componentes se interpretan como "factores de forma" y típicamente tienen coordenadas positivas y negativas, que implica que contraponen unos grupos de variables frente a otros. Estos factores de forma pueden frecuentemente escribirse como medias ponderadas de dos grupos de variables con distinto signo y contraponen las variables de un signo a las del otro (Peña 2002).

- **Selección del Número de Componentes**

Se han sugerido distintas reglas para seleccionar el número de componentes a mantener:

- Realizar un gráfico de λ_i frente a i . Comenzar seleccionando componentes hasta que los restantes tengan aproximadamente el mismo valor de λ_i . La idea es buscar un “codo” en el gráfico, es decir, un punto a partir del cual los valores propios son aproximadamente iguales. El criterio es quedarse con un número de componentes que excluya los asociados a valores pequeños y aproximadamente del mismo tamaño.
- Seleccionar componentes hasta cubrir una proporción determinada de varianza, como el 80 % o el 90 %. Esta regla es arbitraria y debe aplicarse con cierto cuidado.
- Desechar aquellos componentes asociados a valores propios inferiores a una cota, que suele fijarse como la varianza media, $\Sigma \frac{\lambda_i}{p}$. En particular, cuando se trabaja con la matriz de correlación, el valor medio de los componentes es 1, y esta regla lleva a seleccionar los valores propios mayores que la unidad.

■ Representación Gráfica

La interpretación de los componentes principales se favorece representando las proyecciones de las observaciones sobre un espacio de dimensión dos, definido por parejas de los componentes principales más importantes. Indicado que la proyección de cualquier observación sobre un componente es directamente el valor del componente para esa observación. La representación habitual es tomar dos ejes ortogonales que representen los dos componentes considerados, y situar cada punto sobre ese plano por sus coordenadas con relación a estos ejes, que son los valores de los dos componentes para esa observación. La interpretación se favorece representando en el mismo plano además de las observaciones las variables originales (Peña 2002).

6.2.3. Análisis Factorial Múltiple

El AFM, desarrollado por Escofier y Pagés (1992), en el seno de la Escuela Francesa de Análisis de Datos, es un método factorial adaptado al tratamiento de tablas de datos en las que un mismo conjunto de individuos se describe a través de varios grupos de variables. Los grupos de variables pueden surgir de la utilización conjunta de variables de diferente naturaleza, cuantitativas y cualitativas, del empleo de tablas que provienen de otras de tres dimensiones o del manejo de un mismo conjunto de variables medidas en distintos periodos de tiempo (Abascal & Landaluce 2002).

El AFM, es uno de los métodos estadísticos multivariados con el que se puede analizar tablas de datos la cual contiene, J_c grupos o tablas de variables cuantitativas, J_q grupos o tablas de variables cualitativas (nominales) y los J_o grupos o tablas de variables cualitativas

(ordinales)(Becerra 2010).

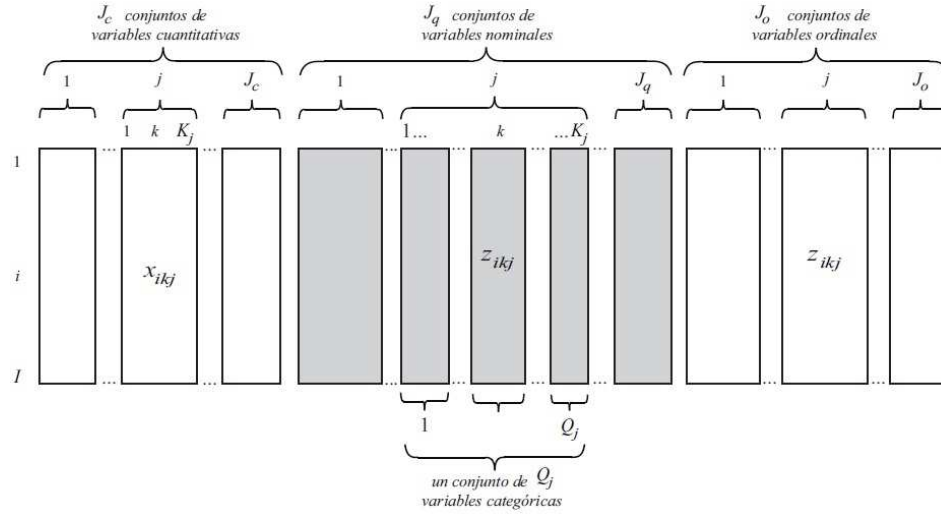


Figura 6-1.: Matriz X conformada por la yuxtaposición de las tablas

El AFM se basa en la metodología del ACP y actúa en 2 etapas:

1. Análisis Separado.

Realizar ACP para cada uno de los J_c grupos o tablas de variables cuantitativas, y realizar un análisis de correspondencias múltiples (ACM) para cada uno de los J_q grupos o tablas de variables cualitativas (nominales) y los J_o variables cualitativas (ordinales). En el método AFM el tratamiento para los grupos o conjuntos de variables nominales y ordinales es el mismo. En esta etapa se retiene en cada uno de los análisis, el mayor valor propio (llamado primer valor propio) denotado por λ_1^j (Escofier & Pagès 1992).

2. Análisis Global.

Es un ACP (X, M, D) donde las matrices X, M y D, se estructuran así:

- **X**, es la matriz de datos transformados $X = [X_c Z_q Z_o]$
- **M**, es la matriz de métrica (Escofier & Pagès 1992).

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M^{J_c} & 0 & 0 \\ 0 & M^{J_q} & 0 \\ 0 & 0 & M^{J_o} \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

donde M^{J_c} es la matriz de métrica para los conjuntos de variables cuantitativas conformadas por J_c bloques, la matriz M^{J_c} tiene la siguiente forma:

$$M^{J_c} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & & M_j & \vdots \\ & & & \ddots \\ 0 & 0 & \cdots & M_{J_c} \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

cada matriz $M_j = \frac{1}{\lambda_1^j} I_{K_j}$, donde I_{K_j} la matriz idéntica de orden $K_j \times K_j$ con $j \in J_c$.

M^{J_q} es la matriz de métrica para los conjuntos de variables nominales definida por J_q bloques, la matriz M^{J_q} tiene la forma:

$$M^{J_q} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & & M_j & \vdots \\ & & & \ddots \\ 0 & 0 & \cdots & M_{J_q} \end{bmatrix} \quad (6-3)$$

cada matriz de la forma $M_j = \frac{1}{\lambda_1^j} \text{diag}(\frac{I_k}{IQ_j})$, donde I_k es el número de individuos que seleccionan la categoría k , I es el número de individuos y Q_j es el número de variables cualitativas (nominales) en el grupo j .

La definición de la matriz de métrica M^{J_o} para los conjuntos de variables cualitativas (ordinales) definida por J_o bloques, es similar a la definida para las variables nominales.

- y $\mathbf{D}$, es la matriz de pesos

$$D = \frac{1}{I} I_I$$

donde I_I es la matriz idéntica de tamaño $I \times I$. Del análisis global expresado como un ACP ponderado la matriz de métrica $\mathbf{M}$, la matriz de pesos $\mathbf{D}$ y las coordenadas del individuo i sobre el primer eje factorial, se obtienen los valores de la primera componente principal, que expresada como una suma ponderada es:

$$F_1(i) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \sum_{j \in J_c} \frac{1}{\lambda_1^j} \left[\sum_{k \in K_j} x_i k_j G_1(k_j) \right] + \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \sum_{j \in J_q} \frac{1}{\lambda_1^j} Q_j \left[\sum_{k \in K_j} z_i k_j G_1(k_j) \right] + \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \sum_{j \in J_o} \frac{1}{\lambda_1^j} Q_j \left[\sum_{k \in K_j} z_i k_j G_1(k_j) \right] \quad (6-4)$$

donde:

- λ_1^j es el primer valor propio del análisis del grupo j .
- λ_1 es el primer valor propio del análisis global
- $G_1(k_j)$ son las coordenadas factoriales de las variables para k_j que representa la variable k perteneciente al grupo j .

La suma ponderada o combinación lineal (2) se puede escribir de la siguiente forma:

$$F_1(i) = \sum_{j \in J_c} \sum_{k \in K_j} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \frac{1}{\lambda_1^j} G_1(k_j) x_{ikj} + \sum_{j \in J_q} \sum_{k \in K_j} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \frac{1}{\lambda_1^j Q_j} G_1(k_j) z_{ikj} + \sum_{j \in J_o} \sum_{k \in K_j} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \frac{1}{\lambda_1^j Q_j} G_1(k_j) z_{ikj} \quad (6-5)$$

de manera general, la primera componente principal del método AFM es:

$$F_1(i) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} m_{kj} u_{kj} x_{ikj} \quad (6-6)$$

donde m_{kj} es la métrica en la nube de individuos:

$$m_{kj} = \begin{cases} \frac{1}{\lambda_1^j} & \text{si } j \in J_c \\ \frac{I_K}{\lambda_1^j I Q_j} & \text{si } j \in J_q \text{ o } j \in J_o \end{cases}$$

u_{kj} es el primer vector propio asociado a la solución $X' D X M u_{kj} = \lambda_1 u_{kj}$ en la nube de individuos:

$$u_{kj} = \frac{1}{\lambda_1} G_1(kj)$$

x_{ikj} es el término general de la matriz X :

$$x_{ikj} = \begin{cases} \frac{y_{ikj} - \bar{y}_{kj}}{\sigma_{kj}} \text{ o } y_{ikj} - \bar{y}_{kj}, & \text{si } j \in J_c \\ \frac{I z_{ikj}}{I_k}, & \text{si } j \in J_q \text{ o } j \in J_o \end{cases}$$

La suma ponderada o combinación lineal, también se escribe como:

$$F_1(i) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} a_{kj} x_{ikj} \quad (6-7)$$

donde, $a_{kj} = m_{kj} u_{kj}$ Esta suma ponderada o combinación lineal es la primera componente principal obtenida con el método AFM, cuando esta componente representa un factor tamaño (Escofier & Pagès 1992).

6.2.4. Análisis de Conglomerados

El análisis conglomerados busca particionar un conjunto de objetos en grupos, de tal forma que los objetos de un solo grupo sean similares y los objetos de grupos diferentes sean disímiles. Así, el análisis de conglomerados tiene como objetivo principal definir la estructura de los datos colocando las observaciones más parecidas en grupos (Díaz 2007).

Los propósitos más frecuentes para la construcción y análisis de conglomerados son los siguientes:

1. La identificación de una estructura natural en los objetos, es decir el desarrollo de una tipología o clasificación de los objetos.
2. La búsqueda de esquemas conceptuales útiles que expliquen el agrupamiento de algunos objetos.
3. La formulación e hipótesis mediante la descripción y exploración de los grupos conformados.
4. La verificación de hipótesis, o la confirmación de si estructuras definidas mediante otros procedimientos están realmente en los datos.

La técnica del análisis de conglomerados es otra técnica de reducción de datos. Se puede considerar la metodología de las componentes principales como un análisis de conglomerados donde los objetos corresponden a las variables. Dos son los elementos requeridos en el análisis de conglomerados, el primero es la *medida* que señale el grado de *similitud* entre los objetos, el segundo es el *procedimiento* para la *formación* de los grupos o conglomerados.

Medidas de Similitud

Entre las medidas de similitud de aplicación más frecuente, se encuentran las medidas de distancia definidas así:

- La distancia *Euclidiana* definida por

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^p (X_{ik} - X_{jk})^2} \quad (6-8)$$

- La Distancia D^2 de Mahalanobis, también llamada la distancia generalizada

$$D^2 = d_{ij} = (X_i - X_j)\Sigma^{-1}(X_i - X_j) \quad (6-9)$$

donde Σ es la matriz de varianzas y covarianzas de los datos, y X_i y X_j son los vectores de las mediciones que identifican los dos objetos i y j .

- Otra medida muy común es la de *Manhattan*, se define

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^p |X_{ik} - X_{jk}|} \quad (6-10)$$

Métodos de Agrupamiento

Aunque no hay una definición universal de *conglomerado* se toma la definición dada por Everitt (1980), quien dice que los conglomerados son "regiones continuas de un espacio que contiene una densidad relativamente alta de puntos, las cuales están separadas por regiones que contienen una densidad relativamente baja de puntos" (Díaz 2007).

Varios son los algoritmos propuestos para la conformación de conglomerados, se desarrollan, de una manera muy esquemática los métodos *jerárquicos*, *los métodos de partición o división*, *nubes dinámicas*, *clasificación difusa* y *algunas herramientas gráficas*. Cada uno de estos métodos representa una perspectiva diferente para la formación de conglomerados, con resultados generalmente distintos cuando las diferentes metodologías se aplican sobre el mismo conjunto de datos. Para obviar en parte esta dificultad, se debe emplear un procedimiento concordante con la naturaleza de la tipología esperada, con las variables a considerar y la medida de similitud usada.

■ Métodos Jerárquicos

Estos métodos empiezan con el cálculo de la matriz de distancias entre los objetos. Se forman grupos de manera *aglomerativa* o por un proceso de *división*. Una de las características de esta técnica es la localización irremovible de cada uno de los objetos en cada etapa del mismo.

Con los procedimientos aglomerativos cada uno de los objetos empieza formando un conglomerado (grupos unitarios). Grupos cercanos se mezclan sucesivamente hasta que todos los objetos quedan dentro de un mismo conglomerado. Los métodos de división inician con todos los objetos dentro de un mismo conglomerado, éste es dividido luego en dos grupos, éstos en otros dos hasta que cada objeto llega a ser un conglomerado. Ambos procedimientos se resumen en un diagrama de árbol que ilustra la conformación de los distintos grupos, de acuerdo con el estado, de fusión o división, jerárquico implicado por la matriz de similitudes; este diagrama se conoce con el nombre de *dendrograma*.

Métodos Aglomerativos

Son los más frecuentemente utilizados. una primera característica de estos métodos es que buscan una matriz de similaridades de tamaño $n \times n$, (n números de objetos), desde la cual, secuencialmente, se mezclan los casos más cercanos; aunque cada uno tiene su propia forma de medir las distancias entre grupos o clases. Un segundo aspecto es que cada paso o etapa en la conformación de grupos puede representarse visualmente por un dendrograma. En tercer lugar, se requieren $(n - 1)$ pasos para la conformación de los conglomerados de acuerdo con la matriz de similaridades. En el primer paso cada objeto es tratado como un grupo; es decir se inicia con n conglomerados, y, en el paso final se tienen todos los objetos en un solo conglomerado. Finalmente, los métodos jerárquicos aglomerativos son conceptualmente simples.

Dentro de los métodos aglomerativos se encuentra el método de Ward, el cual es el más usado dentro de los casos de estudio sobre agrupamiento.

El método de Ward

Los métodos de clasificación jerárquica parten de una matriz de similitudes, disimilitudes o de distancias. Aquí se selecciona la distancia euclidiana canónica. Adicionalmente se requiere la selección de una distancia entre grupos. La distancia entre grupos se denomina criterio de agregación, que además da el nombre al método (Cabarcas & Pardo 2001).

El método de Ward utiliza la distancia entre grupos que cumple con el objetivo de unir, en cada paso del proceso de aglomeración, las dos clases que incrementen menos la inercia intraclases (Pardo & Del-Campo 2007).

Sean A y B dos clases no vacías y disjuntas y sean p_A , p_B y g_A , g_B sus pesos y centros de gravedad, respectivamente. La distancia de Ward entre los dos grupos, en función de la distancia euclidiana canónica d , viene dada por:

$$W(A, B) = \frac{p_A p_B}{p_A + p_B} d^2(g_A - g_B)$$

En particular para dos individuos i y l , con pesos p_i y p_l , la distancia de Ward es:

$$W(i, l) = \frac{p_i p_l}{p_i + p_l} d^2(i - l)$$

El método de Ward es un procedimiento jerárquico en el cual, en cada etapa, se unen los dos clusters para los cuales se tenga el menor incremento en el valor total de la suma de los cuadrados de las diferencias, dentro de cada cluster, de cada individuo al

centroide del cluster (Gallardo 2011).

Notemos por:

- X_{ij}^k el valor de la j -ésima variable sobre el i -ésimo individuo del k -ésimo cluster, suponiendo que dicho cluster posee n_k individuos.
- $\bar{X}_j^k$ la media de la j -ésima variable, dentro del k -ésimo cluster.
- E_k la suma de cuadrados de los errores del cluster k , o sea, la distancia euclídea al cuadrado entre cada individuo del cluster k a su centroide

$$E_k = \sum_{i=1}^{n_k} \sum_{j=1}^n (X_{ij}^k - \bar{X}_j^k)^2 = \sum_{i=1}^{n_k} \sum_{j=1}^n (X_{ij}^k)^2 - n_k \sum_{j=1}^n (\bar{X}_j^k)^2$$

- E la suma de cuadrados de los errores para todos los clusters, o sea, si suponemos que hay h clusters.

$$E = \sum_{k=1}^h E_k$$

El proceso comienza con m clusters, cada uno de los cuales está compuesto por un solo individuo, por lo que cada individuo coincide con el centro del cluster y por lo tanto en este primer paso se tendrá $E_k = 0$ para cada cluster y con ello, $E = 0$. El objetivo del método de Ward es encontrar en cada etapa aquellos dos clusters cuya unión proporcione el menor incremento en la suma total de errores, E .

Procedimiento para construir el árbol con el método de Ward

El procedimiento para obtener el árbol de clasificación, utilizando el método de Ward es el siguiente (Díaz 2007):

1. Calcular las distancias de Ward entre parejas de individuos: $\frac{1}{2_n} d^2(i, l)$.
2. Seleccionar la pareja de grupos (individuos en el primer paso) que presente la menor distancia de Ward para conformar el nuevo grupo.
3. Calcular las distancias entre todos los grupos y el grupo recién conformado utilizando la fórmula de distancia de Ward o la fórmula de recurrencia.
4. Eliminar las filas y columnas correspondientes a los individuos o grupos unidos y adicionar una fila y una columna para registrar las distancias entre el nuevo grupo y los demás.
5. Repetir el proceso hasta llegar a una sola clase.

■ Métodos de Partición o No Jerárquicos

A diferencia de los métodos de clasificación jerárquica, los métodos de *participación o no jerárquicos* no han sido muy empleados o examinados; razón por la que se aplican e interpretan, a veces, de una manera poco correcta.

Se resumen estas técnicas de clasificación con las siguientes características:

1. Empiezan con una partición del conjunto de objetos en algún número específico de grupos; a cada uno de estos grupos se le calcula el centroide.
2. Ubican cada caso u objeto en el conglomerado cuyo centroide esté más cercano a éste.
3. Calculan el nuevo centroide de los conglomerados; éstos no son actualizados hasta tanto no se comparen sus centroides con todos los casos.
4. Continúa con los pasos (2) y (3) hasta que los casos resulten irremovibles. Otra diferencia de las técnicas de partición con las jerárquicas, es que la ubicación de un objeto en un grupo no es definitiva.

Dentro de los métodos no Jerárquicos, se tiene el de las K-medias el cual no es inusual, por la incorrecta interpretación

El método de las K-medias

Se asume que entre los individuos se puede establecer una distancia euclidiana. La idea central de estos métodos es la selección de alguna partición inicial de los objetos para luego modificar su configuración hasta obtener la "mejor" partición en términos de una función objetivo.

El procedimiento de agrupamiento de **K-medias** consiste en particionar un conjunto de n individuos en g grupos, se denota la partición por $\rho(n, k)$, con el siguiente criterio: primero se escogen los centroides de los grupos que minimicen la distancia de cada individuo a ellos, luego se asigna cada individuo al grupo cuyo centroide este más cercano a dicho centroide (Díaz 2007).

El método de K-medias consiste en (Cuartas 2014):

1. Comenzar con g puntos del espacio R^p y asignar los objetos a g clusters de acuerdo con la proximidad (distancia euclídea) a los g puntos iniciales.
2. Calcular los centroides de los g clusters obtenidos y reasignar los objetos según su proximidad al centroide de cada cluster.
3. Repetir el paso anterior, calculando cada vez la cantidad $|W|$ (o el criterio de optimización escogido).

4. Parar cuando $|W|$ ya no disminuye. Es posible probar que la suma de cuadrados de las distancias euclídeas de los puntos de cada cluster al centroide disminuye a cada paso.

$$\sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^n d^2(x_{ki}, \bar{x}_k) \quad (6-11)$$

Implementación del algoritmo

El criterio de homogeneidad o de optimalidad, que se utiliza en el algoritmo de k-medias es minimizar la *suma de cuadrados dentro de los grupos (SCDG)* para todas las variables, que es equivalente a la suma ponderada de las varianzas de las variables en los grupos (Peña 2002):

$$SCDG = \sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^{n_g} (X_{ijg} - \bar{X}_{jg})^2$$

donde X_{ijg} es el valor de la variable j en el elemento i del grupo g y $\bar{X}_{jg}$ la media de esta variable en el grupo. El criterio se escribe

$$\min SCDG = \min \sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^p n_g s_{jg}^2$$

donde n_g es el número de elementos del grupo g y s_{jg}^2 es la varianza de la variable j en dicho grupo. La varianza de cada variable en cada grupo es claramente una medida de la heterogeneidad del grupo y al minimizar las varianzas de todas las variables en los grupos obtendremos grupos más homogéneos.

■ Determinación del Número de Conglomerados

Una de las inquietudes al emplear el análisis de conglomerados, es la decisión acerca del número apropiado de ellos. Los dendrogramas sugieren el número de conglomerados en cada paso, la pregunta sigue siendo ¿dónde cortar el árbol para obtener un número óptimo de grupos?. Esta pregunta no ha sido enteramente resuelta hasta hoy, aunque cada uno de los campos de aplicación le da una importancia diferente.

Milligan y Cooper (1985), describen y proponen pruebas para identificar el número apropiado de grupos en un proceso de aglomeración jerárquica. Peck Fischer y Ness (1989) encuentran un intervalo de confianza para un número de conglomerados, a través de un procedimiento "bootstrap". El procedimiento consiste en definir una función criterio que dependa de dos tipos de costos, un costo asociado con el número de conglomerados, y un costo asociado con la descripción de un individuo por su respectivo conglomerado (homogeneidad de conglomerado); se busca entonces un

intervalo de confianza para k , el número de conglomerados, que minimice la función criterio.

Coefficiente Silueta

Rousseeuw (1987) propone una nueva visualización gráfica, ***the silhouette plot***, el gráfico de siluetas y un índice de calidad correspondiente que permite seleccionar el número de conglomerados. Para cada objeto i se denota por A la agrupación a la que pertenece, y el cálculo (Struyf et al. 1997):

$$a(i) = \frac{1}{|A| - 1} \sum_{j \in A, j \neq i} d(i, j) \quad (6-12)$$

disimilitud promedio de i para todos los demás objetos de A

Consideremos ahora cualquier grupo C diferente de A y cortar

$$d(i, C) = \frac{1}{|C|} \sum_{j \in C} d(i, j) \quad (6-13)$$

disimilitud promedio de i para todos los objetos de C .

Después de calcular $d(i, C)$ para todos los grupos $C \neq A$ tomamos el más pequeño de los que:

$$b(i) = \min_{C \neq A} d(i, C) \quad (6-14)$$

El grupo B , que alcanza este mínimo, es decir $[d(i, B) = b(i)]$ se llama *el vecino* del objeto i . Este es el segundo mejor grupo para el objeto i .

El *valor silueta* $s(i)$ del objeto i se define como:

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max(a(i), b(i))} \quad (6-15)$$

Claramente $s(i)$ siempre se encuentra entre -1 y 1 . El valor de $s(i)$ puede interpretarse como sigue:

$s(i) \approx 1 \Rightarrow$ el objeto i está bien clasificado (en A);

$s(i) \approx 0 \Rightarrow$ el objeto i se encuentra intermedio entre dos grupos (A y B)

$s(i) \approx -1 \Rightarrow$ el objeto i está mal clasificado (más cercano a B que a la A).

Las técnicas de agrupamiento permiten agrupar datos en función de su similaridad. Paralelamente, existen índices que evalúan cómo de separables son las agrupaciones producidas por los algoritmos de agrupamiento. El índice de Davies-Bouldin es uno de ellos.

Índice de Davies-Bouldin

El índice de Davies-Bouldin es una métrica para evaluar el buen funcionamiento de los algoritmos de clasificación. La fórmula de este índice se muestra en la siguiente ecuación (Davies & Bouldin 1979):

$$DB = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \max_{i \neq j} \left(\frac{\sigma_i + \sigma_j}{d(C_i, C_j)} \right) \quad (6-16)$$

donde n es el número de clústeres, cx denota el centroide del clúster x , σ_x es la distancia media de todos los elementos del clúster x al centroide cx , y $d(c_i, c_j)$ es la distancia entre los centroides c_i y c_j .

El objetivo de los algoritmos de clasificación es producir agrupamientos con baja distancia dentro del mismo clúster, y altas distancias entre los clústeres. Por lo tanto, estos algoritmos producirán un valor bajo del índice de Davies-Bouldin.

