



DE LAS LÓGICAS MIXTAS Y HETEROGÉNEAS: ¿DOS
CARAS DE UNA MISMA MONEDA?
*Análisis de las lógicas **ST**, **TS**, **KLP** y **LK3***

VALERIA RAMÍREZ LICONA

Trabajo de grado dirigido por el Dr. Christian Romero
Rodríguez, presentado para aspirar al título de Licenciada
en Filosofía

Código: 201729055

Santiago de Cali
Universidad del Valle
Facultad de Humanidades
Departamento de Filosofía

Julio de 2025



DE LAS LÓGICAS MIXTAS Y HETEROGÉNEAS: ¿DOS
CARAS DE UNA MISMA MONEDA?
*Análisis de las lógicas **ST**, **TS**, **KLP** y **LK3***

VALERIA RAMÍREZ LICONA

Código: 201729055

Santiago de Cali
Universidad del Valle
Facultad de Humanidades
Departamento de Filosofía

Julio de 2025

Índice general

0.1. Introducción	2
1. FDE, K3 Y LP	6
1.1. Introducción	6
1.1.1. ¿Qué es una lógica?	6
1.2. Lógicas	7
1.2.1. Lenguaje	7
1.2.2. FDE	9
1.2.3. K3	13
1.2.4. LP	16
1.3. Metaargumentos y ¿cómo evaluarlos?	18
1.4. Conclusiones Parciales I	22
2. De las consecuencias puras o mixtas	23
2.1. Introducción	23
2.2. ETL	24
2.3. NFL	27
2.4. ST	29
2.5. TS	32
2.6. Conclusiones Parciales II	34
3. Lógicas Heterogéneas vs. Lógicas Mixtas	36
3.1. Introducción	36
3.2. Nuestras Lógicas Heterogéneas	37
3.2.1. KLP	37
3.2.2. LK3	39
3.3. Se ven iguales, ¿son iguales?	40
3.3.1. Opción 1	42
3.3.2. Opción 2	44
3.3.3. ¿Qué opción elegir?	48
3.4. Conclusiones Parciales III	50
A. Anexo	56
A.1. Presentación Multivaluada de FDE	56
A.2. Presentación Multivaluada de K3	57

A.3. Presentación Multivaluada de LP	58
---	----

Resumen

La manera de distinguir una lógica de otra puede establecerse a partir de la definición extensional de la lógica, entendida como la colección de argumentos y metaargumentos que la caracterizan. En esta monografía me propongo diferenciar entre las lógicas heterogéneas resultantes de **K3** y **LP** y las lógicas mixtas **ST** y **TS**. Aunque sus colecciones de argumentos parecen coincidir, surge la pregunta de qué ocurre con sus respectivas colecciones de metaargumentos. El desafío principal es que no existe bibliografía que permita llevar a cabo una evaluación de metaargumentos heterogéneos actualmente. Frente a esta problemática, en esta investigación propongo un enfoque para la evaluación y comparación de colecciones de metaargumentos, con el fin de identificar posibles diferencias entre lógicas que, desde su colección de argumentos, parecen idénticas. Este planteamiento no solo busca reforzar el conocimiento sobre la relación entre lógicas heterogéneas y mixtas, sino también aportar un marco conceptual que contribuya a ampliar la comprensión del terreno de los metaargumentos en lógica.

Palabras Claves: *Lógicas heterogéneas, Lógicas mixtas, consecuencia lógica, lógicas no-clásicas, metaargumentos, metateoría.*

Abstract

The way to distinguish one logic from another can be established based on the extensional definition of logic, understood as the collection of arguments and meta-arguments that characterise it. In this monograph, I propose to differentiate between the heterogeneous logics resulting from **K3** and **LP** and the mixed logics **ST** and **TS**. Although their collections of arguments appear to coincide, the question arises as to what happens with their respective collections of meta-arguments. The main challenge is that there is currently no literature that allows for an evaluation of heterogeneous meta-arguments. Faced with this problem, in this research I propose an approach for the evaluation and comparison of collections of meta-arguments, in order to identify possible differences between logics that, from their collection of arguments, appear identical. This approach not only seeks to reinforce knowledge about the relationship between heterogeneous and mixed logics, but also to provide a conceptual framework that contributes to broadening the understanding of the field of meta-arguments in logic.

Keywords: *Heterogeneous logic, mixed logic, logical consequence, non-classical logics, meta-arguments, meta-theory.*

Agradecimientos

Deseo expresar la mayor gratitud a todos aquellos que hicieron posible la realización de este trabajo. A pesar de atravesar muchos altibajos, fue posible completar este importante proceso en mi tiempo como estudiante de pregrado. Quiero agradecer a mi Alma Mater, la Universidad del Valle, al Departamento de Filosofía que me abrieron los ojos a esta realidad y me apoyaron para completar mis metas académicas. A mi director de tesis, Christian Romero por impulsarme a incursionar en la lógica desde el primer momento, por su paciencia y enseñanza para esta investigación. A mis padres, Paula y Fabio, que aunque con dudas sobre el futuro de una filósofa, siempre confiaron en mí y mis capacidades, animándome a seguir desarrollándolas. A mi hermano, Felipe, por las innumerables conversaciones y consejos, que me motivan día a día a ser un buen ejemplo. A mis amigos, a Alejandro, por brindarme su compañía y aliento. Este proceso no ha sido fácil, pero sin duda el camino ha sido mucho más llevadero gracias a su compañía y respaldo.

Mil gracias a todos.

Introducción

0.1. Introducción

Una relación de consecuencia lógica se suele definir cómo sigue: $\models_L \subseteq \wp(F) \times F$, en donde F puede ser definido como el conjunto de fórmulas de un lenguaje $\mathcal{L}$. Esta relación binaria asocia al subconjunto de fórmulas –que son las premisas– con fórmulas individuales –que representan a la conclusión–. En ese mismo orden de ideas, esta relación determina los argumentos válidos e inválidos en una lógica L al establecer cuando una conclusión se sigue de un conjunto de premisas.

Por ejemplo, un argumento es considerado válido, si y sólo si, en toda interpretación, si las premisas son verdaderas, la conclusión también será verdadera. Dicho esto, se suele llamar *estándar* a aquella condición requerida por una lógica, que pide que las premisas o conclusión tengan o no cierto valor –verdadero en este caso– para el validar el argumento. En la definición de argumento anterior, el estándar de la conclusión y el de las premisas es el mismo. Sin embargo, no siempre ocurre así, puesto que, en ocasiones se encuentran lógicas cuyos argumentos válidos tienen premisas con un estándar diferente al de la conclusión. En estos casos, se tiene un argumento válido en una relación de consecuencia lógica mixta (ver más en [11], [10] y [12]).

Por ejemplo, tomaré una relación de consecuencia lógica en donde un argumento es válido si y sólo si, en toda interpretación, si las premisas son verdaderas, entonces la conclusión no es falsa. Dependiendo de la cantidad de valores (o interpretaciones admisibles), la verdad y la no-falsedad, no tendrían que coincidir necesariamente como sucede en el caso de la lógica clásica.

En esta investigación sólo tomo en consideración los siguientes dos estándares:

1. *Tolerante* (t), y
2. *Estricto* (s)

Por *Estricto* entiendo lo únicamente verdadero; por *Tolerante* asumo todo lo verdadero o lo no-falso. Sea $\mathbb{X}\mathbb{Y}$ una *relación de consecuencia lógica*, en donde $\mathbb{X}$ sea el estándar para las premisas y $\mathbb{Y}$ sea estándar para la conclusión, las relaciones de consecuencia lógica que tomo en cuenta son las siguientes:

ss	st
tt	ts

Me resulta filosóficamente interesante esta investigación sobre las consecuencias lógicas mixtas, debido a que permitirá explorar ciertas características que considero deseables en una lógica. Por ejemplo, creo que es de bastante utilidad emplearlas como herramientas para tratar de solventar problemas filosóficos como la relevancia y/o algunas paradojas, o simplemente se desea rechazar alguna propiedad en particular de alguna lógica, como lo puede ser la reflexividad, la transitividad o la monotonicidad.¹

Ahora bien, asumo que una *lógica heterogénea* es una lógica en la que premisas y conclusiones pertenecen a lenguajes formales interpretados distintamente, es decir, las premisas pertenecen a un lenguaje interpretado $\mathcal{L}_1$ y la conclusión pertenece a un lenguaje interpretado $\mathcal{L}_2$, considerando que $\mathcal{L}_1 \neq \mathcal{L}_2$. Si bien

¹La alteración de la consecuencia lógica ha sido una de algunas alternativas que se ha tenido para lidiar con problemas lógico-filosóficos como las paradojas de relevancia, y particularmente, la paradoja de Sorites, para más información sobre el tema consultar a [36]

el propósito de Humberstone fue proponer pilares para entender los razonamientos que poseen relaciones con diferentes lenguajes -formales o informales-, aquí, tomo distancia de lo anterior. En esta investigación relacionaré las lógicas heterogéneas con las lógicas con relaciones de consecuencia lógica mixtas.

Aquellas razones por las cuales se usan las consecuencias lógicas mixtas, son similares a las razones para el uso de las lógicas heterogéneas. Debido a que, con ellas se puede seguir preservando o rechazando características que nos gusten de alguna lógica [17]. Por estas cuestiones, la pregunta que abordo en esta investigación es: ¿En qué medida las lógicas heterogéneas –creadas a partir de los lenguajes de **K3** y **LP**– pueden o no, ser las mismas lógicas que **ST** y **TS**?

Parte de esta inquietud surge de la investigación sobre la lógica **ETL**, a cargo de Pietz y Riveccio. La lógica **ETL** es una lógica que puede ser presentada por medio de cuatro interpretaciones admisibles (o valores) y que tiene una relación de consecuencia lógica *ss*. Esto la hace una lógica muy parecida a lo que presentaré más adelante como **K3**.

Tomando en cuenta que, la lógica **ETL** pasó desapercibida por mucho tiempo puesto que se creyó que era coextensional con **K3**. Es decir, a pesar que **ETL** puede ser presentada por medio de cuatro interpretaciones (o valores) y **K3** con tres interpretaciones (o valores), estas lógicas tendrían el mismo conjunto de argumentos válidos. Luego, serían la misma lógica. No obstante, Pietz y Riveccio muestran que en **K3** son válidos algunos argumentos que son inválidos en **ETL**. En consecuencia, **ETL** Y **K3** son lógicas diferentes (ver más en [27]). Se logra notar que la forma en que los autores diferenciaron que una lógica es distinta de otra es dependiente de la colección de argumentos. A esto se le conoce como una postura extensionalista de la lógica.

En ese mismo orden de ideas, en esta tesis me propongo investigar qué lógicas resultarán de combinar, de una manera que precisaré más adelante, las consecuencias lógicas mixtas y una forma particular de entender la heterogeneidad de Humberstone, así como identificar sus propiedades más importantes. Esto permitirá contribuir a la comprensión de las lógicas heterogéneas, que de por sí

es un terreno bastante inexplorado y su relación con las lógicas con relación consecuencias lógicas mixtas. Esto resulta filosóficamente relevante debido a que, primero se profundizaría en el terreno de las lógicas heterogéneas; también en la clasificación de las lógicas, al justificar la perspectiva extensional de la lógica; permite verificar los alcances de esta propuesta; y finalmente, amplía el conocimiento de la lógica así como sustentar posturas filosóficas como el pluralismo lógico al aportar nuevos criterios de coexistencia entre lógicas. En esta tesis busco entender hasta qué punto una lógica heterogénea es una forma de presentar una lógica con una relación de consecuencia mixta. Mi hipótesis es, entonces que, las lógicas heterogéneas que posiblemente resultarán de los lenguajes **K3** y **LP**, no serán presentaciones alternativas de las lógicas **ST** y **TS**.

Para lograr dicho objetivo el desarrollo es de la siguiente manera: En el primer capítulo, introduzco ciertas nociones preliminares como los elementos básicos que componen una lógica, particularmente su lenguaje formal y su semántica. Luego, presento –con un enfoque modelo-teórico– algunas lógicas como **LP**, **K3** y **FDE**. En el segundo capítulo, presento algunas relaciones de consecuencia lógica mixtas (y otras no mixtas), basandome en las relaciones de consecuencia lógica *ss*, *tt*, *st* y *ts*. Finalmente, en el tercer capítulo, comparo algunas lógicas heterogéneas basadas en los lenguajes interpretados de **K3** y **LP** con las lógicas **ST** y **TS**.

En esta tesis no uso otros sentidos de heterogeneidad. A saber, la de Barwise y Etchemendy (véase más en [8]). Tampoco trabajo con argumentos heterogéneos como los presentados en [3] por Barceló, en donde aquello que hace que una lógica sea heterogénea es la cualidad de requerir diversos medios de difusión, a saber, tanto recursos verbales como visuales. Finalmente, no ahondo en otros estándares o relaciones de consecuencia lógica.

Capítulo 1

FDE, K3 Y LP

1.1. Introducción

En este capítulo presento, con un enfoque modelo teórico, las siguientes tres lógicas: **LP**, **K3** y **FDE**. Debido a que se requiere entender cómo están estructuradas estas lógicas para proceder al objetivo general del escrito, en primera instancia, presento el lenguaje en común que emplearé. Luego, empleo la semántica de Dunn para tener un marco general útil para mis propósitos. En tercer lugar, introduzco a la lógica **FDE**; su semántica y axiomatización. Como cuarto y quinto punto, presento las lógicas **K3** y **LP**, respectivamente. Finalmente, termino con un apartado para entender cómo se pueden evaluar los metaargumentos de las lógicas.

1.1.1. ¿Qué es una lógica?

Tradicionalmente, la lógica se ha definido como una teoría acerca de qué se sigue de qué. Por ejemplo, se puede encontrar esta definición en la bibliografía de Priest (ver más en [28] y [29]). Sin embargo, ¿qué es una lógica? Considérese la definición de Barrio y Pailos (ver más en [6]), quienes defienden que una

lógica es una colección de argumentos válidos e inválidos. Esta definición será fundamental para poder distinguir entre las lógicas que expongo en este escrito.

1

Por ejemplo, si a una lógica X que tenga Monotonicidad, Transitividad y Reflexividad se le sustrae Transitividad, además de cambiar ciertas características internas, ya no será X , sino tal vez X' . Tómese el caso de la lógica clásica que cumple con estos tres argumentos, si se elimina alguno de ellos, dejará de ser lógica clásica y podría ser una lógica como **ST** o **ETL**. En ese mismo orden de ideas, para este estudio no sólo tomo en cuenta a la colección de argumentos, sino también la colección de metaargumentos.²

1.2. Lógicas

1.2.1. Lenguaje

Sea un lenguaje $\mathcal{L}$ con fórmulas construidas de manera recursiva, a partir de un conjunto contable de variables proposicionales $p_1, \dots, p_n$, y uno de conectivas $\{\sim, \vee, \wedge \rightarrow\}$, que representan un conectivo unario de negación, de disyunción, de conjunción y de condicional respectivamente. Uso las primeras letras mayúsculas del alfabeto latino “ A ”, “ B ”, “ C ”, como fórmulas arbitrarias en $\mathcal{L}$. Por otra parte, empleo letras griegas mayúsculas Γ y Δ como colecciones de fórmulas de $\mathcal{L}$. Una *interpretación* σ para $\mathcal{L}$ es una relación entre variables proposicionales y un conjunto de valores de verdad $\{1, 0\}$ en donde ‘1’ representa la verdad y ‘0’ representa la falsedad, tal que una variable proposicional p_i puede ser relacionada con los valores de verdad de las siguientes cuatro formas:

¹En el texto, Barrio y Pailós se refieren la colección de inferencias y metainferencias en vez de argumentos, sin embargo, para el caso de este escrito los tomaré como argumentos y metaargumentos. Es importante tener presente que Barrio y Pailós incluyen no sólo a los argumentos (o inferencias) válidos e inválidos, sino también los argumentos antivalidos (ver más en [4]) . No obstante, mi estudio se restringe a los argumentos y metaargumentos válidos e inválidos.

