

PROPUESTA DE UN MODELO DE RUTEO DE BUSES ESCOLARES DESDE UN
ENFOQUE SOCIAL PARA UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR UBICADA
EN EL NORTE DEL VALLE DEL CAUCA

ANGIE LORENA TEJADA GUAYARA
JENNIFER ANDREA ROJAS GRAJALES



UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
PROGRAMA ACADÉMICO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
ZARZAL
2022

PROPUESTA DE UN MODELO DE RUTEO BUSES ESCOLARES DESDE UN
ENFOQUE SOCIAL PARA UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR UBICADA
EN EL NORTE DEL VALLE DEL CAUCA

ANGIE LORENA TEJADA GUAYARA
JENNIFER ANDREA ROJAS GRAJALES

Proyecto de grado para optar al título de ingenieras industriales

Director

Carlos Alberto Rojas Trejos

Co - Director

Juan Pablo Orejuela Cabrera

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

PROGRAMA ACADÉMICO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

ZARZAL

2022

Nota de aceptación:

Firma del jurado

Firma del jurado

Zarzal, 2022

DEDICATORIA

A Dios principalmente por ser mi ayuda fundamental, mi apoyo y aliento siempre, por no dejar que me rindiera y por darme a mi madre, mi ángel en la tierra quien hace lo que sea necesario por ayudarme y darme lo que yo requiera. Es a ella a quien debo la persona que soy, y a quien dedico este trabajo de grado. Porque no estaría aquí sino hubiese sido por ella y sus esfuerzos, y por enseñarme a siempre luchar para conseguir lo que quiero y a salir adelante.

También dedico este trabajo de grado a mi Universidad, por ser mi alma máter y porque es la protagonista del tema de esta tesis, se desarrolló todo lo contenido aquí pensando en ella, en la problemática que vivimos a diario los que componemos la Universidad, los estudiantes. Y con la intención de volverla mucho mejor de lo que ya es.

Angie Tejada.

DEDICATORIA

Este proyecto está dedicado principalmente a Dios por brindarme vida y salud, a mis padres que con mucho esfuerzo, ejemplo, amor, me apoyaron en todo este proceso para culminar una etapa más de mi proyecto de vida, han sido el motor más grande para conseguir todo lo que me propongo siempre guiándome por el camino del bien , adicional a este se suma un engranaje muy importante en mi vida que es mi hija, quien día a día me da fortaleza para ser una mejor persona, una mejor mamá y una excelente profesional. Hoy finalizo mis estudios y estoy muy orgullosa de tenerlos a mi lado, este título no es solo mío, también sería de ellos.

Finalmente dedico este proyecto la Universidad del Valle que me permitió formarme y desarrollar el contenido de este proyecto pensado para el bienestar de la comunidad estudiantil.

Jennifer Rojas.

AGRADECIMIENTOS

A Dios y a mi madre, que son mi vida entera y por quien quise luchar hasta el final, fueron mi aliento y mi propósito para lograr esta meta. A mi familia entera por su amor incondicional, mi pareja por su apoyo y ánimo diario, a mis maestros y Universidad por hacer de mí una mejor persona y excelente profesional. A los maestros excepcionales que nos ayudaron en la construcción de toda la investigación, Carlos Rojas y Juan Pablo Orejuela quienes nos reforzaron el conocimiento adquirido en estos cinco años y, además, nos dieron su tiempo y su apoyo para la correcta finalización de nuestra investigación. Por último, a mi compañera de trabajo Jennifer por su apoyo y positivismo para lograr llegar a esta última etapa, por su disposición y comprensión en todo este tiempo fue que conseguimos cumplir con nuestro objetivo en común.

Angie Tejada.

AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios, a mis padres por creer en mí, son mi motor, fortaleza que han estado a mi lado en los días y noches difíciles, a mi familia y pareja por acompañarme en el proceso, gracias a los directores Carlos Rojas y Juan Pablo Orejuela, sin ellos no hubiera sido posible este proyecto, puesto que compartieron su tiempo, sus grandes conocimientos y nos brindaron todo el acompañamiento necesario para llevar a cabo este proyecto encaminado en pro de la comunidad educativa, a la Universidad del Valle que me formó para alcanzar uno más de mis sueños, por darnos la oportunidad con esta propuesta de aportar ya que nos acogió por varios años y que será siempre nuestra casa. A mi compañera Angie Tejada por su disposición, resiliencia y amor por sacar nuestro proyecto adelante pues es un paso más en nuestro proyecto de vida.

Finalmente, gracias a todos los amigos y compañeros que me acompañaron en este hermoso proceso y que seguirán siendo parte de mi vida.

Jennifer Rojas.

RESUMEN

Este trabajo propone una metodología para el ruteo escolar de una Institución de Educación Superior ubicada en el Norte del Valle, donde en la primera fase se propone un modelo matemático de agrupación de estudiantes para encontrar las posibles paradas donde pueden esperar los estudiantes el bus escolar, en la segunda fase, se propone un modelo matemático de asignación de estudiantes a paradas teniendo en cuenta la percepción del riesgo que se tiene en cada parada, y por último, se propone un modelo matemático de ruteo escolar que busca minimizar el tiempo que deben de esperar los estudiantes para ingresar a su primera hora de clase.

Para dar solución a los tres modelos matemáticos propuestos, se programaron en lenguaje AMPL (A Mathematical Programming Language), y se utilizó el solver Gurobi en la plataforma de Neos Solver Optimization. Con este trabajo se quiere demostrar cómo la Investigación de Operaciones puede contribuir a la mejora de problemáticas reales que se pueden presentar en la logística escolar.

Palabras Claves: Optimización, Investigación de Operaciones, AMPL, Asignación, Ruteo Escolar.

ABSTRACT

This document proposes a methodology for the school routing of a High Education Institution located in the North of Valle del Cauca, where in the first phase a mathematical model of student grouping is proposed to find the possible stops where students can wait for the school bus, in the second phase, a mathematical model of student assignment to stops is proposed taking into account the perception of risk at each stop, and finally, a mathematical model of school routing is proposed that seeks to minimize the time that students must wait to enter their first hour of class.

To solve the three proposed mathematical models, they were programmed in AMPL (A Mathematical Programming Language), and the Gurobi solver was used in the Neos Solver Optimization platform. The purpose of this work is to demonstrate how Operations Research can contribute to the improvement of real problems that may arise in school logistics.

Keywords: Optimization, Operations Research, AMPL, Allocation, School Routing.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	15
2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	17
2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	17
2.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	20
2.3 DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA.....	20
3 OBJETIVOS	21
3.1 OBJETIVO GENERAL	21
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
4 JUSTIFICACIÓN	22
5 MARCO DE REFERENCIA.....	24
5.1 MARCO TEÓRICO.....	24
5.1.1 Logística	24
5.1.2 Establecimiento de Rutas	25
5.1.3 Métodos de solución para el problema de ruteo de vehículos	27
5.2 REVISIÓN DE LA LITERATURA	28
6 PROPUESTA METODOLÓGICA.....	33
6.1 DESCRIPCIÓN DE LAS FASES.....	35
6.1.1 Fase I – Recolección de Datos.	35
6.1.2 Fase I – Localización Geográfica de los Estudiantes.	37
6.1.3 Fase I – Conversión de Coordenadas.	37
6.1.4 Fase I – Matriz de distancias entre la ubicación de los estudiantes.	37
6.1.5 Fase II – Modelo de Agrupación de Estudiantes.	37
6.1.6 Fase II – Posibles Paradas.....	39
6.1.7 Fase II – Conversión de Coordenadas.	39
6.1.8 Fase II – Matriz de distancias entre la ubicación de los estudiantes y las posibles paradas.	40
6.1.9 Fase II – Normalización de la matriz de distancias entre la ubicación de los estudiantes y las posibles paradas.	40

6.1.10	Fase II – Aplicación de Encuesta.	40
6.1.11	Fase II – Modelo de asignación de estudiantes a las paradas.	41
6.1.12	Fase III – Matriz de tiempo de recorrido entre la ubicación de las paradas. 43	
6.1.13	Fase III – Modelo de ruteo de estudiantes.	44
6.1.14	Fase III – Análisis de Escenarios.	48
7	ANÁLISIS DE RESULTADOS	49
7.1	Etapa I – Resultados del modelo de agrupación.	49
7.2	Etapa II – Resultados del modelo de asignación de estudiantes a paradas.	52
7.3	Etapa III – Resultados del modelo de ruteo escolar.	55
7.4	Etapa IV – Resultados del Análisis de Escenarios.	59
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	69
	BIBLIOGRAFIA	71

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Peatones fallecidos en el Valle del Cauca.....	18
Tabla 2. Peatones lesionados en el Valle del Cauca.	18
Tabla 3. Propuesta Metodológica.....	33
Tabla 4. Horarios de Clases.....	35
Tabla 5. Cantidad de Estudiantes Para Transportar.	36
Tabla 6. Rendimiento del Modelo de Agrupación.....	49
Tabla 7. Resultados Jornada Mañana (8 grupos).	50
Tabla 8. Resultados Jornada Mañana (10 grupos).	50
Tabla 9. Resultados Jornada Tarde (8 grupos).	51
Tabla 10. Resultados Jornada Tarde (10 grupos).	51
Tabla 11. Resultados Jornada Noche (8 grupos).	51
Tabla 12. Resultados Jornada Noche (10 grupos).	52
Tabla 13. Rendimiento del Modelo de Asignación.	52
Tabla 14. Asignación de Estudiantes Jornada Mañana.	53
Tabla 15. Asignación de Estudiantes Jornada Tarde.	54
Tabla 16. Asignación de Estudiantes Jornada Noche.	54
Tabla 17. Rendimiento del Modelo de Ruteo Escolar.	55
Tabla 18. Asignación de Ruta Jornada Mañana Bus 1.	56
Tabla 19. Asignación de Ruta Jornada Mañana Bus 2.	56
Tabla 20. Asignación de Ruta Jornada Tarde Bus 1.	57
Tabla 21. Asignación de Ruta Jornada Tarde Bus 2.	57
Tabla 22. Asignación de Ruta Jornada Noche Bus 1.	58
Tabla 23. Asignación de Ruta Jornada Noche Bus 2.	59
Tabla 24. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Mañana Bus 1.	60
Tabla 25. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Mañana Bus 2.	60
Tabla 26. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Tarde Bus 1.	61
Tabla 27. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Tarde Bus 2.	61

Tabla 28. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Noche Bus 1.	62
Tabla 29. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Noche Bus 2.	63
Tabla 30. Escenario 2 - Asignación de Ruta Jornada Mañana.....	65
Tabla 31. Escenario 2 - Asignación de Ruta Jornada Tarde.	66
Tabla 32 . Escenario 2 - Asignación de Ruta Jornada Noche.	67

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1. Fallecidos en el Valle del Cauca.	17
Figura 2. Hurto a personas en el Valle del Cauca.	19
Figura 3. Ramas de la Logística.....	24
Figura 4. Grafo del TSP.....	26
Figura 5. Grafo del VRP.	26
Figura 6. Ruteo Jornada Mañana Bus 1.....	56
Figura 7. Ruteo Jornada Mañana Bus 2.....	57
Figura 8. Ruteo Jornada Tarde Bus 1.	58
Figura 9. Ruteo Jornada Tarde Bus 2.	58
Figura 10. Ruteo Jornada Noche Bus 1.	59
Figura 11. Ruteo Jornada Noche Bus 2.	59
Figura 12. Escenario 1 - Ruteo Jornada Mañana Bus 1.....	60
Figura 13. Escenario 1 - Ruteo Jornada Mañana Bus 2.....	61
Figura 14. Escenario 1 - Ruteo Jornada Tarde Bus 1.	62
Figura 15. Escenario 1 - Ruteo Jornada Tarde Bus 2.	62
Figura 16. Escenario 1 - Ruteo Jornada Noche Bus 1.	63
Figura 17. Escenario 1 - Ruteo Jornada Noche Bus 2.	63
Figura 18. Comparación del Modelo Propuesto con el Escenario 1.....	64
Figura 19. Escenario 2 - Ruteo Jornada Mañana.....	65
Figura 20. Escenario 2 - Ruteo Jornada Tarde.	66
Figura 21. Escenario 2 - Ruteo Jornada Noche.	67
Figura 22. Comparación del Modelo Propuesto con el Escenario 2.....	68

INTRODUCCIÓN

El brindar seguridad al momento de estudiar es clave para la correcta finalización de los estudios. Muchos estudiantes sienten inseguridad en la vía que conduce a sus instituciones, no solamente por los hurtos que constantemente se presentan, sino también por los continuos accidentes de tránsito que son generados por exceso de velocidad. Todo esto, sin importar el contexto o la ubicación, puede llegar a influir en la decisión de los estudiantes sobre abandonar su proceso académico (Lagos, 2020).

La Institución de Educación Superior (IES) objeto de estudio cuenta con una sede secundaria y su ubicación es privilegiada, ya que esta se encuentra justo pasando la vía Panamericana, al suroriente y a la salida del municipio de Zarzal, Valle del Cauca. La vía mencionada cuenta con muy buena señalización y está en óptimas condiciones para todos los conductores.

La mayoría de los estudiantes que residen en el casco urbano del municipio en mención, y otros municipios que se encuentran alrededor, como Roldanillo, Bolívar, La Unión, La Victoria, entre otros, deben recorrer una distancia importante para tomar el retorno y emprender su camino a casa. Debido a esto, algunos estudiantes deciden poner en riesgo su vida buscando ahorrarse más del kilómetro que deben recorrer en horarios que muchas veces dificultan más la situación, pasando al otro carril de la vía por medio de un puente improvisado hecho con tablas.

Teniendo en cuenta el contexto de la imprudencia vial, los accidentes de tránsito son una de las principales causas de muerte en todos los grupos etarios, y la primera entre personas de 15 a 29 años, edades en las que se encuentra generalmente un estudiante. Los peatones, los ciclistas y los conductores o pasajeros de vehículos motorizados de 2 y 3 ruedas se conocen colectivamente como “usuarios vulnerables de la vía pública” y representan la mitad del total de las muertes por accidente de tránsito en todo el mundo. Se sabe también que la proporción de muertes de usuarios vulnerables de la vía pública por accidente de tránsito es mayor en los países de ingresos bajos que en los de ingresos altos (Secretaría de movilidad, 2020).

A medida que aumenta la velocidad media también aumenta la probabilidad de accidente y la gravedad de sus consecuencias. El aumento en 1 km/h de la velocidad media del vehículo se traduce en un aumento del 3% de incidencia en los accidentes que producen traumatismos, y del 4% al 5% en la incidencia de accidentes mortales. Esto significa que a nivel nacional debe existir un límite de velocidad máximo en zonas urbanas no superior a 50 km por hora, y que se debe permitir a las autoridades locales reducir ese límite cuando sea necesario a fin de garantizar la aplicación de límites de velocidad que sean seguros, (Secretaría de movilidad, 2020).