El máximo valor de $\max_{i \neq j} \left(\frac{\sigma_i + \sigma_j}{d(C_i, C_j)} \right)$ representa el peor caso para el cluster i . La solución óptima es aquella que tiene el índice de Davies-Bouldin más bajo.

■ **Algoritmo de Clasificación Mixta**

La propuesta descrita en Lebart et al. (1995) aprovecha las ventajas del método de Ward y las del K-medias, combinándolos de la manera siguiente:

1. *Clasificación inicial.* Si la cantidad de individuos por clasificar es muy alta, es probable que la clasificación jerárquica no se pueda ejecutar directamente. Entonces se efectúa esta primera etapa, la cual busca obtener rápidamente y a bajo costo una partición de los individuos en s clases homogéneas, donde s es mucho mayor que el número de clases deseado en la población, y menor que la cantidad de individuos. Se emplea el algoritmo de agregación alrededor de centros móviles (*K-medias*).
2. *Agregación jerárquica con el método de Ward.* Se efectúa una clasificación ascendente jerárquica donde los elementos terminales del árbol son las s clases de la partición inicial o los individuos directamente. El árbol correspondiente se

construye según el criterio de Ward, el cual une en cada paso de agregación las dos clases que incrementen lo menos posible la inercia intraclases.

3. *Corte del árbol.* El árbol o dendrograma que resume el procedimiento de clasificación permite ver la estructura de clases de los *individuos* que son objeto de análisis. En el gráfico de índices de nivel es más fácil observar los cambios de inercia más grandes (saltos) y decidir el número de clases K .
4. *Consolidación de la clasificación.* La partición obtenida en el paso anterior no es óptima siempre, debido a la estructura de particiones anidadas del dendrograma obtenido. Para mejorarla se utiliza de nuevo un procedimiento de agregación alrededor de centros móviles ($K - medias$), utilizando los centros de gravedad de las clases obtenidas al cortar el árbol como centros iniciales.

Descripción Estadística de las Clases

Los elementos de una misma clase se parecen con respecto al conjunto de criterios seleccionados para describirlos. Hace falta ahora precisar cuáles son los criterios que dan origen a los agrupamientos observados. Se procede a una descripción automática de las clases lo que constituye en la practica una etapa indispensable en todo proceso de clasificación.

La ayudas para la interpretación de las clases se fundan generalmente sobre comparaciones de medias o de porcentajes al interior de las clases con las medias o porcentajes obtenidos sobre el conjunto de los elementos a clasificar. Para seleccionar las variables continuas o las modalidades de las variables nominales más características de cada clase, se mide la desviación entre los valores relativos a la clase y los valores globales. Estas estadísticas se pueden convertir en un criterio llamado *valor test* que permite hacer una selección sobre las variables, y designar finalmente las variables más características (cf. Morineau, 1984)(Lebart et al. 1995).

Valores-test para las variables continuas

Para caracterizar una clase mediante las variables continuas, se compara $\overline{X}_k$, la media de una variable X en la clase k , con la media general $\overline{X}$ y se evalúa la desviación teniendo en cuenta la varianza $s_k^2(X)$ de esta variable en la clase. El valor-test es aquí simplemente la cantidad:

$$t_k(X) = \frac{\overline{X}_k - \overline{X}}{\sqrt{\frac{n-n_k}{(n-1)n_k} S_X}} \quad (6-17)$$

donde S_X es la desviación estandar de la variable X en todo el conjunto de datos, n el número de individuos clasificados y n_k el número de individuos dentro de la clase k .

6.2.5. Paquete FactoClass

FactoClass es una función que conecta procedimientos del paquete *ade4* para realizar el análisis factorial de los datos y desde *stats* para el análisis de conglomerados. La función *analisis.clus* calcula las características geométricas de cada clase: tamaño, inercia, peso y la distancia al cuadrado a el origen. Realiza el análisis factorial de los datos y un análisis de conglomerados utilizando las primera coordenadas factoriales *nfcl* (Del-Campo et al. 2013).

6.2.6. Paquete FactoMineR

FactoMineR es un paquete R dedicado al análisis multivariado de datos exploratorios. Es desarrollado y mantenido por F. Husson, J. Josse, S. Lê desde Agrocampus Rennes, y J. Mazet.

- Realiza métodos clásicos como el Análisis de Componentes Principales (PCA), análisis de correspondencias (CA), Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM), así como los métodos más avanzados.
- Permite añadir informaciones suplementarias tales como individuos y / o variables suplementarias.
- Proporciona un punto de vista geométrico y un montón de salidas gráficas.
- Proporciona una gran cantidad de ayuda a interpretar (descripción automática de las dimensiones, diversos indicadores, ...).
- Se puede tener en cuenta una estructura sobre los datos (estructura de las variables, la jerarquía de las variables, la estructura en los individuos).
- Una interfaz gráfica de usuario está disponible.

7. Metodología

Con el fin de dar solución a la pregunta de investigación se plantea esta metodología que busca dar cumplimiento también a los objetivos planteados inicialmente, se describen los pasos realizados del análisis para la obtención de los resultados.

7.1. Descripción de la base de datos

Se cuenta con una base de datos suministrada por el Departamento Nacional de Planeación (DNP) con los registros del año 2010 de las variables Fiscales y SGP, para las Sociales y la variable Población Total los registros del Censo General del 2005, se presenta esta información debido a que el DNP reporta los informes económicos actualizados cada año y se logró obtener los datos del informe del año 2010, la información social y población total se logró obtener del Censo General del 2005 ya que esta información no se actualiza cada año. Teniendo en cuenta lo anterior se cuenta con un total de 105 variables determinadas así: 36 Fiscales las cuales dan cuenta en términos monetarios sobre los ingresos y gastos de cada uno de los municipios **A-1** ,14 del Sistema General de Participación (SGP) que muestran las asignaciones presupuestales del gobierno nacional a los municipios en términos de salud, educación, saneamiento básico y agua potable **A-2** ,54 Sociales que muestra información sobre la calidad de vida de un municipio **A-3** y la variable Población Total, todas éstas características de 1.085 Municipios de Colombia. En el Anexo A se describe cada una de las variables anteriormente mencionadas las cuales son de naturaleza cuantitativa, están medidas en pesos corrientes, porcentajes y unidades(Departamento Nacional de Planeación 2010).

7.1.1. Selección de Variables e Individuos

Se eliminaron 13 municipios (Malambo, Palmar de Varela, Soledad, Tubará) los cuales corresponden al departamento del Atlántico, (Tipacoque-Boyacá), (La Apartada, Los Córdoba, San Carlos) estos del departamento de Córdoba, (Armenia-Quindío), (Chalan, San Onofre, Santiago de Tolu) que corresponden al departamento de Sucre y (Argelia- Cauca) se eliminaron por carencia de registros (no reportaron la información de los aspectos Fiscales), además de no tener completos los datos de los aspectos Sociales; el municipio de Sincelejo aparecía dos veces en la base de datos, dado que este es la capital de Sucre, se determinó dejar el que reportaba mayores Ingresos Corrientes, ya que el otro presentaba valores muy bajos. Antes de realizar los análisis posteriores fue necesario eliminar 2 variables de la base de

datos que en sus registros presentaban solo ceros, la variable Fiscal Otros Gastos Corrientes (FGCot) y la variable Social Servicio Público Teléfono (pSSVtel).

Se inicia con la selección de las variables que van a participar en el análisis, pues con un proceso de depuración se puede encontrar falta de información en los registros, información redundante, lo cual no sería de aporte al estudio. En este tipo de investigación para realizar una correcta selección de variables hay que conocer muy bien la estructura de la variable en términos económicos, inicialmente se llevó a cabo un análisis de correlación para hacer una debida selección de las variables, ya que éste muestra el grado de asociación que presentan las variables a través de la matriz de correlaciones en el cual se puede decidir que variables dejar en el estudio. Valores de los coeficientes cercanos a (más 1) indicarían correlaciones fuertes y directas, y será tanto más fuerte cuanto más se aproxime a 1. Igual sucede, pero de forma indirecta cuando el coeficiente tienda a tomar valores cercanos a (menos 1) y un valor de (cero) indicaría que no hay relación entre las variables.

■ Variables Fiscales

Se inicia la depuración con las variables Fiscales las cuales son altamente correlacionadas, presentando correlaciones de más del 95 %, se decidió hacer una reducción al sumar algunas las cuales presentaban relaciones directas según su naturaleza y estructura, para esto se realizó un proceso de revisión bibliográfica para conocerlas de forma interna a cada una.

	Fict	Fvr	FICPr	FICInd	FICGis	FICot	p_t	g_t	o_t	FICIn	Fdcor	Fdmit	FICIn	FICto	Fal	Fflper	FGCspe	FGCgge	FGCno	FGCId	Fsolv	FDSca	FICPre	FICPco	FICPcof	Fapi	FSAGPin	Finge	FGCPCtr	FGCPin	FFHid	FFHmo	FFHbr		
Fict	0.09	0.09	0.22	0.18	0.11	0.28	-0.02	0.31	-0.06	0.10	0.17	-0.56	-0.56	-0.11	0.14	0.44	0.39	0.22	0.17	0.18	0.17	-0.02	0.20	0.16	0.07	0.14	0.61	-0.32	0.26	0.20	0.20	0.15	0.15	-0.13	
Fvr	0.09	0.09	0.22	0.18	0.11	0.28	-0.02	0.31	-0.06	0.10	0.17	-0.56	-0.56	-0.11	0.14	0.44	0.39	0.22	0.17	0.18	0.17	-0.02	0.20	0.16	0.07	0.14	0.61	-0.32	0.26	0.20	0.20	0.15	0.15	-0.13	
FICPr	0.22	0.01	1.00	0.94	0.98	0.69	0.01	0.12	-0.05	0.04	0.96	-0.14	-0.01	0.02	0.45	0.18	0.02	0.99	0.96	0.97	0.94	0.00	0.96	0.03	0.01	0.88	0.19	-0.13	0.00	0.96	0.98	0.92	0.90	-0.91	
FICInd	0.18	0.01	0.94	1.00	0.98	0.44	-0.03	0.12	-0.03	-0.04	0.96	-0.10	-0.10	-0.04	0.17	0.13	0.03	0.98	0.91	0.98	0.98	0.00	0.96	0.02	0.00	0.89	0.14	-0.09	0.01	0.95	0.97	0.89	0.99	0.57	-0.95
FICGis	0.21	0.00	0.98	0.98	1.00	0.58	-0.04	0.12	-0.02	-0.04	0.96	-0.15	-0.15	-0.00	0.33	0.17	0.02	0.99	0.96	0.99	0.97	0.00	0.98	0.03	0.01	0.94	0.18	-0.14	0.00	0.99	0.99	0.91	0.95	0.94	-0.94
FICot	0.28	0.01	0.69	0.44	0.58	1.00	-0.04	0.13	-0.06	0.01	0.62	-0.22	-0.22	-0.02	0.79	0.27	0.01	0.59	0.73	0.52	0.46	0.00	0.62	0.07	0.03	0.30	0.27	-0.20	0.00	0.52	0.61	0.62	0.34	0.42	-0.51
p_t	-0.08	-0.02	-0.01	-0.03	-0.04	-0.04	1.00	-0.29	-0.59	-0.29	-0.02	0.19	-0.19	-0.21	-0.01	-0.21	0.05	-0.03	-0.04	-0.02	-0.02	0.01	-0.02	-0.16	-0.05	-0.02	-0.09	0.32	-0.10	-0.04	-0.03	-0.01	-0.03	-0.02	0.01
g_t	0.31	0.05	0.12	0.12	0.13	-0.29	1.00	-0.32	-0.07	0.10	-0.25	-0.25	0.00	0.05	0.09	0.08	0.14	0.17	0.12	0.11	0.01	0.11	0.24	0.06	0.10	0.15	-0.29	0.14	0.14	0.04	0.11	0.12	0.08	0.00	
o_t	-0.06	-0.01	-0.05	-0.03	-0.02	-0.06	-0.59	-0.32	1.00	-0.32	-0.03	-0.17	-0.17	0.16	-0.02	-0.13	-0.17	-0.04	-0.04	-0.03	-0.03	0.00	-0.03	-0.03	0.00	-0.02	0.03	-0.18	-0.14	-0.03	-0.04	-0.02	-0.03	-0.04	0.02
FICIn	0.10	0.10	-0.04	-0.03	-0.04	0.01	-0.29	-0.07	-0.32	1.00	-0.03	0.23	0.23	0.07	-0.01	0.02	0.11	-0.04	-0.04	-0.03	-0.02	-0.03	0.05	0.01	-0.03	-0.06	0.08	0.22	-0.03	-0.03	-0.04	-0.03	-0.03	-0.03	0.00
Fdcor	-0.57	0.01	0.96	0.94	0.96	0.62	-0.02	0.10	-0.03	-0.03	1.00	-0.09	-0.09	-0.07	0.39	0.16	0.02	0.96	0.94	0.93	0.90	0.00	0.99	0.00	-0.01	0.90	0.16	-0.09	0.01	0.96	0.96	0.94	0.92	0.90	-0.96
Fdmit	-0.16	0.01	-0.14	-0.10	-0.15	-0.22	0.19	-0.25	-0.17	0.23	-0.09	1.00	1.00	0.06	0.07	-0.41	0.09	-0.15	-0.21	-0.11	0.10	-0.04	-0.11	-0.20	-0.15	-0.07	-0.46	0.70	0.13	-0.13	-0.15	-0.07	-0.08	-0.12	0.05
FICIn	-0.56	0.01	-0.14	-0.10	-0.15	-0.22	0.19	-0.25	-0.17	0.23	-0.09	1.00	1.00	0.06	0.07	-0.41	0.09	-0.15	-0.21	-0.11	0.10	-0.04	-0.11	-0.20	-0.15	-0.07	-0.46	0.70	0.13	-0.13	-0.15	-0.07	-0.08	-0.12	0.05
FICtnn	-0.11	0.16	0.02	-0.04	0.00	-0.02	-0.21	0.00	0.16	0.07	-0.07	0.08	0.08	0.08	0.24	0.00	-0.03	-0.01	-0.02	0.06	0.06	0.01	-0.06	0.01	0.13	-0.03	-0.07	-0.04	0.03	-0.04	-0.03	0.00	-0.07	-0.10	0.00
FICtot	0.14	0.00	0.45	0.17	0.33	0.79	-0.01	0.05	-0.02	-0.01	0.39	-0.07	-0.07	0.24	1.00	0.17	0.08	0.34	0.46	0.30	0.23	0.00	0.36	-0.01	0.01	0.04	0.20	-0.10	0.01	0.24	0.33	0.39	0.06	0.10	-0.28
Fal	0.44	0.07	0.18	0.13	0.17	0.27	-0.21	0.09	0.13	0.02	0.16	-0.41	-0.41	0.00	0.17	1.00	0.05	0.16	0.20	0.13	0.12	-0.01	0.17	0.04	0.07	0.09	0.80	-0.24	0.04	0.16	0.17	0.17	0.11	0.14	-0.13
Fflper	0.39	0.07	0.02	0.03	0.02	0.01	0.05	0.08	-0.17	0.11	0.02	0.09	0.09	-0.03	0.08	0.05	1.00	0.03	0.03	0.03	0.02	-0.02	0.03	0.01	0.01	0.02	0.06	0.17	0.76	0.03	0.01	0.01	0.02	0.02	-0.02
FGCspe	0.22	0.01	0.99	0.98	0.99	0.59	-0.03	0.14	-0.04	0.96	-0.15	-0.15	-0.01	0.34	0.16	0.03	1.00	0.97	0.98	0.97	0.00	0.98	0.04	0.01	0.94	0.17	-0.14	0.00	0.99	0.99	0.99	0.91	0.95	0.95	-0.94
FGCgge	0.27	0.01	0.98	0.91	0.96	0.73	-0.04	0.17	-0.04	0.94	-0.21	-0.21	-0.02	0.46	0.20	0.03	0.97	1.00	0.93	0.91	0.00	0.95	0.09	0.04	0.84	0.22	-0.19	0.00	0.94	0.97	0.88	0.86	0.89	-0.88	
FGCno	0.18	-0.01	0.97	0.98	0.99	0.52	-0.02	0.12	-0.03	-0.04	0.93	-0.11	-0.11	0.06	0.30	0.13	0.98	0.93	1.00	0.99	0.00	0.96	0.01	0.00	0.95	0.14	-0.10	0.00	0.98	0.98	0.89	0.95	0.93	-0.93	
FGCId	-0.17	0.01	0.94	0.98	0.97	0.46	-0.02	0.11	-0.03	-0.03	0.90	-0.10	-0.10	0.06	0.23	0.12	0.97	0.91	0.99	1.00	0.00	0.93	0.02	0.00	0.96	0.12	-0.10	0.00	0.97	0.96	0.85	0.95	0.93	-0.91	
Fsolv	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	-0.02	0.00	0.04	0.04	0.01	0.00	-0.01	-0.02	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	-0.01	-0.01	0.00	-0.03	0.03	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
FDSca	0.20	-0.01	0.98	0.96	0.98	0.62	-0.02	0.11	-0.03	-0.03	0.99	-0.11	-0.11	-0.06	0.36	0.17	0.03	0.98	0.95	0.96	0.93	0.00	1.00	0.01	0.00	0.92	0.18	-0.10	0.01	0.98	0.98	0.94	0.94	0.93	-0.96
FICPre	0.16	0.03	0.03	0.02	0.03	0.07	-0.16	0.24	0.03	0.05	0.00	-0.20	-0.20	-0.01	-0.01	0.04	0.01	0.04	0.09	0.01	0.02	-0.01	0.01	1.00	0.07	0.00	-0.07	-0.29	0.27	0.08	0.05	-0.03	0.02	0.05	0.02
FICPco	0.07	0.46	0.01	0.00	0.01	0.30	-0.05	0.10	0.00	0.01	-0.01	-0.15	-0.15	0.13	0.01	0.07	0.01	0.01	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.07	1.00	0.00	0.03	-0.18	0.02	0.02	0.03	0.01	0.00	0.01	-0.01	0.01
FICPcof	0.14	-0.01	0.88	0.99	0.94	0.03	-0.02	0.10	-0.02	-0.03	0.90	-0.07	-0.07	-0.03	0.04	0.09	0.02	0.94	0.84	0.95	0.96	0.00	0.92	0.00	0.00	1.00	0.10	-0.07	0.02	0.97	0.93	0.84	0.99	0.96	-0.92
Fapi	0.61	0.02	0.19	0.14	0.18	0.27	-0.09	0.15	0.03	-0.06	0.16	-0.46	-0.46	-0.07	0.20	0.80	0.06	0.17	0.22	0.14	0.12	-0.03	0.18	-0.07	0.03	0.10	1.00	-0.14	-0.06	0.15	0.16	0.19	0.11	0.15	-0.15
FSAGPin	0.32	0.03	-0.13	-0.09	-0.14	-0.32	-0.29	-0.18	-0.08	-0.09	0.70	0.70	0.04	-0.10	-0.24	0.17	-0.14	-0.19	-0.10	-0.10	-0.03	-0.10	-0.29	-0.18	-0.07	-0.14	1.00	0.01	-0.13	-0.15	-0.05	-0.08	-0.11	0.04	-0.04
Finge	0.26	0.05	0.00	0.01	0.00	-0.10	-0.14	0.22	0.01	0.13	0.13	0.03	0.01	0.04	0.76	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.01	0.27	0.02	-0.02	-0.06	0.01	1.00	0.03	0.01	-0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01
FGCPCtr	0.20	0.00	0.96	0.99	0.99	0.52	-0.04	0.14	-0.03	-0.03	0.96	-0.13	-0.13	-0.04	0.24	0.16	0.03	0.99	0.94	0.98	0.97	0.00	0.98	0.08	0.02	0.97	0.15	-0.13	0.03	1.00	0.99	0.90	0.98	0.97	-0.94
FGCPin	0.23	0.01	0.98	0.97	0.99	0.61	-0.03	0.14	-0.04	-0.03	0.96	-0.15	-0.15	-0.03	0.33	0.17	0.01	0.95	0.96	0.95	0.96	0.00	0.95	0.03	0.03	0.16	0.15	-0.01	0.01	0.99	1.00	0.91	0.94	-0.93	-0.91
FFHid	0.15	0.03	0.02	0.01	0.06	-0.02	-0.34	-0.04	-0.04	-0.04	0.92	-0.08	-0.08	0.00	0.04	0.01	0.98	0.91	0.98	0.95	0.00	0.94	0.03	0.00	0.98	0.19	-0.09	0.00	0.99	0.99	0.91	0.95	0.95	-0.95	
FFHmo	0.15	0.00	0.90	0.98	0.95	0.34	-0.03	0.11	-0.03	-0.03	0.92	-0.08	-0.08	-0.07	0.05	0.11	0.02	0.95	0.86	0.85	0.95	0.00	0.94	0.02	0.00	0.89	0.11	-0.08	0.01	0.98	0.94	0.85	1.00	0.95	-0.93
FFHbr	0.19	0.01	0.91	0.97	0.94	0.42	-0.02	0.12	-0.04	-0.03	0.90	-0.12	-0.12	-0.10	0.10	0.14	0.02	0.95	0.89	0.93	0.93	0.00	0.95	0.05	0.01	0.94	0.15	-0.11	0.00	0.97	0.94	0.86	0.96	1.00	-0.89
FFttnal	-0.13	-0.03	-0.92	-0.95	-0.94	-0.51	0.01	-0.08	0.02	-0.03	-0.96	0.05	0.05	0.00	-0.28	-0.13	-0.02	-0.94	-0.88	-0.93	-0.91	0.00	-0.96	0.02	-0.01	-0.92	0.15	0.04	0.00	-0.94	-0.93	-0.97	-0.93	-0.89	1.00

Figura 7-1.: Correlación de las variables Fiscales

Teniendo en cuenta que la unidad de medida de éstas variables son pesos corrientes se usa la función suma para reducir las relaciones directas que se encontraron.

Dentro de las variables Fiscales, se encuentra la variable Ingresos no tributarios, donde se relacionan todos los ingresos no tributarios municipales y que a la vez hacen parte del conjunto de variables de los Ingresos Corrientes, dentro de este grupo de variables Fiscales se contaba con la información de 3 variables medidas en pesos corrientes (Impuesto Predial, Impuesto de Industria y Comercio y Sobretasa a la Gasolina) las cuales representan los ingresos tributarios municipales, por lo tanto se sumaron para dejar solo la variable Ingresos Tributarios **FICit**:

Tabla 7-1.: Ingreso Tributario

Variable	Descripción	Unidad de Medida
FICpr	Predial	Pesos
FICindu	Industria y Comercio	Pesos
FICgas	Sobretasa a la gasolina	Pesos

Dentro de la base de datos se contaba con la información de la variable Fondos de Cofinanciación y también con la información de otros Fondos de Cofinanciación en pesos corrientes, las cuales muestran la información de la ejecución de proyectos de competencia territorial, estas dos variables son complemento por lo tanto se sumaron dejando la variable (FICPcofinancia).

Se encontró que algunas variables que presentaban correlaciones de más del 90 % representan el conjunto de los Ingresos Corrientes de cada uno de los municipios, según (Zapata 2010) estas variables corresponden a los ingresos corrientes totales de un municipio, por lo tanto se sumaron determinando la variable Ingresos Corrientes **FIC**.

Tabla 7-2.: Ingresos Corrientes

Variable	Descripción	Unidad de Medida
FICPreg	Regalías	Pesos
FICPcofinancia	Fondos de Cofinanciación	Pesos
FICtnn	Transf. Corrientes de nivel nacional	Pesos
FICtot	Otras (Transferencias Corrientes)	Pesos
FICit	Ingresos Tributarios	Pesos
FICot	Otros (Ingresos Corrientes)	Pesos
FICint	Ingresos No Tributarios	Pesos
Fict	Carga Tributaria	Pesos

Además también se encontró que algunas variables Fiscales, que también presentaban correlaciones de más del 90 %, hacen parte del conjunto de las variables que componen los Gastos Corrientes Municipales, por lo tanto se sumaron quedando solo la variable Gastos Corrientes (FGC), la cual representa toda la información de los Gastos Corrientes que contenía la base de datos.

Tabla 7-3.: Unión Gastos Corrientes

Variable	Descripción	Unidad de Medida
Ffper	Funcionamiento per capital	Pesos
FGCggen	Gastos generales	Pesos
FGCidp	Intereses deuda pública	Pesos
FGCnom	Transferencias pagadas	Pesos
FGCPfbcf	Formación bruta capital fijo	Pesos
FGCPrinv	Resto de inversiones	Pesos
FGCsper	Servicios personales	Pesos

Las variables Amortizaciones (FFNamor) y Desembolsos (FFNdes), presentaban correlaciones del 97 % y 95 % respectivamente con las variables Gastos Corrientes (FGC) e Ingresos Corrientes (FIC), según el (Departamento Nacional de Planeación 2010), las variables Amortizaciones y Desembolsos hacen parte de los gastos que se usan para saldar las deudas municipales o deudas externas que adquiere el municipio, por lo tanto se eliminaron de la base de datos ya que están contenidas en las variables FGC y FIC.

