



**Aportes al aprendizaje de la función lineal a través de un recurso digital mediado por  
Geogebra en grado noveno de educación básica**

**Lilian Estefanía Maradiago Correa (201127075)**

**Yuly Andrea Aguilar Chamorro (201131250)**

**Universidad del Valle  
Instituto de Educación y Pedagogía  
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática  
2018**



**Aportes al aprendizaje de la función lineal a través de un recurso digital mediado por  
Geogebra en grado noveno de educación básica**

**Lilian Estefania Maradiago Correa (201127075)**

**Yuly Andrea Aguilar Chamorro (201131250)**

**Directora**

**Diana Ximena Ortiz**

**Universidad del Valle**

**Instituto de Educación y Pedagogía**

**Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática**

**2018**

## **Resumen**

Este trabajo de grado que tiene como principales referentes teóricos la concepción de recurso pedagógico y el enfoque instrumental propuesto por Rabardel (1995) que surge con la integración de las nuevas tecnologías de la información y comunicación en las clases de matemáticas, se centra en presentar un aporte para el aprendizaje de la función lineal en el grado noveno de educación básica. De este modo, se configura y se pone en escena un recurso digital mediado por Geogebra basado en situaciones problemáticas relacionados con este concepto matemático desde la micro-ingeniería didáctica como referente metodológico.

**Descriptores:** recurso pedagógico, mediación instrumental, orquestación instrumental, ambientes de geometría dinámica, función lineal.

## **Abstract**

This work of degree that has as main theoretical references the conception of pedagogical resource and the instrumental approach proposed by Rabardel (1995) that arises with the integration of the new technologies of information and communication in the mathematics classes, focuses on presenting a contribution to learning the linear function in the ninth grade of basic education. In this way, a digital resource mediated by Geogebra is configured and put on the scene based on problematic situations related to this mathematical concept from the didactic micro-engineering as a methodological reference.

Descriptors: pedagogical resource, instrumental mediation, instrumental orchestration, dynamic geometry environments, linear function.

## Tabla de contenido

|                                                          |    |
|----------------------------------------------------------|----|
| Introducción .....                                       | 1  |
| Capítulo 1 Presentación del problema de indagación ..... | 4  |
| Planteamiento del problema .....                         | 4  |
| Justificación.....                                       | 8  |
| Objetivos .....                                          | 11 |
| Objetivo general .....                                   | 11 |
| Objetivos específicos .....                              | 11 |
| Capítulo 2 Diseño metodológico de la investigación.....  | 12 |
| Metodología .....                                        | 12 |
| Fase 1 análisis Preliminar .....                         | 12 |
| Fase 2 concepción y análisis a priori .....              | 13 |
| Fase 3 experimentación y/o ejecución.....                | 14 |
| Fase 4 análisis a posteriori y evaluación .....          | 14 |
| Capítulo 3 Fundamentos teóricos.....                     | 15 |
| Marco teórico .....                                      | 15 |
| Análisis preliminares .....                              | 15 |
| Capítulo 4 Diseño del recurso .....                      | 26 |
| Concepción y análisis a priori .....                     | 26 |
| Concepción .....                                         | 27 |
| Análisis a priori .....                                  | 40 |
| Capítulo 5 Resultados .....                              | 63 |

|                                                         |     |
|---------------------------------------------------------|-----|
| Experimentación y/o ejecución .....                     | 63  |
| Contexto de la experimentación .....                    | 63  |
| Análisis a posteriori.....                              | 66  |
| Actividad 1: El impacto de la red social Facebook. .... | 67  |
| Actividad 2: financiamos con YouTube.....               | 87  |
| Actividad 3: El modelador de situaciones lineales ..... | 105 |
| Momento de socialización .....                          | 117 |
| Conclusiones .....                                      | 119 |
| Anexos.....                                             | 124 |
| Anexo 1.....                                            | 124 |
| Anexo 2.....                                            | 126 |
| Anexo 3.....                                            | 128 |
| Bibliografía.....                                       | 133 |

## Tabla de figuras

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, Valle del Cauca .....  | 5  |
| Figura 2 Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, IE Jorge Robledo ..... | 5  |
| Figura 3 Presentación inicio de la sesión .....                                                      | 65 |
| Figura 4 Momento exploración Actividad 1 .....                                                       | 68 |
| Figura 5 Estudiante 1, identificación de magnitudes .....                                            | 70 |
| Figura 6 Estudiante 2, identificación de magnitudes y relación entre ellas .....                     | 71 |
| Figura 7 Estudiante 3, identificación de magnitudes y patrón .....                                   | 71 |
| Figura 8 Explorando con el deslizador y descubriendo la proporcionalidad .....                       | 72 |
| Figura 9 Uso de herramientas adicionales para construir conocimiento .....                           | 74 |
| Figura 10 Estudiante 1, relación entre magnitudes .....                                              | 75 |
| Figura 11 Estudiante 2, se introduce noción de multiplicación .....                                  | 75 |
| Figura 12 Estudiante 3, evidencia de proporcionalidad directa .....                                  | 75 |
| Figura 13 Estudiante 1, estableciendo relación de dependencia y acercamiento a la expresión ..       | 78 |
| Figura 14 Estudiante 2, estableciendo relación de dependencia y correspondencia .....                | 78 |
| Figura 15 llenado de tabla .....                                                                     | 79 |
| Figura 16 Estudiante 1, estableciendo proporciones .....                                             | 80 |
| Figura 17 Estudiante 2, método ensayo-error para llegar a la solución .....                          | 80 |
| Figura 18 Paso de registro tabular a gráfico .....                                                   | 81 |
| Figura 19 Construcción de expresión algebraica .....                                                 | 82 |
| Figura 20 Paso del registro algebraico al gráfico .....                                              | 83 |

|                                                                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 21 Argumento invalido, ausencia de la expresión algebraica .....                                        | 83  |
| Figura 22 Dando sentido a la notación de función .....                                                         | 84  |
| Figura 23 Entendiendo los componentes de la notación formal .....                                              | 85  |
| Figura 24 interpretación confusa de la notación formal e intención de la pregunta .....                        | 85  |
| Figura 25 Ausencia notación formal de parejas ordenadas .....                                                  | 86  |
| Figura 26 Argumento incompleto, evidencia puntos pertenecientes a la recta.....                                | 87  |
| Figura 27 Transición de actividad.....                                                                         | 88  |
| Figura 28 Estudiante 1, procedimiento correcto e interpretación invalida .....                                 | 91  |
| Figura 29 Estudiante 2, evidencia de registro algebraico poco formal.....                                      | 91  |
| Figura 30 Estudiante 3, evidencia registro algebraico uso de notación formal .....                             | 92  |
| Figura 31 Uso de ecuación lineal para solución del problema .....                                              | 93  |
| Figura 32 Uso de ensayo-error para llegar a la solución del problema .....                                     | 94  |
| Figura 33 Estudiante 1, uso de solución de ecuación e interpretación de resultado decimal .....                | 94  |
| Figura 34 Estudiante 2, uso de solución de ecuación e interpretación redondeando el resultado                  | 95  |
| Figura 35 Estudiante 3, respuesta con ausencia de procedimiento e interpretación redondeando el resultado..... | 95  |
| Figura 36 Estudiante 1, identificación de intervalos y ausencia de terminología adecuada.....                  | 97  |
| Figura 37 Estudiante 2, uso de terminología adecuada y ausencia de notación de intervalos.....                 | 97  |
| Figura 38 Estudiante 3, reconocimiento de dominio y rango de la función .....                                  | 98  |
| Figura 39 Recopilado de respuestas invalidas, ausencia notación de intervalos .....                            | 99  |
| Figura 40 Uso de ecuación lineal para hallar el valor de la incógnita .....                                    | 100 |
| Figura 41 Estudiante 1, razonamiento valido y respuesta invalida.....                                          | 100 |
| Figura 42 Estudiante 2, solución de ecuación lineal y redondeo del resultado .....                             | 100 |

|                                                                                                                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 43 Recopilado de respuestas validas con diferente argumento .....                                                                                                                    | 101 |
| Figura 44 Paso de registro algebraico a gráfico.....                                                                                                                                        | 102 |
| Figura 45 Evidencia de respuesta incompleta.....                                                                                                                                            | 103 |
| Figura 46 Ausencia de articulación entre registro gráfico y algebraico .....                                                                                                                | 103 |
| Figura 47 Interpretación de resultados basados en el comportamiento antes del punto de corte de las rectas.....                                                                             | 104 |
| Figura 48 Interpretación de resultados basándose en un valor particular .....                                                                                                               | 105 |
| Figura 49 Evidencia de comportamiento de crecimiento y decrecimiento de la recta .....                                                                                                      | 107 |
| Figura 50 Ausencia de generalización de los resultados .....                                                                                                                                | 108 |
| Figura 51 Interpretación de una recta con pendiente igual a cero .....                                                                                                                      | 109 |
| Figura 52 Tipos de respuestas validas .....                                                                                                                                                 | 110 |
| Figura 53 Tipo de respuestas invalidas.....                                                                                                                                                 | 110 |
| Figura 54 Reconocimiento de la traslación de la recta a lo largo del eje y .....                                                                                                            | 111 |
| Figura 55 Identificación de paralelismo y traslación a lo largo del eje .....                                                                                                               | 112 |
| Figura 56 Respuestas invalidas.....                                                                                                                                                         | 112 |
| Figura 57 Interpretación caso particular en el que $b=9$ <b>Estudiante 1:</b> lo que nos están preguntando es: ¿cuál es el dominio de la función cuando la pendiente es igual a cero? ..... | 113 |
| Figura 57 Interpretación caso particular en el que $b=9$ .....                                                                                                                              | 114 |
| Figura 58 Respuesta invalida, ausencia de notaciónFigura 57 Interpretación caso particular en el que $b=9$ .....                                                                            | 114 |
| Figura 58 Respuesta invalida, ausencia de notación.....                                                                                                                                     | 114 |
| Figura 59 Respuesta validaFigura 58 Respuesta invalida, ausencia de notación .....                                                                                                          | 114 |
| Figura 59 Respuesta valida .....                                                                                                                                                            | 114 |

|                                                                                 |                                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 60 Registros de representación presentes en actividad 3                  | Figura 59 Respuesta valida .....                                                    | 114 |
| Figura 60 Registros de representación presentes en actividad 3.....             |                                                                                     | 115 |
| Figura 61 Articulación de registro tabular y grafico                            | Figura 60 Registros de representación<br>presentes en actividad 3 .....             | 115 |
| Figura 61 Articulación de registro tabular y grafico.....                       |                                                                                     | 116 |
| Figura 62 Interpretación de articulación entre registros tabular y grafico      | Figura 61 Articulación de<br>registro tabular y grafico .....                       | 116 |
| Figura 62 Interpretación de articulación entre registros tabular y grafico..... |                                                                                     | 116 |
| Figura 63 Ausencia de articulación de registros                                 | Figura 62 Interpretación de articulación entre<br>registros tabular y grafico ..... | 116 |
| Figura 63 Ausencia de articulación de registros .....                           |                                                                                     | 116 |
| Figura 63 Ausencia de articulación de registros .....                           |                                                                                     | 116 |

## **Tabla de tablas**

|                                               |     |
|-----------------------------------------------|-----|
| Tabla 1 Ficha de identificación.....          | 42  |
| Tabla 2 Ficha de escenario.....               | 45  |
| Tabla 3 Ficha del profesor .....              | 62  |
| Tabla 4 Consolidado tiempo de aplicación..... | 66  |
| Tabla 5 Balance respuestas actividad 1 .....  | 69  |
| Tabla 6 Balance respuestas actividad 2 .....  | 89  |
| Tabla 7 Balance respuestas actividad 3 .....  | 106 |

## **Introducción**

El presente trabajo se realiza para optar al título de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas que ofrece el Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, éste se inscribe en la línea de investigación Tecnologías de la Información y la Comunicación en Educación Matemática (TICEM).

Se propone un recurso digital mediado por Geogebra que permita delimitar un ambiente dinámico para identificar los aportes de este al aprendizaje del concepto matemático escolar de función lineal; el interés principal de este trabajo consiste en indagar sobre cómo surge y se desarrolla el proceso de aprendizaje en grado noveno de educación básica, tomando como punto de partida la modelación matemática de problemas contextualizados. Por otro lado, aunque no es el propósito principal, se pretende dejar a disposición de los docentes una propuesta de trabajo que puede ser considerada una herramienta útil para la enseñanza, la cual pueden modificar y adaptar de acuerdo con las necesidades particulares del grupo de estudiantes y el contexto. El portal de internet Wix fue usado para crear una página web, en donde se podrá tener acceso al recurso pedagógico y a la información más importante sobre éste.

La problemática que se ha logrado identificar para tomar como punto de referencia para el desarrollo de esta propuesta consiste en las evidencias encontradas tanto en resultados de las pruebas a nivel nacional e internacional y en algunas investigaciones en Educación Matemática como la de Ruiz (1994), en donde se logra constatar que los estudiantes no articulan algunos conocimientos adquiridos a lo largo de su escolaridad, los cuales son necesarios para la comprensión de la función lineal. Además, en grados superiores e incluso en la universidad en donde se estudian otras nociones como la derivada y la integral, la comprensión de este concepto se hace indispensable, de lo contrario, por un lado se podrían presentar múltiples obstáculos en el estudio del cálculo diferencial e integral, y por otro lado, los estudiantes son orientados a resolver los ejercicios y problemas de manera mecánica, dejando a un lado la gran importancia que tiene articular diferentes registros de representación.

Teniendo en cuenta lo anterior, es de suma importancia la labor del docente por lo que se pone en consideración una propuesta de enseñanza que motive a los estudiantes y provoque su participación activa en el estudio de las matemáticas, en especial de la función lineal. Se ha

decidido estudiar este objeto matemático por su gran utilidad en problemas contextualizados y su gran aporte y aplicabilidad a otros campos como la economía, en donde se encuentran frecuentemente problemas de variación lineal, tales como la oferta y la demanda. Debido a la naturaleza del trabajo, como marco metodológico se toma la Ingeniería Didáctica, en específico lo referente a la micro ingeniería de Artigue (1995).

Esta memoria del trabajo realizado se estructura en seis capítulos. En el primer capítulo se presentan los aspectos fundamentales y generales del trabajo, inicialmente se encuentra la problemática identificada para esta investigación, posteriormente la justificación y los objetivos general y específicos que son los encargados de orientar el desarrollo del trabajo.

En el segundo capítulo se presentan algunos aspectos metodológicos sobre micro-ingeniería didáctica que describe Artigue (1995), los cuales fueron tenidos en cuenta para realizar el trabajo.

En el tercer capítulo se describen los principales argumentos teóricos que dan soporte al desarrollo del trabajo, se toma la concepción de recurso pedagógico presentada por Garzón, Vega, Arce, Castrillón & Pabón (2013) y la teoría relacionada con la aproximación instrumental que propone Rabardel (1995).

En el cuarto capítulo se presenta el análisis a priori del recurso pedagógico. Inicialmente se describen algunos aspectos que fueron fundamentales en la concepción del recurso como lo es la visualización y el referente curricular que enmarcó el trabajo. En la segunda parte de este capítulo se encuentran las fichas del recurso las cuales proporcionan información importante para la puesta en acto, en especial la ficha del profesor en la cual está un análisis previo de cada una de las actividades.

El quinto capítulo muestra el análisis a posteriori en el cual se describen los resultados obtenidos en la experimentación, teniendo en cuenta el contexto en que esta se llevó a cabo, las estrategias que los estudiantes usaron en la resolución de los problemas, las diferentes actitudes que se lograron evidenciar, etc. Toda la información anterior se compara con lo que se determinó en el análisis a priori y se presentan algunas conclusiones sobre las hipótesis realizadas en este en contraste con lo ocurrido en la puesta en acto.

En el sexto capítulo se presentan las conclusiones generales del trabajo, se intenta determinar si los objetivos definidos al inicio del trabajo fueron pertinentes y si se logró el cumplimiento de los mismos, de igual manera se presentan reflexiones acerca del problema planteado, la contribución de la metodología usada en el trabajo y los referentes teóricos que lo sustentan. Finalmente se describen los aportes y las dificultades que surgieron en la realización de este.

## Capítulo 1 Presentación del problema de indagación

A continuación, se presentan los lineamientos generales del trabajo teniendo como punto de partida el planteamiento del problema y los respectivos argumentos que demuestran la pertinencia de este, haciendo énfasis en los referentes teóricos que respaldan las ideas aquí presentadas y finalmente se trazaran los objetivos que dirigen este trabajo.

### Planteamiento del problema

En educación secundaria, el concepto de función es uno de los más relevantes debido a que el conocimiento y el dominio del mismo determina el rendimiento de los estudiantes en temáticas posteriores que corresponden al estudio del cálculo, este concepto se ve inmerso en diversos campos de acción, tales como la economía, la medicina, la ingeniería, entre otras; el caso de la función lineal en particular representa el inicio de una amplia gama de saberes que son aplicables a cada una de las disciplinas mencionadas.

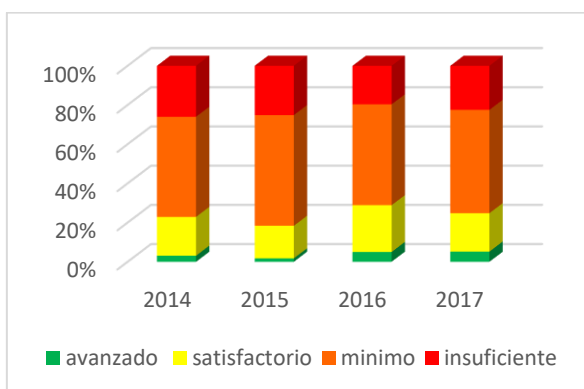
En ese mismo sentido, se sabe que pruebas nacionales aplicadas periódicamente a los estudiantes (Prueba Saber 9°), así como resultados de investigaciones en Didáctica de las Matemáticas, dan cuenta que la enseñanza y la comprensión del concepto de función lineal presenta muchas dificultades tanto a estudiantes como docentes de educación básica secundaria.

Cabe resaltar que el concepto de función lineal relaciona representaciones en diferentes registros y su comprensión radica en la capacidad de articular esos registros. En algunos estudios se ha evidenciado que “la articulación entre el registro gráfico y algebraico resulta en general la más dificultosa para los alumnos” (Rey, Boubée, Sastre y Cañibano, 2009, p. 159), pues el paso de la representación gráfica a la representación simbólica requiere un mayor nivel de abstracción que el proceso contrario. Por ejemplo, **Ruiz 1998, (citado en Rey, Boubée, Sastre & Cañibano, 2009, p.154)**, retoma aspectos importantes de la comprensión de esta noción, afirmando que “nuestros alumnos de secundaria manifiestan en general una concepción de la noción de función como un procedimiento algorítmico de cálculo (...)”, este hecho reafirma la rigidez evidenciada en la articulación de los diferentes registros de representación.

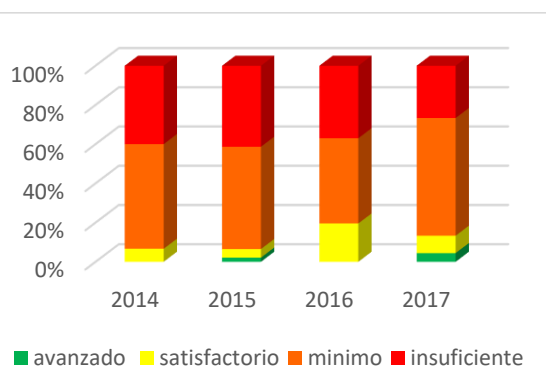
Por otra parte, se ha encontrado que “en la mayoría de textos escolares referidos a la función lineal el alumno encuentra fórmulas para hallar la ecuación de la recta que pasa por un punto, conocida la pendiente o que pasa por dos puntos y sus respectivas deducciones” (Rey,

Boubée, Sastre & Cañibano, 2009, p. 159), lo cual constituye en problema de aprehensión conceptual de esta noción, ya que los estudiantes no logran la comprensión del concepto por la imposibilidad de articular los registros.

Buscando constatar lo anterior, se recurrió a la página del ICFES<sup>1</sup> en donde se encuentra el portal de acceso a los resultados de las pruebas, debido a los intereses que enmarcan el trabajo se accedió a los resultados históricos de la prueba saber 9° del área de matemáticas en el Valle del Cauca y de la Institución Educativa Jorge Robledo desde el año 2014 hasta el año 2017, y se consolidaron en un gráfico de barras con la información correspondiente, tal como se puede ver a continuación:



*Figura 1 Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, Valle del Cauca*



*Figura 2 Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, IE Jorge Robledo*

En esta prueba se evalúan aspectos que dan cuenta de los diferentes tipos de registro de representación, el manejo de la letra como número generalizado, incógnita y variable, construcción de relaciones métricas y conceptualización de funciones lineales, entre otros; estas gráficas nos muestran que en el Valle del Cauca más del 50% de los resultados se encuentran en niveles insuficiente y mínimo, y en el caso particular de la Institución Educativa Jorge Robledo se puede observar que los estudiantes que se encuentran en niveles satisfactorio y avanzado no superan el 20%, lo cual confirma las ideas presentadas anteriormente sobre la existencia de una problemática alrededor de los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función

<sup>1</sup> [www.icfesinteractivo.gov.co](http://www.icfesinteractivo.gov.co)

lineal. Para profundizar acerca del histórico de estas pruebas e interpretación de resultados ver anexo 1 y 2.

Debido a la naturaleza abstracta que poseen los objetos matemáticos, en particular el de función lineal, el desarrollo de la visualización se convierte en una herramienta indispensable para su aprendizaje ya que permite la articulación de los diferentes registros de representación, llevando al estudiante a la construcción de un conocimiento significativo, el cual podrá aplicar en diferentes contextos de su cotidianidad.

Entendiendo significativo desde el punto de vista de Ausubel (1983), quien afirma:

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. (p.18)

Es por esta razón que las actividades del recurso digital son pensadas a partir de situaciones problema que relacionan los conocimientos que los estudiantes han adquirido, ya sea de manera formal o empírica con situaciones de la cotidianidad.

En este sentido **Duval 1998, (citado en Gatica, S. N y Enríquez Ares, O., 2012, p.91)**, menciona que, “para favorecer el aprendizaje, los profesores deben proponer actividades de conversiones entre diferentes registros de representación semiótica”, por lo cual surge la idea de incluir el software matemático interactivo Geogebra en este trabajo, ya que promueve la visualización, cuenta con una potente herramienta de arrastre con la cual se evidencia las propiedades del objeto matemático con el que se está trabajando e integra todos los registros de representación con los que se puede encontrar un estudiante y un profesor en los procesos de enseñanza y aprendizaje lo cual se considera fundamental.

Además de integrar los registros de representación, Geogebra permite al estudiante conjeturar, validar y evidenciar las diferentes posibilidades de una misma situación, además, la interactividad del software evita que una actividad permanezca en una etapa de algoritmos y repeticiones, promoviendo la comprensión significativa del concepto matemático que se quiere construir.

Estas referencias justifican la necesidad de realizar más trabajos locales de investigación enfocados en el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal. De acuerdo con esto, este trabajo gira en torno al diseño, implementación, análisis y evaluación de un “recurso pedagógico”, basado en el uso de Geogebra, concebido como herramienta computacional de mediación dinámica y de múltiples representaciones, dirigido a estudiantes de grado noveno de educación básica, de una Institución Educativa del sector público en la ciudad de Cali. Para ello, como guía para la realización del proceso investigativo, se planteó la siguiente pregunta de investigación:

**¿Qué aporta un recurso digital mediado por Geogebra basado en situaciones problemas contextualizados, al aprendizaje de la función lineal en grado noveno de educación básica?**

### Justificación

Los problemas asociados al aprendizaje de un concepto central de la educación básica, como lo es la función lineal ponen de manifiesto la importancia de llevar al aula de clase situaciones que además lograr cautivar la atención del estudiante, sea él mismo el principal protagonista de la construcción del saber. En relación con lo anterior, **Amore, Font y Godino 2007, (citado en Arenas S., 2013, p. 12)** afirman que:

El profesor en vez de proporcionarle al estudiante el conocimiento, debe proponerle una situación diseñada de tal forma que el conocimiento sea necesario para su solución y donde el alumno aprenda a defenderse en un contexto con algún tipo de dificultades que le generen algún desequilibrio. De esta manera, si el estudiante se adapta a la situación y llega a la solución del problema, estará proporcionando evidencia de haberse apropiado del saber en cuestión, es decir, puede interpretarse que ha aprendido.