Por esta razón, este trabajo describe una metodología que tiene el fin de realizar el ruteo de los buses escolares para una Entidad de Educación Superior del Norte del Valle, desde una perspectiva que contribuya a minimizar el tiempo de espera de los estudiantes en el ingreso de la primera hora de clase, considerando la percepción de riesgo que tiene cada parada donde deben de esperar los estudiantes.

Para lograr esto, se realizaron diferentes fases para el cumplimiento del objetivo del presente trabajo. En la primera fase, se hizo la recolección de los datos iniciales como elementos de entrada en los modelos matemáticos, luego se realizó la localización geográfica aleatoria de los estudiantes. Posteriormente, a través de una calculadora geodésica, se convirtieron las coordenadas geodésicas de la localización a cartesianas y, por último, se construyó la matriz de distancia entre la ubicación de los estudiantes.

En la segunda fase, se realizó el modelo matemático de agrupación de estudiantes para hallar las posibles paradas y se realizó el modelo de asignación de estudiantes a las paradas.

En la tercera fase, se realizó la matriz de tiempo de recorrido entre la ubicación de las paradas, con el fin de realizar el modelo de ruteo de los buses escolares teniendo en cuenta la percepción del riesgo.

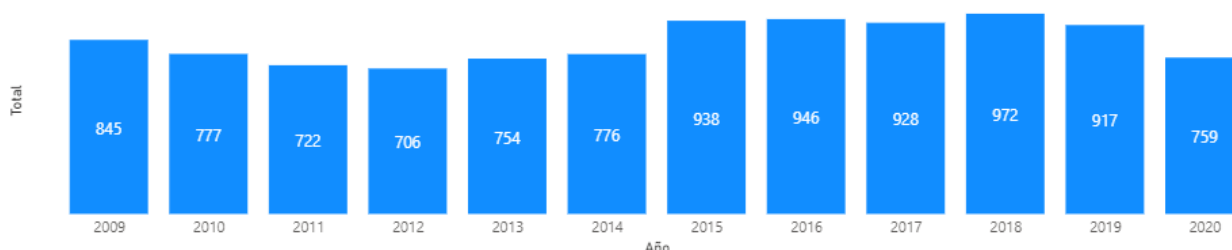
2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Un estudio realizado por parte del Anuario Nacional de Siniestralidad Vial (2019), expone que en 2019 hubo en el país 175.605 siniestros viales, de los cuales el 44% trajeron consecuencias más allá de los daños materiales, pues dejaron 743.977 lesionados y 40.564 lesionados de gravedad, es decir, personas que tuvieron que ser hospitalizadas por más de un día, principalmente en Bogotá, Antioquia y Valle del Cauca.

Particularmente el Valle del Cauca es considerada la región que presenta más muertes por accidentes viales en el país. El Ministerio de Transporte sostuvo que durante fin de año 2020 se registraron 446 accidentes de tránsito en el país que dejaron 559 heridos y 61 personas sin vida, y alertó sobre la situación que presenta el Valle del Cauca debido al número de siniestros viales. Según los datos de siniestralidad presentados por el Observatorio Nacional de Seguridad Vial, el Ministerio de Transporte concluyó que el departamento del Valle presenta la mayor cantidad de fallecidos con una participación del 13% del total nacional, seguido de Antioquia (12,1%) y Cundinamarca (7,2%). Los adultos jóvenes continúan siendo el grupo etario con mayor representación como víctimas fatales de siniestros viales (37,5%), seguido por los adultos (32,7%). A continuación, se presenta la evolución de fallecidos relacionados con siniestros viales en el Valle del Cauca. A continuación, en la Figura 1, se presenta el comportamiento de fallecidos en el Valle del Cauca, debido a siniestros viales.

Figura 1. Fallecidos en el Valle del Cauca.



Fuente: Observatorio Nacional de Seguridad Vial, 2021

Todo esto ayuda a ver la situación de la vía Zarzal-La paila, por la que diariamente pasan innumerables personas incluyendo los estudiantes de la Institución Superior ubicada en ese trayecto, la cual es frecuentemente testigo de accidentes de tránsito por varios

factores. Por esta vía pasa la carretera Panamericana, y por ende es usada por incontables conductores, lo que la vuelve una de las razones por las que algunos estudiantes de la Institución en mención se han visto afectados por accidentes de tránsito en los que han arriesgado su vida. (Secretaría de Movilidad y Transporte del Valle del Cauca, 2021). Respaldo esto, se presentan las estadísticas de los peatones lesionados y fallecidos en el Valle del Cauca (Tablas 2 y 3).

Tabla 1. Peatones fallecidos en el Valle del Cauca.

NombreMes	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
01.Enero	14	23	15	17	14	12	17	17	28	29	18	22
02.Febrero	16	13	17	15	20	24	13	22	24	20	20	15
03.Marzo	21	19	15	24	24	11	21	17	21	19	31	10
04.Abril	16	25	14	20	22	16	20	16	13	29	21	6
05.Mayo	20	31	14	14	18	14	25	33	31	21	19	7
06.Junio	31	19	15	21	19	29	26	24	23	18	30	11
07.Julio	12	12	24	20	15	20	19	25	21	34	22	18
08.Agosto	22	23	21	22	26	16	27	26	26	23	12	16
09.Septiembre	19	24	15	19	21	18	24	15	14	26	16	18
10.Octubre	17	9	18	17	21	24	26	23	31	27	21	20
11.Noviembre	19	17	13	16	25	18	21	22	20	20	17	21
12.Diciembre	25	20	25	20	14	23	37	24	23	26	28	27

Fuente: Observatorio Nacional de Seguridad Vial, 2021.

Tabla 2. Peatones lesionados en el Valle del Cauca.

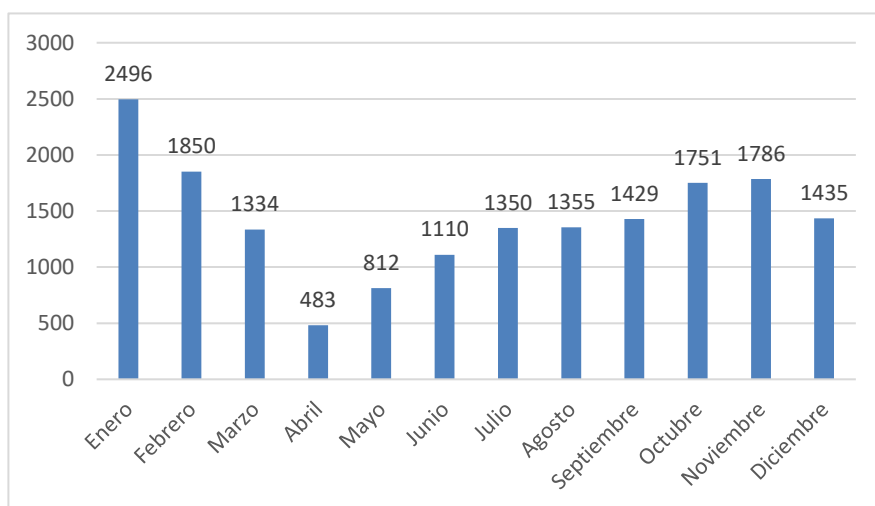
NombreMes	2016	2017	2018	2019	2020
01.Enero	458	453	333	426	312
02.Febrero	513	389	416	374	335
03.Marzo	485	445	473	409	145
04.Abril	472	405	417	330	47
05.Mayo	530	433	422	419	65
06.Junio	447	404	377	405	103
07.Julio	477	476	411	403	131
08.Agosto	467	456	399	419	138
09.Septiembre	484	402	416	395	158
10.Octubre	464	378	401	360	146
11.Noviembre	436	325	326	314	105
12.Diciembre	361	300	352	324	45

Fuente: Observatorio Nacional de Seguridad Vial, 2021.

A pesar de ser una sede de la Institución nueva, ya cuenta con varios casos de accidentes en la vía. Según cifras de la secretaría de tránsito del municipio de Zarzal, desde que se dio inicio al uso de la IES ubicada en la vía panamericana en el 2019, aumentaron los accidentes de tránsito, ya sean graves o accidentes sin lesiones físicas, es decir, donde solo quedan afectados los vehículos.

Otro factor para tener presente, siendo este un aspecto colateral, es la inseguridad. Según el artículo del Equipo Seguridad y Política Criminal (2020), el hurto a personas ha venido aumentado en Colombia durante los últimos diez años. En todas sus modalidades (atraco, cosquilleo, raponazo, entre otros), el hurto es uno de los comportamientos delictivos que más preocupa a la ciudadanía y aumenta la percepción de inseguridad. El hurto a personas pasó de 26.226 casos registrados de enero a mayo en 2010, a 120.637 casos registrados en el mismo periodo de 2019. Esto quiere decir que, en menos de 10 años y para este mismo periodo, aumentó de 57,6 hurtos por cada 100.000 habitantes en 2010 a 244,2 hurtos por cada 100.000 habitantes en 2019. Se pasó de 120.637 casos en 2019 a 83.435 casos en 2020, una reducción del 30,8%. Adicionalmente, para el periodo de cuarentena de 2020, el hurto a personas bajó a 17.785 casos, lo que implica una reducción de 37.257 casos frente al mismo periodo del 2019 (o, dicho de otro modo, una reducción del 67,7%) (Equipo Seguridad y Política Criminal, 2020). Para contextualizar la problemática, a continuación, en la Figura 2. se presentan la cantidad de hurtos a peatones (personas) en el Valle del Cauca.

Figura 2. Hurtos a personas en el Valle del Cauca.



Fuente: Policía Nacional, 2021.

Teniendo en cuenta la información previamente mencionada, se propone una metodología para la correcta asignación y enrutamiento de puntos estratégicos para la recolección de estudiantes teniendo en cuenta horarios y percepción del riesgo, que permita tener una relación entre la seguridad y el tiempo recorrido, ya que, al reducir el tiempo del recorrido, incluido el de espera, se puede reducir el tiempo de exposición a accidentes o hurtos.

2.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Con base en lo anterior, surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo se debería definir una correcta asignación y enrutamiento de buses escolares que contribuya a minimizar el tiempo total de espera de los estudiantes para iniciar la primera clase, desde un enfoque social para una Institución de Educación Superior ubicada en el norte del Valle del Cauca?

2.3 DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA

El presente proyecto abarca la asignación y ruteo de estudiantes de la Institución caso de estudio, en el municipio de Zarzal, Valle del Cauca.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Proponer un modelo de asignación y ruteo de estudiantes que contribuya a minimizar el tiempo total de espera para iniciar la primera clase de los estudiantes, desde un enfoque social para una Institución de Educación Superior ubicada en el norte del Valle del Cauca.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diagnosticar el sistema actual de transporte de estudiantes pertenecientes a la institución de educación superior objeto de estudio.
- Formular un modelo de asignación y ruteo de estudiantes, que considere los factores sociales, temporales y de capacidad más relevantes en el transporte de estudiantes universitarios de la institución de educación superior objeto de estudio.
- Realizar un análisis de escenarios del modelo a partir de la variación de parámetros de interés y su impacto en la función de desempeño.

4 JUSTIFICACIÓN

Este proyecto se definió como una propuesta para abarcar la problemática de recogida estudiantil y los diferentes riesgos a los que se ve expuesto, como lo es la accidentalidad por la vía nacional que conecta el municipio con la Institución de Educación Superior, los altos índices de delincuencia en el área y el no llegar a tiempo a las clases, ya que también es considerado como un riesgo, debido a que su cumplimiento depende del tiempo disponible especificado por el usuario, en este caso relacionado con los periodos de inicio de las clases, debido a que estas son las que establecen la hora de llegada, por tanto, todas las rutas y la estimación de los tiempos de salida se desarrollan a partir de este parámetro dado por el Instituto de Educación Superior. El propósito es aplicar los conocimientos y herramientas concebidos durante la academia para generar alternativas viables al problema. Por lo que a través de la mejor aplicación de herramientas y conocimientos se puede lograr una solución efectiva para ejecutar este proyecto. Actualmente no existe un sistema definido para que los estudiantes sean recogidos hacia el sitio de estudio de forma adecuada, teniendo en cuenta que “Motociclistas y peatones ponen casi el 80% de los muertos en la vía” (El tiempo, 2021) esto conlleva a una gran pérdida no solo de tiempo, sino también los aspectos colaterales por la ubicación, que implica seguridad física y vial del estudiantado.

El desarrollo de esta investigación beneficiará directamente a la IES objeto de estudio porque proporcionará un proceso socialmente enfocado que actualmente no se encuentra definido para las rutas y distribución de recogida estudiantil. Esto respaldado por lo mencionado por Ili Bräysy, Dullaert & Nakari, (2009) cuanto más tiempo permanezcan en la carretera o esperando, más tiempo estarán expuestos a posibles incidentes y siniestros. El sector público brinda diversa información relacionada con el traslado de personas o materiales, esto en beneficio de la comunidad donde la mayoría de estos problemas pueden modelarse como variantes de los problemas de enrutamiento. Los problemas de enrutamiento son uno de los problemas de optimización más estudiados en la literatura de investigación de operaciones.

Ante los probables y ya frecuentes accidentes de tránsito, y a lo que se suma la inseguridad que se ve en la vía pública que conduce a la Institución de Educación Superior objeto de estudio, es de vital importancia e interés investigar una posible alternativa que pueda llevar a los estudiantes a las aulas de forma segura, con tiempos óptimos sin interrupción alguna y, con ello, evitar accidentes y hurtos en los que las víctimas sean los integrantes de la Institución de Educación Superior, o que estén involucrados en estos problemas.

Desde la IES, es imprescindible brindar un medio de transporte que abarque estos aspectos sociales a todos los jóvenes que deben trasladarse hasta su lugar de estudio

con el deseo de superarse; con el propósito de evitar más accidentes de tránsito; intentar reducir los hurtos a mano armada, y con esto, evitar el temor de ir a estudiar, y que estos factores puedan desembocar en un aumento de la deserción escolar. La investigación busca recopilar toda la información necesaria para verificar si es posible implementar una alternativa para el transporte en pro de la seguridad física y vial de estudiantes y conductores que requieren transitar por una vía hacia el Centro del Valle del Cauca, libre de intervenciones que les pueda generar accidentes de tránsito y, posiblemente, la muerte.

5 MARCO DE REFERENCIA

5.1 MARCO TEÓRICO

5.1.1 Logística

La logística se entiende como un proceso de adquisición, movimiento y almacenamiento de materiales, con el fin de satisfacer los requerimientos de los clientes, (Ballou, 2004).

La logística se puede dividir en tres ramas, que debe de tener en cuenta toda empresa con el fin de satisfacer necesidades y objetivos de los clientes, como lo muestra la figura 3.