Se tiene que la variable Recursos de Balance (FFNrbal), presentó altas correlaciones negativas con las variables Ingreso corriente y Gasto Corriente, Amortizaciones y Desembolsos, de acuerdo a (Departamento Nacional de Planeación 2010) "Los recursos de balance de una entidad territorial conformados en su mayoría por saldos de destinación específica, son saldos de vigencias anteriores y no representan ingresos nuevos de la actual vigencia", es decir que esta variable no sería de interés en nuestro estudio, por lo tanto se elimina de la base de datos.

Teniendo en cuenta las demás variables dentro de la base de datos y del grupo fiscal, se encontró que las variables dependencia corriente (Fdcorr) y Dependencia intergubernamental (Fdint), presentaban una correlación de 1, por lo tanto al hacer la revisión se encontró que tenían los mismos valores en sus registros y que además el nombre de las dos variables significan lo mismo, por lo tanto se eliminó dependencia corriente (Fdcorr).

La variable ahorro corriente (FDSCda) presentó una correlación del (99 %) con las variables Ingreso Corriente y Gasto Corriente, según el documento (Sistema de Información Económica Local 2011) "el ahorro corriente es una comparación entre las variables Ingreso Corriente y Gasto Corriente", por lo tanto se eliminó de la base de datos; también la variable superávit total (FSAT) resulta de la diferencia entre los Ingresos Corrientes Totales y los Gastos Corrientes Totales, por ende presentó una correlación del 99 % con estas variables, por lo tanto se eliminó de la base de datos.

La variable Solvencia (Fsolv), es una variable que dentro de sus registros presenta muchos ceros, pues de alguna manera la capacidad financiera de los municipios verdaderamente no es reflejada en esta variable por lo tanto se eliminó de la base de

datos para no tener una información no sustentada, también la variable Otros gastos corrientes (FGCot) fue eliminada de la base de datos debido a la cantidad de ceros que presentaba en sus registros.

Teniendo en cuenta que la variable Gastos Corrientes (FGC) presentaba una correlación del 99 % con la variable Ingresos corrientes (FIC), se eliminó FGC, dado que se entiende que el capital que se usa para los gastos provienen de todos los ingresos que se dan en un periodo de tiempo.

Finalizando con la depuración de la base de datos, de 35 variables fiscales con las que se contaba inicialmente se dejó para la objeto de la investigación un total de 7 variables.

■ Variables SGP

Continuando con la depuración de la base de datos se inicia con las variables del Sistema General de Participación (SGP), se decidió hacer una reducción al sumar algunas las cuales presentaban relaciones directas según su estructura, pues se encontró que dentro de las variables que conforman el (SGP) se presentaban altas correlaciones debido a la composición del SGP, según el documento (Villa et al. 2014), el Sistema General de Participación está conformado de la siguiente manera:

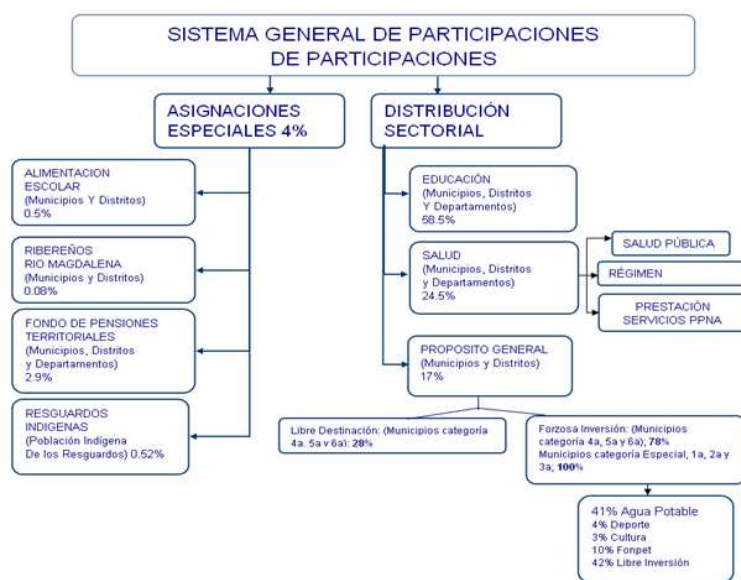


Figura 7-2.: Composición del SGP

Se puede observar en la Figura 7-2, que la composición del SGP está determinada por dos grupos, el de las Asignaciones Especiales, conformado por 4 variables de la base de datos las cuales son: Alimentación Escolar (SGPaesc), Ribereños del Río Magdalena (SGPrmag), Fondo de Pensiones Territoriales (SGPfonpet) y Resguardos Indígenas (SGPresind) y el grupo de la Distribución Sectorial, conformado por 8 variables de la base de datos como lo es Educación (SGPedu), Salud la cual está definida por (Salud

pública (SGPsp), Régimen Subsidiado (SGPrsb) y Prestación de Servicios (SGPps), Propósito General definida por (Agua Potable (SGPap), Deporte (SGPdep), Cultura (SGPcul), Fonpet, Libre Destinación (SGPlid) y Libre Inversión (SGPlinv).

Debido a que las unidades de medidas de las variables que pertenecen a los dos grupos de asignaciones son pesos corrientes se usa la función suma para volver una sola variable las que conforman las Asignaciones Especiales y una variable las que componen las Asignaciones Sectoriales.

	SGPedu	SGPrsb	SGPsp	SGPps	SGPlid	SGPap	SGPdep	SGPcul	SGPlinv	SGPfonpet	SGPaesc	SGPrmag	SGPresind	FdSGP
SGPedu	1,00	0,97	0,97	0,95	-0,19	0,98	0,98	0,98	0,98	0,96	0,98	0,00	0,01	-0,10
SGPrsb	0,97	1,00	0,99	0,98	-0,09	0,98	0,98	0,98	0,98	0,97	0,98	0,02	0,05	-0,11
SGPsp	0,97	0,99	1,00	0,97	-0,12	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,99	0,00	0,03	-0,11
SGPps	0,95	0,98	0,97	1,00	-0,14	0,97	0,97	0,97	0,97	0,94	0,97	0,01	0,00	-0,10
SGPlid	-0,19	-0,09	-0,12	-0,14	1,00	-0,14	-0,14	-0,14	-0,14	-0,13	-0,11	0,08	0,23	0,14
SGPap	0,98	0,98	0,99	0,97	-0,14	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	1,00	0,00	0,01	-0,11
SGPdep	0,98	0,98	0,99	0,97	-0,14	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	1,00	0,00	0,01	-0,11
SGPcul	0,98	0,98	0,99	0,97	-0,14	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	1,00	0,00	0,01	-0,11
SGPlinv	0,98	0,98	0,99	0,97	-0,14	1,00	1,00	1,00	1,00	0,97	1,00	0,00	0,01	-0,11
SGPfonpet	0,96	0,97	0,98	0,94	-0,13	0,98	0,98	0,98	0,97	1,00	0,98	-0,01	0,01	-0,10
SGPaesc	0,98	0,98	0,99	0,97	-0,11	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	1,00	0,00	0,02	-0,10
SGPrmag	0,00	0,02	0,00	0,01	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,01	0,00	1,00	-0,04	-0,04
SGPresind	0,01	0,05	0,03	0,00	0,23	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	-0,04	1,00	0,09
FdSGP	-0,10	-0,11	-0,11	-0,10	0,14	-0,11	-0,11	-0,11	-0,11	-0,10	-0,10	-0,04	0,09	1,00

Figura 7-3.: Correlación de las variables del SGP

De acuerdo a lo anterior y según la composición del sistema general de participaciones así mismo se presentaron las correlaciones, por lo tanto se sumaron las variables de la base de datos según el grupo de las Asignaciones Especiales y el de la Distribución Sectorial, finalizando la depuración de las variables del SGP, se cuenta con 3 variables denominadas Asignaciones Especiales (SGPEsp), Distribuciones sectoriales (SGPSect) y la variable Dependencia del SGP (FdSGP).

■ Variables Sociales

Se tiene que las variables sociales están constituidas por grupos que determinan una característica social de la población objeto de estudio, debido a la cantidad de variables las correlaciones entre éstas se pueden observar en el Anexo B.

Se inicia con las variables que forman el grupo **Eliminación de basuras dentro de la vivienda**, el cual contiene 6 variables que dan información de diferentes métodos de recolección de basura, se determinó dejar solo el método (La recogen los servicios de aseo (pSBSb1)), la cual contiene los registros de porcentajes más altos en comparación de los otros métodos de recolección, por lo tanto este grupo quedo determinado por 1 variable.

Continuando con las variables que forman el grupo **Tipo de vivienda**, la cual contiene

5 variables que dan información de diferentes tipos de vivienda, se determinó eliminar la variable (pSTVoviv) otro tipo de vivienda (carpa, barco, refugio natural, puente, etc), dado que esta presentaba una correlación del 96 % con la variable gas (pSSVgas) del grupo servicios públicos por unidad de vivienda, pues la variable otro tipo de vivienda no podía presentar la opción de tener gas domiciliario debido a que no hay forma en estas viviendas poner una instalación del servicio de gas, por lo tanto este grupo Tipo de vivienda quedó determinado por 4 variables.

Se analizó el grupo de variables **Hacinamiento**, la cual contiene 5 variables que dan información si dentro del hogar existe hacinamiento, debido a las correlaciones que este grupo de variables presentó entre sí se determinó eliminar dos variables de este grupo, las correlaciones que se presentaban eran entre las siguientes variables: Personas por cuarto para dormir (SASpcd) y Personas por cuarto (SASppc) presentando una correlación del 96 %, se eliminó Personas por cuarto (SASppc); las variables Cuartos para dormir por hogar (SASpcd) y Personas por hogar (SASpph) presentaban una correlación del 90 %, por lo tanto se eliminó Personas por hogar (SASSpph), quedando con un total de 3 variables.

Se analiza el grupo de variables **Inasistencia Escolar**, la cual está conformada por 6 variables que dan información sobre la escolaridad de la población, inicialmente se identificaron correlaciones del 99 % entre tres de éstas las cuales fueron Personas que asisten a una institución educativa (SEDpaie), Personas que saben leer y escribir (SEDple) y Personas que asisten a una institución oficial (SEDpaio) por lo tanto se eliminó personas que saben leer y escribir, dado a que si están asistiendo a una institución educativa se puede suponer que saben leer y escribir y se eliminó personas que asisten a una institución oficial, ya que con la información de la variable (SEDpaie) se puede saber solo si están estudiando independientemente de que si es una institución oficial o privada. Las variables Inasistencia (falta de cupos (SEDifc), necesita trabajar (SEDint) y costos educativos altos (SEDice)) presentaban correlaciones entre ellas del 99 %, dado que éstas se pueden determinar con la variable personas que asisten a una institución educativa se decidió eliminarlas del estudio, por lo tanto el grupo de variables inasistencia escolar quedo determinado por 1 variable.

Continuando con el análisis se tiene que el grupo de variables **Servicios públicos por unidad de vivienda**, determinado por 4 variables que dan información sobre los servicios públicos básicos con los que cuenta la vivienda, en este grupo las variables Alcantarillado (pSSValc) y Acueducto (pSSVacu) presentan una correlación del 93 %, por lo tanto se eliminó alcantarillado, pues se podría pensar que esta correlación es debido a que el agua que se utiliza del acueducto es relativamente la que se desecha por el alcantarillado, por lo tanto este grupo quedo determinado por 3 variables.

Dentro de la base de datos se cuenta con 2 variables que dan información sobre mortalidad en los hogares, Hogares con personas fallecidas (SMRhp) y Personas fallecidas por hogar (SMRp), estas dos variables presentan una correlación del 1 %,

ya que están determinando lo mismo, pues la variable personas fallecidas por hogar muestra cuantos hogares hay con personas fallecidas, por lo tanto se elimina Personas fallecidas por hogar.

Se tiene información sobre la cantidad de Manzanas (SMZmz) y Lados de manzana (SMZlmz) que presenta un municipio, estas dos variables significan lo mismo en términos urbanos, es por eso que presentan una correlación del 1 %, por lo tanto se eliminó Manzanas (SMZmz).

Se cuenta con la información del grupo de variables Población que en los últimos 5 años ha padecido o padeció alguna enfermedad catastrófica por tipo de tratamiento quirúrgico, la cual cuenta con 11 variables que determinan que porcentaje de la población objeto de estudio presentó algún tipo de enfermedad catastrófica, ya que la finalidad es informar si estas enfermedades estuvieron bajo tratamiento quirúrgico, se sumaron los porcentajes de cada una de estas variables y se formó una sola denominada Enfermedad bajo tratamiento (SSALebt), como el mínimo porcentaje es 0 y el máximo es 1, la suma de las 11 variables podría dar un máximo porcentaje 11 %, lo cual indicaría altos porcentajes de que toda la población de ese municipio ha estado con enfermedades catastróficas bajo tratamiento, es decir que 11 % es un valor alto para esta variable, 5.5 % es un valor medio y que 0 % es un valor bajo. De esta manera se dejó 1 sola variable de 11 registradas en la base de datos.

Finalizando con la depuración de la base de datos de las variables Sociales, de 54 variables con las que se contaba inicialmente se dejó para la objeto de la investigación un total de 27 variables.

Transformación Variables Fiscales y SGP

De acuerdo al proceso anterior en la selección de las variables, se presentó que aún existían altas correlaciones, pero ya no dentro de los grupos sino entre los grupos de variables y además correlaciones con la variable población total, las correlaciones son de la siguiente manera:

- La variable del Grupo Fiscal, Ingresos Corrientes (FIC), presentó una correlación del 95 % con la variable del grupo del SGP, Asignaciones Sectoriales (SGPSect), además una correlación no muy alta (pero literalmente relacionada) del 84 % con la variable Asignaciones Especiales (SGPEsp) y una correlación del 97 % con la variable (Población Total).
- Las variables del Grupo del SGP, Asignaciones Sectoriales (SGPSect) y Asignaciones Especiales (SGPEsp), presentaron una correlación del 99 % y 87 % respectivamente con la variable (Población Total).
- Las variable de Inasistencia escolar por diferentes circunstancias presentaban correlaciones del 99 % con la variable Población total, por lo tanto se fortalece la

decisión de haberlas eliminado en la depuración inicial.

- La variable Lados de Manzana (SMZlmz) presentó una correlación del 92 % con la variable Ingresos Corrientes (FIC), una correlación del 96 % con la variable Asignaciones Sectoriales (SGPSect) y una correlación del 96 % con la variable Población Total, esto se puede dar a que los lados de manzana dan una estimación de la cantidad de viviendas que hay en una población y por ende estimar la cantidad de hogares y así mismo la cantidad de población, la cantidad de asignaciones y la cantidad de ingresos municipales.
- La variable hogares con personas fallecidas (SMRhpf) presentó una correlación del 99 % con la variable asignaciones sectoriales (SGPSect) y de 1 % con la variable Población Total, se podría decir que de acuerdo a la cantidad de población así mismo se asignan recursos a los municipios y a medida que las personas mueren serán menos los habitantes, es decir se disminuye la población y por lo tanto habrán menos asignaciones..

Dado que la variable población total presenta una gran influencia sobre las variables más importantes del estudio, siendo ésta también muy importante para la correcta interpretación de los resultados, se decide hacerle una transformación a la variable Fiscal (FIC) y las variables del SGP (SGPEsp y SGPSect) para disminuir la influencia por magnitud poblacional de algunos individuos. La transformación consiste en convertir las variables económicas en per cápita usando la variable población total, es decir dividir el registro de cada variable por la cantidad de habitantes del municipio respectivamente, con esto se buscó eliminar la influencia de los individuos que presentaban valores altos en algunas variables. A partir de este procedimiento se continuó con el análisis planteado con las variables transformadas Ingresos Fiscales per cápita (FICper), Asignaciones Especiales per cápita (SGPEesper) y Asignaciones Sectoriales per cápita (SGPSeper). Se suprimieron de la base de datos las variables Población Total, Lados de manzanas (SMZlmz) y hogares con personas fallecidas (SMRhpf).

Teniendo en cuenta lo anterior la base de datos quedo determinada por 7 variables Fiscales, 3 del SGP y 25 variables Sociales. En el Anexo C se muestra una estructura parcial de la base de datos.

Se evaluó nuevamente la correlación de las variables que se determinaron en el proceso de selección anteriormente mencionado, en este caso se tuvo en cuenta para evaluar la multicolinealidad de las 35 variables el Índice de Condición, cuyo valor es la raíz cuadrada del cociente entre el máximo autovalor y el mínimo autovalor de la matriz ($X'X$). Se tiene que los autovalores de la matriz ($X'X$) de la base de datos son los siguientes:

Tabla 7-4.: Valores Característicos Matriz $X'X$

	Autovalores				
1	10578,72	4265,28	2622,03	2328,93	1839,55
6	1562,09	1428,76	1254,63	1174,98	1032,32
11	971,64	852,45	759,36	725,07	625,34
16	592,37	524,21	435,16	419,82	381,73
21	317,88	304,38	273,22	265,52	237,26
26	215,26	184,03	144,96	121,72	106,65
31	75,37	14,67	6,27	3,11	0,77

Entonces el Índice de Condición es:

$$k(X) = \sqrt{\frac{10578,72}{0,77}} = 116,99$$

Es decir que existe un problema de multicolinealidad considerablemente grave, pues es un valor superior a 30, por lo tanto en la base de datos se encuentran relaciones aproximadamente lineales entre las variables, lo cual es un buen diagnostico al momento de ejecutar el análisis multivariado.

7.2. Análisis Descriptivo y Exploratorio

Se realiza un análisis descriptivo y exploratorio de los datos, utilizando para el caso de variables cuantitativas indicadores de tendencia central, forma y dispersión buscando analizar relaciones entre las variables para luego relacionar los municipios de acuerdo a las características más relevantes. Se tendrá en cuenta para éste análisis la variable población total, pero para los análisis posteriores no. Las salidas computacionales se muestran en la sección Resultados.

7.3. Técnicas Factoriales

Se lleva a cabo el desarrollo del análisis multivariado iniciando con el Análisis Factorial Múltiple (AFM) como método factorial adaptado al tratamiento de tablas de datos en las que un mismo conjunto de individuos se describe a través de varios grupos de variables (Escofier & Pagès 1992), ya que la naturaleza de los datos es solo cuantitativa, la técnica es un Análisis de Componentes Principales (ACP) Normado, en este caso se cuenta con 3 grupos de variables que son: el grupo Fiscal, el grupo SGP y el grupo Social. Luego se procede a clasificar los individuos en grupos con características similares por medio de la técnica multivariada Análisis de Conglomerados el cuál es un método que tiene

como objetivo principal, definir la estructura de los datos colocando las observaciones más parecidas en grupos (Díaz 2007).

7.3.1. Análisis Factorial Múltiple

Inicialmente se desarrolla el AFM, dado que todas las variables del estudio son de naturaleza cuantitativa el método es un ACP normado, iniciando con el tratamiento sobre las 37 variables seleccionadas, teniendo en cuenta la matriz X de dimensión 1071×35 con los datos centrados y estandarizados, representando en cada fila n , el individuo o municipio y en cada columna p , las variables económicas y sociodemográficas.

- X , es la matriz de datos transformados:

$$X = \begin{pmatrix} -0,1360 & -0,4581 & \dots & 0,0683 \\ -0,3181 & 3,4556 & \dots & 0,7994 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0,1068 & 0,1687 & \dots & 1,1406 \end{pmatrix}_{(1071) \times (35)}$$

- M , es la matriz de métrica:

$$\begin{bmatrix} M^{j_1} & 0 & 0 \\ 0 & M^{j_2} & 0 \\ 0 & 0 & M^{j_3} \end{bmatrix}$$

donde M^{J_c} es la matriz de métrica para los conjuntos de variables cuantitativas conformadas por J_c bloques, la matriz M^{J_c} tiene la siguiente forma:

$$M^{J_c} = \begin{pmatrix} 0,4019 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0,4960 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1171 \end{pmatrix}_{(35) \times (35)}$$

cada matriz $M_j = \frac{1}{\lambda_1^j} I_{K_j}$, donde I_{K_j} la matriz idéntica de orden $K_j \times K_j$ con $j \in J_c$, siendo $K_j = 35$ la cantidad de variables cuantitativas.

- D , es la matriz de pesos

$$D = \frac{1}{I} I_I$$

donde I_I es la matriz idéntica de tamaño $I \times I$, siendo $I = 1071$ la cantidad de individuos activos en el análisis. Del análisis global expresado como un ACP ponderado

la matriz de métrica M , la matriz de pesos D y las coordenadas del individuo i sobre el primer eje factorial, se obtienen los valores de la primera componente principal.

$$D = \begin{pmatrix} 0,000934 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0,000934 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,000964 \end{pmatrix}_{(1071) \times (1071)}$$

A partir de la matriz de datos estandarizados X , se extrajeron los valores característicos λ_i asociados a los factores o ejes. las componentes principales se escribieron como una combinación lineal de las variables originales.

$$\begin{pmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ \vdots \\ Y_{11071} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{135} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{235} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{10711} & z_{10712} & \cdots & z_{107135} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ \vdots \\ u_{135} \end{pmatrix}$$

El procedimiento para la obtención de los grupos es el propuesto por (Lebart et al. 1995), utilizando para la clasificación las coordenadas factoriales de un análisis factorial múltiple (Escofier & Pagès 1992), para este caso donde la naturaleza de los datos es cuantitativa el método AFM es un ACP normado y luego una clasificación basada en un algoritmo mixto: clasificación jerárquica con el método de Ward y agregación alrededor de centros móviles (K-medias). Finalmente se obtiene una partición del conjunto de datos y la caracterización de cada una de las clases (Pardo & Del-Campo 2007).

7.3.2. Análisis de Conglomerados

■ El método de Ward

Los métodos de clasificación jerárquica requieren, además de la distancia entre individuos, una distancia entre grupos de individuos, que se denomina también criterio de agregación y es la que da el nombre al método de clasificación jerárquica. El método de Ward es el que más sentido estadístico tiene, en el caso de variables continuas, pues en cada paso del algoritmo se obtienen grupos de la manera que la inercia dentro de los grupos es mínima y por ende la inercia entre los grupos es máxima (Cruz et al. 2012).

$$E_k = \sum_{i=1}^{n_k} \sum_{j=1}^n (X_{ij}^k - \bar{X}_j^k)^2 = \sum_{i=1}^{n_k} \sum_{j=1}^n (X_{ij}^k)^2 - n_k \sum_{j=1}^n (\bar{X}_j^k)^2$$

donde:

- X_{ij}^k = es el valor en la componente j del ACP Normado de las variables cuantitativas, para el municipio i del grupo k de las variables cuantitativas.
- $\overline{X}_j^k$ = es la media de la componente j dentro del grupo k de las variables cuantitativas.
- n_k = número de municipios en el grupo k de las variables cuantitativas.

En este proceso cada municipio conformó un grupo, aglomerándose en cada paso. Luego, E es la suma de cuadrados de los errores para todos los grupos, es decir, si se supone que hay h grupos de variables cuantitativas, entonces $E = \sum_{k=1}^h E_k$.

El objetivo del método de Ward es encontrar en cada etapa aquellos dos clusters cuya unión proporcione el menor incremento en la suma total de errores E .

Se visualizó el dendograma y el histograma de índices de nivel con el cual se pudo complementar para tomar una decisión sobre el número de grupos de individuos que se formaron.

■ El método de las K-medias

El metodo K-means permite construir una partición directa de los elementos a clasificar, pero requiere como información de partida los puntos iniciales de las clases. A partir de los K puntos iniciales se construye una partición en K clases, se calculan los centros de gravedad de las clases, los que se convierten en los nuevos puntos para construir una nueva partición. El algoritmo termina cuando no hay cambios en la partición o la disminución de la inercia intra clases entre dos etapas sucesivas del algoritmo está por debajo de un umbral.

Este algoritmo toma la siguiente expresión:

$$\sum_{g=1}^{n_G} \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^{n_g} (X_{ijg} - \overline{X}_{jg})^2$$

donde x_{ijg} es el valor en la componente j del ACP normado de las variables cuantitativas para los municipios i del grupo g de variables cuantitativas y $\overline{x}_{jg}$ la media de la componente j dentro del grupo g .

■ Caracterización de las clases

Para este caso de análisis en las variables continuas los valores test resultan de la comparación del promedio de la variable dentro de la clase, con el promedio global, estos valores test son cuantiles de la distribución normal estándar Pardo & Ortíz (2004).

$$t_k(X) = \frac{\overline{X}_k - \overline{X}}{\sqrt{\frac{n-n_k}{(n-1)n_k}} S_X}$$

donde S_X es la desviación estándar de la variable X en todo el conjunto de datos, n el número de individuos clasificados y n_k el número de individuos dentro de la clase k .

7.4. Herramienta para el Análisis de Datos

Para el análisis de datos y resultados, se hizo uso del software estadístico de versión libre R 3.1; A través de la función *MFA* de la librería *FactoMineR* (Francois et al. 2013) se obtuvieron los resultados del AFM y posteriormente los del Análisis Clúster por medio de la librería *FactoClass*, el paquete *Ade4* y la librería *cluster*, para la caracterización de las clases se uso la función *cluster.carac*, y para los índices de validación del número de conglomerados se hizo uso de la librería *clusterSim*.