²Defino a los metaargumentos como argumentos de argumentos. Es decir, que las metapremisas son uno o más argumentos y que la metaconclusión también es un argumento.

- p_i es verdadera, pero no falsa, representada por ' $1 \in \sigma(p_i)$ y $0 \notin \sigma(p_i)$ '; esto se sintetiza como, $\sigma(p_i) = \{1\}$
- p_i es verdadera, pero también falsa, representada por ' $1 \in \sigma(p_i)$ y $0 \in \sigma(p_i)$ '; esto se sintetiza $\sigma(p_i) = \{1, 0\}$
- p_i no es verdadera ni falsa, representada por ' $1 \notin \sigma(p_i)$ y $0 \notin \sigma(p_i)$ ', de manera sintetizada $\sigma(p_i) = \{ \}$
- p_i es falsa, pero no verdadera, representada como ' $0 \in \sigma(p_i)$ y $1 \notin \sigma(p_i)$ ', de manera sintetizada $\sigma(p_i) = \{0\}$

Esta presentación semántica es conocida como *semántica de Dunn*. La semántica de Dunn es una semántica bivaluada, es decir, tiene sólo dos valores de verdad: verdadero y falso. En [15], Estrada-González muestra que una de las principales características de la semántica de Dunn es que permite conseguir una mayor generalidad entre las fórmulas y la colección de valores. Es decir, la presentación semántica veritativo-funcional de la lógica clásica carecería de generalidad porque no emplea todas las posibles interpretaciones admisibles de considerar dos valores de verdad. En una semántica de Dunn la relación entre las fórmulas y la colección de valores no está entendida como una función, sino relacionamente, lo que posibilita ampliar la colección de dos (como la colección de interpretaciones clásica) a cuatro interpretaciones admisibles. Por esta misma razón, la semántica de Dunn tiene mayor interpretabilidad para las lógicas no clásicas y la hace especialmente útil para la metateoría al tener espacio para describir las condiciones de satisfacción de cada lógica.

Nótese que la semántica de Dunn resulta ser más intuitiva que las semánticas multivaluadas, en estas presentaciones se usan valores diferentes a la verdad y falsedad, por ejemplo: b , n , u , $1/2$. En una semántica de Dunn, no es necesario asumir un compromiso filosófico con un tercer (o cuarto) valor de verdad, independientemente de lo que signifique o implique. Esta neutralidad respec-

to a valores adicionales evita debates filosóficos abiertos y permite aplicar la semántica de Dunn en contextos donde el significado de esos otros valores es poco claro o controversial.³

Por esto, considero a la semántica de Dunn mucho más intuitiva. Ya que, sus interpretaciones y estructura relacional conectan de forma más directa con la comprensión tradicional de lo verdadero y lo falso, sin añadir conceptos con carga ontológica que resulten confusos o difícil de justificar. Con esto en mente, empezaré a presentar las lógicas que trabajo a lo largo del escrito, y que usaré posteriormente para las lógicas heterogéneas. Primero con la presentación semántica multivaluada y luego la semántica de Dunn. Empezaré con **FDE**, luego **K3** y finalmente con **LP**.

1.2.2. FDE

La lógica **FDE** por sus siglas en inglés *First Degree Entailment*, fue presentada por primera vez como una extensión de la lógica relevante **E** de Alan Ross Anderson y Nuel Belnap en [2], llamada inicialmente como Lógica de Implicación de Primer Grado. **FDE** puede ser presentada por semánticas de cuatro valores. En el lenguaje $\mathcal{L}$ definido anteriormente, se usan los siguientes conectivos $\sim, \vee, \wedge \rightarrow$.

Sea $\mathcal{L}$ el lenguaje definido, la interpretación i es una función entre la colección de variables proposicionales y la siguiente colección de interpretaciones de valores de verdad: $\{\{1\}, \{1, 0\}, \{\ } \text{ y } \{0\}\}$.

³Lo conflictivo de la aceptación del tercer (o cuarto) valor de verdad, consiste en que quien asuma que $b, n, u, 1/2$ son valores debe defender un valor filosófico que podría ser difícil de argumentar. Por ejemplo, Priest [28] asume que el tercer valor es *intermedio*, es decir que se encuentra entre el valor t y f , y que es b . En otras palabras, b es lo intermedio entre lo verdadero y lo falso. Por otro lado, Kleene [20] asume el tercer valor como indeterminado; ni falso ni verdadero i . No obstante, no tenemos nada de claridad de qué significa b o i y las razones del porqué estos son valores de verdad.

En el anexo A.1 se puede ver la presentación inicial de **FDE**, sin embargo en [23], Omori y Sano propusieron un método general para transformar tablas de verdad de hasta cuatro interpretaciones admisibles en condiciones de verdad y falsedad. Las condiciones de evaluación que podemos extraer de los conectivos son las siguientes:

- $1 \in \sigma(\sim A)$ sii $0 \in \sigma(A)$
- $0 \in \sigma(\sim A)$ sii $1 \in \sigma(A)$
- $1 \in \sigma(A \wedge B)$ sii $1 \in \sigma A$ y $1 \in \sigma B$
- $0 \in \sigma(A \wedge B)$ sii $0 \in \sigma$ ó $0 \in \sigma B$
- $1 \in \sigma(A \vee B)$ sii $1 \in \sigma A$ o $1 \in \sigma B$
- $0 \in \sigma(A \vee B)$ sii $0 \in \sigma A$ y $0 \in \sigma B$
- $1 \in \sigma(A \rightarrow B)$ sii $0 \in \sigma A$ o $1 \in \sigma B$
- $0 \in \sigma(A \rightarrow B)$ sii $1 \in \sigma A$ y $0 \in \sigma B$

Estas condiciones pueden presentarse de forma tabular como sigue:

$\sim A$	A	$A \wedge B$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{\}$	$\{0\}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{\}$	$\{0\}$
$\{1,0\}$	$\{1, 0\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{0\}$	$\{\}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$

$A \vee B$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{\}$	$\{0\}$	$A \rightarrow B$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{\}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{\}$	$\{0\}$
$\{1,0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$
$\{\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{\}$	$\{\}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$

Partiendo de lo anterior, presento a continuación las definiciones de argumento válido, inválido y verdad lógica.

Definición 1.2.1. Sea Γ una colección de fórmulas en una lógica L . A es consecuencia lógica de Γ en L , $\Gamma \models_L A$, si y sólo si, para cada interpretación σ , $1 \in \sigma(A)$ si $1 \in \sigma(B)$ para cada $B \in \Gamma$.

Definición 1.2.2. Un argumento es lógicamente inválido en **FDE** sii hay una interpretación σ , tal que $1 \in \sigma(B)$ para cada $B \in \Gamma$ y $1 \notin \sigma(A)$.

Definición 1.2.3. Una fórmula A es una verdad lógica sii para toda interpretación $1 \in \sigma(A)$.

Definición 1.2.4. Una fórmula A es una falsedad lógica sii para toda interpretación $1 \notin \sigma(A)$.

En la literatura, se pueden encontrar diferentes pruebas de que **FDE** tiene las siguientes propiedades. (Ver más en [24]).

Hecho 1.2.1. **FDE** no tiene verdades lógicas.

Esto se debe a la interpretación $\{ \}$ hace que, como mínimo, cada fórmula empleada siempre tenga una interpretación en la que no es verdadera, lo que es un contraejemplo a la Definición 1.2.3. Esto se sostiene independientemente de la fórmula: basta observar que, en las tablas de verdad, cualquier fórmula $\sigma(A) = \{ \}$ conectada con cualquier otra fórmula $\sigma(B) = \{ \}$, produce como resultado otra fórmula $\sigma(C) = \{ \}$. En otras palabras, dado que en **FDE** la interpretación $\{ \}$ es admisible, para toda fórmula posible existe al menos una interpretación que la hace no-verdadera.

Hecho 1.2.2. **FDE** no tiene falsedades lógicas.

La razón detrás de ello es análoga a la explicación anterior, sólo hay que cambiar la interpretación $\{ \}$ por $\{1, 0\}$, *mutatis mutandis*.

Hecho 1.2.3. **FDE** es una lógica paraconsistente. Es decir, $A \wedge \sim A \not\vdash_{FDE} B$.

Para un contraejemplo, basta considerar cuando $\sigma(A) = \{1, 0\}$ y $\sigma(B) = \{0\}$ (o $\sigma(B) = \{ \}$).

Hecho 1.2.4. ***FDE** es una lógica paracompleta. Es decir, $B \not\vdash_{FDE} A \vee \sim A$*

Para un contraejemplo, basta considerar cuando $\sigma(A) = \{ \}$ y $\sigma(B) = \{1\}$ (o $\sigma(B) = \{1, 0\}$).

Definición 1.2.5. *Una lógica **L** es paranormal si y sólo si es paraconsistente y paracompleta.*

Hecho 1.2.5. ***FDE** es una lógica paranormal.*

A continuación, expongo la axiomatización **FDE** presente en los textos de Shramko, Zaitsev y Belikov en [33]:

Axiomas

$$\text{Ax1}_{FDE} \quad A \wedge B \vdash_{FDE} A$$

$$\text{Ax2}_{FDE} \quad A \wedge B \vdash_{FDE} B$$

$$\text{Ax3}_{FDE} \quad A \vdash_{FDE} A \vee B$$

$$\text{Ax4}_{FDE} \quad B \vdash_{FDE} A \vee B$$

$$\text{Ax5}_{FDE} \quad A \wedge (B \vee C) \vdash_{FDE} (A \wedge B) \vee C$$

$$\text{Ax6}_{FDE} \quad A \vdash_{FDE} \sim \sim A$$

$$\text{Ax7}_{FDE} \quad \sim \sim A \vdash_{FDE} A$$

$$\text{Ax8}_{FDE} \quad \sim (A \vee B) \vdash_{FDE} \sim A \wedge \sim B$$

$$\text{Ax9}_{FDE} \quad \sim A \wedge \sim B \vdash_{FDE} \sim (A \vee B)$$

$$\text{Ax10}_{FDE} \quad \sim (A \wedge B) \vdash_{FDE} A \vee \sim B$$

$$\text{Ax11}_{FDE} \quad \sim A \vee \sim B \vdash_{FDE} \sim (A \wedge B)$$

Reglas

$R1_{FDE}$ Si $A \vdash_{FDE} B$ y $B \vdash_{FDE} C$ entonces $A \vdash_{FDE} C$

$R2_{FDE}$ Si $A \vdash_{FDE} B$ y $A \vdash_{FDE} C$ entonces $A \vdash_{FDE} B \wedge C$

$R3_{FDE}$ Si $A \vdash_{FDE} C$ y $B \vdash_{FDE} C$ entonces $A \vee B \vdash_{FDE} C$

De acuerdo con Shramko [32], cuando se habla de lógicas y de sus definiciones semánticas o sintácticas, se suele hacer referencia también a las extensiones de dicha lógica. En este contexto, una lógica es una extensión si resulta de restringir modelos o eliminar interpretaciones posibles. Estas restricciones generan que ciertos argumentos que eran válidos en la lógica original ya no sean válidos en la lógica extendida. Este es el caso, de **FDE**, **LP** y **K3**. Las dos últimas son extensiones de **FDE**, puesto que constituyen presentaciones de **FDE** a las cuales se les ha eliminado ciertas interpretaciones para invalidar argumentos como explosión o implosión.

La lógica **FDE** ha sido muy popular en las últimas décadas. Incluso, Beall ha afirmado que es la lógica correcta. Es decir, sostendría un monismo en donde la lógica correcta es **FDE**. Para más información, consultar en [9].⁴

1.2.3. K3

Gran parte del propósito que Kleene persigió con **K3** radica crear una lógica que pudiese dar cuenta de la indeterminación de ciertas proposiciones en algunas etapas en la investigación científica (ver más en [21]). Según Kleene[21], existen determinados momentos de la investigación en los que no es posible establecer si los resultados son verdaderos o falsos; por tanto, es necesario clasificar las proposiciones de otra manera. En ese orden de ideas, Kleene se inspiró de la fundamentación matemática, particularmente las problemáticas con los algorit-

⁴El monismo lógico es una postura filosófica que sostiene que hay una sola lógica correcta para evaluar en cualquier contexto. En contraposición, se encuentra el pluralismo lógico, que defiende que existen diferentes lógicas correctas dependientes del contexto y de los elementos a evaluar.

mos (ver más en [20], [21]) para adoptar la interpretación del tercer valor de verdad usando la noción de “indefinido” o “desconocido”. En A.2 presento esta lógica por medio de una presentación modelo-teórica trivaluada.⁵

Asumo el lenguaje $\mathcal{L}$, los conectivos definidos anteriormente y la semántica de Dunn. En vez de asumir las cuatro interpretaciones admisibles, sólo tomaremos tres para **K3**: $\{\{1\}, \{ \}, \{0\}\}$, tal que una variable proposicional p_i puede ser relacionada con los valores de verdad las siguientes tres formas:

- p_i es verdadera, pero no falsa, representada como ‘ $1 \in \sigma(p_i)$ y $0 \notin \sigma(p_i)$ ’, de manera sintetizada $\sigma(p_i) = \{1\}$
- p_i no verdadera, pero tampoco es falsa, representada como ‘ $1 \notin \sigma(p_i)$ y $0 \notin \sigma(p_i)$ ’, de manera sintetizada $\sigma(p_i) = \{ \}$
- p_i es falsa, pero no verdadera, representada como ‘ $0 \in \sigma(p_i)$ y $1 \notin \sigma(p_i)$ ’, de manera sintetizada $\sigma(p_i) = \{0\}$

Nótese que el valor u o *indefinido* está representado por la interpretación $\{ \}$. Sin embargo, la interpretación admisible no requiere un compromiso con un tercer valor de verdad, como fue presentado inicialmente por Kleene.

Comentario 1. *Las condiciones de evaluación para los conectivos de **K3** son las mismas que las que he presentado para **FDE**.*

Las condiciones de evaluación pueden presentarse de forma tabular como sigue⁶:

$\sim A$	A	$A \wedge B$	$\{1\}$	$\{ \}$	$\{0\}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{ \}$	$\{0\}$
$\{ \}$	$\{ \}$	$\{ \}$	$\{ \}$	$\{ \}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$

⁵Es importante hacer énfasis en la interpretación que Kleene le dio al tercer valor de verdad. Principalmente, porque no fue el primer acercamiento a las lógicas trivaluadas. De hecho, antes de él, Lukasiewicz ya (ver más en [34]) había formalizado ese tercer valor de verdad indeterminado haciendo uso de tablas de verdad. Sin embargo, el trabajo de Kleene consistió en darle una interpretación al valor intermedio, y en sacar otras tablas de verdad en las que lo verdadero sea el único valor designado.

