

Estudio de las propiedades ópticas de estructuras fotónicas con inclusiones de grafeno y variación espacial gradual de sus materiales.

Danny Manuel Calvo Velasco

Tesis doctoral

Tutor

Nelson Porras Montenegro, Ph. D.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICA
SANTIAGO DE CALI

15 de febrero de 2019

Dedicatoria

Este trabajo esta dedicado, en primer lugar, a Dios padre todopoderoso el cual nos brinda a todos la oportunidad de ser mejores cada día. Así mismo, dedico este trabajo a mi familia, pues gracias a su soporte y apoyo he alcanzado este estadio en mis estudios. También, dedico este trabajo a mi hermosa esposa y a nuestro hermoso hijo porque se han convertido en la razón de mi vida.

Agradecimientos

Agradezco de manera muy especial a mi tutor Dr. Nelson Porras Montenegro, por su guía y apoyo durante mi formación como investigador. Así mismo, agradezco al profesor Alexys Bruno Alfonso de UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus Bauru, por sus valiosos aportes sobre mi trabajo. También quiero agradecer a los profesores y compañeros del Grupo de Física Teórica del Estado Sólido de la Universidad del Valle, por las agradables discusiones académicas y por ser fuente de inspiración para nuevas líneas de trabajo.

Resumen

En este trabajo se presenta el estudio de las propiedades ópticas de tres diferentes sistemas ópticos, que comprenden estructuras con variación gradual de sus propiedades ópticas (sistemas tipo *graded*), sistemas con inclusión de capas de grafeno y cristales fotónicos 2D. En el Capítulo 1, se propone un sistema tipo *graded*, formado por capas de metal y aire, en el cual se considera una variación gradual del ancho de cada una de las bi-capas de metal-aire en la estructura, manteniendo constante la cantidad de material. Se muestra que la variación de los anchos de las bi-capas modifica las condiciones de resonancia asociadas a los sistemas periódicos, favoreciendo la reorganización del campo eléctrico al interior de la estructura, lo que origina la aparición de bandas de transmisión en frecuencias para las cuales los sistemas periódicos, con similar cantidad de material, presentan brechas fotónicas. Por otra parte, en el Capítulo 2 se propone un cristal fotónico 1D formado por capas de materiales dieléctrico, grafeno y un metamaterial con respuesta eléctrica negativa anisotrópica uniaxial, se encuentra que este tipo de cristal fotónico, modifica su respuesta óptica alrededor de la frecuencia del plasmón-polaritón del metamaterial con la variación del potencial químico del grafeno. Así mismo, en el Capítulo 3 se investiga la estructura de bandas fotónica de un cristal fotónico 2D formado por barras rectangulares de metal en aire, se encontró que este tipo de sistemas presenta bandas con poca dispersión, las cuales están asociadas a una alta localización de la radiación electromagnética en la superficie de las barras, junto con la reorganización de la estructura de bandas que depende de su geometría. Los diferentes métodos numéricos utilizados, así como la forma de aplicarlos en cada una de las estructuras estudiadas, son explicados y ampliados en cada uno de los capítulos.

Abstract

In this work it is presented the study of the optical properties of three different optical systems, which include structures with gradual variation of their optical properties (graded systems), systems with inclusion of graphene layers, and 2D photonic crystals. In the Chapter 1, a graded system consisting of layers of metal and air is proposed, considering a gradual variation of the width of each of the metal-air bi-layers in the structure, keeping constant the material quantity. It is found the modification of the resonance conditions that are associated with the periodic systems, which allows the reorganization of the field distribution inside the structure, favouring the appearance of transmission bands in frequencies where periodic systems with a similar amount of material, have photonic bandgaps. On the other hand, in Chapter 2, a 1D photonic crystal formed by layers of dielectric, graphene and a metamaterial with uniaxial anisotropic negative electrical response is proposed. It is shown the variation of its optical response around the frequency of the plasmon-polariton of the metamaterial with the variation of the chemical potential of graphene. Likewise, in Chapter 3 the photonic band structure of a 2D photonic crystal formed by rectangular metal rods in air is investigated. This type of systems present bands with low dispersion, which are associated with a high localization confinement of electromagnetic radiation on the rod surfaces. Also, It is shown the redistribution of the photonic band structure with the geometry of the rods. The different numerical methods and how they are applied in the different structures are explained and expanded in each one of the chapters.

Introducción General

Los cristales fotónicos (CFs), son sistemas formados por arreglos periódicos de materiales con diferentes respuestas ópticas, que han impactado el mundo tecnológico gracias a las brechas fotónicas (BFs) que estas estructuras poseen y que se pueden describir como intervalos de frecuencia en los cuales la propagación de la radiación electromagnética está prohibida [1]. Si bien es conocido que las BFs dependen del factor de ocupación de los materiales en el CF, de las diferencias entre los índices de refracción, así como de las geometrías usadas en la disposición de dichos materiales, es de especial interés el comprender como se pueden controlar las BFs sin modificar los CFs con el propósito de optimizar aplicaciones de interés en la industria como: sensores, celdas solares, guías de onda, entre otras [2–8]. Así, diversos autores han propuesto modificar las BFs con la variación de las propiedades ópticas de los materiales que forman los CFs mediante la aplicación de agentes externos, tales como: campos magnéticos o eléctricos, variaciones de temperatura y presión hidrostática para mencionar algunas de ellas [9–13].

Para entender como es la propagación de la radiación electromagnética en estos sistemas, diversas técnicas analíticas y numéricas se han desarrollado para la solución de las ecuaciones de Maxwell [14]. Algunas de ellas son: el método de ondas planas [15–17], matriz transferencia [18–20], el método de diferencias finitas en dominio temporal (FDTD por sus siglas en ingles) [21–23] así como el método de ondas planas revisado (RPWM por sus siglas en ingles) [24] entre otros [25–29]. Sin embargo, existen dificultades inherentes a los diferentes métodos de solución, en especial cuando en los CFs y en otros sistemas fotónicos son incluidos materiales que presentan dispersión (metales, materiales iónicos, materiales giromagnéticos), debido a que en las superficies de separación de los diferentes materiales que componen estos sistemas aparecen soluciones que implican una fuerte localización de la radiación electromagnética y que están relacionadas directamente con su geometría [30–33].

Por otra parte los llamados metamateriales, que son materiales diseñados y ensamblados microscópicamente para tener propiedades macroscópicas que no se encuentran en los materiales usuales [34], han abierto un nuevo camino en el desarrollo de diferentes dispositivos ópticos. Desde la formulación teórica, por parte de Veselago, de materiales con índice de refracción ne-

gativo [35], así como los trabajos pioneros de Pendry y su grupo, que permitieron construir esta clase de materiales [36], los metamateriales y sus propiedades ópticas han sido ampliamente estudiadas y los resultados de estas investigaciones han permitido demostrar que es posible construir lentes perfectos, así como corazas que para ciertas frecuencias simulan capas de invisibilidad, entre otros dispositivos ópticos que solo existían en la fantasía de los más osados investigadores. Gracias a los avances tecnológicos en la fabricación de estructuras cada vez más pequeñas, los rangos ópticos en los cuales puedan aplicarse los descubrimientos hallados con los metamateriales siguen creciendo día a día [37,38]. En cuanto a la implementación de los metamateriales en cristales fotónicos 1D, ha sido de especial interés el descubrimiento de brechas fotónicas omnidireccionales de orden cero, así como las excitaciones de plasmón -polaritón en las superficies de separación de los materiales en los CF [39–44].

En cuanto al diseño de dispositivos ópticos, los sistemas graduales que presentan variación espacial de sus propiedades físicas, han impactado en el mundo científico gracias a que sus propiedades ópticas varían de forma local logrando así gran versatilidad en el control de la propagación de la luz. Algunas de las configuraciones materiales estudiadas abarcan desde: disposiciones 1D en las cuales un material con índice de refracción conocido es dispuesto en capas de diferente grosor [45], disposiciones 1D de capas de materiales con diferentes índices de refracción con igual espesor [46,47], disposiciones 1D de metal en capas separados por una capa de aire con diferente grosor, así como disposiciones 2D de agujeros con variación gradual de sus radios en matrices dieléctricas, entre otras. La ventaja de estos materiales es que, teóricamente, permiten la fabricación de cualquier material con las propiedades requeridas [48], gracias al fenómeno de auto-colimación que los convierte en una forma eficiente de construir lentes y dispositivos ópticos con las propiedades que el investigador necesite. En especial, mediante la investigación teórica de estos materiales se ha contribuido en la solución del problema de la recolección de luz, que consiste en tener en los dispositivos ópticos lugares con una alta concentración de campo eléctrico o magnético, que puede ser empleado para la generación de energía en celdas solares, así como agentes catalizadores para reacciones químicas, entre otros [49–54].

Recientemente, la inclusión de grafeno en estructuras fotónicas, ha marcado un punto de quiebre en el diseño de dispositivos ópticos, gracias a las propiedades únicas de este alótropo del carbono, que con su alta conductividad superficial permite tener respuestas ópticas anisotrópicas en el rango de frecuencias de los THz, que no se consiguen con otro tipo de materiales [55,56]. Así mismo, la facilidad con la cual pueden modificarse sus propiedades de transporte, mediante dopaje o aplicando voltajes externos en sus bordes, entre otros [57,58], hacen que las propiedades ópticas de las estructuras que los contienen puedan variar fácilmente permitiendo un control sin precedentes sobre la propagación de la luz al compararlos con otros tipos de sistemas. Esta

versatilidad del grafeno, ha permitido construir dispositivos ópticos para una alta concentración de la energía [59,60], metamateriales hiperbólicos [60–62] y controlar la formación de plasmones tanto en 1D como de superficie, entre otras aplicaciones [63–68].

En esta tesis realizamos el estudio de sistemas fotónicos formados por metamateriales con el propósito de entender como la distribución material, la disposición geométrica y la inclusión de grafeno afectan sus propiedades ópticas. En primer lugar, se estudian las propiedades ópticas de sistemas fotónicos 1D en los cuales se investiga el efecto de la distribución material sobre el espectro de transmisión de sistemas finitos con la misma cantidad de material, lo que permite que puedan ser descritas propiedades ópticas emergentes de las estructuras consideradas, más allá de la aproximación de medio efectivo. Para esto el capítulo 1 está dedicado al estudio de las propiedades de un sistema formado por capas de un metamaterial con respuesta metálica tipo Drude y capas de aire, en el cual se propone una variación gradual para los anchos de cada una de las capas de los materiales constituyentes, mostrando propiedades ópticas que pueden ser interpretadas en términos de un grupo de sistemas periódicos con defectos.

Por otra parte se investiga como las excitaciones de plasmón-polaritón en metamateriales influyen en la transmisión de sistemas que incluyen capas de grafeno, para esto en el capítulo 2 se describe una propuesta de cristal fotónico formado por dieléctrico, grafeno y capas de un metamaterial con respuesta eléctrica negativa anisotrópica uniaxial, para el cual se encuentra la modificación de su respuesta óptica alrededor de la frecuencia de plasmón-polaritón del metamaterial, que puede ser observada como una banda de transmisión o de reflexión dependiendo de las propiedades del grafeno las cuales pueden ser definidas como función de su potencial químico.

Por último, se busca determinar el efecto de las excitaciones de plasmón-polaritón en el metamaterial en la formación de modos localizados en una geometría que presenta superficies planas. Con este propósito, el capítulo 3 está dedicado al estudio de un cristal fotónico 2D formado por barras rectangulares de metamaterial en aire, en donde se muestra que este sistema presenta una reorganización de su estructura de bandas con la variación de la geometría de las barras, así como la aparición de bandas con baja dispersión asociadas a una alta concentración de la radiación electromagnética en la superficie de las barras. Así mismo, en este capítulo se presenta una modificación del método de ondas planas revisado junto a una discusión de su aplicación en el cálculo de las propiedades ópticas de los cristales fotónicos 2D.

Se espera que los resultados de esta tesis puedan ser implementados en la fabricación de dispositivos ópticos, en los cuales jueguen un papel importante las limitaciones debidas al tamaño y a la cantidad de material. Por otra parte se espera que los métodos numéricos desarrollados en este trabajo permitan estudiar nuevas estructuras, en las cuales se puedan optimizar propiedades de interés para los investigadores tales como: reflexión o transmisión en rangos de frecuencia

fijo bajo diferentes polarizaciones, altas intensidades de la radiación electromagnética en lugares específicos en un sistema fotónico, modulación de propiedades ópticas en rangos de frecuencia de interés, entre otras.

Índice general

1. Propiedades ópticas de un sistema fotónico 1D con distribución variable en el ancho de las capas formado por metamaterial y aire.	1
1.1. Resumen	1
1.2. Introducción	1
1.3. Método de Matriz Transferencia y Matriz de <i>Scattering</i>	3
1.3.1. Matriz transferencia para un sistema de múltiples capas	3
1.3.2. Matriz de <i>Scattering</i>	7
1.4. Matriz Transferencia para una y dos capas	10
1.5. Descripción del sistema tipo graded	11
1.6. Aproximación de la matriz transferencia con factor de gradado pequeño	13
1.7. Resultados	15
1.8. Conclusiones	25
2. Respuesta óptica variable en un cristal fotónico 1D formado por dieléctrico, grafeno y metamaterial.	27
2.1. Resumen	27
2.2. Introducción	27
2.3. Matriz transferencia para sistemas con inclusiones de grafeno	29
2.3.1. Respuesta efectiva del sistema dieléctrico-grafeno-metamaterial	31
2.4. Resultados	32
2.4.1. Caso Isotrópico	32
2.4.2. Caso uniaxial anisotrópico	38
2.5. Conclusiones	40
3. Cristales fotónicos 2D formados por barras rectangulares de metamaterial en aire	41

3.1. Resumen	41
3.2. Introducción	41
3.3. Método de Ondas Planas Revisado	43
3.3.1. Anotaciones sobre el método de ondas planas revisado	48
3.4. Resultados	51
3.5. Conclusiones	59
4. Conclusiones finales	61
5. Perspectivas	62
A. Reglas de Li y los cristales fotónicos 2D	66

Índice de figuras

1.1. Representación esquemática de un sistema óptico de múltiples capas de materiales con diferentes anchos y propiedades ópticas. Las polarizaciones TE y TM son representadas.	4
1.2. A la izquierda representación de un sistema de una sola capa de material A de longitud L_A sobre el cual incide la radiación electromagnética de forma oblicua. A la derecha un sistema formado por tres capas de materiales A , B y C , con anchos L_A , L_B y L_C . En el caso de $L_B \rightarrow 0$, el sistema de tres capas ABC se transforma en un sistema de dos capas AC	10
1.3. Primeras tres generaciones de un sistema 1D con variación gradual.	12
1.4. Diagrama de transmisión considerando incidencia normal de los sistemas G_1 , G_2 y G_5 para tres diferentes valores de la relación $\omega_p L_t / 2\pi c$	15
1.5. Diagrama de transmisión para incidencia normal de los sistemas G_{eff} , G_{10} y G_{100} con $\omega_p L_t / 2\pi c = 3.0$ en función de la frecuencia normalizada $\omega L_t / 2\pi c$	17
1.6. Diagrama de transmisión para incidencia normal de los sistemas (a) G_2 , (b) G_5 y (c) G_{10} para diferentes valores del parámetro de gradado δ en función de la frecuencia normalizada $\omega L_t / 2\pi c$	18
1.7. Distribución de $ E $ para incidencia normal del sistema G_5 para dos valores diferentes del parámetro de gradado δ	20
1.8. Diagrama de transmisión para las polarizaciones TE y TM del sistema G_5 como función del parámetro δ considerando incidencia oblicua.	21
1.9. Diagrama de transmisión para las polarizaciones TE y TM del sistema G_5 como función de γ/ω_p considerando incidencia oblicua $\phi = \pi/10$	22
1.10. Diagramas de transmisión para las polarizaciones TE y TM en función del ángulo de incidencia de los cristales fotónicos formados por 10 unidades de los sistemas G_2 y G_5 para dos valores del parámetro de gradado δ	23

2.1. Representación esquemática de un cristal fotónico 1D formado por dieléctrico-grafeno-metamaterial (DGM-CF). Las capas de grafeno están localizadas entre las capas de dieléctrico A y B con constantes dieléctricas ϵ_A y ϵ_B respectivamente. El metamaterial es representado por su constante dieléctrica ϵ_M . Las polarizaciones TE y TM son mostradas.	29
2.2. Espectro de transmisión para las polarizaciones TE y TM del DGM-CF como función del ángulo de incidencia, para diferentes valores de $\omega_p/2\pi$	33
2.3. Espectro de transmisión para las polarizaciones TE y TM del DGM-CF variando μ_g para un ángulo de incidencia $\phi = 45^\circ$. Los valores considerados de $\omega_p/2\pi$ son: (a) 0 THz, (b) 1.0 THz, (c) 2.0 THz y (d) 3.5 THz.	35
2.4. Espectro de transmisión para las polarizaciones TE y TM del DGM-CF variando ω_p para un ángulo de incidencia $\phi = 45^\circ$. Los valores considerados de μ_g son: (a) 0 eV y (b) 0.5 eV.	37
2.5. Espectro de transmisión para la polarización TM del DGM-CF variando γ para $\phi = 45^\circ$, $\mu = 0.5\text{eV}$ y $\omega_p/2\pi = 0.5\text{THz}$. N_c toma los valores de 2, 10 y 20 en los paneles (a), (b) y (c) respectivamente.	38
2.6. Espectro de transmisión para la polarización TM del DGM-CF con capas de metamaterial uniaxial anisotrópico como función del ángulo de incidencia, para diferentes valores de $\omega_\perp/2\pi$ y $\omega_\parallel/2\pi$	39
3.1. Representación de la celda unitaria de un arreglo cuadrado de barras rectangulares de metamaterial en aire. La constante dieléctrica del metamaterial es ϵ_m , a es el parámetro de red, b_x y b_y son las longitudes de los lados de las barras.	52
3.2. Estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección $\Gamma - X$ de un arreglo cuadrado de barras de metamaterial cuadradas en aire para diferentes valores de la frecuencia de plasma del metamaterial, con $b/a = 0.25$ siendo a el parámetro de red y b el tamaño de los lados del cuadrado.	52
3.3. Algunas distribuciones de $ H_z ^2$ y $ E ^2$ en la celda unitaria de un cristal fotónico formado por barras cuadradas de metamaterial en aire, para las cuales $b_x = b_y = 0.25a$ y $\omega_p a/2\pi c = 1.0$. Las intensidades de las distribuciones están en unidades arbitrarias.	53
3.4. Estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección $\Gamma - X$ de un arreglo cuadrado de barras rectangulares de metamaterial en aire para diferentes valores de longitud de uno de los lados de las barras, con $\omega_p a/2\pi c = 1.0$	55

3.5. Algunas distribuciones de $ H_z ^2$ y $ E ^2$ en la celda unitaria de un cristal fotónico formado por barras rectangulares de metamaterial en aire, para las cuales $b_x = 0.25a$, $b_y = 0.80a$ y $\omega_p a / 2\pi c = 1.0$. Las intensidades de las distribuciones están en unidades arbitrarias.	56
3.6. Seudo-estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección $\Gamma - X$ de un arreglo cuadrado de barra rectangulares de metamaterial en aire para dos valores del coeficiente de absorción con $\omega_p a / 2\pi c = 1$, $b_x = 0.10a$ y $b_y = 1.00a$ siendo a el parámetro de red.	57
3.7. Seudo-estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección $\Gamma - X$ de un arreglo cuadrado de barra rectangulares de metamaterial en aire para dos valores del coeficiente de absorción, con $b_x = b_y = 0.25a$ siendo a el parámetro de red y $\omega_p a / 2\pi c = 1$	58
A.1. Representación en la celda unitaria de una red cuadrada de múltiples capas rectangulares de materiales con diferentes propiedades ópticas. El material en la capa i tiene una constante dieléctrica ϵ_i y una permitividad magnética μ_i . Además $a_{x,i}$ y $a_{y,i}$ son las longitudes exteriores en la dirección x y en la dirección y respectivamente de la capa i y el parámetro de red es a	66

Propiedades ópticas de un sistema fotónico 1D con distribución variable en el ancho de las capas formado por metamaterial y aire.

1.1. Resumen

En este capítulo se estudian las propiedades ópticas de un sistema formado por capas de un metamaterial con respuesta metálica tipo Drude y capas de aire, de tal forma que el ancho de cada una de las capas tiene una distribución que varía con su posición en la estructura siguiendo una sucesión aritmética. El propósito de este sistema es comprender como se modifica el diagrama de transmisión de las diferentes estructuras estudiadas con la razón de la sucesión, la cual está descrita en términos de un parámetro δ llamado parámetro de gradado. Además, se considera que los sistemas estudiados conservan la cantidad de material total en la estructura, esto hace que las diferentes propiedades ópticas encontradas sean consecuencia exclusiva de la distribución de material considerada y del valor de δ .

1.2. Introducción

En las últimas décadas, el estudio de sistemas ópticos formados por distribuciones variables de materiales ha llamado la atención de la comunidad científica gracias a sus propiedades poco comunes, como la desviación de la dirección de propagación de la radiación electromagnética, debido a la variación espacial de las propiedades ópticas del sistema que está relacionada con la distribución de los diferentes materiales, los cuales también pueden ser afectados por agentes externos [47, 48, 69–76].

Algunas propuestas de estos sistemas han sido empleadas para describir las propiedades de películas delgadas, en las cuales se presenta una variación continua de las concentraciones de los diferentes precursores durante la formación de la películas [46]. Debido a la incertidumbre en la composición exacta en términos del ancho de la película, los investigadores modelaron estos sistemas con un perfil formado por múltiples capas, de igual espesor, de diferentes materiales con diferentes índices de refracción los cuales varían dependiendo de la posición de la capa en la película. Aun cuando las propiedades ópticas de las diferentes capas utilizadas no se encuentran en la naturaleza, la correspondencia entre el experimento y los perfiles propuestos se incrementa en la medida que se aumenta el número de capas. En una forma similar Levy *et al.* [45] mostraron que estructuras con un perfil geométrico variable, son opciones viables para la construcción de acoples ópticos entre guías de onda. Utilizando un perfil variable de anchos de capas de Si los

investigadores simularon un lente con perfil variable en dirección perpendicular a la propagación de la luz. Mostrando así la posibilidad de auto colimación de la luz en el sistema. En el caso de sistemas 2D, Centeno *et al.* [77] simularon un perfil variable de un conjunto de hoyos en una matriz de InP, en el cual el parámetro de variación gradual es la separación de los hoyos. Ellos demostraron que pequeñas variaciones en la separación de los hoyos pueden modificar gradualmente el camino de la luz en la estructura. En los cristales fotónicos, la luz se propaga en la dirección de la velocidad de grupo al interior del cristal, pero en sistemas con perfil variable la velocidad de grupo solo puede ser entendida localmente, así la dirección de propagación de la luz en un lugar específico del sistema se corresponderá con la dirección de propagación del cristal fotónico asociado a ese lugar. Entonces, como las propiedades del sistema varían de lugar a lugar, así mismo la velocidad de propagación de la luz en la estructura, logrando como efecto total la desviación de la luz. Estos resultados fueron validados experimentalmente por Akmansoy *et al.* [78].

Investigaciones recientes han mostrado que virtualmente es posible tener cualquier tipo de respuesta óptica de interés, cuando los materiales se disponen de manera variable en el espacio. En efecto, Giovampaola y Engheta [79] en principio, logran construir cualquier tipo de dispositivo óptico con el uso de dos unidades básicas, las cuales ellos denominaron como Bits de metamaterial (BM). En este caso la respuesta efectiva de los BM a la radiación incidente varían con su geometría y los materiales que los conforman [80], concluyendo que grupos de BM pueden ser utilizados para obtener dispositivos con propiedades ópticas de interés. El inconveniente de estas estructuras es que son rígidas. Una propuesta un poco más versátil es la debida a Qing-Bo *et al.* [81, 82], los cuales pudieron simular diferentes estructuras con sólo un tipo de sistema. Ellos mostraron que el uso de un cristal fotónico 2D formado por barras de material ferromagnético pueden funcionar como un diodo óptico cuando campos magnéticos interactúan con el cristal. Esto es debido a la forma no simétrica de las bandas del cristal fotónico en la primera zona de Brillouin, gracias al rompimiento de las simetrías de paridad y de invarianza temporal asociadas a la geometría de las barras y a su respuesta ferromagnética, respectivamente. Además con perfiles magnéticos variables, la luz puede seguir diferentes caminos al estilo de guías de onda en la estructura, los cuales sólo dependen del perfil magnético utilizado.

En el caso de sistemas 1D, Zheng *et al.* [83] estudiaron un sistema con perfil variable formado por bi-capas de metal (Ag) y dieléctrico (HfO₂), en el cual el parámetro de variación gradual es el ancho de las bi-capas. Dependiendo de si el ancho de las bi-capas crece o decrece, la imagen de un pulso de radiación al incidir sobre el sistema es cambiada, en su posición y forma, favoreciéndose la intensidad de la imagen con el uso del perfil variable sobre el perfil periódico. Ellos también mostraron que el sistema variable favorece una alta localización de la radiación, la cual puede indicar que esta clase de sistemas puede ser usada como guías de onda en un esquema que contribuye a la super-resolución de las imágenes de un objeto.

Así, con el propósito de estudiar la variación de las propiedades ópticas con un parámetro geométrico, en este capítulo se presenta el estudio de las propiedades ópticas de sistemas ópticos 1D formados por múltiples capas de un metamaterial con respuesta tipo Drude y aire, en los cuales el parámetro de variación gradual es el ancho de las bi-capas, el cual sigue una progresión aritmética con la posición de la bi-capa en la estructura, manteniendo constante la cantidad de material en los sistemas estudiados. La transmisión es calculada como función de los diferentes

parámetros de los sistemas usando el formalismo de la matriz de *Scattering*, presentado en la sección 1.3. Los sistemas estudiados así como su construcción se presentan en la sección 1.7. Una posible descripción analítica de los resultados obtenidos se muestra en la sección 1.4. Finalmente las diferentes conclusiones de este trabajo se presentan en la sección 1.8.

1.3. Método de Matriz Transferencia y Matriz de *Scattering*

A continuación, se describen los métodos numéricos para realizar el cálculo de la transmisión y reflexión de los diferentes sistemas 1D bajo estudio, a saber el método de matriz transferencia y el método de matriz de scattering.

1.3.1. Matriz transferencia para un sistema de múltiples capas

Considere las ecuaciones de Maxwell que describen la propagación de la radiación electromagnética en un material con permitividad dieléctrica y permeabilidad magnética $\epsilon(\vec{r})$ y $\mu(\vec{r})$ respectivamente.

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad (1.4)$$

para las funciones materiales tenemos que

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (1.5)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}, t). \quad (1.6)$$

En general las soluciones para los campos son difíciles de hallar, sin embargo gracias a la linealidad de las ecuaciones de Maxwell la propagación de la radiación puede ser estudiada en términos de la superposición de modos armónicos en el tiempo [1, 84]. En el caso de una excitación

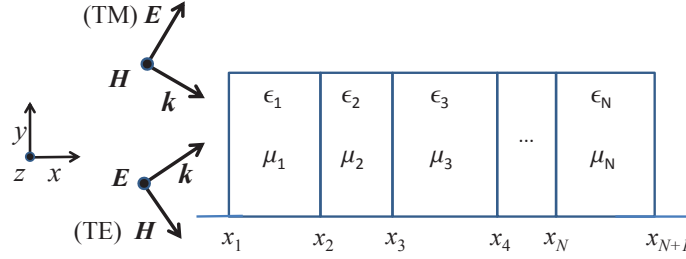


Figura 1.1: Representación esquemática de un sistema óptico de múltiples capas de materiales con diferentes anchos y propiedades ópticas. Las polarizaciones TE y TM son representadas.

armónica en el tiempo, podemos proponer para los campos

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t} \vec{E}(\vec{r}), \quad (1.7)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t} \vec{H}(\vec{r}). \quad (1.8)$$

Para un sistema como el mostrado en la Fig. 1.1, formado por múltiples capas de materiales con diferentes espesores y propiedades ópticas que además son lineales e isotrópicos, es posible mostrar que los campos eléctrico y magnético se propagan en la n -ésima capa siguiendo las siguientes ecuaciones

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \mu_n \epsilon_n k_0^2 \vec{H}, \quad (1.9)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \mu_n \epsilon_n k_0^2 \vec{E}, \quad (1.10)$$

donde las funciones permitividad y permeabilidad de la capa n -ésima son ϵ_n y μ_n , respectivamente, y $k_0 = \omega/c$. Ambas ecuaciones son equivalentes debido a que la solución para uno de los campos, bien sea $\vec{H}$ o $\vec{E}$, permite obtener el comportamiento para el otro campo usando las Eqs. 1.1 o 1.2.