De aquí surge la iniciativa de configurar un recurso digital a partir de unas unidades de análisis que devienen de unos referentes teóricos, los cuales van a permitir caracterizar la configuración de dicho recurso, con el fin de hacer frente a algunas de las dificultades asociadas al aprendizaje de la función lineal, tales como, la falta de integración de diferentes registros de representación, la falta de interés del alumno por aprender y la necesidad de que reconozca la aplicación este concepto, así mismo, otorgar al docente una ayuda con la que podrá enriquecer el proceso de enseñanza de la función lineal, aunque no sea el principal propósito de este trabajo.

Se ha escogido la función lineal debido a que esta está inmersa en la cotidianidad de los estudiantes y de los familiares de los estudiantes en cosas tan sencillas como el pago de una factura, el pago de una deuda, la demanda de algún producto, situaciones que presenten crecimiento lineal entre otras y lo que busca la Educación Matemática “es posibilitar al hombre la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás” (MEN, 1998, p. 35).

Según lo anterior, como docentes estamos en el deber de proveer a los estudiantes herramientas para enfrentarse al medio que los rodea, ya que este se encuentra en constante

evolución y exige ciertas competencias, habilidades y conocimientos para adaptarse a ello, los cuales van ligados en algunos casos a la función lineal y la forma en que esta se encuentra inmersa en la cotidianidad.

Por otro lado, el hecho de que los resultados en las pruebas saber 9° no sean favorables a lo largo de la historia debe ser considerado un llamado de atención a la comunidad docente que invita a modificar su actividad; estos resultados pueden ser evidenciados en el informe de los resultados históricos del Valle del Cauca que reposa en la web<sup>2</sup>, en donde se menciona que se evalúan aspectos generales de la función lineal y la variación, entre otros, razón por la cual estos resultados toman importancia en este proceso de investigación.

Respecto a este llamado de atención se han visto iniciativas por parte del gobierno para renovar la práctica docente en las diferentes instituciones, como prueba de esto se tiene que el Ministro de las TIC, dijo que “Los proyectos realizados por estos maestros evidencian que el uso apropiado de la tecnología es el camino hacia la excelencia educativa” (Molano, 2014).

Estos proyectos son realizados por los docentes que participan en las convocatorias, pero fuera de estas convocatorias quedan cientos de profesores que necesitan enriquecer su actividad docente y su formación acerca de las nuevas tecnologías, lo que sería una alternativa que satisface la necesidad de modificar la actividad docente.

Pensando en las necesidades de los estudiantes y teniendo en cuenta que los jóvenes de ahora tienen una gran disposición para el uso de las tecnologías se diseñará un recurso digital en donde se pretende integrar un software de libre acceso como Geogebra, que además cuenta con un repositorio virtual llamado geogebraTube en donde se encuentran 694.574 recursos de diversas áreas según el tema de interés. A través del portal wix<sup>3</sup> se podrá acceder al recurso resultante de este trabajo; a la mano de todos los estudiantes que quieran consultarlo y los docentes que deseen implementarlo en sus aulas de clase.

---

<sup>2</sup> <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>

<sup>3</sup> La contribución quedará plasmada en una página web publica para el uso de quien la pueda necesitar en el siguiente enlace: <https://lilianmaradiago0.wixsite.com/funcionlineal>

Este recurso ha de contar con todo el sustento teórico y análisis pertinentes que garanticen la efectividad de su replicabilidad, lo que lo convierte en un recurso valioso para superar y hacer frente a algunas problemáticas que surgen en el aprendizaje de este importante concepto.

Por otro lado, se sabe que el buen uso de las nuevas tecnologías permite asociar un significado concreto a las nociones abstractas de las matemáticas por medio de la visualización y facilita la confrontación de los resultados enunciados en la teoría, lo cual permite fortalecer el proceso de comprensión de la función lineal.

Es por estas razones que se hace necesario la configuración de un recurso digital que se encuentre disponible para todos los estudiantes que quieran acceder a él y de esta manera enriquecer su formación y fomentar la articulación de los registros de la función lineal para que se llegue a la construcción de un conocimiento significativo y aplicable a los diferentes ámbitos de su cotidianidad y futura formación académica; así mismo contribuir a la actividad docente y enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.

## **Objetivos**

### **Objetivo general**

Configurar y poner en escena un recurso digital para el aprendizaje de la función lineal a partir de situaciones problemas que integren los diferentes registros de representación con estudiantes de grado noveno de la educación básica

### **Objetivos específicos**

- Fundamentar la problemática sobre la función lineal desde las perspectivas matemática, curricular y didáctica, en grado noveno de educación básica.
- Consolidar los referentes teóricos en la configuración y puesta en escena de un recurso digital mediado por un software interactivo libre como Geogebra.
- Analizar los resultados obtenidos en la puesta en acto del recurso digital en torno a los procesos de mediación instrumental.

## **Capítulo 2 Diseño metodológico de la investigación**

A continuación, se establecerá el diseño metodológico que rige esta investigación, así como el detalle de cada una de las fases que lo componen, de esta manera se traza una guía general sobre el desarrollo de este trabajo de investigación.

### **Metodología**

Como metodología de investigación se escogió la ingeniería didáctica, que es caracterizada como “un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza” (Artigue, 1995, p.36). Cuando se utiliza esta metodología se pueden tomar dos caminos, el primero se basa en el nivel de la micro-ingeniería y el segundo, en el de la macro-ingeniería.

Teniendo en cuenta la realización didáctica involucrada en esta investigación, la metodología estará basada en la micro-ingeniería didáctica. Se ha escogido esta modalidad dado que está diseñada para facilitar al profesor investigador la articulación de la teoría con la práctica (Artigue, 1995, p.36). Además, esta tiene como objeto de estudio un tema determinado, es decir, son locales, y es en esta dirección que se encuentra ubicado este trabajo.

Dentro de esta metodología, se establecen cuatro fases para el desarrollo de la experimentación:

- Fase 1: Análisis preliminar.
- Fase 2: Concepción y análisis a priori.
- Fase 3: Experimentación y/o ejecución.
- Fase 4: Análisis a posteriori y evaluación

A continuación, se mostrará con más detalle lo que se pretende lograr en cada fase:

#### **Fase 1 análisis Preliminar**

En esta primera fase se pretende identificar y describir aspectos epistemológicos, didácticos y cognitivos de la función lineal que se pueden presentar durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. En primera medida se hará una búsqueda de material, con el fin de identificar la

manera tradicional que se ha usado en la enseñanza de la función lineal para rastrear los efectos (positivos o negativos) que esto ha tendido en el aprendizaje de los estudiantes, esta búsqueda se realizara alrededor de tres dimensiones

**La epistemológica:** Aquí se analizará cómo se ha concebido el concepto de función lineal, haciendo un breve recorrido histórico y caracterizándolo desde su aspecto matemático.

**La didáctica:** Aquí se retomará la concepción de recurso pedagógico y su importancia para este trabajo, además, se abordarán aspectos que permiten la caracterización del contexto y del grupo de estudiantes.

**La cognitiva:** En esta dimensión se abordarán los aspectos tecnocéntricos y antropocéntricos para dar paso a la noción de artefacto, instrumento, génesis y mediación; partiendo de investigaciones sobre el enfoque instrumental en la educación matemática, se presentará una descripción sobre la influencia que puede tener la emergencia de instrumentos en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Además, se mostrarán las potencialidades que se logran al integrar éstos en aspectos como la integración de los registros de representación de función lineal por parte del estudiante.

## **Fase 2 concepción y análisis a priori**

Para estructurar esta fase se toman los argumentos de Artigue donde se afirma que:

Este análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de estas hipótesis está en principio, indirectamente en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la cuarta fase entre el análisis a priori y el análisis a posteriori” (1995, p.45).

Teniendo en cuenta lo anterior, en esta segunda fase, se realizará la configuración del recurso digital. Posteriormente, se hará un análisis del posible actuar de los estudiantes, tratando de identificar las situaciones que pueden surgir en el desarrollo de las actividades y las posibles dificultades y/o errores que se pueden evidenciar en el desarrollo de estas.

Respecto a los estudiantes, se pensó en un grupo experimental de 22 estudiantes de grado noveno sobre un total de 30 alumnos, teniendo en cuenta que esta cantidad de estudiantes representa una muestra significativa, la escuela en la cual se realizará la experimentación es la Institución Educativa Jorge Robledo de estamento público. Adicionalmente se prevé que los

estudiantes no han tenido acercamiento alguno con Geogebra y por esta razón se ubicaran de forma individual en los equipos de cómputo, con el fin de propiciar la libertad de explorar, interactuar con el artefacto y socializar.

Para este trabajo se ha tomado la decisión de trabajar con las variables de comando de tipo micro-didácticas o locales que son “concernientes a la organización local de la ingeniería, es decir la organización de una secuencia o fase” (Artigue, 1995, p.42), lo cual resulta pertinente para el problema identificado a lo largo del trabajo.

### **Fase 3 experimentación y/o ejecución**

En esta fase se realizará la puesta en escena del recurso diseñado, es aquí donde se recolecta toda la información de tipo fílmico, fotográfico y las hojas de trabajo de los estudiantes. Partiendo de este material es que se realizará el análisis a posteriori.

### **Fase 4 análisis a posteriori y evaluación**

En esta fase se pone estricta atención al material recogido a lo largo de la experimentación, se analiza si lo que se describió en el análisis a priori se cumplió, o si por el contrario surgieron nuevas situaciones que no fueron tenidas en cuenta y que pueden contribuir al buen desarrollo del recurso o posibles cambios que se le puedan realizar.

### **Capítulo 3 Fundamentos teóricos**

A continuación, se presentan los referentes teóricos que serán tenidos en cuenta para el debido desarrollo y fundamento de todos los argumentos que aquí son presentados como puntos de partida en la hipótesis que serán formuladas en capítulos posteriores.

#### **Marco teórico**

##### **Análisis preliminares**

A continuación, se presentarán los aspectos relacionados con la primera fase de la ingeniería didáctica, bajo la cual se estructura este trabajo. Esta fase comprende un conjunto de análisis preliminares en donde se toman como referencia tres dimensiones: la dimensión epistemológica, la dimensión cognitiva y la dimensión didáctica.

##### **Dimensión epistemológica**

Para empezar, las matemáticas no se pueden concebir como una ciencia estática que no está sujeta a cambios y transformaciones. El concepto de función es un ejemplo de ello, ya que, si se da una mirada a la historia de las matemáticas, se puede observar que desde la época antigua civilizaciones de Egipto, Mesopotamia, China e India iniciaron con el desarrollo de esta noción y de ahí en adelante su significado ha ido evolucionando, así como su definición.

Esta dimensión abarca las características del saber en juego, por tal razón, se mostrarán los aspectos históricos más relevantes que contribuyeron a la formalización del concepto de función, el lineal en particular, y la forma como este se concibe a la hora de enseñarlo en el aula de clases; tratando de mostrar los primeros acercamientos que tuvieron nuestros antepasados con este y la evolución que ha tenido para llegar a la forma como se define en la actualidad, dicho recuento será realizado tomando en cuenta las ideas de Manfredi (2008) tal como se muestra a continuación:

Este inicia con Apolonio de Perge, quien utilizaba la noción de las coordenadas, fue conocido como “El gran geómetra”, su conocido libro sobre “secciones cónicas” está conformado por ocho libros, en los primeros cuatro se incluyen los términos

parábola, elipse e hipérbola, además incorpora propiedades elementales de las cónicas ya conocidas por Aristóteles, Euclides, entre otros.

Los libros del cinco al siete se consideran originales y en ellos se debate como algunas cónicas se pueden dibujar desde un punto y proporciona elementos para llegar a la ecuación cartesiana del desarrollo de la evolución.

Sus logros en la astronomía matemática griega se destacan por emplear modelos geométricos para ilustrar la teoría planetaria. El trabajo de Apolonio fue cimiento en el estudio de la geometría de las curvas mencionadas hasta los tiempos de Rene Descartes en el siglo XVII.

Por otro lado, Nicole Oresme representó gráficamente las funciones usando las coordenadas, su obra teológica no es tan conocida, pero aplicó el cálculo de proporciones y la geometría al estudio del movimiento y cosmología, entre otras contribuciones.

Más adelante, Rene Descartes unió las dos consideraciones, las enriqueció y profundizó y gracias a esto tenemos las representaciones gráficas y los ejes cartesianos. Uso las coordenadas para representar puntos en el plano o en el espacio; esbozaba la gráfica ubicando unidades en la línea horizontal (eje  $x$ ) y la línea vertical (eje  $y$ ), así todos los puntos de la gráfica se podían identificar mediante dos números.

Aunque preservaba las bases de la geometría euclidiana, integraba la geometría y el álgebra, las cuales se consideraban por separado en ese entonces, con el fin de formar una nueva disciplina llamada geometría analítica.

En diversos momentos de la historia el concepto de función aparece tratando de distintas formas y por distintos individuos, pero en todas se coincide en destacar la relevancia de Descartes en este tema.

Una función, en matemáticas, es el término usado para establecer la relación o correspondencia entre dos o más cantidades, el cual fue usado por primera vez por René Descartes para designar una potencia  $x^n$  de la variable  $x$ ; en 1694 Gottfried

Wilhelm Leibniz usó este término para nombrar algunos aspectos de una curva, tales como su pendiente; hasta que en 1829 Lejeune-Dirichlet generalizó su uso.

Tal como se logró evidenciar a lo largo de esta breve reseña histórico-epistemológica, basada en los análisis de Manfredi, el concepto general de función ha pasado por diversas etapas para consolidarse a partir del siglo XIX en lo que ahora es aceptado, tanto en la propia disciplina matemática como en el contexto de la educación matemática. esto es, como un concepto de enseñanza a través de procesos de transposición didáctica para su inclusión en los currículos escolares. Lo mismo puede decirse sobre el concepto particular de función lineal, el cual es nuestro objeto matemático de estudio.

En cuanto a la conceptualización de la función, Ruiz (1994), plantea que este objeto matemático en la actualidad se define a partir de las ideas presentadas por Dirichlet. En algunas de esas definiciones, se enmarca la correspondencia univoca y la asignación entre variables, y en otras más rigurosas se introduce esta noción a través del grafo, es decir de pares de elementos relacionados, siendo el primer tipo de definición el más usado actualmente.

En la mayoría de los textos universitarios de cálculo se presenta una definición de función de la siguiente manera:

Sean  $X$  y  $Y$  dos conjuntos no vacíos. Una función de  $X$  y  $Y$  es una regla (o un método) para asignar un (y sólo un) elemento de  $Y$  a cada elemento en  $X$ . Una función se denota a menudo con el símbolo  $f$ . El elemento que la función asigna al elemento  $x$ , se denota por  $f(x)$  (léase " $f$  de  $x$ "). Si  $f(x)=y$ ,  $x$  se llama la entrada el argumento, y  $y$  se denomina la salida o el valor de la función en  $x$ . También  $x$  se conoce como la variable independiente, y  $y$  como la variable dependiente.

De igual forma, el límite de una función se define de la siguiente forma:

Límite de  $f(x)$  en  $a$ . Sea  $f$  y  $a$ . Sea  $f$  una función y  $a$  un número fijo. Suponga que el dominio de  $f$  contiene intervalos abiertos  $(c, a)$  y  $(a, b)$ . Si existe un número  $L$  tal que, a

medida que  $x$  se acerca a  $a$ , bien sea por la izquierda y la derecha,  $f(x)$  se aproxima a  $L$ , entonces  $L$  se llama el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $a$ . Esto se escribe:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

Además, la noción de continuidad de una función se define así:

Continuidad en un número  $a$ . Supóngase que  $f(x)$  está definida en algún intervalo abierto que incluya al número  $a$ . Entonces la función  $f$  es continua en  $a$  si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ . Esto significa que:

1.  $f(a)$  está definida.
2. Existe  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

Además, también encontramos la definición de continuidad de una función de la siguiente manera:

Sea  $f$  una función cuyo dominio es el eje  $x$  o está constituido por intervalos abiertos. Entonces  $f$ , es una función continua si es continua en cada punto  $a$  de su dominio<sup>4</sup>.

De esta forma se finaliza la conceptualización del concepto de función lineal a través de la historia y desde su componente matemático, lo cual resulta de mucho valor para el desarrollo de las actividades que serán concebidas en este trabajo de investigación.

### **Dimensión didáctica**

En esta dimensión, se destaca la caracterización del concepto de recurso pedagógico debido a la influencia que estos pueden tener en el aprendizaje de cualquier concepto matemático. Para ello, se retomarán las ideas que Trouche y su equipo de trabajo presentan en sus investigaciones.

Con la integración de las TIC al currículo y al aula de clase con un propósito pedagógico, surge la noción de **recurso pedagógico**, sobre el cual se pretende en este trabajo profundizar en relación con la visión que puedan tener los docentes al poder acceder a ellos para realizar sus prácticas pedagógicas o didácticas. La palabra recurso forma parte del lenguaje cotidiano de las personas y es usada frecuentemente en diferentes contextos y situaciones.

(...) Cuando se habla de recursos, por lo general están referidos o bien a algún tipo de materialidad (recursos hídricos, recursos minerales, recursos humanos, recursos bibliográficos) que, al no ser perenne, su disfrute requiere de alguna reglamentación, o bien a algún procedimiento establecido y reconocido previamente (recurso de apelación,

---

<sup>4</sup> Definiciones tomadas del libro Cálculo y geometría analítica, volumen 1. Autores: Sherman k. Stein y Anthony Barcellos.

recurso literario) susceptible de obsolescencia. (Garzón, Vega, Arce, Castrillón y Pabón, 2013, p.16)

En el contexto de la escuela, este término ha sido relacionado con las cosas materiales que hacen parte del colegio para su funcionamiento, y cuando se refiere a los elementos que usan los docentes para apoyar su trabajo, a estos se les ha dado el nombre de recursos didácticos o materiales didácticos.

En los últimos años se ha intentado enriquecer esta visión, pero no existen muchos trabajos de investigación donde el tema central sea el impacto que tiene el incluir cualquier tipo de instrumentos o recursos por parte del profesor en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Ampliando el campo de aplicación de los recursos usados por los docentes aparece la noción de recursos pedagógicos, los cuales se diferencian de los materiales y las guías que usan normalmente los docentes “en que no se consideran terminados y listos para su implementación o uso, sino que constituyen un proceso vivo y permanente de transformación de las propuestas de enseñanza procedentes de los investigadores, de las editoriales o de los educadores mismos” (Garzón, Vega, Arce, Castrillón y Pabón, 2013, p.16). Es este tipo de recurso el que se pretende diseñar en este trabajo, pues uno de los intereses es que los otros docentes puedan beneficiarse y tengan la posibilidad de adaptar o realizar los ajustes pertinentes dependiendo del grupo de estudiantes y de los requerimientos que estos tengan.

Garzón, Vega, Arce, Castrillón y Pabón en su intento por presentar una caracterización de recurso pedagógico clara y todo lo que involucra este concepto afirman:

En nuestra perspectiva, entendemos los recursos pedagógicos en términos del uso en el contexto de la enseñanza de las matemáticas de todo aquello que llega al aula luego de una búsqueda intencional orientada por un interés e interpretaciones específicas del profesor y que, en el contexto de su gestión didáctica en clase, toma un sentido particular con base en la práctica discursiva con la cual él hace presencia en el tiempo y en el espacio del aula. (2013, p.19)

Es por eso que se puede presentar la situación en donde un mismo recurso sea usado de forma diferente pues muchas veces la acción real del docente no se acerca a lo que se propone en un trabajo que incluye recursos pedagógicos.

Por otra parte, existen algunos trabajos donde se concibe el recurso pedagógico desde un enfoque instrumental apoyados en Trouche (2005, 2006, 2007), por lo cual se reconocen versiones diferentes.

Según Garzón, Vega, Arce, Castrillón & Pabón (2013) la primera versión permite dar cuenta de los procesos de conceptualización mediada por instrumentos a través de la acción pre estructurada por los artefactos, por esta razón es necesario que la atención se desvíe hacia el estudio de la clase y el tiempo de observación sea mayor.

En la segunda versión los recursos pedagógicos se definen como los artefactos que tienen a disposición los docentes y que son transformados en instrumentos. Para esta investigación se ponen en consideración las ideas de Trouche que toman como referencia los trabajos de Rabardel (1999) en donde los instrumentos son contruidos en el mismo momento de su aplicación, por lo tanto, el recurso pedagógico dependerá en gran medida del uso que le dé tanto el maestro como el estudiante.

Siguiendo a **Guin y Trouche 2007, (citado en Garzón, Vega, Arce, Castrillón y Pabón 2013, p.27)**, en la tercera versión se caracteriza el recurso pedagógico bajo tres parámetros importantes: un conjunto de documentos, la situación matemática, y el sistema de aprovechamiento didáctico. Estos componentes se deben de tener en cuenta para el estudio de los recursos.

Además, en esta versión en donde los recursos son considerados artefactos, se tienen en cuenta las afirmaciones que Rabardel (1995) realiza referente a la creación de instrumentos, pues para él son creados sólo cuando hay una apropiación de estos.

Otro aspecto fundamental para Trouche en lo concerniente al recurso pedagógico es el trabajo colaborativo entre docentes, por tal razón es necesario establecer comunidades de práctica que permitan dar sentido a la construcción del recurso.

Según **Wenger 1998, (citado en Valencia 2012)** “una comunidad de práctica es un grupo de personas que se caracteriza por el compromiso mutuo de sus miembros, propósitos

compartidos y un conjunto de recursos comunes (implican interacción, negociaciones e interrelaciones)” (p.29). Lo anterior permite darle una dimensión social a la construcción del recurso, además si el trabajo es realizado conjuntamente se puede obtener un resultado final más satisfactorio.

### **Dimensión cognitiva**

Teniendo en cuenta que en este trabajo se ponen a disposición algunos instrumentos para el aprendizaje de la función lineal, se hace necesario analizar el papel que estos desempeñan en este proceso, puntualmente, el papel de la mediación instrumental en los procesos de enseñanza y aprendizaje. De igual modo, es importante analizar la forma en que el artefacto pasa a ser un instrumento y la influencia que esto tiene en el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Rabardel (1995), propone un enfoque teórico donde intenta mostrar de qué forma influye la tecnología en la vida de las personas, la naturaleza de los instrumentos usados por los sujetos y la génesis de esos instrumentos.

Uno de los aspectos abordados por esta autora tiene que ver con la naturaleza antropocéntrica del enfoque instrumental, en donde el análisis se fundamenta en el sujeto y su actividad con los objetos e instrumentos. De igual modo, se destaca otra perspectiva, en la cual esos objetos y sistemas de objetos usados y controlados por el sujeto son de origen antropológico, pues todos los instrumentos y los sistemas de instrumentos son el resultado del trabajo tecnológico de una cultura.

Rabardel caracteriza estas dos perspectivas:

Una perspectiva tecnocéntrica, en la que el hombre ocupa una posición residual y en la que su actividad real no tiene estatus propio; en la mayoría de los casos esta actividad sólo se puede concebir en términos del proceso técnico (...)

Una perspectiva antropocéntrica, en la que el hombre ocupa una posición central desde la que se piensan las relaciones a las técnicas, a las máquinas y sistemas. Esta opción coloca la actividad del hombre en el corazón del análisis, y por esto permite operar la

revolución necesaria para poder hablar de las cosas en función de los hombres – para tomar los términos de Schwartz. (1995, p.25)<sup>5</sup>

En el estudio de la actividad con instrumentos las dos aproximaciones deben ser tenidas en cuenta, aunque para este trabajo se hace necesario privilegiar la perspectiva antropocéntrica ya que se tomará como foco de análisis el sujeto y la forma como este se relaciona con el instrumento.

### ***Aproximación instrumental.***

En la actualidad, la aproximación instrumental está siendo estudiada por los investigadores en Educación Matemática y se concibe como un gran aporte que permite mostrar el impacto que genera la integración de instrumentos con propósitos didácticos en las clases de matemáticas. Según Santacruz:

La aproximación instrumental desarrolla una conceptualización de instrumento, diferenciándola de artefacto. El instrumento, producto de una construcción del sujeto, se presenta como una entidad mixta compuesta por el artefacto y determinadas estructuras conocidas como esquemas de utilización. (2013, p.2)

Cabe resaltar, que lo que realice el sujeto en este proceso es determinante pues es aquí donde se establece esa interacción con los objetos y sistemas de objetos en la construcción del saber matemático; a esto le denomina acción mediada.

Rabardel 1995, resalta el impacto de las tecnologías en el sujeto, reconociendo la naturaleza antropocéntrica del enfoque instrumental

### ***Génesis instrumental.***

Los artefactos y las herramientas tienen un carácter social y cultural y permean de gran manera la construcción del conocimiento del sujeto. En este sentido, la mediación instrumental, se convierte en un concepto central que permite analizar de qué forma los instrumentos influyen en la construcción del saber.