⁶En el anexo A.2 se puede observar la presentación multivaluada de forma tabular.

$A \vee B$	$\{1\}$	$\{ \}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
$\{ \}$	$\{1\}$	$\{ \}$	$\{ \}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{ \}$	$\{0\}$

$A \rightarrow B$	$\{1\}$	$\{ \}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{ \}$	$\{0\}$
$\{ \}$	$\{1\}$	$\{ \}$	$\{ \}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$

Comentario 2. *La relación de consecuencia es la misma que he presentado en la Definición 1.2.1.*

Una de las ventajas de la semántica de Dunn frente a otro tipo de semánticas es que permite observar que las condiciones de evaluación de los conectivos, así como la relación de consecuencia de **K3** y **FDE**, son las mismas. En contraste con las semánticas multivaluadas, en donde las presentaciones con más de dos valores de verdad hacen parecer que se trata de bestias diferentes.

Tomaré en consideración a la axiomatización de la lógica **K3**, la cual es una extensión de **FDE**, por lo tanto, se puede leer su axiomatización a partir de la de **FDE**. Por ello, obsérvese lo siguiente:

Asumiré a $\mathbf{FDE}_{Axiom}$ como la axiomatización **FDE**, y a $\mathbf{K3}_{Axiom}$ como la axiomatización de **K3**. Entonces:

$$\mathbf{K3}_{Axiom} = \mathbf{FDE}_{Axiom} + [A \wedge \sim A \vdash_{\mathbf{K3}} B].$$

La lógica **K3** es una extensión de **FDE** porque **K3** puede resultar de restringir interpretaciones (admisibles) de **FDE**. En síntesis:

Hecho 1.2.6. ***K3** no tiene verdades lógicas.*

Al igual que en **FDE**, **K3** tiene la interpretación $\{ \}$, lo que provoca que como mínimo cada fórmula tenga una interpretación en la que no sea verdadera. Volviéndolas así, un contraejemplo para cada caso.

Hecho 1.2.7. ***K3** es una lógica paracompleta. Es decir $B \not\vdash_{\mathbf{K3}} A \vee \sim A$*

Para un contraejemplo, basta considerar cuando $\sigma(A) = \{ \}$ y $\sigma(B) = \{1\}$.

1.2.4. LP

En 1966, F. G. Asenjo se propuso crear una lógica que fuera una extensión de la lógica clásica, pero que también pudiera trabajar con *antonimias*. Las *antonimias* son oraciones cuya interpretación puede ser verdadera y falsa simultáneamente. Asenjo presentó, por medio de tablas de verdad, lo que hoy se conoce como **LP**.

Poco tiempo después, G. Priest, siendo uno de los defensores actuales más prominentes del *dialetheismo*, se interesó en generar una lógica que permitiera trabajar con contradicciones, lo que eventualmente llevaría a **LP**. Que Asenjo y Priest hayan llegado a la misma lógica –válida lo mismo– se debe a la cercanía entre de las dialetheias y las antinomias, no obstante, Priest logró avanzar más en la formalización de **LP** y en completar el objetivo de la misma.⁷

La también llamada Lógica de las Paradojas –Logic of Paradox–, invalida ciertos argumentos que son válidos en la lógica clásica. A continuación la presentación **LP** tal como Priest la muestra en [28].

Considérese el lenguaje $\mathcal{L}$ y la colección de conectivos definidos anteriormente. A diferencia de los lenguajes anteriores, las interpretaciones admisibles son $\{\{1\}, \{1, 0\} \text{ y } \{0\}\}$, tal que una variable proposicional p_i puede ser relacionada con los valores de verdad de las siguientes tres formas:

- p_i es verdadera, pero no falsa, representada como ‘ $1 \in \sigma(p_i)$ y $0 \notin \sigma(p_i)$ ’, de manera sintetizada $\sigma(p_i) = \{1\}$
- p_i es verdadera, pero también falsa, representada como ‘ $1 \in \sigma(p_i)$ y $0 \in \sigma(p_i)$ ’, de manera sintetizada $\sigma(p_i) = \{1, 0\}$
- p_i es falsa, pero no verdadera, representada como ‘ $0 \in \sigma(p_i)$ y $1 \notin \sigma(p_i)$ ’, de manera sintetizada $\sigma(p_i) = \{0\}$

Comentario 3. *Las condiciones de evaluación para los conectivos de **LP** son las mismas que las presentadas para **FDE** y **K3**.*

⁷De acuerdo con Priest [29], una dialetheia es una proposición A , tal que ésta y su negación son verdaderos. El dialetheismo es la tesis de que las dialetheias existen, es decir, que algunas contradicciones son verdaderas.

Las condiciones de evaluación se expresan de forma tabular como sigue:

$\sim A$	A	$A \wedge B$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1,0\}$	$\{1, 0\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$

$A \vee B$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$	$A \rightarrow B$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$
$\{1,0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{1,0\}$
$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1,0\}$	$\{0\}$	$\{0\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$

Comentario 4. *La relación de consecuencia es la misma que he presentado en la Definición 1.2.1.*

Dicho esto, es pertinente recordar que **LP**, al igual que **K3**, es una extensión de **FDE**, por tanto, su axiomatización tiene la misma base de **FDE**, y compartirán muchos elementos en común. Véase cómo Shramko [32] axiomatiza esta lógica **LP**:

Teniendo a $\mathbf{FDE}_{Axiom}$ como la axiomatización **FDE**, y a $\mathbf{LP}_{Axiom}$ como la axiomatización de **LP**. Entonces:

$$\mathbf{LP}_{Axiom} = \mathbf{FDE}_{Axiom} + [B \vdash_{\mathbf{LP}} A \vee \sim A].$$

No obstante, como sigue siendo una extensión, posee diferencias considerables:

Hecho 1.2.8. ***LP** tiene las mismas verdades lógicas que la lógica clásica.*

Hecho 1.2.9. ***LP** no tiene falsedades lógicas.*

Puesto que, para cada fórmula existe al menos una interpretación que la hace no falsa.

Hecho 1.2.10. ***LP** es una lógica paraconsistente. Es decir, $A \wedge \sim A \not\vdash_{\mathbf{LP}} B$.*

Para un contraejemplo, basta coonsiderar cuando: $\sigma(A) = \{1, 0\}$ y $\sigma(B) = \{0\}$

Hecho 1.2.11. ***LP** no es paracompleta. Es decir: $B \models_{LP} A \vee \sim A$*

No hay contraejemplos para invalidar Implosión.

Hecho 1.2.12. ***LP** no cumple con una de las condiciones para ser paranormal como **FDE**.*

■

1.3. Metaargumentos y ¿cómo evaluarlos?

Cuando se hacen pruebas en lógica, usualmente se emplean teoremas que han sido probados. Por ejemplo, en el caso de que se requiera probar que una lógica es completa, se suelen usar argumentos como Modus Ponens. Luego, se prueban argumentos por medio de otros argumentos. Estos argumentos usualmente son conocidos como metaargumentos.

Resulta pertinente, entonces, entender qué es un metaargumento. Un metaargumento es un argumento entre argumentos. Al considerarlos como tal, se vuelve necesario un criterio para saber cuando son válidos o inválidos. Dicho formalmente, “Si $\Gamma_1 \models_{\mathbf{L}} A_1, \dots, \Gamma_n \models_{\mathbf{L}} A_n$ entonces $\Delta \models_{\mathbf{L}} A_m$ ”, tal que $\Gamma_1 \models_{\mathbf{L}} A_1, \dots, \Gamma_n \models_{\mathbf{L}} A_n$ representan las metapremisas y $\Delta \models_{\mathbf{L}} A_m$ la metaconclusión. Conocemos dos formas de determinar la validez de los argumentos: validez global y la validez local.

La *validez global* es la forma en la que generalmente los académicos evalúan los metaargumentos, la cual se define como sigue:

Definición 1.3.1. Validez global: *Un meta-argumento es **globalmente** válido si las metapremisas son válidas, entonces la metaconclusión es válida.*

Por otra parte, la *validez local*, requiere de la definición de satisfacción para ser comprendida:

Definición 1.3.2. *Un argumento es satisfacible sii, cuando las premisas son verdaderas, entonces la conclusión es verdadera.*

Definición 1.3.3. Validez local: *Un metaargumento es **localmente** válido, sii, todas las interpretaciones que satisfacen a las premisas, también satisfacen a la conclusión. (ver más en [13])*

Analizaré el siguiente metaargumento en la lógica **FDE** para poder comprender ambos conceptos de mejor manera:

$$\overbrace{\underbrace{Si\ A \models_{\mathbf{FDE}} B}_{\text{Metapremisa}} \text{ entonces } \underbrace{B \models_{\mathbf{FDE}} A}_{\text{Metaconclusión}}}_{\text{Metaargumento}}$$

Aquí hay un metaargumento compuesto por $A \models_{\mathbf{FDE}} B$ y $B \models_{\mathbf{FDE}} A$, donde ambos argumentos son inválidos en **FDE**, ya que tiene como mínimo una interpretación en donde las premisas son inválidas y la conclusión válida. No obstante, al evaluar un metaargumento se tienen dos alternativas.

Si se hace por medio de la validez global, existen dos condiciones que se pueden cumplir para que el metaargumento sea válido:

1. Que las metapremisas sean inválidas.
2. Que la metaconclusión sea válida.

Esto se debe a la forma como usualmente se entiende al condicional “Si..., entonces” de los metaargumentos. Este condicional se entiende de forma extensional. Es decir, se puede pasar de

- Si las metapremisas son válidas, entonces la metaconclusión es válida

a

- Las metapremisas no son válidas o la metaconclusión es válida.

La metapremisa $A \models_{\mathbf{FDE}} B$ es inválida, luego, se puede asumir que el metaargumento es válido (cumple con 1). Ahora bien, de acuerdo a esto, una lógica sin argumentos válidos, validaría globalmente a todos los metaargumentos que se le

presenten, ya que cumpliría con la primera condición (ver más en [31]). Puesto que, sin importar mucho el contenido, el metaargumento será válido siempre y cuando sus metapremisas – o en otras palabras, argumentos– sean inválidas.

Ahora, esta evaluación no ha sido completamente satisfactoria para algunos lógicos como Dicher y Paoli [14]. Una de las principales razones señaladas es la preocupación por una posible trivialización de la lógica, debido a que, la definición de Validez Global podría sobregenerar la colección de metaargumentos. En otras palabras, validaría muchas instancias por vacuidad, y esto a su vez podría dificultar distinguir entre lógicas.⁸

La solución a esto fue usar otra evaluación de metaargumentos que, en vez de enfocarse en la noción de validez, se enfoque en la noción de satisfacción, y que por ende, limite la cantidad de metaargumentos que se validarían por vacuidad (ver más en [18]). A esta evaluación se le llama *validez local*, que se cumple cuando una interpretación σ satisface un argumento si y sólo si, si las premisas son verdaderas, la conclusión es verdadera.

Empleando el metaargumento anterior para establecer diferencias:⁹

$$A \models_{\mathbf{TS}} B \text{ entonces } B \models_{\mathbf{TS}} A$$

En este caso, afirmo que el anterior es un metaargumento localmente inválido, ya que existe al menos una interpretación en la que las metapremisas son satisfechas, pero la metaconclusión no lo es. Véanse los siguientes contraejemplos:

- $\sigma(A) = \{ \}$ y $\sigma(B) = \{1\}$ (o $\sigma(B) = \{1, 0\}$), o
- $\sigma(A) = \{0\}$ y $\sigma(B) = \{1\}$ (o $\sigma(B) = \{1, 0\}$)

Algo similar sucede con **LP** y el siguiente metaargumento:

$$\text{Si } \sim A \models_{\mathbf{LP}} B \text{ entonces } B \models_{\mathbf{LP}} A$$

⁸Podemos tomar como ejemplo a **TS** al ser una lógica sin argumentos válidos padecería de esta problema.

⁹Por ejemplo, Paolós en [25] hace referencia a una versión de la lógica **LKR**– propuesta por French, que se caracteriza por no tener inferencias o argumentos válidos. Esto lo logra a partir de la Eliminación de la Reflexividad y otros elementos que la dejan en las mismas condiciones que **TS**. A grandes rasgos, esto vuelve irreconocibles una lógica de la otra bajo la definición de validez global.

Con el uso de la validez global, su metapremisa es un argumento inválido, y por lo tanto, todo el metaargumento es globalmente válido. No obstante, este argumento sería localmente inválido al no ser satisfecho bajo las siguientes interpretaciones:

$$\sigma(A) = \{0\} \text{ y } \sigma(B) = \{1, 0\}$$

Si se sigue un criterio extensional de la lógica, dado que ambas colecciones de argumentos –incluyendo sus metaargumentos– son diferentes, entonces se obtienen lógicas distintas, (dependiendo de qué definición de validez para metaargumentos se adquiera). En otras palabras, existe una lógica **FDE** desde una validez global, y una lógica **FDE** desde la validez local.

Golan (ver más en [18]) afirma que, pese a que la noción de validez global puede ser fortalecida o reformulada, en su forma actual no resulta la opción la más idónea para ofrecer un relato unificado sobre la relación entre argumentos y los metaargumentos. Además, Golan muestra que la validez local puede contener a validez global, pero no al revés. En adición, la validez local evita la trivialización de la lógica, principalmente aquellas lógicas que no tienen argumentos válidos y por lo tanto, todos sus metaargumentos son válidos en la validez global.

Por otra parte, considero que el principal motivo por el que se debería escoger el método de evaluación de metaargumentos debe ser su funcionalidad. En este escrito, mi objetivo discriminar entre distintas lógicas. Por ello, la validez local resulta una herramienta más útil que la validez global. Esto, se podrá comprobar en las próximas secciones al ver, por ejemplo: $\mathbf{ST}_{Global}$ es igual a la lógica clásica, mientras que $\mathbf{ST}_{Local}$ no lo es. Por tanto, validez local será más exigente para filtrar los argumentos válidos de las lógicas a trabajar. En suma, debido a la sobregeneración de argumentos válidos por vacuidad y la necesidad de un filtro más estricto me resulta más adecuado emplear el concepto de validez local.

No obstante, todavía hay discusión sobre el porqué no deberíamos abandonar la idea intuitiva de preservación de la validez que nos ofrece la validez global, debido a que ha sido la principal crítica hacia la validez local. Para más información sobre este debate ver [35] y [18].

1.4. Conclusiones Parciales I

En esta sección se estableció el lenguaje común que no sólo será útil para comprender las lógicas **FDE**, **K3** y **LP**, sino para el resto que trataré en los próximos capítulos. Adicionalmente, se encuentran las bases para empezar a evaluar no sólo argumentos sino metaargumentos, por medio de la validez local y la validez global, lo cual será muy útil para el objetivo general de esta investigación.

En el siguiente capítulo presentaré lógicas con consecuencias lógicas mixtas. Esto resulta fundamental, para comprender la comparación que desarrollaré en el último capítulo, así como para distinguirlas con las lógicas heterogéneas.