Debido a la simetría del sistema, su respuesta electromagnética es completamente determinada con el estudio de la propagación de dos polarizaciones principales, presentadas en la Fig. 1.1, las cuales son

- Polarización Transversal eléctrica (TE por sus siglas en inglés) donde $\vec{E} = (0, 0, E_z)$ y $\vec{H} = (H_x, H_y, 0)$,
- Polarización Transversal magnética (TM por sus siglas en inglés) donde $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$ y

$$\vec{H} = (0, 0, H_z).$$

En caso de propagación en un medio material homogéneo y considerando la polarización TE, la ecuación 1.10 toma la forma

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = -k_0^2 \mu \epsilon E_z, \quad (1.11)$$

donde $k_0 = \omega/c$.

Se puede mostrar que la dependencia espacial del campo es $E_z : E_z(x, y)$ y debido a que el sistema es homogéneo en la dirección y , es posible proponer para el campo una dependencia de la forma

$$E_z(x, y) = E_z(x) e^{ik_y y}, \quad (1.12)$$

donde k_y es la componente del vector de propagación de la radiación electromagnética a lo largo de la dirección y , el cual está relacionado con el ángulo de incidencia ϕ a la izquierda del sistema estudiado con $k_y = k_0 \sin \phi$.

Teniendo en cuenta esta dependencia, el campo eléctrico satisface la relación

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = (k_y^2 - k_0^2 \mu \epsilon) E_z. \quad (1.13)$$

y el campo magnético esta dado en términos del campo eléctrico por medio de la Eq. 1.2 la cual toma la forma

$$H_x = \frac{1}{ik_0 \mu} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (1.14)$$

$$H_y = \frac{-1}{ik_0 \mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}. \quad (1.15)$$

$$(1.16)$$

Ahora, en un sistema de múltiples capas para la propagación del campo eléctrico en la capa j -ésima (con propiedades materiales ϵ_j, μ_j) es posible definir

$$Q_j^2 = k_0^2 \mu_j \epsilon_j - k_y^2, \quad (1.17)$$

que es la componente del vector de onda a lo largo de la dirección de crecimiento de la estructura, con lo cual el campo eléctrico toma la forma

$$E_z^j(x) = A_j e^{iQ_j(x-x_j)} + B_j e^{-iQ_j(x-x_j)}. \quad (1.18)$$

Como existen múltiples materiales, en cada uno de las fronteras, entre el material j -esimo y $j + 1$ -esimo deben satisfacerse las siguientes condiciones:

1. Continuidad de la componente tangencial del campo $\vec{E}$,
2. Continuidad de la componente tangencial del campo $\vec{H}$.

En el caso del sistema mostrado en la Fig. 1.1 las condiciones de frontera pueden escribirse como

$$E_z^j|_f = E_z^{j+1}|_f, \quad (1.19)$$

$$H_y^j|_f = H_y^{j+1}|_f. \quad (1.20)$$

Usando la forma explícita del campo E_z y la dependencia del campo magnético es posible escribir

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = M_{j,j-1}^{TE} \begin{bmatrix} A_{j-1} \\ B_{j-1} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

donde

$$M_{j,j-1}^{TE} = \frac{\mu_j}{2Q_j} \begin{bmatrix} \left(\frac{Q_j}{\mu_j} + \frac{Q_{j-1}}{\mu_{j-1}}\right) e^{iQ_{j-1}a_{j-1}} & \left(\frac{Q_j}{\mu_j} - \frac{Q_{j-1}}{\mu_{j-1}}\right) e^{-iQ_{j-1}a_{j-1}} \\ \left(\frac{Q_j}{\mu_j} - \frac{Q_{j-1}}{\mu_{j-1}}\right) e^{iQ_{j-1}a_{j-1}} & \left(\frac{Q_j}{\mu_j} + \frac{Q_{j-1}}{\mu_{j-1}}\right) e^{-iQ_{j-1}a_{j-1}} \end{bmatrix}, \quad (1.22)$$

siendo $a_j = x_{j+1} - x_j$.

Esta matriz se conoce como la matriz transferencia para la polarización TE.

De forma análoga, es posible hallar una expresión para la polarización TM a partir de la ecuación 1.9, la cual toma la forma

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = -k_0^2 \mu \epsilon H_z, \quad (1.23)$$

en caso de un material homogéneo el campo magnético puede escribirse como

$$H_z(x, y) = H_z(x) e^{ik_y y}, \quad (1.24)$$

y en este caso el campo H_z satisface la ecuación

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = (k_y^2 - k_0^2 \mu \epsilon) H_z, \quad (1.25)$$

así mismo la dependencia del campo eléctrico se puede obtener de la Eq. 1.1, la cual toma la forma

$$E_x = \frac{-1}{ik_0\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad (1.26)$$

$$E_y = \frac{1}{ik_0\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial x}. \quad (1.27)$$

Para el sistema de múltiples capas mostrado en la Fig. 1.1 el campo magnético en la capa j -ésima se puede escribir como

$$H_z^j(x) = A_j e^{iQ_j(x-x_j)} + B_j e^{-iQ_j(x-x_j)}, \quad (1.28)$$

para esta polarización las condiciones de frontera entre los materiales j -ésimo $j+1$ -ésimo, se pueden escribir como

$$H_z^j|_f = H_z^{j+1}|_f, \quad (1.29)$$

$$E_y^j|_f = E_y^{j+1}|_f, \quad (1.30)$$

con lo cual la dependencia entre las componentes del campo H_z será

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = M_{j,j-1}^{TM} \begin{bmatrix} A_{j-1} \\ B_{j-1} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

donde

$$M_{j,j-1}^{TM} = \frac{\epsilon_j}{2Q_j} \begin{bmatrix} \left(\frac{Q_j}{\epsilon_j} + \frac{Q_{j-1}}{\epsilon_{j-1}} \right) e^{iQ_{j-1}a_{j-1}} & \left(\frac{Q_j}{\epsilon_j} - \frac{Q_{j-1}}{\epsilon_{j-1}} \right) e^{-iQ_{j-1}a_{j-1}} \\ \left(\frac{Q_j}{\epsilon_j} - \frac{Q_{j-1}}{\epsilon_{j-1}} \right) e^{iQ_{j-1}a_{j-1}} & \left(\frac{Q_j}{\epsilon_j} + \frac{Q_{j-1}}{\epsilon_{j-1}} \right) e^{-iQ_{j-1}a_{j-1}} \end{bmatrix}, \quad (1.32)$$

que se conoce como la matriz transferencia para la polarización TM.

1.3.2. Matriz de *Scattering*

Si bien el método de matriz de transferencia ha demostrado su eficacia como herramienta en el estudio de las propiedades ópticas de los cristales fotónicos, no es el único que encontramos en la literatura, en especial cuando se estudian estructuras fotónicas con múltiples capas. En esta dirección, las diversas propuestas de métodos numéricos para el estudio de la propagación de la

radiación electromagnética en los materiales, tienen asociados problemas de crecimiento exponencial de los elementos los cuales dependen de su representación numérica, siendo necesarias re-formulaciones de estos métodos para evitar dichos errores numéricos [85]. En este contexto se presenta el método de matriz de *Scattering*, que a diferencia del método de matriz transferencia relaciona los campos entrantes en una frontera entre materiales, con los campos salientes de la misma.

Como ha sido mostrado en el contexto de la matriz de transferencia, las amplitudes de los campos de la radiación electromagnética en la frontera entre el material $j - 1$ -ésimo y j -ésimo están relacionadas por

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = M_{j,j-1}^P \begin{bmatrix} A_{j-1} \\ B_{j-1} \end{bmatrix}, \quad (1.33)$$

donde P hace referencia a la polarización incidente la cual puede ser TE o TM. Ahora bien, de forma análoga se pueden relacionar los campos entrantes y salientes en la frontera, por medio de la matriz de scattering la cual se puede escribir como

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_{j-1} \end{bmatrix} = S_{j,j-1}^P \begin{bmatrix} A_{j-1} \\ B_j \end{bmatrix}. \quad (1.34)$$

Es de esperar que las dos matrices estén relacionadas y otorguen la misma información sobre el comportamiento de la radiación electromagnética en la estructura de interés, para esto veamos que la matriz $M_{j,j-1}^P$ se puede escribir como

$$M_{j,j-1}^P = \begin{bmatrix} m_{1,1}^{j,j-1} & m_{1,2}^{j,j-1} \\ m_{2,1}^{j,j-1} & m_{2,2}^{j,j-1} \end{bmatrix}, \quad (1.35)$$

de forma análoga podemos escribir la matriz $S_{j,j-1}^P$ como

$$S_{j,j-1}^P = \begin{bmatrix} s_{1,1}^{j,j-1} & s_{1,2}^{j,j-1} \\ s_{2,1}^{j,j-1} & s_{2,2}^{j,j-1} \end{bmatrix}, \quad (1.36)$$

y por medio de un poco de álgebra, se pueden relacionar los elementos de una matriz con los de la otra de la siguiente forma

$$s_{1,1}^{j,j-1} = m_{1,1}^{j,j-1} - \frac{m_{1,2}^{j,j-1} m_{2,1}^{j,j-1}}{m_{2,2}^{j,j-1}}, \quad (1.37)$$

$$s_{1,2}^{j,j-1} = \frac{m_{1,2}^{j,j-1}}{m_{2,2}^{j,j-1}}, \quad (1.38)$$

$$s_{2,1}^{j,j-1} = \frac{-m_{2,1}^{j,j-1}}{m_{2,2}^{j,j-1}}, \quad (1.39)$$

$$s_{2,2}^{j,j-1} = \frac{1}{m_{2,2}^{j,j-1}}. \quad (1.40)$$

Ahora, para construir la matriz de scattering de un sistema de múltiples capas, debemos usar relaciones de recurrencia entre las matrices $S_{j,0}^P$, $S_{j,j-1}^P$ y $S_{j-1,0}$, así

$$s_{1,1}^{j,0} = \frac{s_{1,1}^{j,j-1} s_{1,1}^{j-1,0}}{\alpha}, \quad (1.41)$$

$$s_{1,2}^{j,0} = s_{1,2}^{j,j-1} + \frac{s_{1,1}^{j,j-1} s_{1,2}^{j-1,0} s_{2,2}^{j,j-1}}{\alpha}, \quad (1.42)$$

$$s_{2,1}^{j,0} = s_{2,1}^{j-1,0} + \frac{s_{2,2}^{j-1,0} s_{1,2}^{j,j-1} s_{1,1}^{j-1,0}}{\alpha}, \quad (1.43)$$

$$s_{2,2}^{j,0} = \frac{s_{2,2}^{j-1,0} s_{1,1}^{j,j-1}}{\alpha}, \quad (1.44)$$

$$\alpha = 1 - s_{2,1}^{j,j-1} s_{1,2}^{j-1,0}, \quad (1.45)$$

donde se aplica la condición inicial

$$S_{0,0}^P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.46)$$

Usando la forma total de la matriz de scattering se puede obtener la transmisión (T) y la reflexión (R) para un sistema finito, como el mostrado en la Fig. 1.1, por medio de las relaciones

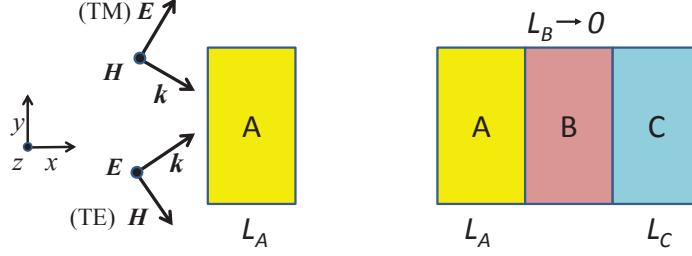


Figura 1.2: A la izquierda representación de un sistema de una sola capa de material A de longitud L_A sobre el cual incide la radiación electromagnética de forma oblicua. A la derecha un sistema formado por tres capas de materiales A , B y C , con anchos L_A , L_B y L_C . En el caso de $L_B \rightarrow 0$, el sistema de tres capas ABC se transforma en un sistema de dos capas AC .

$$T = \left[(S_{N+1,0}^P)_{1,1} \right]^2, \quad (1.47)$$

$$R = \left[(S_{N+1,0}^P)_{2,1} \right]^2. \quad (1.48)$$

1.4. Matriz Transferencia para una y dos capas

Consideremos el sistema mostrado a la izquierda en la Fig. 1.2, este sistema se encuentra formado por una sola capa de material A lineal e isotrópico, con permitividad dieléctrica ϵ_A y permeabilidad magnética μ_A . De acuerdo al formalismo de matriz transferencia la propagación de la radiación electromagnética a través del material A puede estudiarse con la matriz

$$M_A^P = M_{s,A}^P M_{A,e}^P, \quad (1.49)$$

donde P corresponde a cualquiera de las polarizaciones TE o TM ,

$$M_{A,e}^P = \frac{f_A^P}{2Q_A} \begin{bmatrix} C_{A,e}^P & D_{A,e}^P \\ D_{A,e}^P & C_{A,e}^P \end{bmatrix}, \quad (1.50)$$

$$M_{s,A}^P = \frac{f_s^P}{2Q_s} \begin{bmatrix} C_{s,A}^P e^{iQ_A L_A} & D_{s,A}^P e^{-iQ_A L_A} \\ D_{s,A}^P e^{iQ_A L_A} & C_{s,A}^P e^{-iQ_A L_A} \end{bmatrix}, \quad (1.51)$$

$$Q_A^2 = k_0^2 \epsilon_A \mu_A - k_y^2, \quad (1.52)$$

$$C_{A,B} = \frac{Q_A}{f_A^P} + \frac{Q_B}{f_B^P}, \quad (1.53)$$

$$D_{A,B} = \frac{Q_A}{f_A^P} - \frac{Q_B}{f_B^P}, \quad (1.54)$$

y

$$f_A^P = \begin{cases} \mu_A, & P = TE, \\ \epsilon_A, & P = TM. \end{cases} \quad (1.55)$$

En estas relaciones las letras e y s describen los medios de incidencia y de transmisión de la radiación electromagnética separados por la capa A , en el caso de medios e y s sean iguales entonces podemos escribir que $C_{s,A} = C_{A,e}$ y $D_{s,A} = -D_{A,e}$, para más cómoda la notación podemos escribir que $C_{A,e} \rightarrow C_A$ y $D_{A,e} \rightarrow D_A$.

Para el sistema de tres capas presentado en la derecha de la Fig. 1.2, podemos escribir la matriz de transferencia como

$$M_{CBA}^P = M_{s,C}^P M_{C,B}^P M_{B,A}^P M_{A,e}^P. \quad (1.56)$$

En el caso en el cual el medio B es igual a los materiales e y s , junto a la condición adicional $L_B \rightarrow 0$, podremos escribir

$$M_{CBA}^P \rightarrow M_{CA}^P = M_C^P M_A^P. \quad (1.57)$$

1.5. Descripción del sistema tipo graded

Consideremos el sistema fotónico 1D, $G_1 = AB$ formado por capas de materiales A y B con permitividad y permeabilidad $\epsilon_{a(b)}$ y $\mu_{a(b)}$, respectivamente. Manteniendo las cantidades de los materiales A y B constantes, procedemos a realizar N particiones en los materiales, re-organizándolos en N bi-capas (AB) para construir un nuevo sistema $G_N = (AB)_{1,N}(AB)_{2,N}...(AB)_{N,N}$, como en la Fig. 1.3 donde son mostradas las primeras tres generaciones de los sistemas propuestos que presentan variación gradual, los cuales cumplen las siguientes condiciones:

- La proporción entre las longitudes de los materiales en cada bi-capa $(AB)_{i,N}$ se mantiene

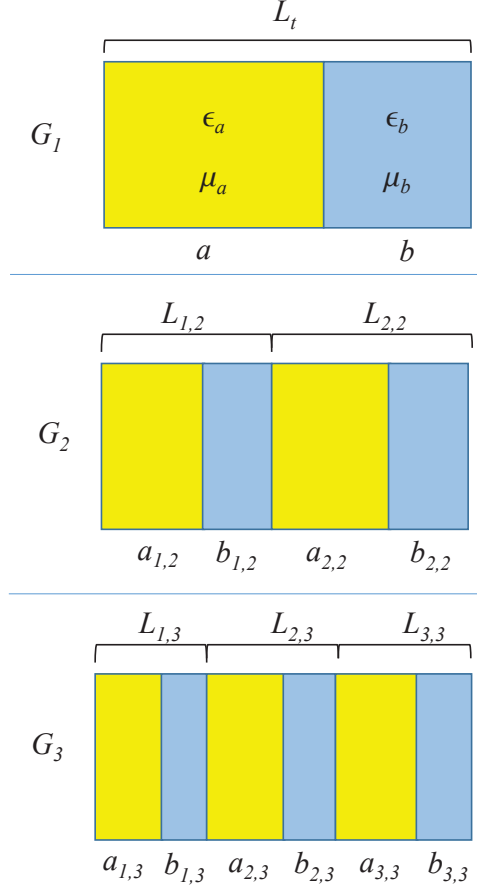


Figura 1.3: Primeras tres generaciones de un sistema 1D con variación gradual.

constante, es decir $a/b = a_{i,N}/b_{i,N}$ donde $a_{i,N}$ y $b_{i,N}$ son los anchos de los materiales A y B en la bi-capa $(AB)_{i,N}$.

- El ancho $L_{i,N}$ de las bi-capas $(AB)_{i,N}$ sigue una progresión aritmética de la forma $L_{i,N} = [(i-1)\delta + 1] L_{1,N}$, donde $L_{1,N}$ es la longitud de la bi-capa $(AB)_{1,N}$ en el sistema G_N , siendo δ el parámetro de gradado.
- La longitud total de cada sistema G_N es la misma, esto es $L_t = \sum_{i=1}^N L_{i,N} = \sum_{i=1}^N a_{i,N} + b_{i,N}$.

Como se puede observar cada nueva generación, puede ser descrita en términos de la generación anterior. Para esto observemos que G_N puede ser escrito como:

$$G_N(L_t) = G_1(L_{1,N}) G_{N-1}(L_t - L_{1,N}), \quad (1.58)$$

aquí el factor de escala para G_{N-1} está determinado por el tamaño de la primera bi-capa $G_1(L_{1,N}) = (AB)_{1,N}$. Por tal razón es de esperarse que las propiedades ópticas del sistema G_N , puedan ser descritas en términos de las propiedades de los sistemas G_1 y G_{N-1} . Además para el caso límite $\delta \rightarrow \infty$ el sistema G_N será equivalente al sistema G_{N-1} con $\delta = 1$.

1.6. Aproximación de la matriz transferencia con factor de gradado pequeño

Un aspecto interesante de los sistemas con variación gradual es que la transmisión asociada a estos sistemas puede ser modificada fuertemente con el parámetro de gradado. Con el propósito de visualizar la dependencia de las propiedades ópticas de cada sistema G_N con el valor del parámetro de gradado δ , es posible mostrar que estos sistemas pueden ser considerados como una colección de sistemas periódicos con defectos en el caso que δ sea muy pequeño.

Tomando en cuenta lo discutido en la sección 1.3, considérese la matriz de transferencia de un sistema formado por N bi-capas de materiales A y B con diferentes longitudes. En este caso la matriz de transferencia puede escribirse como

$$M_t = \prod_{j=N}^1 M_{BA}(j), \quad (1.59)$$

donde $M_{BA}(j)$ corresponde a la matriz de transferencia de la bi-capa $(AB)_{j,N}$, en este caso cada matriz puede ser escrita en términos de la matriz de transferencia para cada capa de material como

$$M_{BA}(j) = M_B(j)M_A(j), \quad (1.60)$$

donde para cada material tenemos que

$$M_A(j) = \mathbf{A}^{-1}P(Q_A a_{j,N})\mathbf{A}, \quad (1.61)$$

$$M_B(j) = \mathbf{B}^{-1}P(Q_B b_{j,N})\mathbf{B}. \quad (1.62)$$

Las matrices $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ contienen la información sobre qué tipo de material es considerado. Estas matrices corresponde a una sola capa de material inmersas en aire (el cual es representado por el subíndice s). Así mismo, P es una matriz la cual contiene información del tipo de material y de su geometría.

La matriz $\mathbf{A}$ puede ser escrita como

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{Q_A}{f_A} + \frac{Q_s}{f_s} & \frac{Q_A}{f_A} - \frac{Q_s}{f_s} \\ \frac{Q_A}{f_A} - \frac{Q_s}{f_s} & \frac{Q_A}{f_A} + \frac{Q_s}{f_s} \end{bmatrix}, \quad (1.63)$$

de forma similar tenemos una expresión para la matriz $\mathbf{B}$, ahora que para la matriz $\mathbf{P}$, esta se puede representar como

$$P(x) = \begin{bmatrix} e^{ix} & 0 \\ 0 & e^{-ix} \end{bmatrix}. \quad (1.64)$$

En caso de pequeñas variaciones de la longitud de cada capa, en la forma descrita en la sección 1.5, se obtiene que

$$P(Q_A a_{j,N}) \approx P(Q_A a_{1,N}) + \Delta_A(j) P'(Q_A a_{1,N}), \quad (1.65)$$

$$P(Q_B b_{j,N}) \approx P(Q_B b_{1,N}) + \Delta_B(j) P'(Q_B b_{1,N}), \quad (1.66)$$

donde P' es la derivada de la matriz P , y $\Delta_{A(B)}(j) = (j-1)\delta Q_{A(B)} a(b)_{1,N}$.

Bajo esta aproximación podemos escribir para cada bicapa que

$$M_{BA}(j) \approx M_{BA}(1) + N_{BA}(j), \quad (1.67)$$

siendo

$$\begin{aligned} N_{BA}(j) &= B^{-1} [\Delta_B(j) P'(Q_B b_{1,N}) B A^{-1} P(Q_A a_{1,N}) \\ &\quad + \Delta_A(j) P(Q_B b_{1,N}) B A^{-1} P'(Q_A a_{1,N})] A, \end{aligned} \quad (1.68)$$

donde podemos observar que todas las dependencias son lineales con respecto del parámetro de gradado. En este caso la matriz de transferencia para el sistema total puede ser aproximada como

$$\begin{aligned} M_t &= [M_{BA}(1)]^N \\ &+ \sum_{j=0}^{N-1} [M_{BA}(1)]^j N_{BA}(N-j) [M_{BA}(1)]^{N-j-1}, \end{aligned} \quad (1.69)$$

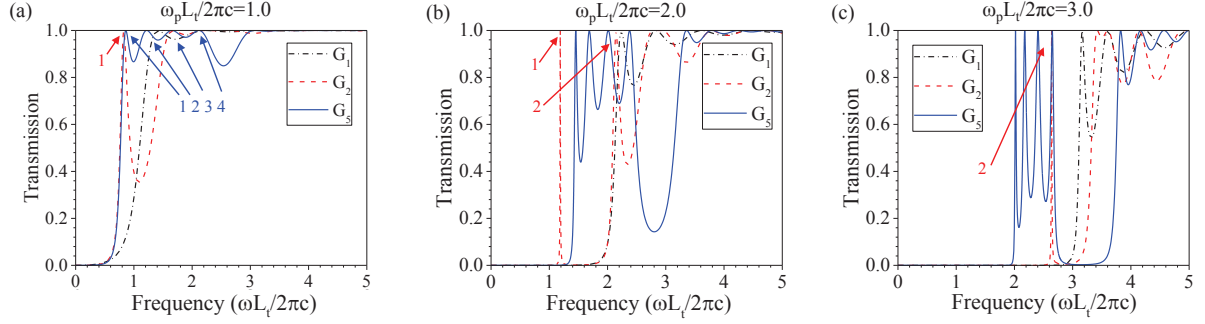


Figura 1.4: Diagrama de transmisión considerando incidencia normal de los sistemas G_1 , G_2 y G_5 para tres diferentes valores de la relación $\omega_p L_t / 2\pi c$.

donde $[M_{BA}(1)]^0 = I$ y $N_{BA}(1) = 0$.

Como se puede observar, esta expresión considera múltiple sistemas formados por N bi-capas de materiales A y B donde algunas capas pueden ser descritas como defectos en un sistema periódico, representados con las matrices $N_{BA}(j)$.

Se espera que esta interpretación pueda ser útil para entender las propiedades ópticas de los sistemas con variación gradual de los materiales.

1.7. Resultados

Los sistemas estudiados están formados por capas de un metamaterial con respuesta metálica tipo Drude, como material A, y capas de aire como material B. La permitividad dieléctrica del metamaterial se puede escribir como

$$\epsilon_a = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \quad (1.70)$$

donde ω_p es la frecuencia de plasma angular del metamaterial y γ es el parámetro de absorción [39, 86].

Con el propósito de estudiar la modificación de los diagramas de transmisión con el número de bi-capas, esto es con la generación G_N , en la Fig. 1.4 se muestran las respuestas de los sistemas G_1 , G_2 y G_5 considerando incidencia normal de la radiación electromagnética para tres diferentes valores de la relación $\omega_p L_t / 2\pi c$: (a) 1.0, (b) 2.0 y (c) 3.0 en función de la frecuencia normalizada $\omega L_t / 2\pi c$. Las líneas de rayas-puntos, rayas y la línea sólida corresponde a G_1 , G_2 y G_5 respectivamente. Los valores de los parámetros del cálculo son $a/b = 1$, $\delta = 0$, $a/b = 1$ y $\gamma = 0$. En la Fig. 1.4(a) se puede observar para el caso de $\omega_p L_t / 2\pi c = 1.0$, altos valores en la transmisión para G_2 y G_5 para valores de la frecuencia normalizada (en adelante solo frecuencia)

por debajo de las altas transmisiones para el sistema G_1 , así mismo podemos observar un pico de transmisión estrecho para G_2 (señalado en color rojo como 1) que se corresponde con el número de capas de aire entre las capas de metamaterial presentes en el sistema. De forma análoga para G_5 podemos observar cuatro picos de alta transmisión (señalados en color azul como 1, 2, 3 y 4), resultados de las cuatro cavidades resonante en el sistema para las cuales podemos decir forman una banda de transmisión que semeja la respuesta de un cristal fotónico. Como podemos observar la redistribución del material en cada uno de los diferentes sistemas G_N modifica la formación de bandas de transmisión, mostrando alta transmisión a menores frecuencias con el aumento del número de particiones, N . También pudimos observar la aparición de picos de alta transmisión en un número igual a las cavidades resonantes formadas por las diferentes particiones. En la Fig. 1.4(b) se muestra el caso para $\omega_p L_t / 2\pi C = 2.0$, en el cual podemos observar que las altas transmisiones para el sistema G_1 se desplazan a frecuencias mayores. Así mismo podemos observar para G_2 dos picos de transmisión estrechos (señalados en color rojo como 1 y 2). Al comparar la respuesta de este sistema con la mostrada en Fig. 1.4 (a) se observa el desplazamiento del pico de transmisión 1 a frecuencias más altas, con una disminución de su ancho de banda. Por otra parte el pico de transmisión 2, el cual está localizado en una frecuencia por encima de $\omega_p L_t / 2\pi C = 2.0$ no aparece en Fig. 1.4 (a). En cuanto al sistema G_5 , se observa la formación de una banda de transmisión alrededor de la frecuencia de plasma, formada por cuatro picos de alta transmisión (los cuales también son observados en Fig. 1.4 (a)), localizados a mayores frecuencias con el aumento de la relación $\omega_p L_t$. Como se muestra al cambiar la relación $\omega_p L_t$ a valores mayores (cambio que se puede interpretar como un aumento en la frecuencia de plasma del metamaterial considerado o un aumento en el tamaño del sistema) se modifica la respuesta óptica de los sistemas $G_{N>1}$ que tienden a mostrar una respuesta similar a la de cristales fotónicos. Esto es más evidente en la Fig. 1.4(c) para $\omega_p L_t / 2\pi C = 3.0$, donde G_5 presenta una banda completa de transmisión para $\omega L_t / 2\pi C < 3.0$ y que es más delgada que aquella mostrada en el caso presentado en la Fig. 1.4(b). Además, se observa la desaparición del pico de transmisión 1 para el sistema G_2 .