---

<sup>5</sup> Esta cita corresponde a una traducción de la obra de Rabardel (1995) realizada por Martín Acosta

Respecto a lo anterior, Rabardel (1995) reconoce que los instrumentos influyen de gran manera en la construcción del saber y reconoce la importancia de que el profesor anticipe las acciones del estudiante en el proceso instrumental. Cabe resaltar que sólo cuando el estudiante se apropia del artefacto es posible que se evidencie la acción mediada por instrumentos.

Por otra parte, se hace necesario realizar una distinción entre lo que se entiende como artefacto e instrumento. El primero es considerado como un dispositivo material o simbólico usado en la actividad instrumentada, el segundo es construido por el sujeto a partir del artefacto. Este proceso de construcción de un instrumento recibe el nombre de **génesis instrumental**.

(...) El cual incluye también las formas como el sujeto atribuye funciones al artefacto que está usando en su actividad, y por lo tanto las habilidades que desarrolla en este uso. Involucra la evolución de los artefactos en relación con la actividad del sujeto y el surgimiento de los usos. (Pérez, 2014, p.132)

Otro aspecto importante de la génesis instrumental es que posee dos componentes: la instrumentalización y la instrumentación.

De lo anterior, **Rabardel 1995, (citado en Santacruz 2011, p.53)** afirma:

Los procesos de instrumentalización están dirigidos hacia el artefacto: selección, agrupación, producción e institución de funciones, usos desviados, atribuciones de propiedades, transformaciones del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento, etc.

Los procesos de instrumentalización están relacionados con el sujeto: con la emergencia y evolución de los esquemas sociales de utilización y de acción instrumentada: su constitución, su evolución por acomodación, coordinación y asimilación recíproca, la asimilación de artefactos nuevos a los esquemas ya constituidos.

En cuanto a los esquemas de uso, se puede decir que estos son construidos solamente por el sujeto y están “orientados hacia las tareas secundarias correspondientes a las acciones y actividades específicas directamente ligadas al artefacto” (Rabardel,1995, p.172)<sup>6</sup>. Además, estos

---

<sup>6</sup> Esta cita corresponde a una traducción de la obra de Rabardel (1995) realizada por Martín Acosta

poseen una dimensión social y cultural, en la medida en que se inicia su proceso de transmisión social, lo que permite que se constituyan como objetos de enseñanza y aprendizaje en un contexto cultural, lo anterior se conoce como Esquemas Sociales de Utilización.

### **Orquestación instrumental**

Para que el docente puede comprender los procesos de génesis instrumental contruidos por el estudiante y de alguna forma pueda contribuir en la construcción de estos, se hace indispensable tomar decisiones respecto a la organización de la clase. De allí surge la noción de ***orquestación instrumental***, la cual se relaciona con las variables de carácter social que se promueven en la clase y que son determinantes en los procesos de génesis instrumental.

Referente a lo anterior **Trouche 2000, (citado en Santacruz 2011)** afirma:

En cuanto a esta noción (de orquestación instrumental), mostramos que permite definir los objetivos, la configuración y los modos de aprovechamiento de los diferentes dispositivos que se van a constituir, por cada uno de los estudiantes y por la clase, en sistemas de instrumentos coherentes. (p.59)

En este sentido, se puede considerar la orquestación instrumental como un plan de acción que hace parte de un sistema de aprovechamiento didáctico. Este plan se incluye en la clase con el propósito de guiar a los estudiantes cuando usan los instrumentos en la actividad matemática.

Desde ese punto de vista, se concibe la orquestación instrumental como un dispositivo compuesto por cuatro elementos importantes:

- ✓ Un conjunto de individuos (En la mayoría de los casos un profesor y un grupo de estudiantes).
- ✓ Un conjunto de objetivos (Que depende del tipo de tareas, de los objetivos de la clase y el ambiente en el cual se realice el trabajo).
- ✓ Una configuración didáctica (Tiene que ver con la estructura general del plan de acción).
- ✓ Un conjunto de modos de aprovechamiento de esta configuración.

Por lo tanto, es importante que el docente cuente con una organización previa que le permita orientar su clase pues desde la perspectiva de la orquestación instrumental se debe lograr una evolución y un equilibrio de los sistemas de instrumentos en la acción instrumentada.



## Capítulo 4 Diseño del recurso

A continuación, se establecen los aspectos que fundamentan el diseño de cada una de las actividades, así mismo, el análisis de cada una de estas con el fin de presentar hipótesis sobre el posible actuar de los estudiantes en la fase de experimentación y/o ejecución, en donde pondrán a prueba todos sus conocimientos previos relacionados con la temática, los cuales se fundamentan desde un análisis curricular detallado para el grado de escolaridad escogido.

### Concepción y análisis a priori

El recurso pedagógico *“Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo”* tiene como principal objetivo, que el estudiante logre identificar las características de la función lineal y modele matemáticamente la relación funcional que se presenta entre las variables, mediante situaciones problemas (que tengan como contexto escenarios de variación lineal), para ello, se integrarán diferentes registros de representación de la función lineal. Este recurso está diseñado para estudiantes de grado noveno, pues según los DBA de matemáticas al finalizar grado octavo se espera que tengan algunos conocimientos previos que serán necesarios para el desarrollo de actividades, tales como, establecer relaciones de dependencia entre dos magnitudes y expresarlas mediante una función, resolver problemas de proporcionalidad directa e inversa, reconocer que la gráfica de la función lineal es una línea recta, usar su conocimiento sobre funciones lineales para plantear y resolver problemas.

Se reconoce la importancia de estos conocimientos previos partiendo de la afirmación de que “el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización” (Ausubel, 1983, p.14). A partir de estos conocimientos es que se concibe la temática del recurso.

Para la elaboración del recurso se tuvieron en cuenta algunas ideas de la propuesta teórica de la Genesis instrumental de Rabardel (1995), en donde propone una serie de herramientas conceptuales para el análisis de los procesos de mediación instrumental que favorecen la concepción y el uso de recursos que apoyan y pueden facilitar a los estudiantes las actividades de comprensión y aprendizaje de determinados conceptos matemáticos, y al profesor el análisis para la planificación, ejecución y evaluación de las actividades de enseñanza y aprendizaje. Mas

concretamente, esta aproximación teórica permite analizar de qué forma contribuye el uso de los instrumentos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de algún concepto en particular, y la construcción del instrumento a partir de la apropiación que el estudiante realiza del artefacto (Génesis instrumental). Además, se aborda el papel de la visualización y el arrastre en el desarrollo de las actividades que conforman el recurso pedagógico.

Para una concepción y elaboración contextualizada del recurso pedagógico y de las actividades didácticas integradas se revisaron y consideraron diferentes aspectos relacionados con los lineamientos curriculares de matemáticas y los estándares básicos de competencias en matemáticas, planteados por el MEN, a partir de los cuales se da una estructura curricular coherente a cada una de las actividades.

En este sentido, se realiza un análisis de las actividades donde se describe la intencionalidad de cada actividad, las acciones que se espera que el estudiante realice sobre el recurso, las retroacciones de este y los posibles interrogantes o dificultades que puedan surgir en el proceso.

### **Concepción**

A continuación, se presentarán los criterios y aspectos que orientan la configuración del recurso digital para la enseñanza de función lineal en el grado noveno.

#### **De carácter curricular**

En los lineamientos curriculares de matemáticas se proponen cinco procesos generales que se relacionan con el aprendizaje de las matemáticas. Estos procesos cognitivos resultan pertinentes para alcanzar y superar un nivel suficiente en las competencias matemáticas, las cuales se desarrollan mediante las actividades presentadas en diferentes contextos, ambientes y situaciones de aprendizaje significativas, que permitan al estudiante avanzar y fortalecer dichos procesos. Lo anterior, responde a la necesidad de que los estudiantes no sólo logren desarrollar el pensamiento, sino que también adquieran herramientas que les permita comprender y explorar el mundo que los rodea.

Teniendo en cuenta esa visión global e integral que plantea el Ministerio de Educación Nacional (MEN), para este trabajo que tiene como objetivo principal identificar qué puede

aportar un recurso digital al aprendizaje de la función lineal en el grado noveno, se van a proponer actividades en las cuales serán contemplados los siguientes procesos:

### ***Resolución y planteamiento de problemas***

Las propuestas curriculares recientes, plantean la necesidad de que la resolución de problemas contextualizados sea considerada parte fundamental del currículo de matemáticas. En este sentido, el MEN menciona la importancia de que los estudiantes logren formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, aplicando diversas estrategias para resolverlos. De igual forma, es indispensable la verificación e interpretación de resultados para que posteriormente puedan plantear la generalización de las soluciones encontradas.

De esta manera los estudiantes podrán reconocer la utilidad de las matemáticas, en el caso particular de este trabajo, podrán comprender la aplicación que se le puede dar al concepto de función lineal. Para lograr lo anterior, se presentarán situaciones problemáticas ficticias de su entorno que puedan ser significativas y de su interés.

### ***El razonamiento***

Este proceso tiene que ver con la organización que se le debe dar a las ideas para que sea posible llegar a una conclusión. En los lineamientos curriculares de matemáticas se relaciona el razonamiento con los siguientes aspectos:

- Dar cuenta de los procesos que se siguen para llegar a las conclusiones.
- Justificar estrategias y procedimientos que se usaron en el problema.
- Formulación de hipótesis, conjeturas y predicciones.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Usar argumentos propios para exponer ideas.

Para que se pueda lograr lo anterior es necesario que el docente cree en el aula un ambiente que conlleve al estudiante a explorar, aplicar ideas y a desarrollar el pensamiento crítico.

### ***La comunicación***

Este proceso se concibe como uno de los más importantes en el aprendizaje de las matemáticas ya que conlleva a que los estudiantes puedan establecer ese vínculo entre nociones intuitivas y el lenguaje de las matemáticas.

**Romberg 1991, (citado por el MEN., 1998, p. 74)**, hace alusión a la importancia de la comunicación verbal y escrita, presentando las siguientes razones:

- La comunicación en forma de argumento lógico es indispensable para el discurso matemático.
- Por medio de la comunicación los conocimientos personales se sistematizan y posteriormente se aceptan como conocimiento nuevo.
- El desarrollo en las categorías y estructuras del sistema lingüístico estructura la comprensión del niño.

El papel del docente en este proceso es fundamental pues es quien debe guiar, escuchar, preguntar y calificar el trabajo de los alumnos por medio de actividades que sean significativas y pertinentes. De este modo, podrá proporcionar herramientas para que estos logren desarrollar esas habilidades comunicativas.

### ***La modelación***

Aunque la resolución de problemas y la modelación son dos procesos diferentes, están estrechamente ligados. Esta relación está dada porque en la resolución de problemas se hace uso de diversos contextos y algunos de ellos se incluyen con el propósito de lograr modelar esas situaciones.

Por consiguiente, la modelación tiene como punto de inicio una situación problemática real, dicha situación debe ser estructurada de tal forma que lleve a la formulación del problema. Los conceptos, datos y todos los demás aspectos que están inmersos en esa formulación deben ser matematizados para que finalmente pueda ser construido el modelo matemático. El modelo encontrado deberá ser validado, es decir los resultados se deben interpretar tomando como referencia la situación real. En el proceso puede ser necesario devolverse a retomar el problema en diversas ocasiones.

### ***Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos***

Es indispensable que el estudiante haga cálculos correctamente, que siga instrucciones, que use la calculadora de manera correcta para hacer operaciones, que transforme expresiones algebraicas desde una forma hasta otra, que mida longitudes, que halle áreas y volúmenes; es decir que tenga un dominio de los procedimientos elementales, ya que éstos facilitan

aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana. No sólo los métodos de cálculo o algoritmos son considerados como procedimientos, las construcciones geométricas por ejemplo también son consideradas procedimientos según el currículo de matemáticas.

**Luis Rico 1995, (citado por el MEN., 1998, p. 82),** presenta una categorización de los diferentes procedimientos según la naturaleza y la utilidad de estos:

Los Procedimientos de tipo aritmético que son indispensables para el manejo apropiado del sistema de numeración decimal y las cuatro operaciones básicas, los de tipo métrico que se usan para los aparatos más comunes de las magnitudes, los de tipo geométrico que se emplean para la construcción de modelos geométricos y otros que pertenecen a esta categoría que están relacionados con representaciones y gráficas. Por último, se encuentra los procedimientos de tipo analítico que tienen que ver con algebra, funciones y cálculo.

Este último tipo de procedimientos serán trabajados en el presente trabajo pues el estudiante tendrá la labor construir la función lineal que modela la situación problema, a partir de la representación tabular, que deberá construir previamente, o de otro tipo de representación.

Como se mencionó anteriormente, para la elaboración del recurso digital de esta propuesta es necesaria la integración de los procesos generales para así, promover el desarrollo del pensamiento variacional y un aprendizaje significativo del concepto de función lineal. Cabe resaltar, que los procesos que se incluyeron con mayor fuerza en el diseño de las actividades fueron el de resolución de problemas, el razonamiento y la modelación matemática.

En los lineamientos curriculares de matemáticas se plantea la necesidad de contextualizar las matemáticas para poder poner en práctica el aprendizaje activo, es decir; se reconoce la importancia de incluir situaciones problemáticas de la vida diaria, de las matemáticas y de otras ciencias para que de esta forma los estudiantes puedan explorar problemas, analizar preguntas y construir modelos o reflexionar sobre ellos.

Como la resolución de problemas es considerada una estrategia de enseñanza útil para el aprendizaje de las matemáticas, en las actividades del recurso se plantearán situaciones problema que tendrán como escenarios situaciones ficticias de la vida diaria donde la variación y el cambio determinan una relación específica entre dos magnitudes.

Es por esta razón que se vio la necesidad de incluir en esta propuesta situaciones de contexto, en donde el estudiante a través de esa relación entre variables (número de visitas que recibe Facebook por minuto y dinero que paga YouTube por las visualizaciones de cada video subido a la página) pueda dar cuenta de aspectos más importantes de la función lineal y la función afín, entre los cuales se encuentran:

- Variable dependiente y variable independiente.
- Proporcionalidad inversa y directa en la función lineal y afín.
- Dominio y rango.
- Modelación de situaciones problema que expliciten el patrón de variación.
- Diferencias entre la función lineal y la función afín.
- Pendiente.

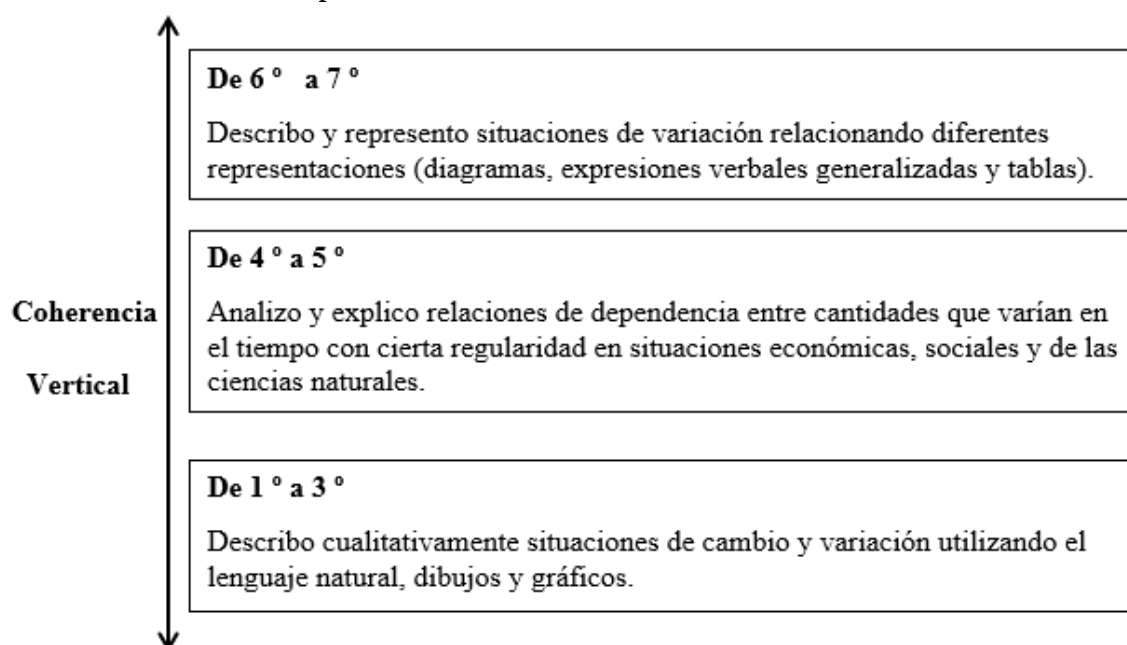
Por otro lado, las actividades cuentan con algunas herramientas que tienen que ver con los sistemas de representación asociados a la variación como lo son los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano y el lenguaje algebraico. La tabla, particularmente puede ser de gran ayuda cuando se inicia con el estudio de la función pues de esta forma es posible presentar una función numéricamente, lo que permite la identificación de la relación entre dos variables y la construcción de la gráfica cartesiana. De este modo se podrá potenciar el estudio dinámico de la variación.

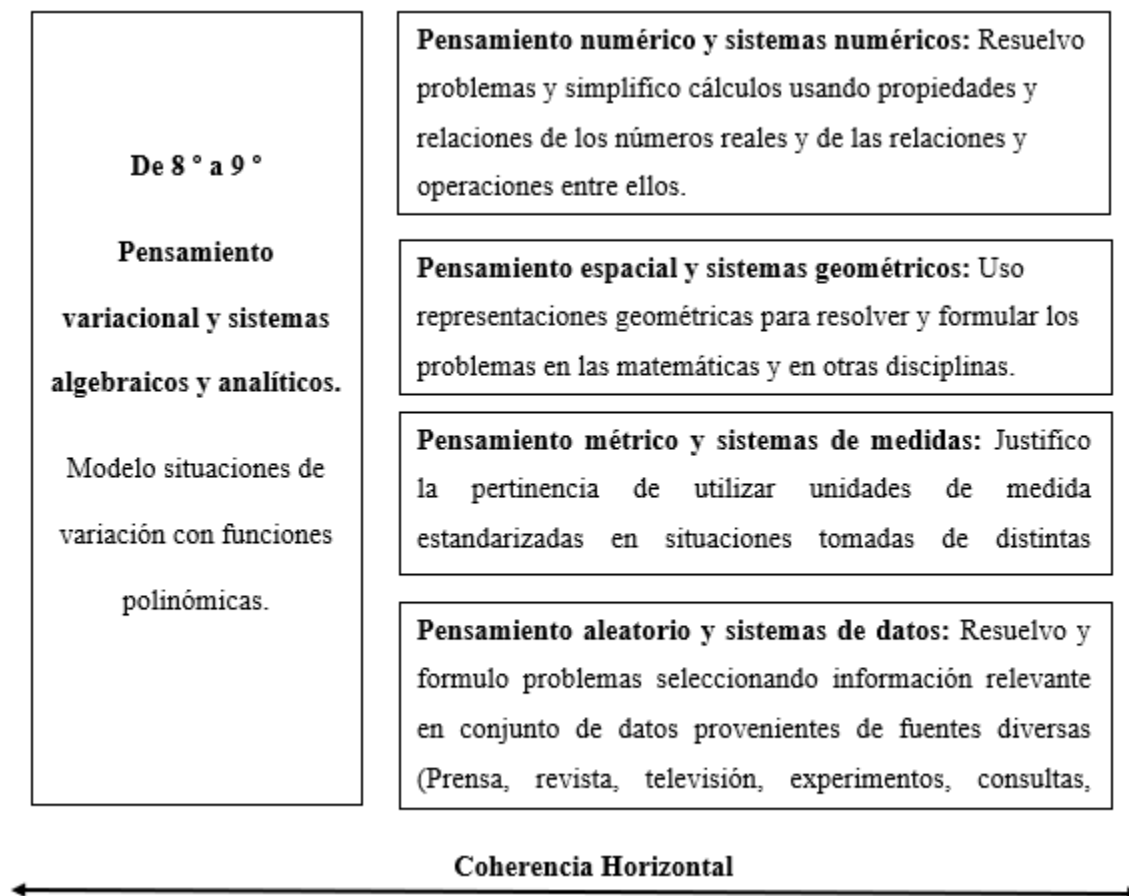
Además, uno de los propósitos de las preguntas formuladas en las actividades tiene que ver con el hecho de que el estudiante desarrolle ciertas habilidades relacionadas con el razonamiento, en este sentido, el estudiante deberá elaborar conjeturas e hipótesis, argumentar y comunicar sus ideas, expresar la situación problemática en términos de una función, etc. Para darle sentido a la situación problemática es importante que se construya la expresión de la función que modele la situación.

Debido a la estructura que plantea el MEN de los Estándares básicos de competencia de matemáticas y esa transversalidad que existe entre algunos de los pensamientos, se hace indispensable que la complejidad del aprendizaje de los conceptos matemáticos se realice de forma gradual y organizada. Para ello, se propone un diagrama que relaciona los estándares básicos de competencia de matemáticas, particularmente para el aprendizaje de la función lineal.

El diagrama estaría organizado de la siguiente forma; una coherencia vertical que expone esa relación entre el estándar que pertenece al pensamiento variacional del grado octavo y noveno (enfocado al tema de función lineal) con los demás estándares del mismo pensamiento en los otros conjuntos de grados y una coherencia horizontal que muestra la relación entre el mismo estándar con los estándares de los demás pensamientos para los mismos grados.

A continuación, se presentará el diagrama que representa las relaciones entre los estándares básicos de competencias de matemáticas descritas anteriormente





De esta manera se muestra que desde los tres primeros años de escolaridad se inicia el proceso del desarrollo del pensamiento variacional con el reconocimiento de situaciones de variación, para que, en los dos grados siguientes el estudiante pueda realizar deducciones de la relación entre dos magnitudes o variables que se presentan en las situaciones de contexto y el comportamiento de estas. De esta forma, se puede contribuir al desarrollado de ciertas habilidades para modelar relaciones funcionales y solucionar este tipo de problemáticas que requieren un nivel mayor de razonamiento, ya que se involucran diferentes representaciones propias de la variación.

De igual forma, en la coherencia horizontal se muestra la importancia de los demás pensamientos en el estudio de la variación. En el caso del pensamiento numérico, por ejemplo, es necesario que el estudiante tenga un dominio de los sistemas numéricos para efectuar de manera correcta los procedimientos algebraicos desde los contextos de variación. Además, se puede

relacionar con el pensamiento geométrico si las variables son espaciales y con el pensamiento métrico si las variables son magnitudes. En el pensamiento aleatorio los sistemas de datos pueden presentarse de forma dinámica y variacional. Para hacer evidente esta relación, en las situaciones de las actividades que se van a plantear en el recurso intervienen magnitudes y variables como tiempo, dinero etc., con el fin de que el estudiante pueda reconocer y experimentar esa relación de las matemáticas con su cotidianidad, con el fin de que logren darle sentido y significado al concepto de función lineal.

### **La visualización matemática**

En los últimos años la visualización ha sido considerada por investigadores en Educación Matemática como un proceso muy importante que algunos docentes dejan a un lado para centrarse sólo en los procedimientos algebraicos. Por ejemplo, Hitt (1998) afirma que en los trabajos realizados por Vineer (1989), Eisenberg y Dreyfus (1990) se hace alusión al hecho de que los alumnos tienen mayor preferencia por lo que es de naturaleza algorítmica y/o algebraica que por lo que es de tipo visual, ya que lo primero exige una demanda cognitiva inferior a lo que requiere el pensamiento visual.

Los objetos matemáticos no se pueden concebir como objetos reales por lo tanto su estudio requiere de procesos como la visualización. **Duval 2002, (citado por Godino, Gonzato, Cajaraville y Fernández., 2012, p.111)** hace una distinción entre la visión y la visualización, afirmando que la primera tiene que ver con la percepción directa del objeto y la segunda está ligada a la representación semiótica de un objeto pues es una actividad cognitiva extrínsecamente semiótica, es decir ni mental, ni física. En este sentido, se puede concebir la visualización con un proceso complejo que no está relacionada con la acción de ver u observar un objeto pues “la noción de visualización o pensamiento visual está fuertemente ligada con la capacidad para la formación de imágenes mentales. Lo que caracteriza una imagen mental es hacer posible la evocación de un objeto, sin que el mismo esté presente” **(Castro y Castro, Idem, (citado en Planchart O., 2002, p. 37))**

Por lo tanto, la visualización permite la comprensión de los objetos matemáticos a pesar de que estos no pueden ser perceptibles a los sentidos del sujeto pues se trata más de un proceso mental que involucra objetos que no son concretos. De igual forma, **Zimmerman y**

**Cunningham 1990, (citado en Hitt F., 1998, p.3)** presentan una caracterización de la visualización y la visualización matemática:

Visualizar un diagrama significa simplemente formar una imagen mental del mismo, pero visualizar un problema significa entenderlo en términos de un diagrama o una imagen visual. La visualización matemática es el proceso de formación de imágenes (mentalmente o con lápiz y papel, o con tecnología) y el uso de tales imágenes en forma afectiva para el descubrimiento matemático y el entendimiento.