Capítulo 2

De las consecuencias puras o mixtas

2.1. Introducción

En este capítulo expondré cuatro lógicas y su relación de consecuencia. Con base en esto, presentaré la diferencia entre las lógicas **K3** y **ETL**. Además, este análisis me servirá como base para lograr diferenciar entre las lógicas heterogéneas **K3/LP** y las lógicas **ST** y **TS**

En este capítulo trabajo con relaciones de consecuencia lógica puras y mixtas. Sea p un estándar para las premisas y c un estándar para la conclusión.

Definición 2.1.1. *Una relación de consecuencia lógica de L es pura si el estándar para las premisas es el mismo que el de la conclusión ($p = c$).¹*

Definición 2.1.2. *Una relación de consecuencia lógica de L es mixta si y sólo si el estándar para las premisas es el diferente que el de la conclusión ($p \neq c$).*

En este capítulo abordo dos estándares para lógicas con presentaciones modelo teóricas con cuatro interpretaciones admisibles:

¹Ver más en [26]

- Estricto (s): $\{\{1\}\}$
- Tolerante (t): $\{\{1\}, \{1, 0\}, \{\}\}$

Sea $\mathbb{X}\mathbb{Y}$ una *relación de consecuencia lógica*, en donde $\mathbb{X}$ es el estándar para las premisas y $\mathbb{Y}$ es el estándar para la conclusión. Las relaciones de consecuencia lógica con las que voy a usar serán las siguientes:

- ss
- tt
- st
- ts

En los siguientes apartados me propongo explicar las características de estas relaciones de consecuencia lógica, presentando las cuatro lógicas: **ETL**, **NFL**, **ST** y **TS**.

El capítulo será dividido de la siguiente forma. Primero, empezaré explicando con la relación de consecuencia ss , cuya lógica lleva el nombre de **ETL**. Luego, abordaré tt y a su lógica **NFL**. Finalmente, expondré st y ts , y a sus lógicas **ST** y **TS**, respectivamente.

2.2. ETL

ETL es una lógica creada por Pietz y Riveccio en [27], llamada así por sus siglas en inglés *Exactly True Logic*, “Lógica exactamente verdadera”. Pietz y Riveccio asumen como referencia a la lógica **FDE**, principalmente su lenguaje interpretado. Sin embargo, **ETL** varía en la colección de valores que harán válido a un argumento.²

En términos de interpretaciones, esta lógica sólo preserva el valor verdadero t y ningún otro. Es decir, en **ETL** se maneja una relación de consecuencia lógica de “*lo sólo verdadero*”, mientras que **FDE** emplea una relación de consecuencia lógica de “*lo verdadero*”. Además de esto, se dice que **ETL** es una lógica con consecuencia lógica pura, ya que tanto las premisas como la conclusión tienen el mismo estándar, a saber: $\{1\}$.

²Mientras que en **FDE** el valor intermedio, llámese $\{b\}$, $\{1, 0\}$ valida también el argumento, en **ETL** no será caso es sólo $\{t\}$.

Informalmente, esta relación de consecuencia lógica se lee: *si las premisas son sólo verdaderas entonces, la conclusión es sólo verdadera*. Por otra parte, la definición formal es como sigue:

Definición 2.2.1. *Una fórmula A es ss-consecuencia lógica de Γ en L , es decir ($\Gamma \models_{ss} A$) si y sólo si, para σ interpretación σ , si $1 \in \sigma(B)$ y $0 \notin \sigma(B)$ para todo $B \in \Gamma$ entonces $1 \in \sigma(A)$ y $0 \notin \sigma(A)$.*

Asimismo, considero la definición de invalidez en esta lógica:

Definición 2.2.2. *Una fórmula A es no ss-Consecuencia lógica de Γ en L , es decir ($\Gamma \not\models_{ss} A$) si y sólo si, hay una interpretación σ en la que, $1 \in \sigma(B)$ y $0 \notin \sigma(A)$, para todo $B \in \Gamma$, y $1 \notin \sigma(B)$ o $0 \in \sigma(A)$.*

ETL es una lógica que, para ser presentada modelo teóricamente, basta con considerar el lenguaje y la colección de interpretaciones admisibles de **FDE** y modificar la relación de consecuencia lógica usual de **FDE** a una *ETL*-consecuencia. **ETL** tiene las siguientes propiedades:

Hecho 2.2.1. ***ETL** es una lógica paracompleta, porque invalida Implosión*

$$B \not\models_{\mathbf{ETL}} A \vee \sim A.$$

Basta con que ver que $\sigma(B) = \{1\}$ y $\sigma(A) = \{1, 0\}$ ó $\sigma(A) = \{\}$.

Hecho 2.2.2. ***ETL** es una lógica explosiva, es decir que valida Explosión, por lo tanto no es paraconsistente, ya que no hay contraejemplos para $A \wedge \sim A \models_{\mathbf{ETL}} B$.*

Hecho 2.2.3. ***ETL** no tiene verdades lógicas.*

Esto se debe a que en todos sus argumentos va a existir al menos una interpretación que no será “sólo verdadera”. La explicación es la misma usada que en **K3** y en **FDE**.

Hecho 2.2.4. ***ETL** no tiene falsedades lógicas.*

De la misma forma que arriba, la explicación es la misma usada que en **K3** y en **FDE**.

Ahora pasemos a la axiomatización de la lógica **ETL**, la cual es bastante similar a la lógica **FDE**.

Tomemos a **ETL**_{Axiom} como la axiomatiación **ETL**:

- $A \wedge B \vdash_{\mathbf{ETL}} A$
- $A \wedge B \vdash_{\mathbf{ETL}} B$
- $A, B \vdash_{\mathbf{ETL}} A \wedge B$
- $A \vdash_{\mathbf{ETL}} A \vee B$
- $A \vee B \vdash_{\mathbf{ETL}} B \vee A$
- $A \vee A \vdash_{\mathbf{ETL}} A$
- $A \vee (B \vee C) \vdash_{\mathbf{ETL}} (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- $A \vee (B \wedge C) \vdash_{\mathbf{ETL}} (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- $(A \vee B) \wedge (A \vee C) \vdash_{\mathbf{ETL}} A \vee (B \wedge C)$
- $A \vee B \vdash_{\mathbf{ETL}} \sim \sim A \vee B$
- $\sim \sim A \vee B \vdash_{\mathbf{ETL}} A \vee B$
- $\sim (A \vee B) \vee C \vdash_{\mathbf{ETL}} (\sim A \wedge \sim B) \vee C$
- $(\sim A \wedge \sim B) \vee C \vdash_{\mathbf{ETL}} \sim (A \vee B) \vee C$
- $\sim (A \wedge B) \vee C \vdash_{\mathbf{ETL}} (\sim A \vee \sim B) \vee C$
- $(\sim A \vee \sim B) \vee C \vdash_{\mathbf{ETL}} \sim (A \wedge B) \vee C$
- $\sim A \wedge (A \vee B) \vdash_{\mathbf{ETL}} B$

ETL_{Rules} :

R1_{ETL} Si $A \vdash_{\mathbf{ETL}} B$ y $B \vdash_{\mathbf{ETL}} C$ entonces $A \vdash_{\mathbf{ETL}} C$

R2_{ETL} Si $A \vdash_{\mathbf{ETL}} B$ y $A \vdash_{\mathbf{ETL}} C$ entonces $A \vdash_{\mathbf{ETL}} B \wedge C$

Una de las diferencias más notables entre **FDE** y **ETL** es que **ETL** es una lógica explosiva, lo cual sería suficiente para diferenciarla de **FDE**. Sin embargo, **FDE** no es la única lógica que parece asemejarse a **ETL**, ya que también está **K3**, la cual sí cumple con ser explosiva. No obstante, considérese el siguiente argumento:

$$(A \wedge \sim A) \vee (B \wedge \sim B) \models_{\text{ETL}} C.$$

Ahora considere cuando $\sigma(A) = \{1, 0\}$, $\sigma(B) = \{ \}$ y $\sigma(C) \neq \{1\}$. Esto es, este argumento es inválido en **ETL** pero es válido en **K3**. Es decir, esto significaría que no comparten la misma colección de argumentos válidos.

2.3. NFL

También conocida como la *Lógica de la no Falsedad* en [33], traducción literal de *Non-Falsity Logic*. Aquí, es importante diferenciar entre lo verdadero: $\{\{1\}, \{1, 0\}\}$ y lo no solamente falso: $\{\{1\}, \{1, 0\}, \{ \}\}$. Ahora, esta lógica requiere de la segunda colección de interpretaciones, aquella que emplea lo que no es sólo falso.

Definición 2.3.1. Una fórmula A es *tt-consecuencia lógica* de Γ en **L**, es decir $(\Gamma \models_u A)$ si y sólo si, para toda interpretación σ , si $1 \in \sigma(B)$ o $0 \notin \sigma(B)$ para todo $B \in \Gamma$ entonces $1 \in \sigma(A)$ o $0 \notin \sigma(A)$.

Con base en el lenguaje de **FDE**, su colección de conectivos y la *tt*-consecuencia es posible presentar **NFL**.

Hecho 2.3.1. **NFL** no es una lógica paracompleta, porque no existe el contraejemplo que invalida Implosión: $B \models_{\text{NFL}} A \vee \sim A$.

Hecho 2.3.2. **NFL**, por el contrario, sí es una lógica paraconsistente. Esto es $A \wedge \sim A \not\models_{\text{NFL}} B$. Los contraejemplos para mostrar que este argumento es inválido en **NFL** son los siguientes: sea $\sigma(A) = \{1, 0\}$, $\sigma(B) = \{ \}$ y $\sigma(A) = \{ \}$, $\sigma(B) = \{1, 0\}$.

Axiomas NFL

1. $A \vdash_{\mathbf{NFL}} A \vee B$
2. $B \vdash_{\mathbf{NFL}} A \vee B$
3. $A \vee B \vdash_{\mathbf{NFL}} A, B$
4. $A \wedge B \vdash_{\mathbf{NFL}} A$
5. $A \wedge B \vdash_{\mathbf{NFL}} B \wedge B$
6. $A \vdash_{\mathbf{NFL}} A \wedge B$
7. $(A \wedge B) \wedge C \vdash_{\mathbf{NFL}} A \wedge (B \wedge C)$
8. $(A \wedge B) \vee (A \wedge C \vdash_{\mathbf{NFL}} A \wedge (> B \vee C))$
9. $A \wedge (B \vee C) \vdash_{\mathbf{NFL}} (A \wedge B) \vee (A \wedge B)$
10. $\sim\sim A \wedge B \vdash_{\mathbf{NFL}} A \wedge B$
11. $A \wedge B \vdash_{\mathbf{NFL}} \sim\sim A \wedge B$
12. $(\sim A \vee \sim B) \wedge C \vdash_{\mathbf{NFL}} \sim(A \wedge B) \wedge C$
13. $\sim(A \wedge B) \wedge C \vdash_{\mathbf{NFL}} (\sim A \vee \sim B) \wedge C$
14. $(\sim A \wedge \sim B) \wedge C \vdash_{\mathbf{NFL}} \sim(A \vee B) \wedge C$
15. $\sim(A \vee B) \wedge C \vdash_{\mathbf{NFL}} (\sim A \wedge \sim B) \wedge C$
16. $B \vdash_{\mathbf{NFL}} \sim A \vee (A \wedge B)$

Reglas

- $R1_{NFL}$ Si $A \vdash_{\mathbf{NFL}} B$ y $B \vdash_{\mathbf{NFL}} C$ entonces $A \vdash_{\mathbf{NFL}} C$
- $R3_{NFL}$ Si $A \vdash_{\mathbf{NFL}} C$ y $B \vdash_{\mathbf{NFL}} C$ entonces $A \vee B \vdash_{\mathbf{NFL}} C$

Como se podrá observar, **NFL** invalida Explosión. Luego, se diferencia de lógicas como **FDE** y **K3**. No obstante, para diferenciarla de **LP** considere el siguiente argumento:

$$A, B \models_{\mathbf{NFL}} A \wedge B$$

Basta considerar la interpretación de A y B para ver el porqué en **LP** es válido y en **NFL** es inválido.

Cuando $\sigma(A) = \{1, 0\}$, $\sigma(B) = \{ \}$ $\sigma(A) = \{ \}$, $\sigma(B) = \{1, 0\}$ entonces existirá un contraejemplo para invalidar dicho argumento en la lógica **NFL**, mientras que en **LP** seguirá siendo válido. Ya que **LP** no tiene la interpretación $\{ \}$.

2.4. ST

ST es una lógica basada en la p -consecuencia (que aquí he llamado *st-consecuencia lógica*), una definición de consecuencia lógica que comúnmente se le denomina como “plausible”. En [16], Szymon Frankowsky introduce esta relación de consecuencia lógica como una formalización del concepto de Ajdukiewicz [1], quien dice que un razonamiento es plausible cuando el grado de certeza de la conclusión es inferior al de las premisas.

Por lo tanto, **ST** es una lógica con relación de consecuencia lógica mixta, lo que significa que tiene dos *estándares* diferentes: uno para las premisas y otro para la conclusión. En este caso, las premisas tienen un estándar *estricto*, mientras que la conclusión tiene uno *tolerante*.

Revisemos la definición de consecuencia lógica mixta de **ST**:

Definición 2.4.1. *Una fórmula A es st-consecuencia lógica de Γ en **ST**, es decir $(\Gamma \models_{st} A)$ si y sólo si, para toda interpretación σ , si $1 \in \sigma(B)$ y $0 \notin \sigma(B)$ para todo $B \in \Gamma$ entonces $1 \in \sigma(A)$ o $0 \notin \sigma(A)$.*

En otras palabras, las premisas sólo tienen como interpretación: $\{1\}$; mientras que, la conclusión: $\{\{1\}, \{1, 0\}, \{ \}\}$. **ST** puede ser presentada usando el lenguaje, las colección de conectivos y la *st-consecuencia lógica*.

ST tiene la cualidad de validar la misma colección de argumentos que la Lógica Clásica (ver más en [12]). No obstante, esta colección está restringida sólo a los argumentos y no a los metaargumentos. Por ejemplo, **ST** valida los siguientes argumentos válidos en la lógica clásica:

1. Eliminación de la conjunción (EC): $A \wedge B \models_{\mathbf{ST}} A$
2. Conjunción (CONJ): $C \models_{\mathbf{ST}} A, C \models_{\mathbf{ST}} B, \models C \models_{\mathbf{ST}} A \wedge B$
3. Introducción de la disyunción (ID): $A \models_{\mathbf{ST}} A \vee B$
4. Disyunción (DISJ): $A \models_{\mathbf{ST}} C, B \models_{\mathbf{ST}} C \models_{\mathbf{ST}} A \vee B \models_{\mathbf{ST}} C$
5. Distribución (DIST): $A \wedge (B \vee C) \models_{\mathbf{ST}} (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
6. Reflexividad del condicional (REFC): $A \rightarrow A$
7. Modus Ponens (MP): $A, A \rightarrow B \models_{\mathbf{ST}} B$

Principalmente, se puede señalar las siguientes propiedades sobre **ST**.