Figura 3. Ramas de la Logística.



Fuente. Adaptado de (Ballou, 2004).

5.1.1.1 Estrategia de Transporte

Es una serie de decisiones que se pueden categorizar de la siguiente manera:

- ✓ Selección del modo de transporte.
- ✓ Establecimiento de rutas.
- ✓ Tamaño de envío.

Cada decisión que tome una empresa en la estrategia de transporte que vaya a realizar, afecta directamente la cadena de suministro, ya que este representa de uno a dos tercios de los costos totales de logística (Ballou, 2004).

Mejorar la eficiencia del transporte es una de las mayores prioridades de las empresas, donde buscan maximizar la utilización del equipo de carga, minimizar los tiempos de transportes y los costos logísticos de distribución.

5.1.1.2 Transporte de Personas

El transporte de personas también hace parte de una red logística que tiene como objetivo trasladar personal desde un lugar de origen hacia un lugar destino. El transporte de personas debe de considerar aspectos básicos como tiempos de viajes y confort.

Dentro del transporte de personas se tiene las siguientes categorías:

- ✓ Transporte Urbano: Son viajes cortos, frecuentes y recurrentes.
- ✓ Transporte Interurbano: Son viajes largos, menos frecuentes y recurrentes.
- ✓ Transporte Público: Es aquel donde los viajeros comparten un mismo tipo de transporte, en el cual se destacan medios como autobuses, trenes, ferrocarriles, etc.
- ✓ Transporte Escolar: Lleva a cabo viajes de estudiantes desde su lugar de residencia hasta la institución donde estudian.

5.1.2 Establecimiento de Rutas

El objetivo es diseñar rutas a través de una red para un vehículo, que atienda a una serie de clientes minimizando costos y maximizando los niveles de servicios (Rocha, Gonzáles, & Orejuela, 2011).

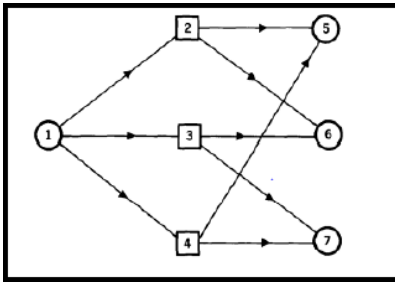
Dentro del establecimiento de rutas se encuentran los siguientes problemas que se han estudiado en la optimización de modelos matemáticos:

5.1.2.1 Problema del Agente Viajero (TSP)

Este problema consiste en un agente viajero que tiene que visitar cierto número de lugares, una sola vez a cada cliente, terminando en la ciudad inicial, haciendo que el recorrido minimice el total de los costos.

Este problema se puede modelar mediante un grafo completo, donde los vértices son las ciudades y los arcos son los caminos, como lo muestra la Figura 4.

Figura 4. Grafo del TSP.



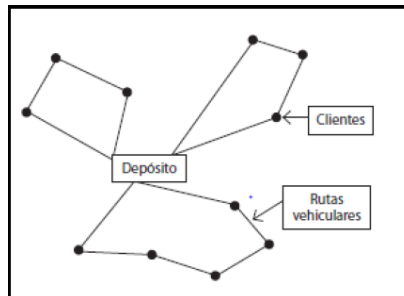
Fuente: Adaptado de (Martello & Toth, 1990).

5.1.2.2 Problema de Ruteo de Vehículos

El problema de ruteo de vehículos o VRP por sus siglas en inglés, consiste en un conjunto de clientes que se encuentran ubicados geográficamente, un depósito central y una flota de vehículos, y se debe de diseñar rutas, de tal forma que todos los vehículos salgan del depósito central, visiten una sola vez a cada cliente y regresen nuevamente al depósito, minimizando los costos totales del recorrido, (Rocha, Gonzáles, & Orjuela, 2011).

A continuación, en la figura 5 se presenta el grafo del problema de ruteo de vehículos:

Figura 5. Grafo del VRP.



Fuente: Adaptado de (Benavente & Bustos, 2005).

5.1.2.3 Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo

El problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo consiste en diseñar un conjunto de posibles rutas para una flota de vehículos de igual capacidad, que salen y llegan a un depósito central, de tal modo que se visiten todos los destinos, con el mínimo costo, y satisfaciendo restricciones de horarios de llegada y capacidad (Pullen & Web, 1967).

5.1.3 Métodos de solución para el problema de ruteo de vehículos

5.1.3.1 Métodos Exactos

Los métodos exactos de solución son aquellos que alcanzan a obtener una solución óptima de un problema, estos métodos solo pueden ser aplicados a problemas pequeños, donde se encuentran soluciones óptimas en tiempos computacionales pequeños (Toth & Vigo, 2002).

Entre estos métodos se encuentran:

- ✓ Método de ramificación y acotación.
- ✓ Método de ramificación y corte.
- ✓ Descomposición de Benders.

5.1.3.2 Métodos Heurísticos

Son procedimientos para resolver problemas de optimización mediante una aproximación intuitiva, en la que la estructura del problema se utiliza de forma inteligente para obtener una buena solución. Las soluciones obtenidas pueden ser mejoradas si se utilizan métodos de solución más sofisticados, pero se incurren en tiempos de ejecución más altos (Beasley, 1983).

Entre estos métodos se pueden destacar:

- ✓ Heurística de inserción.
- ✓ Heurística R.
- ✓ Heurística de dos fases.

5.1.3.3 Métodos Metaheurísticos

Estos métodos son algoritmos estocásticos iterativos, que progresan hacia un óptimo global, y las soluciones que arrojan suelen ser de mejor calidad que las heurísticas, pero con un tiempo de ejecución computacional mayor (Olivera, 2004).

Entre estos métodos se destacan:

- ✓ Algoritmos de búsqueda Tabú.
- ✓ Algoritmos Genéticos.
- ✓ Recocido Simulado.
- ✓ Búsqueda Dispersa.

5.2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

Para entender el contexto y reconocer cuales son las metodologías idóneas para el abordaje de la problemática, en este capítulo se expondrán los diferentes estudios que versan sobre el presente proyecto de investigación.

En primera instancia, Arias (2010) en su propuesta de aplicación de un modelo de optimización en la planeación de rutas de los buses escolares del Colegio Liceo De Cervantes Norte. Cuyo objetivo fue definir la planeación de las rutas de los buses del Liceo de Cervantes, porque ese proceso se realizaba con base en la experiencia e intuición. Por esta razón, la idea de este trabajo fue desarrollar un modelo de optimización que permitiría resolver el problema de ruteo y entregar una solución factible que recorra la menor distancia posible. Esta solución serviría como una herramienta de toma de decisiones que, junto con el conocimiento empírico, permitiría diseñar una ruta más eficiente que siga cumpliendo con los requerimientos de los estudiantes y del colegio. Para encontrar las rutas propuestas se desarrolló una estrategia de solución de dos etapas. La primera etapa agrupa, con base en las direcciones, las paradas más cercanas en 11 subgrupos, uno para cada bus. La segunda etapa toma cada subgrupo de nodos y determina la ruta propuesta resolviendo el problema como un TSP simétrico. Si bien la reducción de la distancia total del recorrido en la ruta propuesta es sólo del 15,2%, se debe tener en cuenta que la ruta inicial fue determinada con base en la experiencia y el conocimiento de personas que trabajan diariamente en el transporte escolar. Esto evidencia que la utilización de herramientas científicas puede mejorar aún más procesos basados en la intuición y en experiencia empírica.

De forma análoga, Montes, Mora & Ramírez (2017) propusieron la aplicación de Metaheurísticas para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRP-TW). En este trabajo, se presentan 7 técnicas basadas en cuatro metaheurísticas y dos métodos exactos, las cuales son: Colonia de Hormigas (AC), Búsqueda Armónica (HS), Algoritmo Genético (GA), Búsqueda local iterada (ILS), Algoritmo primal dual (PDA) y Método dual simplex (DSM) para resolver el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRP-TW). Con el fin de analizar, comparar y caracterizar el comportamiento de las técnicas desarrolladas, estas se emplearon para resolver 12 instancias del VRP-TW. En AC-GA, se utiliza el optimizador denominado Gurobi ejecutando el método dual simplex para resolver dos relajaciones lineales del problema original. Los resultados muestran que los algoritmos híbridos desarrollados poseen un comportamiento más robusto respecto a las técnicas reportadas en la literatura y a su vez, son capaces de generar mejores soluciones con un número menor de llamadas a la función objetivo en instancias grandes, utilizando menos recursos computacionales.

Al siguiente año, Jaradat & Shatnawi (2017) realizaron la investigación “Resolución de problemas de enrutamiento de autobuses escolares mediante el algoritmo inteligente de gotas de agua”, que consistió en resolver el problema en busca de tener un gran impacto en los sistemas de transporte, mejorando la calidad del servicio prestado y reduciendo los costos operativos. SBRP intenta encontrar un plan de autobuses escolares eficiente donde cada autobús lleve a los estudiantes de diferentes paradas y los transporte a sus escuelas mientras cumplen restricciones de número, incluida la capacidad máxima del bus y el tiempo ventana de una escuela. Este estudio utilizó gotas de agua inteligentes (IWD) enfoque de optimización para resolver (SBRP). IWD es una técnica de optimización metaheurística basada en enjambres que simula gotas de agua naturales. La aplicación del algoritmo IWD produce resultados satisfactorios dentro de un período de tiempo razonable. Todo esto con el objetivo de localizar la mejor ruta que minimice la distancia recorrida por los autobuses y el costo total. En otras palabras, maximizar la utilización del autobús mientras se reducen los tiempos de transporte, dado que, se debe mantener la puntualidad en la entrega de los estudiantes a la escuela. Como conclusión, se expresa que el algoritmo en cuestión pertenece a la clase de naturaleza de Algoritmos inspirados, estos imitan la inteligencia de enjambres en la naturaleza para resolver problemas. En el Problema de enrutamiento de autobuses escolares (SBRP), es importante proporcionar una solución que minimice el costo total de transporte.

Oesterle, Chehade, Amodeo, Yalaoui. & Prins (2018) realizaron el artículo “Opta Scholar: un software eficiente para el problema de enrutamiento y programación de autobuses”. En ese documento se considera el problema de la ruta de los autobuses escolares, el cual consiste en un conjunto de estudiantes dispersos en una región que deben ser llevados hacia y desde sus escuelas todos los días hábiles. El documento describe la aplicación de un software de optimización eficiente, Opta Scholar, para resolver el problema de enrutamiento y programación de autobuses escolares. La aplicación de este software mostró importantes mejoras en términos de la cantidad de autobuses utilizados y los costos de viaje.

Los dos subproblemas soportados por el software son la generación de rutas de autobús y los problemas de programación de rutas. Se formuló un objetivo para la creación del software que es apoyar a los tomadores de decisiones, tanto del sector público como del privado, para diseñar un conjunto de rutas de costo mínimo que satisfagan todas las pautas de transporte existentes, que pueden variar de una región a otra.

El software mencionado permite a los responsables de la toma de decisiones considerar la mañana, la tarde o ambas al diseñar los planes de enrutamiento, para un solo día o para toda la semana. Cuando la apertura de las escuelas es la misma para todos los días de la semana, la solución es idéntica para toda la semana. También es posible implementar el software en próximas investigaciones ya que, hablando de tiempos de

viaje, podría ser interesante mejorar el software permitiendo transferencias de alumnos entre dos rutas de autobús. Las transferencias permitirían una mayor flexibilidad en la estructura de la red de autobuses y se podría reducir el tiempo de viaje.

Al siguiente año, Parvasi, Tavakkoli, Taleizadeh & Soveizy (2019) en su investigación titulada “Un modelo matemático multiobjetivo de dos niveles para la ubicación de las paradas en un problema de ruta de autobús escolar” desarrollaron un modelo de dos niveles para la ubicación de una parada de autobús y un problema de ruta de autobús basado en juegos de líder-seguidor. La estrategia propuesta en este modelo se basa en una estrategia de ubicación, asignación y enrutamiento (LAR). El primer nivel (es decir, líder) se refiere al problema de ubicación y enrutamiento y el segundo nivel (es decir, seguidor) se refiere al problema de asignación, en el que el primer nivel es un problema de optimización biobjetivo. Para resolver el modelo se utilizan dos enfoques que se basan en la enumeración explícita y los métodos híbridos, respectivamente. Este tema hace que los servicios privados se conviertan en competidores del transporte público. Por ejemplo, muchas de las unidades industriales o agencias gubernamentales asignan la tarea de transportar personal a las empresas de transporte. El mal funcionamiento del sistema de transporte diseñado de estas empresas dará lugar a un aumento de la demanda subcontratada. Además, la falta de voluntad de las personas para utilizar el transporte público provocará muchos problemas como problemas de tráfico urbano, aumento de la contaminación y daños ambientales.

La realización de la investigación consistió en diseñar una red de transporte adecuada para minimizar los costos de enrutamiento y maximizar el beneficio de la compañía de transporte. En el primer nivel de este modelo el líder selecciona algunas ubicaciones de un conjunto de posibles ubicaciones (el primer objetivo). Después de determinar la ruta óptima con el fin de reducir el tiempo que los estudiantes pasan en el autobús, el líder busca determinar la dirección óptima de los autobuses (el segundo objetivo). En el segundo nivel, el seguidor se esfuerza por minimizar el costo total de la asignación del estudiante. Los resultados obtenidos indicaron que el algoritmo híbrido propuesto fue muy eficiente para problemas de pequeño tamaño con los mismos resultados obtenidos por el algoritmo exacto con menor tiempo computacional. Como conclusión, se anexa que, para resolver la propuesta del problema, se utilizó un método de enumeración explícito exacto. Sin embargo, dado que los problemas de enrutamiento y especialmente la combinación de ellos con problemas de varios niveles eran NP-hard, la solución exacta solo pudo resolver problemas de pequeño tamaño en un tiempo razonable. Por lo tanto, fue desarrollado para resolver un problema de gran tamaño un algoritmo híbrido basado en algoritmos genéticos y búsqueda tabú.