Con el propósito de estudiar la dependencia de la transmisión para un número grande de particiones, en la Fig. 1.5 se muestra el espectro de transmisión de los sistemas G_{10} y G_{100} cuando $\omega_p L_t / 2\pi c = 3.0$ en función de la frecuencia normalizada $\omega L_t / 2\pi c$. Las líneas sólida, de rayas-puntos y rayada corresponden a G_{eff} , G_{10} y G_{100} respectivamente. Los valores de los parámetros usados son $\delta = 0$, $a/b = 1$ y $\gamma = 0$. Como se observa G_{10} presenta una banda de transmisión que es más ancha que aquella correspondiente al caso G_5 mostrado en la Fig. 1.4(c). También se observa que el sistema G_{100} presenta una transmisión similar a la correspondiente a un sola capa de metal con una frecuencia de plasma efectiva menor que el valor de ω_p , que depende de

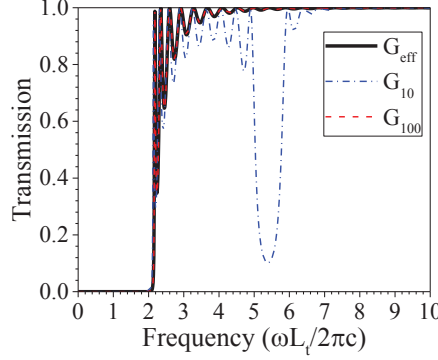


Figura 1.5: Diagrama de transmisión para incidencia normal de los sistemas G_{eff} , G_{10} y G_{100} con $\omega_p L_t / 2\pi c = 3.0$ en función de la frecuencia normalizada $\omega L_t / 2\pi c$.

la relación de los anchos de las capas de los materiales considerados, a/b . En el caso mostrado de $a/b = 1$ este valor se corresponde con el de $\omega_p / \sqrt{2}$ [87], este límite es presentado en la Fig. 1.5 como G_{eff} , el cual corresponde al caso de infinitas particiones, aun cuando este límite no puede ser alcanzado en la práctica. Este último resultado enriquece la posibilidad de simular una gran variedad de valores diferentes de frecuencias de plasma, dependiendo del tipo de gradado de los sistemas 1D.

En la Fig. 1.6 se observa el diagrama de transmisión para incidencia normal de los sistemas (a) G_2 , (b) G_5 y (c) G_{10} para diferentes valores del parámetro de gradado δ en función de la frecuencia normalizada $\omega L_t / 2\pi c$. Las líneas de segmento-punto, segmentos, sólida y punteada corresponden a $\delta = 0$, $\delta = 0.1$, $\delta = 1.0$ y $\delta \rightarrow \infty$ respectivamente. Los parámetros usados para el cálculo fueron $\omega_p L_t / 2\pi c = 2.0$, $a/b = 1$ y $\gamma = 0$. Como se observa en Fig. 1.6(a) para G_2 , el aumento en el valor de δ desplaza los dos primeros picos de transmisión a frecuencias más altas, junto con una disminución en el valor de la transmisión (tal como se muestra en las figuras incrustadas). El cambio es más evidente para el primer pico de transmisión, el cual casi desaparece cuando $\delta = 1$. En este caso, se espera que para valores grandes del parámetro δ el espectro de transmisión sea similar que el del sistema G_1 , debido principalmente a que la mayor cantidad de material estará ubicada en uno de los lados del sistema.

En el caso de G_5 mostrado en la Fig. 1.6(b), el aumento en δ modifica los primeros cuatro picos de transmisión los cuales se desplazan a mayores frecuencias, con una variación en la intensidad de la transmisión la cual es más evidente para los picos a mayores frecuencia, más aun se observa la desaparición de algunos de ellos en el caso límite con $\delta \rightarrow \infty$. En el caso de la región con baja transmisión que se observa entre $\omega L_t / 2\pi c \in (2.4, 3.4)$ cuando $\delta = 0$, la redistribución de material permite la formación de nuevos picos en la transmisión, los cuales se corren hacia frecuencias menores con el aumento de δ , con un máximo en la transmisión

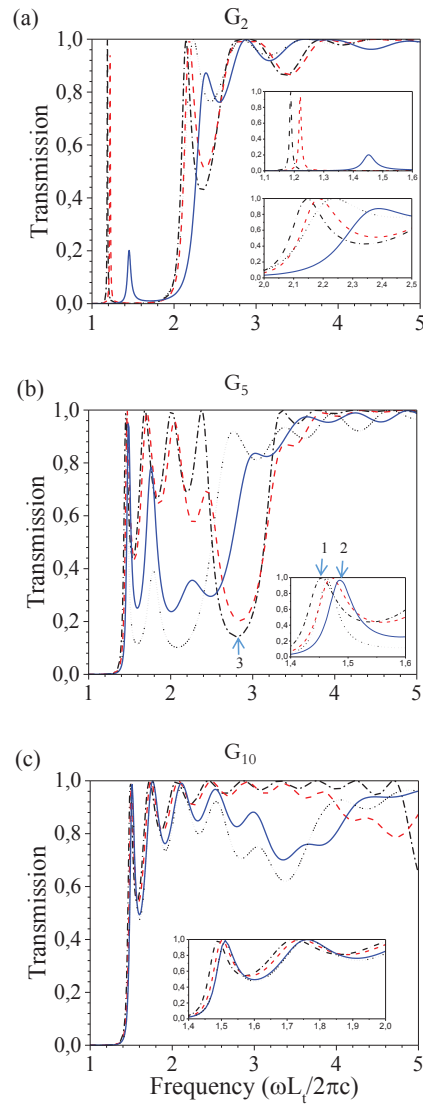


Figura 1.6: Diagrama de transmisión para incidencia normal de los sistemas (a) G_2 , (b) G_5 y (c) G_{10} para diferentes valores del parámetro de gradado δ en función de la frecuencia normalizada $\omega L_t / 2\pi c$.

para $\omega L_t/2\pi c = 2.8$. En contraste con los resultados obtenidos para G_2 , los primeros picos de transmisión no presentan una variación significativa en su posición con el aumento de δ (como se observa en la figura incrustada).

Para el sistema G_{10} el aumento en δ modifica la posición y el valor de la transmisión de los picos de transmisión (en las figuras incrustadas puede observarse la variación para los primeros dos picos de transmisión), los cuales son más acusados para aquellos localizados en frecuencias mayores, tal como se observa en la Fig. 1.6(c). En este caso, a frecuencias altas la variación casi continua de la distribución de material en cada una de las sub-estructuras, modifica las condiciones de resonancia las cuales son características de los sistemas periódicos. En contraste a bajas frecuencias, los diferentes sistemas tienden a presentar una respuesta efectiva similar. Es interesante observar que con el aumento en el número de particiones, los primeros picos de transmisión para los diferentes sistemas mostrados presentan pequeñas variaciones en sus posiciones con el valor de δ .

Como ha sido mostrado para cada uno de los sistemas considerados, el aumento en el valor de parámetro δ modifica la posición y el valor de la transmisión de los primeros picos de transmisión, hacia frecuencias mayores, debido a la variación casi continua de la cantidad de material en cada una de las sub-estructuras cambiando las condiciones de resonancia, en comparación con los sistemas periódicos. También, con el aumento del número de particiones los picos de transmisión localizados a frecuencias bajas son casi independientes de δ . Estos resultados muestran la gran versatilidad de los sistemas con variación gradual propuestos, con los cuales es posible tener diferentes tipos de respuestas las cuales se presentan con las variaciones en los picos de transmisión y la formación de nuevas bandas de frecuencias con baja transmisión, las cuales no son posibles con estructuras periódicas con la misma cantidad de material.

In Fig. 1.7 se muestra la distribución de $|E|$ bajo incidencia normal del sistema G_5 para dos valores diferentes del parámetro de gradado δ . Los paneles superiores (inferiores) son calculados con $\delta = 0$ ($\delta = 1$). Las frecuencias consideradas se corresponden con los valores señalados como 1 ($\omega L_t/2\pi c = 1.452$), 2 ($\omega L_t/2\pi c = 1.486$) y 3 ($\omega L_t/2\pi c = 2.8036$) en la Fig. 1.6 (b). El metamaterial está representado por las áreas grises. Los valores de los parámetros utilizados son $\omega_p L_t/2\pi c = 2.0$, $a/b = 1$ y $\gamma = 0$. En el caso de las Figs. 1.7 (a) y 1.7 (b) las distribuciones son calculadas para la frecuencia del pico de transmisión señalado como 1 ($\omega L_t/2\pi c = 1.452$) mostrado en la Fig. 1.6(b), observamos que para un sistema periódico el perfil de campo es simétrico con respecto de la capa central de metamaterial, para el cual se observa máximos en el intensidad del campo en las capas de aire que la rodean, esto es resultado de las múltiples reflexiones y resonancias del sistema, también podemos observar que al interior de las capas de metamaterial el campo tiene un comportamiento evanescente que se evidencia fuertemente en la

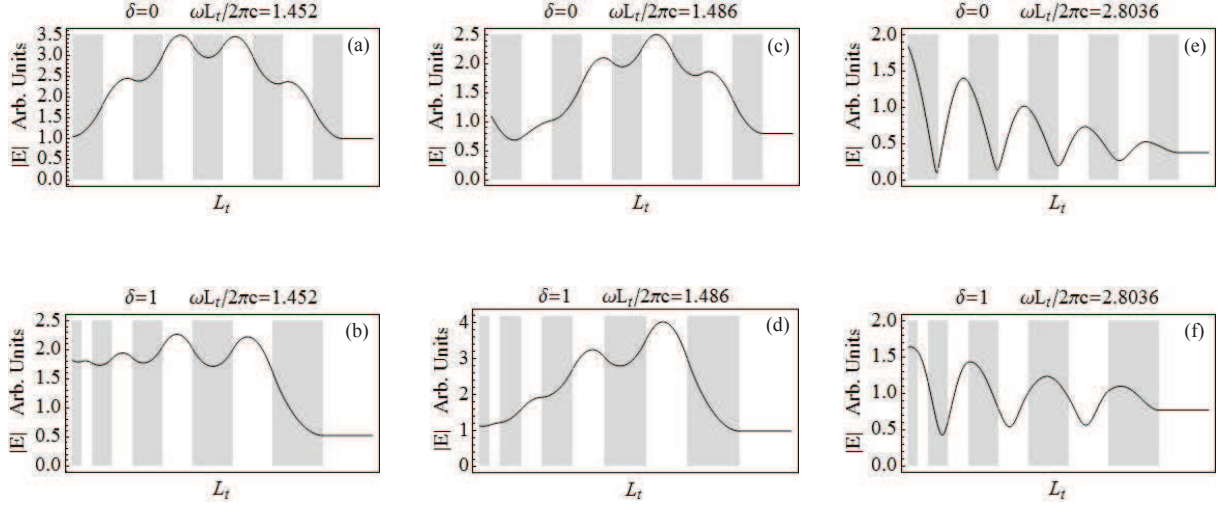


Figura 1.7: Distribución de $|E|$ para incidencia normal del sistema G_5 para dos valores diferentes del parámetro de gradado δ .

capa central. Para el caso del sistema con gradado, observamos que la continua variación en el ancho de las capas modifica las condiciones de resonancia del sistema, alcanzándose intensidades de campo menores que en el caso sin gradado, también se puede observar que la capa de meta-material más ancha al extremo de la estructura favorece el mayor decaimiento de la intensidad de la radiación al salir del sistema. En estos dos casos, el campo eléctrico evanesce al interior del metamaterial debido a que su función dieléctrica para esta frecuencia es negativa. En el caso de las Figs. 1.7 (c) y 1.7 (d) el perfil de campo es calculado para la frecuencia señalada como 2 ($\omega L_t/2\pi c = 1.486$) en la Fig. 1.6(b), como vemos esta frecuencia se corresponde con la frecuencia del máximo del primer pico de transmisión cuando $\delta = 1$. Para el caso del sistema sin gradado, observamos que el perfil del campo no es simétrico, en acuerdo con una condición no resonante, también se observa que la intensidad alcanzada al interior de la estructura es menor que en el correspondiente caso con gradado. Para el caso con gradado, vemos que la distribución de los materiales favorece una mayor intensidad del campo al interior del sistema en comparación con el sistema periódico. Para la frecuencia mostrada en las Figs. 1.7 (e) y 1.7 (f) que se corresponde con la frecuencia del mínimo de transmisión marcado como 3 ($\omega L_t/2\pi c = 2.8036$) en la Fig. 1.6(b), podemos observar para el caso sin gradación que el campo evanesce de la forma esperada en una brecha de Bragg donde los máximos y mínimos de intensidad están localizados cerca de las frontera metal-aire, para el caso con gradación podemos observar una distribución similar al caso periódico, no obstante es evidente que los máximos y mínimos de intensidad no están localizados en las fronteras metal-aire, más aun los máximos no aparecen igualmente espaciados, esto debido exclusivamente a la distribución del material en cada sub-estructura.

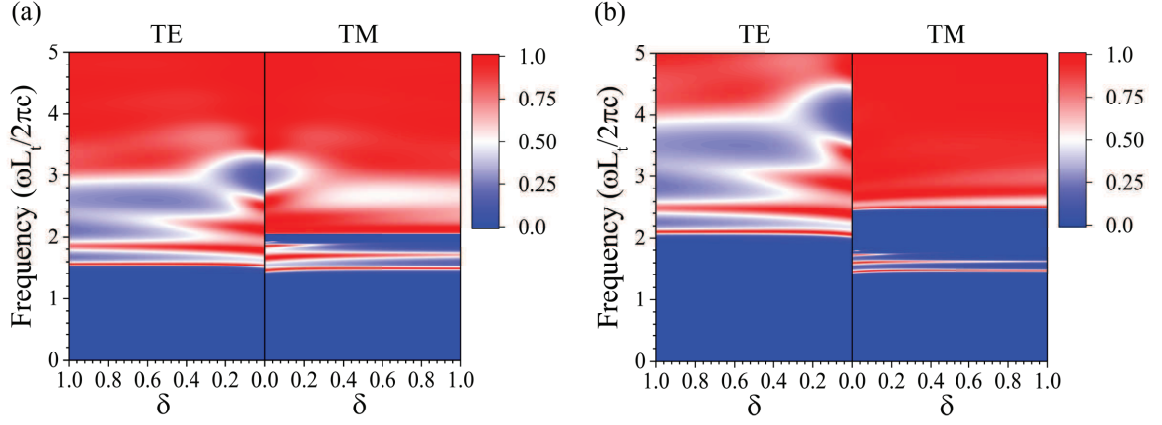


Figura 1.8: Diagrama de transmisión para las polarizaciones TE y TM del sistema G_5 como función del parámetro δ considerando incidencia oblicua.

Como hemos mostrado la variación en la distribución de material, favorece una redistribución de las bandas de transmisión del sistema, al igual que una redistribución de la intensidad del campo eléctrico en su interior, la cual no puede ser descrita en términos de las usuales condiciones de resonancia para sistemas periódicos. Esta asimetría en las diferentes distribuciones puede favorecer mayores transmisiones de la radiación en frecuencias que usualmente para sistemas periódicos están relacionadas con brechas en la transmisión.

En la Fig. 1.8 se muestra el diagrama de transmisión para las polarizaciones TE y TM del sistema G_5 como función del parámetro δ considerando incidencia oblicua: (a) $\phi = \pi/10$ y (b) $\phi = \pi/4$. Los valores de los parámetros usados son $\omega_p L_t / 2\pi c = 2.0$, $a/b = 1$ y $\gamma = 0$. En la Fig. 1.8 (a) con $\phi = \pi/10$, para la polarización TE se observa el desplazamiento de los picos de transmisión a frecuencias mayores con el incremento de δ . También podemos observar el cambio en las regiones con baja transmisión debido a la modificación de las condiciones de resonancia con el tamaño de las bi-capas. En particular, la brecha con frecuencia media alrededor de $\omega L_t / 2\pi c = 3.0$ cambia hasta tener una frecuencia media localizada alrededor de $\omega L_t / 2\pi c = 2.5$ con el aumento de δ . En este caso las propiedades ópticas para los sistemas G_5 no pueden describirse en términos de una respuesta efectiva, esto pues cada uno de los sistemas G_5 considerados tienen la misma cantidad de material. Las diferencias entre ellos solo deben estar relacionadas con la redistribución de material la cual modifica las condiciones de interferencia de las múltiples reflexiones al interior de la estructura, haciendo que estos sistemas presenten una respuesta óptica que recuerda a la de un sistema con menos particiones, en particular para δ grandes, debido a que la mayor cantidad de material estará distribuida a un lado del sistema. Por otra parte para la polarización TM, se observan valores de transmisión altos por encima de la

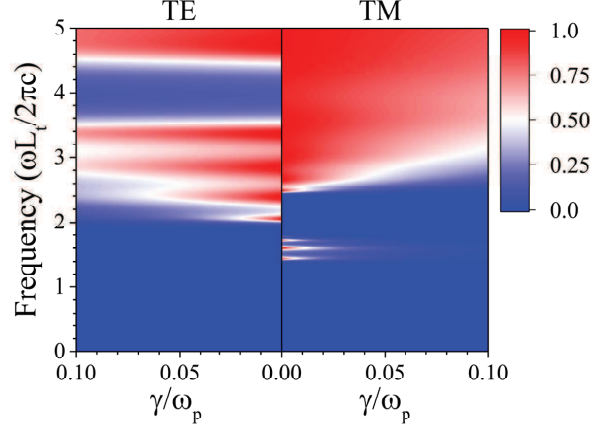


Figura 1.9: Diagrama de transmisión para las polarizaciones TE y TM del sistema G_5 como función de γ/ω_p considerando incidencia oblicua $\phi = \pi/10$.

frecuencia $\omega L_t/2\pi c = 2.0$. Cerca de esta frecuencia, la transmisión es baja debido a la excitación de la resonancia de plasmón-polaritón en el metamaterial, la cual es independiente de la cantidad de material [88]. También podemos observar la modificación de los picos de transmisión por debajo de $\omega L_t/2\pi c = 2.0$, los cuales modifican un poco su posición hacia frecuencias mayores con el aumento del parámetro de gradado. Además, se observa la desaparición de algunos de ellos con el aumento de δ , especialmente los localizados cerca de $\omega L_t/2\pi c = 2.0$, debido a las diferencias entre la distribución de material, la cual modifica las condiciones de resonancia en cada uno de los diferentes sistemas G_5 . Con el aumento del ángulo de incidencia a $\phi = \pi/4$, en la Fig. 1.8 (b), para la polarización TE se observa el cambio de los picos de transmisión a frecuencias mayores. Por el contrario para la polarización TM, el aumento del ángulo de incidencia causa una disminución de los anchos de los picos de transmisión localizados por debajo de $\omega L_t/2\pi c = 2.0$, también observándose la desaparición de algunos de ellos, tal como fue discutido en la Fig. 1.8 (a).

Los anteriores resultados permiten ampliar las posibles aplicaciones de los sistemas con variación gradual propuestos como filtros ópticos en anchos de banda pequeños, los cuales pueden ser diseñados tomando en cuenta su dependencia con el parámetro δ , y que se pueden controlar mediante el ángulo de incidencia, gracias a la excitación de plasmón-polaritón en el metamaterial. Con el propósito de estudiar la modificación de las propiedades ópticas de los sistemas propuestos con la absorción presente en el metamaterial, en la Fig. 1.9 se presentan el diagrama de transmisión para las polarizaciones TE y TM del sistema G_5 como función de γ/ω_p considerando incidencia oblicua $\phi = \pi/10$. Los valores de los parámetros usados son $\omega_p L_t/2\pi c = 2.0$, $a/b = 1$ y $\delta = 0$. Para la polarización TE, Fig. 1.9(a), se observa la desaparición de los picos de trans-

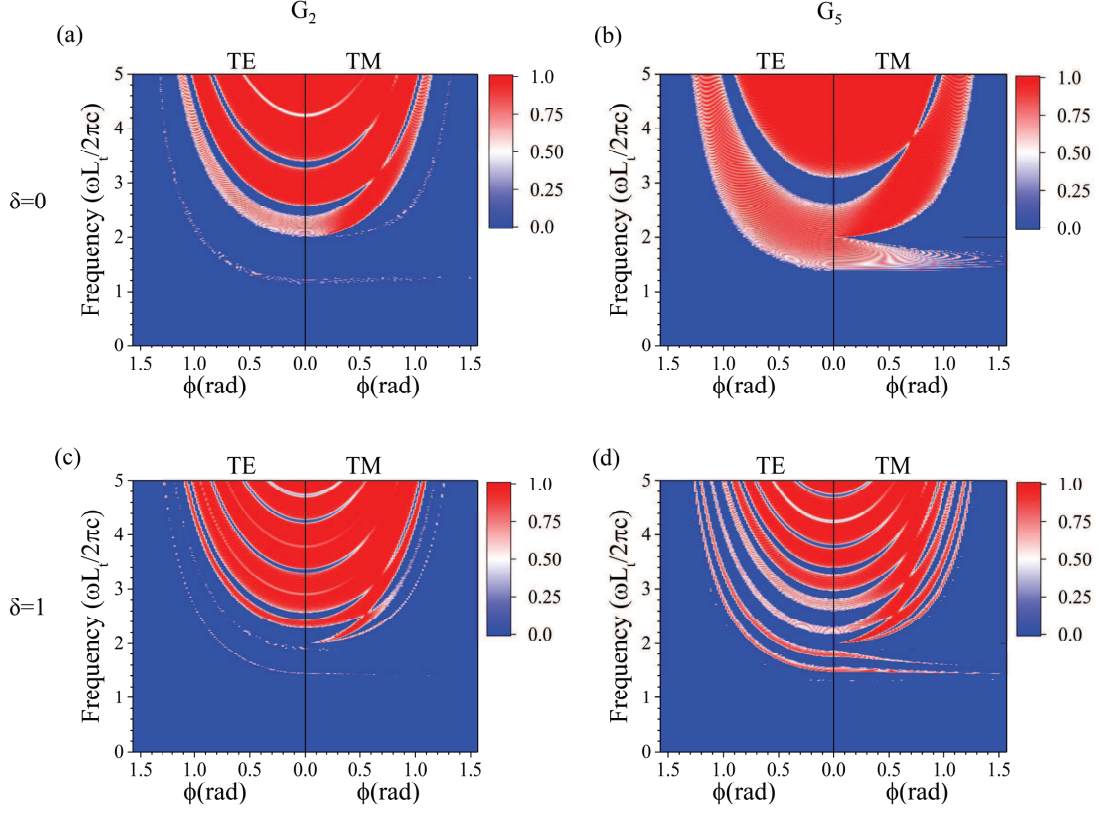


Figura 1.10: Diagramas de transmisión para las polarizaciones TE y TM en función del ángulo de incidencia de los cristales fotónicos formados por 10 unidades de los sistemas G_2 y G_5 para dos valores del parámetro de gradado δ .

misión con el aumento de γ , siendo más evidente para aquellos localizados a bajas frecuencias. Cabe resaltar que la respuesta característica del sistema se sigue observando aun para valores de $\gamma/\omega_p < 0.02$. En el caso de la polarización TM, Fig. 1.9(b), para frecuencias por debajo de $\omega L_t/2\pi c < 2.0$ los picos de transmisión presentan una gran variación con γ .

Como se espera, el incremento de γ hace que desaparezcan los picos de transmisión, lo que permite tener el control sobre la propagación de este tipo de respuesta con las pérdidas en el metamaterial.

Como ya fue mencionado en la Fig. 1.8, la variación del tamaño de las bi-capas en el sistema G_N con δ modifica la formación de los picos de transmisión aun cuando cada estructura G_N tiene el mismo número de bi-capas, esto hace que se puedan modificar fuertemente las condiciones de resonancia en un cristal fotónico aun para valores pequeños de δ . En la Fig. 1.10 se muestran los diagramas de transmisión para las polarizaciones TE y TM de lo que llamaremos Cristales Fotónicos Modulares Variables (CFMV) hechos con los sistemas G_2 y G_5 (CFMV- G_2 y CFMV-

G_5 respectivamente) como funciones del ángulo de incidencia, para dos valores del parámetro de gradado δ : (a) y (b) $\delta = 0$, (c) y (d) $\delta = 1$. Los valores de los parámetros usados son $\omega_p L_t / 2\pi c = 2.0$, $a/b = 1$, $\delta = 0$ y $\gamma = 0$. En la Fig. 1.10 (a) se considera $\delta = 0$, para el caso de CFMV- G_2 , se observa la formación típica de las brechas fotónicas de Bragg tanto para la polarización TE como para la polarización TM. En particular para la polarización TE se observa el desplazamiento de las bandas de transmisión a frecuencias mayores con el aumento del ángulo de incidencia, comportamiento también observado para CFMV- G_5 , mostrado en 1.10 (b). Por otra parte para la polarización TM el sistema CFMV- G_2 , presenta una banda estrecha de alta transmisión por debajo de $\omega L_t / 2\pi c = 2.0$ que modifica un poco su posición hacia frecuencias mayores con el incremento del ángulo de incidencia. En el caso del sistema CFMV- G_5 , se observa una banda de alta transmisión la cual disminuye su ancho con el incremento del ángulo de incidencia. Esto es debido a la excitación de modos de plasmón-polaritón en las capas metálicas, resultado del acople del campo eléctrico de la radiación incidente con el plasma presente en el metal, el cual crece con el aumento del ángulo de incidencia [88, 89]. En el caso de frecuencias por encima de la frecuencia de plasma $\omega L_t / 2\pi c = 2.0$, para la polarización TM se observa el desplazamiento de los picos de transmisión hacia frecuencias mayores para ambos sistemas. Con el incremento del parámetro de gradado a $\delta = 1.0$ se observa una fuerte variación de la transmisión, en particular para CFMV- G_2 en (c), se observa una transmisión que debe corresponderse con las dos sub-estructuras las cuales están presentes en G_2 , para las cuales debe existir interacciones de largo alcance entre bi-capas similares en cada sub-sistema de G_2 que forma CFMV- G_2 . Esto enriquece la transmisión gracias a la formación de bandas, que son inaccesibles para una estructura periódica con un solo componente, esto se hace más evidente en el caso de CFMV- G_5 , donde cinco sub-estructuras están presentes.

Como podemos observar, la introducción de una variación gradual del tamaño de las bi-capas en un cristal fotónico, enriquece su espectro de transmisión gracias a las múltiples sub-estructuras que lo conforman, en particular para el sistema gradado propuesto, el ancho de las nuevas bandas de transmisión puede modificarse con el parámetro de gradado δ , debido a la modificación de las resonancias en las sub-estructuras con variación gradual propuestas que forman el cristal fotónico, que no son posibles de alcanzar con sistemas periódicos.