Desde un punto de vista geométrico, este término se relaciona con la capacidad del sujeto “para realizar tareas que requieren ver o imaginar mentalmente los objetos geométricos espaciales, así como relacionar los objetos y realizar determinadas operaciones o transformaciones geométricas con los mismos” (Godino, Gonzato, Cajaraville y Fernández, 2012, p.110).

En los temas que no son de carácter sólo geométrico la visualización se trabaja desde la resolución de problemas y la formulación de conjeturas, esto tiene que ver con entender el enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión, lo cual permite realizar una acción que posiblemente puede conducir hacia la solución del problema.

Sabiendo que el objeto matemático que se aborda en este trabajo es la función lineal, es necesario abordar el tema de la importancia de los diferentes registros de representaciones semióticas<sup>7</sup> que posee este concepto pues **Duval (1993), (citado en Hitt F., 1998, p.23)** menciona que para la comprensión de un objeto matemático es necesario el uso de al menos dos registros de representación semiótica. Cabe resaltar que además del reconocimiento y del dominio de los diferentes registros de representación de la función, es necesaria la articulación entre estos pues estos no deben concebirse como elementos aislados.

---

<sup>7</sup> Duval (Idem) define Las representaciones semióticas como producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento.

Como se mencionó anteriormente el concepto de función, en particular el de función lineal, relaciona representaciones en diferentes registros (gráfica, tabla, lenguaje natural, algebraico), investigaciones en educación matemática recientes (Rey, Boubée, Sastre & Cañibano, 2009) determinan la existencia de algunas dificultades que presentan estudiantes respecto a la incapacidad de poder relacionar y articular de manera coherente estos registros de representación. Por esta razón, se considera necesario incluir actividades con las que se logre trabajar la función lineal como un concepto de múltiples representaciones que pueden ser comprendidas y analizadas, gracias a las herramientas que ofrecen las nuevas tecnologías.

En concordancia con lo anterior, con esta propuesta se intenta salir de la estructura que presentan la mayoría de textos escolares o docentes para la enseñanza de esta noción, los cuales se basan en una serie de ejercicios en donde deben realizar ciertos procedimientos de tipo algorítmico y/o algebraico de manera repetitiva, además en varias ocasiones se excluyen algunos registros de representación o se trabaja el paso de la representación algebraica a la representación gráfica, dejando de lado el proceso contrario (paso de la representación gráfica a la algebraica) y otras relaciones entre los demás registros.

Por consiguiente, las actividades que conforman el recurso digital enfatizan en el trabajo de articular una representación con otra. Es decir, se proponen diferentes problemas contextualizados que se toman como punto de partida para que el estudiante reconozca las características de la función lineal, aprovechando las herramientas y las ventajas que posee Geogebra para crear un ambiente propicio donde el estudiante además de movilizar conocimiento pueda desarrollar habilidades visuales que lo lleven a la comprensión y articulación de los registros de representación.

### **El arrastre**

Con los softwares de geometría dinámica, particularmente con Geogebra se tiene la posibilidad de crear ambientes de aprendizaje con un componente dinámico que no es posible alcanzar con el modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas. El uso de esta herramienta se constituye como una estrategia valiosa para la enseñanza de la geometría pues debido a las características que posee permite la manipulación de los objetos geométricos haciendo visibles sus propiedades.

Lo anterior es posible gracias a la operación de arrastre, que influye de manera significativa en la construcción del conocimiento geométrico ya que en cada acción de este tipo está inmerso un proceso cognitivo importante. Larios presenta la utilidad que puede tener la acción arrastre:

“La operación arrastre permite al usuario la modificación directa de la forma o posición de los objetos geométricos construidos mediante el uso del ratón (o algún otro periférico de la computadora) sin que se dejen de preservar las relaciones geométricas con las que fueron construidos” (2006, p.367)

Cabe mencionar que se reconocen diferentes finalidades por las cuales el estudiante pueda pretender realizar una acción de arrastre y diversas funciones que puede tener esta operación, **Olivero 2003, (citado en Larios, V., 2006, p. 367)** presenta una clasificación de las funciones de arrastre:

- El arrastre como retroalimentación de acciones que realiza el usuario, permitiéndole tener el control sobre la construcción.
- El arrastre como mediador entre la figura y el dibujo, permitiéndole al usuario hacer una distinción entre ambas nociones.
- El arrastre como modo de examen o modo de búsqueda, que le permite al usuario examinar su construcción y buscar propiedades invariantes

Cabe resaltar, que debido a que el objeto de estudio de este trabajo es la función lineal, las principales finalidades con que el estudiante deberá realizar la acción de arrastre corresponden a la construcción de los diferentes registros de representación y validación de estos, con el fin de llevar a cabo razonamientos que permitan la articulación de dichos registros y la comprensión significativa del concepto trabajado.

Por esta parte, Azarello, Olivero, Paola y Robutti (2002) caracterizan las modalidades cognitivas del arrastre descubriendo que generalmente se conserva cierto orden jerárquico entre ellas:

- Arrastre errante: Mover los puntos básicos en la pantalla de manera aleatoria, sin un plan, a fin de descubrir configuraciones o regularidades interesantes.

- Arrastre de borde: Mover un punto semi-arrastrable que ya está ligado a un objeto.
- Arrastre guiado: Arrastre de puntos básicos de una figura a fin de darle una forma particular.
- Arrastre de lieu muet: Mover un punto básico, de tal manera que la figura mantenga una propiedad descubierta; esto significa que sigue una trayectoria oculta. Incluso sin ser consciente de esto.
- Arrastre en línea: Dibujar nuevos puntos en los que se mantiene la regularidad de la figura.
- Arrastre ligado: Ligar un punto a un objeto y moverlo en él.
- Examen de arrastre: Mover puntos arrestables o semi-arrastrables, a fin de ver si la figura mantiene las propiedades iniciales (Olivero ,2003, p.66)

Geogebra no sólo es un excelente mediador entre el conocimiento geométrico y el estudiante pues también es posible integrar otros procesos correspondientes a otras áreas relacionadas con el pensamiento variacional. Con el uso de Geogebra se pueden crear ambientes de aprendizaje que promuevan los procesos de visualización y representación de situaciones de variación donde la operación arrastre puede ser usada con el fin de comprender y analizar algunas características y propiedades de las funciones, particularmente de la función lineal.

Teniendo en cuenta lo anterior, el recurso digital de esta propuesta ha sido diseñado mediante actividades relacionadas con la representación gráfica de la función lineal, en la cual la acción arrastre tiene una intencionalidad prominente. En la actividad el estudiante debe desplazar un deslizador con el propósito de lograr comprender el comportamiento de la representación gráfica (cuando varía la pendiente y el intercepto de función lineal) en relación con la representación algebraica y tabular.

En primera instancia el estudiante debe mover el deslizador sin un plan específico marcado, sólo para poder observar los cambios que la gráfica tiene (arrastre errático). Posteriormente se plantean preguntas para dar a la gráfica una forma particular con el fin de que el estudiante pueda establecer lo que sucede con la orientación de la recta cuando la pendiente es

positiva o negativa y la transformación que esta tiene cuando cambian los valores del intercepto (arrastre guiado).

### Análisis a priori

A continuación, se presentan los criterios que orientan la configuración del recurso digital para la enseñanza de función lineal en el grado noveno; para ver las fichas del estudiante ver anexo 3.

#### Ficha de identificación

|                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Nombre del recurso</b>                                                               | Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Nombre de los archivos</b>                                                           | Actividad 1, actividad 2 y actividad 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Autores</b>                                                                          | Lilian Estefania Maradiago y Yuly Andrea Aguilar                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Asesor(a)</b>                                                                        | Diana Ximena Ortiz                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Nivel</b>                                                                            | Grado noveno (9°)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Palabras claves</b>                                                                  | Recurso, función, variable                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>Contenidos</b>                                                                       | <p>Función lineal.</p> <p>Función afín.</p> <p>Articulación de las representaciones de la función lineal y afín.</p> <p>Transformaciones de la función lineal y a fin.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>Descripción de los referentes curriculares en el que se enmarcan las actividades</b> | <p>Las actividades del recurso pedagógico están diseñadas teniendo en cuenta algunos planteamientos realizados por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia en los Estándares básicos de Competencias en Matemáticas y en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas referente a la enseñanza y aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno.</p> <p>En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas se reconoce la importancia que tiene el enseñar matemáticas a través de situaciones problemáticas. De esta forma se pueden generar ambientes propicios de aprendizaje que contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático, además, el estudiante podrá</p> |

|                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                           | <p>reconocer la utilidad de las matemáticas.</p> <p>En los Estándares básicos de Competencias en Matemáticas se plantea la necesidad de que el estudiante al finalizar el grado noveno modele situaciones de variación con funciones polinómicas.</p> <p>Partiendo de todo anterior, en este trabajo se van a proponer actividades que tengan como escenario contextos de la vida diaria en donde se evidencie una relación entre magnitudes. De igual forma, se integrarán los cinco procesos generales (razonamiento, resolución de problemas, modelación, ejercitación de procedimientos y comunicación) y las diferentes representaciones de la función lineal.</p>                                                            |
| <b>Descripción del recurso pedagógico</b> | <p>El portal de internet Wix fue usado para crear una página web, en donde se podrá tener acceso al recurso pedagógico y a la información más importante de este.</p> <p>“Facebook &amp; YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo”, diseñado en Geogebra integra los aspectos más importantes de la función lineal y la función afín. Se proponen tres actividades (situaciones problemas de variación), en las cuales el estudiante tendrá que interactuar de manera significativa con el recurso, (haciendo uso de algunas herramientas del software) para comprender la relación entre variables y lograr construir y articular los diferentes registros de representación de la función lineal y la función afín.</p> |
| <b>Descripción del software</b>           | <p>GeoGebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto sencillo y potente a nivel</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>operativo.</p> <p>Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas</p> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Tabla 1 Ficha de identificación

### Ficha de escenario

|                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Nombre del recurso</b>              | Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Objetivo</b>                        | Identificar las características de la función lineal a partir de situaciones problemas que tienen como escenarios contextos de variación y que involucren diferentes registros de representación.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Indicaciones para el escenario</b>  | <p>Para la organización de la puesta en acto del recurso pedagógico <i>Facebook &amp; YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo</i> es necesario disponer de una sala de sistemas que cuente con computadores que tengan instalado el programa Geogebra. Además de esto, los equipos deben tener una buena conexión a internet para que sea posible acceder a la plataforma en donde se encuentran las actividades.</p> <p>El tablero y el video beam son herramientas que el docente debe tener a disposición durante todo el proceso.</p> |
| <b>Organización de los estudiantes</b> | Es necesario que cada estudiante cuente con un computador para que tenga la oportunidad de explorar e interactuar con el recurso las veces que considere necesario, la ubicación de los equipos debe ser cercana para facilitar la comunicación entre los estudiantes.                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Gestión del profesor</b>            | Para iniciar con las actividades es importante que el docente haga una pequeña introducción en donde dé a conocer el objeto matemático que se va a trabajar y las pautas que los estudiantes                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

|                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                      | <p>deben tener presentes para el desarrollo de las actividades (tiempo para cada actividad, si las actividades se realizarán en grupo o individualmente, etc.). Adicional a esto, debe informar a los estudiantes que el recurso pedagógico esta mediado por Geogebra e informar las instrucciones para acceder a él.</p> <p>Posteriormente debe asegurarse que los estudiantes después de haber leído la introducción del recurso (se encuentra en la opción recurso-función lineal, en la parte superior de la página), hayan comprendido el escenario y el contexto del recurso pedagógico abordado.</p> <p>Cuando el estudiante inicie con el desarrollo de la primera actividad, el profesor debe darle tiempo para que el explore y sólo si es necesario debe intervenir, en caso de que surjan preguntas que tengan que ver con el reconocimiento de las variables y su relación de dependencia (base fundamental para que el estudiante logre construir la función lineal en sus diferentes representaciones) el docente debe hacer todo lo posible para darle indicaciones que lo lleven a interactuar con el recurso .Es decir, debe hacer preguntas como: cuando arrastras el deslizador para aumentar los minutos: ¿qué sucede con el número de visitas al Facebook?, ¿Qué consideras que determina el número de visitas?</p> <p>Una vez el estudiante reconozca el tipo de variables y su relación de dependencia, tendrá las herramientas para realizar las demás tareas. En la ficha del profesor, se presentará un análisis exhaustivo del papel del docente es cada una de las actividades.</p> |
| <p><b>Uso de herramientas:</b></p> <p><b>Modo de explotación</b></p> | <p>Es indispensable dar algunas pautas importantes acerca del rol del docente respecto a la mediación del instrumento en la puesta en escena del recurso <i>Facebook &amp; YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo.</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                   | <p>Se reconoce que el recurso fue diseñado con la intención de darle mayor protagonismo a los procesos instrumentales realizados por el estudiante. Sin embargo, el acompañamiento y las intervenciones que realice el docente influyen de manera directa en el desarrollo de la experimentación, pues con ellas el docente puede movilizar y potenciar la evolución de las génesis instrumentales.</p> <p>Teniendo en cuenta esta perspectiva, en el diseño de las actividades se tomaron en cuenta dos tipos de orquestación instrumental.</p> <p>Se tomó en consideración la <i><b>discuss-the-screen</b></i>, pues se espera que sólo en los momentos requeridos el docente sea quien propicie y se involucre en algunos espacios de discusión entre los estudiantes. Al finalizar las tres actividades: <i><b>El Impacto de la red social Facebook, Financiamos con YouTube y El modelador de situaciones lineales</b></i>, los cuales conforman el recurso, es necesario que el docente abra otro espacio en cual los estudiantes puedan hacer preguntas y exponer algunas ideas acerca de cada actividad realizada. En este sentido se considera importante incluir el tipo de orquestación <i><b>spot-and-show</b></i> pues se espera que los estudiantes comuniquen sus razonamientos a los demás compañeros.</p> |
| <b>Tiempo para cada actividad</b> | <p>Para realizar las tres actividades que conforman el recurso pedagógico es necesario disponer de un tiempo aproximado de tres horas, en los primeros 10 minutos se debe realizar la introducción de la experimentación. Para la actividad 1 y la actividad 2 se estima un aproximado de 80 minutos y 40 minutos respectivamente. Para la actividad 3 se requiere un periodo de tiempo mínimo de 40 minutos. En el tiempo restante el docente debe cerrar la puesta en acto. Los valores mencionados anteriormente pueden ser modificados por el docente pues cada grupo de estudiantes puede</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

|  |                              |
|--|------------------------------|
|  | accionar de forma diferente. |
|--|------------------------------|

*Tabla 2 Ficha de escenario*

### Ficha del profesor

|                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Nombre del recurso</b>                                  | Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Autores</b>                                             | Yuly Andrea Aguilar Chamorro<br>Lilian Estefanía Maradiago                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Palabras claves</b>                                     | Recurso, función, variable                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Descripción del recurso pedagógico</b>                  | El recurso pedagógico “Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo” cuenta con actividades que integran los aspectos más importantes de la función lineal y la función afín (tipo de variables, componentes: pendiente-intercepto, dominio, rango, función creciente, función decreciente y las diferencias entre la función lineal y la función afín). Para el desarrollo de las tres actividades (situaciones problemas de variación) el estudiante tendrá que interactuar de manera significativa con el recurso, es decir, deberá usar algunas herramientas del software como el deslizador y la barra de entrada para lograr comprender la relación entre variables. Lo anterior, es fundamental para que pueda identificar los componentes de la función lineal y la función afín mencionados al inicio de la descripción, al mismo tiempo, en las actividades se le da la oportunidad al estudiante de que construya y articule los diferentes registros de representación. |
| <b>Actividad 1</b><br>El impacto de la red social Facebook | Tiene como propósito que el estudiante identifique características de la función lineal a partir de una situación problemática que tiene como escenario un contexto específico de variación que consiste en el número de personas que visitan la red social Facebook por cada minuto en una ciudad específica. En la primera parte (hoja de trabajo 1.1), se busca                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                 | <p>que el estudiante a través de la exploración al recurso logre identificar el tipo de magnitudes que intervienen en la situación, como se comportan y la relación de dependencia que existe entre ellas.</p> <p>En la segunda parte (hoja de trabajo 1.2), el objetivo es que el estudiante partiendo de la información que proporciona el recurso mediante la manipulación de este, pueda razonar acerca del comportamiento de las magnitudes para completar los datos en la representación tabular de la función lineal. A partir de esos datos se construirá la representación gráfica y algebraica de la función. Finalmente se analizan las características propias de la representación gráfica de la función lineal que la diferencian de la función afín, es decir, mediante las preguntas, se llevará al estudiante a que logre visualizar que la gráfica de la función lineal pasa por el origen, además tendrá que darle una interpretación a esto en relación con situación.</p> |
| <b>Actividad 2</b><br>¡Financiamos con YouTube! | <p>Esta actividad tiene como objetivo que el estudiante logre reconocer las características de la función afín mediante una situación problemática de contexto. Además, se pretende que, a través los diferentes tipos de representación de la función, pueda dar cuenta de las diferencias de la función lineal con la función afín. Se toma como punto de partida una situación problemática que tiene como contexto el recaudo que puede lograr hacer un colegio por medio de YouTube al subir contenidos a esta página, dicho dinero recaudado se usará para mejorar las instalaciones de su sala de sistemas. Se describe la relación entre dos magnitudes (visualizaciones de un video y pago por cada visualización en dólares). En la</p>                                                                                                                                                                                                                                              |

|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                   | <p>primera parte de la actividad (hoja de trabajo 2.1), se espera que el estudiante a través de la interacción con el medio logre completar la tabla de valores y pueda construir la representación gráfica de la misma.</p> <p>Además, se pretende que pueda reconocer el dominio y rango de una función a partir de la situación problema planteado. En la segunda parte (hoja de trabajo 2.2), se tiene como propósito que el estudiante identifique las diferencias de la función lineal y la función afín y pueda darle una interpretación a las representaciones gráficas en términos de la situación problema.</p>                     |
| <b>Actividad 3</b><br>El modelador de situaciones lineales        | <p>Esta actividad de cierre (hoja de trabajo 3) tiene como objetivo que el estudiante logre determinar cómo se comporta una función creciente o decreciente. Además, que pueda articular los diferentes registros de representación cuando la función toma ciertas características particulares (pendiente positiva, pendiente negativa, pendiente igual a cero, etc.) para que finalmente pueda interpretar el significado de la pendiente en las situaciones que se puedan modelar a través de la herramienta presentada.</p>                                                                                                               |
| <b>Sugerencias metodológicas que orientan la experimentación.</b> | <p>Este recurso pedagógico está diseñado para estudiantes de grado noveno, por lo tanto, su finalidad no está basada en la construcción del concepto de función lineal ya que desde grado octavo se empieza el estudio de esta noción. Es decir, se espera que los estudiantes tengan unos saberes previos (Que es la función lineal y como se representa, dominio, rango, función creciente y decreciente) que se deben aplicar en el desarrollo de las actividades. En lo posible las actividades se deben realizar individualmente (Un estudiante por equipo) para lograr que cada estudiante interactúe con el medio y pueda explorar</p> |

|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                   | <p>cada actividad. Con esto se busca que pueda hacer los razonamientos necesarios y compruebe de manera efectiva las conjeturas que formule. Esto no quiere decir que en el proceso no se vayan a propiciar momentos de discusión y socialización entre todos los estudiantes y el docente.</p> <p>En algunos momentos de la experimentación, (cuando finalice cada actividad) se debe abrir un espacio en donde los estudiantes tengan la oportunidad de expresar las dudas o interrogantes que tengan. El docente debe estar muy atento durante el desarrollo de las actividades a cualquier dificultad que pueda surgir principalmente al inicio de la primera actividad, ya que es fundamental que el estudiante reconozca la relación entre variables que se logra visualizar en el recurso. Una vez que el estudiante logre comprender lo anterior, tendrá herramientas para solucionar las demás actividades. La idea es que el estudiante por medio de la interacción con el recurso sea el principal protagonista del proceso, el docente debe ser un mediador y en lo posible debe responder con preguntas orientadoras que lleven al estudiante a realizar una acción sobre el medio (recurso pedagógico), mientras los estudiantes están interactuando con el recurso, el docente debe estar supervisando que no haya inconvenientes con las actividades.</p> <p>A continuación, se presentará una descripción más detallada de lo que debe tener en cuenta el docente en el desarrollo de las actividades.</p> |
| <b>Sugerencias para la gestión didáctica a cargo del profesor</b> | <p><b>El Impacto de la red social Facebook</b></p> <p>Para iniciar con esta actividad el docente debe indicar a los estudiantes que procedan a darle una lectura al enunciado de la</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>primera situación para dar inicio a la exploración y posteriormente leer las indicaciones que están en la parte inferior, (Diríjase a la primera parte: hoja de trabajo 1 parte 1).</p> <p><b>Pregunta 1:</b> ¿Que magnitudes intervienen en la situación?</p> <p>La interacción con el recurso permite evidenciar la naturaleza de las magnitudes, en este sentido se espera que el estudiante logre identificarlas (minutos-tiempo y número de visitas del Facebook-cantidad) y pueda visualizar cómo se comportan las dos variables que hacen parte de la situación (número de visitas que recibe la red social Facebook por un tiempo determinado: cada minuto transcurrido).</p> <p>.</p> <p><b>Pregunta 2:</b> Con ayuda del deslizador, explica: ¿Qué sucede con las visitas cuando transcurren los minutos? ¿Esta situación es directamente proporcional o inversamente proporcional? Explique su respuesta.</p> <p>Con esta pregunta, se busca que el estudiante analice más a fondo el comportamiento de las variables para sacar conclusiones más precisas. Se espera que logre concluir que se trata de una función lineal creciente debido al comportamiento de las magnitudes que intervienen en la situación ya que estas son directamente proporcionales, lo que permite que su representación gráfica y su representación algebraica tenga algunas particularidades (que pase por el origen y que tenga la forma <math>f(x) = mx</math>).</p> <p>Si algún estudiante manifiesta no conocer el concepto de proporcionalidad, el docente debe presentar ejemplos de otros</p> |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

contextos donde se dé una relación entre dos magnitudes directamente proporcionales e inversamente proporcionales, es decir, situaciones en donde las dos magnitudes tengan un comportamiento de crecimiento o de decrecimiento y otras situaciones en las que una magnitud presente un comportamiento de crecimiento mientras la otra decrece.

**Pregunta 3:** ¿Cuál es la magnitud dependiente, es decir, aquella que necesita de otra para poder ser encontrada?

La Identificación de la variable dependiente e independiente de la función es más significativa si se logra establecer a través de una situación problemática. El recurso brinda todas las herramientas necesarias para que el estudiante pueda responder esta pregunta dado que muestra de forma dinámica, mediante el movimiento del deslizador (indicador de los minutos transcurridos), la dependencia del número de visitas de la página Facebook respecto al tiempo (minutos transcurridos).

En caso de que un estudiante le comunique al docente que no logra encontrar dicha relación entre las variables es necesario que el docente le dé algunos valores arbitrarios del tiempo (Por ejemplo, en el minuto tres, en el minuto cinco) o que realice preguntas que hagan pensar al estudiante cuál de las dos magnitudes es necesario saber para encontrar la otra, por ejemplo, ¿si no se conoce la cantidad de minutos es posible determinar las visitas?, ahora, ¿si tenemos la cantidad de minutos se puede saber cuántas visitas tiene el perfil?, por último, ¿Cuál es la magnitud que no puede ser encontrada sin ayuda de la otra?; para que el estudiante a través de la exploración y los procesos de razonamiento logre observar que

el número de visitas que tiene la página Facebook depende de la cantidad de minutos transcurridos.

(Segunda parte: hoja de trabajo 1 parte 2)

**Pregunta 1:** ¿Cómo pudiste determinar la cantidad de visitas para 40.5 minutos?

Con esta pregunta se busca que el estudiante exponga los razonamientos que hizo para completar la tabla.