Después, Bedoya & Fofero (2020) en su investigación “propuesta de ruteo de vehículos aplicado a una empresa de rutas escolares en Bogotá D.C” se presenta una propuesta

para la planeación de la operación de ruteo de vehículos escolares, para la empresa Trans 2000Uno Ltda., esto, mediante el uso de técnicas de investigación de operaciones y programación en el cual se busca la disminución del tiempo total de recorrido de las rutas, además de hacer el proceso de planeación de la operación más eficiente. El proyecto de investigación se plantea en 3 fases; la primera fase consiste en un análisis del sistema de planeación de rutas actual, haciendo énfasis en cómo se llevan a cabo los procesos de planeación de operación de las rutas escolares para cada ciclo académico y analizando métricas que permitan hacer comparaciones con la propuesta que se plantea en esta investigación. En la segunda fase, se obtienen los datos de distancias y tiempos que serán utilizados dentro de ésta. Además, en esta fase también se hace el proceso de agrupamiento (Clustering) de las direcciones, a través de dos propuestas: a) análisis de direcciones por medio de UPZ (Unidades de Planeación Zonal) y posteriormente definición de delimitaciones de la ciudad de acuerdo con vías de alto tráfico; b) Método de clusterización, utilizando técnicas de análisis de datos teniendo en consideración el tiempo mínimo de recorrido entre nodos, a partir de la matriz generada en la primera parte de la fase 2. Por último, en esta fase se ejecutan métodos de ruteo teniendo dos propuestas para el desarrollo de estos: a) Ruteo mediante método heurístico (algoritmo de ahorros); b) Ruteo utilizando el método exacto TSP (problema del agente viajero). Finalmente, en la tercera fase se genera un aplicativo con los métodos considerados más acordes a la empresa en tanto a inversión y facilidad de uso, obteniendo una propuesta que satisfaga las necesidades de la empresa en la planeación de su operación de ruteo.

En el 2020, también Calvete, Galé, Iranzo, Camacho & Casas (2020) implementaron la investigación “Un modelo matemático de búsqueda local de asignación parcial para resolver el problema de la ruta del autobús escolar con la selección de la parada de autobús”, el cual aborda el problema de la ruta del autobús escolar con la selección de la parada de autobús, que maneja los problemas de determinar el conjunto de paradas de autobús a visitar, asignar a cada estudiante a una de estas paradas de autobús y calcular las rutas que visitan las paradas de autobús seleccionadas. De modo que el costo total de la ruta se minimice y la distancia a pie de los estudiantes esté limitada por un valor dado. Se desarrolla una matemática rápida y eficiente basada en un enfoque innovador que primero asigna parcialmente a los estudiantes a un conjunto de paradas activas a las que pueden llegar y calcula un conjunto de rutas que minimiza el costo de la ruta. Se realiza un proceso de refinamiento para completar la asignación y adecuar las rutas hasta obtener una solución factible. Este problema trata simultáneamente de seleccionar las paradas de autobús entre un conjunto de ubicaciones potenciales, asignar a los estudiantes a las paradas de autobús y diseñar las rutas de autobús, minimizando la distancia total recorrida por todos los autobuses y teniendo en cuenta que existe un límite

superior en la distancia que los estudiantes pueden caminar para llegar a su parada de autobús asignada.

En primera instancia realizaron la asignación de los estudiantes y la construcción de la ruta, considerando que en los subproblemas integrados se realiza la selección de la parada y la generación de la ruta. En segundo lugar, el procedimiento incluye la solución de cuatro problemas de Programación Lineal Entera Mixta (MILP) especialmente diseñados para seleccionar las paradas de autobús, junto con una selección aleatoria más general, que contribuye a diversificar las soluciones consideradas. Obteniendo resultados en 20 de las 112 instancias, la metodología proporciona un valor de función objetivo que es mejor que el mejor valor en la literatura, y en 76 instancias proporciona el mismo valor. Como consecuencia, se puede concluir que el método desarrollado funciona muy bien en términos del valor de la función objetivo.

Finalmente, Orejuela (2020) en su tesis doctoral “Enfoque de sostenibilidad en el diseño de rutas tiempo-dependientes para el transporte escolar urbano desde el cargue mixto” donde se formuló un modelo matemático, en el que además del costo, se propusieron las medidas de desempeños sociales y ambientales. La dimensión social se concentró en la reducción del riesgo asociado a la asignación de niños a paradas, el riesgo en la ruta, y en minimizar el tiempo comprendido entre la hora de salida del hogar y la hora de inicio de clases en el colegio, este tiempo incluye, el tiempo de viaje y el tiempo que espera el niño en la escuela antes de que inicie la jornada. Lo ambiental se concretó en la reducción de las emisiones de CO₂. EL modelo formulado incluye los tiempos dependientes en el problema de ruteo de buses escolares comparando estrategias de cargue simple y mixto. Como estrategia de solución al problema multiobjetivo se emplea el método épsilon restricciones para las instancias pequeñas y para instancias más grandes se emplea un algoritmo multi objetivo, basado en búsqueda local iterativa con perturbaciones inteligentes, que son derivadas de resolver modelos matemáticos que buscan preservar la diversidad y los extremos en cada nueva perturbación. Como principal conclusión se encuentra que, la carga mixta presenta mejores resultados en sostenibilidad en comparación con la carga simple, en los escenarios en los que existe una diferencia de contraste en los tiempos dependientes entre escuelas y los tiempos dependientes entre paradas. Los escenarios concretos en que se presenta esta situación son: cuando los tiempos dependientes entre las escuelas son bajos y los tiempos entre paradas son medios y altos; y cuando los tiempos dependientes entre escuelas son altos y los tiempos entre las paradas son bajos o medios. La contribución principal de la presente investigación es la consideración del problema de ruteo de buses escolares desde el enfoque de sostenibilidad. Por otro lado, se plantea como otra contribución la consideración del riesgo como una dimensión social. En el problema también se introducen los tiempos dependientes como una mejor aproximación al SBRP en entornos

urbanos; y finalmente se plantea una Búsqueda Local Iterativa, ILS, Inteligente con múltiples vecindades y perturbaciones derivadas de un proceso de optimización.

Todas estas investigaciones previamente mencionadas permiten tener un conocimiento claro de las metodologías, teorías y delimitaciones de problemáticas similares que permiten adquirir una visión más amplia de lo que sucede y de las formas en las que se puede dar solución desde la ingeniería industrial y modelación matemática.

6 PROPUESTA METODOLÓGICA

El proceso para dar solución a la asignación y ruteo de estudiantes para la institución de educación superior se va a realizar en las siguientes fases, como lo muestra la tabla .

Tabla 3. Propuesta Metodológica.

FASE	PROCESO	ENTRADA	SALIDA
I	Realizar la recolección de datos del caso de estudio.	Información Bienestar Universitario.	(-) Horarios de ingreso a clase de los estudiantes. (-) Total de estudiantes a transportar.
I	Localización geográfica de una instancia aleatoria de los estudiantes.	Coordenadas límites del municipio de Zarzal Valle del Cauca.	Coordenadas geodésicas de la ubicación de los estudiantes.
I	Conversión de las coordenadas geodésicas de ubicación de los estudiantes, a coordenadas UTM.	Coordenadas geodésicas	Coordenadas UTM
I	Construcción de matriz de distancias entre la localización de los estudiantes	Coordenadas geodésicas	Matriz de distancias
II	Realizar modelo de agrupación para encontrar las posibles paradas.	Matriz de distancias	Agrupación de Estudiantes

II	Encontrar las posibles paradas de los estudiantes mediante el método de centro de gravedad.	Coordenadas UTM de la agrupación de estudiantes.	Coordenadas UTM de las paradas.
II	Conversión de las coordenadas UTM de las posibles paradas a coordenadas geodésicas.	Coordenadas UTM de las posibles paradas.	Coordenadas geodésicas de las posibles paradas.
II	Realizar matriz de distancias entre la ubicación de los estudiantes y las paradas.	(-) Coordenadas geodésicas de la ubicación de los estudiantes. (-) Coordenadas geodésicas de las posibles paradas.	Matriz de distancia entre ubicación de estudiantes y las paradas.
II	Normalizar la matriz de distancias entre la ubicación de los estudiantes y las paradas.	Distancia en metros entre la ubicación de estudiantes y las paradas.	Matriz de distancia normalizada entre 0 y 1.
II	Aplicación de encuesta a los estudiantes, para hallar la percepción del riesgo en la parada asignada.	Encuesta de percepción del riesgo	Índice de percepción del riesgo de la parada.
II	Realizar modelo de asignación de estudiantes a las paradas.	(-) Matriz de distancia normalizada. (-) Índice de percepción de riesgo de las paradas.	Asignación de estudiantes a paradas.
III	Realizar Matriz de tiempo de recorrido entre la ubicación de las paradas.	Coordenada cartesiana de la ubicación de las paradas.	Matriz de tiempo de recorrido entre las paradas.

III	Realizar modelo de ruteo escolar.	(-) Matriz de tiempo de recorrido entre los estudiantes. (-) Horario de ingreso de los estudiantes a las clases.	Ruta de recogida de los estudiantes.
IV	Realizar el análisis de escenarios del modelo de asignación de paradas y ruteo escolar.	(-) Modelo de asignación de paradas. (-) Modelo de ruteo escolar.	Resultados del análisis de escenarios.
IV	Presentar conclusiones del trabajo.	Resultados.	Conclusiones.

Fuente: Elaboración Propia.

6.1 DESCRIPCIÓN DE LAS FASES.

6.1.1 Fase I – Recolección de Datos.

Con el fin de recolectar los datos de los estudiantes de la entidad caso de estudio, se realizó una entrevista con el área de Bienestar Universitario y así obtener la cantidad de estudiantes los cuales se debe de transportar, los horarios de entrada a las clases y las carreras que están cursando. A continuación, en la tabla 4 y 5, se presenta los datos obtenidos.

Tabla 4. Horarios de Clases.

CARRERAS	HORARIOS MAÑANA	HORARIOS TARDE	HORARIOS NOCHE
Admón. de Empresas	7 am a 12 md	2 pm a 5 pm	6 pm a 9 pm
Contaduría Publica	7 am a 12 md	2 pm a 5 pm	
Ingeniería Industrial	7 am a 12 md	2 pm a 5 pm	
Tecno. Alimentos	7 am a 12 md	2 pm a 5 pm	
Tecno. En Gestión de organizaciones Turísticas	7 am a 12 md	2 pm a 5 pm	

Tecno. Electrónica industrial			6 pm a 9 pm
Licencia. Matemática	8 am a 12 md	3 pm a 5 pm	
Tecno. En sistemas	8 am a 12 md	3 pm a 5 pm	6 pm a 9 pm
Trabajo Social	8 am a 12 md	3 pm a 5 pm	
Tecnología agroambiental	8 am a 12 md	3 pm a 5 pm	

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 5. Cantidad de Estudiantes Para Transportar.

CARRERAS	CANTIDAD DE ESTUDIANTES MAÑANA	CANTIDAD DE ESTUDIANTES TARDE	CANTIDAD DE ESTUDIANTES NOCHE
Admón. de Empresas	10	8	5
Contaduría Publica	7	9	
Ingeniería Industrial	4	5	
Tecno. Alimentos	2	2	
Tecno. En Gestión de organizaciones Turísticas	0	0	
Tecno. Electrónica industrial			11
Licencia. Matemática	0	2	
Tecno. En sistemas		3	8
Trabajo Social	12	7	
Tecnología agroambiental	5	2	
TOTAL	40	38	24

Fuente: Elaboración Propia.

6.1.2 Fase I – Localización Geográfica de los Estudiantes.

Una vez hecha la caracterización de la cantidad de estudiantes a transportar y sus horarios de ingresos, se debe realizar la ubicación de cada uno de los estudiantes en el municipio de Zarzal y así encontrar su coordenada geodésica de Latitud y Longitud. Debido a que cada semestre la cantidad de estudiantes varía, se decide trabajar en una instancia aleatoria de ubicación, teniendo en cuenta las coordenadas límites del municipio de Zarzal. En el [Anexo 1](#). Coordenadas geodésicas de ubicación de estudiantes, se puede revisar las coordenadas aleatorias de ubicación de cada estudiante para la jornada de la mañana, tarde y noche.

6.1.3 Fase I – Conversión de Coordenadas.

Ya identificados las coordenadas de ubicación de cada uno de los estudiantes, se procede a realizar la conversión de las coordenadas geodésicas a las coordenadas UTM con la ayuda de una calculadora geodésica, ya que esta información se va a utilizar para hallar los centros de gravedad de la ubicación de los estudiantes y encontrar las posibles paradas en las jornadas de mañana, tarde y noche. En el [Anexo 2](#). Coordenadas UTM de ubicación de estudiantes, se encuentra la información de las coordenadas.

6.1.4 Fase I – Matriz de distancias entre la ubicación de los estudiantes.

Para la construcción de la matriz de distancias en metros, se utilizó las coordenadas geodésicas de la ubicación de los estudiantes, y con la ayuda de Google Maps®, se halló la distancia en metros entre los estudiantes y que se encuentra en el [Anexo 3](#). Distancia entre la ubicación de los estudiantes.

6.1.5 Fase II – Modelo de Agrupación de Estudiantes.

Con el fin de encontrar las posibles paradas a las cuales se van a asignar los estudiantes, se formuló un modelo matemático de agrupación, donde una vez el modelo arroje los clústeres de estudiantes, se utiliza el método de centro de gravedad para hallar las paradas.

El modelo de agrupación de estudiantes es el siguiente:

MODELO DE AGRUPACIÓN DE ESTUDIANTES

CONJUNTO:

E = Conjunto de ubicaciones de estudiantes indexado en i, j .

PARÁMETROS:

d_{ij} : Distancia desde la ubicación de los estudiantes i a la ubicación del estudiante j .

ag : Cantidad de agrupaciones a realizar.

VARIABLE DE DECISIÓN:

X_{ij} = 1: Si se agrupa el estudiante i con el estudiante j ; 0: De lo contrario.

FUNCIÓN OBJETIVO:

Minimizar la distancia total entre los estudiantes i y j .

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in E} \sum_{j \in E} (X_{ij} * d_{ij}) \quad (1)$$

RESTRICCIONES:

(2) Garantiza que no se repitan estudiante en los clústeres.

$$X_{ij} \leq X_{ii} \quad \forall i \in E; \forall j \in E \quad (2)$$

(3) Garantiza que los clústeres de los estudiantes sean igual a las agrupaciones a realizar.

$$\sum_{i \in E} \sum_{j \in E} X_{ij} = ag \quad \forall j \in E \quad (3)$$

(4) Garantiza que cada estudiante este agrupado en un solo clúster.

$$\sum_{i \in E} X_{ij} = 1 \quad \forall j \in E \quad (4)$$

(5) Restricciones Lógicas.

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in E; \forall j \in E$$

El modelo de agrupación de estudiantes se corrió para las tres jornadas con 10 y 8 grupos, con el fin de encontrar los clústeres de estudiantes y así poder hallar las posibles paradas de recogida de los estudiantes.

El modelo matemático se programó en AMPL, y se corrió en la plataforma de NEOS bajo el solver GUROBI y se corrió en un computador portátil ASUS X509J, con un procesador INTEL® Core i5 de 10th generación, un disco duro de 1 Terabyte, 12 Gigabytes de Memoria RAM, y un sistema operativo Windows 10 Enterprise, versión 21H1 de 64 Bits.

Los resultados de la agrupación de estudiantes se encuentran en el [Anexo 4](#). Resultados – Agrupación de Estudiantes.