Hecho 2.4.1. *ST es una lógica explosiva. Esto significa que no existen contra-modelos para*

$$A \wedge \sim A \models_{\mathbf{ST}} B$$

Hecho 2.4.2. *ST es una lógica implosiva, esto significa que no tiene contra-ejemplos para*

$$B \models_{\mathbf{ST}} A \vee \sim A$$

Algo curioso de **ST** es que no es considerada otra presentación de la lógica clásica, incluso teniendo la misma colección de argumentos válidos. Vale recordar que, al definir a una lógica como una colección de argumentos (y no metaargumentos), entonces **ST** y la lógica clásica deberían ser consideradas la misma lógica. No obstante, en 1.1.1 menciono que la colección de argumentos válidos incluye a la colección de metaargumentos también. En consecuencia, de acuerdo a Barrio et al. [5], pese a tener los mismos argumentos válidos que la Lógica Clásica, **ST** diverge en su colección de metaargumentos. Basta con ver al metaargumento de transitividad para fistinguir entre ambas colecciones de argumentos y metaargumentos. No obstante, la única condición para hacer dicha diferenciación es asumir la validez local.

Hecho 2.4.3. *$\mathbf{ST}$ es una lógica no-transitiva, lo que significa que el siguiente meta-argumento tiene, por lo menos, un contramodelo³:*

$$\text{Si } A \models_{\mathbf{ST}} B, \text{ y } B \models_{\mathbf{ST}} C \text{ entonces } A \models_{\mathbf{ST}} C$$

Si se quiere, se puede considerar una instancia de Transitividad como la siguiente:

$$\text{Si } A \vee B \models_{\mathbf{ST}} A, A \models_{\mathbf{ST}} A \wedge B \text{ entonces } A \vee B \models_{\mathbf{ST}} A \wedge B$$

Para encontrar un contraejemplo basta con que $\sigma(A \vee B) = \{1\}$, $\sigma(A) = \{ \}$ y $\sigma(A \wedge B) = \{0\}$, lo cual es posible en $\mathbf{ST}$. Específicamente cuando $\sigma(A) = \{1, 0\}$ y $\sigma(B) = \{ \}$. Sin embargo, como lo dije antes, no es explícito que Transitividad sea considerada localmente inválida pero globalmente válida (ver más en [5]). Si supongo validez global, no tengo forma de diferenciar de forma extensional entre $\mathbf{ST}$ y la lógica clásica. Por lo cual, es otra razón por la cual comprometerse con el uso de la validez local.

Comentario 5. *A modo de resumen*

1. *$\mathbf{ST}_{Global}$ y $\mathbf{ST}_{Local}$ son lógicas diferentes. $\mathbf{ST}_{Global}$ es una lógica transitiva y $\mathbf{ST}_{Local}$ es una lógica no transitiva.*
2. *$\mathbf{ST}_{Local}$ y $\mathbf{LC}$ son dos lógicas diferentes. La lógica clásica es una lógica transitiva y $\mathbf{ST}_{Local}$ es una lógica no transitiva.*
3. *Si sólo consideramos argumentos y metaargumentos válidos $\mathbf{ST}_{Global}$ y la lógica clásica son la misma lógica.*

³Un contramodelo es una interpretación que demuestra que un argumento no es universalmente válido. Es decir, que todas las premisas del argumento son verdaderas.

2.5. TS

TS es una lógica que puede ser presentada con el lenguaje y la colección de conectivas que he presentado y la *quasi-consecuencia* propuesta por Grzegorz Malinowski (que así he llamado *ts*-consecuencia). Para Malinowski es posible obtener conclusiones verdaderas de suposiciones que aún no han sido rechazadas (ver más en [22]).

Por ello, al igual que **ST**, **TS** es una lógica con consecuencia lógica mixta. Esto se debe a que el “estándar” de las premisas es diferente al “estándar” de la conclusión. En este caso, las premisas tendrán un “estándar” *tolerante* y la conclusión un “estándar” *estricto*. Retomo la definición de consecuencia lógica para esta lógica:

Definición 2.5.1. *Una fórmula A es ts-consecuencia lógica de Γ en $\mathbf{L}$, es decir $(\Gamma \models_{ts} A)$ si y sólo si, para toda interpretación σ , si $1 \in \sigma(B)$ o $0 \notin \sigma(B)$ para todo $B \in \Gamma$ entonces $1 \in \sigma(A)$ y $0 \notin \sigma(A)$.*

Dicho de otra manera, en la lógica **TS** las premisas deben tener las interpretaciones $\{\{1\}, \{\ }, \{1, 0\}\}$ y la conclusión $\{1\}$, para validar un argumento. Por otra parte, pese a que no ahondo en el tema, tanto **TS** como **ST** pueden ser presentadas con tres interpretaciones admisibles, y mayor parte de su literatura se presenta así.

TS no tiene verdades lógicas, como es el caso de **K3**. Sin embargo, **TS** no tiene argumentos válidos. **TS** y **K3** no tienen la misma colección de argumentos, por lo tanto, no pueden ser la misma lógica.⁴

Hecho 2.5.1. ***TS** no tiene argumentos válidos.*

TS es una lógica sin argumentos válidos, ya que para todos los argumentos evaluados, hay como mínimo un contraejemplo cuando las premisas y la conclusión sean $\{\ }$.

Hecho 2.5.2. ***TS** es una lógica no reflexiva.*

⁴Para recordar nuevamente la colección de argumentos válidos de **K3**, revisar la sección 1.2.3.

TS es una lógica no-reflexiva porque invalida Reflexividad. Es decir:

$$A \not\models_{\text{TS}} A$$

Hecho 2.5.3. *TS es una lógica paracompleta*

Porque invalida el argumento: $B \models_{\text{TS}} A \vee \sim A$

Hecho 2.5.4. *TS es una lógica paraconsistente*

Porque invalida el argumento: $A \wedge \sim A \models_{\text{TS}} B$

Por obvias razones no es posible dar una presentación axiomática de **TS**. No obstante, sí presento algunas propiedades sobre sus metaargumentos. **TS** no valida la reflexividad pero sí valida el meta-argumento, al que llamo *meta-reflexividad*:

$$\text{Si } A \models_{\text{TS}} A \text{ entonces } A \models_{\text{TS}} A$$

Como se había mencionado anteriormente, si una lógica no tiene argumentos válidos, puede validar globalmente a todo meta-argumento, y a su vez puede traer complicaciones como la aceptación de cualquier tipo de meta-argumento o sobregenerar la lógica. Por ejemplo, concretamente, la lógica **TS** validaría globalmente el siguiente argumento:

$$\text{Si } A \models_{\text{TS}} B \text{ entonces } B \models_{\text{TS}} A.$$

Para ser válido globalmente, el argumento debe cumplir con el siguiente condicional: Si las metapremisas son válidas entonces la metaconclusión es válida. Al asumir a éste como un condicional extensional, es decir, $A \rightarrow B$ si y sólo si $\sim A \vee B$, se debería leer disyuntivamente así:

- Un metaargumento será válido, si y sólo si, las metapremisas no son válidas o la metapremisa es válida.

Teniendo presente que es imposible cumplir el segundo disyunto, y en este caso, siempre será posible cumplir el primer disyunto, por lo que será suficiente para validar globalmente dicho metaargumento (o cualquier otro).

No obstante, puesto que así es el caso de todos metaargumentos con premisas inválidas, se obtiene una –o muchas– lógica sobregenerada debido a sus metaargumentos. ¿Por qué?, porque todos los argumentos en **TS** son inválidos, por lo tanto, por vacuidad, todos los metaargumentos son válidos.

Ahora bien, también está la opción de la validez local, que filtra con mayor rigurosidad que la validez global, ya que por ejemplo, no valida el metaargumento:

$$\text{Si } A \models_{\mathbf{TS}} B \text{ entonces } B \models_{\mathbf{TS}} A.$$

Esto debido a que sería inválido cuando:

$$\sigma(A) = \{0\}, \{1, 0\}, \{ \} \text{ y } \sigma(B) = \{1\}, \{1, 0\}, \{ \}$$

Por ejemplo cuando la metapremisa sea $\sigma(A) = \{0\}$ y $\sigma(B) = 1$ la metaconclusión sea $\sigma(B) = \{1\}$ y $\sigma(A) = \{ \}$.

En resumen, este último meta-argumento es válido con la validez global, pero inválido con la validez local, porque requiere que aquello que lo hizo válido en las premisas sea válido en la conclusión.

Por ello, se puede decir que si se evalúa localmente a **TS** se obtiene una lógica llamada **TS_{Local}**, y si se evalúan globalmente los metaargumentos de **TS** se obtiene una lógica totalmente distinta, sea **TS_{Global}**. No obstante, ambas tienen la propiedad de no tener argumentos válidos.⁵

2.6. Conclusiones Parciales II

En este apartado se pudo ver las distinciones entre las consecuencias lógicas puras y mixtas. He mostrado que una lógica tiene una consecuencia lógica mixta cuando el *estándar* de las premisas es diferente al *estándar* de la conclusión. Por ello, se puede decir que **FDE**, **K3**, **LP**, **ETL** y **NFL** son lógicas con una consecuencia lógica pura, porque tanto premisas como conclusión tienen el mismo *estándar*.

⁵Para futuras referencias, me referiré a las lógicas evaluadas con validez local y global con el respectivo subíndice

Por otra parte, logré mostrar las diferencias en el uso de los dos métodos de evaluación de los metaargumentos. Pude verificar que las colecciones de argumentos de **TS** y **ST** son completamente diferentes si se hace el proceso con validez local o con validez global. Esto es un excelente abrebocas para la siguiente y última sección, ya que en ésta estaré en búsqueda de elementos que nos ayuden a distinguir entre las lógicas con consecuencia lógica mixta ya abordadas: **TS** y **ST** y las lógicas heterogéneas relativamente “nuevas” que propondré a continuación.

Capítulo 3

Lógicas Heterogéneas vs. Lógicas Mixtas

3.1. Introducción

En este capítulo empezaré definiendo y trabajando con un par de lógicas heterogéneas. Esto con el objetivo de probar que, a pesar de sus semejanzas, estas lógicas son diferentes a **TS** y **ST**. Esto permitirá ampliar el campo en la filosofía de la lógica, y que en trabajos posteriores algunas lógicas heterogéneas puedan considerarse como posibles candidatas en la resolución de paradojas.

Una lógica heterogénea es una lógica que evalúa los argumentos de acuerdo al rol que estén cumpliendo dentro de ésta. En otras palabras:

Definición 3.1.1. *Una lógica L es heterogénea si y sólo si sus premisas y su conclusión pertenecen a diferentes lenguajes.*

En la definición original de Humberstone [19], se entiende que una lógica heterogénea es aquella conformada por un par de lenguajes $\{\mathcal{L}, \mathcal{L}'\}$, de los cuales cada uno toma un rol en la evaluación de la validez e invalidez de los argumentos en la relación de consecuencia heterogénea $\models_{Het}$; es decir, hay un lenguaje $\mathcal{L}$ para las premisas y un lenguaje $\mathcal{L}'$ para la conclusión. En esta tesis estoy interesada

en un sólo lenguaje interpretado de dos maneras diferente. Es decir, de fondo, tendremos un mismo lenguaje con la misma colección de conectivas, bajo dos colecciones diferentes de interpretaciones admisibles. Esto es sólo un caso de lo que podemos entender por lenguajes diferentes.

Ahora bien, en este capítulo abordo dos lógicas heterogéneas. La primera es la lógica que nombro como **LK3**, que tiene la propiedad de tener el lenguaje interpretado de la lógica **LP** –para sus premisas– y el lenguaje interpretado de la lógica **K3** –para conclusión–. La otra lógica que trabajo es **KLP**, cuyas premisas se evalúan desde el lenguaje interpretado de **LP** y su conclusión desde el lenguaje interpretado de **K3**.¹

Concluiré el capítulo mostrando que **LK3** y **KLP** son lógicas diferentes a **TS** y **ST**, puesto que la evaluación local de los argumentos genera una divergencia en su conjunto de argumentos válidos.

3.2. Nuestras Lógicas Heterogéneas

3.2.1. KLP

En [30] se encuentran algunos fundamentos de esta lógica heterogénea, cuyas premisas se evalúan tomando la lógica **K3** y su conclusión se evalúa tomando la lógica **LP**.

Véase a continuación su definición de consecuencia:

Definición 3.2.1. *Sea Γ una colección de fórmulas. A es consecuencia lógica de Γ en **KLP**, $\Gamma \models_{KLP} A$, si y sólo si, para cada σ_p y σ_c , $1 \in \sigma_c(A)$, si $1 \in \sigma_p(B)$ para cada $B \in \Gamma$*

Dicho esto, se tiene entonces que:

- Las premisas son evaluadas bajo la colección de interpretaciones admisibles de **K3**: $\{\{1\}, \{\ }, \{0\}\}$

¹Esta lógica es presentada en [30], un trabajo inédito.

- La conclusión es evaluada bajo la colección de interpretaciones admisibles de **LP**: $\{\{1\}, \{1, 0\}, \{0\}\}$

KLP comparte una colección de argumentos similar a la de **ST**, eso significa que:

Hecho 3.2.1. ***KLP** es una lógica explosiva, es decir que no tiene contramodelos para el argumento:*

$$A \wedge \sim A \models_{\mathbf{KLP}} B$$

Hecho 3.2.2. ***KLP** es una lógica implosiva, es decir que no tiene contramodelos para el argumento:*

$$B \models_{\mathbf{KLP}} A \wedge \sim A$$

A continuación muestro algunos argumentos válidos e inválidos en **KLP** y posteriormente los comparo con los argumentos válidos e inválidos de **ST**:

Argumentos	ST	KLP
$\models_{\mathbf{KLP}} A \rightarrow A$	✓	✓
$A \wedge B \models_{\mathbf{KLP}} A$	✓	✓
$A, \sim A \models_{\mathbf{KLP}} B$	✓	✓
$B \models_{\mathbf{KLP}} A \vee \sim A$	✓	✓
$A, A \rightarrow B \models_{\mathbf{KLP}} B$	✓	✓
$C \models_{\mathbf{KLP}} A, C \models_{\mathbf{KLP}} B, \models_{\text{meta}} C \models_{\mathbf{KLP}} A \wedge B$	✓	✓
$A \wedge (B \vee C) \models_{\mathbf{KLP}} (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	✓	✓
$A \models_{\mathbf{KLP}} A \vee B$	✓	✓
$A \models_{\mathbf{KLP}} C, B \models_{\mathbf{KLP}} C \models A \vee B \models_{\mathbf{KLP}} C$	✓	✓
$A \models_{\mathbf{KLP}} B$	X	X

Este conjunto de propiedades y argumentos son muy similares entre sí, lo cual parece sugerir que **KLP** es sólo una presentación de **TS**. Por ello, esta investigación resulta tan importante, ya que permitirá determinar si dichas suposiciones son correctas o no.