8. Resultados

8.1. Análisis Descriptivo

Se muestran las estadísticas descriptivas básicas para la comprensión del enfoque de esta investigación, teniendo en cuenta que estos resultados se relacionaron con todos los municipios de la base de datos.

Tabla 8-1.: Estadísticas Descriptivas Variables Fiscales

Variable	Mín	Máx	Media	Desv.Est.	C.Var
FICper	0,02	1,95	0,17	0,16	95,52
Fvr	-99,51	3.309,36	36,49	127,75	350,13
Fdint	0,00	0,99	0,44	0,24	54,25
Fal	0,35	6,19	1,61	0,57	35,40
Fapi	-0,43	0,93	0,12	0,13	111,23
FSAGPinv	0,00	2,35	0,44	0,23	50,81
Finper	0,00	8,71	0,45	0,49	107,87

En la Tabla 8-1, se tiene en cuenta las variables Fiscales donde se evidencia las grandes diferencias en los ingresos corrientes per cápita de los municipios (FICper), pues existen municipios como El Carmen de Bolívar (Bolívar) que perciben ingresos de tan solo 0,02 (miles de millones de pesos) por habitante y otros municipios como Chameza (Casanare) que perciben ingresos 1,95 (miles de millones de pesos) por habitante, teniendo en cuenta que el coeficiente de variación es del 95,5 % se puede decir que existe una variabilidad alta en los ingresos corrientes de los municipios. Además se puede observar la gran dispersión que existe en los registros de la variable Valor recaudo (Fvar), con un coeficiente de variación del 350,13 %, pues según municipios como Murindo (Antioquia) presenta un valor negativo de -99,51 (miles de millones de pesos) en su recaudo, comparado con el municipio de Sucre (Sincelejo) que recauda 3.309,36 (miles de millones de pesos).

Tabla 8-2.: Estadísticas Descriptivas Variables SGP

Variable	Mín	Máx	Media	Desv.Est.	C.Var
SGPEsper	0,00	0,21	0,02	0,02	98,58
SGPSeper	0,01	5,36	0,56	0,56	99,56
FdSGP	0,04	1,68	0,65	0,20	30,26

En la Tabla 8-2, se puede observar que de las asignaciones que el gobierno nacional otorga a los municipios de Colombia a través del Sistema General de Participaciones la mayor inversión esta dirigida a las Asignaciones Sectoriales (Educación, Salud y Propósito General), y que municipios como Busbanza (Boyacá) es el que percibe las mayores Asignaciones Sectoriales per cápita unos 5,36 (miles de millones de pesos) además municipios como Bogotá D.C, Medellín (Antioquia) y Cali (Valle) reciben tan solo el 0,01 (miles de millones de pesos) por habitante, en estas asignaciones. Teniendo en cuenta el coeficiente de variación de las variables Asignaciones Especiales per cápita (SGPEsper) y Asignaciones Sectoriales per cápita (SGPSeper), se puede observar la alta variabilidad que existe en estas variables (99,58 % y 99,56 % respectivamente), pues hay grandes diferencias en las asignaciones per cápita por parte del gobierno nacional a los municipios.

Tabla 8-3.: Estadísticas Descriptivas Variables Población Total

Variable	Mín	Máx	Media	Desv.Est.	C.Var
Pob_Total	885	6.840.116	38.744	237.826	614

Una de las variables más importantes en este estudio es el tamaño de población de un municipio, pues de éste dependen la cantidad de asignaciones o recursos que otorga el gobierno nacional, en la Tabla 8-3 se observa que ésta variables presenta una variabilidad del 614 %, con poblaciones desde 885 habitantes como el municipio de Busbanza (Boyacá), hasta 6.840.116 habitantes, que corresponde al municipio de Bogotá D.C, seguido de Medellín con 2.214.494 habitantes y Cali con 2.119.908 habitantes, se puede decir que existen diferencias relevantes en los tamaños de población a nivel municipal. Esta situación puede influir grandemente en el desarrollo de los municipios en todos los aspectos estudiados en este documento. Teniendo en cuenta la transformación a per cápita de la variable Fiscal (Ingreso Corriente per cápita) y las variables del SGP (Asignaciones Especiales per cápita y Asignaciones Sectoriales per cápita), la variable Población Total no se tendrá en cuenta en el posterior análisis.

Uno de los aspectos Sociales que más evidencia desigualdad en los municipios, es el Índice de Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI), pues este muestra indicadores simples que determinan si las necesidades básicas de la población se encuentran cubiertas, pues de acuerdo a un umbral mínimo fijado se puede clasificar un municipio como pobre (Maldonado 2007), en la Tabla 8-4, se tiene que en promedio la población cabecera de los municipios tienen aún el 33 % de sus necesidades Básicas Insatisfechas, y que los municipios con el porcentaje más alto de necesidades Básicas Insatisfechas siendo éstas del 100 %, son algunos municipios de los departamentos de Chocó, Cauca, Nariño, Sucre, Meta, Putumayo, Arauca, Bolívar, Caquetá, Huila y Vaupés; Además municipios de los Departamentos de Cundinamarca, Santander, Antioquia, Boyacá, Bogotá D.C y Valle del Cauca, presentan los índices de NBI más bajos a nivel nacional.

Tabla 8-4.: Estadísticas Descriptivas Variables Sociales

Variable	Mín	Máx	Media	Desv.Est.	C.Var
pclp	0,00	77,69	0,35	2,76	790,23
SAScph	3,00	6,00	4,50	0,55	13,57
SAScpd	0,00	3,00	1,5	0,26	13,70
SASpcd	1,00	10,00	5,50	0,57	25,39
SEDpaie	0,02	0,42	0,28	0,04	15,96
SSALebt	0,13	9,64	5,56	2,05	36,89
pSTVcas	0,00	1,00	0,44	0,24	55,20
pSTVcaind	0,06	1,00	0,56	0,24	43,03
pSTVapto	0,06	1,00	0,89	0,12	13,89
pSTVcua	0,00	0,88	0,02	0,07	384,22
pSSVee	0,00	0,97	0,03	0,05	156,21
pSSVacu	0,00	0,95	0,35	0,21	58,25
pSSVgas	0,00	0,77	0,06	0,09	154,75
pSTPtp1	0,00	0,21	0,01	0,02	195,67
pSTPtp2	0,00	0,87	0,20	0,19	94,42
pSTPtp3	0,00	0,91	0,49	0,17	34,77
pSTPtp4	0,00	0,99	0,09	0,18	195,02
pSTPtp5	0,00	0,87	0,21	0,19	89,46
pSBSb1	0,00	1,00	0,43	0,26	60,13
pSSAGag1	0,02	0,98	0,55	0,25	44,84
pSSAGag2	0,01	0,82	0,33	0,19	56,70
pSSAGag3	0,00	0,69	0,09	0,11	113,09
pSCOCIsi	0,19	0,98	0,87	0,09	10,46
nbi_cabecera	0,00	1,00	0,32	0,20	63,00
nbi_resto	0,00	1,00	0,52	0,21	39,75

Dentro de los aspectos sociales de una población los más importantes son la Educación, la Salud y el Saneamiento Básico, teniendo en cuenta la Tabla 8-4, se observa que la variable personas que asisten a una institución educativa (SEDpaie) presenta porcentajes muy bajos, pues el mínimo porcentaje de esta variable es del 2 % de población que está asistiendo a una institución educativa el cual corresponde al municipio de Jurado (Chocó), y el máximo porcentaje es 42 % que corresponde al municipio de Pamplona (Norte de Santander), es decir que existe altos niveles de inasistencia escolar a nivel nacional. También se puede observar que existen municipios que pertenecen a los Departamentos de Bolívar y Chocó que aún no cuentan con el total cubrimiento del servicio de agua potable (pSSVacu), pues tienen el 0 % de cubrimiento en este servicio básico, a demás el promedio de cubrimiento de este servicio a nivel nacional es del 35 %; ocurre algo similar con el servicio de energía eléctrica (pSSVee) donde municipios de los departamentos de Bolívar, Boyacá, Cauca, Chocó, Cundinamarca, Nariño, Santander y Vichada presentan el 0 % de cubrimiento en este servicio básico. Teniendo en cuenta el coeficiente de variación de ésta variable se puede observar que existe una gran variabilidad en los porcentajes de cubrimiento del servicio básico de energía.

Se tiene en cuenta un aspecto social de interés en este documento que es la recolección de basuras por parte de los servicios de aseo (pSBSb1) donde se puede observar que existen municipios como los del Departamento de Bolívar y Chocó que no cuentan con el servicio de recolección pues el cubrimiento de este servicio es del 0 % para estos municipios, además se

observa que el promedio de cubrimiento es bajo a nivel nacional pues es del 43 %.

8.2. Análisis Factorial Múltiple

Teniendo en cuenta que las unidades de medida de las variables están en (pesos, porcentajes y unidades), se estandarizan (centran y escalonan) debido a la diferencia en las unidades de medida, para el posterior análisis (Becerra 2010). Se inicia el ACP normado indagando sobre el número de factores que se van a retener, a través de los valores propios y la variabilidad acumulada se puede determinar el número de dimensiones que intervendrán en el análisis (Abascal & Landaluce 2002).

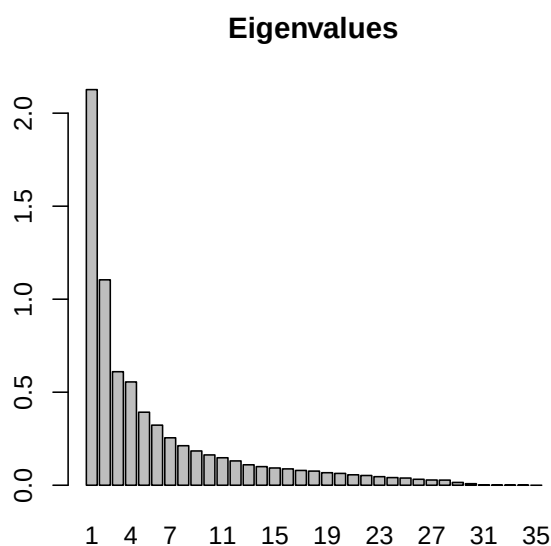


Figura 8-1.: Histograma de Valores Propios

En la Figura 8-1, se puede observar el histograma de valores propios, para este caso se decide que la cantidad de ejes factoriales a utilizar son los primeros tres, los cuales retienen el 53.14 % de la variabilidad de los datos, con lo cual se podría decir que son suficientes para lograr una representación adecuada de la información, esto se puede observar en la Tabla 8-5.

Tabla 8-5.: Valores Propios

Componentes	Valores Propios	% Varianza	% Varianza acum
1	2,13	29,42	29,42
2	1,10	15,27	44,70
3	0,61	8,44	53,14
4	0,56	7,68	60,82
5	0,39	5,43	66,25
6	0,32	4,47	70,72
7	0,26	3,53	74,25
8	0,21	2,94	77,18
9	0,18	2,55	79,73
10	0,16	2,25	81,99

En la representación de los cuatro grupos de variables, Figura 8-2 y 8-3, se puede observar que el plano factorial (1-2) recoge el 44.69 % de la inercia y su dimensión 1 esta determinada por la información del grupo de variables Sociales; mientras que la dimensión 2 prácticamente está determinada por la información del grupo de las variables del SGP y Fiscales, pues estos dos grupos están bastante alejados del grupo Social. El plano factorial 1-3 recoge el 37.86 % de la inercia y se observa que la dimensión 1 esta determinada por la información del grupo de variables del SGP, mientras que la dimensión 3 esta determinada por los grupos de variables Fiscales y Sociales.

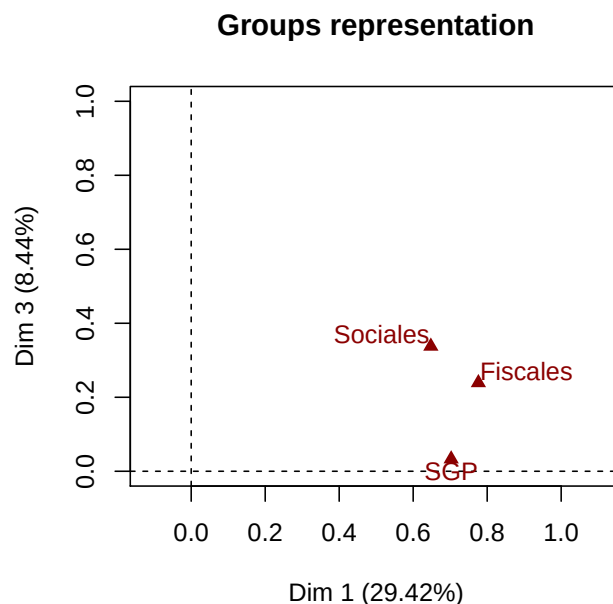
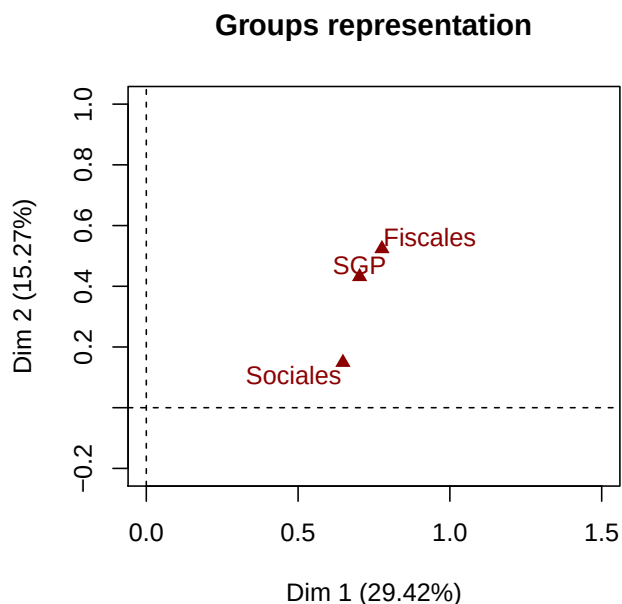


Figura 8-2.: Representación de los Grupos
Dimensión 1-2

Figura 8-3.: Representación de lo Grupos
Dimensión 1-3

Descomposición de la inercia y ayudas a la interpretación: coordenadas, contribución, calidad de la representación y correlaciones.

Tabla 8-6.: Descomposición de la Inercia

Grupo	Coordenadas			Contribución			Calidad Repre.			Correlación		
	D1	D2	D3	D1	D2	D3	D1	D2	D3	D1	D2	D3
Fiscales	0,78	0,52	0,24	36,50	47,42	39,20	0,34	0,15	0,03	0,91	0,87	0,58
SGP	0,70	0,43	0,03	33,04	39,09	5,44	0,43	0,16	0,00	0,86	0,77	0,31
Sociales	0,65	0,15	0,34	30,46	13,49	55,36	0,31	0,02	0,08	0,82	0,44	0,66

Se puede observar en la Tabla 8-6, que para el primer eje factorial, cada uno de los grupos presentan una coordenada cercana a 1, se podría decir que esta primera componente recoge las asociaciones entre todos los grupos de variables, lo que no pasa con el segundo eje factorial ni con el tercero; También se puede observar que los tres grupos de variables están bien representados en el primer eje, además de contribuir de forma similar a la formación de este. En la dimensión 1 los tres grupos de la variables se correlacionan altamente y en la dimensión 2 las variables Fiscales y las del SGP se correlacionan positivamente, se podría concluir que éstos dos grupos son factores comunes en este eje.

Para tener una idea gráfica de cual es la contribución de las variables a las componentes y como se correlacionan con los ejes factoriales, se muestran a continuación los círculos de correlación parcial.

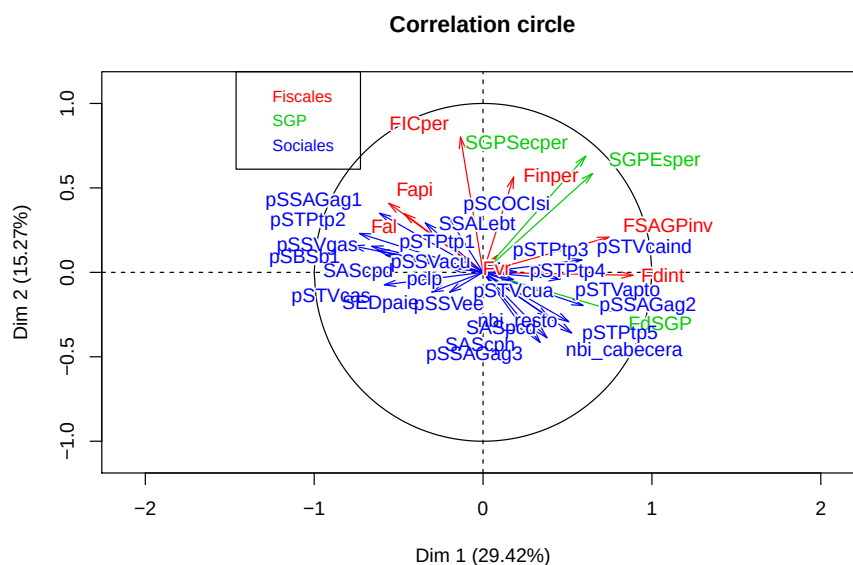


Figura 8-4.: Círculo de Correlación Dimensión 1-2

De acuerdo con la Figura 8-4, los cuatro grupos de variables presentan una relación destacable con el primer eje parcial, mientras que en el segundo eje parcial se destacan las relaciones de los grupos de variables Fiscal y SGP.

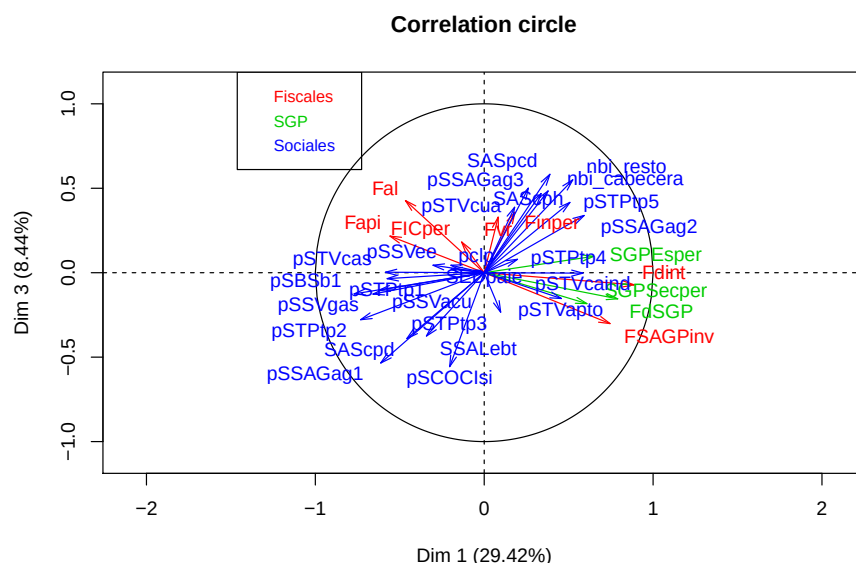


Figura 8-5.: Círculo de Correlación Dimensión 1-3

Según la Figura 8-5, se puede observar que el tercer factor del AFM está más relacionado con los grupos de variables Fiscales y Sociales, pues en el eje factorial 1 las variables del SGP se relacionan positivamente. Se confirma lo explicado anteriormente en la descomposición de la inercia.

Teniendo en cuenta los resultados del AFM, a continuación se muestra en las Figuras 8-6 y 8-7 el mapa factorial donde se ve la proyección de la nube de puntos de los individuos sobre el primer plano factorial, dando una evidencia de una partición de los municipios en 5 grupos, además se observa en la proyección varios individuos que están alejados del promedio podría deberse a características relevantes encontradas en el análisis descriptivo, se tiene además que la mayoría de las clases están muy cercanas al promedio. Esta partición es previa al análisis de conglomerados para tener una visión clara de la cantidad de clases que se podrían formar.

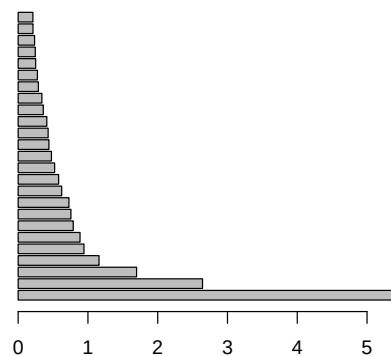


Figura 8-8.: Índices de Nivel

En la Figura 8-9, se observa en el dendrograma la conformación de 5 Clúster, por medio del análisis de Clasificación Jerárquica Aglomerativo y el método de Ward en función del menor incremento de la inercia dentro de los grupos, a partir de ello se analizó la estructura de las clases conformadas en el dendrograma obtenido.

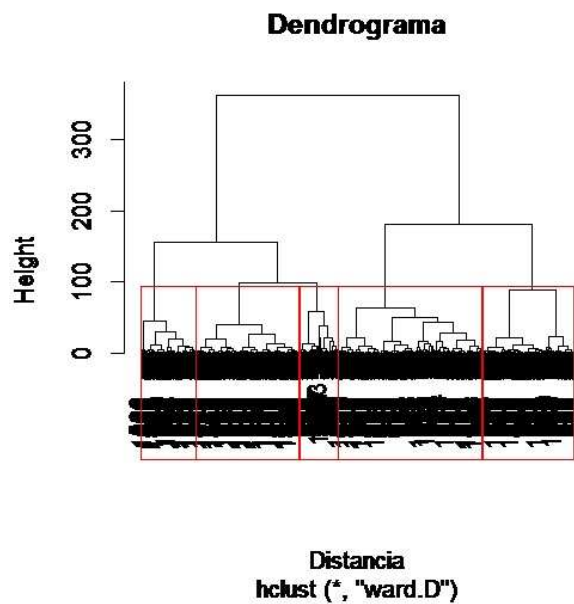


Figura 8-9.: Dendrograma

Usando la función *agnes* y la función *silhouette* de la librería *clúster* en R, se genera la Figura 8-10.

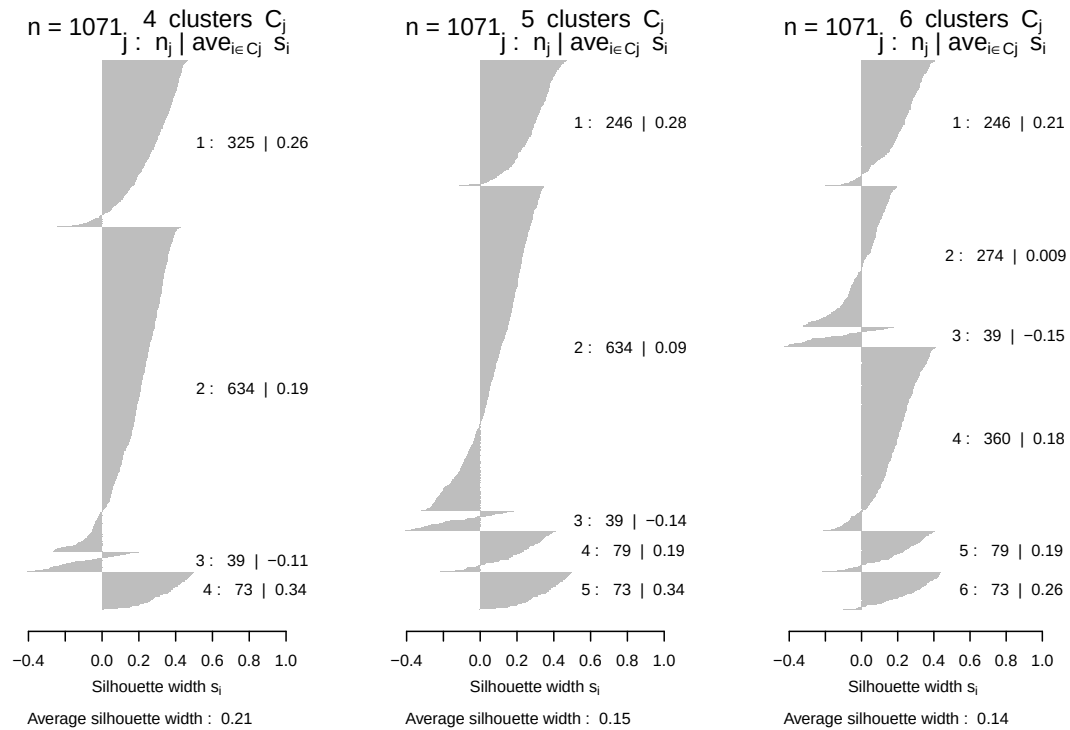


Figura 8-10.: Coeficiente Silueta

Basándose en el criterio dado por Kaufman y Rousseeuw (1990) el cual busca el número de clúster K para el cual el ancho de silueta promedio sea el menor posible, se observa que el número adecuado de clúster es 6, dado que el ancho de silueta promedio menor es (0.14), pero con 5 es (0.15) y con 4 es (0.21), la diferencia del ancho promedio para escoger 5 clúster en vez de 6 es muy pequeña, se decide que el número ideal es 5 clúster, esto teniendo en cuenta el dendograma de la Figura 8-9, por el método de Ward.