6.1.6 Fase II – Posibles Paradas.

Una vez obtenido los resultados del modelo de agrupación, donde se definieron los clúster de la ubicación de estudiantes, se procede a hallar las posibles paradas utilizando el método de centro de gravedad, donde se suman todas las coordenadas en las abscisas (coordenada x) del clúster y se divide por el total de estudiantes en el grupo, y lo mismo se realiza con la coordenadas en las ordenadas (coordenada y), obteniendo para cada una de las jornadas de mañana, tarde y noche, un total de 18 posibles paradas con sus respectivas coordenadas UTM, los resultados se pueden observar en el [Anexo 5](#). Posibles Paradas.

6.1.7 Fase II – Conversión de Coordenadas.

Una vez obtenidas las coordenadas UTM de las posibles paradas, se procede a realizar la conversión a coordenadas geodésicas, ya que esta información se va a utilizar para hallar la distancia desde la ubicación de los estudiantes hasta las posibles paradas. En el [Anexo 6](#). Coordenadas geodésicas posibles paradas, se encuentra la información de las coordenadas.

6.1.8 Fase II – Matriz de distancias entre la ubicación de los estudiantes y las posibles paradas.

Para la construcción de la matriz de distancias en metros, se utilizó las coordenadas geodésicas de la ubicación de los estudiantes y las coordenadas geodésicas de las posibles paradas, y con la ayuda de Google Maps®, se halló la distancia en metros entre la ubicación de estudiantes y las posibles paradas, en el [Anexo 7](#). Distancia entre la ubicación de los estudiantes y las posibles paradas, se puede revisar la matriz de distancias.

6.1.9 Fase II – Normalización de la matriz de distancias entre la ubicación de los estudiantes y las posibles paradas.

Una vez se tiene construida la matriz de distancias en metros entre estas ubicaciones, se procede a normalizar las distancias, ya que, en el momento de modelar matemáticamente la asignación de estudiantes a las paradas, donde se pondera la percepción de riesgo de las paradas, estos dos parámetros deben estar en una misma unidad, y para esto, se utiliza la normalización.

Para la normalización de la distancia, se utilizó el método de Scaling, que consiste en normalizar los datos en valores de 0 y 1, para esto, se utilizó la siguiente fórmula, Actis & Balsa, (2017):

$$X' = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}$$

En el [Anexo 8](#). Distancia normalizada entre la ubicación de los estudiantes y las posibles paradas, se encuentra la matriz normalizada y los cálculos realizados.

6.1.10 Fase II – Aplicación de Encuesta.

Con el fin de medir la percepción de riesgo que se tiene en cada una de las paradas, se debe de aplicar una encuesta a los estudiantes, donde deben de calificar en una escala de 1 a 5, diferentes preguntas que ayudan a medir la percepción del riesgo en un lugar. Se propone un modelo de encuesta a aplicar en el [Anexo 9](#). Encuesta percepción de riesgo.

Debido a que cada semestre la cantidad de estudiantes varía, se decide trabajar en una instancia aleatoria de la percepción de riesgo de las paradas, en el [Anexo 10](#). Resultado

de las encuestas de percepción de riesgo de las posibles paradas, se puede revisar la percepción de riesgo de cada parada y su respectiva normalización.

6.1.11 Fase II – Modelo de asignación de estudiantes a las paradas.

Ya obtenidos los parámetros de distancias normalizadas entre la ubicación de los estudiantes y las posibles paradas, y la percepción de riesgo de las posibles paradas, se propone un modelo matemático que asigne los estudiantes a cada parada con una capacidad máxima por parada de 5 estudiantes, esto con el fin de evitar las aglomeraciones en las paradas, y minimizar la distancia entre ellos, el modelo propuesto es el siguiente:

MODELO DE ASIGNACIÓN DE ESTUDIANTES A PARADAS DE RUTA ESCOLAR

CONJUNTOS:

E = Conjunto de ubicaciones de estudiantes indexado en i .

P = Conjunto de paradas potenciales indexado en j .

PARÁMETROS:

d_{ij} : Distancia desde la ubicación de los estudiantes i a la parada j .

d_{amin} : Distancia mínima del arco.

d_{amax} : Distancia máxima del arco.

$dn_{ij} = \frac{d_{ij} - d_{amin}}{d_{amax} - d_{amin}}$: Distancia normalizada desde la ubicación de los estudiantes i a la parada j .

cap_j : Capacidad de la parada j .

rn_j : Percepción de riesgo normalizado en la parada j .

VARIABLE DE DECISIÓN:

$X_{ij} = 1$: Si se asigna el estudiante i a la parada j ; 0: De lo contrario.

FUNCIÓN OBJETIVO:

- (1) Minimizar la distancia total ponderada que realiza un estudiante i hasta llegar a la parada j .

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in E} \sum_{j \in P} (X_{ij} * dn_{ij}) * rn_j \quad (1)$$

RESTRICCIONES:

- (2) Garantiza que la cantidad de estudiantes i asignados a la parada j , no sobrepasen la capacidad de la parada j .

$$\sum_{i \in E} X_{ij} \leq cap_j \quad \forall j \in P \quad (2)$$

(3) Garantiza que un estudiante i sea asignado a una única parada j .

$$\sum_{j \in P} X_{ij} = 1 \quad \forall i \in E \quad (3)$$

(4) Restricciones Lógicas.

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in E; \forall j \in P \quad (4)$$

El modelo de asignación de paradas se corrió para las tres jornadas de mañana, tarde y noche, y se hallaron las paradas donde deben de esperar los estudiantes el bus, y el conjunto de estudiantes ubicados en dicha parada.

El modelo matemático se programó en AMPL, y se corrió en la plataforma de NEOS bajo el solver GUROBI y se corrió en un computador portátil ASUS X509J, con un procesador INTEL® Core i5 de 10th generación, un disco duro de 1 Terabyte, 12 Gigabytes de Memoria RAM, y un sistema operativo Windows 10 Enterprise, versión 21H1 de 64 Bits.

Los resultados del modelo de asignación de estudiantes a paradas se encuentran en el [Anexo 11](#). Resultados – Asignación de estudiantes a paradas.

6.1.12 Fase III – Matriz de tiempo de recorrido entre la ubicación de las paradas.

Para la construcción de la matriz de tiempo de recorrido entre la ubicación de las paradas en minutos, se utilizó la fórmula de la distancia euclidiana, que permite hallar la distancia entre dos puntos, de acuerdo con la siguiente ecuación (Magaña, Atoche, Molina, Blanco & Pérez, 2017):

$$d = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$$

Luego de hallar la distancia entre los puntos, se realiza la matriz de tiempo de recorrido entre las paradas, tomando un supuesto de velocidad de los buses de 60 Km/Hr, y luego, se divide la velocidad entre 60, para hallar el tiempo en minutos.

$$Tiempo_{ij} = \frac{d_{ij}}{60}$$

En el [Anexo 12](#). Tiempos entre las paradas, se puede revisar la matriz de tiempos, para cada una de las jornadas.

6.1.13 Fase III – Modelo de ruteo de estudiantes.

Una vez obtenidos los parámetros de tiempos de recorridos entre la ubicación de las paradas, se propone un modelo matemático que asigne las rutas de recorrido de los buses, donde deben de salir de un Nodo Origen que es la Institución de Educación Superior, recoger los estudiantes en las paradas asignadas, y llevarlos a la Institución, con el fin de minimizar el tiempo de espera de los estudiantes, para ingresar a su primera hora de clase.

De igual forma, debido a que cada semestre la cantidad de estudiantes varía, se decide trabajar en una instancia aleatoria de los horarios de ingreso de los estudiantes en las jornadas de mañana, tarde y noche, en el [Anexo 13](#). Horario de entrada de los estudiantes, se puede revisar los horarios aleatorios para el ingreso de los estudiantes en cada jornada.

MODELO DE RUTEO ESCOLAR

CONJUNTOS:

N = Conjunto de nodos indexado por los subíndices i, j .

V = Conjunto de vehículos que realiza las rutas indexado por el subíndice v .

PARÁMETROS:

t_{ij} : Tiempo de recorrido entre el nodo de ubicación de la parada i y el nodo de ubicación de la parada j .

ts_i : Tiempo servicio en el nodo i .

e_i : Tiempo de inicio de la clase del estudiante ubicado en la parada i .

M : Valor elevado para cota superior en algunas restricciones.

VARIABLES DE DECISIÓN:

$X_{ijv} = 1$: Si el vehículo v parte del nodo i hacia el nodo j ; 0: De lo contrario.

$Z_{iv} = 1$: Si el nodo i es atendido por el vehículo v ; 0: De lo contrario.

Y_{iv} = Comienzo del servicio en el nodo i por el vehículo v .

YU_v = Hora en que el vehículo v llega a la Universidad.

TI_v = Hora en el que el vehículo v sale a realizar el recorrido.

TA_i = Tiempo de adelanto que tiene el estudiante i frente a su hora de llegada requerida a la Universidad.

FUNCIÓN OBJETIVO:

(1) Minimizar el tiempo de espera de los estudiantes en la universidad para iniciar la primera clase.

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in N} TA_i \quad (1)$$

RESTRICCIONES:

La restricción (1) permite que un estudiante solo puede ser asignado a un vehículo.

$$\sum_{v \in V} Z_{iv} = 1 \quad \forall i \in N \mid i \neq i_0 \quad (1)$$

La restricción (2) garantiza que para todo nodo diferente del nodo origen, debe existir un arco que entre al nodo.

$$\sum_{i \in N \mid i \neq j} X_{ijv} = 1 \quad \forall j \in N \mid j \neq i_0; \forall v \in V \quad (2)$$

La restricción (3) permite que cada estudiante solo puede ser recogido una única vez.

$$\sum_{i \in N | i \neq j} \sum_{v \in V} X_{ijv} = 1 \quad \forall j \in N | j \neq i_0 \quad (3)$$

La restricción (4) garantiza que para el nodo origen, solo puede salir un arco hacia el nodo destino.

$$\sum_{j \in N | j \neq i_0} X_{i_0 j v} = 1 \quad \forall i \in N; \forall v \in V \quad (4)$$

La restricción (5) garantiza que para el nodo origen, solo puede entrar un arco hacia el nodo destino.

$$\sum_{i \in N | i \neq i_0} X_{i j_0 v} = 1 \quad \forall j \in N; \forall v \in V \quad (5)$$

La restricción (6) garantiza que el número de arcos que llegan a un nodo de ubicación del estudiante debe ser igual al número de arcos que salen.

$$\sum_{i \in N} X_{ihv} = \sum_{j \in N} X_{h j v} \quad \forall h \in N; \forall v \in V \quad (6)$$

La restricción (7) garantiza que un estudiante puede ir en un arco que visita a un vehículo si solo si es asignado al vehículo.

$$X_{ijv} \leq Z_{iv} \quad \forall i \in N | i \neq i_0; j \in N; \forall v \in V \quad (7)$$

Las restricciones (8) y (9) cuantifican el tiempo de adelanto de cada estudiante solo cuando el estudiante es asignado al vehículo.

$$TA_i \geq (e_i * z_{iv}) - YU_v - M * (1 - z_{iv}) \quad \forall i \in N | i \neq i_0; \forall v \in V \quad (8)$$

$$TA_i \leq (e_i * z_{iv}) - YU_v + M * (1 - z_{iv}) \quad \forall i \in N | i \neq i_0; \forall v \in V \quad (9)$$

La restricción (10) Garantiza la continuidad de la ruta y contribuye a la no formación de subtours.

$$X_{ijv} + X_{jiv} \leq 1 \quad \forall i \in N \mid i \neq j, i > 0, j > 0; j \in N; \forall v \in V \quad (10)$$

Las restricciones (11) y (12) calculan el tiempo de inicio de servicio del primer estudiante a recoger por cada vehículo, determinado como el tiempo de inicio de recorrido del vehículo más el tiempo de viaje desde el nodo de inicio hasta el nodo j donde se encuentra el primer estudiante a recoger.

$$Y_{jv} \geq TI_v + t_{i_0j} - M * (1 - X_{i_0jv}) \quad \forall i \in N; \forall v \in V \quad (11)$$

$$Y_{jv} \leq TI_v + t_{i_0j} + M * (1 - X_{i_0jv}) \quad \forall i \in N; \forall v \in V \quad (12)$$

Las restricciones (13) y (14) determinan que el tiempo de llegada de los vehículos a la Universidad es igual al tiempo de inicio del servicio del nodo anterior i más el tiempo de servicio del nodo i y el tiempo de viaje desde el nodo i hacia la Universidad.

$$YU_v \geq Y_{iv} + ts_i + t_{ij_0} - M * (1 - X_{ij_0v}) \quad \forall i \in N; \forall v \in V \quad (13)$$

$$YU_v \leq Y_{iv} + ts_i + t_{ij_0} + M * (1 - X_{ij_0v}) \quad \forall i \in N; \forall v \in V \quad (14)$$

Las restricciones (15) y (16) establecen que el tiempo de servicio en el nodo j se calcula como el tiempo de comienzo de servicio en el nodo anterior i, más el tiempo de servicio en el nodo i, más el tiempo de desplazarse del nodo i al nodo j. Si no existe arco de i a j, se tiene una cota superior para los tiempos de servicio.

$$Y_{jv} \geq Y_{iv} + ts_i + t_{ij} - M * (1 - X_{ijv}) \quad \forall i \in N \mid i \neq j; \forall j \in N \mid j \neq i_0; \forall v \in V \quad (15)$$

$$Y_{jv} \leq Y_{iv} + ts_i + t_{ij} + M * (1 - X_{ijv}) \quad \forall i \in N \mid i \neq j; \forall j \in N \mid j \neq i_0; \forall v \in V \quad (16)$$

La restricción (17) establece la condición de No negatividad y Lógica de las variables de decisión.

$$X_{ijv} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N; j \in N; \forall v \in V$$

$$Z_{iv} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N; \forall v \in V$$

$$Y_{iv} \geq 0 \quad \forall i \in N; \forall v \in V$$

$$YU_v \geq 0 \quad \forall v \in V$$

$$TI_v \geq 0 \quad \forall i \in N$$

$$TA_i \geq 0 \quad \forall i \in N$$

El modelo de ruteo se corrió para las tres jornadas de mañana, tarde y noche, y se hallaron las diferentes rutas que debe de realizar los buses, con los respectivos horarios de recogida, y minimizando el tiempo de espera de los estudiantes para ingresar a la primera hora de clase en la Universidad.

El modelo matemático se programó en AMPL, y se corrió en la plataforma de NEOS bajo el solver GUROBI y se corrió en un computador portátil ASUS X509J, con un procesador INTEL® Core i5 de 10th generación, un disco duro de 1 Terabyte, 12 Gigabytes de Memoria RAM, y un sistema operativo Windows 10 Enterprise, versión 21H1 de 64 Bits.