A pesar del hecho de que los sistemas estudiados están formados por materiales con una respuesta metálica, estos resultados pueden ser ampliados a otras estructuras dispersivas como los semiconductores dopados [90–93], en los cuales el nivel de dopaje permite describir su función dieléctrica en términos de su frecuencia de plasma, la cual puede depender de diferentes parámetros como temperatura y presión [11, 94]. Por otra parte, sistemas dispersivos basados en metamateriales [95–97], los cuales son descritos por medio de la respuesta efectiva de circuitos

resonantes, permiten alcanzar frecuencias de trabajo menores que aquellas asociadas a los materiales metálicos convencionales. En efecto para un sistema formado por un metamaterial con una frecuencia de plasma en el rango de los GHz, la longitud a la cual podrían ser hallados los resultados descritos en este trabajo será del orden de algunos centímetros (por ejemplo para una frecuencia de plasma de 3 GHz y una relación $\omega_p L_t / 2\pi c = 2$ la longitud total del sistema será de 20cm). En el caso de un metamaterial con una frecuencia de plasma en el rango de los THz, la longitud del sistema será del orden de los micrómetros.

Otra aplicación de los sistemas con variación gradual estudiados podría ser implementada en sistemas fotónicos con inclusiones de capas de grafeno, las cuales enriquecerían la respuesta de estos sistemas gracias a la modulación de las propiedades del grafeno por medio de agentes externos como voltaje, temperatura, nivel de dopaje entre otras [98–102], permitiendo un mayor control en la formación de la bandas de transmisión.

1.8. Conclusiones

En resumen, en este capítulo utilizando el formalismo de la matriz de scattering, se estudiaron las propiedades ópticas de sistemas fotónicos 1D contruidos por múltiples bi-capas de metamaterial con respuesta tipo Drude y aire, donde la cantidad total de material, así como la proporción de longitud de cada uno de ellos en cada bi-capa se mantiene constante, pero en el cual se consideró una variación gradual de la longitud de las bi-capas en función de su posición en el sistema siguiendo una progresión aritmética. Se encontró la formación de una banda de transmisión cuyo ancho crece con el aumento del número de bi-capas, hasta el caso límite de un gran número de bi-capas, donde los sistemas se comportan como una sola capa de metamaterial con una frecuencia efectiva de plasma que depende de la relación de la cantidad de metamaterial y aire en la estructura. Se encontró que el aumento en δ modifica la ubicación y los valores de los primeros picos de transmisión desplazándolos a frecuencias más altas, debido a la variación continua de la cantidad de material en cada sub-estructura, lo cual también está relacionado con una redistribución de la intensidad del campo eléctrico dentro del sistema fotónico, que no se puede describir fácilmente en términos de las condiciones de resonancia habituales de los sistemas periódicos. Gracias a estas diferencias en la distribución de campo, los sistemas tipo con variación gradual propuestos logran altos valores de transmisión a frecuencias en las que los sistemas periódicos presentan brechas fotónicas. Para la polarización TE, se encontró el desplazamiento de los picos de transmisión a frecuencias más altas con el aumento del ángulo de incidencia, sin embargo para la polarización TM se encontró la modulación del ancho de banda de los picos de transmisión a bajas frecuencias con la distribución del material, que mejoran la

aplicación de los sistemas estudiados como filtros ópticos, que se pueden controlar con el ángulo de incidencia, gracias a la excitación de la respuesta plasmón-polaritón en el metamaterial. Así mismo, la respuesta óptica característica de los sistemas estudiados no presentó mucha variación aun para valores de absorción en el metamaterial de $\gamma < 0.02\omega_p$. También al considerar cristales fotónicos formados por las estructuras con variación gradual propuestas, se observó el cambio en la transmisión con el parámetro de gradado, esto debido a las múltiples sub-estructuras presentes en el cristal fotónico, logrando respuestas ópticas inaccesibles para cristales fotónicos formados por un sólo tipo de estructura. Además, se desarrolló un enfoque analítico para las estructuras propuestas, que muestra que esta clase de sistemas pueden ser interpretados como un conjunto de múltiples sistemas periódicos con defectos dentro de ellos. Estos resultados muestran la gran versatilidad de los sistemas propuestos, gracias a que es posible tener diferentes tipos de respuestas como el desplazamiento observado de las bandas de transmisión, que no son posibles en estructuras periódicas con la misma cantidad de material. Se espera que estos resultados permitan abrir una ruta en el diseño de dispositivos ópticos basados en sistemas con la variación gradual propuesta.

Respuesta óptica variable en un cristal fotónico 1D formado por dieléctrico, grafeno y metamaterial.

2.1. Resumen

Como se mostró en el capítulo anterior la distribución material tiene un fuerte efecto en las propiedades de los sistemas fotónicos, las cuales no pueden ser descritas por medio de una aproximación de medio efectivo aun cuando se considera la misma cantidad de material en los diferentes sistemas. Por otra parte, las propiedades ópticas de los sistemas fotónicos pueden ser modificadas si las propiedades de los materiales constituyentes son afectadas por agentes externos, por tal razón en este capítulo, se estudian las propiedades ópticas de un sistema fotónico 1D formado por múltiples capas de dieléctrico y un metamaterial anisotrópico uniaxial con respuesta metálica tipo Drude, considerando inserciones de grafeno en la frontera dieléctrico-dieléctrico (DGM-CF). Los espectros de transmisión para las polarizaciones TE y TM se presentan como función del ángulo de incidencia, el potencial químico del grafeno y la frecuencia de plasma del metamaterial. Se muestra que este sistema modifica su respuesta óptica a la polarización TM con la variación del potencial químico del grafeno, lo cual puede ser observado como una banda de transmisión o de reflexión alrededor de la frecuencia del plasmón-polaritón del metamaterial, con un ancho de banda que depende no sólo del ángulo de incidencia sino también de la frecuencia de plasma del metamaterial. También estos resultados son observados para sistemas finitos 1D cuando hay absorción en el metamaterial. Las condiciones para la formación de estas bandas se muestra analíticamente. Consideramos que este estudio puede guiar nuevas formas en el diseño de dispositivos fotónicos basados en DGM-CF.

2.2. Introducción

En el caso de CFs contruidos con materiales dieléctricos, ha sido encontrado que las BFs dependen del contraste entre los índices de refracción, así como de la proporción y distribución de los materiales en los CFs [34,84]. Otros resultados han mostrado la aparición de BFs no usuales conocidas como *non-Bragg gaps* al considerar materiales dispersivos. Este tipo de BFs presentan comportamientos muy diferentes a las usuales BFs de Bragg y son fácilmente observables gracias a su dependencia característica con el ángulo de incidencia así como con la polarización de la luz [42]. Un ejemplo de este tipo de comportamientos se observa en CFs 1D formados por dieléctricos y metales, los cuales para la polarización TM presentan una BF localizada alrededor de la frecuencia del plasmón eléctrico del metal, la cual aumenta su ancho de banda con el ángulo de incidencia. También, estudios en los cuales se han considerado metamateriales con índice de

refracción negativo (también conocidos como materiales doblemente negativos -DNs), los cuales son estructuras artificiales cuyas propiedades eléctrica y magnética, están basadas en circuitos resonantes (también conocidos como *Split Ring Resonators* - SRRs por sus siglas en ingles), han mostrado la formación de una brecha fotónica, que es independiente de la escala del sistema, localizado en frecuencias donde el índice de refracción efectivo del CF es cero [88,89]. En general, los metamateriales presentan anisotropía en sus propiedades eléctricas y magnéticas, debido a la dependencia de las corrientes inducidas en los SRRs con la polarización de la luz, así como de su ángulo de incidencia y el tipo de SRRs considerado, parámetros que caracterizan las bandas de trabajo del metamaterial [95–97]. También, este tipo de sistemas pueden ser eléctricamente negativos (ENs), magnéticamente negativos (MNs), o doblemente negativos (DNs) si su función dieléctrica y diamagnética toman valores negativos en un rango de frecuencias.

A pesar de estos descubrimientos, la modificación dinámica de las BFs depende de la posibilidad de modificar las propiedades de los materiales con agentes externos. En esa dirección, los CFs construidos con materiales ferromagnéticos, superconductores entre otros materiales han sido propuestos, mostrando gran versatilidad en esta tarea [11,12,81].

En años recientes, se ha prestado especial atención a la inclusión de grafeno en los CFs, debido a las propiedades extraordinarias de este alótropo del carbono como: ser un conductor transparente, tener una dureza mayor que la del acero, poseer una alta conductividad térmica entre otras, las cuales son resultado de su particular disposición hexagonal 2D, con una estructura de bandas electrónica en forma de conos y con una relación de dispersión lineal cerca a los bordes de la zona de Brillouin, lo que hace que los electrones presenten una masa efectiva igual a cero [55]. Esto permite que sus propiedades puedan ser moduladas por un voltaje externo al modificar el nivel de Fermi y por ende la concentración de portadores de carga. A pesar de su flexibilidad, la alta movilidad de los portadores de carga y su estabilidad, el grafeno tiene propiedades ópticas en el rango de los THz resultado de su conductividad eléctrica la cual puede ser descrita en términos de los aportes de dispersión entre bandas electrón-fotón y a las transiciones electrónicas interbandas [56], que permite su implementación en sistemas fotónicos 1D. Algunos resultados han mostrado la formación de una BF no usual debida exclusivamente a la inclusión de grafeno en los CFs formados con dieléctricos, la cual es independiente de la polarización y al ángulo de incidencia [98–102]. Así mismo, gracias a las corrientes superficiales que se forman en el grafeno, se han desarrollado propuestas de sistemas en donde se logra una respuesta óptica hiperbólica, debido a que la permitividad dieléctrica efectiva del sistema es anisotrópica y su relación de dispersión esta descrita en términos de los diferentes componentes de la permitividad, los cuales toman valores tanto positivos como negativos para una misma frecuencia [60,61].

Por otra parte, los semiconductores altamente dopados (SCADs), los cuales son semiconductores dopados tipo n o p también presentan propiedades ópticas interesantes en el rango de los THz [90–93]. La respuesta eléctrica de los SCADs depende del nivel de dopaje, además puede ser descrita como un metal tipo Drude junto a un conjunto de múltiples osciladores, los cuales están relacionados con la redistribución de los portadores de carga en las bandas de conducción así como con el cambio de la masa efectiva de los portadores en el material. Algunos resultados usando SCADs han mostrado la existencia de una alta absorción con el incremento del nivel de dopaje, donde el parámetro de absorción es del orden de la frecuencia de plasma del SCAD, haciendo de estos materiales excelentes absorbedores en el rango de los THz.

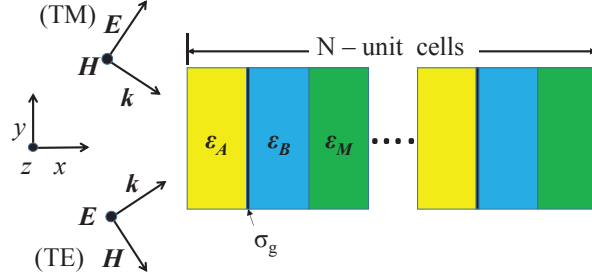


Figura 2.1: Representación esquemática de un cristal fotónico 1D formado por dieléctrico-grafeno-metamaterial (DGM-CF). Las capas de grafeno están localizadas entre las capas de dieléctrico A y B con constantes dieléctricas ϵ_A y ϵ_B respectivamente. El metamaterial es representado por su constante dieléctrica ϵ_M . Las polarizaciones TE y TM son mostradas.

En este capítulo, se estudian las propiedades ópticas de un sistema formado por dieléctrico, grafeno y metamaterial con una respuesta tipo Drude, el cual puede ser construido con SCADs o con metamateriales en el rango de los THz. La transmisión es calculada, utilizando el formalismo de la matriz de *Scattering*, como función de ángulo de incidencia, el potencial químico del grafeno y la frecuencia de plasma del metamaterial. La matriz transferencia para estructuras con grafeno es descrita en la sección 2.3. Los diferentes resultados numéricos y las conclusiones de este estudio son mostrados en las secciones 2.4 y 2.5, respectivamente.

2.3. Matriz transferencia para sistemas con inclusiones de grafeno

Considérese el sistema fotónico mostrado en la Fig. 2.1 formado por múltiples capas de dieléctrico y metamaterial anisotrópico uniaxial. Los materiales dieléctricos A y B están separados por una capa de grafeno, la cual tiene una conductividad superficial resultante de las contribuciones de las transiciones interbandas de los electrones así como de su conducción intrabanda, la cual está descrita por [55,56]

$$\sigma_g = \sigma_g^{intra} + \sigma_g^{inter}, \quad (2.1)$$

$$\sigma_g^{intra} = \frac{e^2}{4\hbar} \frac{i}{2\pi} \left(\frac{16k_B T}{\hbar\omega} \ln \left(2 \cosh \left(\frac{\mu_g}{2k_B T} \right) \right) \right), \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_g^{inter} = & \frac{e^2}{4\hbar} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{\hbar\omega - 2\mu_g}{2k_B T} \right. \\ & \left. - \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\hbar\omega + 2\mu_g)^2}{(\hbar\omega - 2\mu_g)^2 + (2k_B T)^2} \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde e es la carga del electrón, k_B es la constante de Boltzmann, T es la temperatura (en K) y μ_g es el potencial químico de las placas de grafeno, el cual puede ser modificado con un voltaje aplicado sobre ellas. Cabe destacar que a bajas frecuencias el aporte asociado al termino intrabanda de la conductividad es el que mas aporta.

Si se considera que el material dieléctrico y el metamaterial tienen anisotropía uniaxial, podemos describir la permitividad dieléctrica de la capa j -ésima como $\epsilon_j = \text{Diag} [\epsilon_{j,xx}, \epsilon_{j,yy}, \epsilon_{j,zz}]$. Usando las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell, la propagación de la componente z del campo eléctrico (magnético) para la polarización TE (TM) en la capa j -ésima toma la forma

$$F_z^j(x) = A_j e^{iQ_j(x-x_j)} + B_j e^{-iQ_j(x-x_j)}, \quad (2.4)$$

donde

$$Q_j^2 = \begin{cases} k_0^2 \epsilon_{j,zz} - k_y^2 & \longrightarrow \text{TE}, \\ k_0^2 \epsilon_{j,yy} - k_y^2 \frac{\epsilon_{j,yy}}{\epsilon_{j,xx}} & \longrightarrow \text{TM}, \end{cases} \quad (2.5)$$

con $k_0 = \omega/c$ y k_y siendo la componente del vector de onda de la radiación electromagnética en la dirección y . Por lo tanto $k_y = k_0 \sin \phi$, donde ϕ es el ángulo de incidencia de la radiación a la izquierda del sistema estudiado y la posición de la frontera de separación de las capas de materiales $(j-1)$ -ésima y j -ésima esta denotada por x_j .

Debido a la conductividad superficial de las capas de grafeno localizadas entre las capas de dieléctrico, una corriente superficial debe ser considerada con la consecuente modificación de la continuidad de la componente del campo magnético de la radiación incidente denotada por

$$\vec{n}_{j,j+1} \times (\vec{H}_{j+1} - \vec{H}_j) = \sigma_g \vec{E}_t, \quad (2.6)$$

donde $\vec{n}_{j,j+1}$ es el vector normal a la superficie en la frontera de las capas j -ésima y $(j+1)$ -ésima, y $\vec{E}_t$ es la componente tangencial del campo eléctrico en la superficie.

Debido a esto la matriz transferencia toma la forma

$$M_{j,j-1} = \begin{bmatrix} (C - g)e^{iQ_{j-1}a_{j-1}} & (D \mp g)e^{-iQ_{j-1}a_{j-1}} \\ (D \pm g)e^{iQ_{j-1}a_{j-1}} & (C + g)e^{-iQ_{j-1}a_{j-1}} \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

siendo el signo superior (inferior) para la polarización TE (TM), donde $a_j = x_{j+1} - x_j$ y

$$C = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{f_j Q_{j-1}}{f_{j-1} Q_j} \right), \quad (2.8)$$

$$D = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{f_j Q_{j-1}}{f_{j-1} Q_j} \right), \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

con Z_0 la impedancia del espacio vacío, $f_j = 1$ ($f_j = \epsilon_{j,yy}$) y $g = k_0 \sigma_g Z_0 / 2Q_j$ ($g = \sigma_g Z_0 Q_{j-1} / 2k_0 f_{j-1}$), para la polarización TE (TM).

En este trabajo no se consideran capas de grafeno en la frontera entre dieléctrico y metamaterial, por lo cual para esta frontera $g = 0$. Los coeficientes de transmisión (T) y de reflexión (R) para la radiación incidente de un sistema finito, como el presentado en la Fig. 2.1 están dados por

$$T = \left| (S_{3N+1,0}^P)_{1,1} \right|^2, \quad (2.11)$$

y

$$R = \left| (S_{3N+1,0}^P)_{2,1} \right|^2, \quad (2.12)$$

donde $S_{3N+1,0}$ es la matrix de *scattering* del sistema multicapa, el cual puede ser calculado usando las relaciones de recurrencia mostradas en la sección 1.3.2 [85].

2.3.1. Respuesta efectiva del sistema dieléctrico-grafeno-metamaterial

En el límite de longitud de onda larga y debido a la conductividad superficial de las capas de grafeno, el sistema mostrado en la Fig. 2.1 tiene una respuesta dieléctrica efectiva la cual es anisotrópica uniaxial [103], descrita como $\epsilon_{eff} = \text{Diag}[\epsilon_{(eff,||)}, \epsilon_{(eff,\perp)}, \epsilon_{(eff,\perp)}]$, donde los subíndices $||$ y $\perp$ corresponden a las direcciones paralela y perpendicular a la dirección de crecimiento de la estructura, respectivamente. Esta expresión puede ser calculada tomando en cuenta la aproximación de orden cero en la expansión en series de Fourier de la función permitividad

dieléctrica para el sistema de múltiples capas.

En el caso de un sistema formado por capas de materiales dieléctricos isotrópicos A y B, junto a capas de metamaterial anisotrópico uniaxial con un tensor dieléctrico de la forma $\epsilon_M = \text{Diag} [\epsilon_{(M,||)}, \epsilon_{(M,\perp)}, \epsilon_{(M,\perp)}]$ [104], las componentes del tensor ϵ_{eff} toman la forma

$$\epsilon_{(eff,||)} = \frac{\epsilon_A d_A + \epsilon_B d_B + \epsilon_{(M,||)} d_M}{d_T}, \quad (2.13)$$

$$\epsilon_{(eff,\perp)} = \frac{\epsilon_A d_A + \epsilon_B d_B + \epsilon_{(M,\perp)} d_M}{d_T} + \frac{i\sigma_g Z_0}{k_0 d_T}, \quad (2.14)$$

donde $d_T = d_A + d_B + d_M$, siendo d_A , d_B , y d_M los anchos de las diferentes capas de material dieléctricos A y B, y metamaterial, respectivamente.

Como se puede observar $\epsilon_{(eff,\perp)}$ depende de la conductividad del grafeno.

2.4. Resultados

2.4.1. Caso Isotrópico

En el caso isotrópico, se estudia el sistema formado por capas de materiales dieléctricos con $\epsilon_A = 5.0$ (SiO₂, baquelita) y $\epsilon_B = 2.5$ (poliimida entre otros dieléctricos orgánicos) [98,100,105], y capas de metamaterial con una respuesta isotrópica tipo Drude

$$\epsilon_M = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma\omega_p)}, \quad (2.15)$$

siendo $\omega_p/2\pi$ la frecuencia de plasma característica en el rango de los THz y γ el parámetro de absorción. Esta suposición es soportada en los avances de la miniaturización de los metamateriales, así como en los estudios en los SCADs los cuales presentan excitaciones eléctricas en el rango del infrarrojo lejano [86,90–93,95–97,106]. Los anchos de las capas son $d_A = d_B = d_M = 10\mu\text{m}$, la temperatura del grafeno $T = 300\text{K}$ y el número de celdas unitarias es $N_c = 10$.

En la Fig. 2.2 se observa la transmisión para el sistema DGM-PC como función del ángulo de incidencia, para diferentes valores de $\omega_p/2\pi$: (a) 0 THz, (b) 0.5 THz, (c) 1.5 THz y (d) 3.0 THz, los parametros considerados son $\mu_g = 0.2\text{eV}$ y $\gamma = 0$. Con el propósito de comparar con resultados previos [98,100–102], en la Fig. 2.2(a) se considera el caso con $\omega_p = 0$. Como ha sido reportado, a bajas frecuencias se observa la formación de la brecha fotónica inducida por grafeno (BFIG) debido a la presencia de las capas de grafeno entre los materiales dieléctricos A y B. Esta brecha es omnidireccional e independiente de la polarización (un ancho constante para las dos polarizaciones principales TE y TM), aun cuando pequeñas variaciones en su ancho

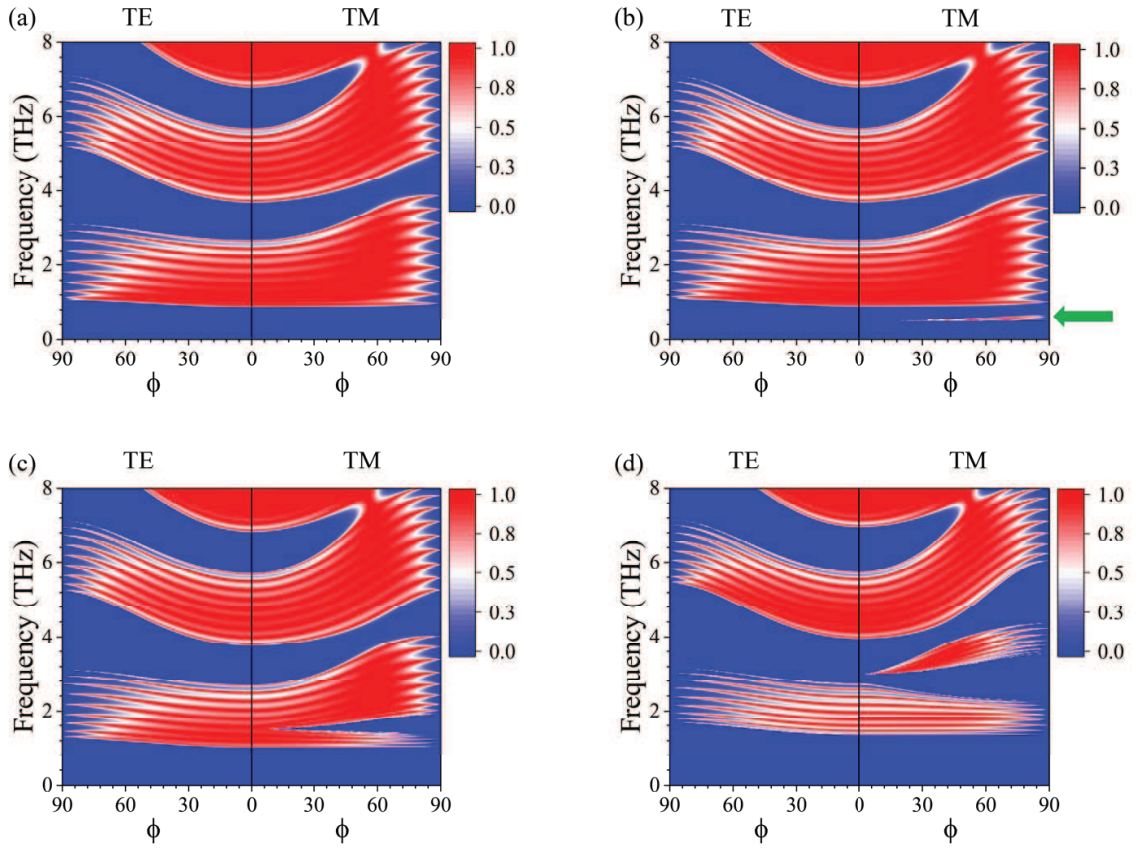


Figura 2.2: Espectro de transmisión para las polarizaciones TE y TM del DGM-CF como función del ángulo de incidencia, para diferentes valores de $\omega_p/2\pi$.

son observadas para la polarización TE cerca de $\phi = 90^\circ$. También son observados las usuales brechas fotónicas de Bragg, las cuales están asociadas a la periodicidad del sistema dieléctrico, así mismo podemos destacar que para incidencia normal no existe diferencia en la respuesta del sistema a las dos polarizaciones. En contraste en la Fig. 2.2(b) para un metamaterial con una frecuencia de plasma al interior de la BFIG del sistema presentado en (a), se encontró una banda de transmisión para la polarización TM (la cual esta indicada con una flecha verde). Esta banda se localiza en frecuencias alrededor de la frecuencia del plasmón-polaritón del metamaterial (frecuencia para la cual $\epsilon_M(f_{ep}) = 0$) e incrementa su ancho de banda con el aumento del ángulo de incidencia. Esta banda tiene su origen en la excitación del modo eléctrico de plasmón-polaritón en las capas de metamaterial [88, 89]. En este caso, la incidencia oblicua para la polarización TM está relacionada con el acople del campo eléctrico de la radiación incidente con el plasma en el metamaterial. Este acople crece con el ángulo de incidencia, tal como ha sido encontrado. Para la polarización TE, se observan pequeñas variaciones del ancho del BFIG en comparación con el caso mostrado en la Fig. 2.2(a) debido a la rápida variación de ϵ_M con la frecuencia. En la Fig. 2.2(c) se observa una nueva brecha para la polarización TM, localizada alrededor de f_{ep} la cual crece con el ángulo de incidencia, para valores de $\omega_p/2\pi$ al interior de la primera banda de transmisión del sistema mostrado en Fig. 2.2(a). También, se observa el incremento del ancho de la BFIG para ambas polarizaciones, debido a la frecuencia de plasma de las capas de metamaterial. La dependencia de ϵ_{eff} con la frecuencia determina la formación de las bandas de transmisión para la polarización TM. La condición $Re[\epsilon_{eff,\perp}(f_{BG})] = 0$ está relacionada con el ancho de la BFIG. En caso de $f_{BG} > f_{ep}$, para la polarización TM se observa una banda de transmisión alrededor de f_{ep} , como fue presentado en la Fig. 2.2(b). En cambio, si $f_{BG} < f_{ep}$, una brecha fotónica aparece, tal como se observa en Fig. 2.2(c). Estos resultados brindan la posibilidad de controlar la formación de bandas de transmisión en un ancho de frecuencias alrededor de la frecuencia del plasmón-polaritón del metamaterial, debido a la dependencia de $\epsilon_{eff,\perp}$ con μ_g , el cual puede ser modificado por un voltaje externo. En la Fig. 2.2(d), se muestra la transmisión para ω_p localizada en el primera brecha fotónica de Bragg para el sistema presentado en la Fig. 2.2(a). Como es esperado, el incremento en el valor de ω_p contribuye con el crecimiento de la BFIG. Para la polarización TM, se observa la formación de una banda de transmisión por encima de f_{ep} , como fue mostrado en Fig. 2.2(b). También se observa la disminución del ancho de banda de la primera banda de transmisión con el incremento de ϕ .