Se espera que pueda analizar detenidamente la forma como aumentan las visitas respecto al tiempo para poder deducir los valores de la tabla. Es importante mencionar que en esta instancia el estudiante debe tener clara la relación entre las variables y el comportamiento de estas. El applet le proporciona una información (número de visitas en los primeros cinco minutos) en la medida en que arrastre el deslizador, esta información es indispensable para que pueda deducir los valores de la tabla faltantes. Cuando el estudiante ingrese en la opción entrada los valores de la tabla, el recurso le verificará si los valores encontrados son los correctos o no (retroacción). Con la información de la tabla se deben ubicar los puntos para la construcción de la gráfica de la función.

**Pregunta 2:** Escribe una expresión algebraica (que relacione del número de personas en función de los minutos transcurridos) que modele la situación.

La tabla de valores de la función es considerada una de las representaciones más importantes ya que en ella se puede

evidenciar la correspondencia de variables. Se espera que el estudiante pueda construir la representación algebraica (función) analizando la correspondencia de valores en el registro tabular que para este caso sería  $f(x) = 4x$ . Además, como ya ha sido construida la gráfica de la función tendrá más herramientas para poder formular esta función. Cuando el estudiante escriba en la opción entrada la función correcta (registro algebraico), el applet le permitirá verificar si la gráfica corresponde o no a la función que modela la situación. Con la intención de que el estudiante reconozca algunas características propias de la función lineal que la diferencia de la función afín, se le pedirá que analice detenidamente la gráfica.

**Pregunta 3:** En esta situación ¿Qué significa  $f(4) = 16$ ?

Esta pregunta tiene como objetivo que el estudiante logre comprender que esa connotación se puede interpretar en términos del contexto de la actividad pues en este caso, además de representar la función evaluada en el punto 4 que da como resultado 16, significa que el minuto cuatro la página de Facebook ha recibido 16 visitas. En caso de que algunos estudiantes manifiesten no comprender esta pregunta, el docente debe dirigir a los estudiantes a la manipulación del applet para que puedan relacionar  $f(4) = 16$  con el contexto de la situación y determinar que magnitud corresponde al 4 y cual al 16; esto se puede evidenciar en la primera parte de la actividad con el deslizador.

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p><b>Pregunta 4:</b> Observa la gráfica de la función y escribe que particularidades tiene: ¿Cuál es el corte de la recta con los ejes? ¿Qué significado tiene en la situación?</p> <p>Con estas preguntas se pretende que el estudiante pueda sacar algunas reflexiones sobre las características particulares de la gráfica de la función lineal y que pueda interpretar el hecho de que la recta pase por el origen pues esto significa que en el minuto cero la página de Facebook tendrá cero visitas; al finalizar esta pregunta el docente debe abrir un espacio de socialización en donde se pueda evidenciar el progreso de los estudiantes a lo largo de la situación respecto al reconocimiento de algunas características de la función lineal.</p> <p>En este espacio se le preguntará a los estudiantes sobre las respuestas obtenidas a lo largo de la situación, haciendo énfasis en la formulación de la función, las características de esta y las dificultades presentadas.</p> |
|  | <p><b>Financiamos con YouTube</b></p> <p>(primera parte: hoja de trabajo 2)</p> <p>Debido a que en esta situación se trabaja con moneda extranjera (con el fin de hacer la situación más real, pues YouTube paga a sus Youtubers de todo el mundo en dólares) se anexo una Nota en la parte inferior en donde se especifican los valores que aparecen en la representación (el billete tiene un valor de 2 dólares y cada moneda es de 25 centavos).</p> <p>Antes de iniciar con las preguntas de esta actividad el docente debe realizar una intervención en donde explique por medio de una regla tres simple el proceso de conversión de centavos a dólares, ya que en la actividad se requieren los datos en</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>equivalencia de dólares.</p> <p><b>Pregunta 1:</b> ¿Cuánto dinero recauda el colegio con un total de 8 reproducciones en el primer video? Escribe una expresión algebraica (en función de las reproducciones del video) que modele la situación:</p> <p>En la actividad 1 “<i>El Impacto de la red social Facebook</i>”, se aborda una pregunta (hoja de trabajo 1.1, pregunta 2) que tiene la misma intencionalidad con un escenario diferente y la situación es modelada por la función lineal. Para esta actividad, se espera que el estudiante, sin una previa indicación, arrastre el deslizar (acción que realizó en la actividad 2) para visualizar cómo se comportan y se relacionan las variables (cuál es la dependiente y la independiente). Al mismo tiempo con esta acción podrá empezar a reconocer características propias de la función a fin, con el hecho de que cuando hay cero reproducciones se tiene un valor de 2 dólares lo cual indica que la función no pasa por el origen.</p> <p>El estudiante puede visualizar cómo se comportan las variables hasta cinco reproducciones, por lo tanto, tendrá que realizar un análisis para calcular la cantidad de dinero que recauda el colegio con 20 reproducciones del primer video, de esta manera tendrá todas las herramientas para construir la representación algebraica de la función (<math>f(x) = 0.75x + 2</math>) que modela la situación.</p> <p>El docente, debe estar muy atento a la interacción que el estudiante tenga con el recurso puesto que esto es determinante para que se pueda cumplir con el objetivo de la pregunta.</p> |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>En caso de que algún estudiante se dirija al docente, manifestando que no ha logrado encontrar la función que modela la situación, es necesario que el maestro le haga preguntas como: ¿Cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente?, Cuándo el video se ha reproducido 3 veces: ¿Cuánto dinero se recauda? ¿Qué valor pertenece constante para este caso en particular?</p> <p><b>Pregunta 2.</b> Para comenzar con el proyecto de mejorar las instalaciones de la sala de cómputo del colegio inicialmente se necesitan mínimo 40 dólares. ¿Con cuántas reproducciones del primer video se lograría recaudar ese dinero?</p> <p>En esta situación, se propone un registro tabular que debe ser completado por el estudiante. Además de la información básica que debe tener la tabla (número de reproducciones del video y valor del dinero recaudado), el estudiante debe registrar el valor que YouTube paga por subir un video (2 dólares) y el valor de dinero recaudado para algunas cantidades de reproducciones específicas. En este sentido, se espera que el estudiante por medio de la interacción con el recurso (arrastre del deslizador) pueda realizar el rozamiento apropiado para completar la tabla. Otra alternativa para completar la tabla que se podría esperar que realice el estudiante es plantear las ecuaciones pertinentes según lo que se requiera encontrar (para este caso sería <math>0.75x + 2 = 40</math>).</p> <p>A continuación, en la ficha se le da la indicación al estudiante que se dirija al recurso y en la barra de entrada función 1 escriba la función encontrada para luego responder las preguntas 3 y 4.</p> |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Pregunta 3.** ¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la gráfica) y ¿Qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.

Con esa pregunta se pretende abordar el concepto de dominio y rango de una función lineal. Como en el recurso se plantean situaciones problemas, lo más importante es que el estudiante logre darle un sentido en relación con el contexto de la situación a lo que significa el intervalo de los valores que pueden tomar las variables  $x$  y  $y$ . Se espera que el estudiante recurra a la representación gráfica para sacar sus conclusiones ya que esta permite conocer intuitivamente el comportamiento de la función, lo que facilita poder visualizar el dominio y el rango. De igual forma podrían usar otras estrategias para deducir estos valores, analizar el comportamiento de las variables (por medio del arrastre al deslizador), retomar la representación algebraica y sacar conclusiones de ello, etc.

(Segunda parte: hoja de trabajo 2)

Al inicio de la segunda parte se le plantea al estudiante que debe hallar los valores correspondientes para las reproducciones y el dinero obtenido, dados en la tabla presentada y a continuación.

**Pregunta 1.** Teniendo en cuenta la nueva propuesta: ¿Cuántas reproducciones se necesitan en el primer video para reunir mínimo 40 dólares para empezar el proyecto?

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>Antes de contestar esta pregunta, el estudiante debe digitar en la casilla de entrada (función 1) la representación algebraica de la primera propuesta de pago de YouTube.</p> <p>Se presenta una segunda propuesta de financiación por YouTube, que es modelada por una función lineal (<math>f(x) = 0.9x</math>), el cual es presentado en lenguaje natural. El estudiante, tendrá que escribir la representación algebraica en la casilla de entrada (función 2). Esta pregunta también fue planteada para la primera propuesta de pago, debido a que el objetivo es llevar al estudiante a reflexionar sobre estas dos modalidades de pago. En caso, en la gráfica de la función no se logra visualizar con exactitud el número de reproducciones necesarias para reunir 40 dólares. En este sentido, se espera que el estudiante recurra a la representación algebraica de la función para resolver el interrogante, llevando al estudiante a realizar un análisis de las dos propuestas de financiación que ofrece YouTube. Se espera que pueda interpretar la representación gráfica de las dos propuestas y concluir acerca de cuál de las dos es más viable.</p> <p><b>Pregunta 2.</b> ¿Qué diferencias encuentras entre las dos gráficas y como podría expresarlo en términos de la situación (reproducciones por video)?</p> <p>Tanto en esta actividad, como en la anterior se han abordado los componentes y características de la función lineal y la función afín en sus diferentes registros de representación. En concordancia con lo anterior, con esta pregunta se pretende lograr que el estudiante pueda argumentar que las funciones que modelan cada una de las dos propuestas tiene</p> |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

características propias como el tipo de variables, término independiente, corte con el eje; pueda darle una interpretación al crecimiento de las gráficas con relación a las dos propuestas planteadas (dinero obtenido por reproducciones del video).

**Pregunta 3.** Partiendo de lo anterior: ¿Cuál de las dos propuestas debería tomar el colegio para la financiación del proyecto de mejoramiento de la sala de cómputo? ¿Por qué?

Con esta pregunta se busca que el estudiante a partir del análisis realizado con anterioridad a las gráficas que corresponden a las dos propuestas pueda determinar con cuál de las dos se puede recaudar mayor monto de dinero. Para ello, tendrá que analizar el tipo de crecimiento de ambas rectas

### **El modelador de situaciones lineales**

(Hoja de trabajo 3)

**Pregunta 1.** ¿Para qué valores de la pendiente ( $m$ ) se evidencia un crecimiento y para que valores se presenta un decrecimiento de la recta?

Inicialmente, se espera que el estudiante realice una exploración (arrastre guiado del deslizador) pues en la consigna se pregunta por el comportamiento de la función para ciertos valores de  $m$ . El objetivo de esta pregunta es lograr comprender que cuando la pendiente de la función toma valores negativos, la gráfica de la función es decreciente y cuando toma valores positivos la gráfica de la función es creciente.

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>Podría darse el caso de que un estudiante no comprenda lo que significa una función decreciente o creciente, ante esta situación el docente debe proponer al estudiante que visualice en la gráfica lo que sucede con las variables cuando la pendiente es negativa o positiva, dando valores arbitrarios, por ejemplo: cuando <math>m</math> es igual <math>-2</math>, ¿qué sucede con la variable <math>x</math> y la variable <math>y</math>? ¿Crecen o decrecen? Además, se busca que pueda establecer el comportamiento de ambas variables, por ejemplo: en la función decreciente a medida que los valores de <math>x</math> aumentan, los valores de <math>y</math> disminuyen.</p> <p><b>Pregunta 2.</b> ¿Qué sucede con la recta cuando la pendiente es cero?</p> <p>Se busca que le estudiante mediante el arrastre guiado al deslizador (cuando <math>m</math> es igual a cero), pueda visualizar lo que sucede con la representación gráfica y la representación algebraica de la función debido al comportamiento que esta tiene cuando su pendiente es cero. Se espera que identifique las características de la función para este caso particular pues se trata de una función constante y su gráfica es una línea recta paralela al eje <math>x</math> (para <math>b</math> diferente de cero, <math>f(x) = b</math> y si <math>b</math> es igual a cero <math>f(x) = 0</math>).</p> <p><b>Pregunta 3.</b> Si la pendiente es cero: ¿Que sucede con <math>f(x)</math> cuando el valor de <math>x</math> incrementa? y ¿qué sucede cuando el valor del intercepto (<math>b</math>) varía?</p> <p>Se espera que mediante la interacción con el recurso (ubicando el deslizador en <math>m</math> igual a cero y dejándolo fijo, y ubicando</p> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>valores de <math>x</math> a lo largo del eje) logre evidenciar que para este caso, si aumenta la variable <math>x</math>, <math>f(x)</math> siempre será igual a <math>b</math> (para cualquier valor de <math>b</math>), en este sentido, la función será siempre constante, es decir para cualquier valor que tome <math>x</math>, el valor de <math>y</math>, no varía. En caso de que algún estudiante no logre deducir lo anterior, es necesario que el docente le realice preguntas como: Si ubicas el deslizador <math>b</math> en nueve: ¿Qué sucede cuando <math>x</math> es igual a 2? ¿Qué sucede cuando <math>x</math> es igual a 6? ¿Qué Sucede con la función para estos casos?</p> <p>En un segundo momento, se espera que el estudiante mueva el deslizador <math>b</math> para que pueda observar lo que sucede con la recta, la representación algebraica y los valores de la tabla a medida que este parámetro varía, para que logre identificar que la recta se traslada a lo largo del eje <math>y</math> cuando se presenta la condición inicial (<math>m = 0</math>).</p> <p><b>Pregunta 4.</b> Para el caso anterior: ¿Cuál sería el dominio y el rango de la función?</p> <p>Partiendo del análisis que se espera que el estudiante realice en la pregunta anterior, tendrá las suficientes herramientas para poder hallar el dominio y el rango de la función con esas características. Como estos conceptos no se han trabajado tan explícitamente en las actividades anteriores, si es necesario el docente debe retomar la pregunta 3 y 4 de la hoja de trabajo 2 parte 1, para explicarles que los valores que encontraron en esa pregunta de la situación hacen referencia al dominio y el rango de la función; para que posteriormente concluya que el dominio de esta función corresponde a los reales, y el rango en</p> |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>este caso corresponde al parámetro <math>b</math>.</p> <p><b>Pregunta 5.</b> ¿Cómo se relacionan los valores que aparecen en la tabla y los puntos sobre la recta?</p> <p>Esta pregunta tiene como objetivo que el estudiante logre articular la representación gráfica y la representación tabular de la función mediante el arrastre de los puntos, es decir, que pueda visualizar la relación que guarda la tabla con la recta. Además, tendrá la posibilidad de observar que a medida que los puntos se desplazan sobre la recta, la representación tabular varía, pero la gráfica y la representación algebraica no.</p> |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Tabla 3 Ficha del profesor

## **Capítulo 5 Resultados**

A continuación, se presenta una descripción y un análisis de lo sucedido en la fase de experimentación y/o ejecución. Para ello, se contrastará lo sucedido con las hipótesis planteadas en el análisis a priori teniendo en cuenta el actuar de los estudiantes, la interacción con el recurso, el contexto, las diferentes estrategias usadas y otras variables que fueron previstas.

### **Experimentación y/o ejecución**

En este apartado se describe lo sucedido en la puesta en escena del recurso diseñado, es aquí donde se describe el contexto y todo lo relacionado con la recolección de la información; partiendo de este material es que se realizará el análisis a posteriori.

#### **Contexto de la experimentación**

Para este trabajo se eligió una institución pública ya que se considera importante que esta propuesta pueda ser una herramienta útil para toda la población estudiantil, apoyando el esfuerzo que está realizando el Ministerio de Educación Nacional de Colombia en la integración de las TIC al aula de clase.

El recurso pedagógico Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo se implementó en la institución educativa Jorge Robledo del sector público, ubicada en el municipio de Vijes del Valle de Cauca. Para la experimentación se seleccionaron aleatoriamente 22 estudiantes del grado noveno uno con una edad promedio de 14 años, la cual se llevó a cabo dentro de su jornada habitual (diurna) con una duración aproximada de tres horas (9am-12pm) y tuvo lugar en la sala de sistemas el día 9 de febrero del 2018, teniendo en cuenta que se realizó una entrevista con el docente del área en donde se manifestó que los estudiantes ya habían trabajado funciones y en específico la función lineal.

La sala de cómputo de esta institución cuenta con mesas de trabajo para dos personas, tablero, video beam y los equipos son computadores portátiles, se evidenció que es un espacio apto para promover la interacción entre estudiantes y docente ya que fomenta el trabajo en equipo. Se esperaba una sala con computadores de mesa y conexión alámbrica a internet, pensando en las salas de cómputo tradicionales, pero este hecho no representó ningún inconveniente para el desarrollo de la sesión ya que las actividades se encuentran online y no se hizo necesario la instalación de ningún software ni dispositivos de entrada y salida adicionales.

Para dar inicio a la aplicación el docente de matemáticas a cargo del grupo hizo entrega de los equipos portátiles a cada estudiante, se encargó de verificar que tuvieran conexión a internet y procedió a dejar el salón. Antes de dar inicio se verificó en cada computador que los estudiantes pudieran ingresar a la página web en donde se encuentra el diseño del recurso, lo cual no se pudo lograr con facilidad ya que la conexión a la red wifi se encontraba inestable y saturada por la cantidad de computadores tratando de ingresar a ella, este inconveniente se solucionó dando acceso a los estudiantes a la plataforma de GeogebraTube en donde reposan las actividades del recurso, para ello los estudiantes se vieron en la necesidad de crear una cuenta en esta plataforma; lo cual resulta valioso, ya que quedan con la posibilidad de ingresar cuando lo requieran; todo esto se llevó a cabo de la siguiente forma:

**Profesora:** Bueno chicos vamos a tomar asiento y vamos a ingresar a la página que está escrita en el tablero (<https://lilianmaradiago0.wixsite.com/funcionlineal>), apenas ingresen a la página me lo indican.

**Estudiantes:** ya ingresamos profe, ahora que hacemos.

**Profesora:** vamos a dirigirnos a la pestaña de recurso y entramos en actividades.

**Estudiante 1:** profe ya entre, pero las actividades no cargan.

**Profesora:** ¿a quién le cargaron las actividades?

**Estudiantes:** a ninguno.

**Profesora:** bueno, vamos a dar clic en el botón “ir a geogebraTube” que se encuentra en la parte de abajo de cada actividad.

**Estudiante 2:** listo profe ya entramos, pero nos pide crear una cuenta.

**Profesora:** vamos a diligenciar los datos que nos piden para crear la cuenta.

**Estudiantes:** listo profe ya creamos la cuenta, ¿ahora qué hacemos?

**Profesora:** en la barra de búsqueda de recursos van a ingresar Lilian.maradiago y van a abrir la actividad uno, dos y tres para tenerlas listas.

**Estudiantes:** ya las abrimos, pero se demoran en cargar.

**Profesora:** vamos a tomar unos minutos adicionales para que carguen las actividades.

En un inicio se tenía pensado que el trabajo debía realizarse de forma individual para que cada estudiante tuviera la oportunidad de explorar el recurso, pero como en el proceso surgieron

inconvenientes con el acceso a internet, se hizo necesario, que el trabajo se realizara en parejas ya que no en todos los equipos cargaron las actividades.

Posteriormente, se hizo entrega de las tres fichas de trabajo de las actividades, en donde estaban todas las preguntas que debían responder. En ese momento los estudiantes tenían todas las herramientas para comenzar las actividades.

Ahora bien, en cuanto finalizó el proceso de carga y con la actividad 1 abierta en todos los equipos se procedió a iniciar la introducción a la sesión; esta inició con la presentación de las autoras del trabajo de grado y la razón por la cual se llevó a cabo esta experimentación (optar por el título de Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas), seguido de esto se informó a los estudiantes del software que se usó para el diseño de las actividades (Geogebra), su impacto en la educación en los últimos años y el hecho de que cuenta con un repositorio llamado GeogebraTube, al cual ingresaron con anterioridad.



*Figura 1 Presentación inicio de la sesión*

Al finalizar con la introducción, se explicó la relación de las hojas de trabajo que les fueron entregadas con las actividades que encontraron en el recurso y se enunció que el concepto matemático que será tratado en la sesión corresponde al de la función lineal, el cual ya ha sido trabajado en el aula de clase con su docente de Matemáticas, por último, se les informó del tiempo estimado que tienen para realizar cada actividad, el cual se detalla más adelante.

### Análisis a posteriori

En este apartado se analiza la información recogida en la experimentación y se compara lo planteado en el análisis a priori con lo sucedido en la puesta en acto, con el fin de concluir sobre las hipótesis iniciales.

En el análisis a priori se consideró necesario realizar las tres actividades que conforman el recurso pedagógico en una sola sesión, pues la conexión entre una actividad y otra implica una continuidad.

Aunque una sesión de clase de más de dos horas puede ser extensa para estudiantes de educación media, para este caso, los estudiantes se mostraron interesados todo el tiempo y con la mayor disposición para el desarrollo de las actividades. A continuación, se presenta una tabla en donde se consolida la información correspondiente a los tiempos:

| <b>Actividad</b> | <b>Tiempo<br/>previsto por<br/>cada actividad</b> | <b>Promedio de<br/>tiempo usado por<br/>cada actividad</b> |
|------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| Actividad 1      | 80 min                                            | 60 min                                                     |
| Actividad 2      | 40 min                                            | 40 min                                                     |
| Actividad 3      | 40 min                                            | 40 min                                                     |

*Tabla 4 Consolidado tiempo de aplicación*

Como se puede observar en la tabla, aunque en la Actividad 1 los estudiantes tardaron menos tiempo del previsto, fue la actividad que tuvo mayor duración, esto es comprensible ya que fue el primer acercamiento que los estudiantes tuvieron con el recurso y con las funciones que en este se emplean; este acercamiento se dio de manera satisfactoria ya que se hizo en un tiempo menor al estimado y el rendimiento en esta actividad se encuentra en un nivel alto (ver tabla 5); algunos estudiantes finalizaron las tareas en un menor que otros, pues se podía evidenciar que tenían un mayor conocimiento y manejo del concepto de función lineal.

Cabe resaltar que para esta puesta en acto era necesario tener conocimientos previos de la función lineal, que son trabajados en grado octavo según los DBA, dado que las actividades son pensadas para promover la articulación de los registros de representación por medio de situaciones de contexto mediante aspectos básicos del concepto.

Desde el primer momento se pudo evidenciar que algunos estudiantes no tenían claro el concepto de función lineal, ya que manifestaron que, aunque este se había estudiado en algún momento en la clase de matemáticas, habían olvidado algunos aspectos relacionados con este.

A lo largo de la situación se confirmó que los estudiantes presentaban algunos vacíos en el concepto de función lineal ya que les costaba reconocer la correspondencia de dos variables como relación funcional, también presentaban dificultades al concebir los diferentes registros de representación como representantes de un mismo objeto, además se presentó una dificultad recurrente cuando se debía modelar una situación por medio de expresiones algebraicas, lo cual nos indica que no se tenía claro el concepto de variable ni de variación, además de estas dificultades también se pudo identificar que el uso de situaciones problema de contexto favoreció en la mayoría de los casos la mejora de estas falencias.

Referente a la valoración de los diferentes tipos de respuestas de los estudiantes, se considera lo siguiente:

- Respuesta válida: aquellas cuya respuesta y argumentación son correctas.
- Respuesta invalida aquellas que tengan:
  - Respuesta correcta con argumento incorrecto.
  - Respuesta incorrecta con argumento correcto.
  - Respuesta incorrecta con argumento incorrecto.

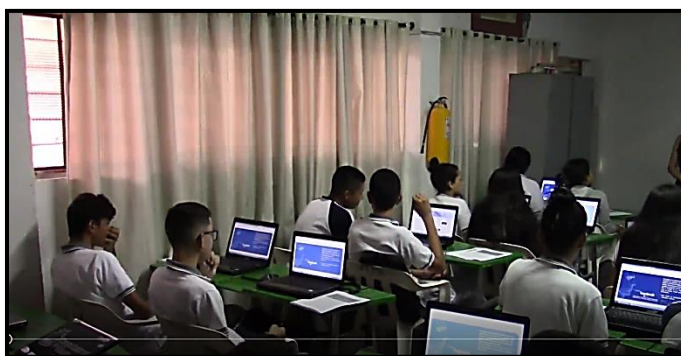
Es así como a continuación se presentará un análisis detallado de lo que sucedió en cada actividad, teniendo en cuenta lo planteado en el análisis a priori:

### **Actividad 1: El impacto de la red social Facebook.**

Para dar inicio a la actividad 1 se da un espacio de exploración para que los estudiantes puedan leer y comprender el contexto de la situación planteada; uno de los aspectos más importantes es que logren reconocer la relación entre las dos variables de la situación (número de personas que visitan la red social Facebook por cada minuto en una ciudad específica) pues es la base fundamental para el desarrollo de toda la actividad y para lograr la articulación de los diferentes registros de representación.