3.2.2. LK3

Ahora pues, con esa misma idea, *mutatis mutandis*, planteo la lógica **LK3**, la cual trabaja de la siguiente manera:

- Las premisas son evaluadas bajo la colección de interpretaciones admisibles de **LP**: $\{\{1\}, \{1, 0\}, \{0\}\}$
- La conclusión es evaluada bajo la colección de interpretaciones admisibles de **K3**: $\{\{1\}, \{\ }, \{0\}\}$

Ya que su consecuencia lógica preserva la verdad, y de acuerdo a las interpretaciones de verdad establecidas al principio, la definición de consecuencia lógica que tiene será la siguiente:

Definición 3.2.2. Sea Γ una colección de fórmulas. A es consecuencia lógica de Γ en **LK3**, $\Gamma \models_{LK3} A$, si y sólo si, para cada σ_p y σ_c , $1 \in \sigma_c(A)$, si $1 \in \sigma_p(B)$ para cada $B \in \Gamma$

Comentario 6. Es valioso notar que no estoy haciendo cambios drásticos en la relación de consecuencia lógica de algunas lógicas del capítulo pasado. De hecho, tanto **LK3** como **KLP** comparten la misma relación de consecuencia lógica. Esto me resulta positivo y valioso, ya que muestra que no se está alejando exageradamente del canon. No obstante, en caso de que así fuera, ello tampoco lo considero como un problema insalvable.

La lógica **LK3** cuenta con una colección de argumentos similar a la de **TS**. Es decir, los siguientes argumentos no son válidos en **LK3** ni **TS**:

Argumentos	TS	LK3
$\models A \rightarrow A$	X	X
$A \wedge B \models_L A$	X	X
$A, \sim A \models_L B$	X	X
$B \models_L A \vee \sim A$	X	X
$A, A \rightarrow B \models_L B$	X	X
$A, \sim A \models_L B$	X	X

Hecho 3.2.3. *LK3 no tiene argumentos válidos.*

LK3 es una lógica sin argumentos válidos, ya que para todos los argumentos evaluados, hay como mínimo un contraejemplo en el que las premisas serán $\{1, 0\}$ y la conclusión $\{ \}$.

Hecho 3.2.4. *LK3 es una lógica no reflexiva.*

Porque invalida *Reflexividad* $A \models_{\mathbf{LK3}} A$ cuando:

- $\text{Prem}_{LP} : \{1, 0\}$
- $\text{Con}_{K3} : \{ \}$

Hecho 3.2.5. *LK3 es una lógica paracompleta*

Es una lógica implosiva, al invalidar: $B \models_{\mathbf{LK3}} A \vee \sim A$ cuando:

$\sigma(B) = \{\{1, 0\} \text{ o } \{1\}\}$ y $\sigma(A) = \{ \}$.

Hecho 3.2.6. *LK3 es una lógica paraconsistente*

Porque invalida el argumento $A \wedge \sim A \models_{\mathbf{LK3}} B$ cuando:

$\sigma(A) = \{1, 0\}$ y $\sigma(B) = \{\{ \} \text{ o } \{0\}\}$

Hecho 3.2.7. *LK3 es una lógica paranormal*

Porque cumple con la condición de paraconsistente y paracompleta.

3.3. Se ven iguales, ¿son iguales?

En esta sección compararé las lógicas heterogéneas **KLP** y **LK3**, y las lógicas con consecuencia lógica mixta **TS** y **ST**, con el fin de determinar si comparten algo más que su colección de argumentos válidos, o si resulta que **KLP** y **ST**, o **LK3** y **TS**, son en realidad la misma lógica.

Mi trabajo resulta relevante porque podré mostrar diferencias entre lógicas que, a nivel de sus argumentos son idénticas pero, en realidad no lo son. Asimismo, se podrán encontrar elementos relevantes en las lógicas **KLP** y **LK3** que

podrían ser útiles para tratar paradojas. Por otra parte, en el caso de no encontrar diferencias, está la posibilidad de una nueva presentación para la lógica **ST** o la lógica **TS**, lo cual sigue siendo interesante al evaluar todas las posibles formas de una misma lógica.

Por ejemplo, **ST** y **KLP** parecen compartir la colección de argumentos de **LC**, pero, como he discutido a lo largo de este escrito, es necesario revisar la colección de metaargumentos válidos que permitan determinar si realmente son diferentes lógicas. Mi hipótesis es que, en definitiva, **KLP** y **ST** son lógicas distintas. El mismo resultado aplica para **LK3** y **TS**, *mutatis mutandis*.

He mostrado que **ST_{Global}** presenta la misma colección de argumentos y metaargumentos que **LC**. Sin embargo, **ST_{Local}** no lo hace, pues tiene una colección de metaargumentos distinta, ya que invalida *localmente* transitividad. Por este motivo, la lógica **ST_{Local}** ha destacado como una alternativa atractiva para la resolución de paradojas. Lastimosamente, **ST_{Global}** hereda los mismos defectos que la lógica clásica a la hora de enfrentar estos desafíos. Sin embargo, hay que mencionar que la evaluación local o global, por sí sola, no funciona en las lógicas heterogéneas, dado que, no son capaces de preservar la heterogeneidad en premisas y conclusión o entre metapremisas y metaconclusión. Por otra parte, no está nada claro cómo se deben evaluar los metaargumentos en lógicas heterogéneas, ya que no hay literatura que oriente para dicha tarea. Por ello, propongo las siguientes formas para evaluar los metaargumentos heterogéneos. Primero, el siguiente metaargumento para apreciar las dos opciones:

$$\text{Si } \underbrace{A \vee B \models_{\mathbf{KLP}} A}_{\text{Metapremisa 1}}, \underbrace{A \models_{\mathbf{KLP}} A \wedge B}_{\text{Metapremisa 2}}, \text{ entonces } \underbrace{A \vee B \models_{\mathbf{KLP}} A \wedge B}_{\text{Metaconclusión}}.$$

Empleo la lógica **KLP** como ejemplo y, bajo la fórmula, se encuentran los subíndices para indicar cómo se evaluará cada parte del metaargumento.

OPCIÓN 1

$$\text{Si } \underbrace{A \vee B}_{\mathbf{K3}} \models_{\mathbf{KLP}} \underbrace{A}_{\mathbf{LP}}, \underbrace{A}_{\mathbf{K3}} \models_{\mathbf{KLP}} \underbrace{A \wedge B}_{\mathbf{LP}}, \text{ entonces } \underbrace{A \vee B}_{\mathbf{K3}} \models_{\mathbf{KLP}} \underbrace{A \wedge B}_{\mathbf{LP}}.$$

En esta primera opción, sus metaargumentos se evalúan La segunda opción es conservar la heterogeneidad de la siguiente forma:

OPCIÓN 2

$$\text{Si } \underbrace{A \vee B \models_{\mathbf{K3}} A}_{\mathbf{K3}}, \underbrace{A \models_{\mathbf{K3}} A \wedge B}_{\mathbf{K3}}, \text{ entonces}_{\mathbf{KLP}} \underbrace{A \vee B \models_{\mathbf{LP}} A \wedge B}_{\mathbf{LP}}.$$

Para indicar el método de evaluación que utilizo en cada caso, empleo el subíndice *Local* o *Global*. Asimismo, para señalar el criterio de evaluación de metaargumentos en lógicas heterogéneas, utilizo el subíndice 1 o 2. Con ese mismo orden de ideas, identifico a las lógicas de la siguiente manera:

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| ▪ $\mathbf{TS}_{\text{Global}}$ | ▪ $\mathbf{LK3}_{\text{Global1}}$ | ▪ $\mathbf{LK3}_{\text{Global2}}$ |
| ▪ $\mathbf{TS}_{\text{Local}}$ | ▪ $\mathbf{KLP}_{\text{Global1}}$ | ▪ $\mathbf{KLP}_{\text{Global2}}$ |
| ▪ $\mathbf{ST}_{\text{Global}}$ | ▪ $\mathbf{LK3}_{\text{Local1}}$ | ▪ $\mathbf{LK3}_{\text{Local2}}$ |
| ▪ $\mathbf{ST}_{\text{Local}}$ | ▪ $\mathbf{KLP}_{\text{Local1}}$ | ▪ $\mathbf{KLP}_{\text{Local2}}$ |

3.3.1. Opción 1

Con la opción #1 se preserva la heterogeneidad a nivel de los argumentos, mientras que los metaargumentos se evalúan homogéneamente, es decir, con alguno de los dos criterios de evaluación de metapremisas: localmente o globalmente.

A continuación, muestro los resultados que arrojan las lógicas evaluadas utilizando la opción 1 y considerando tanto la validez local como la global. Es importante destacar que evalúo cuatro lógicas y que cada una de ellas pasa por estos dos criterios de análisis.

$\mathbf{LK3}$				$\mathbf{KLP}$			
Si	$\underbrace{A \models_{\mathbf{LK3}} B}_{\mathbf{K3}}$	entonces	$\underbrace{C \models_{\mathbf{LK3}} D}_{\mathbf{LP}}$	Si	$\underbrace{A \models_{\mathbf{KLP}} B}_{\mathbf{LP}}$	entonces	$\underbrace{C \models_{\mathbf{KLP}} D}_{\mathbf{K3}}$

Validez Global en KLP

Tomo a consideración el siguiente argumento e **KLP** bajo la validez global y la opción #1:

Si $A \models_{\mathbf{KLP}} B$ y $B \models_{\mathbf{KLP}} C$, entonces $A \models_{\mathbf{KLP}} C$

Este argumento es globalmente válido tanto en $\mathbf{ST}_{\text{Global}}$ como en $\mathbf{KLP}_{\text{Global1}}$. De hecho, todos los metaargumentos válidos evaluados en $\mathbf{KLP}_{\text{Global1}}$ también son válidos en $\mathbf{ST}_{\text{Global}}$. Por lo tanto, $\mathbf{KLP}_{\text{Global1}}$ y $\mathbf{ST}_{\text{Global}}$ *son idénticas* al tener la misma colección de argumentos y metaargumentos.

Validez Global en LK3

Ahora, tomo a consideración un metaargumento en **LK3** en validez global bajo la opción #1

- ‘Si $A \models_{\mathbf{LK3}} A$ entonces $A \models_{\mathbf{LK3}} A$ ’
- ‘Si $A \models_{\mathbf{LK3}} B$ entonces $C \models_{\mathbf{LK3}} D$ ’

Vale la pena recordar que **LK3** es una lógica sin argumentos válidos al igual que **TS** lo que a nivel de argumentos, las hace idénticas. A su vez, al tener todos sus argumentos inválidos hace que todos sus metaargumentos sean globalmente válidos, trivializando la colección de argumentos y volviendo a la la lógica indescrinnible de $\mathbf{TS}_{\text{Global}}$. Sin embargo, bajo la validez global ya vimos que su colección de metaargumentos válidos serán las mismas.

Validez Local en LK3

Continuando con la Opción #1, prosigo con la validez Local. Tómese el siguiente argumento.

‘Si $A \models_{\mathbf{LK3}} B$ entonces $C \models_{\mathbf{LK3}} D$ ’

Este argumento es localmente inválido en $\mathbf{LK3}_{\text{Local1}}$ debido a que existe como mínimo un contramodelo. En este caso, considérese las siguientes interpretaciones: $\sigma_p(A) = \{1\}$, $\sigma_p(C) = \{1\}$, $\sigma_c(B) = \{1\}$ y $\sigma_c(D) = \{0\}$.

A su vez, también es el caso que en $\mathbf{TS}_{\text{Local}}$ es un argumento inválido bajo las mismas interpretaciones: $\sigma(A) = \{1\}$, $\sigma(C) = \{1\}$, $\sigma(B) = \{1\}$ y $\sigma(D) = \{0\}$.

Sin embargo, hay que considerar otros argumentos como:

$$\text{'Si } A \models_{\mathbf{LK3}} A \text{ entonces } A \models_{\mathbf{LK3}} A\text{'}$$

El cual es válido tanto en $\mathbf{LK3}_{\text{Local1}}$ como en $\mathbf{TS}_{\text{Local}}$. Por lo tanto, en ambos casos se observa que existe la misma colección de argumentos válidos, puesto que cada argumento válido en $\mathbf{TS}_{\text{Local}}$ es válido en $\mathbf{LK3}_{\text{Local1}}$.

Validez Local en KPL

En [7], Barrio, Pailos y Szmuc afirman que $\mathbf{ST}$ es una lógica no transitiva. Por lo que es de suponer que $\mathbf{KLP}$ lo sea también. No obstante, se pudo comprobar que $\mathbf{ST}$ es no transitiva cuando se evalúa localmente. Eso significa que $\mathbf{ST}_{\text{Global}}$ es una lógica transitiva, mientras que $\mathbf{ST}_{\text{Local}}$ invalida el argumento de transitividad. En ese mismo orden de ideas $\mathbf{KLP}_{\text{Local1}}$ invalida el argumento de transitividad en las siguientes interpretaciones: $\sigma_p(A) = \{1\}$, $\sigma_c(B) = \{1, 0\}$, $\sigma_p(B) = \{ \}$, y $\sigma_c(C) = \{0\}$.

Para cerrar, se pudo observar que la opción #1 no es la más idónea para distinguir entre lógicas. En esta evaluación, al no poder distinguir entre $\mathbf{TS}$ y $\mathbf{LK3}$ y entre $\mathbf{ST}$ y $\mathbf{KLP}$, hace a las lógicas heterogéneas tratadas como diferentes presentaciones de las lógicas $\mathbf{TS}$ y $\mathbf{ST}$.

3.3.2. Opción 2

Ahora bien, en esta segunda opción se evalúan los metaargumentos de forma heterogénea y sus argumentos homogéneamente, es decir, con un mismo criterio evaluativo. Esta alternativa trata a sus metapremisas como premisas y su metaconclusión como una conclusión, evaluando a cada una con su respectivo lenguaje interpretado. Es decir, que por ejemplo en $\mathbf{KLP}$ las metapremisas serán interpretadas con el lenguaje $\mathbf{K3}$ y su metaconclusión con $\mathbf{LP}$.

$$\begin{array}{ccc}
\textbf{LK3} & & \textbf{KLP} \\
\text{Si } \underbrace{A \models_{\textbf{LP}} B}_{\textbf{LP}} \text{ entonces } \underbrace{C \models_{\textbf{K3}} D}_{\textbf{K3}} & & \text{Si } \underbrace{A \models_{\textbf{K3}} B}_{\textbf{K3}} \text{ entonces } \underbrace{C \models_{\textbf{LP}} D}_{\textbf{LP}}
\end{array}$$

Validez Global en LK3

Reviso el mismo argumento que evalué con la opción #1, pero ahora lo evalúo con la opción #2 y la validez global.

- ‘Si $A \models_{\textbf{LP}} A$ entonces $A \models_{\textbf{K3}} A$ ’
- ‘Si $\models_{\textbf{LP}} A \rightarrow A$ entonces $\models_{\textbf{K3}} A \rightarrow A$ ’

Ambos argumentos fueron válidos globalmente con la Opción #1. Sin embargo, al aplicar la opción #2, es necesario que las metapremisas sean argumentos inválidos en **LP** para que pueda validar globalmente **LK3**_{Global2}. Este requisito se cumple en el caso del primer metaargumento, que resulta válido en **LK3**_{Global2}.

Por el contrario, el segundo metaargumento resulta válido en las premisas bajo **LP**, pero la conclusión no se sostiene bajo **K3**, lo que provoca que sea inválido en **LK3**_{Global2}. Esto evidencia que no todos los metaargumentos son válidos en **LK3**_{Global2}. En cambio, en **TS**_{Global}, la colección de metaargumentos continúa siendo trivial, ya que todos los metaargumentos resultan válidos.