Con el propósito de mostrar la versatilidad del sistema DGM-CF, en la Fig. 2.3 se presenta para la polarización TE y TM el espectro de transmisión como función del potencial químico del grafeno, μ_g , para un ángulo de incidencia oblicua $\phi = 45^\circ$ y $\gamma = 0$. En la Fig. 2.3(a) se

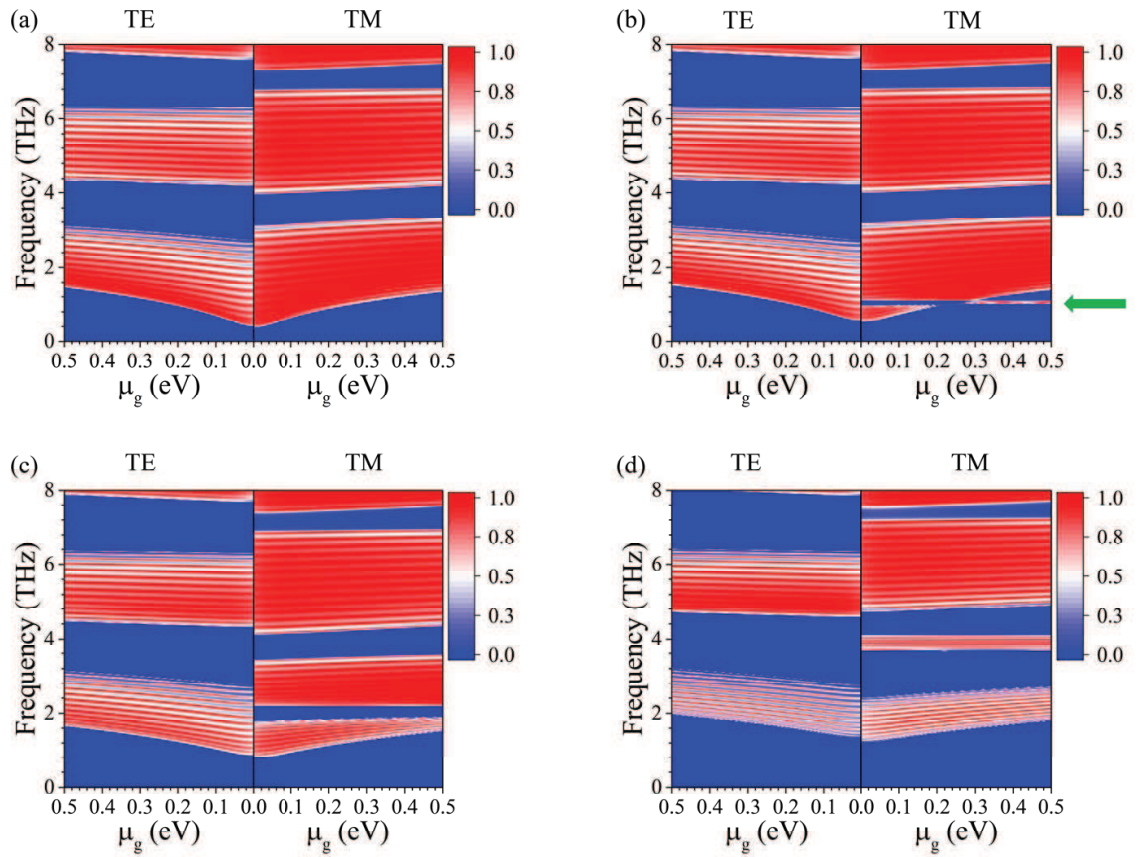


Figura 2.3: Espectro de transmisión para las polarizaciones TE y TM del DGM-CF variando μ_g para un ángulo de incidencia $\phi = 45^\circ$. Los valores considerados de $\omega_p/2\pi$ son: (a) 0 THz, (b) 1.0 THz, (c) 2.0 THz y (d) 3.5 THz.

muestra el caso con $\omega_p = 0$. Como ha sido reportado en otros trabajos [98, 99], se observa la modificación usual de la BFIG y el corrimiento de las brechas de Bragg a mayores frecuencias con el incremento de μ_g . Con la inclusión de las capas de metamaterial, la transmisión se modifica de diferentes formas no reportadas con anterioridad, de hecho en la Fig. 2.3 (b) donde capas de metamaterial con $\omega_p/2\pi = 1.0$ THz son consideradas y para la polarización TM, existen dos brechas fotónicas de interés para valores de $\mu_g < 0.25$ eV. Una de ellas es la brecha usual BFIG la cual crece con μ_g y la otra localizada alrededor de f_{ep} , la cual es debida a la excitación de plasmón-polaritón en las capas de metamaterial (se indican con una flecha verde). Como ha sido discutido en la Fig. 2.2 la dependencia de ϵ_{eff} con la frecuencia determina la formación de estas dos brechas. En contraste una banda de transmisión para la polarización TM localizada alrededor de f_{ep} se observa para valores de $\mu_g > 0.25$ eV para la cual se cumple que $f_{BG} > f_{ep}$. Como se observa esta banda de transmisión puede ser considerada independiente de μ_g , y solo depende de la frecuencia de plasma del metamaterial. La modificación dinámica de la respuesta óptica del sistema DGM-CF con μ_g alrededor de f_{ep} , abre una ruta al diseño de polarizadores variables alrededor de f_{ep} , pues la luz con polarizaciones mixta TE y TM puede ser filtrada solo en polarización TE o TM dependiendo del potencial químico del grafeno. Para la polarización TE, se observa el aumento del ancho en la BFIG con el valor de μ_g , tal como fue discutido en Fig. 2.2. En caso de valores mayores de ω_p , como se muestra en las Figs. 2.3(c) y 2.3(d), el aumento en el ancho de la BFIG para la polarización TE es observada, comportamiento que ya fue discutido en la Fig. 2.2. En caso de la polarización TM se observa la formación de las brechas fotónicas alrededor de la frecuencia de plasmón-polaritón para las cuales sus límites superiores presentan menores cambios con la variación de μ_g , en comparación con sus límites inferiores. También, se observa que el ancho de estas brechas depende de la frecuencia de plasma del metamaterial, incrementándose con esta. Como una observación especial, en la Fig. 2.3(d) para la polarización TM se observa una banda de transmisión completa centrada alrededor de 4.0 THz, la cual es independiente de μ_g .

Con el ánimo de mostrar la relación entre la interacción de plasmón-polaritón y la variación en la respuesta óptica de los sistemas DGM-CF, en la Fig. 2.4 se presenta el espectro de transmisión del sistema DGM-CF como función de $\omega_p/2\pi$ para una incidencia oblicua con $\phi = 45^\circ$ y $\gamma = 0$. En la Fig. 2.4(a) se considera el caso sin grafeno para las polarizaciones TE y TM. En este caso podemos observar a bajas frecuencias el crecimiento de las brechas fotónicas con el aumento de ω_p , debido a la respuesta efectiva del sistema dieléctrico-metal. También, para la polarización TE son observadas las brechas fotónicas de Bragg debido a la periodicidad del sistema dieléctrico, los cuales presentan pequeñas variaciones con el aumento de ω_p en sus bordes siendo más evidente en los inferiores que en los superiores. En el caso de la polarización TM, se observa la formación

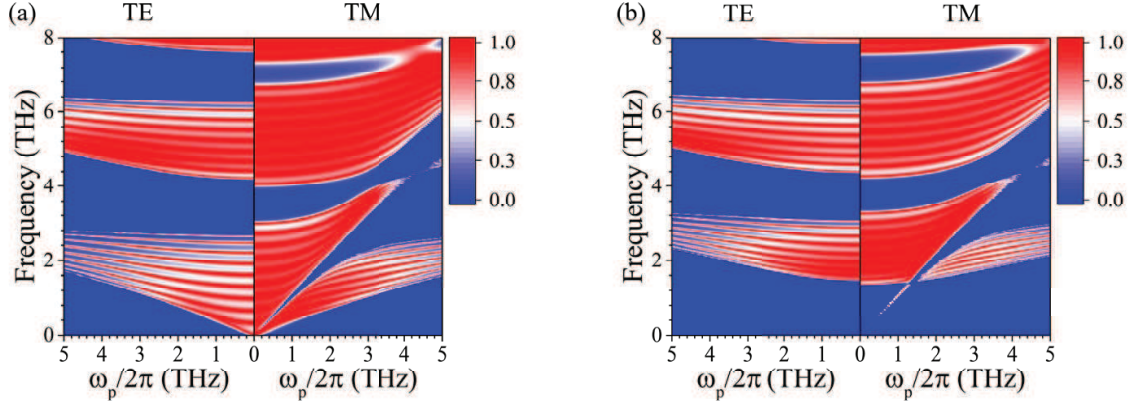


Figura 2.4: Espectro de transmisión para las polarizaciones TE y TM del DGM-CF variando ω_p para un ángulo de incidencia $\phi = 45^\circ$. Los valores considerados de μ_g son: (a) 0 eV y (b) 0.5 eV.

de una brecha fotónica alrededor del valor de la frecuencia de plasma, la cual está relacionada con la excitación eléctrica de plasmón-polaritón. En contraste, cuando el grafeno es introducido entre las capas dieléctricas, caso mostrado en la Fig. 2.4(b), para la polarización TE se observa la formación de la BFIG, cuyo ancho de banda se incrementa con el valor de ω_p , tal como fue discutido antes en la Fig. 2.3. En cambio, para la polarización TM, se observa la formación de una banda de transmisión alrededor de la frecuencia de plasma para frecuencias donde $f_{BG} > f_{ep}$, tal como fue discutido en la Fig. 2.2. También, se muestra una brecha fotónica en la transmisión asociada a la excitación eléctrica de plasmón-polaritón la cual crece con el valor de la frecuencia de plasma y para la cual se satisface la condición $f_{BG} < f_{ep}$.

Como ha sido observado, la variación en el valor del potencial químico del grafeno, modifica la respuesta óptica del sistema DGM-CF alrededor de la frecuencia f_{ep} del metamaterial, lo cual puede ser asociado con la formación de una banda de transmisión o reflexión para la

En la Fig. 2.5 se muestra el espectro de transmisión del sistema mostrado en la Fig. 2.1 para la polarización TM, como función del parámetro de absorción γ en las capas de metamaterial, para tres diferentes valores de N_c . Como es bien conocido en el caso de sistemas fotónicos 1D la transmisión de luz decrece no sólo con el aumento de la absorción sino también con el aumento de la cantidad de material [20]. En efecto, para valores pequeños de γ , en la Fig. 2.5 se observan bandas de transmisión al interior de la BFIG, aún para sistemas con $N_c = 20$, no obstante el incremento en el parámetro de absorción contribuye con la disminución de la transmisión para todos los sistemas estudiados, siendo más evidente para el caso con mayor número de celdas unitarias. También es importante notar la formación de la banda de transmisión aun con pocas capas como lo es el caso correspondiente con $N_c = 2$.

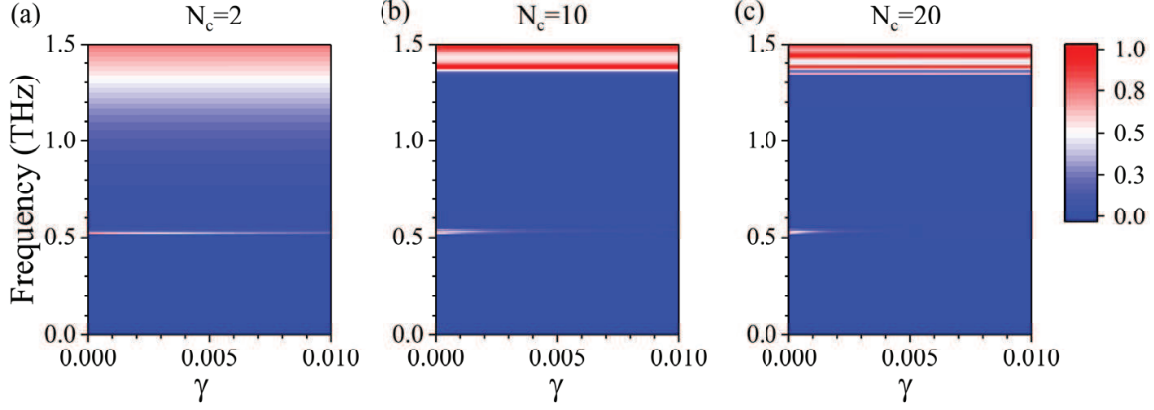


Figura 2.5: Espectro de transmisión para la polarización TM del DGM-CF variando γ para $\phi = 45^\circ$, $\mu = 0.5\text{eV}$ y $\omega_p/2\pi = 0.5\text{THz}$. N_c toma los valores de 2, 10 y 20 en los paneles (a), (b) y (c) respectivamente.

Estos resultados muestran la potencial aplicabilidad de sistemas basados en DGM-CF, cuando pérdidas en los materiales son consideradas, debido al control de la intensidad en la banda de transmisión al interior de la BFIG con el número de celdas unitarias.

2.4.2. Caso uniaxial anisotrópico

En este caso se estudian sistemas formados por capas de materiales dieléctricos, como en la sección 2.4.1, junto con capas de metamaterial anisotrópico uniaxial, con una respuesta dieléctrica tensorial descrita por sus componentes [104]

$$\epsilon_{(M,\parallel)} = 1 - \frac{\omega_{\parallel}^2}{\omega^2}, \quad (2.16)$$

$$\epsilon_{(M,\perp)} = 1 - \frac{\omega_{\perp}^2}{\omega^2}, \quad (2.17)$$

con $\omega_{\parallel}$ y $\omega_{\perp}$ correspondientes a las frecuencias de plasma angular en las direcciones x y el plano $y - z$ respectivamente.

En la Fig. 2.6 se presenta el espectro de transmisión para la polarización TM del DGM-CF con capas de metamaterial uniaxial anisotrópico como función del ángulo de incidencia. Los paneles superiores corresponden a los casos con $\omega_{\perp}/2\pi = 2.0\text{THz}$ y (a) $\omega_{\parallel}/2\pi = 0.5\text{THz}$, (b) $\omega_{\parallel}/2\pi = 1.0\text{THz}$ y (c) $\omega_{\parallel}/2\pi = 2.0\text{THz}$. Los paneles inferiores corresponden a los casos con $\omega_{\parallel}/2\pi = 1.8\text{THz}$ y (d) $\omega_{\perp}/2\pi = 0.0\text{THz}$, (e) $\omega_{\perp}/2\pi = 2.0\text{THz}$ y (f) $\omega_{\perp}/2\pi = 5.0\text{THz}$. El valor de μ_g es 0.5 eV.

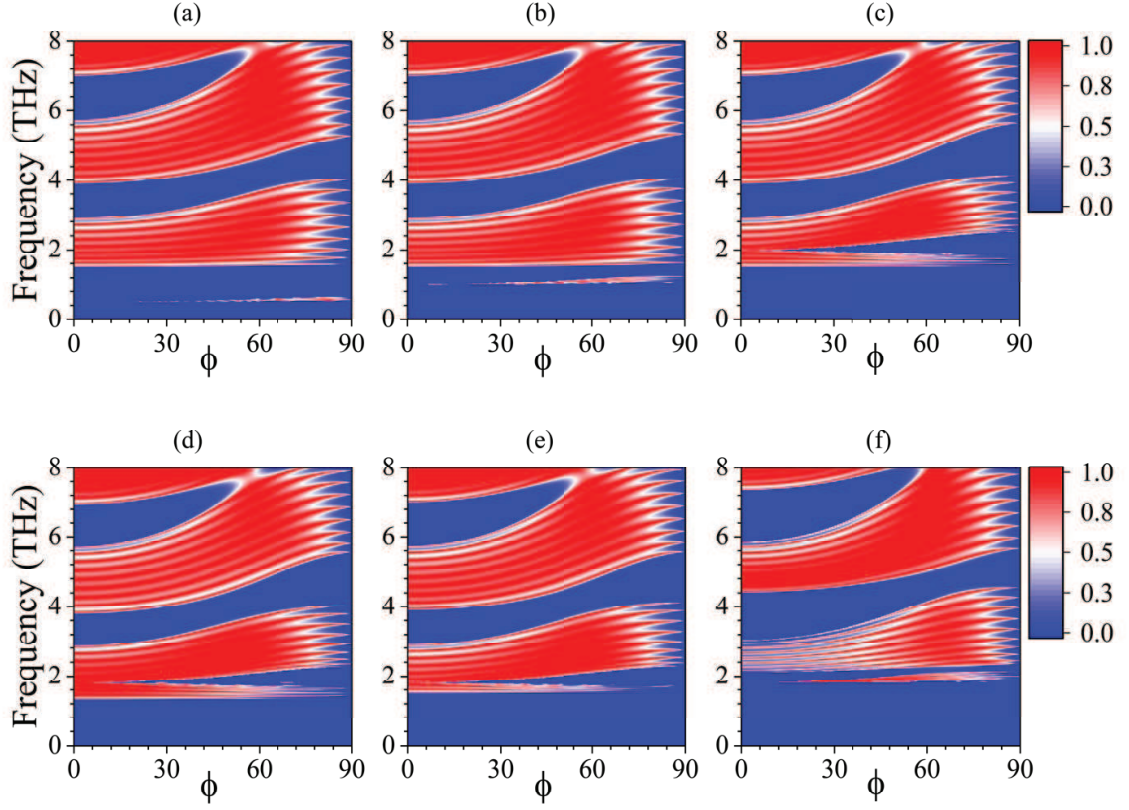


Figura 2.6: Espectro de transmisión para la polarización TM del DGM-CF con capas de metamaterial uniaxial anisotrópico como función del ángulo de incidencia, para diferentes valores de $\omega_{\perp}/2\pi$ y $\omega_{\parallel}/2\pi$.

Como se observa para la polarización TM, el ancho de la BFIG depende de la relación $Re[\epsilon_{(eff,\perp)}] = 0$, mientras que la resonancia de plasmón-polaritón se localiza en el valor de frecuencia para el cual $\epsilon_{(M,\parallel)} = 0$, resultados que se encuentran en concordancia con aquellos que fueron presentados en la sección anterior. Como se observa en las Figs. 2.6 (a), 2.6 (b) y 2.6 (c), es posible controlar la posición de la banda de transmisión o reflexión alrededor de la frecuencia de la resonancia de plasmón-polaritón descrita por la relación $\epsilon_{(M,\parallel)} = 0$, sin la modificación del ancho de la BFIG. En contraste, el ancho de la BFIG puede ser controlada no sólo con el valor del potencial químico del grafeno sino también con el valor de la frecuencia de plasma del metamaterial en el plano $y - z$, tal como es presentado en las Figs. 2.6 (d), 2.6 (e) y 2.6 (f). Para el caso de la polarización TE fueron hallados resultados similares a los mostrados en el caso con isotropía.

2.5. Conclusiones

En resumen, en este capítulo se presentó el estudio de cristales fotónicos 1D formados por capas de dieléctricos y metamaterial anisotrópico uniaxial con grafeno localizado en las fronteras dieléctrico-dieléctrico (DGM-CF). Se encontró para la polarización TE, el aumento del ancho de la brecha fotónica inducida por grafeno (BFIG) con el aumento de la frecuencia de plasma de la componente perpendicular del tensor dieléctrico del metamaterial. Variando el potencial químico del grafeno μ_g , se encontró que para la polarización TM las capas de grafeno modifican la respuesta óptica del DGM-CF alrededor de la frecuencia para la cual se cumple $\epsilon_{(M,||)}(f_{ep}) = 0$. Debido a la dependencia de $\epsilon_{(eff,\perp)}$ con las propiedades del grafeno, fue posible caracterizar la formación de las bandas de transmisión al interior de la BFIG con la condición $Re[\epsilon_{eff,\perp}(f_{BG})] = 0$. En el caso que $f_{BG} > f_{ep}$, se encontró la formación de una banda de transmisión al interior del BFIG, con un ancho de banda que depende no sólo de la frecuencia de plasma sino también del ángulo de incidencia. En cambio, para la condición $f_{BG} < f_{ep}$ una banda de reflexión aparece. Cuando se consideraron pérdidas en el metamaterial, se pudo observar la banda de transmisión al interior de la BFIG. Como era esperado, la transmisión para esta banda disminuye con el aumento no sólo del parámetro de absorción sino también con el número de celdas unitarias. Como un resultado especial, la respuesta óptica característica del sistema DGM-CF se pudo observar en sistemas con sólo dos celdas unitarias.

Se espera que las propiedades de los sistemas DGM-CF puedan ser usadas para el desarrollo de dispositivos fotónicos, como polarizadores o filtros variables entre otros, gracias a la modulación de sus propiedades ópticas cuando voltajes externos son aplicados sobre las capas de grafeno.

Cristales fotónicos 2D formados por barras rectangulares de metamaterial en aire

3.1. Resumen

Como se mostró en los capítulos anteriores la interacción de plasmón-polaritón en metamateriales juega un papel importante en las propiedades ópticas de los sistemas fotónicos 1D. En este capítulo se explorará como esta interacción determina las propiedades ópticas de un sistema 2D donde es considerada una distribución material con una geometría que presenta superficies planas. Para esto usando el método de ondas planas revisado, se calcula la estructura de bandas fotónica para la polarización TE de un cristal fotónico 2D formado por un arreglo cuadrado de barras rectangulares de metamaterial en aire. En el caso de barras cuadradas y para diferentes valores de la frecuencia de plasma del metal, se encontró una distribución de bandas relacionada con la existencia de modos localizados en la superficie de las barras. Se encontró que este tipo de geometría favorece altas intensidades de la radiación electromagnética cerca de las esquinas de las barras de metal. En el caso de barras rectangulares y variando la longitud de uno de sus lados, se encontró que la estructura de bandas fotónicas presenta una reorganización en comparación con el caso de barras cuadradas, relacionadas con una fuerte localización de la radiación en la superficie de las barras.

3.2. Introducción

Como ya ha sido mencionado en los capítulos anteriores, los sistemas conocidos como cristales fotónicos han sido objeto de múltiples investigaciones relacionadas con la distribución geométrica de los materiales que los conforman, abarcando desde estructuras 1D formadas por múltiples capas de diferentes materiales, hasta complejas disposiciones fractales 3D las cuales tienen respuestas ópticas auto-similares [1, 2, 11, 13, 34, 39, 84, 107–109]. También, algunos estudios han incluido defectos en la geometría cristalina, lo cual afecta su simetría de traslación y permite la aparición de modos altamente localizados, que han sido usados para la construcción de guías de onda entre otras tecnologías. Así mismo, cuando materiales dispersivos son incluidos en los cristales fotónicos, se han podido lograr modos localizados para la radiación electromagnética,

gracias a las excitaciones colectivas de carga que resultan del acople entre los campos de la radiación incidente con las cargas libres del material, [30].

A pesar de los grandes avances en este tipo de sistemas, ha sido difícil establecer cuáles son los mecanismos que influyen directamente en la formación de los modos localizados y su relación con la distribución geométrica de los materiales.

En efecto Kusmiak *et al.* [15] estudiaron un sistema 2D formado por un arreglo de barras paralelas de metal en aire, usando la expansión de los campos en ondas planas, mostrando que a pesar de considerar un material dispersivo, el problema del cálculo de la estructura de bandas fotónica se puede reducir a un problema de valores propios estándar. Ellos mostraron la existencia de modos localizados para la polarización TE los cuales deberían corresponderse con la interacción de los modos de excitación individuales de cada barra metálica, los cuales se solapan en el cristal fotónico formado bandas planas. Esta observación fue corregida por Ito *et al.* [22], quienes presentaron un cálculo basado en la implementación del método de diferencias finitas en dominio temporal junto a una excitación de radiación bipolar, mostrando que la radiación electromagnética presentaba una distribución altamente localizada en la superficie de las barras metálicas, las cuales estaban muy cerca de las frecuencias de resonancias correspondientes a una sola barra, correspondientes a las excitaciones localizadas de plasmón-polaritón en el metal. Mas tarde Esteban Moreno *et al.* [23], demostraron que la hipótesis de Ito *et al.* sobre la radiación dipolar para la excitación de modos de superficie localizados en el cristal fotónico, no es suficiente para una geometría arbitraria de las barras, siendo necesaria una generalización de método de diferencias finitas en dominio temporal usando un conjunto de dipolos en las celda unitaria. Es importante mencionar que la localización mostrada por Ito *et al.*, así como los resultados obtenidos por Esteban Moreno *et al.* muestran que el campo en la superficie de las barras metálicas es distribuido satisfaciendo alguna de las simetrías de la sección transversal para las barras. También mostraron que la estructura de bandas fotónica para la sección circular tiene bandas con poca dispersión por debajo de la frecuencia del plasmón superficial. Estas bandas planas son distribuidas alrededor de las frecuencias correspondientes a modos resonantes de las barras metálicas. Ahora que Esteban Moreno *et al.* también presentaron el estudio de cristales fotónicos formados por barras con sección transversal triangular, mostrando la existencia de bandas planas por encima y debajo de la frecuencia de plasmón superficial, demostrando que las bandas planas son distribuidas alrededor de los frecuencias correspondientes a los modos permitidos para las barras metálicas, pero que la distribución de las bandas por encima de la frecuencia del plasmón superficial dependen fuertemente de la geometría de la sección transversal para las barras.

En este capítulo se estudia un cristal fotónico formado por un arreglo cuadrado de barras metáli-

cas rectangulares inmersas en aire. Usando el método de ondas planas revisada se calcula la estructura de bandas fotónica y algunas distribuciones de $|H_z|^2$ y $|E|^2$ en la celda unitaria definida para el cristal. En un primer caso, se considera un cristal fotónico formado por barras con un perfil cuadrado, con el propósito de entender como la estructura de bandas fotónica depende de la frecuencia de plasma del metal. Como segunda parte de este estudio, se considera un cristal fotónico formado por barras rectangulares de metal en aire, modificando el largo de uno de los lados de las barras metálicas y mostrando la dependencia de la estructura de bandas fotónica con esta variación. También se presenta la distribución de campo, lo cual nos ayuda a entender como la formación de modos localizados puede darse en estos sistemas.

3.3. Método de Ondas Planas Revisado

En esta sección se expondrá el método de ondas planas revisado (RPWM por sus siglas en ingles) [24], el cual se diferencia del método estándar de expansión de los campos en ondas planas en que las componentes del vector de onda son calculadas como función del valor de la frecuencia angular de la radiación incidente. Esto permite estudiar sistemas fotónicos formados por materiales dispersivos, pues toda la información asociada a la dispersión estará contenida en las matrices que describen las respuestas ópticas de los materiales considerados así como de su geometría.

Considérese un cristal fotónico formado por distribuciones de material con permitividad eléctrica $\epsilon(\vec{r})$ y con permeabilidad magnética $\mu(\vec{r})$. Como ya se mencionó, las ecuaciones que describen el comportamiento de los campos eléctrico y magnético en un medio sin fuentes de cargas ni corrientes se pueden escribir como las Eqs. 1.1, 1.2, 1.3 y 1.4, y en el caso de materiales lineales e isotrópicos, las funciones materiales toman la forma de las Eqs. 1.5, 1.6. Además se considera una dependencia armónica con el tiempo como en las Eqs. 1.7 y 1.8.

Si el sistema estudiado posee simetría de traslación en el plano $X - Y$, podemos escribir para las funciones dieléctrica y magnética $\epsilon(\vec{r} + \vec{R}) = \epsilon(\vec{r})$, $\mu(\vec{r} + \vec{R}) = \mu(\vec{r})$ donde

$$\vec{R} = m \cdot \vec{a}_x + n \cdot \vec{a}_y, \quad (3.1)$$

y

$$\vec{G} = m \cdot \vec{b}_x + n \cdot \vec{b}_y, \quad (3.2)$$

son los vectores de traslación en el espacio real y recíproco, respectivamente, relacionados por $\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi\delta_{i,j}$. Debido a la periodicidad del sistema y con ayuda del teorema de Bloch, podemos escribir para los campos eléctrico y magnético

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \vec{E}_{\vec{G}} e^{i(\vec{k}+\vec{G})\cdot\vec{r}}, \quad (3.3)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \vec{H}_{\vec{G}} e^{i(\vec{k}+\vec{G})\cdot\vec{r}}, \quad (3.4)$$

donde la sumatoria se realiza sobre los vectores $\vec{G}$, que son los vectores de traslación en el espacio recíproco y $\vec{k}$ es el vector de propagación de la onda electromagnética.