Otro criterio de validación es el índice de Davies Bouldin, el objetivo de este algoritmo de clasificación es producir agrupamientos con baja distancia dentro del mismo clúster, y altas distancias entre los clústeres. Por lo tanto, estos algoritmos producirán un valor bajo del índice de Davies-Bouldin.

En la Figura 8-11, se observa que el valor mínimo que arrojó el algoritmo es de (1.4998), por lo tanto el número de grupos que minimiza DB es 5, es decir que este es el número óptimo de las agrupaciones que se generan.

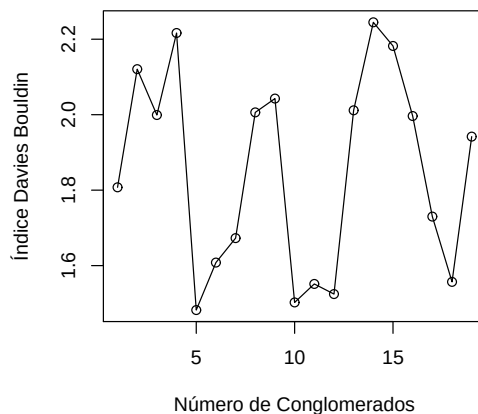


Figura 8-11.: Índice de Davies Bouldin

Finalmente a partir del número de clases que se decidieron escoger se llevó a cabo la consolidación de la clasificación mediante el proceso de k-medias como puntos iniciales del número de centros de gravedad de los grupos a generar. En la Figura 8-12 se muestra la conformación de los 5 conglomerados sobre el primer plano factorial.

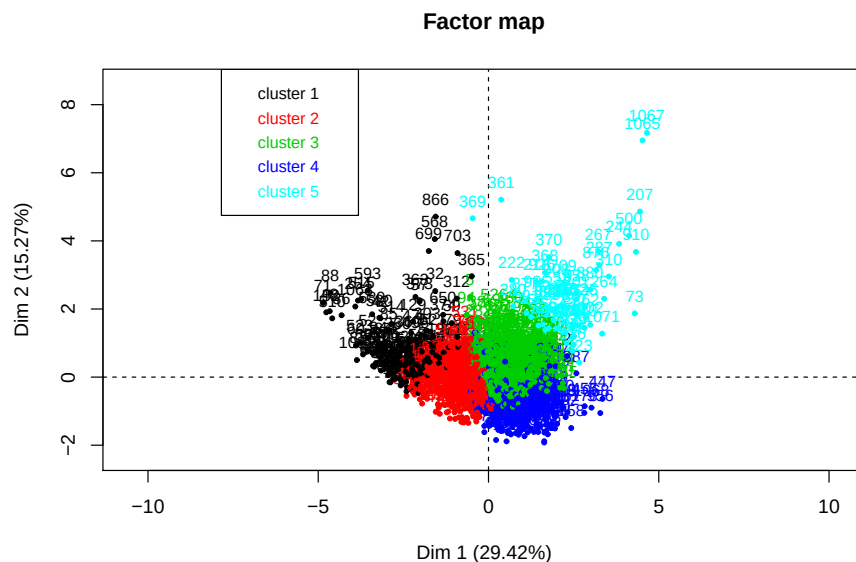


Figura 8-12.: Proyección de la nube de puntos para las 5 clases

8.3.1. Tamaño de los Conglomerados

Teniendo en cuenta la Figura 8-12, se resume a continuación la cantidad de municipios que forman las clases que se generaron en el análisis de conglomerados, sobre el plano factorial del AFM.

Tabla 8-7.: Tamaño de los Clúster

Conglomerado	1	2	3	4	5
Tamaño	127	327	288	267	62

La Tabla 8-7, muestra como quedaron conformados los 5 grupos que se formaron en el Análisis de Conglomerados, donde la Clase 1 esta determinada por 127 municipios de Colombia, la Clase 2 esta determinada por 327 municipios de Colombia, la Clase 3 se determinó por 288 municipios de Colombia, la Clase 4 se determinó por 267 municipios y por último la clase 5 por 62 municipios de Colombia. En el Anexo E se puede observar cuales son los municipios contenidos en cada clase.

8.3.2. Caracterización de las Clases

Para llevar a cabo el procedimiento de caracterizar las clases, se hace uso de los valores test con la función *cluster.caract* de la librería *FactoClass*.

Resumen de la Caracterización de las Clases

Clase 1: Teniendo en cuenta la Tabla D-1, se tienen 127 municipios de Colombia que hacen parte de esta clase, los cuales corresponden al 11.86 % de la población estudiada, y se caracterizan principalmente por tener la capacidad de gestión para el manejo de asuntos de interés local (autonomía local) y grado de autofinanciamiento (apalancamiento propio); el tipo de vivienda que poseen es Casa y no presentan hacinamiento; tienen un lugar determinado para cocinar, el material predominante de los pisos es Alfombra, Mármol, Parqué, Baldosa, Vinilo o Tableta; cuentan con los servicios públicos de acueducto (suministro de agua dentro de la vivienda), energía eléctrica y gas domiciliario; La eliminación de las basuras se hace por medio de los servicios de aseo y sus Ingresos corrientes per cápita están muy por encima del promedio global, el porcentaje de personas que asisten a instituciones educativas es alto y el porcentaje de personas con enfermedades bajo tratamiento en los últimos 5 años esta por encima de la media global.

De acuerdo a lo anterior, estas son las variables más significativas dentro de esta clase, es decir las que la caracterizan positivamente, pues el p-valor asociado a éstas variables es menor al nivel de significancia $\alpha = 0,05$ asociado al estadístico de prueba, por lo tanto se rechaza H_0 , la cual dice que la media de la clase y la media global son iguales. En

este caso como el tamaño muestral de la clase es grande (127) municipios y el poblacional suficientemente grande (1.071), siempre se tiende a rechazar H_0 .

NOTA: Debido a los tamaños de población que presentan todas las clases, se establece el mismo procedimiento descrito anteriormente para todas las demás clases que se generaron en el análisis de conglomerados pues el p-valor siempre será menor al nivel de significancia $\alpha = 0,05$.

Clase 2: Teniendo en cuenta la Tabla **D-2**, se tiene 327 municipios de Colombia que hacen parte de esta clase, los cuales corresponden al 30.53 % de la población estudiada y se caracterizan principalmente porque el tipo de vivienda es casa, cuentan con los servicios públicos de acueducto (suministro dentro de la vivienda), energía eléctrica, gas domiciliario, la eliminación de basuras lo hacen los servicios de aseo, el material predominante de los pisos es Baldosa, Vinilo, Tableta o Ladrillo.

Clase 3: Teniendo en cuenta la Tabla **D-3**, se tienen 288 municipios de Colombia que hacen parte de esta clase, los cuales corresponden al 26.89 % de la población, y se caracterizan principalmente por que el SGP realiza fuerte inversiones en estos municipios además de depender del SGP, también presentan dependencia intergubernamental, el Gobierno Nacional los cobija con las Asignaciones Sectoriales, el tipo de vivienda que poseen es casa indígena, tiene lugar para cocinar, el material predominante de sus pisos es Cemento o Gravilla y el porcentaje de personas con enfermedades bajo tratamiento es bajo, menor al promedio global.

Clase 4: Teniendo en cuenta la Tabla **D-4**, se tienen 267 municipios de Colombia que hacen parte de esta clase, los cuales corresponden al 24.93 % de la población estudiada y se caracterizan porque tanto la cabecera municipal y la población resto, presentan índices de necesidades básicas insatisfechas altos, presentan suministros de agua por fuera del predio (suministro en lote), se encuentran en condiciones de hacinamiento, el tipo de vivienda es cuarto y el material predominante de los pisos es Tierra o Arena. Éstos municipios presentan una alta dependencia del SGP.

Clase 5: Teniendo en cuenta la Tabla **D-5**, se tiene 62 municipios de Colombia que hacen parte de esta clase, los cuales corresponden al 5.79 % de la población objeto de estudio y se caracterizan por percibir altos ingresos por parte del SGP a través de las Asignaciones Sectoriales y las Asignaciones Especiales, además de otras inversiones que hace el SGP, esto hace que tengan una dependencia del SGP considerablemente alta. Se caracterizan por tener una dependencia intergubernamental alta e inversiones per cápita altas, es decir que sus Ingresos Corrientes per cápita están por encima de la media global

9. Conclusiones y recomendaciones

9.1. Conclusiones

- A través del análisis descriptivo se pudo obtener una visión clara de las diferencias que se presentan entre los municipios de Colombia en términos Socioeconómicos, pues se encontró que en muchas de las variables analizadas la media no fue una buena medida de tendencia central, ya que los coeficientes de variación de éstas variables eran muy altos. Variables del grupo Fiscal como los Ingresos corrientes per cápita (FICper), Valor recaudo (Fvar), Apalancamiento propio de la inversión (Fapi) e Inversión per cápita (Finper) presentaron los coeficientes de variación más altos en este grupo de variables, coeficientes del 95.52 %, 350.13 %, 111.23 % y 107.87 % respectivamente, lo que indica que existe una gran dispersión en los resultados fiscales municipales.
- Se observó que evidentemente el Gobierno Nacional a través del Sistema General de Participaciones realiza asignaciones para necesidades importantes como la Educación, la Salud y el Propósito General, ya que para éstas asignaciones es donde el Gobierno hace la mayor inversión, pero se observa que existe una gran variabilidad en el momento de asignarla a los municipios, pues su coeficiente de variabilidad es del 99.56 %, claro está que para estas asignaciones existen requisitos de los cuales no todos los municipios participan, como el tamaño de la población que en este caso es demasiado variable pues existen municipios con poblaciones de 885 habitantes, comparado con municipios con poblaciones de más de 6 millones de habitantes, también un indicador de pobreza que es uno de los requisitos para que el Gobierno Nacional asigne ayuda a un municipio es el Índice de Necesidades Básicas Insatisfechas el cual muestra que aún hay municipios con el 100 % de las NBI, tales como municipios de los departamentos de Bolívar, Chocó, Cauca, Nariño y Meta, éstos se encuentran en un estado de pobreza elevado.
- La variable Población Total, fue una de las que mayor correlación presentó con muchas variables de la base de datos (entre variables y entre grupos de variables) y que presentaba el mayor coeficiente de variación (614 %) no fue eliminada del análisis inicial, debido a su importancia, pues en el análisis descriptivo esta variable mostraba que municipios como Bogotá D.C, Cali y Medellín tenían una gran influencia sobre las demás variables en cuanto a las características Fiscales, pero en el momento que se transformó la variable Ingreso Corriente a per cápita, se presentó un cambio grande, pues debido a los tamaños de población municipios que parecían ricos bajaron sus

puntuaciones y su influencia sobre los demás. Aún así el hecho de tener tanta población hizo que siguieran siendo los municipios de mayor importancia en otros aspectos como los Sociales.

- Se evidencia la eficiencia del método multivariado AFM, dado que se tuvo una correcta descripción de los individuos a través de los grupos de variables utilizado en este análisis, se observó además que grupos de variables formaran factores comunes, esto se evidenció observando las correlaciones por grupos de variables donde el grupo Fiscal y el grupo del SGP son factores comunes la dimensión dos del AFM, además que las clases formadas por el Análisis de Conglomerados presentan una explicación exacta de la verdadera situación económica de los municipios colombianos, pues cada clase tiene en común características que evidencia si los municipios presentan altos o bajos índices de necesidades básicas insatisfechas (NBI).
- A pesar de las altas correlaciones que presentaron inicialmente las variables dentro de los grupos y entre los grupos, se pudo realizar un análisis muy satisfactorio, pues los resultados corresponden a la situación económica que se está presentando a nivel nacional, pues lo que se esperaba era que los municipios más ricos conformaran grupos que se destacaran por tener los valores más altos de las variables Fiscales, grupos que se destacaran por depender de las asignaciones del SGP, y grupos que se destacaran por tener índices de Necesidades Básicas Insatisfechas altos.
- Se formaron cinco clases bien diferenciadas, en las cuales los municipios que conformaban éstas clases su situación socioeconómica coincidían según el análisis descriptivo, donde municipios muy pobres formaron clases con características socioeconómicas de nivel bajo como hacinamiento, tipo de vivienda cuarto, sin servicios básicos como el acueducto o la energía eléctrica etc; Así como también municipios con características de niveles económicos altos como los mayores Ingresos Corrientes, Autonomía Local, No Dependencia del SGP, valores de recaudo positivos, lo que se esperaba era que éstas fueran características de aquellas ciudades principales de Colombia, pues en la historia nacional siempre se habla de éstas como aquellas que son parte fundamental del desarrollo económico y social de nuestro país.

9.2. Recomendaciones

- Dentro del AFM, existe la ponderación sobre los grupos de variables para equilibrar el papel de los grupos en todos los aspectos del análisis, pero no para equilibrar el papel de los individuos, pues se puede presentar que hayan individuos que tengan una influencia fuerte sobre los demás, como fue el caso de los municipios como Bogotá, Cali y Medellín que contraían la nube de puntos formando 2 clases.

-
- Para este análisis no fue necesario incluir a los individuos que presentaban fuerte influencia sobre los demás como individuos suplementarios con peso nulo, ya que se afectó el peso de los individuos al volver per cápita las variables económicas. Sería de interés poder plantear individuos suplementarios en este tipo de estudios, cuando no exista la manera de hacer ninguna otra transformación.
 - En este caso el análisis se realizó con la información Demográfica y Social teniendo en cuenta el Censo General del 2005, y los reportes Fiscales y del SGP del año 2010, se recomienda realizar este mismo análisis con información actualizada, pues la información Fiscal y la del SGP presentan reportes anuales.
 - La base de datos que se utilizó en este trabajo, contiene información muy valiosa para hacer otro tipo de estudios, utilizando otras técnicas Estadísticas, considerando además otras variables que tenga gran influencia sobre los análisis, una de éstas podría ser un índice o porcentaje de industrialización, que refleje que tan industrial o comercial es un municipio.

A. Anexo: Lista de Variables

Tabla A-1.: Variables Fiscales

Grupo Fiscales		
Variable	Descripción	Unidad de Medida
Fal	Autonomía local	Pesos
Fapi	Apalancamiento propio inversión	Pesos
Fdcorr	Dependencia corriente	Pesos
Fdint	Dependencia intergubernamental	Pesos
FDSCda	Ahorro corriente	Pesos
FFNamor	Amortizaciones	Pesos
FFNdes	Desembolsos	Pesos
FFNrbal	Recurso de balance	Pesos
Ffper	Funcionamiento percapital	Pesos
FGCggen	Gastos generales	Pesos
FGCidp	Intereses deuda pública	Pesos
FGCnom	Transferencias pagadas	Pesos
FGCot	Otros gastos corrientes	Pesos
FGCPfbcf	Formación bruta capital fijo	Pesos
FGCPrinv	Resto de inversiones	Pesos
FGCsper	Servicios personales	Pesos
FICgas	Sobre tasa a la gasolina	Pesos
FICindu	Industria y comercio	Pesos
FICint	Ingresos no tributarios	Pesos
FICot	Otros (Ingresos Corrientes)	Pesos
FICPcof	Cofinanciación	Pesos
FICPcof_A	Otros (Fondos de Cofinan.)	Pesos
FICpr	Predial	Pesos
FICPreg	Regalías	Pesos
Fict	Carga tirbutaria	Pesos
FICtnn	Transf. Corrient. de nivel nacional	Pesos
FICtot	Otras (Transferencias Corrient.)	Pesos
Finper	Inversión percapital	Pesos
FSAGPinv	SGP en la inversión	Pesos
FSAT	Superavit total	Pesos
Fsolv	Solvencia	Pesos
Fvr	Valor recaudo	Pesos
g/t	Gasolina / tributarios	Pesos
i/t	Industria / tributarios	Pesos
o/t	Otros / tributarios	Pesos
p/t	Predial / tributarios	Pesos

Tabla A-2.: Variables Sistema General de Participación

Grupo SGP		
Variable	Descripción	Unidad de Medida
SGPaesc	Alimentación escolar	Pesos
SGPap	Agua potable	Pesos
SGPcul	Cultura	Pesos
SGPdep	Deporte	Pesos
SGPedu	Educación	Pesos
SGPfonpet	Fonpet	Pesos
SGPlid	Libre destinación	Pesos
SGPlinv	Libre inversión	Pesos
SGPps	Prestación de servicios	Pesos
SGPresind	Resguardos indígenas	Pesos
SGPrmag	Ribereños del Magdalena	Pesos
SGPrsb	Régimen Subsidiado	Pesos
SGPsp	Salud pública	Pesos
FdSGP	Dependencia SGP	Pesos

Tabla A-3.: Variables Sociales

Grupo Sociales		
Variable	Descripción	Unidad de Medida
nbi cabecera	necesidades básicas insatisfechas cabecera	Porcentaje
nbi resto	necesidades básicas insatisfechas resto	Porcentaje
pclp	Personas con limitaciones permanentes	Porcentaje
pSBSb1	La recogen los servicios de aseo (V/r expandido)	Porcentaje
pSBSb2	La entierran (V/r expandido)	Porcentaje
pSBSb3	La queman (V/r expandido)	Porcentaje
pSBSb4	La tiran a un patio, lote, zanja, baldío (V/r expandido)	Porcentaje
pSBSb5	La tiran en un río, caño, quebrada, laguna (V/r expandido)	Porcentaje
pSBSb6	La eliminan de otra forma (V/r expandido)	Porcentaje
pSCOClsi	lugar para cocinar si	Porcentaje
pSSAGag1	Dentro de la vivienda (V/r expandido) suministro de agua	Porcentaje
pSSAGag2	suministro en lote	Porcentaje
pSSAGag3	fuera del predio	Porcentaje
pSSVacu	Acueducto	Porcentaje
pSSValc	Alcantarillado	Porcentaje
pSSVee	Energía eléctrica	Porcentaje
pSSVgas	Gas	Porcentaje
pSSVtel	Teléfono	Porcentaje
pSTPtp1	Alfombra, mármol, parqué, madera pulida o lacada (V/r expandido)	Porcentaje
pSTPtp2	Baldosa, vinilo, tableta, ladrillo (V/r expandido)	Porcentaje
pSTPtp3	Cemento, gravilla (V/r expandido)	Porcentaje
pSTPtp4	Madera burda, tabla, tablón, otro vegetal (V/r expandido)	Porcentaje
pSTPtp5	Tierra, arena (V/r expandido)	Porcentaje
pSTVapto	Apartamento	Porcentaje
pSTVcaind	Casa indígena	Porcentaje
pSTVcas	Casa	Porcentaje
pSTVcua	Tipo cuarto	Porcentaje
pSTVoviv	Otro tipo de vivienda (Carpa, barco, refugio natural, puente, etc.)	Porcentaje
SAScpd	Cuartos para dormir por hogar (prom.)	Unidades
SAScpd	Cuartos por hogar (prom.)	Unidades
SASpcd	Personas por cuarto para dormir (prom.)	Unidades
SASppc	Personas por cuarto (prom.)	Unidades
SASpph	Personas por hogar (prom.)	Unidades
SEDice	Inasistencia porque los costos educativos son altos	Unidades
SEDifc	Inasistencia por falta de cupos	Unidades
SEDint	Inasistencia porque necesita trabajar	Unidades
SEDpaie	Personas que asisten a una institución educativa	Porcentaje
SEDpaio	Personas que asisten a una institución oficial	Porcentaje
SEDple	Personas que saben leer y escribir	Porcentaje
SMZlmz	Lados de manzana	Unidades
SMZmz	Manzanas	Unidades
SSALs1	Requirieron cirugía cardíaca	Porcentaje
SSALs2	Requirieron trasplante	Porcentaje
SSALs3	Requirieron neurocirugía	Porcentaje
SSALs4	Requirieron tratamiento de trauma mayor	Porcentaje
SSALs5	Requirieron tratamiento por enfermedad congénita	Porcentaje
SSALs6	Requirieron reemplazos articulares	Porcentaje
SSALs7	Requirieron diálisis	Porcentaje
SSALs8	Requirieron manejo por grandes quemaduras	Porcentaje
SSALs9	Requirieron tratamiento por VIH-SIDA	Porcentaje
SSALs10	Requirieron quimioterapia y radioterapia	Porcentaje
SSALs11	Requirieron cuidados intensivos	Porcentaje
STVapto	Apartamento	Unidades
STVviv	Viviendas	Unidades