Mientras los estudiantes se encontraban en el proceso de exploración se hizo necesario indicar en dos ocasiones que no se debía pasar a la siguiente página antes de resolver las

preguntas de la primera parte, ya que debían seguir las instrucciones del recurso, en este proceso se observó cómo los estudiantes movían el deslizador para conocer la información que arroja el perfil de prueba (cantidad de visitas por minutos) y como procedían a activar la casilla de control para conocer las indicaciones, también se dio el caso en que algunos estudiantes comenzaron a mover el deslizador y a activar la casilla sin haber leído las instrucciones, razón por la cual no lograban descubrir que se debía hacer y se hizo necesario repetir una de las indicaciones; a continuación se adjunta una imagen donde se puede apreciar el momento de exploración:



*Figura 2 Momento exploración Actividad 1*

Una vez los estudiantes finalizaron el proceso de exploración debían dirigirse a la hoja de trabajo uno para resolver las preguntas ahí planteadas, antes de dar inicio al análisis de cada pregunta se presenta un balance de respuestas, porcentaje de satisfacción y se especifica el propósito que tiene cada pregunta dentro de esta parte de la actividad, este balance se realiza en la tabla que se muestra a continuación:

| <b>Actividad n°1: El impacto de la red social Facebook</b>                     |                                        |                 |                       |
|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------|-----------------------|
| <b>Propósito de la pregunta</b>                                                | <b>N° de estudiantes por respuesta</b> |                 |                       |
|                                                                                | <b>valida</b>                          | <b>invalida</b> | <b>% satisfacción</b> |
| <b>Parte I</b>                                                                 |                                        |                 |                       |
| <b>Pregunta 1.</b> Identifica las magnitudes que intervienen en una situación. | <b>18</b>                              | <b>4</b>        | <b>82%</b>            |

|                                                                                                                                                  |            |           |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|------------|
| <b>Pregunta 2.</b> Reconocer la relación funcional entre las variables de la situación y determinar el tipo de proporcionalidad que se presenta. | <b>17</b>  | <b>5</b>  | <b>77%</b> |
| <b>Pregunta 3.</b> Identifica las variables dependientes e independientes de una situación.                                                      | <b>14</b>  | <b>8</b>  | <b>67%</b> |
| <b>Parte II</b>                                                                                                                                  |            |           |            |
| <b>Pregunta 1.</b> Articula el registro algebraico y tabular.                                                                                    | <b>19</b>  | <b>3</b>  | <b>86%</b> |
| <b>Pregunta 2.</b> Identifica la función que modela la situación.                                                                                | <b>12</b>  | <b>10</b> | <b>56%</b> |
| <b>Pregunta 3.</b> Reconoce la relación funcional entre las variables de la situación.                                                           | <b>18</b>  | <b>4</b>  | <b>82%</b> |
| <b>Pregunta 4.</b> Reconoce la gráfica de la función lineal como una línea recta que pasa por el origen.                                         | <b>15</b>  | <b>7</b>  | <b>68%</b> |
| <b>Conteo global</b>                                                                                                                             | <b>113</b> | <b>41</b> | <b>73%</b> |

*Tabla 5 Balance respuestas actividad 1*

En términos generales la actividad 1 tuvo un porcentaje de satisfacción del 73%, lo cual es un resultado positivo y muestra que la actividad tuvo un alto nivel de aceptación y comprensión por parte de los estudiantes, a continuación, se realizara un análisis por pregunta para ver con más detalle lo obtenido en la tabla:

### **Parte I**

#### **1. ¿Qué magnitudes intervienen en la situación?**

En este momento empezaron a surgir preguntas que se habían previsto en el análisis a priori como, por ejemplo: ¿Que es una magnitud? Por tal razón la docente procede a definir lo que es una magnitud y dar algunos ejemplos básicos:

**Profesora:** para aquellos que tienen la inquietud, que ya me la hicieron por el lado de acá, cuando hablamos de magnitud nos referimos a una cualidad medible, es decir es todo aquello a lo que le podemos asignar distintos valores, por ejemplo: la cantidad de estudiantes en este salón, a esta cantidad le podemos asignar un valor.

A los minutos de haber dado la definición de Magnitud, los estudiantes empezaron a llamar a la docente para intentar dar respuesta a la pregunta, en este momento se hizo necesario plantear a los estudiantes un par de preguntas que los hicieran reflexionar y les permitieran identificar las magnitudes de la situación, se presentara una fracción de conversación en donde se evidencia esto:

**Profesora:** Dijimos que magnitud es todo aquello que a lo que se le puede asignar un valor. De lo que vemos aquí en la situación ¿Qué podemos medir?

**Estudiante 1:** El número de personas.

**Profesora:** y ¿qué más?

**Estudiante 1:** Los minutos, ¡ah! entonces esas son las magnitudes.

Luego de un par de intervenciones de este tipo los estudiantes procedieron a dar respuesta a la pregunta, algunas de las respuestas fueron:

Analiza lo que sucede a medida que avanza el tiempo y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué magnitudes intervienen en la situación?

*las magnitudes que intervienen son los minutos (1-5) y la cantidad de personas que se registran en la página de Facebook, las cuales van aumentando a cada minuto.*

Figura 3 Estudiante 1, identificación de magnitudes

En esta respuesta se puede evidenciar que el Estudiante 1 reconoce cuales son las magnitudes que se presentan en la situación y lo hace expresando implícitamente que estas pertenecen a un conjunto medible, esto está plasmado en el paréntesis (1 – 5) y en la palabra cantidad, en estas dos acciones se le asigna la cualidad de medibles a lo que han identificado como magnitud.

Analiza lo que sucede a medida que avanza el tiempo y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué magnitudes intervienen en la situación?

Intervienen 2 magnitudes: Tiempo y Número de Vistas. Por cada minuto de transcurso se van aumentando 4 personas, es decir, 1 minuto, 4 personas, 2 minutos, 8 personas, 3 minutos, 12 personas, 4 minutos, 16 personas, 5 minutos, 20 personas.

Figura 4 Estudiante 2, identificación de magnitudes y relación entre ellas

Esta respuesta va un poco más allá de lo que se pide ya que el Estudiante 2 además de reconocer cuáles son las magnitudes que intervienen en la situación, también reconoce la forma en que estas dos se encuentran relacionadas y esto lo logra a partir del arrastre, ya que con esta acción logra visualizar la correspondencia que hay entre estas y lo explicita en su respuesta.

Analiza lo que sucede a medida que avanza el tiempo y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué magnitudes intervienen en la situación?

Las magnitudes que intervienen son el tiempo y las personas ya que con el tiempo podemos analizar la multiplicación de estudiantes a la red social.

Figura 5 Estudiante 3, identificación de magnitudes y patrón

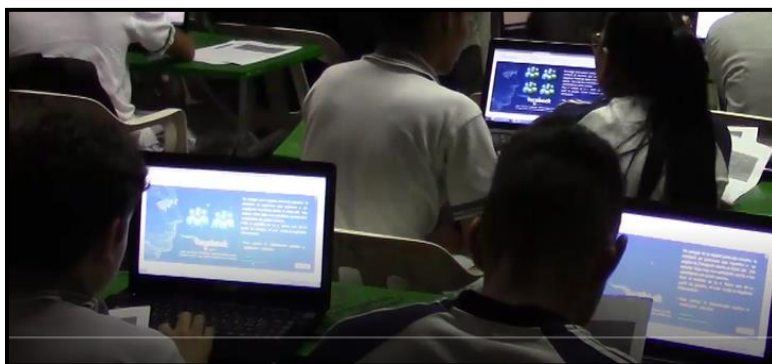
En esta respuesta el Estudiante 3 identifica las dos magnitudes que intervienen en la situación e implícitamente da cuenta de la relación de dependencia que hay entre las dos magnitudes y esto lo hace cuando escribe: “ya que con el tiempo podemos analizar la multiplicación de estudiantes a la red social”, cabe anotar que esta respuesta se encuentra en el nivel más alto de abstracción hallada ya que el estudiante logra identificar las magnitudes, la correspondencia, la relación de dependencia entre ellas y da indicios del patrón.

Efectivamente como se había pensado en el análisis a priori la interacción con el recurso, específicamente con el deslizador, permitió visualizar el comportamiento de las dos magnitudes que forman parte de la situación y en cierta medida, a partir de la definición y los ejemplos que presentó la docente sobre el concepto de magnitud se logró que los estudiantes pudieran tener un acercamiento sobre cuáles eran las magnitudes de la situación. En primera instancia se pensó que

era suficiente dar la definición para que los estudiantes llegaran a la apropiación del concepto, pero se evidenció que no fue suficiente ya que luego de la definición los estudiantes manifestaron un alto grado de inseguridad respecto al reconocimiento de las magnitudes en la situación que se superó con preguntas orientadoras y con la interacción que se tenía con el recurso, es de resaltar en esta pregunta que el deslizador fue una herramienta valiosa para desarrollar la visualización en los estudiantes y que a partir de esta lograran establecer las diferentes relaciones que estaban en juego en esta primera parte de la situación.

2. Con ayuda del deslizador, explica: ¿Qué sucede con las visitas cuando transcurren los minutos? ¿Esta situación es directamente proporcional o inversamente proporcional? Explique su respuesta.

A continuación, se muestra una foto en donde los estudiantes se encuentran manipulando el deslizador para dar cuenta de la proporcionalidad directa o inversa de las magnitudes:



*Figura 6 Explorando con el deslizador y descubriendo la proporcionalidad*

Cuando los estudiantes empezaron a resolver la pregunta numero dos surgieron algunas preguntas que se habían considerado con anterioridad respecto a la proporcionalidad directa o inversa, para este caso en el a priori se determinó que se le debían dar ejemplos a los estudiantes en los que se presentara una situación directamente proporcional y otras en donde se evidenciara un comportamiento inversamente proporcional, con la intención de que los estudiantes a partir de contextos lograran entender la particularidad de la proporcionalidad directa e inversa, para ver con más detalle esto se presentara una fracción del dialogo establecido en la aplicación:

**Estudiante 1:** Se supone que aquí son dos magnitudes y esto es directamente proporcional, ¿cómo explicaría que es directamente proporcional? ¿Por qué nos arroja la misma cantidad de personas por minuto?

**Profesora:** Vamos a analizar la situación, ¿Qué sucede con la cantidad de personas a medida que el tiempo aumenta?

**Estudiante 2:** También aumenta

**Profesora:** Ahora consideremos el caso contrario, ¿Qué dirían ustedes de esta situación? ¿Qué es directa o inversamente proporcional?

**Estudiante 1:** Que es inversamente proporcional por que el tiempo aumenta y las visitas disminuyen.

**Profesora:** ¿Entonces como son las magnitudes de la actividad?

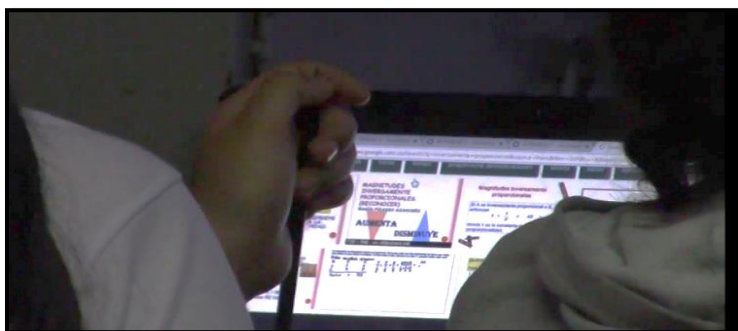
**Estudiante:** Son directamente proporcionales porque cuando el tiempo aumenta las visitas también aumentan, las dos magnitudes crecen al tiempo.

Por otro lado, también se dio el caso en que los estudiantes relacionaron las palabras directa e inversamente con la situación y ellos mismos se plantearon el caso contrario, aquel en donde el tiempo aumentaba y las visitas disminuían, como es el caso del siguiente estudiante:

**Profesora:** ¿Qué piensas, son directa o inversamente proporcionales?

**Estudiante 3:** son directamente proporcionales porque en un minuto entran cuatro personas, si fuera que por cada minuto salen personas, sería inversamente proporcional.

En una pareja de estudiantes se pudo evidenciar que el uso de la tecnología no se limita y promueve el interés por indagar para profundizar, en este caso las estudiantes no recordaban que quería decir proporcionalidad directa e inversa y recurrieron a Google para ampliar sus conocimientos, tal como se muestra a continuación:



*Figura 7 Uso de herramientas adicionales para construir conocimiento*

Luego de indagar en Google sobre sus dudas, las estudiantes recurrieron a la docente para concretar lo que habían encontrado versus la situación de la actividad, esto se llevó a cabo de la siguiente forma:

**Profesora:** ¿Cómo vamos por aquí?

**Estudiante 4:** Bien, teníamos una duda con esta pregunta y estábamos buscando.

**Profesora:** y ¿Que han encontrado?

**Estudiante 5:** Pues aquí dice que la inversamente proporcional es cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda dividida o multiplicada por el mismo número.

**Profesora:** Bueno, lo que acaban de encontrar es el concepto de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes para hallar la constante de proporcionalidad, vamos a ver como su puede ver qué tipo de proporcionalidad encontramos en esta situación recurriendo al recurso.

Vamos a manipular el deslizador y me dicen que sucede cuando los minutos aumentan

**Estudiantes:** Las visitas también aumentan.

**Profesora:** Ahora supongamos que mientras el tiempo aumenta las visitas disminuyen, ¿Qué dirían ustedes? ¿Esta nueva situación es inversamente proporcional o directamente proporcional?

**Estudiantes:** es inversamente proporcional, ósea que la de la actividad es directamente proporcional por que las dos aumentan al mismo nivel.

Para ver con más detalle las respuestas que dieron los estudiantes a este interrogante se adjuntan algunas de las respuestas:

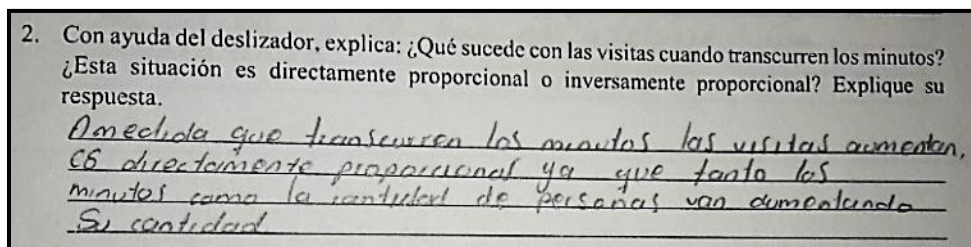


Figura 8 Estudiante 1, relación entre magnitudes

En esta respuesta se puede evidenciar como el estudiante establece en primer lugar el crecimiento de las dos magnitudes para luego decir que son directamente proporcionales y finalizar con el hecho de que la cantidad de las dos magnitudes aumenta.

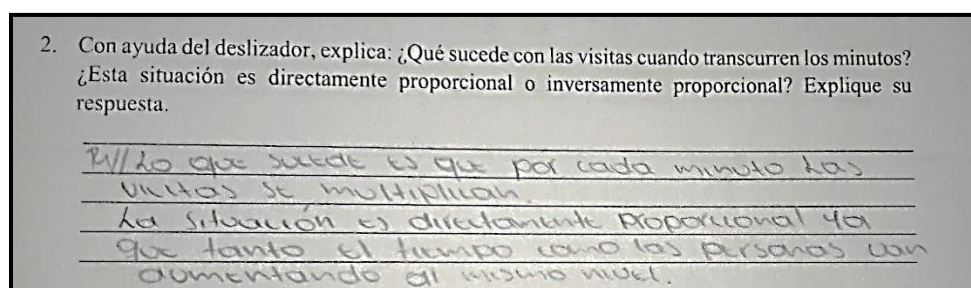


Figura 9 Estudiante 2, se introduce noción de multiplicación

En esta pregunta se establece el comportamiento de crecimiento de las dos magnitudes, pero adicionalmente se introduce la noción de multiplicación en donde el Estudiante 2 expresa que por cada minuto las visitas se multiplican.

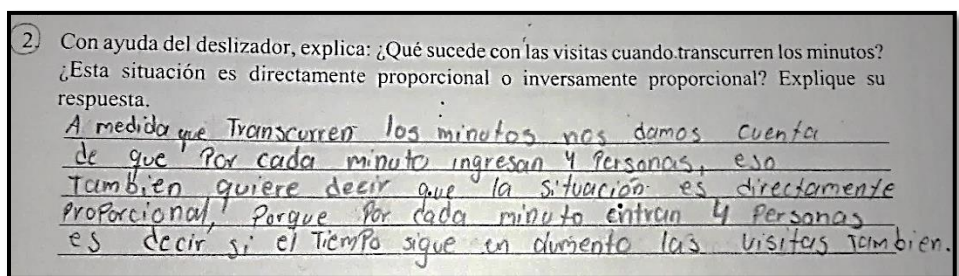


Figura 10 Estudiante 3, evidencia de proporcionalidad directa

En esta respuesta además de establecer el crecimiento de las dos magnitudes se introduce la razón de crecimiento, la cual es cuatro y en esta actividad corresponde a la pendiente de la recta que está definida por la expresión que modela esta situación.

La interacción con el recurso para resolver esta pregunta está estrechamente relacionada con la pregunta anterior, para este caso el deslizador juega un papel fundamental para determinar el tipo de proporcionalidad y se potencia la mediación ya que el estudiante hace uso del artefacto para convertirlo en herramienta, gracias a que el recurso muestra cómo avanza el tiempo y simultáneamente muestra como aumentan las visitas a razón de cuatro por minuto, es esto lo que lleva a los estudiantes decir que es directamente proporcional.

**3. ¿Cuál es la magnitud dependiente, es decir, aquella que necesita de otra para poder ser encontrada?**

Cuando los estudiantes iniciaron a resolver la pregunta tres empezaron a surgir algunas confusiones que habían adquirido con anterioridad, ya que esta relación de dependencia se ve cuando se introduce el concepto de función, como ejemplo de esto se presenta un fragmento de la interacción dada en este momento:

**Estudiante 1:** tenemos una confusión en esta pregunta, yo creo que el tiempo depende de las visitas y mi compañero dice que las visitas dependen del tiempo.

**Profesora:** Bueno, primero vamos a recordar cuales son las variables dependientes e independientes. A la variable independiente se le pueden asignar valores sin tener en cuenta otras variables, por el contrario, el valor de la variable dependiente es encontrado dependiendo del valor que toma la variable independiente.

Ahora, sabiendo esto ¿Cuál es la variable que se puede manipular libremente en la situación?

**Estudiante 2:** la variable que se puede manipular libremente son los minutos, con el deslizador, se arrastra y toma diferentes valores.

**Estudiante 1:** ¡ah!, ósea que la variable dependiente es la de las visitas porque la cantidad de visitas que aparecen en la pantalla depende del minuto que se escoja.

En este fragmento de conversación se puede evidenciar el arrastre como herramienta potenciadora de visualización y es claro que Geogebra pasa de ser un Artefacto a una herramienta para los estudiantes, ya que la acción se convierte en algo más que interactuar con el recurso, se convierte en un tipo de razonamiento específico que lleva a deducir la dependencia de las variables; también se puede decir que el trabajo en parejas promueve la discusión y la elaboración de conjeturas, lo cual resultó enriquecedor para esta actividad al encontrarse dos puntos de vista diferentes.

Por otra parte, también se dio el caso en que una pareja de estudiantes presentó una confusión a la hora de comparar el contexto de situación con la realidad y lo expuso de la siguiente forma:

**Estudiante 1:** si tomamos esto como una actividad real, las personas no saben que se les está calculando que ellas entran cada minuto, entonces no sabría, entonces no sabría cómo responder eso (pregunta tres) se podría decir que por cada minuto entran cuatro personas, pero sin el tiempo igual se podrían calcular, no exactamente, pero se podrían calcular.

**Profesora:** Bueno, con estas situaciones la intención era que fuera lo más cercano a la realidad posible, por eso escogimos situaciones con Facebook y otra como la que van a ver más adelante, pero ¿qué sucede? Que en la realidad hay muchas otras variables que intervienen en una situación de estas, por ejemplo: la cantidad de personas que entran en Facebook no va a ser siempre la misma cada minuto puede variar tanto como se quiera, por esta razón estas situaciones son cercanas a la realidad, pero no son completamente reales y las variables se han ajustado a los propósitos que se quieren alcanzar.

**Estudiante 2:** entonces como cada minuto entran cuatro personas, la respuesta sería que la magnitud que depende de la otra es la cantidad de personas o visitas que dependen del tiempo para saber cuántas personas entran.

En este fragmento de conversación se puede observar que los estudiantes se estaban enfocando en la realidad para dar sentido a la situación y no se estaba teniendo en consideración la función que modela esta situación; se estaban teniendo en cuenta, sin ser conscientes otra cantidad de funciones que pueden dar solución a la cantidad de visitas teniendo en cuenta otras

variables, pero al explicar al estudiante la naturaleza de la situación presentada en el recurso el estudiante recurrió a la visualización y entendió la relación de dependencia que se presentaba.

Para ver con más detalle las respuestas que los estudiantes dieron a este interrogante se adjuntan algunas de estas:

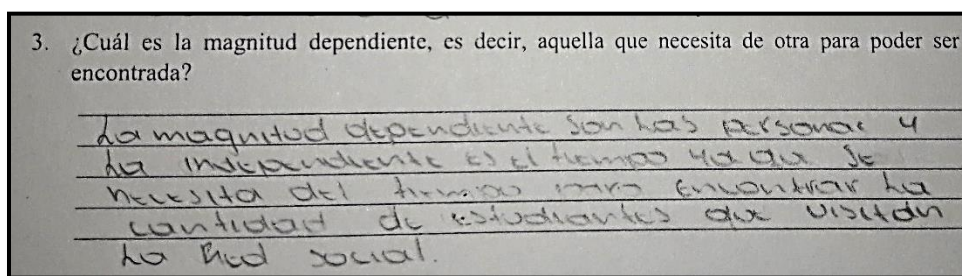


Figura 11 Estudiante 1, estableciendo relación de dependencia y acercamiento a la expresión

En esta respuesta se evidencia como el Estudiante 1 establece una relación de dependencia entre los minutos y las visitas, además de mencionar la forma en que pueden ser halladas las visitas, lo cual se considera un gran acercamiento a lo que tendrá que hallar más adelante, la expresión que modela la situación.

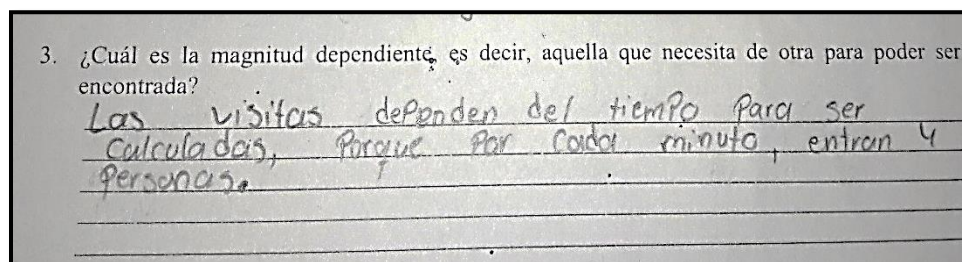


Figura 12 Estudiante 2, estableciendo relación de dependencia y correspondencia

En esta respuesta se puede evidenciar que el Estudiante 2 además de reconocer la relación de dependencia que existe entre las variables también reconoce la relación de correspondencia y la hace explícita en su respuesta, esto quiere decir que tiene total conciencia sobre esta correspondencia que toma valores de  $x$  (minutos) que al aplicarle la función los envía en  $y$  (visitas).

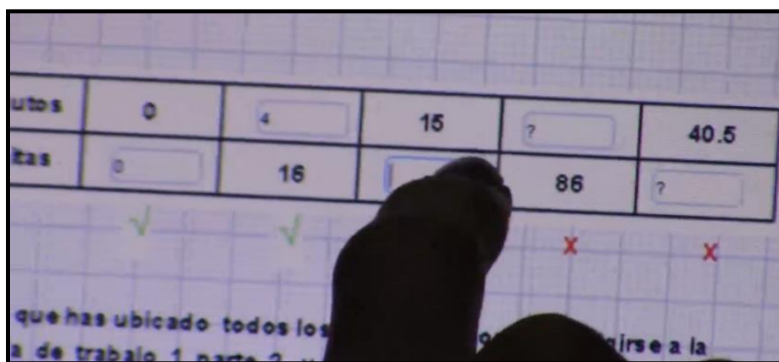
Considerando las respuestas obtenidas en esta pregunta y las interacciones presentadas durante la aplicación se puede decir que los estudiantes lograron el reconocimiento de la relación

de dependencia entre las dos variables con ayuda del contexto planteado y cabe resaltar que la manipulación del deslizador fue fundamental en el proceso de visualización ya que los estudiantes lograron identificar cuál de las dos variables era la que podían manipular libremente, para luego concluir que esa variable corresponde a la independiente.