Debido a la simetría del sistema, sus propiedades ópticas estarán determinadas por la propagación de dos polarizaciones principales. En el caso de una onda con polarización TE, ($\vec{H} = (0, 0, H_z)$, $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$), las ecuaciones (1.1) y (1.2) toman la forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} &= -i\frac{\omega}{c}\epsilon E_x, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} &= i\frac{\omega}{c}\epsilon E_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= i\frac{\omega}{c}\mu H_z. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Remplazando las Eqs. (3.3) y (3.4) en las Eqs. (3.5), y tomando un número finito N de términos para las expansiones de los campos podemos escribir en forma matricial

$$\begin{aligned} (k_y I + [[G_y]]) [H_z] &= -k_0 [[\epsilon_{xx}]] [E_x], \\ (k_x I + [[G_x]]) [H_z] &= k_0 [[\epsilon_{yy}]] [E_y], \\ (k_x I + [[G_x]]) [E_y] - (k_y I + [[G_y]]) [E_x] &= k_0 [[\mu_{zz}]] [H_z], \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde $k_0 = \frac{\omega}{c}$, $[[G_{x(y)}}]_{G,G'} = G_{x(y)} \delta_{G,G'}$, son matrices diagonales de orden N e I es la matriz identidad de orden N . Los vectores $[E_x]$, $[E_y]$ y $[H_z]$ son de orden N y están contruidos con los coeficientes de las expansiones (3.3) y (3.4). Las matrices $[[\epsilon_{xx}]]$, $[[\epsilon_{yy}]]$, $[[\mu_{zz}]]$ son construidas siguiendo las reglas de Li para el producto de funciones periódicas [110, 111], véase el apéndice

A.

Combinando las ecuaciones (3.6), tenemos que

$$k_x \begin{bmatrix} [E_y] \\ [H_z] \end{bmatrix} = \frac{1}{k_0} \begin{bmatrix} -k_0 [[G_x]] & k_0^2 [[\mu_{zz}]] - (k_y I + [[G_y]]) [[\epsilon_{xx}]]^{-1} (k_y I + [[G_y]]) \\ k_0^2 [[\epsilon_{yy}]] & -k_0 [[G_x]] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [E_y] \\ [H_z] \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

o

$$k_y \begin{bmatrix} [E_x] \\ [H_z] \end{bmatrix} = -\frac{1}{k_0} \begin{bmatrix} k_0 [[G_y]] & k_0^2 [[\mu_{zz}]] - (k_x I + [[G_x]]) [[\epsilon_{yy}]]^{-1} (k_x I + [[G_x]]) \\ k_0^2 [[\epsilon_{xx}]] & k_0 [[G_y]] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [E_x] \\ [H_z] \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

Como se observa, para un valor dado de ω y una dirección definida en la primera zona de Brillouin para el cristal en donde k_x o k_y sean fijos según corresponda, es posible calcular la otra componente del vector de onda resolviendo un problema de autovalores estándar, en donde $\vec{k} : \vec{k}(\omega)$. También podemos ver que el problema de autovalores asociado es de orden $2N$. Además de esto las matrices, no son hermiticas, razón por la cual los autovalores en general serán complejos. Para calcular la estructura de bandas fotónica de nuestro sistema, sólo escogeremos aquellos autovalores que tengan una parte imaginaria nula. Estas soluciones corresponderán a los modos propagantes en el cristal.

Para el caso de la polarización TM ($\vec{H} = (H_x, H_y, 0)$, $\vec{E} = (0, 0, E_z)$), y siguiendo un procedimiento análogo al mostrado para la polarización TE, se puede encontrar un problema de autovalores similar, en el cual

$$k_x \begin{bmatrix} [H_y] \\ [E_z] \end{bmatrix} = -\frac{1}{k_0} \begin{bmatrix} k_0 [[G_x]] & k_0^2 [[\epsilon_{zz}]] - (k_y I + [[G_y]]) [[\mu_{xx}]]^{-1} (k_y I + [[G_y]]) \\ k_0^2 [[\mu_{yy}]] & k_0 [[G_x]] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [H_y] \\ [E_z] \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

o

$$k_y \begin{bmatrix} [H_x] \\ [E_z] \end{bmatrix} = \frac{1}{k_0} \begin{bmatrix} -k_0 [[G_y]] & k_0^2 [[\epsilon_{zz}]] - (k_x I + [[G_x]]) [[\mu_{yy}]]^{-1} (k_x I + [[G_x]]) \\ k_0^2 [[\mu_{xx}]] & -k_0 [[G_y]] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [H_x] \\ [E_z] \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

Ahora bien, en el caso de requerir la información de la estructura de bandas fotónica en una dirección arbitraria en la primera zona de Brillouin, se puede realizar una modificación del método de ondas planas revisado en donde en general podemos considerar que $k_y = mk_x + b$. Esto ocurre por ejemplo en la dirección $M - \Gamma$ de un cristal fotónico con arreglo cuadrado, para el cual $k_y = k_x$.

Para hallar explícitamente un problema de autovalores asociado para este caso, debemos reemplazar la relación entre las componentes del vector de onda en las ecuaciones con las expansiones de los campos en ondas planas. En el caso de la polarización TE reemplazamos $k_y = mk_x + b$ en las Eqs. 3.6, obteniéndose que

$$[E_x] = -\frac{1}{k_0} [[\epsilon_{xx}]]^{-1} (mk_x I + [[M_b]]) [H_z], \quad (3.11)$$

$$[E_y] = \frac{1}{k_0} [[\epsilon_{yy}]]^{-1} (k_x I + [[G_x]]) [H_z], \quad (3.12)$$

donde

$$[[M_b]] = bI + [[G_y]]. \quad (3.13)$$

Definiendo el vector

$$[A] = [E_y] - m [E_x], \quad (3.14)$$

se halla que

$$k_x \begin{bmatrix} [A] \\ [H_z] \end{bmatrix} = M^{-1} N \begin{bmatrix} [A] \\ [H_z] \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

donde las matrices M y N pueden escribirse como

$$M = \begin{bmatrix} 0 & [[M_1]] \\ k_0 I & [[M_2]] \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

con

$$[[M_1]] = [[\epsilon_{yy}]]^{-1} + m^2 [[\epsilon_{xx}]]^{-1}, \quad (3.17)$$

$$[[M_2]] = [[G_x]] [[\epsilon_{yy}]]^{-1} + m [[M_b]] [[\epsilon_{xx}]]^{-1}, \quad (3.18)$$

y

$$N = \begin{bmatrix} k_0 I & -[[N_1]] \\ 0 & [[N_2]] \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

donde

$$[[N_1]] = [[\epsilon_{yy}]]^{-1} [[G_x]] + m [[\epsilon_{xx}]]^{-1} [[M_b]], \quad (3.20)$$

$$[[N_2]] = k_0^2 [[\mu_{zz}]] - [[G_x]] [[\epsilon_{yy}]]^{-1} [[G_x]] - [[M_b]] [[\epsilon_{xx}]]^{-1} [[M_b]]. \quad (3.21)$$

Como podemos observar la Eq. 3.15 es un problema de autovalores estándar en términos de k_x .

Ahora que para la polarización TM también se puede hallar un problema de autovalores equivalente en el caso de $k_y = mk_x + b$, para el cual

$$[H_x] = \frac{1}{k_0} [[\mu_{xx}]]^{-1} (mk_x I + [[M_b]]) [E_z], \quad (3.22)$$

$$[H_y] = -\frac{1}{k_0} [[\mu_{yy}]]^{-1} (k_x I + [[G_x]]) [E_z], \quad (3.23)$$

y definiendo el vector

$$[B] = [H_y] - m [H_x], \quad (3.24)$$

se obtiene que

$$k_x \begin{bmatrix} [B] \\ [E_z] \end{bmatrix} = M^{-1} N \begin{bmatrix} [B] \\ [E_z] \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

donde las matrices M y N en este caso toman las formas

$$M = \begin{bmatrix} 0 & [[M_1]] \\ k_0 I & -[[M_2]] \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

con

$$[[M_1]] = [[\mu_{yy}]]^{-1} + m^2 [[\mu_{xx}]]^{-1}, \quad (3.27)$$

$$[[M_2]] = [[G_x]] [[\mu_{yy}]]^{-1} + m [[M_b]] [[\mu_{xx}]]^{-1}, \quad (3.28)$$

y

$$N = \begin{bmatrix} -k_0 I & -[[N_1]] \\ 0 & -[[N_2]] \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

con

$$[[N_1]] = [[\mu_{yy}]]^{-1} [[G_x]] + m [[\mu_{xx}]]^{-1} [[M_b]], \quad (3.30)$$

$$[[N_2]] = k_0^2 [[\mu_{zz}]] - [[G_x]] [[\mu_{yy}]]^{-1} [[G_x]] - [[M_b]] [[\mu_{xx}]]^{-1} [[M_b]]. \quad (3.31)$$

Como podemos ver la Eq. 3.25 también es un problema de autovalores estándar para k_x .

3.3.1. Anotaciones sobre el método de ondas planas revisado

Considérese las ecuaciones matriciales base de la formulación RPWM, Eqs. 3.6, para el problema de polarización TE aplicado a un cristal fotónico 2D, formado por materiales lineales e isotrópicos (la discusión que ahora se dará también aplica para el caso de la polarización TM),

$$\begin{aligned} (k_y I + [[G_y]]) [H_z] &= -k_0 [[\epsilon_{xx}]] [E_x], \\ (k_x I + [[G_x]]) [H_z] &= k_0 [[\epsilon_{yy}]] [E_y], \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$(k_x I + [[G_x]]) [E_y] - (k_y I + [[G_y]]) [E_x] = k_0 [[\mu_{zz}]] [H_z],$$

Como ya se mostró, en el caso de usar la dependencia explícita de una de las componentes del campo $\vec{E}$ en términos de H_z (por ejemplo E_x), se obtiene un problema lineal en k_x que puede ser resuelto por técnicas estándar de álgebra lineal, en el cual k_x es el autovalor asociado a una matriz que es función de k_y y ω , así

$$k_x \begin{bmatrix} [E_y] \\ [H_z] \end{bmatrix} = M_{k_x}^{TE}(k_y, \omega) \begin{bmatrix} [E_y] \\ [H_z] \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

donde la matriz $M_{k_x}^{TE}$ tiene una dependencia explícita con k_y y ω . Este problema se puede resolver completamente para valores fijos de k_y , obteniendo soluciones que relacionan valores de k_x con ω . Lo anterior es particularmente sencillo en las direcciones preferenciales de la zona reducida de Brillouin para el cristal estudiado, en las cuales es posible fijar uno de los valores del vector de onda para la direccional específica calculada.

Como ya se ha expresado antes, los autovalores calculados para una representación de N ondas planas deben ser clasificados, para así poder obtener información sobre la estructura de bandas fotónica del cristal considerado, en nuestro caso las ondas que se propagan en el cristal deben tener un $\vec{k}$ real, en otra circunstancia la onda presentaría un comportamiento evanescente o también un comportamiento que haría que su módulo creciera de manera infinita en su viaje a través del cristal, por esta razón escoger los autovalores con vector de onda cuya componente imaginaria es nula, se hace esencial para obtener información acerca de la estructura de bandas fotónica del cristal. Por otra parte vectores de onda complejos son posibles en sistemas finitos. También hemos de mencionar que los cristales fotónicos formados con materiales que presentan absorción generalmente no permiten la propagación de la luz debido a la naturaleza de pérdidas en los materiales, sin embargo el tratamiento del cálculo de la estructura de bandas fotónica, así como de la pseudo-estructura de bandas fotónica en las cuales se calcula la componente imaginaria del vector de onda, nos puede proveer información sobre el comportamiento de la luz en sistemas finitos, pues en estos casos la componente imaginaria del vector de onda da información sobre la longitud de penetración de la luz en una estructura finita [20].

Resuelto el problema de como escoger los valores de $\vec{k}$, se hace necesario describir una forma de proceder para el cálculo de la estructura de bandas fotónica, para el caso de direcciones en la zona reducida de Brillouin en donde alguna de las componentes del vector de onda es función de la otra, para una disposición cristalina cuadrada esto sucede en la dirección $M - \Gamma$.

En los casos de las direcciones $\Gamma - X$ y $X - M$ se fijan los valores de $k_y = 0$ y $k_x = \pi/a$ respectivamente, calculando el resto de la estructura de bandas escogiendo valores de:

- $k_x \in [0, \pi/a]$ en el caso de $\Gamma - X$,
- $k_y \in [0, \pi/a]$ en el caso de $X - M$,

pero en el caso de la dirección $M - \Gamma$ tenemos que $k_y = k_x$, como ya se mostró existe una factorización en esta dirección que constituye una dependencia sencilla de la formulación del

método al caso más general de $k_y = mk_x + b$, lo que permite calcular la estructura de bandas fotónica en direcciones arbitrarias en la zona de Brillouin.

Sin embargo, más allá de esta formulación la pregunta de interés es acerca de las representaciones posibles para el cálculo de la estructura de bandas fotónica usando las ecuaciones antes mostradas.

Revisemos el caso en el cual remplazamos las dependencias de los campos E_x y E_y en términos de H_z . En este caso de las dos primeras ecuaciones del grupo de Eqs. 3.32 tenemos que

$$[E_x] = \frac{-1}{k_0} [[\epsilon_{xx}]]^{-1} (k_y I + [[G_y]]) [H_z], \quad (3.34)$$

$$[E_y] = \frac{1}{k_0} [[\epsilon_{yy}]]^{-1} (k_x I + [[G_x]]) [H_z], \quad (3.35)$$

y remplazando en la otra ecuación se obtiene que

$$\left\{ k_x^2 [[\epsilon_{yy}]]^{-1} + k_y \left([[\epsilon_{yy}]]^{-1} [[G_x]] + [[G_x]] [[\epsilon_{yy}]]^{-1} \right) + R_{k_x}^{TE} \right\} [H_z] = 0, \quad (3.36)$$

donde

$$\begin{aligned} R_{k_x}^{TE} = & [[G_x]] [[\epsilon_{yy}]]^{-1} [[G_x]] - k_0^2 [[\mu_{zz}]] + k_y^2 [[\epsilon_{xx}]]^{-1} \\ & + k_y \left([[\epsilon_{xx}]]^{-1} [[G_y]] + [[G_y]] [[\epsilon_{xx}]]^{-1} \right) + [[G_y]] [[\epsilon_{xx}]]^{-1} [[G_y]]. \end{aligned} \quad (3.37)$$

En esta representación es necesario entonces resolver un problema de autovalores de orden 2 en k_x para k_y fijo. Así mismo, si deseamos resolver el problema para k_y con k_x fijo también se obtendrá un problema de orden 2. Esta formulación recuerda a la ecuación maestra de la fotónica [1], cuando realizamos la expansión de los campos en ondas planas, solo que acá se tiene en cuenta la diferencia en la formación de las matrices para satisfacer la reglas de Li.

Una formulación alterna a este problema será en la cual usemos las tres ecuaciones e intentemos construir un problema de autovalores, esto nos lleva en el caso de buscar k_x con k_y fijo a algo de la forma:

$$k_x \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [E_x] \\ [E_y] \\ [H_z] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_0 [[\epsilon_{xx}]] & 0 & k_y I + [[G_y]] \\ k_y I + [[G_y]] & -[[G_x]] & k_0 [[\mu_{zz}]] \\ 0 & k_0 [[\epsilon_{yy}]] & -[[G_y]] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [E_x] \\ [E_y] \\ [H_z] \end{bmatrix}, \quad (3.38)$$

pero como podemos ver no es un problema usual de autovalores dado que la matriz de la izquierda no es invertible.

Para resumir la gran diferencia entre las tres formas de resolver el problema es el tamaño de la matriz, así pues

- Dimensión de la matriz $N \times N \Rightarrow$ problema de orden 2 en el autovalor.
- Dimensión de la matriz $2N \times 2N \Rightarrow$ problema usual de autovalores que constituye la formulación básica del método RPWM.
- Dimensión de la matriz $3N \times 3N \Rightarrow$ problema no usual de autovalores.

3.4. Resultados

Con la ayuda de la Eq. 3.7, se calcula la estructura de bandas fotónica de un cristal fotónico 2D formado por un arreglo cuadrado de barras rectangulares de un metamaterial con respuesta tipo Drude inmerso en aire como se muestra en la Fig. 3.1, donde a es el parámetro de red y las longitudes de los lados de las barras están descritas por los valores de b_x y b_y . La constante dieléctrica de las barras se asume de la forma,

$$\epsilon_m = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \quad (3.39)$$

donde ω_p es la frecuencia de plasma angular del metamaterial y γ es el coeficiente de absorción en unidades de ω_p [86, 90–93, 95–97, 106].

En una primera parte, abordaremos el caso ideal sin absorción ($\gamma = 0$) mostrando el efecto del valor de la frecuencia de plasma del metamaterial así como de la geometría de las barras sobre la estructura de bandas. Posteriormente se abordara el problema real de absorción en el metamaterial, lo cual conducirá a una descripción del comportamiento de la radiación en el sistema mediado a través de la pseudo-estructura de bandas fotónica, en donde se representan el valor de las componentes real e imaginaria del vector de onda.

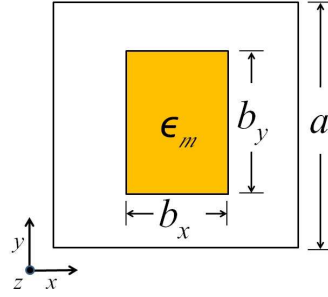


Figura 3.1: Representación de la celda unitaria de un arreglo cuadrado de barras rectangulares de metamaterial en aire. La constante dieléctrica del metamaterial es ϵ_m , a es el parámetro de red, b_x y b_y son las longitudes de los lados de las barras.

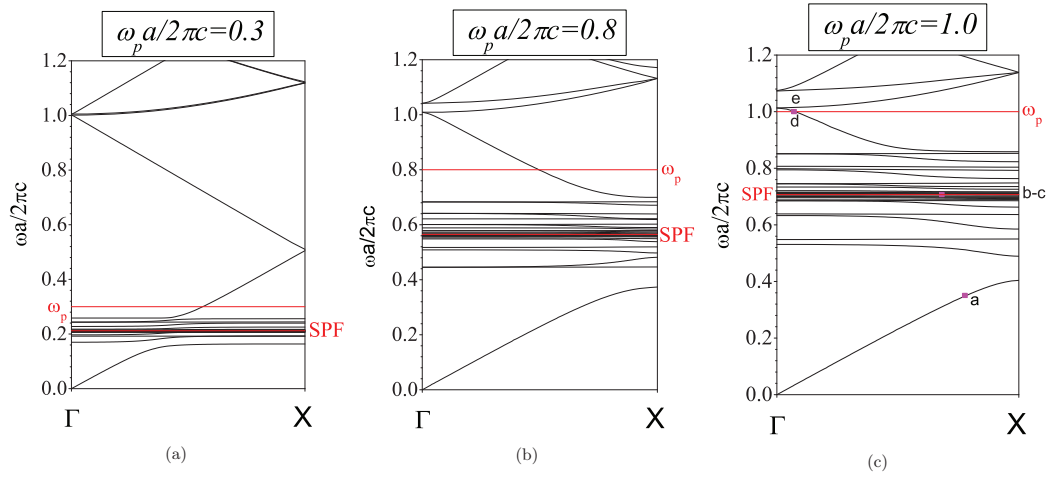


Figura 3.2: Estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección $\Gamma - X$ de un arreglo cuadrado de barras de metamaterial cuadradas en aire para diferentes valores de la frecuencia de plasma del metamaterial, con $b/a = 0.25$ siendo a el parámetro de red y b el tamaño de los lados del cuadrado.

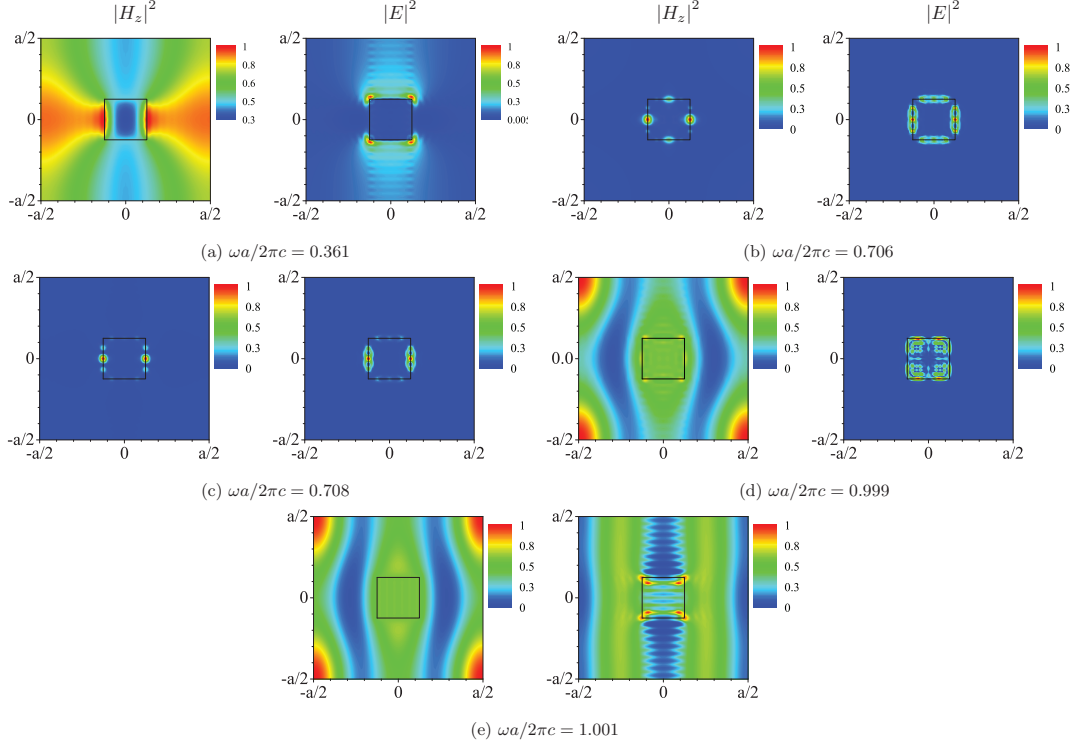


Figura 3.3: Algunas distribuciones de $|H_z|^2$ y $|E|^2$ en la celda unitaria de un cristal fotónico formado por barras cuadradas de metamaterial en aire, para las cuales $b_x = b_y = 0.25a$ y $\omega_p a/2\pi c = 1.0$. Las intensidades de las distribuciones están en unidades arbitrarias.

Caso barras cuadradas

En la Fig. 3.2, se muestra la estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección $\Gamma - X$ de un arreglo cuadrado de barras de metamaterial cuadradas en aire, con $b/a = 0.25$ siendo a el parámetro de red y b el tamaño de los lados del cuadrado. Los valores de frecuencia de plasma considerados son: (a) $\omega_p a/2\pi c = 0.3$, (b) $\omega_p a/2\pi c = 0.8$ y (c) $\omega_p a/2\pi c = 1.0$, el valor del coeficiente de absorción corresponde al caso ideal con $\gamma = 0$. Las líneas rojas muestran el valor de la frecuencia de plasma y el valor de la frecuencia del plasmón superficial (SPF por sus siglas en inglés) en unidades normalizadas ($\omega a/2\pi c$). Las marcas cuadradas (a-e) en la Fig. 3.2(c) son las frecuencias consideradas para el cálculo de las distribuciones de $|H_z|^2$ y $|E|^2$ en la celda unitaria en la Fig. 3.3.

Se observa la aparición de bandas planas por debajo del valor de ω_p , tal como ha sido reportado en otros estudios [22], las cuales deben corresponder a las resonancias características de los modos de plasmón superficiales en la superficie de las barras. También, se puede observar para

frecuencias por encima del valor de ω_p no solo la formación de bandas planas sino también de nuevas bandas dispersivas.

En la Fig. 3.3, se presentan algunas distribuciones de $|H_z|^2$ y $|E|^2$ en la celda unitaria para $\omega_p a / 2\pi c = 1.0$, las frecuencias consideradas se corresponden con las marcas (a-e) en la Fig. 3.2(c). Se observa que para bajas frecuencias y en una banda dispersiva la Fig. 3.3(a) presenta a $|H_z|^2$ y $|E|^2$ distribuidos principalmente fuera de las barras, debido principalmente al gran valor negativo de ϵ_m , se observa además que $|E|^2$ presenta una alta intensidad en las esquinas de las barras, lo cual debe estar relacionado con las oscilaciones del plasma en el metamaterial. Por otra parte las Figs. 3.3(b) y 3.3(c), muestran la distribución de campo para frecuencias por debajo y por encima de la frecuencia del plasmón superficial, en bandas con poca dispersión, mostrando una fuerte localización en las superficies de las barras, como una firma característica de la existencia de modos de plasmón superficial localizados, se ha de señalar que la frecuencia de plasmón superficial es la frecuencia a la cual un modo de superficie localizado es formado en la frontera de separación entre medios semi-infinitos de un material con respuesta metálica y dieléctrico [30]. Para frecuencias por debajo y por encima de ω_p , las Figs. 3.3(d) y 3.3(e) muestran una distribución similar para el campo $|H_z|^2$, tomando valores altos de intensidad en el espacio inter-barras y en las esquinas de las barras, en contraste con la distribución para $|E|^2$ la cual por debajo de ω_p muestra que este campo es forzado a ingresar en la región del metamaterial, debido al bajo valor absoluto del índice de refracción para el metamaterial, mientras que por encima de ω_p el campo eléctrico está distribuido principalmente al interior de las barras, pero también con altos valores de intensidad en las regiones de aire. En este caso, los materiales que forman el cristal fotónico, tienen un índice de refracción positivo, no obstante el metamaterial tiene el índice de refracción menor, lo cual hace que el campo presente altas intensidades principalmente al interior de las barras.

Caso barras rectangulares

En la Fig. 3.4, se muestra la estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección $\Gamma - X$ de un arreglo cuadrado de barras rectangulares de metamaterial en aire. El valor considerado de la frecuencia de plasma es $\omega_p a / 2\pi c = 1.0$ y el valor del coeficiente de absorción toma el valor ideal de $\gamma = 0$. La línea roja muestra el valor de la frecuencia de plasma en unidades normalizadas ($\omega a / 2\pi c$). Las longitudes de los lados de las barras considerados son $b_x = 0.25a$: (a) $b_y = 0.25a$, (b) $b_y = 0.80a$ y (c) $b_y = 1.00a$. Las marcas cuadradas (a-d) en la Fig. 3.4(b) son las frecuencias consideradas para el cálculo de las distribuciones de $|H_z|^2$ y $|E|^2$ en la celda unitaria en la Fig. 3.5. Se observa que al aumentar el lado b_y de $0.25a$ a $0.8a$ dejando $b_x = 0.25a$, la distribución de bandas en la estructura de bandas fotónica se modifica

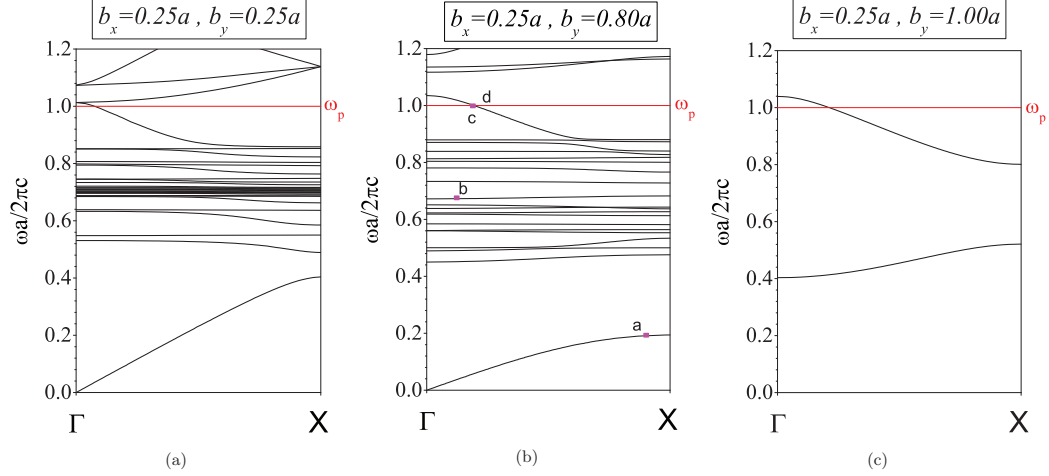


Figura 3.4: Estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección $\Gamma - X$ de un arreglo cuadrado de barras rectangulares de metamaterial en aire para diferentes valores de longitud de uno de los lados de las barras, con $\omega_p a / 2\pi c = 1.0$.

mostrando un re-ordenamiento de las bandas planas hacia frecuencias mayores y menores. Este cambio está relacionado exclusivamente con la geometría de las barras, lo cual a su vez está relacionado con el factor de llenado (mayor cantidad de metal en la celda unitaria). Es de esperarse que las bandas planas estén relacionadas con la existencia de modos resonantes superficiales localizados en las barras de metamaterial. De la misma forma se observa la modificación de la primera banda dispersiva a bajas frecuencias que con el incremento de b_y desaparece en el caso límite 1D, donde $b_y = 1a$. En este caso la primera brecha fotónica se puede relacionar con un valor de frecuencia de plasma efectiva para la celda unitaria, la cual escuda la propagación de la radiación electromagnética en esta estructura.