B. Anexo: Correlaciones Variables Sociales

	SSpgh	SScph	SSppc	SScpc	SSpcd	X.pclp	SEDple	SEDpaie	SEDpaio	SEDice	SEDint	SEDift	SSALs1	SSALs2	SSALs3	SSALs4	SSALs5	SSALs6	SSALs7	SSALs8	SSALs9	SSALs10	SSALs11	STVviv	pSTVcas	pSTVcaind	STVapto	pSTVapto	pSTVcuai	pSTVoviv	pSSVee	pSSValc
SSpgh	1.00	-0.12	-0.77	0.89	-0.70	0.08	0.46	0.25	-0.09	0.08	0.08	0.06	0.19	0.12	0.17	0.13	0.15	0.14	0.14	0.09	0.04	0.17	0.17	0.09	0.30	-0.30	0.11	-0.10	-0.22	0.31	0.00	0.33
SScph	-0.12	1.00	0.55	-0.07	0.56	-0.04	-0.49	0.21	-0.09	-0.03	-0.03	-0.03	-0.31	-0.29	-0.28	-0.35	-0.32	-0.27	-0.21	-0.29	-0.04	-0.40	-0.35	-0.04	0.01	-0.01	-0.04	0.01	0.28	-0.25	0.04	-0.28
SSppc	-0.77	0.55	1.00	-0.69	0.96	-0.06	-0.63	-0.14	-0.01	-0.06	-0.06	-0.04	-0.26	-0.22	-0.25	-0.26	-0.25	-0.23	-0.17	-0.18	-0.04	-0.32	-0.29	-0.07	-0.14	0.14	-0.08	-0.03	0.37	-0.26	0.01	-0.29
SScpc	0.89	-0.07	-0.69	1.00	-0.74	0.11	0.42	0.24	-0.14	0.11	0.12	0.08	0.17	0.11	0.13	0.10	0.12	0.10	0.12	0.06	0.05	0.12	0.14	0.12	0.31	-0.31	0.15	-0.20	-0.18	0.39	0.05	0.37
SSpcd	-0.70	0.56	0.96	-0.74	1.00	-0.07	-0.61	-0.10	0.01	-0.07	-0.07	-0.05	-0.26	-0.24	-0.25	-0.25	-0.22	-0.17	-0.17	-0.04	-0.31	-0.28	-0.08	-0.13	0.13	-0.10	0.05	0.32	-0.31	-0.01	-0.31	
X.pclp	0.08	-0.04	-0.06	0.11	-0.07	1.00	0.10	0.07	-0.16	0.67	0.65	0.61	0.04	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.07	0.04	0.03	0.66	0.17	-0.17	0.71	-0.18	-0.02	0.24	0.04	0.16	
SEDple	0.46	-0.49	-0.63	0.42	-0.61	0.10	1.00	0.28	0.17	0.10	0.11	0.08	0.43	0.37	0.39	0.45	0.40	0.37	0.29	0.34	0.05	0.45	0.42	0.10	0.19	-0.19	0.13	0.00	-0.46	0.36	0.00	0.38
SEDpaie	0.25	0.21	-0.14	0.24	-0.10	0.07	0.28	1.00	0.13	0.08	0.08	0.07	0.15	0.10	0.12	0.12	0.13	0.12	0.04	0.06	0.07	0.06	0.09	0.08	0.42	-0.42	0.11	-0.07	-0.18	0.17	0.13	0.26
SEDpaio	-0.09	-0.09	-0.01	-0.14	0.01	-0.16	0.17	0.13	1.00	-0.19	-0.19	-0.17	0.22	0.20	0.22	0.29	0.22	0.21	0.14	0.19	-0.03	0.23	0.26	-0.19	-0.21	0.21	-0.22	0.29	-0.18	-0.24	0.00	-0.15
SEDice	0.08	-0.03	-0.06	0.11	-0.07	0.66	0.10	0.08	-0.19	1.00	1.00	0.99	0.04	0.03	0.02	0.02	0.03	0.03	0.04	0.02	0.07	0.03	0.02	0.99	0.20	-0.20	0.98	-0.25	-0.01	0.31	0.06	0.19
SEDint	0.08	-0.03	-0.06	0.12	-0.07	0.65	0.11	0.08	-0.19	1.00	1.00	0.99	0.04	0.03	0.02	0.02	0.03	0.03	0.04	0.02	0.07	0.04	0.03	1.00	0.21	-0.21	0.98	-0.25	-0.02	0.32	0.06	0.19
SEDift	0.06	-0.03	-0.04	0.08	-0.05	0.61	0.08	0.07	-0.17	0.99	0.99	1.00	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.06	0.03	0.02	0.98	0.17	-0.17	0.96	-0.22	-0.01	0.27	0.05	0.15
SSALs1	0.19	-0.31	-0.26	0.17	-0.26	0.04	0.43	0.15	0.22	0.04	0.04	0.03	1.00	0.50	0.54	0.60	0.59	0.52	0.41	0.44	0.16	0.51	0.57	0.05	0.15	-0.15	0.05	-0.11	-0.20	0.27	0.08	0.28
SSALs2	0.12	-0.29	-0.22	0.11	-0.24	0.02	0.37	0.10	0.20	0.03	0.03	0.02	0.50	1.00	0.53	0.52	0.52	0.52	0.43	0.41	0.17	0.45	0.47	0.03	0.10	-0.10	0.03	-0.10	-0.18	0.23	0.08	0.24
SSALs3	0.17	-0.28	-0.25	0.13	-0.25	0.02	0.39	0.12	0.22	0.02	0.02	0.02	0.54	0.53	1.00	0.59	0.60	0.52	0.38	0.44	0.13	0.51	0.58	0.03	0.06	-0.06	0.03	-0.05	-0.18	0.19	0.03	0.20
SSALs4	0.13	-0.35	-0.26	0.10	-0.25	0.02	0.45	0.12	0.29	0.02	0.02	0.02	0.60	0.52	0.59	1.00	0.63	0.56	0.39	0.46	0.10	0.53	0.69	0.03	0.10	-0.10	0.02	-0.03	-0.23	0.21	0.02	0.27
SSALs5	0.15	-0.32	-0.25	0.12	-0.25	0.02	0.40	0.13	0.22	0.03	0.03	0.02	0.59	0.52	0.60	0.63	1.00	0.53	0.39	0.49	0.10	0.54	0.61	0.04	0.11	-0.11	0.04	-0.08	-0.19	0.23	0.06	0.25
SSALs6	0.14	-0.27	-0.23	0.10	-0.22	0.02	0.37	0.12	0.21	0.03	0.03	0.02	0.52	0.52	0.52	0.56	0.53	1.00	0.43	0.43	0.17	0.53	0.55	0.03	0.09	-0.09	0.03	-0.06	-0.18	0.19	0.05	0.21
SSALs7	0.14	-0.21	-0.17	0.12	-0.17	0.03	0.29	0.04	0.14	0.04	0.04	0.03	0.41	0.43	0.38	0.39	0.39	0.43	1.00	0.36	0.20	0.39	0.42	0.05	0.06	-0.06	0.05	-0.08	-0.13	0.18	0.04	0.17
SSALs8	0.09	-0.29	-0.18	0.06	-0.17	0.02	0.34	0.06	0.19	0.02	0.02	0.02	0.44	0.41	0.44	0.46	0.49	0.43	0.36	1.00	0.16	0.43	0.48	0.03	0.07	-0.07	0.03	-0.03	-0.17	0.17	0.01	0.19
SSALs9	0.04	-0.04	-0.04	0.05	-0.04	0.07	0.05	0.07	-0.03	0.07	0.07	0.06	0.16	0.17	0.13	0.10	0.10	0.17	0.20	0.16	1.00	0.14	0.14	0.08	0.10	-0.10	0.09	-0.11	0.00	0.13	0.05	0.12
SSALs10	0.17	-0.40	-0.32	0.12	-0.31	0.04	0.45	0.06	0.23	0.03	0.04	0.03	0.51	0.45	0.51	0.53	0.54	0.53	0.39	0.43	0.14	1.00	0.58	0.04	0.05	-0.05	0.04	-0.02	-0.23	0.21	-0.01	0.22
SSALs11	0.17	-0.35	-0.29	0.14	-0.28	0.03	0.42	0.09	0.26	0.02	0.03	0.02	0.57	0.47	0.58	0.69	0.61	0.55	0.42	0.48	0.14	0.58	1.00	0.03	0.11	-0.11	0.03	-0.05	-0.21	0.22	0.02	0.26
STVviv	0.09	-0.04	-0.07	0.12	-0.08	0.66	0.10	0.08	-0.19	0.99	1.00	0.98	0.05	0.03	0.03	0.03	0.04	0.03	0.05	0.03	0.08	0.04	0.03	1.00	0.21	-0.21	0.98	-0.26	-0.02	0.33	0.06	0.20
pSTVcas	0.30	0.01	-0.14	0.31	-0.13	0.17	0.19	0.42	-0.21	0.20	0.21	0.17	0.15	0.10	0.06	0.10	0.11	0.09	0.06	0.07	0.10	0.05	0.11	0.21	1.00	-1.00	0.27	-0.37	-0.10	0.45	0.23	0.77
STVcain	-0.30	-0.01	0.14	-0.31	0.13	-0.17	-0.19	-0.42	0.21	-0.20	-0.21	-0.17	-0.15	-0.10	-0.06	-0.10	-0.11	-0.09	-0.06	-0.07	-0.10	-0.05	-0.11	-0.21	-1.00	1.00	-0.27	0.37	0.10	-0.45	-0.23	-0.77
STVapto	0.11	-0.04	-0.08	0.15	-0.10	0.71	0.13	0.11	-0.22	0.98	0.98	0.96	0.05	0.03	0.03	0.02	0.04	0.03	0.05	0.03	0.09	0.04	0.03	0.98	0.27	-0.27	1.00	-0.26	-0.03	0.34	0.07	0.25
pSTVapto	-0.10	0.01	-0.03	-0.20	0.05	-0.18	0.00	-0.07	0.29	-0.25	-0.25	-0.22	-0.11	-0.10	-0.05	-0.03	-0.08	-0.06	-0.08	-0.03	-0.11	-0.02	-0.05	-0.26	-0.37	0.37	-0.26	1.00	-0.48	-0.74	-0.48	-0.42
pSTVcuai	-0.22	0.28	0.37	-0.18	0.32	-0.02	-0.46	-0.18	-0.18	-0.01	-0.02	-0.01	-0.20	-0.18	-0.18	-0.23	-0.19	-0.18	-0.13	-0.17	0.00	-0.23	-0.21	-0.02	-0.10	0.10	-0.03	-0.48	1.00	-0.11	-0.02	-0.15
pSTVoviv	0.31	-0.25	-0.26	0.39	-0.31	0.24	0.36	0.17	-0.24	0.31	0.32	0.27	0.27	0.23	0.19	0.21	0.23	0.19	0.18	0.17	0.13	0.21	0.22	0.33	0.45	-0.45	0.34	-0.74	-0.11	1.00	0.15	0.58
pSSVee	0.00	0.04	0.01	0.05	-0.01	0.04	0.00	0.13	0.00	0.06	0.06	0.05	0.08	0.08	0.03	0.02	0.06	0.05	0.04	0.01	0.05	-0.01	0.02	0.06	0.23	-0.23	0.07	-0.48	-0.02	0.15	1.00	0.17

Figura B-1.: Correlaciones Variables Sociales

C. Anexo: Estructura Parcial de la Base de Datos

Ind	FIC	Fvr	Fdint	Fal	Fapi	FSAGPinv	Finger	SGPEsp	SGPsec	FdSGP	SASpcd	SEDpaie	pSSVee	pSSVacu	pSSVgas	nbi_cab	nbi_res	Pob_Total
AMAZONAS.LETICIA	5667.58	-22.04	0.13	2.17	0.30	0.27	0.29	467.63	5706.15	0.51	2.21	0.34	0.09	0.53	0.09	0.31	0.53	37832
ANTIOQUIA.MEDELLIN	1179901.33	15.49	0.03	4.29	0.73	0.04	0.54	6001.84	23377.16	0.26	1.67	0.27	0.05	0.31	0.63	0.12	0.18	2214494
ARAUCA.ARAUCA	8401.29	9.29	0.13	1.33	0.05	0.08	0.55	353.68	5809.52	0.17	2.26	0.33	0.03	0.76	0.07	0.31	0.62	75557
ATLANTICO.BARRANQUILLA	226200.93	19.46	0.00	2.85	0.30	0.07	0.38	1004.40	20104.91	0.48	1.74	0.30	0.06	0.60	0.32	0.18	0.22	1146359
BOGOTA.BOGOTA.D.C.	4217203.77	11.56	0.00	3.19	0.50	0.04	0.61	20517.26	70044.38	0.24	1.71	0.30	0.06	0.40	0.53	0.09	0.28	6840116
BOLIVAR.CARTAGENA	201146.92	24.35	0.00	2.68	0.31	0.06	0.44	3083.90	13995.95	0.50	2.20	0.33	0.09	0.52	0.27	0.25	0.36	892545
BOYACA.TUNJA	35650.76	39.22	0.01	2.64	0.36	0.06	0.37	436.76	5485.37	0.53	1.65	0.36	0.11	0.54	0.30	0.11	0.38	154096
CALDAS.MANIZALES	74329.44	12.42	0.01	2.59	0.27	0.07	0.35	1152.21	7785.58	0.56	1.54	0.31	0.03	0.55	0.39	0.09	0.24	379972
CAQUETA.FLORENCIA	18579.79	18.32	0.00	1.96	0.10	0.06	0.47	556.75	5828.93	0.69	2.14	0.32	0.02	0.79	0.09	0.25	0.44	143871
CASANARE.YOPAL	24052.70	16.00	0.00	2.40	0.16	0.05	0.54	373.45	5281.85	0.18	1.86	0.31	0.11	0.64	0.13	0.21	0.48	106822
CAUCA.POPAYAN	29392.87	11.48	0.01	4.09	0.25	0.08	0.30	1051.11	6653.21	0.70	1.52	0.32	0.02	0.75	0.11	0.15	0.37	257512
CESAR.VALLEDUPAR	39173.81	19.74	0.00	1.85	0.09	0.06	0.45	3370.13	7966.64	0.65	2.23	0.30	0.12	0.62	0.12	0.27	0.63	354449
CHOCO.QUIBDO	4677.31	-14.70	0.23	1.31	0.04	0.16	0.21	618.47	6300.14	0.67	1.76	0.37	0.04	0.48	0.03	0.90	0.79	112886
CORDOBA.MONTERIA	43522.11	14.44	0.00	3.33	0.22	0.07	0.36	276.81	8779.37	0.64	2.18	0.32	0.05	0.61	0.09	0.34	0.76	378970
GUAINIA.INIRIDA	1858.35	-44.65	0.39	1.30	0.02	0.12	1.33	920.57	5571.53	0.28	2.32	0.34	0.03	0.48	0.05	0.45	0.84	17866
GUAVIARE.SANJOSEDELGUAV	7243.93	-7.65	0.13	1.39	0.09	0.17	0.48	635.42	6002.11	0.49	2.81	0.31	0.03	0.69	0.11	0.38	0.76	53994
HUILA.NEIVA	45365.35	5.76	0.00	1.60	-0.01	0.05	0.55	1296.50	7817.36	0.56	1.63	0.32	0.04	0.74	0.15	0.16	0.43	316033
LAGUAJIRA.RIOHACHA	11821.01	31.54	0.20	2.41	0.28	0.19	0.13	588.97	6752.47	0.54	3.15	0.34	0.07	0.33	0.07	0.40	0.85	167865
MAGDALENA.SANTAMARTA	38867.59	9.21	0.00	2.02	0.12	0.08	0.31	531.32	9597.92	0.70	2.25	0.31	0.09	0.70	0.14	0.27	0.50	415270
META.VILLAVICENCIO	58152.95	9.98	0.02	1.92	0.13	0.05	0.48	1133.20	7724.45	0.52	1.69	0.31	0.06	0.77	0.12	0.16	0.32	380222
N.DESANTANDER.CUCUTA	62003.38	38.30	0.01	2.03	0.10	0.07	0.40	2207.52	11178.40	0.70	1.92	0.28	0.04	0.82	0.08	0.22	0.48	587676
NARINO.PASTO	59530.67	7.83	0.01	2.97	0.21	0.06	0.45	1358.69	8449.39	0.62	1.77	0.30	0.08	0.55	0.27	0.11	0.38	382618
PUTUMAYO.MOCHOA	3064.22	-8.43	0.21	1.11	0.02	0.26	0.24	629.98	5377.80	0.56	1.96	0.31	0.07	0.52	0.09	0.24	0.34	35755
RISARALDA.PEREIRA	96177.10	24.73	0.00	2.48	0.29	0.07	0.44	1603.46	9236.32	0.53	1.61	0.28	0.04	0.63	0.29	0.11	0.27	443554
SANANDRES.PROVIDENCIA	9215.95	35.61	0.93	1.97	0.51	0.18	1.67	38.65	4906.80	0.15	1.68	0.33	0.02	0.88	0.04	0.23	0.17	4927
SANTANDER.BUCARAMANGA	125127.55	48.54	0.02	2.72	0.40	0.07	0.38	1710.29	9579.79	0.48	1.41	0.30	0.06	0.50	0.40	0.11	0.36	516512
SUCRE.SINCELEJO2	27603.06	3309.36	0.11	2.33	0.14	0.09	0.34	892.02	8245.41	0.70	2.19	0.34	0.04	0.68	0.12	0.40	0.61	237618
TOLIMA.IBAGUE	69550.85	2.90	0.00	2.24	0.30	0.10	0.22	1413.16	8624.51	0.61	1.73	0.28	0.07	0.56	0.31	0.15	0.38	498401
VALLEDDELCAUCA.CALI	563259.20	10.11	0.05	1.91	0.30	0.09	0.30	7301.27	27554.85	0.38	1.55	0.30	0.05	0.55	0.38	0.11	0.19	2119908
VAUPES.MITU	1851.67	-7.63	0.38	1.64	0.04	0.15	0.98	1744.58	5506.32	0.63	4.49	0.30	0.02	0.52	0.04	0.40	0.91	28382
VICHADA.PUERTO CARREÑO	1547.42	49.55	0.40	1.28	0.07	0.44	0.34	283.53	5206.18	0.73	2.40	0.28	0.03	0.52	0.06	0.39	0.65	13288

Figura C-1.: Muestra Parcial Base de Datos

D. Anexo: Caracterización de las Clases

Tabla D-1.: Caracterización de la Clase 1

Variable	v.test	Mean category	Overall mean	sd category	Overall sd	p.value
Fapi	19,60	0,33	0,12	0,19	0,13	0,000
pSTPtp2	19,57	0,50	0,20	0,19	0,19	0,000
pSSVgas	18,31	0,20	0,06	0,16	0,09	0,000
pSBSb1	16,96	0,80	0,43	0,17	0,26	0,000
Fal	16,37	2,39	1,61	0,77	0,57	0,000
pSTPtp1	16,30	0,04	0,01	0,04	0,02	0,000
pSSAGag1	12,73	0,81	0,55	0,15	0,25	0,000
pSTVcas	12,42	0,69	0,44	0,21	0,24	0,000
pSSVacu	12,22	0,56	0,35	0,16	0,21	0,000
FICper	10,71	0,32	0,17	0,27	0,16	0,000
SAScpd	9,93	2,07	1,86	0,25	0,26	0,000
SEDpaie	7,60	0,29	0,27	0,03	0,04	0,000
SSALebt	7,43	6,83	5,56	1,60	2,05	0,000
pclp	6,12	1,76	0,35	7,83	2,76	0,000
pSCOCisi	4,97	0,91	0,87	0,06	0,09	0,000
Finper	2,21	0,55	0,45	0,65	0,49	0,027
pSSVee	2,10	0,04	0,03	0,03	0,05	0,036
pSTVcua	-2,37	0,00	0,02	0,02	0,07	0,018
pSTPtp4	-4,44	0,02	0,09	0,05	0,18	0,000
SAScph	-5,24	3,81	4,05	0,30	0,55	0,000
pSSAGag3	-7,31	0,03	0,09	0,04	0,11	0,000
SGPSeper	-7,35	0,22	0,56	0,24	0,56	0,000
SGPEsper	-7,50	0,01	0,02	0,01	0,02	0,000
SASpcd	-7,70	1,87	2,23	0,31	0,57	0,000
pSTPtp3	-7,79	0,38	0,49	0,16	0,17	0,000
nbi_cabecera	-8,19	0,18	0,32	0,13	0,20	0,000
pSTPtp5	-9,75	0,06	0,21	0,08	0,19	0,000
nbi_resto	-11,54	0,32	0,52	0,16	0,21	0,000
pSSAGag2	-12,41	0,14	0,33	0,13	0,19	0,000
pSTVcaind	-12,41	0,31	0,56	0,21	0,24	0,000
pSTVapto	-12,86	0,75	0,89	0,16	0,12	0,000
FSAGPinv	-13,65	0,19	0,44	0,12	0,23	0,000
Fdint	-16,69	0,11	0,44	0,13	0,24	0,000
FdSGP	-17,12	0,37	0,65	0,15	0,20	0,000

Tabla D-2.: Caracterización de la Clase 2

Variable	v.test	Mean category	Overall mean	sd category	Overall sd	p.value
pSSVacu	10,99	0,46	0,35	0,17	0,21	0,000
pSBSb1	10,91	0,56	0,43	0,19	0,26	0,000
pSSAGag1	9,32	0,66	0,55	0,18	0,25	0,000
pSTVcas	7,93	0,53	0,44	0,22	0,24	0,000
pSTPtp2	6,58	0,25	0,20	0,17	0,19	0,000
SAScpd	5,25	1,92	1,86	0,22	0,26	0,000
pSTPtp3	4,96	0,53	0,49	0,15	0,17	0,000
pSSVee	4,28	0,04	0,03	0,06	0,05	0,000
pSSVgas	4,15	0,08	0,06	0,07	0,09	0,000
SSALebt	3,64	5,91	5,56	1,80	2,05	0,000
pSTPtp1	2,56	0,01	0,01	0,02	0,02	0,011
pSCOCIsi	2,34	0,88	0,87	0,08	0,09	0,019
SEDpaie	2,30	0,27	0,27	0,03	0,04	0,022
pSTPtp4	-2,06	0,07	0,09	0,12	0,18	0,039
Fvr	-2,76	20,26	36,49	35,32	127,69	0,006
pSTVapto	-2,84	0,87	0,89	0,10	0,12	0,005
pSTVcua	-3,42	0,01	0,02	0,03	0,07	0,001
FICper	-4,19	0,14	0,17	0,07	0,16	0,000
SAScpd	-4,93	3,93	4,05	0,39	0,55	0,000
Finper	-5,17	0,34	0,45	0,21	0,49	0,000
SASpcd	-6,07	2,07	2,23	0,37	0,57	0,000
nbi_cabecera	-6,21	0,26	0,32	0,12	0,20	0,000
pSSAGag3	-6,36	0,06	0,09	0,06	0,11	0,000
nbi_resto	-7,71	0,44	0,52	0,17	0,21	0,000
pSTVcaind	-7,94	0,47	0,56	0,22	0,24	0,000
pSSAGag2	-8,29	0,26	0,33	0,15	0,19	0,000
pSTPtp5	-9,33	0,13	0,21	0,12	0,19	0,000
SGPSeper	-10,33	0,30	0,56	0,17	0,56	0,000
SGPEsper	-10,68	0,01	0,02	0,01	0,02	0,000
FdSGP	-10,75	0,55	0,65	0,13	0,20	0,000
FSAGPinv	-10,80	0,33	0,44	0,13	0,23	0,000
Fdint	-15,09	0,28	0,44	0,11	0,24	0,000

Tabla D-3.: Caracterización de la Clase 3

Variable	v.test	Mean category	Overall mean	sd category	Overall sd	p.value
FSAGPinv	12,15	0,58	0,44	0,17	0,23	0,000
Fdint	10,63	0,57	0,44	0,14	0,24	0,000
SGPSeper	10,40	0,86	0,56	0,36	0,56	0,000
pSTVcaind	10,24	0,69	0,56	0,17	0,24	0,000
pSCOCIsi	8,80	0,91	0,87	0,04	0,09	0,000
pSTVapto	8,67	0,94	0,89	0,06	0,12	0,000
FdSGP	7,81	0,73	0,65	0,11	0,20	0,000
pSTPtp3	6,32	0,55	0,49	0,14	0,17	0,000
SGPEsper	6,02	0,03	0,02	0,01	0,02	0,000
SSALebt	5,25	6,10	5,56	1,75	2,05	0,000
pSSAGag1	2,64	0,58	0,55	0,18	0,25	0,008
nbi_resto	-3,38	0,48	0,52	0,14	0,21	0,001
pSTVcua	-3,77	0,00	0,02	0,02	0,07	0,000
pSSVee	-4,53	0,02	0,03	0,03	0,05	0,000
SASpcd	-4,70	2,10	2,23	0,27	0,57	0,000
Fapi	-4,83	0,09	0,12	0,08	0,13	0,000
Fal	-5,11	1,46	1,61	0,33	0,57	0,000
pSTPtp2	-5,13	0,15	0,20	0,11	0,19	0,000
pSSVacu	-5,46	0,30	0,35	0,15	0,21	0,000
pSSAGag3	-6,02	0,06	0,09	0,05	0,11	0,000
pSSVgas	-6,22	0,03	0,06	0,04	0,09	0,000
pSTPtp1	-6,53	0,00	0,01	0,01	0,02	0,000
nbi_cabecera	-6,67	0,25	0,32	0,14	0,20	0,000
pSBSb1	-7,08	0,34	0,43	0,16	0,26	0,000
SEDpaie	-7,51	0,25	0,27	0,03	0,04	0,000
SAScph	-7,60	3,84	4,05	0,42	0,55	0,000
pSTVcas	-10,24	0,31	0,44	0,17	0,24	0,000

Tabla D-4.: Caracterización de la Clase 4

Variable	v.test	Mean category	Overall mean	sd category	Overall sd	p.value
nbi_cabecera	20,24	0,54	0,32	0,21	0,20	0,000
nbi_resto	19,55	0,73	0,52	0,14	0,21	0,000
pSSAGag3	19,30	0,20	0,09	0,14	0,11	0,000
SAScph	18,15	4,58	4,05	0,58	0,55	0,000
pSTPtp5	17,72	0,39	0,21	0,22	0,19	0,000
SASpcd	16,62	2,73	2,23	0,76	0,57	0,000
pSSAGag2	15,18	0,48	0,33	0,15	0,19	0,000
FdSGP	12,71	0,79	0,65	0,16	0,20	0,000
Fdint	12,18	0,60	0,44	0,17	0,24	0,000
pSTVcua	8,72	0,05	0,02	0,12	0,07	0,000
pSTVcaind	4,21	0,62	0,56	0,23	0,24	0,000
pSTPtp4	3,09	0,12	0,09	0,24	0,18	0,002
FSAGPinv	2,17	0,47	0,44	0,19	0,23	0,030
pSTVapto	2,00	0,90	0,89	0,13	0,12	0,045
Finper	-3,98	0,35	0,45	0,23	0,49	0,000
pSTVcas	-4,21	0,38	0,44	0,23	0,24	0,000
Fal	-6,36	1,42	1,61	0,47	0,57	0,000
pSTPtp1	-6,59	0,00	0,01	0,01	0,02	0,000
pSTPtp3	-6,61	0,43	0,49	0,18	0,17	0,000
SGPSeper	-6,79	0,36	0,56	0,18	0,56	0,000
Fapi	-9,16	0,05	0,12	0,08	0,13	0,000
SAScpd	-9,38	1,74	1,86	0,28	0,26	0,000
pSSVgas	-9,66	0,01	0,06	0,02	0,09	0,000
FICper	-10,57	0,08	0,17	0,04	0,16	0,000
pSSVacu	-12,49	0,22	0,35	0,17	0,21	0,000
pSBSb1	-13,96	0,24	0,43	0,19	0,26	0,000
pSTPtp2	-14,14	0,06	0,20	0,05	0,19	0,000
SSALebt	-14,58	3,98	5,56	1,90	2,05	0,000
pSCOCIsi	-15,97	0,79	0,87	0,11	0,09	0,000
pSSAGag1	-21,52	0,27	0,55	0,14	0,25	0,000

Tabla D-5.: Caracterización de la Clase 5

Variable	v.test	Mean category	Overall mean	sd category	Overall sd	p.value
SGPSeper	23,37	2,18	0,56	0,79	0,56	0,000
SGPEsper	21,21	0,08	0,02	0,04	0,02	0,000
FSAGPinv	13,11	0,81	0,44	0,22	0,23	0,000
Finper	12,40	1,20	0,45	1,39	0,49	0,000
FICper	11,12	0,40	0,17	0,31	0,16	0,000
Fdint	10,12	0,74	0,44	0,14	0,24	0,000
FdSGP	6,54	0,81	0,65	0,15	0,20	0,000
pSTVcaind	5,60	0,73	0,56	0,19	0,24	0,000
pSTVapto	3,22	0,94	0,89	0,10	0,12	0,001
pSSAGag2	2,42	0,38	0,33	0,19	0,19	0,015
SAScph	-2,23	3,90	4,05	0,62	0,55	0,026
pSSVee	-2,40	0,02	0,03	0,02	0,05	0,016
pSTPtp1	-3,00	0,00	0,01	0,00	0,02	0,003
SEDpaie	-3,47	0,25	0,27	0,05	0,04	0,001
pSSVgas	-3,83	0,02	0,06	0,02	0,09	0,000
SAScpd	-4,07	1,73	1,86	0,21	0,26	0,000
pSTPtp2	-4,14	0,10	0,20	0,08	0,19	0,000
pSSVacu	-5,07	0,23	0,35	0,17	0,21	0,000
pSTVcas	-5,60	0,27	0,44	0,19	0,24	0,000
pSBSb1	-5,70	0,25	0,43	0,18	0,26	0,000