## Parte II

### 1. ¿Cómo pudiste determinar la cantidad de visitas para 40.5 minutos?

Con el proceso de exploración inicial y sabiendo la relación funcional que se presenta entre las dos variables de la situación, los estudiantes procedieron a llenar la tabla de valores en donde deben aplicar dicha relación para encontrar los valores faltantes; la tabla posee una herramienta de verificación de resultados, la cual indica al estudiante si su respuesta es válida o invalida, esta herramienta permitió que los estudiantes que no habían hallado la relación funcional de manera correcta regresaran a la situación para replantear su respuesta y ahora si llenar los valores faltantes de la tabla; cabe resaltar que sin diligenciar la tabla no se puede seguir adelante en la situación; tal como se muestra a continuación:



|         |   |    |    |    |      |
|---------|---|----|----|----|------|
| minutos | 0 | 4  | 15 | ?  | 40.5 |
| visitas | 0 | 16 | ?  | 86 | ?    |

Figura 13 llenado de tabla

Una de las estrategias que se usó para llenar la tabla consistía en multiplicar el número de minutos transcurridos por el número de personas que visitaban Facebook por cada minuto (4 personas) o dividir el número total de personas entre la cantidad de minutos transcurridos, en caso de que se preguntara por la cantidad de minutos transcurridos para un total determinado de visitas, tal como se muestra a continuación:

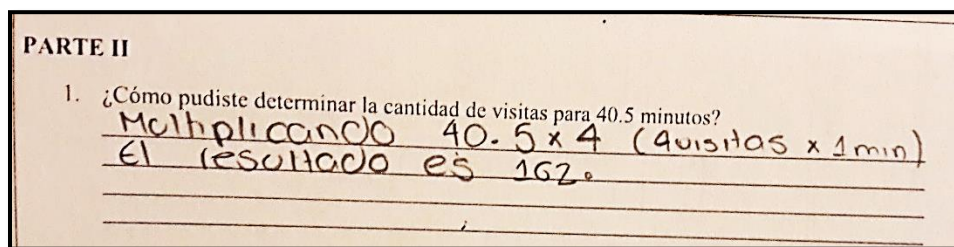


Figura 14 Estudiante 1, estableciendo proporciones

Otra estrategia que fue usada por los estudiantes se basó en establecer relaciones de proporcionalidad entre las variables de la situación, estas proporciones se crearon a partir de valores conocidos con ayuda del recurso, como lo muestra el siguiente caso:

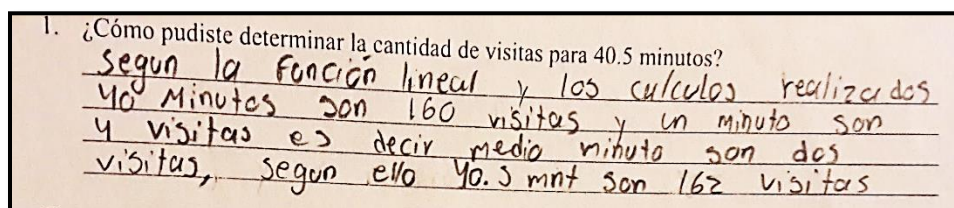


Figura 15 Estudiante 2, método ensayo-error para llegar a la solución

Se pudo evidenciar que el razonamiento se usó para argumentar esta pregunta en los dos casos es válido, aunque la primera estrategia permite un acercamiento a la construcción de la representación algebraica de la función lineal pues el registro de representación tabular es una herramienta importante para la construcción tanto del registro algebraico como del registro gráfico.

Cabe resaltar, que, aunque el deslizador permitía observar el número de visitas sólo hasta el minuto cinco, no se presentó dificultad alguna para completar la tabla. De igual forma, como se mencionó en el análisis a priori, la identificación de la forma como se relacionaban las variables en esta situación era fundamental para conseguir completar la tabla de la función que modela la situación.

2. Escribe una expresión algebraica (que relacione el número de personas en función de los minutos transcurridos) que modele la situación.

Antes de hallar la expresión algebraica los estudiantes debían construir la gráfica de la función a partir del registro tabular. Es decir, debían arrastrar los puntos y ubicarlos de tal forma

que coincidieran con los puntos de la tabla. Los valores de la tabla que no era posible ubicar, se reemplazarían por valores inferiores que cumplieran la condición de la situación (ver siguiente imagen).

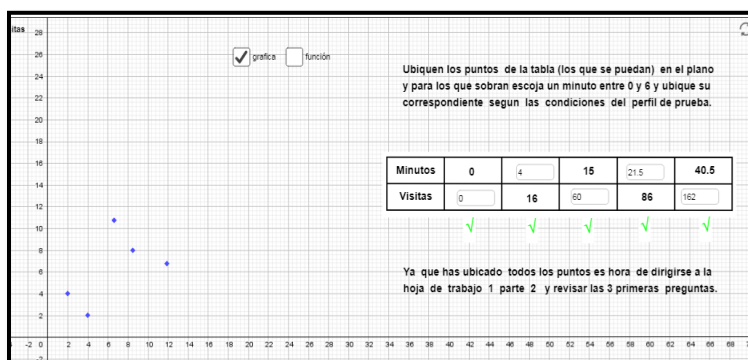


Figura 16 Paso de registro tabular a gráfico

Al momento de ubicar los puntos de la tabla en el plano cartesiano, la mayoría de los estudiantes no realizaron una lectura detenida de la consigna y manifestaron que no sabían cómo ubicar el punto (15,60) tal como se puede ver a continuación:

**Estudiante 1:** Nosotros ya ubicamos el punto cero minutos con cero (...) Y este quince que está más o menos aquí con el minuto sesenta, no nos deja ubicar.

**Profesora:** Entonces por eso dice, ubiquen los puntos de la tabla (los que se puedan) en el plano y para los que sobran, escoja un numero de minuto entre cero y seis. Por ejemplo, en el minuto tres cuantas visitas hay.

**Estudiante dos:** En el minuto tres hay doce.

Por esta razón, la docente a cargo pasó por la mayoría de los pupitres aclarando a los estudiantes este aspecto; una vez lo estudiantes recibieron la indicación procedieron a ubicar todos los puntos en el plano cartesiano y posteriormente pasaron a escribir en la casilla de entrada la representación algébrica de la función lineal, una vez se realiza esto la función se grafica automáticamente y es posible verificar si los puntos fueron ubicados correctamente al coincidir con la gráfica de la expresión encontrada.

En este momento, se pudo evidenciar que los estudiantes no tenían los conocimientos necesarios para construir la representación algebraica de la función ya que, aunque tenían todas las herramientas la mayoría manifestaron no saber cómo hacerlo, por esta razón la docente encargada pasó por cada uno de los puestos para dar algunas sugerencias que les permitiera hacerlo, tal como se puede observar en el siguiente fragmento de dialogo:

**Profesora:** Entonces, la forma de hallar las visitas ¿cuál es?

**Estudiante:** Hay que multiplicar los minutos por cuatro

**Profesora:** Pero como debemos representarla con una expresión no podemos escribir: cuatro por uno, cuatro por dos, etc. Cómo creen que podemos representar le tiempo. Con una variable. Algo que pueda tomar cualquier valor porque de pronto se quiero hallar el número de visitas para el minuto cinco o para el dos ¿Cómo lo podría escribir entonces? (...)  $f(x)$  representaría la cantidad total de visitas en el minuto  $x$  (...)

**Estudiante:** Entonces sería  $x$  por cuatro la función que debo escribir allí.

Como se puede observar en el diálogo anterior los estudiantes desconocían la notación que se usa para la representación algebraica de la función y no sabían cómo expresar la variable, pues a pesar de comprender la relación existente entre las variables se les dificultaba expresarla en términos de una función.

2. Escribe una expresión algebraica (que relacione del número de personas en función de los minutos transcurridos) que modele la situación:

$x4$

Figura 17 Construcción de expresión algebraica

Como se puede observar, se presentaron casos en donde no se escribió de manera precisa la función lineal pues la notación usada no fue la correcta, pero los estudiantes llegaron a la expresión que modela la situación.

Esto se pudo presentar porque en la barra de entrada donde debían digitar la función lineal, la parte  $(f(x) =)$  se podía observar en el recurso, como se puede ver a continuación:

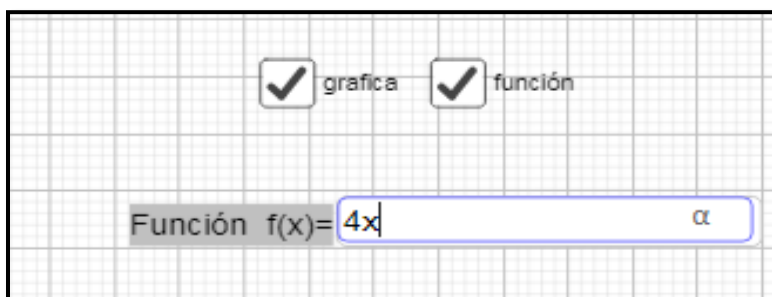


Figura 18 Paso del registro algebraico al gráfico

Es decir, dado que en el recurso solo debían escribir la expresión en la hoja de trabajo también escribieron solo la expresión y obviaron la notación de función, en este sentido se evidencia una confusión por parte de los estudiantes al usar notación formal.

Por otro lado, se presentaron algunos casos en donde a pesar de las explicaciones de la docente no lograron generalizar el concepto de función lineal ya que para realizar esta actividad eran necesarios ciertos saberes previos que algunos estudiantes no tenían, por esta razón, este tipo de dificultades no se tuvieron en cuenta en el análisis a priori, como muestra de esto se adjunta la siguiente imagen:

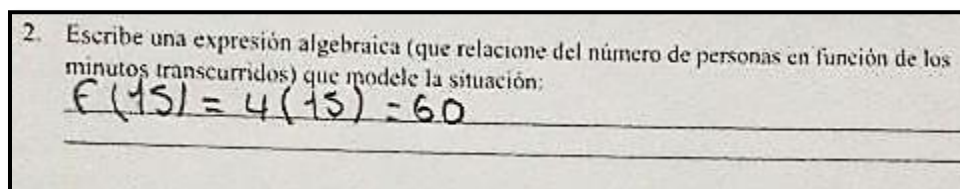


Figura 19 Argumento invalido, ausencia de la expresión algebraica

En términos generales en este ítem se obtuvo un porcentaje de satisfacción del 56%, lo cual es positivo para esta actividad ya que a pesar de los vacíos teóricos de los estudiantes se logró que un poco más de la mitad del salón llegara a lo deseado, lo que se observó con una frecuencia alta es la ausencia de la notación de función a la hora de escribir la función, aspecto que se considera fundamental en este apartado y que se reconoce que se debe abordar en situaciones posteriores.

3. En esta situación: ¿qué significa  $f(4) = 16$  ?

Teniendo en cuenta el análisis a priori, el objetivo de principal de esta pregunta es que los estudiantes logaran darle un sentido a la notación de la función lineal en términos de la situación problemática presentada en la actividad.

Para el caso de esta pregunta, los estudiantes debían entender el significado de la representación algebraica de la función lineal que había sido construida en la anterior pregunta.

En algunos casos los estudiantes manifestaron no saber que interpretación podían darle a la  $f(x)$  en  $f(x) = 4x$ , tal como se puede observar a continuación:

**Estudiante 1:** ¿Qué significa  $f(x)$ ?

**Docente:**  $f(x)$  denota una función en términos de la variable  $x$ . En este caso cuando ustedes reemplazan nos va a dar el número total de visitas (...). La  $x$  que nos va a representar ¿los minutos o las visitas?

**Estudiante 1:** Los minutos.

**Docente:** Ósea que en el minuto 4

**Estudiante 2:** Hay 16 visitas

Como se observa en el apartado anterior, algunos estudiantes no reconocían la forma general de representar una función lineal, por esta razón, se les dificultó dar una explicación sobre el significado de  $f(4) = 16$ , pero gracias a la intervención de la docente y al reconocimiento de la relación entre las dos variables de la situación que se logró mediante el uso del deslizador la mayoría de los estudiantes llegaron a lo que se pretendía en esta pregunta, tal como se puede observar a continuación:

3. En esta situación: ¿Qué significa  $f(4)=16$ ?

*quiere decir que en 4 minutos hay 16 personas*

Figura 20 Dando sentido a la notación de función

También se presentó el caso en que algunos estudiantes describieron detalladamente el significado de cada uno de los componentes de la notación formal de la función, este caso fue el que más se acercó a lo deseado en esta pregunta, ya que se evidencia un mayor grado de

abstracción por parte de los estudiantes, para ver con más detalle esto se adjunta una de las respuestas de este tipo a continuación:

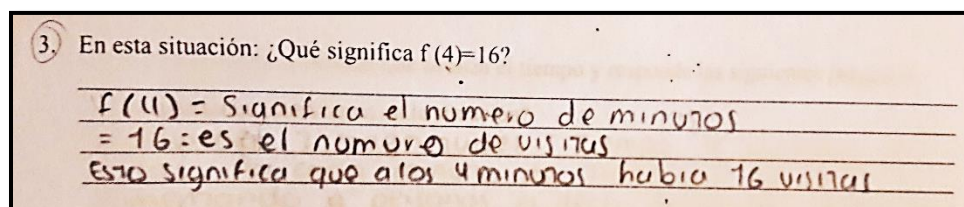


Figura 21 Entendiendo los componentes de la notación formal

La imagen anterior pone de manifiesto, que algunos estudiantes lograron realizar razonamientos que muestran el avance significativo que se logró en la comprensión de la relación funcional entre las dos variables de la situación.

Por otro lado, se presentaron casos en donde los estudiantes no dieron una respuesta válida pues la pregunta estaba enfocada para el caso particular de la función evaluada en el minuto cuatro (ver siguiente imagen).

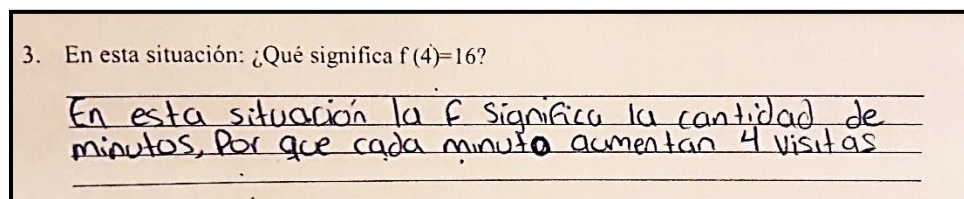


Figura 22 Interpretación confusa de la notación formal e intención de la pregunta

Como se puede observar en las respuestas presentadas y en el consolidado de la tabla las respuestas a esta pregunta fueron satisfactorias ya que se llegó a un 82% de aciertos, cabe resaltar que la intervención de la profesora y la interacción con el recurso fueron los potenciadores de conocimiento ya que al inicio se pudo evidenciar que los estudiantes no tenían clara la forma de representar la función lineal en lenguaje algebraico, por lo cual no podían realizar una interpretación acertada por si solos; sin embargo se reitera que se debe profundizar el trabajo en la representación algebraica partiendo de distintos registros de representación.

4. Observa la gráfica de la función y escribe que particularidades tiene: ¿Cuál es el corte de la recta con los ejes? ¿Qué significado tiene en la situación?

Partiendo de lo planteado en el análisis a priori, se esperaba que los estudiantes logaran visualizar la gráfica de la función de tal forma que pudieran deducir algunas características propias de la función lineal como por ejemplo el punto de corte con los ejes. Cómo se observa a continuación, la docente encargada tuvo que explicar a qué se refería con los puntos de corte de la gráfica ya que los estudiantes no lo recordaban, a continuación, se adjunta un fragmento de dialogo en donde se puede evidenciar esto:

**Estudiante:** Observa la gráfica de la función y escribe que particularidades tiene: ¿Cuál es el corte de la recta con los ejes? ¿Qué significado tiene en la situación?

**Docente:** Si yo te digo: descríbeme esta gráfica ¿Qué me dirías? La recta naranja ¿Cuál es el corte con el eje  $y$ ? ¿En qué punto atraviesa al eje  $y$ ?

**Estudiante:** En el punto  $(0,0)$

**Docente:** ¡exacto! Ese es el corte con el eje.

**Estudiante:** ¿Qué significado tiene esto en la situación? ¿Significa que cada vez van subiendo el número de visitas?

**Docente:** ¡No! Ahí se están refiriendo al punto de corte ¿qué quiere decir que la gráfica pase por el punto  $(0,0)$ ?

**Estudiante:** Que cuando no ha transcurrido el tiempo no hay visitas

Este fragmento evidencia algunos vacíos conceptuales que poseen los estudiantes al no saber a qué se hace referencia con los puntos de corte de una gráfica, pues en esta pregunta se presentaron varias dudas del mismo tipo por parte de otros estudiantes. Además, las respuestas consignadas en las hojas de trabajo confirman lo anterior.

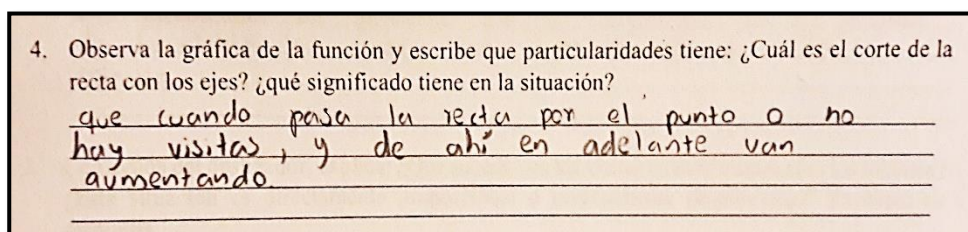


Figura 23 Ausencia notación formal de parejas ordenadas

Como se observa en la imagen, algunos estudiantes no escribieron de manera correcta la pareja ordenada que representa el punto de corte de la función lineal representada  $(0,0)$ . Aunque

las respuestas no fueron precisas, lograron deducir que en ese punto había cero visitas, además pudieron visualizar lo que sucedía con la gráfica a partir del minuto cero.

También se dio el caso en que algunos estudiantes expresaron el corte con el eje como pareja ordenada, pero, adicionalmente estos estudiantes escribieron otros pares ordenados que pertenecen a la recta, en este caso se ve un acercamiento al lenguaje formal, pero se presenta una ausencia de sentido en esta respuesta ya que no se explicita el significado que tiene esta respuesta en la situación, esto se puede observar en la siguiente imagen:

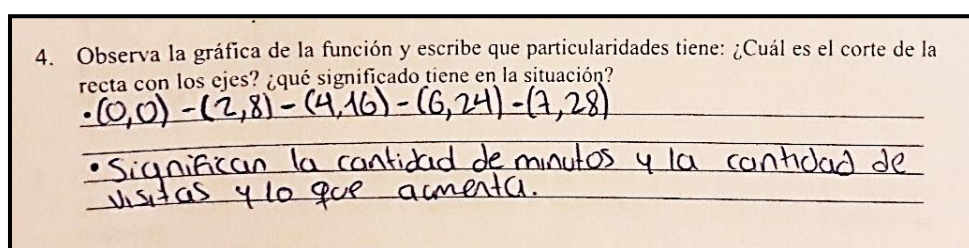


Figura 24 Argumento incompleto, evidencia puntos pertenecientes a la recta

En estas respuestas se ha podido evidenciar que los estudiantes han sacado algunas reflexiones sobre las características de la función lineal y le han dado una interpretación al punto de corte de la recta con el eje y en el punto  $(0,0)$ , esta pregunta con un 68% de satisfacción reitera lo dicho anteriormente, respecto a las respuestas invalidas se puede decir que los estudiantes especificaban como particularidades otros aspectos, como se puede observar en la figura 24.

### Actividad 2: financiamos con YouTube

Esta actividad tuvo inicio a medida que los estudiantes fueron acabando la actividad 1, en esta actividad el tipo de moneda que se trabajó corresponde al dólar estadounidense (USD), dentro de esta denominación encontramos dólares y centavos, por esta razón se llegó a la conclusión de trabajar toda la actividad en dólares, razón por la cual los estudiantes debían hacer la conversión de centavos a dólares; para brindar un acompañamiento a los estudiantes en este proceso la profesora hizo una breve introducción a la regla de tres y a la forma en que iban a ser tratados los datos de este apartado.

Se decidió dejar la actividad en moneda extranjera para darle más sentido de realidad, ya que esta denominación es la base sobre la cual se le hacen los pagos a los YouTubers (personas que saben contenido a YouTube constantemente), algunas variables que son tenidas en cuenta en la realidad fueron excluidas para este caso, como lo son: el tiempo de reproducción de cada video, la frecuencia con la que se suben videos, entre otras; gracias a que la relación dinero-reproducciones es la que se ajusta al modelo lineal que se trata en esta actividad (función a fin). La transición de la actividad 1 a la actividad 2 se llevó a cabo sin mayor dificultad, gracias a que los estudiantes ya se encontraban familiarizados con el Software y el recurso, se pudo evidenciar que el grado de abstracción de los estudiantes aumentó en esta actividad, ya que las actividades fueron comprendidas en un menor tiempo al de la actividad 1, a continuación, se muestra este momento de transición:



*Figura 25 Transición de actividad*

Una vez los estudiantes realizaron la transición de la actividad 1 a la actividad 2 y se familiarizaron con el contexto realizando la respectiva exploración, debían dirigirse a la hoja de trabajo dos para resolver las preguntas, Antes de dar inicio al análisis de cada pregunta se presenta un balance de respuestas, porcentaje de satisfacción y se especifica el propósito que tiene cada pregunta dentro de esta parte de la actividad, este balance se realiza en la tabla que se muestra a continuación:

| <b>Actividad n°2: financiemos con YouTube - Parte I</b>                                                                                                              |                                        |                 |                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------|-----------------------|
| <b>Propósito de la pregunta</b>                                                                                                                                      | <b>N° de estudiantes por respuesta</b> |                 |                       |
|                                                                                                                                                                      | <b>valida</b>                          | <b>invalida</b> | <b>% satisfacción</b> |
| <b>Parte I</b>                                                                                                                                                       |                                        |                 |                       |
| <b>Pregunta 1.</b> Formula el modelo matemático de la función lineal, a través del análisis de casos particulares, para predecir el comportamiento de un fenómeno.   | <b>17</b>                              | <b>5</b>        | <b>77%</b>            |
| <b>Pregunta 2.</b> Justifica la respuesta de una situación problemática, a través del cálculo aritmético de casos particulares, para argumentar la validez de estos. | <b>19</b>                              | <b>3</b>        | <b>86%</b>            |
| <b>Pregunta 3.</b> Reconoce el dominio y el rango de una relación.                                                                                                   | <b>12</b>                              | <b>10</b>       | <b>55%</b>            |
| <b>Parte II</b>                                                                                                                                                      |                                        |                 |                       |
| <b>Pregunta 1.</b> Identifica en una expresión algebraica y grafica cuando se presenta crecimiento o decrecimiento.                                                  | <b>18</b>                              | <b>4</b>        | <b>82%</b>            |
| <b>Pregunta 2.</b> Identifica cuando se presenta y cuando no, un crecimiento de la función.                                                                          | <b>14</b>                              | <b>8</b>        | <b>64%</b>            |
| <b>Pregunta 3.</b> Reconoce las variaciones de la función cuando no presenta crecimiento.                                                                            | <b>15</b>                              | <b>7</b>        | <b>68%</b>            |
| <b>Conteo global</b>                                                                                                                                                 | <b>47</b>                              | <b>19</b>       | <b>71%</b>            |

*Tabla 6 Balance respuestas actividad 2*

En términos generales la actividad 2 tuvo un porcentaje de satisfacción del 71%, lo cual es un resultado positivo y muestra que la actividad presentó un alto nivel de aceptación y comprensión por parte de los estudiantes, a continuación, se realizara un análisis por pregunta para ver con más detalle lo obtenido en la tabla:

## Parte I

1. ¿Cuánto dinero recauda el colegio con un total de 8 reproducciones en el primer video?  
Escribe una expresión algebraica (en función de las reproducciones del video) que modele la situación:

Una vez los estudiantes finalizaron la exploración y lograron la comprensión del manejo de divisas que implica esta actividad procedieron a resolver esta pregunta, como primera intervención entre estudiantes y profesora se llevó a cabo el siguiente diálogo, del cual solo se presentará un fragmento significativo:

**Estudiante 1:** ¿Cómo es esta pregunta?

**Estudiante 2:** a mí me dio ocho dólares con setenta y cinco centavos (8,75).

**Profesora:** vamos a tener en cuenta la nota que aparece en el recurso, el billete es de dos dólares y cada moneda es de veinticinco centavos; ahora, ¿Cuánto hay en cada grupo de monedas?