En el caso mostrado en 3.4(a), las bandas con poca dispersión alrededor de la frecuencia del plasmón superficial están relacionadas con una fuerte localización de la radiación en los lados de las barras, comportamiento que ya fue discutido en la Fig. 3.3.

La Fig. 3.5 muestra algunas distribuciones de $|H_z|^2$ y $|E|^2$ en la celda unitaria para las frecuencias señaladas en la Fig. 3.4(b) para el caso con $b_x = 0.25a$ y $b_y = 0.80a$. Se observa que para bajas frecuencias, Fig. 3.5(a), $|H_z|^2 - |E|^2$ están principalmente distribuidos en la región de aire, debido al alto valor negativo de ϵ_m . En el caso de la distribución para $|E|^2$, se observa una alta localización en la región de aire en los extremos de las barras orientada en la dirección y .

Para una banda con poca dispersión, Fig. 3.5(b), las distribuciones para $|H_z|^2 - |E|^2$ muestran una alta localización sobre los lados más largos de las barras, lo cual sugiere la existencia de modos superficiales, con una alta intensidad de $|E|^2$ en las esquinas de la barras, este compor-

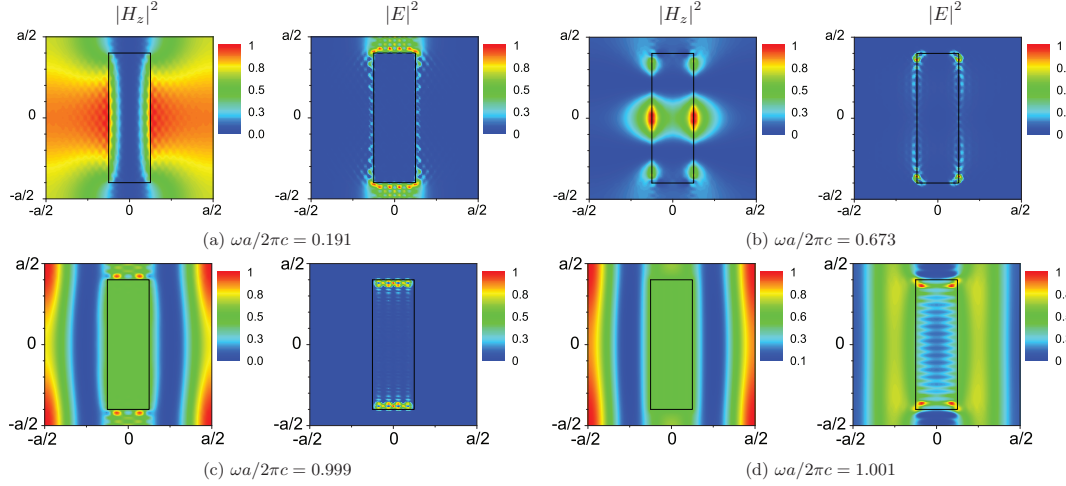


Figura 3.5: Algunas distribuciones de $|H_z|^2$ y $|E|^2$ en la celda unitaria de un cristal fotónico formado por barras rectangulares de metamaterial en aire, para las cuales $b_x = 0.25a$, $b_y = 0.80a$ y $\omega_p a/2\pi c = 1.0$. Las intensidades de las distribuciones están en unidades arbitrarias.

tamiento también fue observado y discutido para los resultados mostrados en Fig. 3.3. Para una frecuencia por debajo de ω_p , la Fig. 3.5(c), muestra para $|E|^2$ una distribución que ocurre principalmente al interior de las barras de metamaterial. Tal como ya fue discutido en Fig. 3.3(d), en este caso la localización es debida al bajo valor negativo de la función dieléctrica para el metamaterial en comparación con la constante dieléctrica del aire, lo cual fuerza al campo a ingresar en la región de las barras. Mientras que para una frecuencia por encima del valor de ω_p , en la Fig. 3.5(d) se observa que $|E|^2$ está localizado tanto al interior como al exterior de las barras de metamaterial, alcanzando altos valores de intensidad cerca de sus esquinas. Un resultado similar fue mostrado y discutido para la Fig. 3.3(e) en el caso de una geometría cuadrada. En cuanto a la distribución de $|H_z|^2$, para las dos frecuencias cercanas a ω_p no se observan mayores diferencias.

Es importante mencionar que la alta localización debajo para frecuencias por debajo de ω_p se refuerzan gracias a la proximidad de las barras rectangulares en la dirección y , lo cual a su vez está relacionado con una longitud de onda más corta para el plasmón.

Caso con absorción

En esta sección exploraremos los resultados obtenidos al incluir la absorción en la función dieléctrica de las barras de metamaterial, para esto primero estudiaremos los resultados que ofrece el método de ondas planas revisado en el caso limite 1D donde $b_y = 1.0a$. Es importante recordar que en este caso la estructura de bandas solo tendrá sentido cuando es extendida a las

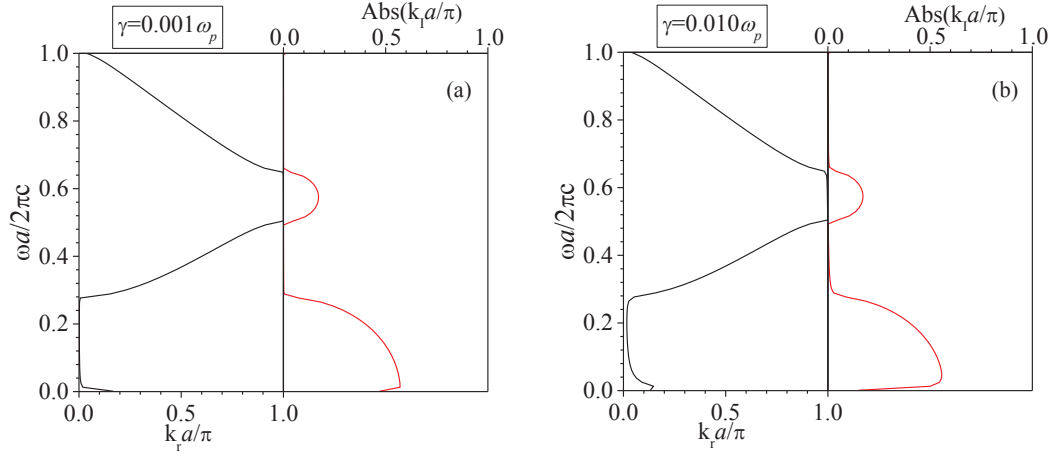


Figura 3.6: Seudo-estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección Γ - X de un arreglo cuadrado de barra rectangulares de metamaterial en aire para dos valores del coeficiente de absorción con $\omega_p a/2\pi c = 1$, $b_x = 0.10a$ y $b_y = 1.00a$ siendo a el parámetro de red.

componentes imaginarias para el vector de onda, por lo cual se hará referencia a una pseudo-estructura de bandas, en donde además de la componente real del vector de onda, la cual está relacionada con el comportamiento oscilante de la radiación al interior del cristal, se presenta la componente imaginaria del vector de onda la cual estará relacionada con un decaimiento de los campos al interior del sistema, por lo que los resultados hallados solo podrán ser aplicados a estructuras finitas.

En el trabajo de Soto-Puebla *et al.* [20], en donde se propone un cristal fotónico 1D formado por capas de metal en aire, siendo la frecuencia de plasma del metal $\omega_p = 10\text{eV}$ ($\approx 15 \times 10^{15}\text{s}^{-1}$). El cristal fotónico tiene un parámetro de red $d = 100\text{nm}$ y un factor de ocupación para las capas metálicas de $a/d = 0.1$ donde a es el ancho de la capa metálica, se muestra que el aumento del coeficiente de absorción deforma la estructura de bandas del cristal fotónico lo que solo puede interpretarse con el valor no nulo de su componente imaginaria, la cual está relacionada con la penetración de la radiación en un sistema finito. En esta descripción las dos componentes del vector de onda definen lo que se conoce como una pseudo-estructura de bandas, la cual puede ser usada para pronosticar como será el comportamiento de la radiación al atravesar un sistema finito donde hay absorción, siendo expresada la longitud de penetración de la radiación en el sistema por medio de la componente imaginaria del vector de onda. Es así como a través de la descripción de la pseudo-estructura de bandas la información que se obtiene de un cristal fotónico puede ser extendida a estructuras finitas.

Para demostrar la utilidad del método de ondas planas revisado en el caso de sistemas con absorción, en la Fig. 3.6 se presenta la pseudo-estructura de bandas fotónica para la polarización

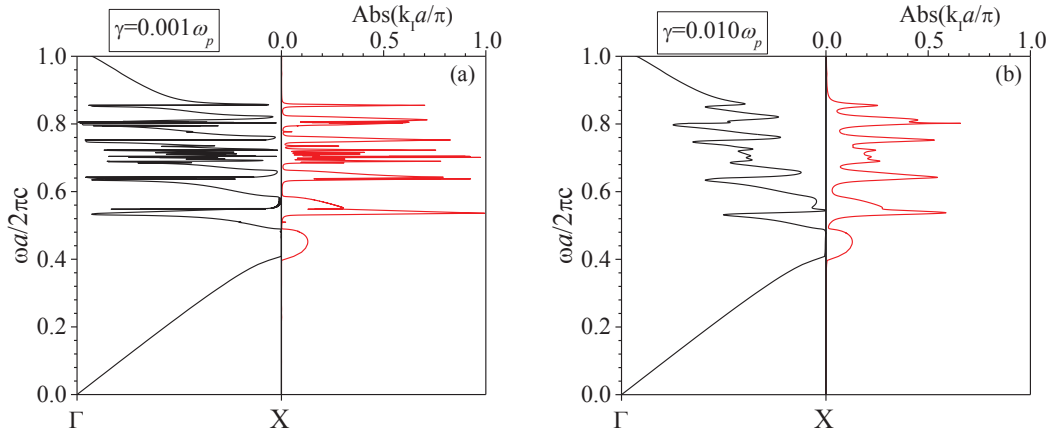


Figura 3.7: Seudo-estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección Γ - X de un arreglo cuadrado de barra rectangulares de metamaterial en aire para dos valores del coeficiente de absorción, con $b_x = b_y = 0.25a$ siendo a el parámetro de red y $\omega_p a/2\pi c = 1$.

TE en la dirección Γ - X de un arreglo cuadrado de barra rectangulares de metamaterial en aire para dos valores del coeficiente de absorción (a) $\gamma = 0.001\omega_p$ y (b) $\gamma = 0.010\omega_p$, con $\omega_p a/2\pi c = 1$, $b_x = 0.10a$ y $b_y = 1.00a$ siendo a el parámetro de red. Como podemos observar en (a) y (b), al considerar absorción la estructura de bandas se deforma debido a que la propagación de la radiación en el sistema cristal fotónico es prohibida gracias al valor no nulo de la componente imaginaria del vector de onda. Así mismo, los valores más altos de la componente imaginaria se presentan alrededor de las frecuencias centrales asociadas a las brechas fotónicas en el sistema sin absorción. Este resultado está en acuerdo con los presentados por Soto-Puebla *et al.*, por lo tanto podemos esperar que la información obtenida de la seudo-estructura de bandas permita describir el comportamiento de la radiación en sistemas finitos.

Ahora que en el caso 2D resultados similares deben ser hallados, pero con una mayor deformación de la estructura de bandas gracias a la aparición de modos altamente localizados, los cuales estarán asociados a mayores pérdidas por absorción en el sistema. En efecto la Fig. 3.7 muestra la seudo-estructura de bandas fotónica para la polarización TE en la dirección Γ - X de un arreglo cuadrado de barra rectangulares de metamaterial en aire con $b_x = b_y = 0.25a$ siendo a el parámetro de red y $\omega_p a/2\pi c = 1$, para dos valores del coeficiente de absorción (a) $\gamma = 0.001\omega_p$ y (b) $\gamma = 0.010\omega_p$. Como se observa en (a) aun para valores pequeños de absorción la modificación de la estructura de bandas es evidente en comparación con el caso sin absorción mostrado en la Fig. 3.4 (a). Así mismo la componente imaginaria del vector de onda es mayor alrededor de las frecuencias en las cuales están distribuidos los modos altamente localizados. En el caso mostrado en (b) donde se considera una absorción mayor tenemos que los modos altamente localizados

no existen en la estructura de bandas. En estos casos es de esperarse que la transmisión para estas frecuencias sea muy baja debido a que la componente imaginaria del vector de onda es muy grande. Es importante señalar que la longitud de penetración en una estructura finita dependerá del valor de la frecuencia considerada, pues la distribución de los valores de la componente imaginaria del vector de onda no es uniforme, presentando máximos y mínimos locales centrados alrededor de frecuencias que están asociadas a modos altamente localizados. Como podemos ver el método de ondas planas revisado también puede ser aplicado al cálculo de la pseudo-estructura de bandas para cristales fotónicos formados por materiales con absorción, lo que permite que este tipo de herramienta pueda ser usada para el estudio de la propagación de la radiación electromagnética en sistemas finitos.

3.5. Conclusiones

En este trabajo, se utilizó el método de ondas planas revisado para calcular la estructura de bandas fotónica en la dirección $\Gamma - X$ para un cristal fotónico 2D formado por barras rectangulares de metamaterial tipo Drude en aire, para la polarización TE. En el caso de barras cuadradas de metamaterial sin absorción, se encontró que la estructura de bandas para el cristal fotónico se modifica con la variación de la frecuencia de plasma del metamaterial. También, la estructura de bandas presenta bandas con poca dispersión por debajo de ω_p , distribuidas alrededor del valor de la frecuencia del plasmón superficial. Para bajas frecuencias las distribuciones de $|H_z|^2$ y $|E|^2$ en la celda unitaria muestra que la radiación es localizada principalmente en la región de aire, debido al alto valor negativo de ϵ_m . También se muestra una alta intensidad de $|E|^2$ localizada principalmente en las esquinas de las barras, la cual debe estar asociada a las oscilaciones del plasma en el metamaterial con el campo eléctrico. Para las frecuencias cercanas a la frecuencia del plasmón superficial se observó una alta localización de los campos en las superficies de las barras. Para las frecuencias entre el plasmón superficial y la frecuencia de plasma, la disminución en el $|\epsilon_m|$ está relacionado con el aumento de la localización para $|E|^2$ en el interior de las barras, aun para frecuencias cercanas a ω_p . En contraste para frecuencia por encima de ω_p , la distribución de $|E|^2$ se observa al interior y exterior de las barras con altas intensidades en las esquinas de las barras.

Para el caso de barras rectangulares, se encontró la reorganización en la estructura de las bandas de las bandas con poca dispersión con la variación de la longitud de uno de los lados de las barras de metamaterial. Nuestros resultados mostraron una alta concentración del campo $|E|^2$ en las esquinas de las barras, para todas las frecuencias estudiadas. Por otro lado las distribuciones de $|H_z|^2$ mostraron la formación de modos superficiales localizados para las frecuencias

estudiadas en las bandas con poca dispersión, comportamiento que también fue observado para las distribuciones de $|E|^2$. Para las frecuencias cercanas a la frecuencia de plasma, se encontró que la distribución de $|E|^2$ ocurre principalmente en la región interior de las barras metálicas, tal como en el caso de barras cuadradas.

Al considerar absorción se encontró una modificación significativa de la estructura de bandas, debido a la existencia de la componente imaginaria del vector de onda la cual está relacionada con la longitud de penetración de la radiación para un sistema finito, mostrando además la desaparición de los modos altamente localizados con el aumento de la absorción. Así mismo, se mostró que la longitud de penetración varía dependiendo de la frecuencia considerada lo cual se observa en la pseudo-estructura de bandas como máximos y mínimos locales para los valores de la componente imaginaria del vector de onda. Esto demuestra la utilidad del método de ondas planas revisada en un régimen no explorado anteriormente, en donde la información de la pseudo-estructura de bandas puede ser usada para el estudio de la propagación de la luz en estructuras finitas formadas con materiales dispersivos con absorción.

Conclusiones finales

En el caso de disposiciones materiales tipo graded, se estudiaron estructuras formadas con una disposición gradual de los anchos de bi-capas de metal y aire siguiendo una sucesión aritmética, descrita en términos de un parámetro de gradado, en donde la cantidad de material permanece constante. Se encontró que la transmisión de la radiación electromagnética en estos sistemas depende del valor del parámetro de gradado, mostrando una redistribución del campo eléctrico al interior del sistema, lo cual permite tener bandas de transmisión en regiones de frecuencia en la cual usualmente sistemas periódicos con igual cantidad de material presentan bajas transmisiones. Estos resultados pueden ser implementados en cristales fotónicos basados en los sistemas propuestos tipo graded, gracias a que las múltiples subestructuras que los forman permitirán tener una respuesta óptica más variada que los cristales fotónicos usuales formados por un solo tipo de subestructura.

Así mismo, pudimos hallar que sistemas formados con metamateriales con una respuesta eléctrica anisotrópica uniaxial tipo Drude y capas de grafeno, cambian su respuesta óptica para la polarización TM, gracias a la variación de las propiedades ópticas de las capas de grafeno con agentes externos, lo cual se puede observar como en la formación de una banda estrecha de transmisión o de reflexión alrededor de la frecuencia de plasma del metamaterial cuando el potencial químico del grafeno se modifica. Este tipo de respuesta puede emplearse en la fabricación de dispositivos ópticos como sensores así como polarizadores, pues los diferentes parámetros de los materiales considerados, permiten tener rangos de frecuencia de trabajo bien diferenciados para las polarizaciones TE o TM.

Por último, en cristales fotónicos 2D formados por barras rectangulares de metamaterial inmersas en aire, hallamos la formación de modos altamente localizados de campo eléctrico en las superficies de las barras, los cuales dependen de su geometría transversal. Estos modos pueden ser desplazados hacia diferentes valores de frecuencia, gracias a la dependencia de la estructura de bandas fotónica con la geometría. Por otro lado, encontramos que el método de ondas planas revisado puede ser extendido al cálculo de la pseudo-estructura de bandas fotónica de cristales formados por materiales que presentan absorción, la cual impide la formación de los modos altamente localizados la estructura. Los resultados hallados pueden ser implementados en sistemas químicos en donde la intensidad del campo eléctrico sea un principio catalizador de la reacción.

Perspectivas

Los métodos numéricos y sistemas estudiados en el presente trabajo, permiten explorar sistemas 1D y 2D formados por distribuciones tipo graded de los materiales, en donde la geometría juega un papel importante, al igual que la acción de agentes externos que modifiquen de manera dinámica las propiedades de los materiales que constituyen los diferentes sistemas ópticos a estudiar. Es de resaltar la versatilidad del método de ondas planas revisado, el cual mostramos en este trabajo que puede ser extendido al cálculo de las pseudo-estructura de bandas fotónica, la cual permite investigar cual será el comportamiento de la radiación electromagnética cuando se incluyen materiales con absorción en sistemas finitos 2D. Esto permitirá extender los resultados de este trabajo a sistemas más complejos en donde se busque optimizar respuestas ópticas, bien sea fijando rangos de frecuencias donde la transmisión sea máxima o sistemas donde la radiación electromagnética este muy localizada, lo que podría ser aplicado en celdas solares o dispositivos opto-electrónicos. Así mismo, la posibilidad de estudiar sistemas fotónicos con inclusiones de grafeno y capas de superconductor ofrecen una perspectiva llamativa, debido a que se puede incluir junto con la modificación del potencial químico del grafeno, la variación del parámetro de la temperatura del superconductor, lo que enriquecería significativamente la estructura fotónica de sistemas en donde estos dos tipos de materiales estén incluidos. Así mismo, las disposiciones tipo graded de dieléctricos que han demostrado su gran utilidad en el campo de la electrónica, como el $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ en donde el parámetro de gradado sea la concentración de Al, permitirían crear dispositivos con propiedades ópticas dependientes de la temperatura y el nivel de dopaje del semiconductor.

Trabajos publicados

Los resultados mostrados en este trabajo han sido publicados como:

- [Capítulo 1](#)

Optical properties of one dimensional metal-air graded system. D. M. Calvo-Velasco y Nelson Porrás-Montenegro.

Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures 105, (2019), 224–230.

DOI 10.1016/j.physe.2018.09.013

- [Capítulo 2](#)

Tunable optical response at the plasmon-polariton frequency in dielectric-graphene-metamaterial systems. D. M. Calvo-Velasco y Nelson Porrás-Montenegro.

Superlattices and Microstructures 116, (2018), 244–252.

DOI 10.1016/j.spmi.2018.02.029

- [Capítulo 3](#)

High plasmon concentration on the surfaces of rectangular metallic rods embedded in air in a 2D photonic crystal. D. M. Calvo-Velasco y Nelson Porrás-Montenegro.

Appl. Phys. A, (2016), 122:431.

DOI 10.1007/s00339-016-9867-3

Participación en eventos de divulgación

Los resultados de estos trabajos fueron presentados en los siguientes eventos

- Progress In Electromagnetics Research Symposium - PIERS, Praga, República Checa, Julio 6-9, 2015.

Photonic band structure and field distribution for TE polarization. High plasmon concentration in the corners of metallic rods of a 2D photonic crystal.

- META'15 - the 6th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, City College of New York, New York City, NY, USA, Agosto 4-7, 2015.

High plasmon concentration and electric wave guide in a 2D photonic crystal made of metallic rods embedded in air.

- SPSAS NANOPHOTONICS – São Paulo School of Advance Science on Nanophotonics and XV Jorge Andre Swieca School on Nonlinear and Quantum Optics, Campinas, São Paulo, Brasil, Julio 17 - 29, 2016.

Photonic Band Structure of 2D Square Metallic Shields in Air.

- I Escuela de Verano en Óptica y Fotónica - Óptica No Lineal y Aplicaciones en Biofotónica, Universidad del Valle, Cali, Colombia, Julio 16-19, 2018.

Optical properties of one dimensional metal-air graded system.

Agradecimiento a las instituciones

El autor agradece al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación - COL-CIENCIAS por la financiación total de la matrícula y por el sostenimiento durante el desarrollo de sus estudios de Doctorado, gracias a la convocatoria 617-2 de 2014. Así mismo, agradece a la Universidad del Valle y en su representación al Grupo de Física Teórica del Estado Sólido, por el uso de los equipos de computo donde se realizaron los cálculos numéricos presentados en este trabajo.

Reglas de Li y los cristales fotónicos

2D

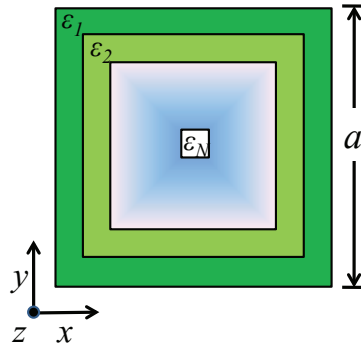


Figura A.1: Representación en la celda unitaria de una red cuadrada de múltiples capas rectangulares de materiales con diferentes propiedades ópticas. El material en la capa i tiene una constante dieléctrica ϵ_i y una permitividad magnética μ_i . Además $a_{x,i}$ y $a_{y,i}$ son las longitudes exteriores en la dirección x y en la dirección y respectivamente de la capa i y el parámetro de red es a .

Históricamente el cálculo de la estructura de bandas usando la expansión en ondas planas de los campos está limitada por la convergencia del problema de autovalores asociado a la ecuación de onda de la radiación incidente en el cristal. En el caso de una disposición cristalina 2D, esta limitación se observa principalmente para la polarización TE, aún cuando los materiales que forman el cristal no presentan respuestas dispersivas [111].

El trabajo de Li acerca del producto de funciones periódicas continuas mejora de manera notable la convergencia del problema relacionado con el cálculo de la estructura de bandas fotónica. En su trabajo original [110], se proponen tres diferentes reglas para la correcta formación del producto entre funciones que son periódicas, cuando la expansión de Fourier es truncada a un número N de términos.

De acuerdo a las reglas de formación del producto de funciones periódicas tenemos: si $h(x)$ es el producto de dos funciones periódicas arbitrarias $f(x)$ y $g(x)$, entonces los términos de la expansión de Fourier, h_n , de $h(x)$ están dados por

$$h_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_{n-m} g_m. \quad (\text{A.1})$$

donde f_n y g_n son los coeficientes de las expansiones de Fourier de las funciones $f(x)$ y $g(x)$ respectivamente. Este resultado es conocido como la regla de Laurent, la cual es correcta cuando la suma se extiende a infinito. Li muestra que esta regla de formación no es necesariamente correcta cuando la suma es truncada a un número finito de términos, es decir el problema real al calcular computacionalmente, siendo necesario el uso de las siguientes reglas para la correcta formación de la función producto:

(i) Dada $h(x) = f(x)g(x)$ y alguna de las funciones $f(x)$ o $g(x)$ es continua en un punto $x = x_0$, la otra función puede ser discontinua en este punto. Entonces la regla de Laurent se puede usar y en este caso podemos escribir

$$[h] = [[f]] [g]. \quad (\text{A.2})$$

donde $[g]$ denota un vector construido a partir de los primeros N términos de la expansión de Fourier de $g(x)$ y $[[f]]$ denota a la matriz de orden N cuyo elemento (n, m) es f_{n-m} .

(ii) Dada $h(x) = f(x)g(x)$ y siendo las funciones $f(x)$ y $g(x)$ discontinuas en un punto $x = x_0$, pero el producto $h(x)$ es continuo en este punto, entonces la regla inversa debe aplicarse. Esto es,

$$[h] = \left[\left[\frac{1}{f} \right] \right]^{-1} [g]. \quad (\text{A.3})$$

aquí los elementos de $\left[\left[\frac{1}{f} \right] \right]$ son construidos usando los coeficientes de la función inversa de $f(x)$.

(iii) Dada $h(x) = f(x)g(x)$ y las funciones $f(x)$ y $g(x)$ son discontinuas en un punto $x = x_0$ y también la función $h(x)$ es discontinua en este punto, entonces el producto no puede ser formado.

Con el ánimo de aplicar estas reglas al caso de un cristal fotónico 2D, es decir una situación en la cual existe una superficie donde el producto de dos funciones debe ser formado, Lalanne en su trabajo [111], propone una forma de construir el producto de la permitividad y el campo eléctrico que satisface las reglas de Li, cuando las superficie de los materiales que forman nuestro sistema son planas.