E. Anexo:Municipios que conforman las Clases

Tabla E-1.: Municipios Clase 1

ANTIOQUIA.AMAGA	BOYACA.SOGAMOSO	CUNDINAMARCA.ZIPACQUIRA
ANTIOQUIA.ANORI	BOYACA.TIBASOSA	HUILA.NEIVA
ANTIOQUIA.APARTADO	BOYACA.TUNJA	HUILA.PITALITO
ANTIOQUIA.BARBOSA	BOYACA.TUTA	HUILA.YAGUARA
ANTIOQUIA.BELLO	CALDAS.LADORADA	META.ACACIAS
ANTIOQUIA.CALDAS	CALDAS.MANIZALES	META.CASTILLA.LA.NUEVA
ANTIOQUIA.CAROLINA	CALDAS.VILLAMARIA	META.ELDORADO
ANTIOQUIA.CAUCASIA	CASANARE.AGUAZUL	META.GRANADA
ANTIOQUIA.COPACABANA	CASANARE.MANI	META.GUAMAL
ANTIOQUIA.DONMATIAS	CASANARE.MONTERREY	META.PUERTOGAITAN
ANTIOQUIA.ELCARMENDEVIBORAL	CASANARE.OROCUE	META.PUERTOLOPEZ
ANTIOQUIA.ELSANTUARIO	CASANARE.TAURAMENA	META.SANMARTIN
ANTIOQUIA.ENTRERRIOS	CASANARE.TRINIDAD	META.VILLAVICENCIO
ANTIOQUIA.ENVIGADO	CASANARE.YOPAL	NARIÑO.IPIALES
ANTIOQUIA.GIRARDOTA	CAUCA.MIRANDA	NARIÑO.LAFLORIDA
ANTIOQUIA.GUARNE	CAUCA.POPAYAN	NARIÑO.PASTO
ANTIOQUIA.GUATAPE	CAUCA.VILLARICA	RISARALDA.DOSQUEBRADAS
ANTIOQUIA.HISPANIA	CORDOBA.MONTERIA	RISARALDA.PEREIRA
ANTIOQUIA.ITAGUI	CUNDINAMARCA.ANAPAIMA	SANANDRES.PROVIDENCIA
ANTIOQUIA.JERICO	CUNDINAMARCA.CAJICA	SANTANDER.BARRANCABERMEJA
ANTIOQUIA.LACEJA	CUNDINAMARCA.CHIA	SANTANDER.BUCARAMANGA
ANTIOQUIA.LAESTRELLA	CUNDINAMARCA.CHOCONTA	SANTANDER.FLORIDABLANCA
ANTIOQUIA.MEDELLIN	CUNDINAMARCA.COQUA	SANTANDER.GIRON
ANTIOQUIA.PUERTOTRIUNFO	CUNDINAMARCA.COTA	SANTANDER.PIEDECUESTA
ANTIOQUIA.RETIRO	CUNDINAMARCA.ELROSAL	SANTANDER.SANGIL
ANTIOQUIA.RIONEGRO	CUNDINAMARCA.FACATATIVA	SANTANDER.SOCORRO
ANTIOQUIA.SABANETA	CUNDINAMARCA.FOMEQUE	SUCRE.SINCELEJO2
ANTIOQUIA.SANCARLOS	CUNDINAMARCA.FUNZA	TOLIMA.IBAGUE
ANTIOQUIA.SANPEDRO	CUNDINAMARCA.GIRARDOT	TOLIMA.MELGAR
ANTIOQUIA.SANRAFAEL	CUNDINAMARCA.GUASCA	VALLEDELCAUCA.ANDALUCIA
ANTIOQUIA.SANTAROSADEOSOS	CUNDINAMARCA.LACALERA	VALLEDELCAUCA.CALI
ANTIOQUIA.VALDIVIA	CUNDINAMARCA.LAMESA	VALLEDELCAUCA.CALIMA
ANTIOQUIA.YARUMAL	CUNDINAMARCA.MADRID	VALLEDELCAUCA.CANDELARIA
ARAUCA.FORTUL	CUNDINAMARCA.MOSQUERA	VALLEDELCAUCA.CARTAGO
ATLANTICO.BARRANQUILLA	CUNDINAMARCA.RICAURTE	VALLEDELCAUCA.ELCERRITO
ATLANTICO.PUERTO COLOMBIA	CUNDINAMARCA.SIBATE	VALLEDELCAUCA.GUACARI
BOGOTA.BOGOTA,D.C.	CUNDINAMARCA.SOPO	VALLEDELCAUCA.GUADALAJARADEBUGA
BOLIVAR.CARTAGENA	CUNDINAMARCA.SUBACHOQUE	VALLEDELCAUCA.JAMUNDI
BOYACA.CHIQUINQUIRA	CUNDINAMARCA.TABIO	VALLEDELCAUCA.PALMIRA
BOYACA.DUITAMA	CUNDINAMARCA.TENJO	VALLEDELCAUCA.TULUA
BOYACA.GUATEQUE	CUNDINAMARCA.TOCANCIPA	VALLEDELCAUCA.YUMBO
BOYACA.NOBSA	CUNDINAMARCA.VILLADESANDIEGODEUBATE	VALLEDELCAUCA.ZARZAL
BOYACA.PAIPA		

Tabla E-2.: Municipios Clase 2

AMAZONAS.LETICIA	ANTIOQUIA.YONDO	CAQUETA.SANJOSEDELFRAGUA
ANTIOQUIA.ABEJORRAL	ANTIOQUIA.ZARAGOZA	CAQUETA.SANVICENTEDEL CAGUAN
ANTIOQUIA.AMALFI	ARAUCA.ARAUCA	CASANARE.PAZDEARIPORO
ANTIOQUIA.ANDES	ARAUCA.ARAUQUITA	CASANARE.VILLANUEVA
ANTIOQUIA.ANGELOPOLIS	ARAUCA.SARAVENA	CAUCA.CALOTO
ANTIOQUIA.ANGOSTURA	ARAUCA.TAME	CAUCA.PADILLA
ANTIOQUIA.ARMENTA	ATLANTICO.BARANOA	CAUCA.PATIA
ANTIOQUIA.BETANIA	ATLANTICO.GALAPA	CAUCA.PIENDAMO
ANTIOQUIA.BETULIA	ATLANTICO.JUANDEACOSTA	CAUCA.PUERTOTEJADA
ANTIOQUIA.CACERES	ATLANTICO.SABANAGRANDE	CAUCA.SANTANDERDEQUILICHAO
ANTIOQUIA.CAÑASGORDAS	ATLANTICO.SABANALARGA	CAUCA.TIMBIO
ANTIOQUIA.CAREPA	ATLANTICO.SANTOTOMAS	CESAR.AGUACHICA
ANTIOQUIA.CHIGORODO	BOLIVAR.ARJONA	CESAR.AGUSTIN_ODAZZI
ANTIOQUIA.CISNEROS	BOLIVAR.CANTAGALLO	CESAR.BOSCONIA
ANTIOQUIA.CIUDADBOLIVAR	BOLIVAR.MAGANGUE	CESAR.CHIRIGUANA
ANTIOQUIA.COCORNA	BOLIVAR.SANTAROSADELSUR	CESAR.CURUMANI
ANTIOQUIA.CONCORDIA	BOLIVAR.TURBACO	CESAR.GAMARRA
ANTIOQUIA.EBEJICO	BOYACA.AQUITANIA	CESAR.LAJAGUADEIBIRICO
ANTIOQUIA.ELBAGRE	BOYACA.BELEN	CESAR.LAPAZ
ANTIOQUIA.FREDONIA	BOYACA.COMBITA	CESAR.MANAURE
ANTIOQUIA.FRONTINO	BOYACA.GARAGOA	CESAR.PAILITAS
ANTIOQUIA.GOMEZPLATA	BOYACA.MIRAFLORES	CESAR.RIODEORO
ANTIOQUIA.GRANADA	BOYACA.MONQUIRA	CESAR.SANALBERTO
ANTIOQUIA.HELICONIA	BOYACA.MUZO	CESAR.SANDIEGO
ANTIOQUIA.JARDIN	BOYACA.OTANCHE	CESAR.SANMARTIN
ANTIOQUIA.LAPINTADA	BOYACA.PUERTOBOYACA	CESAR.VALLEUPAR
ANTIOQUIA.LAUNION	BOYACA.RAMIRIQUI	CHOCO.BAHIA_SOLANO
ANTIOQUIA.MACEO	BOYACA.SAMACA	CHOCO.QUIBDO
ANTIOQUIA.MARINILLA	BOYACA.SANTAROSADEVITERBO	CORDOBA.CERETE
ANTIOQUIA.MONTEBELLO	BOYACA.SANTANA	CORDOBA.CHINU
ANTIOQUIA.MUTATA	BOYACA.SOCHA	CORDOBA.MONTELIBANO
ANTIOQUIA.NARIÑO	BOYACA.TOCA	CORDOBA.PLANETARICA
ANTIOQUIA.PEDOL	BOYACA.VENTAQUEMADA	CORDOBA.SAHAGUN
ANTIOQUIA.PUEBLORRICO	BOYACA.VILLADELEYVA	CORDOBA.SANANTERO
ANTIOQUIA.PUERTOBERRIO	CALDAS.AGUADAS	CUNDINAMARCA.AGUA_DE_DIOS
ANTIOQUIA.PUERTONARE	CALDAS.ANSERMA	CUNDINAMARCA.ANOLAIMA
ANTIOQUIA.REMEDIOS	CALDAS.ARANZAZU	CUNDINAMARCA.ARBELAEZ
ANTIOQUIA.SALGAR	CALDAS.CHINCHINA	CUNDINAMARCA.BOJACA
ANTIOQUIA.SANJERONIMO	CALDAS.FILADELFIA	CUNDINAMARCA.CACHIPAY
ANTIOQUIA.SANLUIS	CALDAS.MANZANARES	CUNDINAMARCA.CAQUEZA
ANTIOQUIA.SANROQUE	CALDAS.MARQUETALIA	CUNDINAMARCA.CARMENDECARUPA
ANTIOQUIA.SANVICENTE	CALDAS.NEIRA	CUNDINAMARCA.CHIPAQUE
ANTIOQUIA.SANTABARBARA	CALDAS.PACORA	CUNDINAMARCA.CHOACHI
ANTIOQUIA.SANTODOMINGO	CALDAS.PALESTINA	CUNDINAMARCA.ELCOLEGIO
ANTIOQUIA.SEGOVIA	CALDAS.PENSILVANIA	CUNDINAMARCA.FUQUENE
ANTIOQUIA.SONSON	CALDAS.SALAMINA	CUNDINAMARCA.FUSAGASUGA
ANTIOQUIA.SOPETRAN	CALDAS.SAMANA	CUNDINAMARCA.GACHANCIPA
ANTIOQUIA.TAMESIS	CALDAS.SUPIA	CUNDINAMARCA.GACHETA
ANTIOQUIA.TARAZA	CALDAS.VICTORIA	CUNDINAMARCA.GRANADA
ANTIOQUIA.TITIRIBI	CALDAS.VITERBO	CUNDINAMARCA.GUACHETA
ANTIOQUIA.TURBO	CAQUETA.CURILLO	CUNDINAMARCA.GUADUAS
ANTIOQUIA.URRAO	CAQUETA.ELDONCELLO	CUNDINAMARCA.GUATAVITA
ANTIOQUIA.VENECIA	CAQUETA.ELPAUJIL	CUNDINAMARCA.JUNIN
ANTIOQUIA.YALI	CAQUETA.FLORENCIA	CUNDINAMARCA.LAVEGA
ANTIOQUIA.YOLOMBO	CAQUETA.PUERTORICO	CUNDINAMARCA.MEDINA

Tabla E-3.: Municipios Clase 2

CUNDINAMARCA.NEMOCON	NARIÑO.ALBAN	SANTANDER.PUERTOWILCHES
CUNDINAMARCA.NILO	NARIÑO.BELEN	SANTANDER.RIONEGRO
CUNDINAMARCA.PACHO	NARIÑO.BUESACO	SANTANDER.SABANADETORRES
CUNDINAMARCA.PARATEBUENO	NARIÑO.CHACHAGSI	SANTANDER.SANVICENTEDECHUCURI
CUNDINAMARCA.PASCA	NARIÑO.ELTABLONDEGOMEZ	SANTANDER.SUAITA
CUNDINAMARCA.PUERTOSALGAR	NARIÑO.ELTAMBO	SANTANDER.VELEZ
CUNDINAMARCA.SANANTONIODELTEQUENDAMA	NARIÑO.FUNES	SANTANDER.ZAPATOCA
CUNDINAMARCA.SANFRANCISCO	NARIÑO.LAUNION	SUCRE.COROZAL
CUNDINAMARCA.SANJUANERIOSECO	NARIÑO.LEIVA	SUCRE.COVENAS
CUNDINAMARCA.SASAIMA	NARIÑO.LOSANDES	SUCRE.TOLUVIEJO
CUNDINAMARCA.SESQUILE	NARIÑO.POLICARPA	TOLIMA.ALVARADO
CUNDINAMARCA.SILVANIA	NARIÑO.PUPIALES	TOLIMA.AMBALEMA
CUNDINAMARCA.SIMIJACA	NARIÑO.SAMANIEGO	TOLIMA.ARMERO
CUNDINAMARCA.SOACHA	NARIÑO.SANANDREDETUMACO	TOLIMA.CAJAMARCA
CUNDINAMARCA.SUESCA	NARIÑO.SANPABLO	TOLIMA.CARMEN_DE_APICALA
CUNDINAMARCA.SUSA	NARIÑO.SANDONA	TOLIMA.CHAPARRAL
CUNDINAMARCA.TOCAIMA	NARIÑO.TAMINANGO	TOLIMA.ESPINAL
CUNDINAMARCA.UNE	NARIÑO.TANGUA	TOLIMA.FLANDES
CUNDINAMARCA.VILLAPINZON	NARIÑO.TUQUERRES	TOLIMA.FRESNO
CUNDINAMARCA.VILETA	NARIÑO.YACUANQUER	TOLIMA.GUAMO
GUAVIARE.SANJOSEDELGUAVIARE	PUTUMAYO.LEGUIZAMO	TOLIMA.HONDA
HUILA.AIPE	PUTUMAYO.MOCHA	TOLIMA.LERIDA
HUILA.CAMPOALEGRE	PUTUMAYO.ORITO	TOLIMA.LIBANO
HUILA.GARZON	PUTUMAYO.PUERTOASIS	TOLIMA.MARIQUITA
HUILA.GIGANTE	PUTUMAYO.SANMIGUEL	TOLIMA.PLANADAS
HUILA.GUADALUPE	PUTUMAYO.SIBUNDOY	TOLIMA.PRADO
HUILA.LAPLATA	PUTUMAYO.VALLEDELGUAMUEZ	TOLIMA.PURIFICACION
HUILA.PALERMO	PUTUMAYO.VILLAGARZON	TOLIMA.SALDAÑA
HUILA.RIVERA	QUINDIO.CALARCA	TOLIMA.SANLUIS
HUILA.SANAGUSTIN	QUINDIO.CIRCASIA	TOLIMA.VENADILLO
HUILA.SUAZA	QUINDIO.FILANDIA	VALLEDELCAUCA.ALCALA
HUILA.TARQUI	QUINDIO.GENOVA	VALLEDELCAUCA.ANSERMANUEVO
HUILA.TIMANA	QUINDIO.LATEBAIDA	VALLEDELCAUCA.BOLIVAR
LAGUAJIRA.ALBANIA	QUINDIO.MONTENEGRO	VALLEDELCAUCA.BUENAVENTURA
LAGUAJIRA.BARRANCAS	QUINDIO.QUIMBAYA	VALLEDELCAUCA.BUGALAGRANDE
LAGUAJIRA.FONSECA	QUINDIO.SALENTO	VALLEDELCAUCA.CAICEDONIA
LAGUAJIRA.HATONUEVO	RISARALDA.APIA	VALLEDELCAUCA.DAGUA
LAGUAJIRA.RIOHACHA	RISARALDA.BALBOA	VALLEDELCAUCA.ELAGUILA
MAGDALENA.CIENAGA	RISARALDA.BELENDUMBRIA	VALLEDELCAUCA.FLORIDA
MAGDALENA.FUNDACION	RISARALDA.LACELIA	VALLEDELCAUCA.GINEBRA
MAGDALENA.SANTAMARTA	RISARALDA.LAVIRGINIA	VALLEDELCAUCA.LACUMBRE
META.CUMARAL	RISARALDA.MARSELLA	VALLEDELCAUCA.LAUNION
META.FUENTEDERO	RISARALDA.QUINCHIA	VALLEDELCAUCA.LAVICTORIA
META.RESTREPO	RISARALDA.SANTAROSADECABAL	VALLEDELCAUCA.OBANDO
META.SANCARLOSDEGUAROA	RISARALDA.SANTUARIO	VALLEDELCAUCA.PRADERA
META.VISTAHERMOSA	SANTANDER.BARBOSA	VALLEDELCAUCA.RESTREPO
N.DESANTANDER.CHINACOTA	SANTANDER.BARICHARA	VALLEDELCAUCA.RIOFRIO
N.DESANTANDER.CUCUTA	SANTANDER.CHARALA	VALLEDELCAUCA.ROLDANILLO
N.DESANTANDER.ELZULIA	SANTANDER.CIMITARRA	VALLEDELCAUCA.SANPEDRO
N.DESANTANDER.LOSPATIOS	SANTANDER.LANDAZURI	VALLEDELCAUCA.SEVILLA
N.DESANTANDER.OCANA	SANTANDER.LEBRIJA	VALLEDELCAUCA.TORO
N.DESANTANDER.PAMPLONA	SANTANDER.MALAGA	VALLEDELCAUCA.TRUJILLO
N.DESANTANDER.TOLEDO	SANTANDER.OIBA	VALLEDELCAUCA.VIJES
N.DESANTANDER.VILLADELROSARIO	SANTANDER.PUENTENACIONAL	VALLEDELCAUCA.YOTOCO

Tabla E-4.: Municipios Clase 3

ANTIOQUIA.ABRIAQUI	BOYACA.IZA	CALDAS.MARULANDA
ANTIOQUIA.ALEJANDRIA	BOYACA.JENESANO	CALDAS.NORCASIA
ANTIOQUIA.ANZA	BOYACA.JERICO	CALDAS.RIOSUCIO
ANTIOQUIA.ARGELIA	BOYACA.LAUVITA	CALDAS.RISARALDA
ANTIOQUIA.BELMIRA	BOYACA.LABRANZAGRANDE	CALDAS.SANJOSE
ANTIOQUIA.BRICEÑO	BOYACA.MACANAL	CAQUETA.MORELIA
ANTIOQUIA.BURITICA	BOYACA.MARIPI	CAQUETA.SOLITA
ANTIOQUIA.CAICEDO	BOYACA.MONGUA	CAQUETA.VALPARAISO
ANTIOQUIA.CAMPAMENTO	BOYACA.MONGUI	CASANARE.NUNCHIA
ANTIOQUIA.CARACOLI	BOYACA.NUEVOCOLON	CASANARE.PORE
ANTIOQUIA.CARAMANTA	BOYACA.OICATA	CASANARE.SANLUISEPALENQUE
ANTIOQUIA.CONCEPCION	BOYACA.PACHAVITA	CAUCA.FLORENCIA
ANTIOQUIA.GIRALDO	BOYACA.PAEZ	CAUCA.SILVIA
ANTIOQUIA.GUADALUPE	BOYACA.PAJARITO	CHOCO.ELCANTONDELSANPABLO
ANTIOQUIA.LIBORINA	BOYACA.PAUNA	CHOCO.ATRATO
ANTIOQUIA.SABANALARGA	BOYACA.PAZDERIO	CHOCO.SANJOSEDELPALMAR
ANTIOQUIA.SANANDRESDECUERQUIA	BOYACA.PESCA	CHOCO.UNIONPANAMERICANA
ANTIOQUIA.SANFRANCISCO	BOYACA.QUIPAMA	CUNDINAMARCA.ALBAN
ANTIOQUIA.SANJOSEDELAMONTAÑA	BOYACA.RONDON	CUNDINAMARCA.APULO
ANTIOQUIA.TARSO	BOYACA.SABOYA	CUNDINAMARCA.BITUIMA
ANTIOQUIA.TOLED0	BOYACA.SACHICA	CUNDINAMARCA.CABRERA
ANTIOQUIA.URAMITA	BOYACA.SANJOSEDEPARE	CUNDINAMARCA.CAPARRAPI
ANTIOQUIA.VALPARAISO	BOYACA.SANLUISEDEGACENO	CUNDINAMARCA.CUCUNUBA
ANTIOQUIA.VEGACHI	BOYACA.SANMATEO	CUNDINAMARCA.ELPEÑON
ANTIOQUIA.VIGIADEL FUERTE	BOYACA.SANPABLODEBORBUR	CUNDINAMARCA.FOSCA
ARAUCA.CRAVONORTE	BOYACA.SANTAMARIA	CUNDINAMARCA.GACHALA
ARAUCA.PUERTORONDON	BOYACA.SANTASOFIA	CUNDINAMARCA.GAMA
ATLANTICO.LURUACO	BOYACA.SIACHOQUE	CUNDINAMARCA.GUAYABALDESIQUIMA
BOLIVAR.ELGUAMO	BOYACA.SOATA	CUNDINAMARCA.GUAYABETAL
BOYACA.ARCABUCO	BOYACA.SOMONDOCO	CUNDINAMARCA.GUTIERREZ
BOYACA.BOAVITA	BOYACA.SORACA	CUNDINAMARCA.LAPALMA
BOYACA.BOYACA	BOYACA.SOTAQUIRA	CUNDINAMARCA.LENGUAZAUQUE
BOYACA.BUENAVISTA	BOYACA.SUSACON	CUNDINAMARCA.MACHETA
BOYACA.CALDAS	BOYACA.SUTAMARCHAN	CUNDINAMARCA.MANTA
BOYACA.CAMPOHERMOSO	BOYACA.SUTATENZA	CUNDINAMARCA.NIMAIMA
BOYACA.CERINZA	BOYACA.TASCO	CUNDINAMARCA.NOCAIMA
BOYACA.CHINAVITA	BOYACA.TENZA	CUNDINAMARCA.PAIME
BOYACA.CHISCAS	BOYACA.TIBANA	CUNDINAMARCA.PANDI
BOYACA.CHITARAQUE	BOYACA.TINJACA	CUNDINAMARCA.QUEBRADANEGRA
BOYACA.CIENEGA	BOYACA.TOGSI	CUNDINAMARCA.QUETAME
BOYACA.COPER	BOYACA.TOPAGA	CUNDINAMARCA.QUIPILE
BOYACA.CUCAITA	BOYACA.TOTA	CUNDINAMARCA.SANBERNARDO
BOYACA.ELCOCUY	BOYACA.TURMEQUE	CUNDINAMARCA.SANCAYETANO
BOYACA.ELESPINO	BOYACA.VIRACACHA	CUNDINAMARCA.SUPATA
BOYACA.FIRAVITOBA	BOYACA.ZETAQUIRA	CUNDINAMARCA.SUTATAUSA
BOYACA.FLORESTA	CALDAS.BELALCAZAR	CUNDINAMARCA.TAUSA
BOYACA.GAMEZA	CALDAS.LAMERCED	CUNDINAMARCA.TENA
BOYACA.GUAYATA	CALDAS.MARMATO	CUNDINAMARCA.TIBACUY