Los resultados del modelo de ruteo se encuentran en el [Anexo 14](#). Resultados – Ruteo de Estudiantes.

6.1.14 Fase III – Análisis de Escenarios.

Luego de haber obtenido las diferentes rutas que deben realizar los buses de transporte escolar en los diferentes horarios de mañana, tarde y noche, para la Institución caso de estudio, se procede a realizar el análisis de escenarios, con el fin de analizar el comportamiento de parámetros de interés del modelo, se realizaron los siguientes escenarios:

Escenario 1: En este primer escenario, se modificó el parámetro de hora de entrada de los estudiantes, pasando solo de horario de 7:00 am y 8:00 am para la jornada de la mañana, 2:00 pm y 3:00 pm para la jornada de la tarde, y 6:00 pm y 7:00 pm para la jornada de la noche, a los siguientes [horarios](#):

Mañana: 7:00 am, 8:00 am y 9:00 am.

Tarde: 2:00 pm, 3:00 pm y 4:00 pm.

Noche: 6:00 pm, 7:00 pm y 8:00 pm.

Escenario 2: Para el segundo escenario, se minimizó la cantidad de buses que deben de realizar el recorrido en las tres jornadas a un solo bus.

7 ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis de resultados del presente trabajo se va a presentar en cuatro etapas, en la primera etapa se muestra el resultado del modelo de agrupación para encontrar las posibles paradas, en la segunda etapa se muestra el resultado del modelo de asignación de estudiantes a las paradas, en la tercera etapa se muestra el resultado del modelo de ruteo de buses escolares, y, por último, se muestra el resultado del análisis de los dos escenarios propuestos.

7.1 Etapa I – Resultados del modelo de agrupación.

El modelo de agrupación de estudiantes se corrió en dos instancias diferentes, para un total de 8 y 10 grupos de estudiantes para las tres jornadas, esto con el fin de tener el mayor número posible de paradas, los tiempos computacionales y cantidad de variables para el modelo fueron los siguientes (Tabla 6):

Tabla 6. Rendimiento del Modelo de Agrupación.

Jornada	Cantidad de Grupos	Tiempo Computacional	Cantidad de Variables y Restricciones
Mañana	8	7 segundos	(-) 1600 variables binarias. (-) 1640 restricciones.
Mañana	10	17 segundos	(-) 1600 variables binarias. (-) 1640 restricciones.
Tarde	8	19 segundos	(-) 1444 variables binarias. (-) 1482 restricciones.
Tarde	10	18 segundos	(-) 1444 variables binarias. (-) 1482 restricciones.
Noche	8	16 segundos	(-) 576 variables binarias. (-) 600 restricciones.
Noche	10	8 segundos	(-) 576 variables binarias. (-) 600 restricciones.

Fuente: Elaboración Propia.

A continuación, se presenta el resultado de los grupos de estudiantes para cada jornada.

Para cada jornada se generaron dos resultados diferentes como lo muestra la tabla 7, 8, 9, 10, 11 y 12, con el fin de obtener 18 grupos en total, ya que estos resultados son los datos de entrada para el modelo de asignación de estudiantes a las paradas, donde se va a tener en cuenta tanto la distancia mínima como la mínima percepción del riesgo.

Los resultados de este modelo se pueden interpretar de la siguiente forma (Esto aplica para cada grupo).

En la tabla 7, en el grupo número 1, se asignaron los estudiantes 7, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 15, 20, 27, 37, 38 y 39, para un total de 13 estudiantes en ese primer grupo.

Tabla 7. Resultados Jornada Mañana (8 grupos).

NÚMERO DE GRUPOS	ESTUDIANTES													TOTAL ESTUDIANTES POR GRUPOS
1	7	2	3	4	6	9	13	15	20	27	37	38	39	13
2	11	1	30	40										4
3	12	8	10	14	16									5
4	17	18	19	21	22	23	25	26	35					9
5	29	5	24	28										4
6	32	31	34											3
7	33													1
8	36													1
TOTAL ESTUDIANTES														40

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 8. Resultados Jornada Mañana (10 grupos).

NÚMERO DE GRUPOS	ESTUDIANTES													TOTAL ESTUDIANTES POR GRUPOS
1	7	2	3	4	6	9	13	15	20	27	38	39		12
2	8	5	16	37										4
3	11	1	30	40										4
4	12	10	14											3
5	17	18	22	23	25	26	35							7
6	19	21												2
7	29	24	28											3
8	32	31	34											3
9	33													1
10	36													1
TOTAL ESTUDIANTES														40

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 9. Resultados Jornada Tarde (8 grupos).

NÚMERO DE GRUPOS	ESTUDIANTES											TOTAL ESTUDIANTES POR GRUPOS
1	3	2	4	8	13	25	27	30	32	38		10
2	14	12	15									3
3	16											1
4	18	23	24									3
5	19											1
6	20	1	5	6	11	17	22	26	28	33	36	11
7	34	7	9	29								4
8	35	10	21	31	37							5
TOTAL ESTUDIANTES												38

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 10. Resultados Jornada Tarde (10 grupos).

NÚMERO DE GRUPOS	ESTUDIANTES											TOTAL ESTUDIANTES POR GRUPOS
1	3	2	4	8	13	25	27	30	32	38		10
2	5											1
3	10	9	12									3
4	15	14										2
5	16											1
6	18	23	24									3
7	19											1
8	20	1	6	11	17	22	26	28	33	36		10
9	34	7	29									3
10	35	21	31	37								4
TOTAL ESTUDIANTES												38

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 11. Resultados Jornada Noche (8 grupos).

NÚMERO DE GRUPOS	ESTUDIANTES						TOTAL ESTUDIANTES POR GRUPOS
1	6	1	5	9	22	24	6
2	8	14	20				3
3	10	2					2
4	12	3					2
5	13	11	15	21			4
6	18	7					2
7	19	4	16	17			4
8	23						1
TOTAL ESTUDIANTES							24

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 12. Resultados Jornada Noche (10 grupos).

NÚMERO DE GRUPOS	ESTUDIANTES				TOTAL ESTUDIANTES POR GRUPOS
1	5	24			2
2	8	14	20		3
3	9				1
4	10	2			2
5	12	3			2
6	13	11	15	21	4
7	18	7			2
8	19	4	16	17	4
9	22	1	6		3
10	23				1
TOTAL ESTUDIANTES					24

Fuente: Elaboración Propia.

7.2 Etapa II – Resultados del modelo de asignación de estudiantes a paradas.

El modelo de asignación de estudiantes a las paradas se corrió para las tres jornadas, esto con el fin de obtener que estudiantes deben de dirigirse a que parada para esperar el bus escolar, los tiempos computacionales y cantidad de variables para el modelo fueron los siguientes (Tabla 13):

Tabla 13. Rendimiento del Modelo de Asignación.

Jornada	Tiempo Computacional	Cantidad de Variables y Restricciones
Mañana	2 segundos	(-) 720 variables binarias. (-) 58 restricciones.
Tarde	5 segundos	(-) 684 variables binarias. (-) 56 restricciones.
Noche	7 segundos	(-) 432 variables binarias. (-) 42 restricciones.

Fuente: Elaboración Propia.

Una vez se analizó los resultados obtenidos por el Neos Solver, se evidencia que la distancia total normalizada y ponderada con el nivel de percepción de riesgo de cada parada es de 0,1 para la jornada de la mañana, 0,2 para la jornada de la tarde y 0,1 para la jornada de la noche, asignando los siguientes estudiantes a cada parada.

En la jornada de la mañana, el resultado arrojado por el modelo para la distancia total ponderada del traslado de estudiantes a las paradas asignadas es de 0,1, ya que también se consideró la percepción del riesgo de cada parada, a continuación, en la tabla 14, se muestra la asignación de los estudiantes a cada parada.

Tabla 14. Asignación de Estudiantes Jornada Mañana.

PARADA	ESTUDIANTES				
2	17	22	24	26	28
4	14				
5	18	29	35	36	37
6	19	21			
10	3	7	15	27	
12	11	20	30	39	40
13	5	8	12	16	
14	4	10	23	25	33
16	31	32	33		
17	1				
18	2	6	9	13	38

Fuente: Elaboración Propia.

En la jornada de la tarde, el resultado arrojado por el modelo para la distancia total ponderada del traslado de estudiantes a las paradas asignadas es de 0,2, ya que también se consideró la percepción del riesgo de cada parada, a continuación, en la tabla 15, se muestra la asignación de los estudiantes a cada parada.

Tabla 15. Asignación de Estudiantes Jornada Tarde.

PARADA	ESTUDIANTES				
1	3	13			
2	4	5	7	8	17
3	10				
5	2	9	12	18	23
8	1	6	22	28	36
9	34				
11	30	38			
12	14	15			
13	16				
14	24	25	27	31	32
15	19				
16	11	20	26	33	
18	21	29	35	37	

Fuente: Elaboración Propia.

Y en la jornada de la noche, el resultado arrojado por el modelo para la distancia total ponderada del traslado de estudiantes a las paradas asignadas es de 0,1, ya que también se consideró la percepción del riesgo de cada parada, a continuación, en la tabla 16, se muestra la asignación de los estudiantes a cada parada.

Tabla 16. Asignación de Estudiantes Jornada Noche.

PARADA	ESTUDIANTES				
2	1	3	4	11	16
3	9				
5	5	7	14	15	22
8	19				
12	8	20			
13	2	10			
14	6	12	17	21	24
15	13				
16	18				
18	23				

Fuente: Elaboración Propia.

7.3 Etapa III – Resultados del modelo de ruteo escolar.

El modelo de ruteo escolar se corrió para las tres jornadas, esto con el fin de obtener las rutas que debe de realizar los buses desde que sale de la Institución caso de estudio, recoge los estudiantes ubicados en las diferentes paradas y vuelve a la institución, los tiempos computacionales y cantidad de variables para el modelo fueron los siguientes (Tabla 17):

Tabla 17. Rendimiento del Modelo de Ruteo Escolar.

Jornada	Tiempo Computacional	Cantidad de Variables y Restricciones
Mañana	2 segundos	(-) 350 variables binarias. (-) 1169 restricciones.
Tarde	7 segundos	(-) 464 variables binarias. (-) 1587 restricciones.
Noche	17 segundos	(-) 299 variables binarias. (-) 984 restricciones.

Fuente: Elaboración Propia.

Una vez se analizó los resultados obtenidos por el Neos Solver, se evidencia que el tiempo total que debe de esperar los estudiantes para ingresar a la primera clase de la mañana es de 0 minutos, para la jornada de la tarde es de 0 minutos y 0 minutos para la jornada de la noche,

En las tablas 18 y 19, se detallan las paradas que debe de visitar cada vehículo en la jornada de la mañana, para recoger los estudiantes, la hora de entrada, y el comienzo de servicio en cada nodo.

Tabla 18. Asignación de Ruta Jornada Mañana Bus 1.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA MAÑANA VEHÍCULO 1			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO (MIN)
2	480	8:00 a. m.	295,6
4	480	8:00 a. m.	353,3
5	480	8:00 a. m.	404,5
6	480	8:00 a. m.	366,2
10	480	8:00 a. m.	380,8
14	480	8:00 a. m.	433,1
16	480	8:00 a. m.	418,5
18	480	8:00 a. m.	342,8

Fuente: Elaboración Propia.

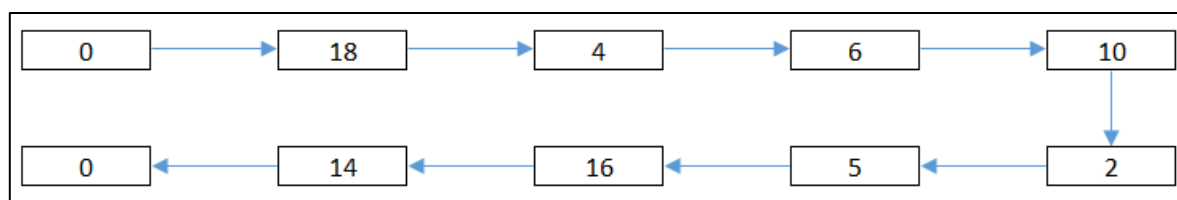
Tabla 19. Asignación de Ruta Jornada Mañana Bus 2.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA MAÑANA VEHÍCULO 2			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO (MIN)
12	420	7:00 a. m.	359,3
13	420	7:00 a. m.	348
17	420	7:00 a. m.	363,1

Fuente: Elaboración Propia.

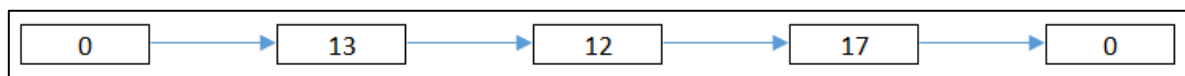
En las figuras 6 y 7, se observa el recorrido que debe de realizar cada vehículo desde que sale de la Institución de Educación Superior, visita cada parada, y regresa nuevamente a la Institución.

Figura 6. Ruteo Jornada Mañana Bus 1.



Fuente: Elaboración Propia.

Figura 7. Ruteo Jornada Mañana Bus 2.



Fuente: Elaboración Propia.

En las tablas 20 y 21, se detallan las paradas que debe de visitar cada vehículo en la jornada de la tarde, para recoger los estudiantes, la hora de entrada, y el comienzo de servicio en cada nodo.

Tabla 20. Asignación de Ruta Jornada Tarde Bus 1.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA TARDE VEHÍCULO 1			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO (MIN)
3	840	2:00 p. m.	740,3
5	840	2:00 p. m.	796,1
8	840	2:00 p. m.	721,3
13	840	2:00 p. m.	799,4
14	840	2:00 p. m.	761,2
18	840	2:00 p. m.	781,3

Fuente: Elaboración Propia.

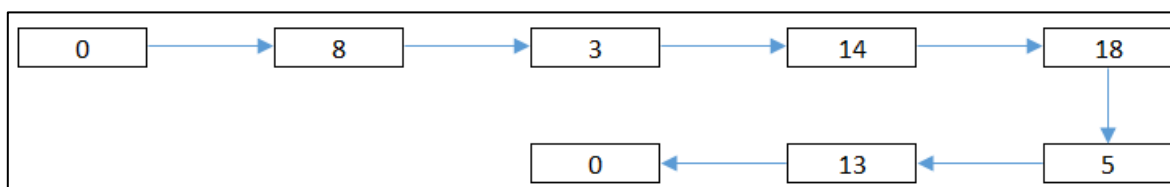
Tabla 21. Asignación de Ruta Jornada Tarde Bus 2.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA TARDE VEHÍCULO 2			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO (MIN)
1	900	3:00 p. m.	814,9
2	900	3:00 p. m.	823,7
9	900	3:00 p. m.	844,9
11	900	3:00 p. m.	811,7
12	900	3:00 p. m.	795,2
15	900	3:00 p. m.	786,9
16	900	3:00 p. m.	831,8

Fuente: Elaboración Propia.