En nuestro caso aplicaremos estos resultados al sistema mostrado en la Fig. A.1, que es un sistema de múltiples capas concéntricas de materiales con diferentes permitividades y permeabilidades. En el caso de la polarización TE, es posible observar que la componente ϵE_x es continua a lo largo de la dirección x , mientras que E_x es continua a lo largo de la dirección y , por esta razón la regla inversa debe aplicarse a lo largo de la dirección x , mientras que la regla de Laurent debe aplicarse a lo largo de la dirección y para la construcción de la matriz que representa a ϵ en el

producto ϵE_x . En este caso tenemos que

$$[[\epsilon_{xx}]]_{mn,m'n'} = \frac{1}{a_y} \int_{-a_y/2}^{a_y/2} [[A_x^{-1}]]_{m,m'} e^{-i(n-n')g_y y} dy, \quad (\text{A.4})$$

$$[[A_x]]_{m,m'} = \frac{1}{a_x} \int_{-a_x/2}^{a_x/2} \frac{1}{\epsilon} e^{-i(m-m')g_x x} dx, \quad (\text{A.5})$$

donde $g_i = \left| \vec{b}_i \right|$; los coeficientes de las matrices relacionan los términos $\vec{G} = m\vec{b}_x + n\vec{b}_y$ con $\vec{G}' = m'\vec{b}_x + n'\vec{b}_y$.

Una construcción similar se debe aplicar para el caso de la formación del producto ϵE_y , en este caso el producto es continuo a lo largo de la dirección y mientras que E_y es continuo a lo largo de la dirección x . Por esa razón aplicamos la regla inversa a lo largo de la dirección y , mientras que aplicamos la regla de Laurent a lo largo de la dirección x , para la matriz que representa a ϵ en el producto, obteniendo

$$[[\epsilon_{yy}]]_{mn,m'n'} = \frac{1}{a_x} \int_{-a_x/2}^{a_x/2} [[A_y^{-1}]]_{n,n'} e^{-i(m-m')g_x x} dx, \quad (\text{A.6})$$

$$[[A_y]]_{n,n'} = \frac{1}{a_y} \int_{-a_y/2}^{a_y/2} \frac{1}{\epsilon} e^{-i(n-n')g_y y} dy. \quad (\text{A.7})$$

En nuestro caso tenemos que

$$\epsilon(x, y) = \epsilon_1 + \sum_{i=2}^N (\epsilon_i - \epsilon_{i-1}) S_i(x, y), \quad (\text{A.8})$$

donde S_i es una función que es 1 en la región del sistema que contiene al material ϵ_i y 0 fuera de esta región. Es posible mostrar que la matriz $[[\epsilon_{xx}]]$ tiene la forma

$$[[\epsilon_{xx}]]_{mn,m'n'} = \begin{cases} [[A_{1,x}^{-1}]]_{m,m'} + \frac{1}{a_{y,1}} \sum_{j=2}^N a_{y,j} \left([[A_{j,x}^{-1}]]_{m,m'} - [[A_{j-1,x}^{-1}]]_{m,m'} \right) & , n = n' \\ \frac{1}{a_{y,1}} \sum_{j=2}^N \left(\left([[A_{j,x}^{-1}]]_{m,m'} - [[A_{j-1,x}^{-1}]]_{m,m'} \right) a_{y,j} \frac{\text{sen}((n-n')g_y a_{y,j}/2)}{((n-n')g_y a_{y,j}/2)} \right) & , n \neq n' \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

donde

$$[[A_{1,x}]]_{m,m'} = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon_1} & , \quad m = m' \\ 0 & , \quad m \neq m' \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

$$[[A_{j,x}]]_{m,m'} = \begin{cases} [[A_{j-1,x}]]_{m,m'} + \frac{a_{x,j}}{a_{x,1}} \left(\frac{1}{\epsilon_j} - \frac{1}{\epsilon_{j-1}} \right) & , \quad m = m' \\ [[A_{j-1,x}]]_{m,m'} + \frac{a_{x,j}}{a_{x,1}} \left(\frac{1}{\epsilon_j} - \frac{1}{\epsilon_{j-1}} \right) \frac{\text{sen}((m-m')g_x a_{x,j}/2)}{(m-m')g_x a_{x,j}/2} & , \quad m \neq m', \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

para todo $j = 2, \dots, n$. Una expresion similar es obtenida para $[[\epsilon_{yy}]]$.

Las expresiones calculadas para las matrices $[[\epsilon_{xx}]]$ y $[[\epsilon_{yy}]]$ se emplearán en el problema de autovalores asociado al método de ondas planas revisado, para el cálculo de la estructura de bandas de nuestro cristal fotónico.

Por otra parte en el caso de la matriz asociada a la permeabilidad magnética, para la polarización TE la componente de campo H_z y la función μ son continuas en el plano $x - y$, por lo cual podemos usar la regla de Laurent para su producto. De esta forma podemos escribir para la función μ

$$\mu(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \mu_{\vec{G}} e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}}, \quad (\text{A.12})$$

de donde

$$\mu_{\vec{G}} = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} \mu(\vec{r}) e^{-i\vec{G} \cdot \vec{r}} d^2r. \quad (\text{A.13})$$

En el caso considerado podemos escribir que

$$\mu(\vec{r}) = \mu_1 + \sum_{j=2}^N (\mu_j - \mu_{j-1}) S_j(\vec{r}), \quad (\text{A.14})$$

de donde se obtiene que

$$\mu_{\vec{G}} = \mu_1 \delta_{\vec{G},0} + \sum_{j=2}^N (\mu_j - \mu_{j-1}) f_j F_j(\vec{G}), \quad (\text{A.15})$$

siendo

$$F_j(\vec{G}) = \lim_{\vec{h} \rightarrow \vec{G}} \frac{\sin(h_x a_j/2) \sin(h_y b_j/2)}{(h_x a_j/2) (h_y b_j/2)}, \quad (\text{A.16})$$

y

$$f_j = \frac{a_j b_j}{Ac}, \quad (\text{A.17})$$

y por lo tanto los elementos de matriz estarán dados por

$$[[\mu_{zz}]]_{\vec{G}, \vec{G}'} = \mu_{\vec{G}-\vec{G}'}. \quad (\text{A.18})$$

En el caso de la polarización TM las consideraciones son similares, con los respectivos cambios de $\epsilon \rightarrow \mu$ y viceversa.

Bibliografía

- [1] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. Princeton: Princeton University Press, 2008.
- [2] N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. IEEE Press, Wiley-Interscience, 2006.
- [3] M. Li, F. He, Q. Liao, J. Liu, L. Xu, L. Jianga, Y. Song, S. Wang, and D. Zhu *Angew. Chem.*, vol. 120, p. 7368, 2008.
- [4] L. T. Su, S. K. Karuturi, J. Luo, L. Liu, X. Liu, J. Guo, T. C. Sum, R. Deng, H. J. Fan, X. Liu, and A. I. Y. Tok *Adv. Mater.*, vol. 25, p. 1603, 2013.
- [5] K. Yao, X.-K. Xin, C.-C. Chueh, K.-S. Chen, Y.-X. Xu, and A. K.-Y. Jen *Adv. Funct. Mater.*, vol. 25, p. 567, 2015.
- [6] H. Li, Z. Xu, B. Bao, and Y. Song *J. Colloid Interf. SCI.*, vol. 465, p. 42, 2016.
- [7] N. Chouhan, R. Ameta, R. K. Meena, N. Mandawat, and R. Ghildiyal *Int. J. Hydrogen Energ.*, vol. 41, p. 2298, 2016.
- [8] A. Kumar, H. Chaliyawala, S. Siddhanta, and H. C. Barshilia *Sol. Energ. Mat. Sol. C.*, vol. 145, p. 432, 2016.
- [9] C. A. Duque, N. Porras-Montenegro, S. B. Cavalcanti, and L. E. Oliveira *J. Appl. Phys.*, vol. 105, p. 034303, 2009.
- [10] A. Hatef and M. R. Singh *Phys. Rev. A*, vol. 86, p. 043839, 2012.
- [11] L. E. González and N. Porras-Montenegro, “Pressure, temperature and plasma frequency effects on the band structure of a 1D semiconductor photonic crystal,” *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, vol. 44, no. 4, pp. 773 – 777, 2012.

-
- [12] B. Diaz-Valencia and J. Calero, “Photonic band gaps of a two-dimensional square lattice composed by superconducting hollow rods,” *Physica C: Superconductivity and its Applications*, vol. 505, pp. 74 – 79, 2014.
- [13] J. López, L. E. González, M. F. Q. nonez, M. E. Gómez, N. Porras-Montenegro, and G. Zambrano, “Magnetic field role on the structure and optical response of photonic crystals based on ferrofluids containing $co_{0.25}zn_{0.75}fe_2o_4$ nanoparticles,” *J. Appl. Phys.*, vol. 115, p. 193502, 2014.
- [14] V. Veselago, L. Braginsky, V. Shklover, and C. Hafner *J. Comput. Theor. Nanosci.*, vol. 3, p. 1, 2006.
- [15] V. Kuzmiak, A. A. Maradudin, and F. Pincemin *Phys. Rev. B*, vol. 50, p. 16835, 1994.
- [16] V. Kuzmiak, A. A. Maradudin, and A. R. McGurn *Phys. Rev. B*, vol. 55, p. 4298, 1997.
- [17] V. Kuzmiak and A. A. Maradudin *Phys. Rev. B*, vol. 58, p. 7230, 1998.
- [18] K. C. Huang, P. Bienstman, J. D. Joannopoulos, K. A. Nelson, and S. Fan *Phys. Rev. B*, vol. 68, p. 075209, 2003.
- [19] K. C. Huang, P. Bienstman, J. D. Joannopoulos, and K. A. Nelson *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 196402, 2003.
- [20] D. Soto-Puebla, M. Xiao, and F. Ramos-Mendieta, “Optical properties of a dielectric-metallic superlattice: the complex photonic bands,” *Physics Letters A*, vol. 326, no. 3, pp. 273 – 280, 2004.
- [21] K. Sakoda, N. Kawai, T. Ito, A. Chutinan, S. Noda, T. Mitsuyu, and K. Hirao *Phys. Rev. B*, vol. 64, p. 045116, 2001.
- [22] T. Ito and K. Sakoda *Phys. Rev. B*, vol. 64, p. 045117, 2001.
- [23] E. Moreno, D. Erni, and C. Hafner *Phys. Rev. B*, vol. 65, p. 155120, 2002.
- [24] S. Shi, C. Chen, and D. W. Prather *Appl. Phys. Lett.*, vol. 86, p. 043104, 2005.
- [25] O. J. F. Martin, C. Girard, D. R. Smith, and S. Schultz *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, p. 315, 1999.
- [26] C.-S. Kee, J.-E. Kim, H. Y. Park, I. Park, and H. Lim *Phys. Rev. B*, vol. 61, p. 15523, 2000.

-
- [27] O. Toader and S. John *Phys. Rev. E*, vol. 70, p. 046605, 2004.
- [28] K. C. Huang, E. Lidorikis, X. Jiang, J. D. Joannopoulos, K. A. Nelson, P. Bienstman, and S. Fan *Phys. Rev. B*, vol. 69, p. 195111, 2004.
- [29] A. J. Ward and J. B. Pendry *Journal of Modern Optics*, vol. 43, no. 4, p. 773, 1996.
- [30] S. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. Springer Science+Business Media LLC, 2007.
- [31] A. Aubry, D. Y. Lei, A. I. Fernández-Domínguez, Y. Sonnefraud, S. A. Maier, and J. B. Pendry *Nano Lett.*, vol. 10, p. 2574, 2010.
- [32] A. I. Fernández-Domínguez, S. A. Maier, and J. B. Pendry *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 266807, 2010.
- [33] A. I. Fernández-Domínguez, A. Wiener, F. J. García-Vidal, S. A. Maier, and J. B. Pendry *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, p. 106802, 2012.
- [34] S. A. Ramakrishna and T. M. Grzegorczyk, *Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials*. Bellingham, Washington: Taylos & Francis Group, 2009.
- [35] V. G. Veselago *Sov. Phys. Usp.*, vol. 10, p. 509, 1968.
- [36] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, p. 2075, 1999.
- [37] X. Ni, Z. J. Wong, M. Mrejen, Y. Wang, and X. Zhang *Science*, vol. 349, p. 1310, 2015.
- [38] J. Prat-Camps, C. Navau, and A. Sanchez *Scientific Reports*, vol. 5, p. 12488, 2015.
- [39] S. B. Cavalcanti, M. de Dios-Leyva, E. Reyes-Gomez, and L. E. Oliveira *Phys. Rev. B*, vol. 74, p. 153102, 2006.
- [40] J. R. Mejía-Salazar, N. Porras-Montenegro, E. Reyes-Gómez, S. B. Cavalcanti, and L. E. Oliveira, “Plasmon polaritons in 1D Cantor-like fractal photonic superlattices containing a left-handed material,” *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 95, no. 2, p. 24004, 2011.
- [41] G. Becerra, E. Moncada-Villa, and J. C. Granada *J. Supercond. Nov. Magn.*, vol. 25, p. 2163, 2012.

- [42] E. Moncada-Villa, J. R. Mejía-Salazar, and J. C. Granada, “Simultaneous omnidirectional zero- n^- and zero- ϕ_{eff} non-bragg gaps in metamaterial-polaritonic photonic superlattices,” *Opt. Lett.*, vol. 40, pp. 2345–2348, May 2015.
- [43] B. F. Diaz-Valencia, J. R. Mejía-Salazar, and N. Porras-Montenegro *Superlattice Microst.*, vol. 85, p. 608, 2015.
- [44] F. R. Gómez and J. R. Mejía-Salazar *Opt. Lett.*, vol. 40, p. 5034, 2015.
- [45] U. Levy, M. Abashin, K. Ikeda, A. Krishnamoorthy, J. Cunningham, and Y. Fainman, “Inhomogeneous dielectric metamaterials with space-variant polarizability,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 98, p. 243901, 2007.
- [46] P. G. Snyder, Y.-M. Xiong, J. A. Woollam, G. A. Al-Jumaily, and F. J. Gagliardi, “Graded refractive index silicon oxynitride thin film characterized by spectroscopic ellipsometry,” *J. Vac. Sci. Technol. A*, vol. 10, p. 1462, 1992.
- [47] N. Dalarsson, M. Maksimović, and Z. Jaksić, “A simplified analytical approach to calculation of the electromagnetic behavior of left-handed metamaterials with a graded refractive index profile,” *Science of Sintering*, vol. 39, p. 185, 2007.
- [48] J. K. Kim, A. N. Noemaun, F. W. Mont, D. Meygaard, E. F. Schubert, D. J. Poxson, H. Kim, C. Sone, and Y. Park, “Elimination of total internal reflection in GaInN light-emitting diodes by graded-refractive-index micropillars,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 93, p. 221111, 2008.
- [49] S.-L. Chen, A.-J. Wang, C.-T. Hu, C. Dai, and J. B. Benziger *AIChE Journal*, vol. 58, p. 568, 2012.
- [50] M. L. Brongersma, Y. Cui, and S. Fan *Nature Materials*, vol. 13, p. 451, 2014.
- [51] N. Pellet, P. Gao, G. Gregori, T.-Y. Yang, M. K. Nazeeruddin, J. Maier, and M. Gratzel *Angew. Chem. Int. Ed.*, vol. 53, p. 3151, 2014.
- [52] W. Yu, S. Ruan, Y. Long, L. Shen, W. Guo, and W. Cheng *Sol. Energ. Mat. Sol. C.*, vol. 127, p. 27, 2014.
- [53] W. Zhang, L. Jiang, and X. Li *Opt. Commun.*, vol. 317, p. 83, 2014.
- [54] M. Burrese, F. Pratesi, F. Riboli, and D. S. Wiersma *Adv. Optical Mater.*, vol. 3, p. 722, 2015.

-
- [55] L. A. Falkovsky and A. A. Varlamov, “Space-time dispersion of graphene conductivity,” *The European Physical Journal B*, vol. 56, no. 4, pp. 281–284, 2007.
- [56] L. A. Falkovsky and S. S. Pershoguba, “Optical far-infrared properties of a graphene monolayer and multilayer,” *Phys. Rev. B*, vol. 76, p. 153410, Oct 2007.
- [57] D. Jahani, A. Soltani-Vala, J. Barvestani, and H. Hajian, “Magneto-tunable one-dimensional graphene-based photonic crystal,” *Journal of Applied Physics*, vol. 115, no. 15, p. 153101, 2014.
- [58] P. Qiu, W. Qiu, Z. Lin, H. Chen, Y. Tang, J.-X. Wang, Q. Kan, and J.-Q. Pan, “Investigation of the band structure of graphene-based plasmonic photonic crystals,” *Nanomaterials*, vol. 6, no. 9, 2016.
- [59] X. Gu, I.-T. Lin, and J.-M. Liu, “Extremely confined terahertz surface plasmon-polaritons in graphene-metal structures,” *Applied Physics Letters*, vol. 103, no. 7, p. 071103, 2013.
- [60] K. V. Sreekanth, A. D. Luca, and G. Strangi, “Negative refraction in graphene-based hyperbolic metamaterials,” *Applied Physics Letters*, vol. 103, no. 2, p. 023107, 2013.
- [61] L. Zhang, Z. Zhang, C. Kang, B. Cheng, L. Chen, X. Yang, J. Wang, W. Li, and B. Wang, “Tunable bulk polaritons of graphene-based hyperbolic metamaterials,” *Opt. Express*, vol. 22, pp. 14022–14030, Jun 2014.
- [62] A. Madani and M. Babaei, “Tunable polarization sensitive absorber made of graphene-based hyperbolic metamaterials,” *Superlattices and Microstructures*, vol. 102, pp. 470 – 476, 2017.
- [63] O. L. Berman, V. S. Boyko, R. Y. Kezerashvili, A. A. Kolesnikov, and Y. E. Lozovik, “Graphene-based photonic crystal,” *Physics Letters A*, vol. 374, no. 47, pp. 4784 – 4786, 2010.
- [64] O. L. Berman and R. Y. Kezerashvili, “Graphene-based one-dimensional photonic crystal,” *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 24, no. 1, p. 015305, 2012.
- [65] D. R. Mason, S. G. Menabde, S. Yu, and N. Park, “Plasmonic excitations of 1d metal-dielectric interfaces in 2d systems: 1d surface plasmon polaritons,” *Scientific Reports*, vol. 4, 2014.
- [66] S. A. El-Naggar, “Tunable terahertz omnidirectional photonic gap in one dimensional graphene-based photonic crystals,” *Optical and Quantum Electronics*, vol. 47, pp. 1627–1636, Jul 2015.

- [67] A. M. Ziba Saleki, Samad Roshan Entezar, “Omnidirectional broadband thz filter based on a one-dimensional thue–morse quasiperiodic structure containing graphene nanolayers,” *Journal of Nanophotonics*, vol. 10, pp. 10 – 10 – 11, 2016.
- [68] S. Xiao, T. Wang, X. Jiang, X. Yan, L. Cheng, B. Wang, and C. Xu, “Strong interaction between graphene layer and fano resonance in terahertz metamaterials,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 50, no. 19, p. 195101, 2017.
- [69] Z.-F. Sang and Z.-Y. Li, “Optical properties of one-dimensional photonic crystals containing graded materials,” *Optics Communications*, vol. 259, no. 1, pp. 174 – 178, 2006.
- [70] H. Kurt, E. Colak, O. Cakmak, H. Caglayan, and E. Ozbay, “The focusing effect of graded index photonic crystals,” *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 17, 2008.
- [71] M. Dalarsson and P. Tassin, “Analytical solution for wave propagation through a graded index interface between a right-handed and a left-handed material,” *Opt. Express*, vol. 17, pp. 6747–6752, Apr 2009.
- [72] F. Gaufillet and É. Akmansoy, “Metallic graded photonic crystals for graded index lens,” *Applied Physics A*, vol. 109, no. 4, pp. 1071–1074, 2012.
- [73] F. Gaufillet and É. Akmansoy, “Graded photonic crystals for graded index lens,” *Optics Communications*, vol. 285, no. 10–11, pp. 2638 – 2641, 2012.
- [74] B. K. Singh and P. C. Pandey, “Influence of graded index materials on the photonic localization in one-dimensional quasiperiodic (Thue - Mosre and Double - Periodic) photonic crystals,” *Optics Communications*, vol. 333, pp. 84 – 91, 2014.
- [75] I. H. Giden, D. Yilmaz, M. Turduev, H. Kurt, E. Çolak, and E. Ozbay, “Theoretical and experimental investigations of asymmetric light transport in graded index photonic crystal waveguides,” *Applied Physics Letters*, vol. 104, no. 3, 2014.
- [76] B. K. Singh, P. Kumar, and P. C. Pandey, “Tunable photonic band-gaps in one-dimensional photonic crystals containing linear graded index material,” *Applied Physics B*, vol. 117, no. 3, pp. 947–956, 2014.
- [77] E. Centeno, D. Cassagne, and J.-P. Albert, “Mirage and superbending effect in two-dimensional graded photonic crystals,” *Phys. Rev. B*, vol. 73, p. 235119, 2006.
- [78] É. Akmansoy, E. Centeno, K. Vynck, D. Cassagne, and J.-M. Lourtioz, “Graded photonic crystals curve the flow of light: An experimental demonstration by the mirage effect,” *Applied Physics Letters*, vol. 92, no. 13, 2008.

-
- [79] C. D. Giovampaola and N. Engheta, “Digital metamaterials,” *Nature Materials*, vol. 13, p. 1115, 2014.
- [80] U. K. Chettiar and N. Engheta *Optics Express*, vol. 20, p. 22976, 2012.
- [81] Q.-B. Li, Z. Li, and R. xin Wu, “Bending self-collimated one-way light by using gyromagnetic photonic crystals,” *Applied Physics Letters*, vol. 107, no. 24, p. 241907, 2015.
- [82] Q.-B. Li, Z. Li, P. Zhou, and R. xin Wu, “Nonreciprocal self-collimation in two-dimensional gyromagnetic photonic crystals and its applications in signal separation,” *Applied Physics A*, vol. 121, no. 3, pp. 1057–1060, 2015.
- [83] G. Zheng, A. Xie, L. Xu, M. Lai, Y. Wu, and Y. Liu, “Point imaging through one-dimensional graded metal–dielectric photonic crystals,” *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, vol. 126, no. 4, pp. 400 – 402, 2015.
- [84] K. Sakoda, *Optical Properties of Photonic Crystals*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2 ed., 2005.
- [85] L. Li, “Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 13, no. 5, pp. 1024–1035, 1996.
- [86] C. Kittel, *Introduction to Solid States Physics*. New York: Wiley, 7 ed., 1966.
- [87] C.-A. Hu, C.-J. Wu, T.-J. Yang, and S.-L. Yang, “Analysis of effective plasma frequency in a superconducting photonic crystal,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 30, pp. 366–369, Feb 2013.
- [88] E. Reyes-Gómez, D. Mogilevtsev, S. B. Cavalcanti, C. A. A. de Carvalho, and L. E. Oliveira, “Plasmon polaritons in photonic superlattices containing a left-handed material,” *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 88, no. 2, p. 24002, 2009.
- [89] S. B. Cavalcanti, E. Reyes-Gómez, A. Bruno-Alfonso, C. A. A. d. Carvalho, and L. E. Oliveira, *On the Photonic Dispersion of Periodic Superlattices Made of Left-Handed Materials*, pp. 193–207. Dordrecht: Springer Netherlands, 2010.
- [90] S. Nashima, O. Morikawa, K. Takata, and M. Hangyo, “Measurement of optical properties of highly doped silicon by terahertz time domain reflection spectroscopy,” *Applied Physics Letters*, vol. 79, no. 24, pp. 3923–3925, 2001.

-
- [91] Z. G. Hu, M. B. M. Rinzan, S. G. Matsik, A. G. U. Perera, G. V. Winckel, A. Stintz, and S. Krishna, "Optical characterizations of heavily doped p-type $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ and GaAs epitaxial films at terahertz frequencies," *Journal of Applied Physics*, vol. 97, no. 9, p. 093529, 2005.
 - [92] Y. Zhang and Z. Han, "Efficient and broadband terahertz plasmonic absorbers using highly doped Si as the plasmonic material," *AIP Advances*, vol. 5, no. 1, p. 017113, 2015.
 - [93] M. M. Nazarov, A. P. Shkurinov, F. Garet, and J. L. Coutaz, "Characterization of highly doped Si through the excitation of THz surface plasmons," *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 5, pp. 680–686, July 2015.
 - [94] A. Y. Herrera, J. M. Calero, and N. Porras-Montenegro, "Pressure, temperature, and thickness dependence of transmittance in a 1d superconductor-semiconductor photonic crystal," *Journal of Applied Physics*, vol. 123, no. 3, p. 033101, 2018.
 - [95] W. J. Padilla, D. N. Basov, and D. R. Smith, "Negative refractive index metamaterials," *Materials Today*, vol. 9, no. 7–8, pp. 28 – 35, 2006.
 - [96] W. Withayachumnankul and D. Abbott, "Metamaterials in the terahertz regime," *IEEE Photonics Journal*, vol. 1, pp. 99–118, Aug 2009.
 - [97] K. Fan, A. C. Strikwerda, X. Zhang, and R. D. Averitt, "Three-dimensional broadband tunable terahertz metamaterials," *Phys. Rev. B*, vol. 87, p. 161104, Apr 2013.
 - [98] A. Madani and S. R. Entezar, "Optical properties of one-dimensional photonic crystals containing graphene sheets," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 431, pp. 1 – 5, 2013.
 - [99] A. Madani and S. R. Entezar, "Surface polaritons of one-dimensional photonic crystals containing graphene monolayers," *Superlattices and Microstructures*, vol. 75, pp. 692 – 700, 2014.
 - [100] S. R. Entezar, Z. Saleki, and A. Madani, "Optical properties of a defective one-dimensional photonic crystal containing graphene nanolayers," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 478, pp. 122 – 126, 2015.
 - [101] Y. Zhang, Z. Wu, Y. Cao, and H. Zhang, "Optical properties of one-dimensional fibonacci quasi-periodic graphene photonic crystal," *Optics Communications*, vol. 338, pp. 168 – 173, 2015.

-
- [102] L. Zhang, G. Wang, X. Han, and Y. Zhao, “Transmission property of one-dimensional multilayer graphene–dielectric stack,” *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, vol. 127, no. 4, pp. 2030 – 2035, 2016.
- [103] M. A. K. Othman, C. Guclu, and F. Capolino, “Graphene-based tunable hyperbolic metamaterials and enhanced near-field absorption,” *Opt. Express*, vol. 21, pp. 7614–7632, Mar 2013.
- [104] A. Bruno-Alfonso, E. Reyes-Gómez, S. B. Cavalcanti, and L. E. Oliveira, “Unfolding of plasmon-polariton modes in one-dimensional layered systems containing anisotropic left-handed materials,” *Phys. Rev. B*, vol. 84, p. 113101, Sep 2011.
- [105] B. Kumar, B. K. Kaushik, and Y. S. Negi, “Perspectives and challenges for organic thin film transistors: materials, devices, processes and applications,” *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*, vol. 25, pp. 1–30, Jan 2014.
- [106] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, “Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, pp. 4773–4776, Jun 1996.
- [107] B. F. Díaz-Valencia and J. M. Calero, “Photonic band gaps of a two-dimensional square lattice composed by superconducting hollow rods,” *Physica C*, vol. 505, p. 74, 2014.
- [108] K. Sakoda *Phys. Rev. B*, vol. 72, p. 184201, 2005.
- [109] J. R. Mejia, N. Porras-Montenegro, E. Reyes, S. B. Cavalcanti, and L. E. Oliveira, “Plasmon polaritons in 1d cantor-like fractal photonic superlattices containing a left-handed material,” *Europhys. Lett.*, vol. 95, p. 24004, 2011.
- [110] L. Li *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 13, p. 1870, 1996.
- [111] P. Lalanne *Phys. Rev. B*, vol. 58, p. 1998, 1998.