Tabla E-5.: Municipios Clase 3

CUNDINAMARCA.TOPAIPI	N.DESANTANDER.PAMPLONITA	SANTANDER.GUADALUPE
CUNDINAMARCA.UBALA	N.DESANTANDER.PUERTOSANTANDER	SANTANDER.GUAVATA
CUNDINAMARCA.UBAQUE	N.DESANTANDER.RAGONVALIA	SANTANDER.GsEPSA
CUNDINAMARCA.UTICA	N.DESANTANDER.SALAZAR	SANTANDER.JESUSMARIA
CUNDINAMARCA.VERGARA	N.DESANTANDER.SANCAYETANO	SANTANDER.LABELLEZA
CUNDINAMARCA.VIANI	N.DESANTANDER.SANTIAGO	SANTANDER.LAPAZ
CUNDINAMARCA.VIOTA	N.DESANTANDER.SILOS	SANTANDER.LOSSANTOS
CUNDINAMARCA.ZIPACON	N.DESANTANDER.VILLACARO	SANTANDER.MATANZA
GUAVIARE.MIRAFLORES	NARIÑO.ALDANA	SANTANDER.MOGOTES
HUILA.AGRADO	NARIÑO.ANCUYA	SANTANDER.MOLAGAVITA
HUILA.ALTAMIRA	NARIÑO.CUASPUD	SANTANDER.OCAMONTE
HUILA.BARAYA	NARIÑO.GUACHUCAL	SANTANDER.ONZAGA
HUILA.ELIAS	NARIÑO.GUALMATAN	SANTANDER.PALMAR
HUILA.HOBO	NARIÑO.IMUES	SANTANDER.PINCHOTE
HUILA.IQUIRA	NARIÑO.LALLANADA	SANTANDER.PUERTOPARRA
HUILA.LAARGENTINA	NARIÑO.NARIÑO	SANTANDER.SANANDRES
HUILA.NATAGA	NARIÑO.PUERRES	SANTANDER.SANBENITO
HUILA.PAICOL	NARIÑO.SANPEDRODECARTAGO	SANTANDER.SANJOSEDEMIRANDA
HUILA.PALESTINA	NARIÑO.SAPUYES	SANTANDER.SANTAHLENADELOPON
HUILA.PITAL	PUTUMAYO.COLON	SANTANDER.SIMACOTA
HUILA.SALADOBLANCO	PUTUMAYO.PUERTOCAICEDO	SANTANDER.SUCRE
HUILA.SANTAMARIA	PUTUMAYO.SANFRANCISCO	SANTANDER.SURATA
HUILA.TERUEL	PUTUMAYO.SANTIAGO	SANTANDER.TONA
HUILA.TESALIA	QUINDIO.BUENAVISTA	SANTANDER.VALLEDESANJOSE
HUILA.VILLAVIEJA	QUINDIO.CORDOBA	SANTANDER.VETAS
META.BARRANCA_DE_UPIA	QUINDIO.PIJAO	SANTANDER.VILLANUEVA
META.CABUYARO	RISARALDA.GUATICA	TOLIMA.ALPUJARRA
META.ELCALVARIO	RISARALDA.MISTRATO	TOLIMA.CASABIANCA
META.ELCASTILLO	RISARALDA.PUEBLORICO	TOLIMA.COELLO
META.LEJANIAS	SANTANDER.ALBANIA	TOLIMA.CUNDAY
META.MESETAS	SANTANDER.ARATOCA	TOLIMA.DOLORES
META.SANJUANDEARAMA	SANTANDER.BETULIA	TOLIMA.FALAN
META.SANJUANITO	SANTANDER.CAPITANEJO	TOLIMA.HERVEO
N.DESANTANDER.ARBOLEDAS	SANTANDER.CARCASI	TOLIMA.ICONONZO
N.DESANTANDER.BOCHALEMA	SANTANDER.CERRITO	TOLIMA.MURILLO
N.DESANTANDER.BUCARASICA	SANTANDER.CHARTA	TOLIMA.PALOCABILDO
N.DESANTANDER.CACHIRA	SANTANDER.CHIMA	TOLIMA.PIEDRAS
N.DESANTANDER.CHITAGA	SANTANDER.CHIPATA	TOLIMA.RONCESVALLES
N.DESANTANDER.CONVENCION	SANTANDER.CONCEPCION	TOLIMA.SANTAISABEL
N.DESANTANDER.CUCUTILLA	SANTANDER.CONTRATACION	TOLIMA.SUAREZ
N.DESANTANDER.DURANIA	SANTANDER.COROMORO	TOLIMA.VALLEDESANJUAN
N.DESANTANDER.GRAMALOTE	SANTANDER.CURITI	TOLIMA.VILLAHERMOSA
N.DESANTANDER.HERRAN	SANTANDER.ELPEÑON	TOLIMA.VILLARRICA
N.DESANTANDER.LAESPERANZA	SANTANDER.ELPLAYON	VALLEDELCAUCA.ARGELIA
N.DESANTANDER.LAPLAYA	SANTANDER.FLORIAN	VALLEDELCAUCA.ELCAIRO
N.DESANTANDER.LABATECA	SANTANDER.GALAN	VALLEDELCAUCA.ELDOVIO
N.DESANTANDER.LOURDES	SANTANDER.GAMBITA	VALLEDELCAUCA.ULLOA
N.DESANTANDER.MUTISCUA	SANTANDER.GUACA	VALLEDELCAUCA.VERSALLES

Tabla E-6.: Municipios Clase 4

AMAZONAS.PUERTONARINO	BOLIVAR.SANPABLO	CAUCA.SUAREZ
ANTIOQUIA.ARBOLETES	BOLIVAR.SANTACATALINA	CAUCA.SUCRE
ANTIOQUIA.DABEIBA	BOLIVAR.SANTAROSA	CAUCA.TIMBIQUI
ANTIOQUIA.ITUANGO	BOLIVAR.SIMITI	CAUCA.TORIBIO
ANTIOQUIA.NECOCLI	BOLIVAR.SOPLAVIENTO	CAUCA.TOTORO
ANTIOQUIA.PEQUE	BOLIVAR.TALAIGUANUEVO	CESAR.ASTREA
ANTIOQUIA.SANJUANDEURABA	BOLIVAR.TIQUISIO	CESAR.BECERRIL
ANTIOQUIA.SANPEDRODEURABA	BOLIVAR.TURBANA	CESAR.CHIMICHAGUA
ATLANTICO.CAMPODELACRUZ	BOLIVAR.VILLANUEVA	CESAR.ELCOPEY
ATLANTICO.CANDELARIA	BOLIVAR.ZAMBRANO	CESAR.ELPASO
ATLANTICO.MANATI	BOYACA.CHIQUIZA	CESAR.GONZALEZ
ATLANTICO.PIOJO	BOYACA.CHITA	CESAR.LAGLORIA
ATLANTICO.POLONUEVO	BOYACA.CHIVATA	CESAR.PELAYA
ATLANTICO.PONEDERA	BOYACA.CUBARA	CESAR.PUEBLOBELLO
ATLANTICO.REPELON	BOYACA.GsICAN	CESAR.TAMALAMEQUE
ATLANTICO.SANTALUCIA	BOYACA.MOTAVITA	CHOCO.ACANDI
ATLANTICO.SUAN	BOYACA.RAQUIRA	CHOCO.ALTOBAUDO
ATLANTICO.USIACURI	BOYACA.SOCOTA	CHOCO.MEDIOATRATO
BOLIVAR.ACHI	BOYACA.UMBITA	CHOCO.BAGADO
BOLIVAR.ALTO.SDEL.ROSARIO	CAQUETA.CARTAGENA.DEL.CHAIRA	CHOCO.BAJOBAUDO
BOLIVAR.ARENAL	CAQUETA.LAMONTAÑITA	CHOCO.BOJAYA
BOLIVAR.ARROYOHONDO	CAQUETA.MILAN	CHOCO.CARMENDELDARIEN
BOLIVAR.BARRANCODELOBA	CAQUETA.SOLANO	CHOCO.CERTEGUI
BOLIVAR.CALAMAR	CASANARE.TAMARA	CHOCO.CONDOTO
BOLIVAR.CICUCO	CAUCA.ALMAGUER	CHOCO.ELLITORALDELSANJUAN
BOLIVAR.CLEMENCIA	CAUCA.BALBOA	CHOCO.ISTMINA
BOLIVAR.CORDOBA	CAUCA.BOLIVAR	CHOCO.LLORO
BOLIVAR.ELCARMENDEBOLIVAR	CAUCA.CALDONO	CHOCO.MEDIOBAUDO
BOLIVAR.ELPEÑON	CAUCA.CORINTO	CHOCO.MEDIOSANJUAN
BOLIVAR.HATILLODELOBA	CAUCA.ELTAMBO	CHOCO.NOVITA
BOLIVAR.MAHATES	CAUCA.GUAPI	CHOCO.NUQUI
BOLIVAR.MARGARITA	CAUCA.INZA	CHOCO.RIOIRO
BOLIVAR.MARIALABAJA	CAUCA.JAMBALO	CHOCO.RIOQUITO
BOLIVAR.MONTECRISTO	CAUCA.LASIERRA	CHOCO.RIOSUCIO
BOLIVAR.MORALES	CAUCA.LAVEGA	CHOCO.TADO
BOLIVAR.PINILLOS	CAUCA.LOPEZ	CHOCO.UNGUIA
BOLIVAR.REGIDOR	CAUCA.MERCADERES	CORDOBA.AYAPEL
BOLIVAR.RIOVIEJO	CAUCA.MORALES	CORDOBA.BUENAVISTA
BOLIVAR.SANCRISTOBAL	CAUCA.PAEZ	CORDOBA.CANALETE
BOLIVAR.SANESTANISLAO	CAUCA.PIAMONTE	CORDOBA.CHIMA
BOLIVAR.SANFERNANDO	CAUCA.PURACE	CORDOBA.CIENAGADEORO
BOLIVAR.SANJACINTO	CAUCA.ROSAS	CORDOBA.COTORRA
BOLIVAR.SANJACINTODELCAUCA	CAUCA.SANSEBASTIAN	CORDOBA.LORICA
BOLIVAR.SANJUANNEPOMUCENO	CAUCA.SANTAROSA	CORDOBA.MOMIL
BOLIVAR.SANMARTINDELOBA	CAUCA.SOTARA	CORDOBA.MONITOS

Tabla E-7.: Municipios Clase 4

CORDOBA.PUEBLONUEVO	MAGDALENA.PUEBLOVIEJO	NARIÑO.MOSQUERA
CORDOBA.PUERTOESCONDIDO	MAGDALENA.REMOLINO	NARIÑO.OLAYAHERRERA
CORDOBA.PUERTOLIBERTADOR	MAGDALENA.SABANASDESANANGEL	NARIÑO.OSPINA
CORDOBA.PURISIMA	MAGDALENA.SALAMINA	NARIÑO.POTOSI
CORDOBA.SANANDRESSOTAVENTO	MAGDALENA.SANSEBASTIANDEBUENAVISTA	NARIÑO.PROVIDENCIA
CORDOBA.SANBERNARDODELVIENTO	MAGDALENA.SANZENON	NARIÑO.RICAURTE
CORDOBA.SANPELAYO	MAGDALENA.SANTAANA	NARIÑO.ROBERTOPAYAN
CORDOBA.TIERRALTA	MAGDALENA.SANTABARBARADEPINTO	NARIÑO.SANBERNARDO
CORDOBA.VALENCIA	MAGDALENA.SITIONUEVO	NARIÑO.SANLORENZO
CUNDINAMARCA.LAPEÑA	MAGDALENA.TENERIFE	NARIÑO.SANTABARBARA
CUNDINAMARCA.YACOPI	MAGDALENA.ZAPAYAN	NARIÑO.SANTACRUZ
GUAINIA.INIRIDA	MAGDALENA.ZONABANANERA	PUTUMAYO.PUERTOGUZMAN
GUAVIARE.CALAMAR	META.LAMACARENA	SANTANDER.BOLIVAR
GUAVIARE.ELRETORNO	META.PUERTOCONCORDIA	SANTANDER.ELCARMENDECHUCURI
HUILA.ACEVEDO	META.PUERTOLLERAS	SUCRE.BUENAVISTA
HUILA.ALGECIRAS	META.PUERTORICO	SUCRE.CAIMITO
HUILA.COLOMBIA	META.URIBE	SUCRE.COLOSO
HUILA.ISNOS	N.DESANTANDER.ABREGO	SUCRE.ELROBLE
HUILA.OPORAPA	N.DESANTANDER.ELCARMEN	SUCRE.GALERAS
HUILA.TELLO	N.DESANTANDER.ELTARRA	SUCRE.GUARANDA
LAGUAJIRA.DIBULLA	N.DESANTANDER.HACARI	SUCRE.LAUNION
LAGUAJIRA.DISTRACCION	N.DESANTANDER.SANCALIXTO	SUCRE.LOSPALMITOS
LAGUAJIRA.ELMOLINO	N.DESANTANDER.SARDINATA	SUCRE.MAJAGUAL
LAGUAJIRA.MAICAO	N.DESANTANDER.TEORAMA	SUCRE.MORROA
LAGUAJIRA.MANAURE	N.DESANTANDER.TIBU	SUCRE.OVEJAS
LAGUAJIRA.SANJUANDELCEGAR	NARIÑO.ARBOLEDA	SUCRE.PALMITO
LAGUAJIRA.URIBIA	NARIÑO.BARBACOAS	SUCRE.SAMPUES
LAGUAJIRA.URUMITA	NARIÑO.COLON	SUCRE.SANBENITOABAD
LAGUAJIRA.VILLANUEVA	NARIÑO.CONSACA	SUCRE.SANJUANDEBETULIA
MAGDALENA.ALGARROBO	NARIÑO.CONTADERO	SUCRE.SANMARCOS
MAGDALENA.ACACATACA	NARIÑO.CORDOBA	SUCRE.SANPEDRO
MAGDALENA.ARIGUANI	NARIÑO.CUMBAL	SUCRE.SUCRE
MAGDALENA.CERROSANANTONIO	NARIÑO.CUMBITARA	TOLIMA.ANZOATEGUI
MAGDALENA.CHIBOLO	NARIÑO.ELCHARCO	TOLIMA.ATACO
MAGDALENA.CONCORDIA	NARIÑO.ELPEÑOL	TOLIMA.COYAIMA
MAGDALENA.ELBANCO	NARIÑO.ELROSARIO	TOLIMA.NATAGAIMA
MAGDALENA.ELPIÑON	NARIÑO.FRANCISCOPIZARRO	TOLIMA.ORTEGA
MAGDALENA.ELRETEN	NARIÑO.GUAITARILLA	TOLIMA.RIOBLANCO
MAGDALENA.GUAMAL	NARIÑO.ILES	TOLIMA.ROVIRA
MAGDALENA.NUEVAGRANADA	NARIÑO.LACRUZ	TOLIMA.SANANTONIO
MAGDALENA.PEDRAZA	NARIÑO.LATOLA	VAUPES.MITU
MAGDALENA.PIJINODELCARMEN	NARIÑO.LINARES	VICHADA.CUMARIBO
MAGDALENA.PIVIJAY	NARIÑO.MAGSÍ	VICHADA.LAPRIMAVERA
MAGDALENA.PLATO	NARIÑO.MALLAMA	VICHADA.PUERTOCARREÑO

Tabla E-8.: Municipios Clase 5

ANTIOQUIA.MURINDO	CUNDINAMARCA.BELTRAN
ANTIOQUIA.OLAYA	CUNDINAMARCA.CHAGUANI
BOYACA.ALMEIDA	CUNDINAMARCA.GUATAQUI
BOYACA.BERBEO	CUNDINAMARCA.JERUSALEN
BOYACA.BETEITIVA	CUNDINAMARCA.NARIÑO
BOYACA.BRICEÑO	CUNDINAMARCA.PULI
BOYACA.BUSBANZA	CUNDINAMARCA.TIBIRITA
BOYACA.CHIVOR	CUNDINAMARCA.VILLAGOMEZ
BOYACA.CORRALES	LAGUAJIRA.LAJAGUADELPILAR
BOYACA.COVARACHIA	META.MAPIRIPAN
BOYACA.CUITIVA	N.DESANTANDER.CACOTA
BOYACA.GACHANTIVA	SANTANDER.AGUADA
BOYACA.GUACAMAYAS	SANTANDER.CABRERA
BOYACA.LACAPILLA	SANTANDER.CALIFORNIA
BOYACA.LAVICTORIA	SANTANDER.CEPITA
BOYACA.PANQUEBA	SANTANDER.CONFINES
BOYACA.PAYA	SANTANDER.ELGUACAMAYO
BOYACA.PISBA	SANTANDER.ENCINO
BOYACA.SANEDUARDO	SANTANDER.ENCISO
BOYACA.SANMIGUELDESEMA	SANTANDER.GUAPOTA
BOYACA.SATIVANORTE	SANTANDER.HATO
BOYACA.SATIVASUR	SANTANDER.JORDAN
BOYACA.SORA	SANTANDER.MACARAVITA
BOYACA.TUNUNGUA	SANTANDER.PALMASDELSOCORRO
BOYACA.TUTAZA	SANTANDER.PARAMO
CASANARE.CHAMEZA	SANTANDER.SANJOAQUIN
CASANARE.RECETOR	SANTANDER.SANMIGUEL
CASANARE.SABANALARGA	SANTANDER.SANTABARBARA
CASANARE.SACAMA	VAUPES.CARURU
CHOCO.JURADO	VAUPES.TARAIRA
CHOCO.SIPI	VICHADA.SANTAROSALIA

Bibliografía

- Abascal, F. E. & Landaluce, C. M. I. (2002), 'Afm como técnica de estudio de la estabilidad de los resultados de un análisis de acp', *Articulo de internet* <https://www.raco.cat/index.php/Questiio/article/download/27020/26854?> **26**(1-2), 109 – 122. Departamento de Estadística e Investigación Operativa, Universidad Pública de Navarra.
- Baron, J. (2002), 'Las regione económicas de colombia: Un análisis cluster', *Centro de Estudios Económicos Regionales (Banco de la República)* (23), 1–40.
- Becerra, A. M. O. (2010), (Comparación del análisis factorial múltiple y el análisis de componentes principales para datos cualitativos (Prinqual), en la construcción de índices), Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias. Departamento de Estadística.
- Bonet, J. (2007), 'Economía regional, desequilibrios regionales en la política de descentralización en colombia', http://www.banrep.gov.co/publicaciones/pub_ec_reg4.htm (77), 1–58.
- Cabarcas, G. & Pardo, C. E. (2001), 'Métodos Estadísticos Multivariados en Investigación Social (parte 4)', http://www.eio.uva.es/~valentin/ad3d/anadat/teoria_web/simposio_estadistica Simposio de Estadística 2001, Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Estadística.
- CCER (2007), 'Bases para reducir las disparidades regionales en colombia', <http://www.banrep.gov.co/documentos/publicaciones/regional/documentos/2006/DTS> (84), 1–39. Centro de Estudios Económicos Regionales.
- Chávez, E. & López, N. (2005), Caracterización de los Municipios de Lima, usando los Indicadores de Gestión Municipal mediante Análisis Factorial y Análisis Cluster, Monografía, UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOs, Facultad de Ciencias Matemáticas. E.A.P. DE..ESTADÍSTICA.
- Cruz, D. L., Pardo, C. E. & Ortiz, J. E. (2012), 'Análisis de datos textuales con DtmVic', <http://www.dtmvic.com/doc/ADTcDtmVic.pdf>. XXII Simposio Internacional de Estadística Universidad Nacional de Colombia Bogotá, Universidad Santo Tomás Bogotá.

- Cuartas, C. M. (2014), *Nuevos Métodos de Análisis Multivariante*, CMC, España.
- Davies, D. L. & Bouldin, D. W. (1979), ‘An cluster separation measure’, <http://www.computer.org/csdl/trans/tp/1979/02/04766909.pdf> (2), 224–227. Department of Electrical Engineering, University of Tennessee, Knoxville; IEEE Transactions on,PAMI.
- Díaz, L. (2007), *Estadística Multivariada: Inferencia y Métodos*, 2 edn, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Del-Campo, P. C., Pardo, C. E. & Torres, C. J. (2013), ‘Combination of factorial methods and cluster analysis, paquete factoclass’, *Artículo de internet*:<http://cran.r-project.org/web/packages/FactoClass/FactoClass.pdf> **1.1.0**, 8–10. Universidad Nacional de Colombia.
- Departamento Nacional de Planeación (2010), ‘Desempeño Fiscal de los Departamentos y Municipios’, <https://www.dnp.gov.co/LinkClick.aspx?fileticket=cBXuHztTSvs3dtabid=368>.
- Echeverry, J., Suescun, R. & Alonso, G. (2011), ‘Estrategia Económica y Fiscal’, <http://www.minhacienda.gov.co/portal/page/portal/HomeMinhacienda/politicafiscal/NotasFis>
- Enriquez, C. (2009), ‘Orientaciones para la Programación y Ejecución del Sistema General de Participaciones’, <https://www.dnp.gov.co/LinkClick.aspx?fileticket=pVQT8duQkds3dtabid=386>.
- Escofier, B. & Pagès, J. (1992), *Análisis Factoriales Simples y Múltiples: Objetivos, Métodos e Interpretación*, Universidad del País Vasco.
- Francois, H., Josse, J., Le, S. & Mazet, J. (2013), ‘Multivariate exploratory data analysis and data mining with r’, *Artículo de internet*:<http://cran.r-project.org/web/packages/FactoMineR/FactoMineR.pdf> **1.25**, 29–33. agrocampus- ouest.
- Gallardo, J. A. (2011), ‘Análisis de Datos Multivariantes (Métodos Jerárquicos de Análisis Cluster) Capitulo 3’, <http://www.ugr.es/~gallardo/pdf/cluster-3.pdf>. Universidad de Granada, Departamento de Estadística e Investigación Operativa, 3º Diplomatura de Estadística.
- Jiménez, E. U. (2013), ‘Introducción a la Econometría, Manual Electrónico’, <http://www.uv.es/uriel/material/multicolinealidad3.pdf>. Universidad de Valencia, Departamento de Análisis Económico.
- Lebart, L., Morineau, A. & Marie, P. (1995), *Statistique exploratoire multidimensionnelle*, Dunod, Paris.

- López, M. (2008), 'Descentralización y eficiencia fiscal origen de nuevas disparidades regionales un análisis para los municipios de colombia', http://www.eclac.org/ilpes/noticias/paginas/5/35065/Mauricio_Lopez_Finanzas_lo pp. 1–17.
- Maldonado, G. H. (2007), Boletín censo general 2005, perfil bogotá, Technical report, Departamento Administrativo Nacional de Estadística.
- Moncayo, E. (2002), 'Nuevos enfoques de política regional en américa latina: El caso de colombia en perspectiva histórica (políticas regionales en colombia)', *Departamento Nacional de Planeación (Archivos de Economía)* (Separata 5 de 7), 1–59.
- Organización de las Naciones Unidas (2004), *Manual Sobre la Recolección de Datos de Fecundidad y Mortalidad*, 92 edn, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales de la Secretaría de las Naciones Unidas, Nueva York.
- Pardo, C. E. & Del-Campo, P. C. (2007), 'Combinación de métodos factoriales y de análisis de conglomerados en r: el paquete factoclass', *Revista Colombiana de Estadística* **30**(2), 231–245. Departamento de Estadística, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia.
- Pardo, C. E. & Ortiz, J. (2004), 'Análisis Multivariado de Datos en R', <http://www.docentes.unal.edu.co/cepardot/docs/SimposiosEstadistica/PardoOrtiz04.pdf>.
- Peña, D. (2002), *Análisis de Datos Multivariantes*, Universidad Carlos III de Madrid.
- Rodríguez, A. G. (2009), 'Disparidad Económica Regional: Un análisis centro periferia para Colombia', [https://www.academia.edu/5867124/Disparidad_econ%C3%B3mica_regional_Un_an%](https://www.academia.edu/5867124/Disparidad_econ%C3%B3mica_regional_Un_an%20) Economista, Ph.D en Ciencias Sociales de la Universidad del Norte (Colombia).
- Sistema de Información Económica Local (2011), 'Índice de Ahorro Corriente 2011', <http://www.sielocal.com/images/uploads/reports/805/documents/Indice%20de%20ahorro%20>
- Struyf, A., Hubert, M. & Rousseeuw, P. J. (1997), 'Clustering in an object-oriented environment', <http://www.jstatsoft.org/v01/i04/paper> (4), 1–30. Department of Mathematics and Computer Science, U.I.A.,Universiteitsplein 1, B-2610.
- Tusell, F. (2008), *Análisis Multivariante, Notas de Clase*, Universidad del País Vasco.
- Ungo, G. (2001), 'Tipología de los municipios en el salvador,(fundación dr.guillermo ungo)', pp. 1–51.
- Velasco, H. (2011), (Validación por Métodos Multivariados de las Asociaciones de las Variables del Departamento Nacional de Planeación, utilizadas para la distribución de Recursos en los municipios de Colombia), Tesis pregrado, UNIVERSIDAD DEL VALLE, Escuela de Ingeniería Industrial y Estadística. Plan de Estadística.

- Villa, A. A. L., Villota, Q. L. F., Urrea, D. N. M. & Olivera, V. F. (2014), 'Guía para la ejecución, monitoreo, seguimiento y control a los recursos del Sistema General de Participaciones', <http://www.minhacienda.gov.co/HomeMinhacienda/asistenciaentidadesterritoriales/Publicaciones>
- Zapata, J. G. (2010), 'Las finanzas territoriales en Colombia', <http://www.fedesarrollo.org.co/wp-content/uploads/2011/08/Las-finanzas-territoriales> (08), 6–28. Fedesarrollo y Corporación Andina de Fomento (CAF).
- Zuleta, J. (2007), 'Disparidades económicas regionales: un análisis de la distribución espacial de la población y del desempeño económico en Colombia', *Artículo Revista: Observatorio de la Economía Latinoamericana* (<http://www.eumed.net/cursecon/ecolat/co/07/jmza.htm>) (83), 1–17.