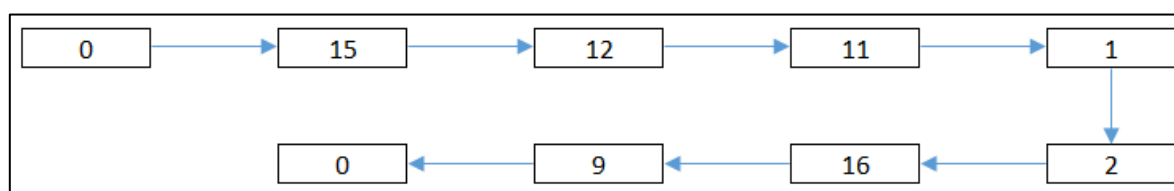
En las figuras 8 y 9, se observa el recorrido que debe de realizar cada vehículo desde que sale de la Institución de Educación Superior, visita cada parada, y regresa nuevamente a la Institución.

Figura 8. Ruteo Jornada Tarde Bus 1.



Fuente: Elaboración Propia.

Figura 9. Ruteo Jornada Tarde Bus 2.



Fuente: Elaboración Propia.

Y, por último, en las tablas 22 y 23, se detallan las paradas que debe de visitar cada vehículo en la jornada de la tarde, para recoger los estudiantes, la hora de entrada, y el comienzo de servicio en cada nodo.

Tabla 22. Asignación de Ruta Jornada Noche Bus 1.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA NOCHE VEHÍCULO 1			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO (MIN)
3	1080	6:00 p. m.	1178
5	1080	6:00 p. m.	1063,9
8	1080	6:00 p. m.	1111,2
12	1080	6:00 p. m.	1174,7
13	1080	6:00 p. m.	1077,3
14	1080	6:00 p. m.	1155,7
15	1080	6:00 p. m.	1145
18	1080	6:00 p. m.	1124,3

Fuente: Elaboración Propia.

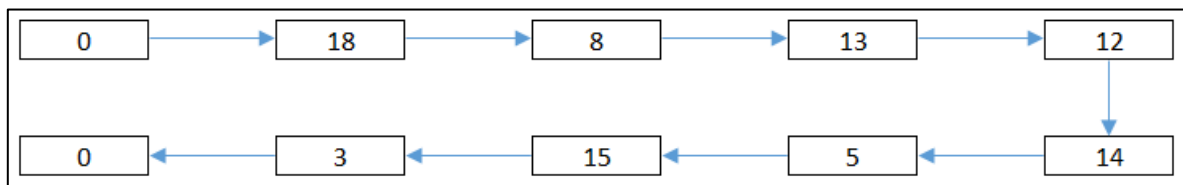
Tabla 23. Asignación de Ruta Jornada Noche Bus 2.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA NOCHE VEHÍCULO 2			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO (MIN)
2	1080	6:00 p. m.	1023,8
16	1080	6:00 p. m.	998,8

Fuente: Elaboración Propia.

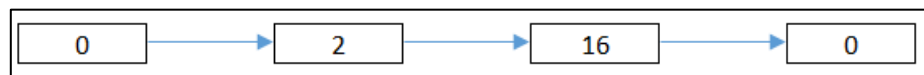
En las figuras 10 y 11, se observa el recorrido que debe de realizar cada vehículo desde que sale de la Institución de Educación Superior, visita cada parada, y regresa nuevamente a la Institución.

Figura 10. Ruteo Jornada Noche Bus 1.



Fuente: Elaboración Propia.

Figura 11. Ruteo Jornada Noche Bus 2.



Fuente: Elaboración Propia.

7.4 Etapa IV – Resultados del Análisis de Escenarios.

Escenario 1: En los resultados obtenidos para el escenario 1 en el Neos Solver, se evidencia que el tiempo total de espera de los estudiantes para ingresar a la primera hora de clase de la jornada de la mañana es de 120 minutos, para la jornada de la tarde 300 minutos, y para la jornada de la noche 0 minutos.

En las tablas de la 24 a la 29, se presenta para cada jornada, las paradas que debe de recorrer cada vehículo, el horario de entrada y el comienzo de servicio en cada nodo.

En las figuras de la 12 a la 17, se muestra el recorrido que debe realizar los vehículos en cada jornada, desde que salen de Institución, visitan cada parada, y regresan nuevamente a la Institución de Educación Superior.

Tabla 24. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Mañana Bus 1.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA MAÑANA VEHÍCULO 1			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
4	420	7:00 a. m.	324,2
6	420	7:00 a. m.	352,4
10	420	7:00 a. m.	337,8
13	420	7:00 a. m.	364,6
16	420	7:00 a. m.	303,1
18	420	7:00 a. m.	334,7

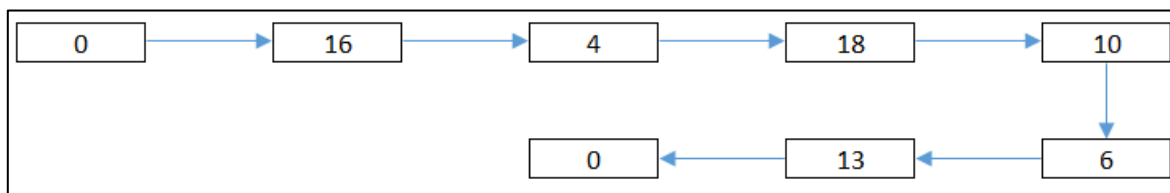
Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 25. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Mañana Bus 2.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA MAÑANA VEHÍCULO 2			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
2	540	9:00 a. m.	338,9
5	480	8:00 a. m.	353,8
12	540	9:00 a. m.	423,3
14	480	8:00 a. m.	400,9
17	480	8:00 a. m.	377,8

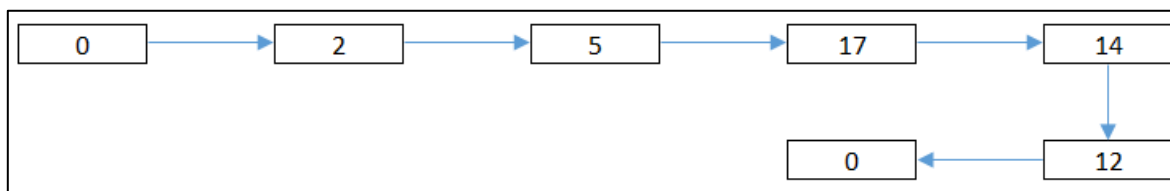
Fuente: Elaboración Propia.

Figura 12. Escenario 1 - Ruteo Jornada Mañana Bus 1.



Fuente: Elaboración Propia.

Figura 13. Escenario 1 - Ruteo Jornada Mañana Bus 2.



Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 26. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Tarde Bus 1.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA TARDE VEHÍCULO 1			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
5	960	4:00 p. m.	849,7
8	960	4:00 p. m.	903,1
9	960	4:00 p. m.	889,5
12	960	4:00 p. m.	730,9
14	960	4:00 p. m.	860
16	960	4:00 p. m.	828,8

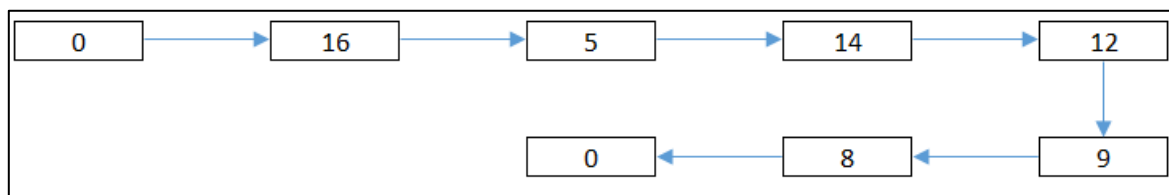
Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 27. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Tarde Bus 2.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA TARDE VEHÍCULO 2			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
1	840	2:00 p. m.	788,8
2	900	3:00 p. m.	722,2
3	900	3:00 p. m.	767
11	900	3:00 p. m.	730,9
13	900	3:00 p. m.	745,3
15	900	3:00 p. m.	776,8
18	840	2:00 p. m.	760,2

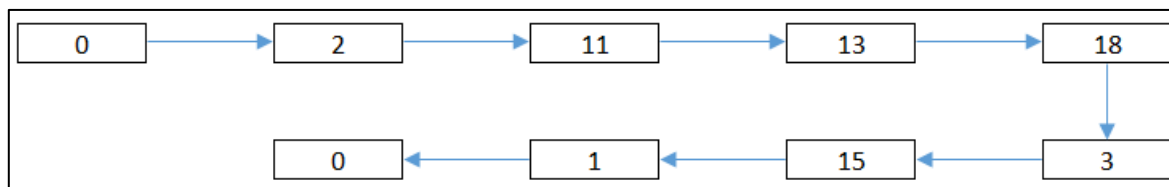
Fuente: Elaboración Propia.

Figura 14. Escenario 1 - Ruteo Jornada Tarde Bus 1.



Fuente: Elaboración Propia.

Figura 15. Escenario 1 - Ruteo Jornada Tarde Bus 2.



Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 28. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Noche Bus 1.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA NOCHE VEHÍCULO 1			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
2	1140	7:00 p. m.	1083,8
8	1140	7:00 p. m.	1024,9
13	1140	7:00 p. m.	1049,1
14	1140	7:00 p. m.	1035,7
18	1140	7:00 p. m.	1065,9

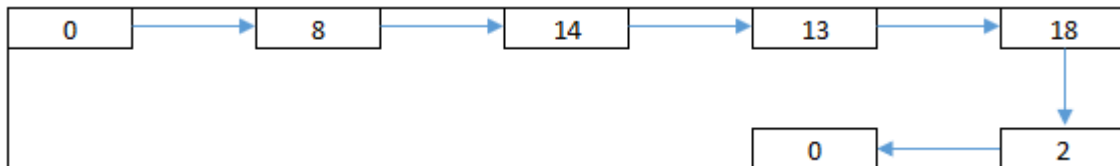
Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 29. Escenario 1 - Asignación de Ruta Jornada Noche Bus 2.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA NOCHE VEHÍCULO 2			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
3	1080	6:00 p. m.	1028,2
5	1080	6:00 p. m.	999,1
12	1080	6:00 p. m.	980
15	1080	6:00 p. m.	1009,8
16	1080	6:00 p. m.	955

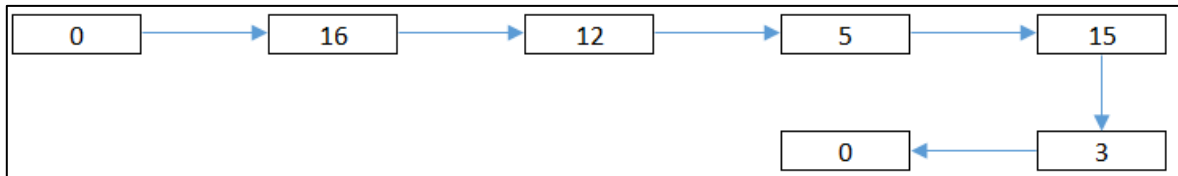
Fuente: Elaboración Propia.

Figura 16. Escenario 1 - Ruteo Jornada Noche Bus 1.



Fuente: Elaboración Propia.

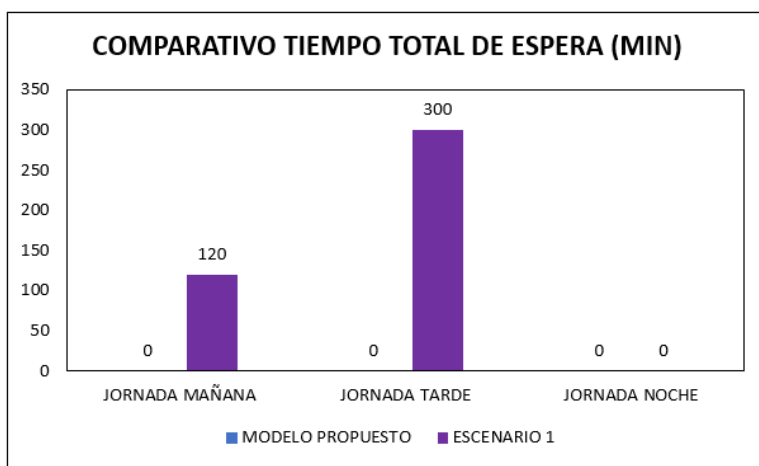
Figura 17. Escenario 1 - Ruteo Jornada Noche Bus 2.



Fuente: Elaboración Propia.

En comparación con el modelo de ruteo escolar propuesto, en el escenario 1 se obtuvieron los siguientes resultados: El tiempo total de espera de los estudiantes para ingresar a la primera hora en la jornada de la mañana, aumentó a 2 horas de espera, para la jornada de la tarde, aumentó a 5 horas de espera, y en la jornada de la noche se conservó igual el tiempo de espera de 0 horas, como lo muestra la figura 18.

Figura 18. Comparación del Modelo Propuesto con el Escenario 1.



Fuente: Elaboración Propia.

Escenario 2: En los resultados obtenidos para el escenario 2 en el Neos Solver, se evidencia que el tiempo total de espera de los estudiantes para ingresar a la primera hora de clase de la jornada de la mañana es de 420 minutos, para la jornada de la tarde 300 minutos, y para la jornada de la noche 0 minutos.

En las tablas 30, 31 y 32, se presenta para cada jornada, las paradas que debe de recorrer cada vehículo, el horario de entrada y el comienzo de servicio en cada nodo.

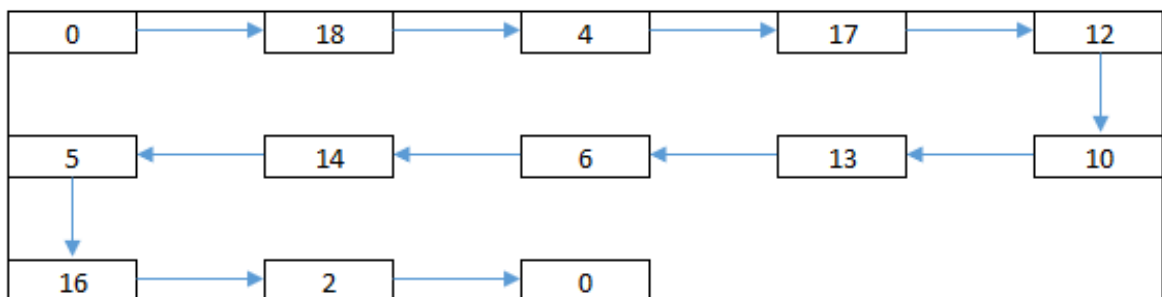
En las figuras 19, 20 y 21, se muestra el recorrido que debe realizar los vehículos en cada jornada, desde que salen de Institución, visitan cada parada, y regresan nuevamente a la Institución de Educación Superior.