De esta manera, compruebo que la colección de metaargumentos en **LK3**_{Global2} es distinta de la de **TS**_{Global}, e incluso diferente de la que se obtiene en **LK3**_{Global1}.

Validez Global en KLP

ST_{Global} se caracteriza por ser una lógica transitiva, por lo que también vale la pena analizar si esta misma característica se conserva en la opción #2 de **KLP**. Véase la siguiente instancia de transitividad:

$$\text{Si } A \vee B \models_{\textbf{K3}} A, A \models_{\textbf{K3}} A \wedge B \text{ entonces } A \vee B \models_{\textbf{LP}} A \wedge B$$

El metaargumento es globalmente válido en **KLP** y **ST_{Global}**, ya que sus metapremisas son válidas y su metaconclusión también lo es. Sin embargo, al evaluar **KLP_{Global2}** con validez global y la opción #2, el metaargumento resulta inválido, al tener metapremisas válidas, puesto que $A \vee B \models_{\mathbf{K3}} A$ y $A \models_{\mathbf{K3}} A \wedge B$ son argumentos válidos en **K3**, sin embargo, la metaconclusión $A \vee B \models_{\mathbf{LP}} A \wedge B$ no resulta ser un argumento válido. **LP**. Por lo tanto, tomo en consideración el las siguientes interpretaciones: $\sigma_c(A) = \{1\}$, $\sigma_c(B) = \{0\}$, que hacen al metaargumento no sólo inválido en **LP**, sino también en **KLP_{Global2}**. En ese mismo orden de ideas, demuestra que **KLP_{Global2}** es diferente a **ST_{Global}** y a **KLP_{Global1}**.

Validez Local en LK3

Las lógicas **TS** y por consiguiente **LK3**, son lógicas sin argumentos válidos y paranormales. A su vez, también son consideradas no reflexivas puesto que, invalidan el argumento de reflexividad. En ese mismo orden de ideas, considérese el siguiente argumento evaluado localmente bajo la opción #2:

- ‘Si $\models_{\mathbf{LP}} A \rightarrow A$ entonces $\models_{\mathbf{K3}} A \rightarrow A$ ’

Esta es una instancia de metareflexividad: Si $A \models_{\mathbf{L}} A$ entonces $A \models_{\mathbf{L}} A$. La cual, según French [17], es mucho más problemática de lo se suele asumir puesto que puede ser la causa de muchas paradojas y eliminarlo de una lógica es mucho más beneficioso que sostenerlo. ²

Este metaargumento es válido tanto en **TS_{Global}** como en **TS_{Local}**. Globalmente válido porque como toda metapremisa es inválida, entonces el metaargumento resulta vacuamente válido. Por otro lado, es localmente válido, porque toda interpretación que satisface a las premisas también satisface a la conclusión.

Por otra parte, en **LK3** el metaargumento localmente inválido con la opción #2. Porque posee por lo menos una interpretación en que las premisas son satisfechas pero la conclusión no lo es. Específicamente cuando se dan las siguientes interpretaciones: $\sigma_p(A) = \{1\}$, $\sigma_p(A) = \{1, 0\}$, $\sigma_c(A) = \{1\}$, y $\sigma_c(A) = \{ \}$. En

²Reflexividad hace parte de las reglas estructurales que son aquellas capaces de trabajar sin conectivos y que representan los principios propios de la derivación, así mismo, las lógicas que rechazan alguna de estas reglas, a saber, transitividad, reflexividad y monotonicidad.

esta instancia, las premisas resultan ser satisfechas, pero la metaconclusión no, haciendo al metaargumento localmente inválido en $\mathbf{LK3}_{\text{Local2}}$. No obstante, este metaargumento no es suficiente para distinguir entre $\mathbf{LK3}_{\text{Local2}}$ y $\mathbf{LK3}_{\text{Global2}}$. Para ello, es necesario recurrir a otra prueba.

- ‘Si $A \rightarrow A \models_{\mathbf{LP}} B$ entonces $B \models_{\mathbf{K3}} A \rightarrow A$ ’

Aquí, este metaargumento es válido en $\mathbf{LK3}_{\text{Global2}}$ puesto sus metapremisas no se sostienen, lo que valida por vacuidad. Por otro lado, las interpretaciones de $\mathbf{LK3}_{\text{Local2}}$ invalidan dicho metaargumento, al probar que son lógicas diferentes: $\sigma_p(A) = \{1, 0\}$, $\sigma_p(B) = \{1\}$, $\sigma_c(B) = \{1\}$ y $\sigma_c(A) = \{ \}$.

Validez Local en KLP

Es relevante recordar que una característica principal de $\mathbf{ST}$ es ser una lógica no transitiva [7], al menos localmente. Asimismo, $\mathbf{KLP}$ se supone que comparte grandes características con $\mathbf{ST}$, sin embargo, tanto en $\mathbf{KLP}_{\text{Global2}}$ como en $\mathbf{KLP}_{\text{Local1}}$. Sin embargo, no existe contraejemplo para transitividad, lo que la haría válida en $\mathbf{KLP}_{\text{Local2}}$. Sin embargo, aceptarla como lógica transitiva podría llevar a considerarla otra presentación de $\mathbf{LC}$. Por ello, consideraré el siguiente argumento:

$$\text{Si } \Gamma \models_{\mathbf{L}} A, \text{ entonces } \Gamma, B \models_{\mathbf{L}} A. \quad (\text{Monotonidad})$$

Ahora, tómese la siguiente instancia

- Si $(A \rightarrow B) \wedge A \models_{\mathbf{K3}} B$, entonces $(A \rightarrow B) \wedge A, C \models_{\mathbf{LP}} B$

Bajo las siguientes interpretaciones: $\sigma_p(A) = \{ \}$, $\sigma_p(B) = \{0\}$, $\sigma_c(A) = \{ \}$, $\sigma_c(B) = \{0\}$, y $\sigma_c(C) = \{1\}$.

Esta instancia de Monotonidad es inválida puesto que, las premisas se validan por vacuidad: $\sigma_p(A) = \{ \}$ y $\sigma_p(B) = \{0\}$. Sin embargo, las interpretaciones de la conclusión no satisfacen la metaconclusión: $\sigma_c(A) = \{ \}$, $\sigma_c(B) = \{0\}$, y $\sigma_c(C) = \{1\}$.

Por lo tanto, $\mathbf{KLP}_{\text{Local2}}$ no es monotónica y transitiva; lo que confirma que es una lógica diferente a $\mathbf{ST}_{\text{Local}}$.

3.3.3. ¿Qué opción elegir?

Antes de elegir qué opción es la mejor, debo tomar en consideración qué elementos deben ser sopesados para una mejor evaluación de metaargumentos en lógicas heterogéneas. En primer lugar, uno de los criterios debe ser que dé cuenta de un relato cercano entre argumentos y metaargumentos. En segundo lugar, que sea un filtro más riguroso para validar o invalidar argumentos. Y en tercera instancia, que resulte más intuitivo al momento de su uso.

En ese orden de ideas, es deseable que el relato entre metaargumentos y argumentos sea más cercano, es decir, que exista una correlación en su modo de evaluación, especialmente con el concepto de satisfacción. Esto resulta similar al argumento dado por Golan en [18] para la elección de la validez local sobre la validez global. En segunda instancia, se requiere que evite la sobregeneración de argumentos válidos, al filtrar mejor los argumentos válidos de los inválidos, evitando la trivialización de la lógica.

Con el método #1 los argumentos de las metapremisas y los de la metaconclusión son evaluados exactamente con el mismo lenguaje, por lo que el correlato entre metaargumentos y argumentos que he querido bosquejar con los diferentes lenguajes interpretados se perdería. Sin embargo, esto no ocurre con la opción #2. En este caso, las metapremisas son evaluadas como en $\mathbf{K3}$ y la metaconclusión como en $\mathbf{LP}$. Esto hace que se conserve la heterogeneidad incluso a nivel de los metaargumentos.

Asimismo, con el método #1 se puede afirmar que existe una sobregeneración de argumentos válidos, puesto que no se distinguen entre las diferentes lógicas evaluadas, diferente que con el método #2. En contraste, el método #2 supera esta limitación al preservar la heterogeneidad de las lógicas consideradas, evaluando las metapremisas y metaconclusiones en sus propios lenguajes y sistemas lógicos correspondientes. Esta aproximación resulta más intuitiva y

coherente, pues mantiene un correlato directo entre la estructura del metaargumento y su evaluación, evitando la fragmentación argumento por argumento que impone el método #1. Así, la evaluación con #2 permite una distinción más precisa entre lógicas heterogéneas y evita la sobregeneración señalada. Y por último, el método #2 es más práctico y funcional, especialmente para la tarea que ocupo, que es el de discriminar argumentos. En conclusión, decidiré emplear el método #2 en conjunto con la validez local ya que, cumple de mejor manera con el objetivo del trabajo.³ Como resumen, propongo las siguientes tablas que muestran la discriminación entre lógicas bajo los parámetros de la validez local y la alternativa #2 para metaargumentos heterogéneos.

	Sin Argumentos ₀	Reflexividad	Metareflexividad
TS_{Local}	✓	✓	✓
LK3_{Local2}	✓	✓	×

	Argumentos ₀ ⁴	Transitividad	Monotonicidad
LC	✓	✓	✓
ST_{Local}	✓	×	✓
KLP_{Local2}	✓	×	×

Comentario 7 (Objeción). *Es relevante considerar una tercera posibilidad que podría arrojar resultados interesantes. Con esta tercera opción se sugiere trasladar la multiplicidad de valores semánticos propias de las fórmulas a nivel de los argumentos. Es decir, bajo esta alternativa, un argumento podría ser evaluado simultáneamente como válido e inválido, dependiendo si lenguaje interpretado heterogéneamente contiene elementos de este tipo.*

Dicha opción permitiría preservar la heterogeneidad presente en la evaluación de fórmulas al analizar los argumentos, basándose principalmente en la Opción 2. Esto además abriría la puerta a explorar un espectro más amplio de fenómenos lógicos, superando probablemente las limitaciones de las dos op-

³Es relevante señalar que esta es solo una propuesta, ya que actualmente no existe literatura dedicada a los metaargumentos heterogéneos. Por ello, el debate sobre si este es el método adecuado permanece abierto, y la creación de nuevas herramientas para evaluar metaargumentos en lógicas heterogéneas sigue siendo un desafío en desarrollo.

ciones previamente discutidas. Un ejemplo gráfico de cómo sería la evaluación de los metaargumentos heterogéneos bajo la Opción #3 sería la siguiente:

LK3		KLP	
$\underbrace{\Gamma}$	$\models_{LH}$	$\underbrace{\Gamma}$	$\models_{LH}$
$\underbrace{A}$		$\underbrace{A}$	
Válido		Válido	
Válido e Inválido		Vacío	
Inválido		Inválido	

No obstante, por consideraciones de pertinencia y practicidad, en este trabajo me limitaré a desglosar exclusivamente las funciones correspondientes a la Opción #1 y la Opción #2.

3.4. Conclusiones Parciales III

En primera instancia, me parece relevante recordar que las lógicas heterogéneas son lógicas cuyas premisas tienen un lenguaje interpretado, llámese L_1 , y su conclusión tiene otro lenguaje interpretado L_2 diferente al primero. Con esa idea, se abordaron las lógicas **KLP** y **LK3**, las cuales con el mismo lenguaje –interpretado de diferentes formas–, resultaron no ser una presentación alternativa de **ST** o **TS** bajo los métodos de evaluación seleccionados.

Como lo había expresado desde la sección I, la definición de validez local es la que nos permite establecer ciertas diferencias. Si nos quedamos sólo con el concepto de validez global no sería posible diferenciar por ejemplo, la lógica **KLP** de la lógica clásica. Ni tampoco habrá forma de diferenciar **LK3** y **TS**.

He mostrado que la validez local permite explorar ciertas propiedades deseables en algunas de las lógicas que se trabajaron, como por ejemplo, la individualización de lógicas. Es decir, con base en la validez local podemos diferenciar, estas dos lógicas heterogéneas de las demás. Así, como la opción #2 resulta ser un método de filtrado mucho más preciso que el método #1, puesto que no

ayudaba a distinguir entre $\mathbf{LK3}_{\text{Global1}}$, $\mathbf{LK3}_{\text{Local1}}$ y $\mathbf{TS}_{\text{Global}}$. Lastimosamente, $\mathbf{KLP}_{\text{Local2}}$ es una lógica no transitiva. En este sentido, no es posible que sea una buena opción para trabajar con paradojas. No obstante, es una lógica no monotónica y eso puede resultar fructífero para futuras investigaciones relacionadas. Por otro lado, $\mathbf{LK3}$ y $\mathbf{TS}_{\text{Local}}$ son lógicas sin argumentos válidos, no obstante, $\mathbf{LK3}_{\text{Local2}}$ sigue rechazando reflexividad incluso a niveles de los metaargumentos. Esto hace que sea una lógica más interesante que $\mathbf{TS}$.

Es importante destacar que mis resultados dependen de suponer que la forma usual de presentar tanto $\mathbf{ST}$ como $\mathbf{TS}$ es con la siguiente colección de interpretaciones admisibles: $\{\{1\}, \{\ \ \ \}. \{0\}\}$. Si se presenta, como es posible, con la siguiente colección de interpretaciones admisibles $\{\{1\}, \{1, 0\}. \{0\}\}$ se podrán evaluar diferentes metaargumentos. Si bien esto es un resultado de la semántica de Dunn también nos muestra la carga semántica que tiene la definición de validez local. Es decir, la definición de validez local, al apelar a las interpretaciones satisfactibles está cargada y es dependiente de la semántica que use para presentar una lógica.

Conclusiones

En el primer capítulo, trabajé las lógicas **FDE**, **K3** y **LP**. Estas resultaron relevantes para apartados posteriores, ya que me brindarían bases para las lógicas heterogéneas y, de por sí, la definición que defendería de la lógica, es decir, entender una lógica como la colección de argumentos y metaargumentos.

Asimismo, al saber que, no sólo sería necesario evaluar argumentos sino también metaargumentos, surgiría la pregunta de cómo hacerlo. Por ello, discutí alternativas para la evaluación de estos, llamados validez global 1.3 y validez local 1.3. La diferencia entre una y otra consistiría en que mientras la global trabaja con el concepto de validez de los argumentos, la otra estaría interesada en la satisfacción de los mismos, por ello, es que afirmo que la validez local cumple mejor con la tarea de filtrar los metaargumentos de las diferentes lógicas.

En el capítulo dos, se abordaron las lógicas con consecuencias lógicas puras y mixtas, las cuales se diferenciarían por los *estándares* que manejan. Por ejemplo, si la lógica tiene los mismos estándares en sus premisas como en su conclusión, sería una consecuencia lógica pura; pero, si por el contrario, las premisas manejan un estándar diferente al de la conclusión, ésta sería una consecuencia lógica mixta.