Tabla 30. Escenario 2 - Asignación de Ruta Jornada Mañana.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA MAÑANA			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
2	480	8:00 a. m.	366,5
4	480	8:00 a. m.	275,3
5	480	8:00 a. m.	334,2
6	480	8:00 a. m.	323,1
10	480	8:00 a. m.	301
12	420	7:00 a. m.	290,8
13	420	7:00 a. m.	310,9
14	480	8:00 a. m.	330,1
16	480	8:00 a. m.	348,2
17	420	7:00 a. m.	287
18	480	8:00 a. m.	264,9

Fuente: Elaboración Propia.

Figura 19. Escenario 2 - Ruteo Jornada Mañana.



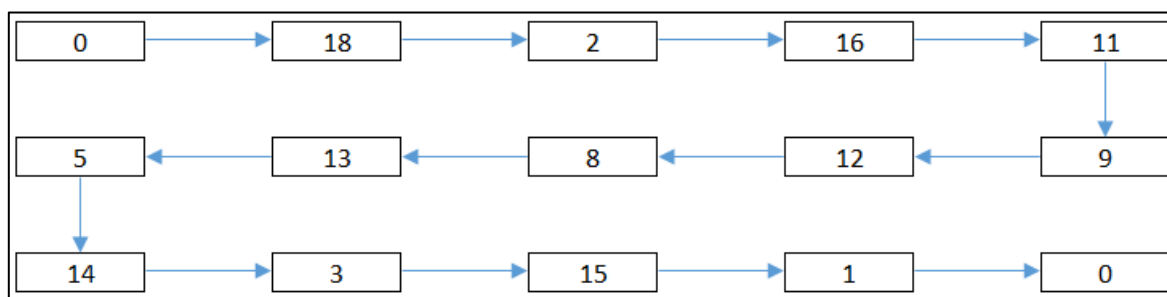
Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 31. Escenario 2 - Asignación de Ruta Jornada Tarde.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA TARDE			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
1	900	3:00 p. m.	788,8
2	900	3:00 p. m.	647,7
3	840	2:00 p. m.	767
5	840	2:00 p. m.	735,8
8	840	2:00 p. m.	711,3
9	900	3:00 p. m.	675,8
11	900	3:00 p. m.	665,5
12	900	3:00 p. m.	688,8
13	840	2:00 p. m.	732,5
14	840	2:00 p. m.	746,1
15	900	3:00 p. m.	776,8
16	900	3:00 p. m.	655,9
18	840	2:00 p. m.	637

Fuente: Elaboración Propia.

Figura 20. Escenario 2 - Ruteo Jornada Tarde.



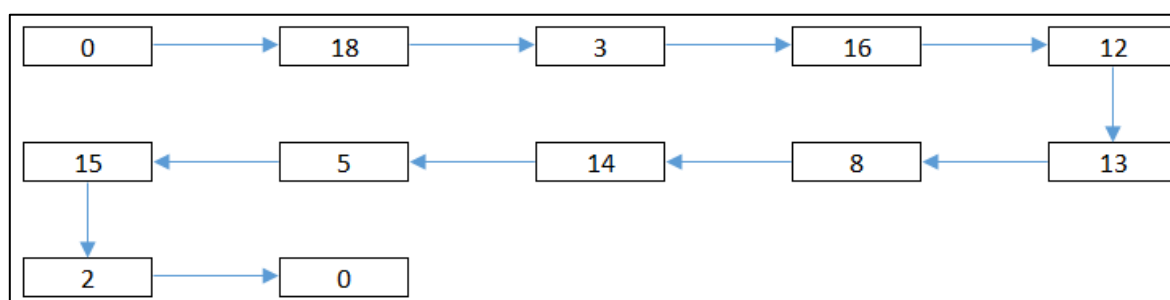
Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 32 . Escenario 2 - Asignación de Ruta Jornada Noche.

ESTUDIANTES JORNADA DE LA NOCHE			
PARADA	TIEMPO EN MINUTOS	HORA DE ENTRADA	COMIENZO DEL SERVICIO
2	1080	6:00 p. m.	1023,8
3	1080	6:00 p. m.	919,5
5	1080	6:00 p. m.	1000,4
8	1080	6:00 p. m.	986,2
12	1080	6:00 p. m.	968,2
13	1080	6:00 p. m.	977,6
14	1080	6:00 p. m.	997
15	1080	6:00 p. m.	1011,1
16	1080	6:00 p. m.	943,1
18	1080	6:00 p. m.	909,4

Fuente: Elaboración Propia.

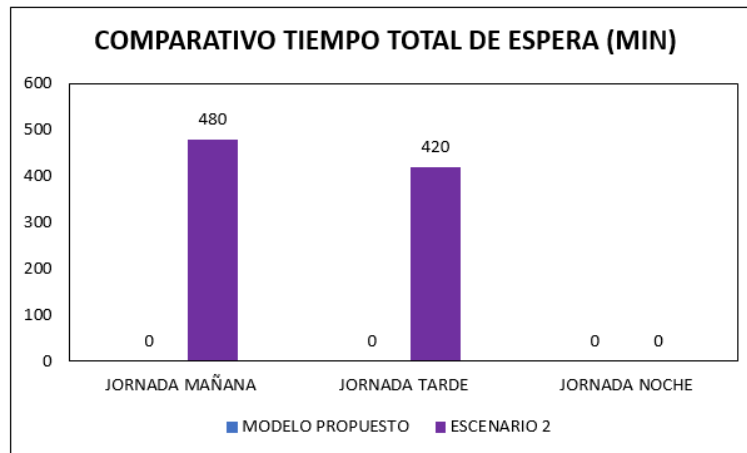
Figura 21. Escenario 2 - Ruteo Jornada Noche.



Fuente: Elaboración Propia

En comparación con el modelo de ruteo escolar propuesto, en el escenario 2 se obtuvieron los siguientes resultados: El tiempo total de espera de los estudiantes para ingresar a la primera hora en la jornada de la mañana, aumentó a 8 horas de espera, para la jornada de la tarde, aumentó a 4 horas de espera, y en la jornada de la noche se conservó igual el tiempo de espera de 0 horas, como lo muestra la figura 22.

Figura 22. Comparación del Modelo Propuesto con el Escenario 2.



Fuente: Elaboración Propia

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo de grado, se abordó la problemática del ruteo escolar para una Institución de Educación Superior, teniendo en cuenta un componente social, al considerar la percepción de riesgo de las paradas donde deben de esperar los estudiantes para ser recogidos por el bus escolar a una determinada hora y que los lleva hasta la Institución, durante las jornadas de la mañana, tarde y noche.

Para dar solución a esta problemática, en primer lugar, se realizó el diagnóstico del sistema, donde se obtuvieron los datos del caso de estudio en los que estaba los horarios de ingreso a clase y el total de estudiantes a transportar, con el fin de diseñar la metodología de cómo se iba abordar el problema.

En segundo lugar, se trabajó con una instancia aleatoria de la ubicación de los estudiantes, encontrando las coordenadas UTM que se encuentran dentro de los límites del lugar de ubicación de la Entidad caso de estudio, una vez obtenido estas coordenadas y con la ayuda de una calculadora geodésica se convirtieron a coordenadas geodésicas, y a través de Google Maps® se hallaron las distancias entre cada ubicación de estudiantes.

Una vez se halló la matriz de distancia de la ubicación de los estudiantes, se realizó un modelo de agrupación, con el fin de encontrar las posibles paradas donde iban a estar más cerca los estudiantes, y utilizando el método de centro de gravedad, se hallaron las coordenadas geodésicas de las posibles paradas, para luego con ayuda de Google Maps® se construyó la matriz de distancia entre la ubicación de los estudiantes y las posibles paradas.

En cuarto lugar, se realizó el modelo de asignación de estudiantes a las paradas donde debían esperar el bus escolar, teniendo en cuenta el riesgo de cada posible parada, para eso, se trabajó con una instancia aleatoria de la percepción de riesgo y así, asignar estudiantes a las paradas, teniendo en cuenta la ponderación normalizada de las distancias y percepción de riesgo.

Una vez obtenida las paradas, se realizó el modelo de ruteo escolar, donde para cada jornada se corrió y se halló las diferentes rutas que deben de realizar los buses escolares, con el fin de recoger cada uno de los estudiantes en las paradas asignadas y llevarlos a la Institución de Educación Superior caso de estudio, minimizando el tiempo que deben de esperar para ingresar a la primera hora de clase programada.

Por último, se realizó el análisis de escenarios, con el fin de analizar el comportamiento de parámetros fundamentales para la asignación de rutas a los buses escolares, en el primer escenario de modificó los horarios de ingreso de los estudiantes a las tres

jornadas, extendiendo la hora de entrada a una hora más, y en el escenario dos, se modificó el número de buses a un solo bus que debería de realizar la ruta en cada jornada.

Se recomienda en investigaciones futuras, realizar la solución de la problemática de ruteo escolar a través de soluciones en modelos de simulación donde se consideren elementos de naturaleza estocástico en los tiempos de viaje y servicio, además de considerar diferentes puntos de partida de los buses en el municipio.

Adicional, considerar aspectos multiobjetivo, como la minimización del costo total de la ruta escolar y la minimización de emisiones de CO₂ en el ambiente.

BIBLIOGRAFIA

- Actis, E., & Balsa, J. (2017). La técnica de escalamiento lineal por intervalos: una propuesta de estandarización aplicada a la medición de niveles de bienestar social. Elsevier, Revista de métodos cuantitativos para la economía y la empresa, 422-427.
- Arias, J. (2010). Aplicación de un modelo de optimización en la planeación de rutas de los buses escolares del Colegio Liceo De Cervantes Norte. Pontificia Universidad Javeriana. Facultad De Ingeniería. Departamento De Procesos Productivos Bogotá
- Ballou, R. H. (2004). Business Logistics Management. Pearson.
- Beasley, J. (1983). "Route first – cluster second methods for vehicle routing." Omega 11 pp. 403 – 408.
- Bedoya, P. & Forero, A. (2020). Propuesta de ruteo de vehículos aplicado a una empresa de rutas escolares en Bogotá D.C. Universidad De La Salle. Facultad De Ingeniería. Programa De Ingeniería Industrial Bogotá D.C
- Benavente & Bustos, (2005). "Estado del arte en el problema de ruteo de vehículos (VRP)". [Figura]. Temuco: Ediciones Universidad La Frontera.
- Bräysy, Olli & Dullaert, Wout & Nakari, Pentti. (2009) "The potential of optimization in communal routing problems: case studies from Finland," Journal of Transport Geography, Elsevier, vol. 17(6), 484-490.
- Calvete, H., Galé, C., Iranzo, J., Camacho, C. & Casas, M. (2020). A matheuristic for solving the bilevel approach of the facility location problem with cardinality constraints and preferences. Computers & Operations Research. 124. 105066. 10.1016/j.cor.2020.105066.
- El Tiempo. (2021). Motociclistas y peatones ponen casi el 80% de los muertos en la vía. El tiempo, Disponible en: <https://www.eltiempo.com/justicia/investigacion/analisis-sobre-la-accidentabilidad-vial-en-el-pais-558378>.
- Equipo Seguridad y Política Criminal (2020). ¿Cómo se comporta el delito en Colombia en época de confinamiento? Bogotá: FIP.
- Jaradat, A. & Shatnawi, M. (2020). Solving School Bus Routing Problem by Intelligent Water Drops Algorithm. Journal of Computer Science, 16(1), 25-34. <https://doi.org/10.3844/jcssp.2020.25.34>
- Lagos, A. (2020). Propuesta para la implementación de un modelo de ruteo de buses escolares para la comunidad agustiniana de la jornada nocturna de la Uniagustiniana. Universidad Agustiniana, Bogotá, Colombia.

- Martello, S., Toth, P. (1990). "Knapsack problems: Algorithms and computer implementations." John Wiley and Sons. [Figura].
- Magaña, Z., Atoche, E., Molina, C., Blanco, V. & Pérez, C. (2017). Estimación de la Distancia a un objeto con Visión Computacional. Universidad Autónoma de Yucatán. Mérida, México.
- Montes, E., Mora, R. & Ramírez, J. (2017). Metaheurísticas para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRP-TW). Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco Posgrado En Optimización. Ciudad de México, México.
- Observatorio Nacional de Seguridad vial (2021). Indicadores y estadísticas de accidentalidad.
- Observatorio Nacional de Seguridad vial (2020). Anuario Nacional de Siniestralidad Vial Colombia 2019.
- Oesterle, J., Chehade, H., Amodeo, L., Yalaoui, F., & Prins, C. (2018). Opta Scholar: An Efficient Software for the Bus Routing and Scheduling Problem. Elsevier, 422-427.
- Organización Mundial de la Salud. (2017). 10 datos sobre seguridad vial en el mundo. Obtenido de <https://www.who.int/features/factfiles/roadsafety/es/>
- Orejuela, J. (2020). Enfoque de sostenibilidad en el diseño de rutas tiempo-dependientes para el transporte escolar urbano desde el cargue mixto. Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería de sistemas e industrial Bogotá D.C, Colombia
- Parvasi, S., Tavakkoli, R., Taleizadeh, A. & Soveizy, m. (2019). A Bi-Level Bi-Objective Mathematical Model for Stop Location in a School Bus Routing Problem, IFAC-PapersOnLine, Volume 52, Issue 13, Pages 1120-1125, ISSN 2405-8963, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.346>.
- Policía Nacional. (2021). Estadística delictiva y observatorio de delito nacional
- Pullen, H. y Webb, M. (1967). "A Computer application to a transport scheduling problem." Recuperado de <http://comjnl.oxfordjournals.org/content/10/1/10.full.pdf+html>
- Rocha, L., González, E., & Orejuela, J. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos. Ingeniería, 16(2), 35-55.
- Redacción. (04 de Julio de 2020). Homicidios y hurtos bajaron en el primer semestre del año en el Valle del Cauca. El País.
- Saleh Jaradat, A., & Qassim Shatnawi, M. (2017). Solving School Bus Routing Problem by Intelligent Water. Journal of Computer Sciences, 25-34.

Secretaria de movilidad. (2020). Datos abiertos [JPEG]. Recuperado de:
https://www.movilidadbogota.gov.co/web/datos_abiertos

Secretaria de Movilidad y Transporte del Valle del Cauca (2021). Datos abiertos de la Secretaría de Movilidad y Transporte. Sinistros Viales Ocurridos en el Departamento del Valle del Cauca año 2020.

Toth, P y Vigo, D. (2002), "The Vehicle Routing Problem". Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM) monographs on discrete mathematics and applications, Philadelphia, USA, 2002, pp. 1 - 23, 109 - 149.