Así pues, de estos estándares se abordaron dos: Tolerante y Estricto. Cuando se habla de esta distinción, se debe introducir la diferencia entre lo Solamente Verdadero, y lo Verdadero. Esto debido a que, no sólo se trabaja con los valores de verdad clásicos –verdadero y falso–, sino que tenemos otras interpretaciones, como lo verdadero y falso $\{1, 0\}$ y lo no verdadero y no falso $\{ \}$. Esta posibilidad

la he tomado de la Semántica de Dunn dado que me permiten que cuando hable de lo verdadero, no sólo trate con $\{1\}$, sino también con $\{1, 0\}$. Así como cuando me indiquen lo *no* falso, me pueda referir a todas las interpretaciones que *no* sean $\{0\}$. Es decir: $\{1\}, \{1, 0\}$ o $\{ \}$

También se pudo examinar las lógicas **ST** y **TS**, importantes para la investigación, ya que serían las lógicas que se compararían con las lógicas heterogéneas. Se pudo observar sus cualidades y características más interesantes, como el ser no-transitivas o no-reflexivas. Además de comprobar que, si se usa validez global para evaluar sus metaargumentos tendrán una colección de metaargumentos diferente a la colección que se obtendría bajo una evaluación con validez local.

Finalmente, en el último capítulo, no sólo se estudiaron las lógicas heterogéneas llamadas **KLP** y **LK3**, sino que se observó la comparación con las lógicas **ST** y **TS**. Las primeras -a simple vista- poseen una colección de argumentos bastante similar al de las segundas. Por lo tanto, decidí profundizar en ellas. Esto se hizo a partir de la validez local y la propuesta de la opción #2 para evaluar metaargumentos heterogéneos, ya que en el primer y segundo capítulo se vio por qué era mucho más útil este método de evaluación. Además, nuestro enfoque modelo teórico con la Semántica de Dunn nos permitía establecer similitudes y diferencias.

Mi pregunta inicial era: en qué medida las lógicas heterogéneas –creadas a partir de los lenguajes de **K3** y **LP**– podrían o no, ser las mismas lógicas que **ST** y **TS**. Es decir,

1. ¿**KLP** y **ST** son la misma lógica?
2. ¿**LK3** y **TS** son la misma lógica?

La respuesta que he dado en esta tesis es negativa para ambas preguntas. No son la misma lógica **ST_{Local}** es una lógica no transitiva y monotónica mientras que **KLP_{Local2}** es transitiva y no monotónica. Por otro lado, en **TS_{Local}** algunas instancias de metareflexividad son válidas y en **LK3_{Local2}** son inválidas. Desde un criterio extensional, dado que sus argumentos difieren, son lógicas diferentes.

Los resultados obtenidos coincidieron con las expectativas de la hipótesis inicial, dado que, por una parte, por medio de la comparación entre las lógicas **KLP** y **ST** se logró mostrar que la instancia de Transitividad: Si $A \models B, B \models_{\mathbf{L}} C$ entonces $A \models_{\mathbf{L}} C$, válida globalmente, tanto en **TS** como en **KLP**, pero es localmente inválida en **ST** pero localmente válida en **KLP**. Por otra, las lógicas **LK3** y **TS**, son capaces de distinguirse por la instancia de meta-reflexividad $\models_{\mathbf{L}} A \rightarrow A$ entonces $\models_{\mathbf{L}} A \rightarrow A$ ya que resulta ser localmente válida en **TS** pero no en **LK3**.

Con base a lo expuesto, la validez local junto con la opción #2 resulta mucho más interesante por su capacidad de filtrar los metaargumentos de manera más precisa que con la validez global o la opción #1, ya que se enfoca en la satisfacción sobre la validez de los argumentos y una preservación más coherente de la heterogeneidad. Esto me resultó útil debido mi enfoque es modelo teórico. Si mi enfoque de la lógica se basara en la teoría de prueba, apelaría a que la definición correcta para evaluar metaargumentos es la definición global.

Tanto **LK3** y **TS** como **KLP** y **ST** comparten características que parecieran hacerlas lógicas muy similares, por una parte tenemos a **LK3** y **TS** siendo lógicas no-reflexivas y sin argumentos válidos. Mientras que **KLP** y **ST** son lógicas no-transitivas a un meta-nivel que a simple vista son muy similares a la Lógica Clásica. No obstante, el hecho de que sean similares no debería hacer que perdamos el interés por estudiar unas lógicas sobre otras. Es decir, que la similaridad entre lógicas no nos nubla el juicio para también estudiar otras lógicas que pueden resultar interesantes, como las heterogéneas.

Como última conclusión, considero que mi objeto de contribuir a la comprensión de las lógicas heterogéneas se cumplió hasta el punto que probé que no es el caso que estas lógicas heterogéneas (a saber **KLP** y **LK3**) sean sólo una presentación semántica más de las lógicas **ST** y **TS**. Por otro lado, esta investigación también trae a colación la posibilidad de otra discusión con las lógicas sin argumentos válidos como **TS** y **LK3** y qué otros elementos podrían ser fundamentales para distinguirlas entre sí. Valdría la pena ahondar en otras características de los metaargumentos para, no sólo distinguir una lógica otra,

sino también distinguir entre otras lógicas con las mismas colecciones de argumentos. Adicionalmente, como cada método de evaluación implicaba trabajar con una lógica diferente, se hizo el trabajo con al menos 8 lógicas heterogéneas diferentes, por lo que ahondar en cada una podría traer resultados interesantes para futuras investigaciones en lógica.

Anexo A

Anexo

A.1. Presentación Multivaluada de FDE

Sea $\mathcal{L}$ el lenguaje definido, la interpretación i es una función entre la colección de variables proposicionales y la siguiente colección de valores de verdad: $\{t, b, n, f\}$, en donde t representa un valor verdadero pero no falso, b representa un valor verdadero y falso, n representa un valor no verdadero y no falso, y f representa un valor falso pero no verdadero. La colección de valores designados, a la que llamo $\mathcal{D}$, es $\{t, b\}$, y que determina los valores que se preservan de las premisas a conclusión. La presentación tabular se puede observar como sigue:

$\sim A$	A	$A \wedge B$	t	b	n	f
f	t	t	t	b	n	f
b	b	b	b	b	f	f
n	n	n	n	f	n	f
t	f	f	f	f	f	f

$A \vee B$	t	b	n	f
t	t	t	t	t
b	t	b	t	b
n	t	t	n	n
f	t	b	n	f

$A \rightarrow B$	t	b	n	f
t	t	b	n	f
b	t	b	t	b
n	t	t	n	n
f	t	t	t	t

Definición A.1.1. Una fórmula A es consecuencia lógica de Γ , es decir $(\Gamma \models_L A)$ si y sólo si, para toda interpretación i , si $i(B) \in \mathcal{D}$ para todo $B \in \Gamma$ entonces $i(A) \in \mathcal{D}$.

A.2. Presentación Multivaluada de K3

En lugar de tomar los cuatro valores de **FDE**, considero los siguientes tres valores: $\{t, u, f\}$, en donde t es el valor de lo verdadero, u un valor para lo desconocido y f el valor de lo falso. No obstante, pese a que Kleene quiso añadir este valor de verdad, él sólo consideró a t como valor designado. Es decir $\mathcal{D}_{K3} : \{t\}$

Comentario 8. En **K3** la definición de consecuencia lógica es la misma que en la **Definición. A.1.1**. No obstante, la colección de valores designados es el siguiente: $\mathcal{D}_{K3} : \{t\}$.

$\sim A$	A
f	t
u	u
t	f

$A \wedge B$	t	u	f
t	t	u	f
u	u	u	f
f	f	f	f

$A \vee B$	t	u	f
t	t	t	t
u	t	u	u
f	t	u	f

$A \rightarrow B$	t	u	f
t	t	u	f
u	t	u	u
f	t	t	t

A.3. Presentación Multivaluada de LP

Considérese el lenguaje $\mathcal{L}$ y la colección de conectivos definidos anteriormente. A diferencia de los lenguajes anteriores, el conjunto de valores es $\{t, p, f\}$, en donde t representa un valor verdadero, p representa un valor verdadero y falso, también llamado *paradójico* y f representa un valor falso. Como Priest asume que paradójico no significa directamente falso, toma al valor $\{p\}$ como parte de la colección de los valores designados; así como lo verdadero y no falso. Por ello, la colección $\mathcal{D}_{\mathcal{LP}}$ de los valores designados quedaría así: $\mathcal{D}_{\mathcal{LP}} : \{t, p\}$.

Comentario 9. En **LP** la definición de consecuencia lógica es la misma que en la **Definición**. A.1.1. No obstante, la colección de valores designados es el siguiente: $\mathcal{D}_{LP} : \{t, b\}$.

$\sim A$	A
f	t
p	p
t	f

$A \wedge B$	t	p	f
t	t	p	f
p	p	p	f
f	f	f	f

$A \vee B$	t	p	f
t	t	t	t
p	t	p	p
f	t	p	f

$A \rightarrow B$	t	p	f
t	t	p	f
p	t	p	p
f	t	t	t

Referencias

- [1] Kazimierz Ajdukiewicz. *Pragmatic Logic*. Vol. 62. Synthese Library. Dordrecht: Springer, 1974. ISBN: 978-94-010-2111-1.
- [2] Alan Ross Anderson y Nuel D. Belnap. “Tautological Entailments”. En: *Philosophical Studies* 13.1-2 (1962), págs. 9-24.
- [3] Axel Arturo Barceló Aspeitia. “Words and Images in Argumentation”. En: *Argumentation* 26.3 (2012), págs. 355-368.
- [4] Eduardo Barrio y Federico Pailos. “Validities, antivalidities and contingencies: A multi-standard approach”. En: *Journal of Philosophical Logic* 51.1 (feb. de 2022), págs. 75-98. ISSN: 1573-0433.
- [5] Eduardo Barrio, Lucas Rosenblatt y Diego Tajer. “The Logics of Strict-Tolerant Logic”. En: *Journal of Philosophical Logic* 44.5 (2015), págs. 551-571.
- [6] Eduardo A. Barrio y Federico Pailos. “Why a Logic is Not Only its Set of Valid Inferences”. En: *Análisis Filosófico* 41.2 (2021), págs. 261-272.
- [7] Eduardo Alejandro Barrio, Federico Pailos y Damian Szmuc. “A hierarchy of classical and paraconsistent logics”. En: *Journal of Philosophical Logic* 49.1 (2020), págs. 93-120.
- [8] Jon Barwise y John Etchemendy. “Heterogeneous Logic”. En: *Logical Reasoning with Diagrams*. Ed. por Gerard Allwein y Jon Barwise. Oxford University Press, 1996, págs. 179-200.
- [9] Jc Beall. “The Simple Argument for Subclassical Logic”. En: *Philosophical Issues* 28.1 (2018), págs. 30-54.

- [10] Emmanuel Chemla y Paul Égré. “From Many-Valued Consequence to Many-Valued Connectives”. En: *Synthese* 198.22 (2021), págs. 5315-5352.
- [11] Emmanuel Chemla y Paul Égré. “Suszko’s Problem: Mixed Consequence and Compositionality”. En: *The Review of Symbolic Logic* 12.4 (2019), págs. 736-767.
- [12] Pablo Cobreros et al. “Tolerant, Classical, Strict”. En: *Journal of Philosophical Logic* 41.2 (2012), págs. 347-385.
- [13] Bruno Da Ré, Damián Szmuc y Paula Teijeiro. “Derivability and Metainferential Validity”. En: *Journal of Philosophical Logic* 51.6 (2021), págs. 1521-1547.
- [14] Bogdan Dicher y Francesco Paoli. “ST, LP and Tolerant Metainferences”. En: *Graham Priest on Dialetheism and Paraconsistency*. Ed. por Can Başkent y Thomas Macaulay Ferguson. Springer, 2019, págs. 383-407.
- [15] Luis Estrada-González. “Dunn Semantics for Contra-Classical Logics”. En: *CLE e-Prints* 22.1 (2022), págs. 298-309. ISSN: 1519-2442.
- [16] Szymon Frankowski. “Formalization of a Plausible Inference”. En: *Bulletin of the Section of Logic* 33.1 (2004), págs. 41-52.
- [17] Rohan French. “Structural Reflexivity and the Paradoxes of Self-Reference”. En: *Ergo, an Open Access Journal of Philosophy* 3 (2016), págs. 113-131.
- [18] Rea Golan. “There is No Tenable Notion of Global Metainferential Validity”. En: *Analysis* 81.3 (2021), págs. 411-420.
- [19] I. Lloyd Humberstone. “Heterogeneous Logic”. En: *Erkenntnis* 29.3 (1988), págs. 395-435.
- [20] Stephen Cole Kleene. *Introduction to Metamathematics*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1952.
- [21] Grzegorz Malinowski. “Kleene Logic and Inference”. En: *Bulletin of the Section of Logic* 43.1/2 (2014), págs. 43-52.
- [22] Grzegorz Malinowski. “That $p + q = c(\text{onsequence})$ ”. En: *Bulletin of the Section of Logic* 36.1/2 (2007), págs. 7-19.

- [23] Hitoshi Omori y Katsuhiko Sano. “Generalizing Functional Completeness in Belnap-Dunn Logic”. En: *Studia Logica* 103.5 (2015), págs. 883-917.
- [24] Hitoshi Omori y Heinrich Wansing. “40 years of FDE: An Introductory Overview”. En: *Studia Logica* 105.6 (2017), págs. 1021-1049.
- [25] Federico Pailos. “Empty Logics”. En: *Journal of Philosophical Logic* 51.6 (2022), págs. 1387-1415.
- [26] Federico Pailos. “On all pure three-valued logics”. En: *Journal of Logic and Computation* 34.1 (dic. de 2022), págs. 161-179. ISSN: 0955-792X.
- [27] Andreas Pietz y Umberto Rivieccio. “Nothing but the Truth”. En: *Journal of Philosophical Logic* 42.1 (2013), págs. 125-135.
- [28] Graham Priest. “The Logic of Paradox”. En: *Journal of Philosophical Logic* 8.1 (1979), págs. 219-241.
- [29] Graham Priest, Francesco Berto y Zach Weber. “Dialetheism”. En: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Ed. por Edward N. Zalta. Fall 2018. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2018.
- [30] Christian Romero Rodríguez. “Explosive dialetheism- Explosive paraconsistency (no, it is not an oxymoron)”. En prep.
- [31] Christian Andrés Romero Rodríguez. “A philosophical study of empty logics”. Tutor: Luis Estrada González. Doctoral dissertation. Universidad Nacional Autónoma de México, 2024.
- [32] Yaroslav Shramko. “Hilbert-style axiomatization of first-degree entailment and a family of its extensions”. En: *Annals of Pure and Applied Logic* 172.5 (2021), pág. 103011.
- [33] Yaroslav Shramko, Dmitry Zaitsev y Alexander Belikov. “First-Degree Entailment and its Relatives”. En: *Studia Logica* 105.6 (2017), págs. 1291-1317.
- [34] Theodore Sider. *Logic for Philosophy*. Oxford; New York: Oxford University Press, 2010. ISBN: 978-0-19-957558-9.
- [35] Paula Teijeiro. “Strength and Stability”. En: *Análisis Filosófico* 41.2 (2021), págs. 337-349.

- [36] Elia Zardini. “A Model of Tolerance”. En: *Studia Logica* 90.3 (2008), págs. 337-368.