**Estudiante 1:** hay setenta y cinco centavos, que equivalen a 0,75 dólares.

**Profesora:** correcto, sabiendo esto ¿Cuánto dinero se recauda en la octava reproducción?

**Estudiantes:** ...las estudiantes procedieron a sumar ocho veces 0.75 y luego le sumaron los dos dólares (8 dólares) ...

**Profesora:** ya sabemos cuánto dinero hay cuando el video tiene 8 reproducciones, ahora ¿Cómo van a plantear la expresión?

**Estudiante 2:** hay que multiplicar 0,75 por la cantidad de reproducciones y sumarle dos dólares; porque con cada reproducción aumenta un montoncito de monedas y es igual al número de reproducciones y los dos dólares siempre están.

En este dialogo se evidencia como los estudiantes logran pasar de lo particular a lo general y también se hace claro que los estudiantes entienden la relación de correspondencia que existe entre las dos variables e identifican un nuevo integrante en la expresión que permanece constante, todo esto se logra mediante la función arrastre del deslizador, situación similar a la de la primera actividad con la variante de que presenta una constante en la situación.

En este momento los estudiantes dejaron a un lado el arrastre errante, es decir, el movimiento del deslizador deja de ser aleatorio y pasa a tener una intención, la cual es el

reconocimiento del patrón para plantear la expresión, para ver con más detalle las respuestas de los estudiantes a continuación se adjuntan algunas de ellas:

**PARTE I**

1. ¿Cuánto dinero recauda el colegio con un total de 8 reproducciones en el primer video? Escribe una expresión algebraica (en función de las reproducciones del video) que modele la situación:

El colegio recauda 6 centavos y 2 dólares.

$f(x) = 0,75x + 2$

Figura 26 Estudiante 1, procedimiento correcto e interpretación invalida

En esta respuesta se puede ver que el Estudiante 1 realizó correctamente el proceso, pero al momento de interpretar la respuesta tuvo un error, esto se dio por la conversión de centavos a dólares el estudiante realizó la conversión, pero cuando encontró la cantidad de centavos en la reproducción número ocho con el factor de conversión a dólares, olvidó esto y supuso que seguían siendo centavos, razón por la cual su respuesta fue seis centavos y dos dólares, en la generalización de la expresión este error no se evidencia ya que se supone todos los datos están en dólares; con respecto a lo sucedido, en el recurso hay una nota aclaratoria en donde se da una breve explicación de la conversión de centavos a dólares y se explicita que todos los datos serán manejados en dólares, por lo cual se puede deducir que fue un momento de distracción por parte del estudiante ya que fue la única respuesta que se encontró con este inconveniente.

1. ¿Cuánto dinero recauda el colegio con un total de 8 reproducciones en el primer video? Escribe una expresión algebraica (en función de las reproducciones del video) que modele la situación:

En el primer video el colegio recauda con 8 reproducciones 8 dólares, la expresión algebraica que nos permite saber estos es  $0,75x + 2$

Figura 27 Estudiante 2, evidencia de registro algebraico poco formal

En esta respuesta se puede evidenciar que el Estudiante 2 llegó al resultado correcto y escribió la forma en que llegó a este resultado, esta última corresponde a la expresión algebraica.

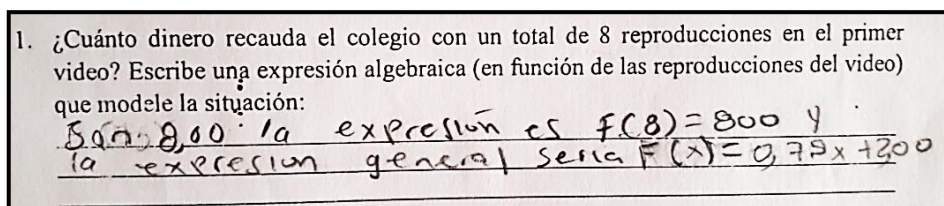


Figura 28 Estudiante 3, evidencia registro algebraico uso de notación formal

En esta respuesta se puede ver que el Estudiante 3 llega a la respuesta correcta, encuentra la expresión algebraica, pero además de esto usa la notación de función y es consciente de que la  $x$  corresponde al número de las reproducciones; las respuestas de este tipo fueron las más acertadas ya que se introduce la notación de función y se llega al resultado esperado.

En la actividad 1 parte I se presenta una pregunta de este tipo, en donde se pretende que el estudiante encuentre la forma en que se relacionan las variables y a partir de esta relación pueda identificar características propias de una función y en este caso de la función lineal y a fin, gracias a esto el estudiante ya tiene un grado de abstracción que efectivamente aumento en la actividad 2, esto se puede evidenciar en las respuestas y en el tiempo que tardaron en comprender las preguntas, también en las intervenciones de la profesora, ya que en esta actividad fueron considerablemente menores.

En esta actividad los estudiantes realizaron acciones de arrastre y selección de casillas, el arrastre es fundamental para el proceso de visualización y para la conjeturación, mediante este los estudiantes observan invariantes, correspondencias, entre otras, y con estos componentes llega a la formalización de su conjetura, la casilla de control es muy importante en esta actividad ya que en esta se encuentra almacenada la información correspondiente a la conversión de moneda e indica que las actividades serán trabajadas en términos de dólares.

El desempeño de los estudiantes en esta actividad fue satisfactorio, se evidencio un nivel mayor nivel de compromiso y un mejor manejo del software, lo que repercutió en motivación y comprensión por parte de los estudiantes.

2. Para comenzar con el proyecto de mejorar las instalaciones de la sala de cómputo del colegio inicialmente se necesitan mínimo 40 dólares. ¿Con cuántas reproducciones del primer video se lograría recaudar ese dinero?

Mientras los estudiantes resolvían esta pregunta se observó que recurrían a dos métodos para hallar la respuesta, el primer método consistía en plantear la ecuación  $0.75x + 2 = 40$  y despejar la  $x$  para hallar la cantidad de reproducciones, como resultado de este método se obtiene un número decimal (50,6) y frente a esta respuesta se encontraron dos posturas, la primera se basaba en decir que se necesitaban cincuenta reproducciones y más de la mitad de otra reproducción, es decir, que el video fuera visto completo cincuenta veces y visto en un sesenta por ciento una vez; la otra postura consiste en aproximar el número decimal al siguiente entero, en este caso a cincuenta y uno, teniendo claro que se recauda más de los cuarenta dólares por veinticinco centavos (40,25).

El segundo método se basó en el tanteo, los estudiantes hicieron pruebas de ensayo y error hasta que decidieron que el número que buscaban era el cincuenta y uno, ya que cincuenta les daba un poco menos de cuarenta dólares y cincuenta y les daba un poco más, con lo que dedujeron que con las cincuenta y un reproducciones se recaudaban los cuarenta dólares necesarios para empezar con el proyecto, a continuación se muestran dos imágenes en donde se pueden evidenciar los dos métodos respectivamente:

$$\begin{aligned}
 0.75x + 2 &= 40 \\
 0.75x &= 40 - 2 \\
 0.75x &= 38 \\
 x &= \frac{38}{0.75} \\
 x &= 50.6
 \end{aligned}$$

Figura 29 Uso de ecuación lineal para solución del problema

En esta imagen se puede evidenciar el proceso que realiza el estudiante para hallar el valor de  $x$  que satisface esa ecuación.



Figura 30 Uso de ensayo-error para llegar a la solución del problema

En esta imagen se puede evidenciar que el estudiante tiene su primer acercamiento a la solución por medio del tanteo y de la suma repetitiva, esto se puede deducir por el gesto que hace con el lápiz en la pantalla; para ver con más detalle las respuestas de los estudiantes a continuación se adjuntan algunas de ellas:

2.. Para comenzar con el proyecto de mejorar las instalaciones de la sala de cómputo del colegio inicialmente se necesitan mínimo 40 dólares. ¿Con cuántas reproducciones del primer video se lograría recaudar ese dinero?

$$f(x) = 0.75x + 2 = 40 \quad x = \frac{40-2}{0.75} \quad x = 50.6$$

Se necesitan 50.6 reproducciones para reunir 40 dólares, o sea 50 reproducciones más una vista de más de la mitad.

Figura 31 Estudiante 1, uso de solución de ecuación e interpretación de resultado decimal

En esta respuesta se puede observar que el Estudiante 1 realiza el despeje de la ecuación planteada y deduce que se necesitan 50,6 reproducciones para recaudar los 40 dólares que se necesitan para iniciar el proyecto, hace uso del primer método pero lo más interesante es la forma en como le da sentido a esta respuesta decimal dentro del contexto que se está manejando, lo cual es prueba de que se está adquiriendo un alto nivel de comprensión e interpretación y que adopta la primera postura de las que se habló con anterioridad.

2.. Para comenzar con el proyecto de mejorar las instalaciones de la sala de cómputo del colegio inicialmente se necesitan mínimo 40 dólares. ¿Con cuántas reproducciones del primer video se lograría recaudar ese dinero?

$$x \cdot 0,75 \cdot 2,00 = 40$$

$$x = 38 / 0,75 = 50,6$$

Y una persona que viere más de la mitad del video  
Serían 51 reproducciones para conseguir 40 dólares

Figura 32 Estudiante 2, uso de solución de ecuación e interpretación redondeando el resultado

De esta respuesta se puede deducir que el estudiante también uso el primer método, pero en este caso adopto la segunda postura, ya que el estudiante realizó el despeje de la ecuación, pero al hallar una respuesta decimal decidió aproximarla al siguiente número entero sin perder de vista que se recaudaban los 40 dólares que se necesitan.

2.. Para comenzar con el proyecto de mejorar las instalaciones de la sala de cómputo del colegio inicialmente se necesitan mínimo 40 dólares. ¿Con cuántas reproducciones del primer video se lograría recaudar ese dinero?

Se necesitan 51 reproducciones para conseguir mínimo 40 dólares

Figura 33 Estudiante 3, respuesta con ausencia de procedimiento e interpretación redondeando el resultado

En esta respuesta se puede deducir que el Estudiante 3 hace uso del segundo método ya que presenta la respuesta como un número entero y usa la palabra “mínimo” para indicar que por lo menos se necesitan más de 50 reproducciones para recaudar los 40 dólares que se necesitan para iniciar con el proyecto.

Antes de pasar a resolver esta pregunta los estudiantes han llenado los campos que le hacen falta al registro tabular en donde se diseccionan los integrantes de la función para este caso, como lo son: la cantidad de reproducciones, el valor de los centavos en dólares, el valor del billete y el total de dinero recaudado por cada reproducción, esto lo puede hacer por tanteo o planteando las ecuaciones correspondientes, como efectivamente sucedió; después de analizar las respuestas obtenidas se puede decir que el 86% de estudiantes justifico la respuesta encontrada por medio de los casos mencionados con anterioridad, pasando de un método a otro y usando las herramientas adquiridas a lo largo la interacción con el recurso.

3. ¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la gráfica) y qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.

Cuando los estudiantes fueron pasando a esta pregunta se empezaron a cuestionar sobre cómo hallar esos valores que podían tomar las reproducciones y el dinero que se obtiene por estas, lo que indica que se desconectaron del contexto de la situación y que además de esto no se tenía claro que representaba el dominio y el rango de una función, a continuación, se muestra un fragmento de dialogo en donde se puede observar la forma en que se contextualizó a los estudiantes:

**Estudiante 1:** lee la pregunta y dice: ¿ahí cómo es?

**Profesora:** ¿Cuál es el número mínimo de reproducciones que puede tener el video?, en el peor caso en que nadie lo haya visto.

**Estudiante 2:** cero

**Profesora:** y ¿cuál es el máximo número?

**Estudiantes:** doscientos.

**Profesora:** entonces ¿cómo sería ese intervalo de reproducciones?

**Estudiante 1:** ese intervalo iría desde cero hasta doscientos.

**Profesora:** correcto, ahora el valor del dinero depende de la cantidad de reproducciones, como ya lo habíamos visto con anterioridad; ¿Cuánto es lo más poquito que el colegio se puede ganar? Si nadie ve el video.

**Estudiante 2:** dos dólares

**Profesora:** y ¿si todas las doscientas personas ven el video cuanto se puede ganar el colegio?

**Estudiante 1:** hay que hacer el cálculo, 152 dólares.

**Profesora:** ahora, ¿qué me pueden decir del dominio y el rango?

**Estudiantes:** el dominio corresponde a las reproducciones que puede haber y va de  $(0,200)$  y el rango es el dinero que se puede ganar con esas reproducciones y va desde  $(2,152)$ .

En este fragmento se puede observar como el contexto le da sentido a esos valores que pueden tomar las reproducciones, lo que constituye el dominio de la función y a los valores que puede tomar el dinero que gana el colegio con las reproducciones, lo que corresponde al rango de la función, cabe resaltar que para esta pregunta se acoto el dominio y puso una nota en donde se especificaba que el valor máximo de reproducciones que podía tener el video era de doscientos; los estudiantes pasaron de no entender que valores debían encontrar a darle sentido al dominio y rango de la relación, para ver con más detalle las respuestas de los estudiantes a continuación se adjuntan algunas de ellas:

3. ¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la gráfica) y qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.

Reproducciones:  $[0 - 200]$

Dinero:  $[2 - 162]$

NOTA: Para este caso, el número máximo de reproducciones que puede tener el video es de 200.

Figura 34 Estudiante 1, identificación de intervalos y ausencia de terminología adecuada

En esta respuesta se puede observar como el estudiante encuentra el intervalo de valores que puede tomar las reproducciones y el dinero, pero también se observa que el estudiante no usa la notación de dominio y rango, es decir que el estudiante se queda en el contexto y no formaliza las nociones en su respuesta, se resalta que el estudiante usa la notación de un intervalo.

3. ¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la gráfica) y qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.

dominio = 0 a 200 reproducciones

rango = 2 a 152 dolares

NOTA: Para este caso, el número máximo de reproducciones que puede tener el video es de 200.

Figura 35 Estudiante 2, uso de terminología adecuada y ausencia de notación de intervalos

En esta respuesta el estudiante halla los valores que puede tomar las reproducciones y el dinero, y además usa la notación de dominio y rango, pero a diferencia del Estudiante 1, el

Estudiante 2 no escribe el intervalo con la notación correspondiente, sino que lo hace en lenguaje natural y adicionalmente identifica de que magnitud se habla en cada caso, lo cual se considera valioso.

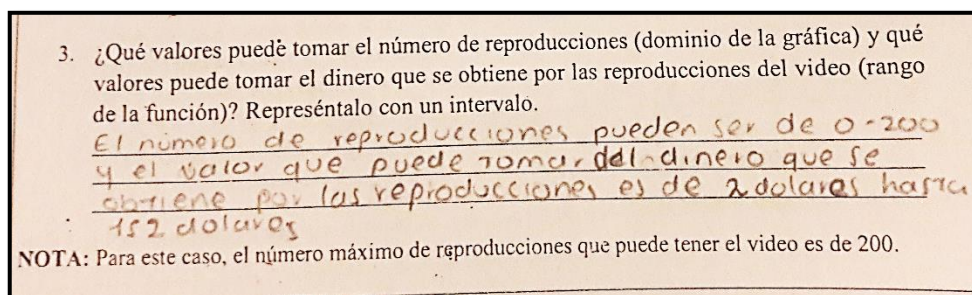


Figura 36 Estudiante 3, reconocimiento de dominio y rango de la función

En esta respuesta se puede observar que el estudiante tiene muy clara la relación de dependencia que se establece entre las variables y que reconoce el dominio y el rango de la función, pero no escribe el intervalo con su notación y tampoco identifica cual es el dominio y el rango, toda la respuesta la da en lenguaje natural.

Luego de analizar los tres tipos de respuestas que se presentaron por parte de los estudiantes se puede decir que un 55% de ellos reconoce el dominio y el rango de una relación, pero también queda claro que los estudiantes presentan un poco de inseguridad a la hora usar el lenguaje formal para expresar sus conocimientos, lo cual se considera que es un aspecto que se debe mejorar ya que se deben trabajar los diferentes registros de representación de un objeto para su mejor comprensión, el alto porcentaje de respuestas invalidas se debe a que los estudiantes no identificaron los intervalos que hallaron, tal como se muestra a continuación:

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>3. ¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la gráfica) y qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.</p> <p><math>[0, 200]</math> <math>[2, 150]</math></p> <p>NOTA: Para este caso, el número máximo de reproducciones que puede tener el video es de 200.</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <p>¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la función)? Representalo con un intervalo.</p> <p><math>[0, 200]</math> <math>[2, 150]</math></p>                                                                                                                                                                                                                  | <p>¿Qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.</p> <p><math>(0, 200)</math> <math>(2, 150)</math></p>                                                                                                     |
| <p>¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la función)? Representalo con un intervalo.</p> <p><math>[0, 200]</math> <math>[2, 150]</math></p>                                                                                                                                                                                                                  | <p>NOTA: Para este caso, el número máximo de reproducciones que puede tener el video es de 200.</p> <p>¿Qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.</p> <p><math>[0, 200]</math> <math>[2, 150]</math></p> |
| <p>3. ¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la gráfica) y qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.</p> <p><math>[0, 200]</math> <math>[2, 150]</math></p> <p>NOTA: Para este caso, el número máximo de reproducciones que puede tener el video es de 200.</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

Figura 37 Recopilado de respuestas invalidas, ausencia notación de intervalos

## Parte II

1. Teniendo en cuenta la nueva propuesta: ¿Cuántas reproducciones se necesitan en el primer video para reunir mínimo 40 dólares para empezar el proyecto?

Como se menciona en el análisis a priori esta pregunta tiene como objetivo que el estudiante logre sacar conclusiones sobre un caso particular de reunir el monto de 40 dólares para emprender el proyecto, a partir de las representaciones de la función que modela la segunda propuesta.

Cabe resaltar, que algunos estudiantes no realizaron una lectura correcta de la consigna que se encontraba en el recurso, en donde se describía la función lineal que modelaba la segunda propuesta, gracias a esto seguían con la idea de que  $b = 2$ , lo cual correspondía a la función de la primera propuesta ( $f(x) = 0.75x + 2$ ) no a la función que modelaba la segunda propuesta ( $f(x) = 0.9x$ ) en donde  $b = 0$ ; esto se lo manifestaron a la docente a cargo, motivo por el cual se hizo necesario intervenir de la siguiente manera:

**Docente:** ¿Cuál es la segunda propuesta?

**Estudiante:** Que subieron 15 centavos por cada reproducción.

**Docente:** Pero noten algo, aquí ya no nos están diciendo que nos dan dos dólares, esto es un negocio nuevo.

**Estudiante:** Entonces sólo son 90 centavos por cada reproducción. La función sería entonces  $f(x) = 0.9x$  y ya

Después de intervenciones de este tipo entre docente y estudiante se pudo observar que una de las estrategias usadas por los estudiantes se basó en el planteamiento de la ecuación para hallar a partir de esta el número de reproducciones necesarias para recaudar el valor deseado tal como se puede observar en la siguiente imagen:

$$x,90 = 40 \quad x = 40 / 0,90 = 44,4$$

$$44,4 \times 0,90 = 40$$

Figura 38 Uso de ecuación lineal para hallar el valor de la incógnita

Para ver con más detalle lo sucedido en esta pregunta se adjuntan algunas de las respuestas obtenidas por los estudiantes:

1. Teniendo en cuenta la nueva propuesta: ¿Cuántas reproducciones se necesitan en el primer video para reunir mínimo 40 dólares para empezar el proyecto?

$$44,4 \times 0,90 = 39,96 \text{ faltan aproximadamente 4 centavos}$$

Para reunir los 40 dolares

Figura 39 Estudiante 1, razonamiento valido y respuesta invalida

En esta respuesta se puede observar que el estudiante realizó un razonamiento valido, pero la respuesta fue invalida según los estándares planteados al principio, ya que por alguna razón el estudiante no explicito la cantidad de reproducciones para reunir mínimo 40 dólares, pero con la multiplicación que expreso en la respuesta da cuenta que sabe que con 44.4 reproducciones recaudan mínimo 39.96 dólares, faltando 4 centavos para completar lo pedido, valor que da por que se desprecian algunos decimales; razón por la cual se llega a pensar que el estudiante esta razonando de forma correcta pero aún le falta precisión para lograr lo pedido en la consigna.

1. Teniendo en cuenta la nueva propuesta: ¿Cuántas reproducciones se necesitan en el primer video para reunir mínimo 40 dólares para empezar el proyecto?

$$0,90 x = 40$$

$$x = 40 / 0,90 = 44,4$$

Se necesitarian 45 reproducciones con la nueva Propuesta.

Figura 40 Estudiante 2, solución de ecuación lineal y redondeo del resultado

En esta respuesta se puede observar que el estudiante plantea una ecuación para saber la cantidad de reproducciones que se necesitan para reunir 40 dólares y al encontrarse con un número decimal toma la decisión de aproximar dicho número al entero siguiente, entendiendo que al aproximar el número se garantiza que se recauda el mínimo requerido

1. Teniendo en cuenta la nueva propuesta: ¿Cuántas reproducciones se necesitan en el primer video para reunir mínimo 40 dólares para empezar el proyecto?  
se necesita 45 reproducciones para reunir 40 dólares

1. Teniendo en cuenta la nueva propuesta: ¿Cuántas reproducciones se necesitan en el primer video para reunir mínimo 40 dólares para empezar el proyecto?  
se necesita 44.4 reproducciones para reunir 40 dólares

Figura 41 Recopilado de respuestas validas con diferente argumento

En estas dos respuestas se puede observar el mismo tipo de razonamiento, con la diferencia de que un estudiante decide realizar la aproximación y especifica que cantidad de dinero reúne con el número aproximado y el otro estudiante decide dejar el número expresado como decimal; con lo cual se concluye que en un 82% los razonamientos realizados por los estudiantes fueron acertados.

2. ¿Qué diferencias encuentras entre las dos gráficas y como podría expresarlo en términos de la situación (reproducciones por video)?

En el momento que los estudiantes se enfrentaron a esta pregunta tenían todas las herramientas para poder establecer ciertas diferencias entre la gráfica de una función lineal y una función afín, tal como se afirma en el análisis a priori.

Una vez los estudiantes construyeron las gráficas de la propuesta 1 y la propuesta 2 (como se muestra a continuación), debían realizar un proceso de visualización de éstas para poder sacar conclusiones respecto al comportamiento de cada una de ellas.

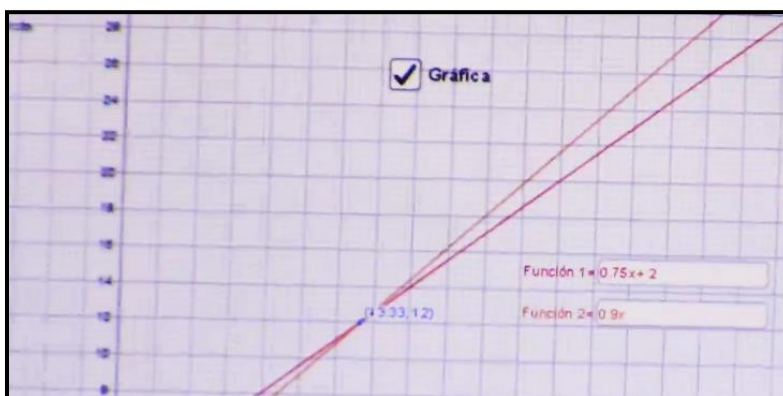


Figura 42 Paso de registro algebraico a gráfico

Para la solución de esta pregunta surgieron diálogos entre el docente y los estudiantes como el fragmento que se presenta a continuación:

**Estudiante:** ¿Qué diferencias encuentras entre las dos gráficas y como podría expresarlo en términos de la situación (reproducciones por video)? Que esta tiene cero dólares cuando no hay reproducciones y la otra tiene 2 dólares

**Docente:** Entonces esa es una de las diferencias, que una corta al eje en el punto (0,0) y la otra no, pero ¿Qué otra diferencia podríamos encontrar? ¿Cuál sería mejor propuesta antes del punto donde se cortan las funciones? ¿Con cuál pueden ganas más dinero?

**Estudiante:** La gráfica de la propuesta 2 está más elevada

**Docente:** ¿Seguro?

**Estudiante:** Bueno. Antes del punto azul está más elevada la roja, pero después la naranja.

**Docente:** Entonces, antes del punto azul la mejor propuesta es la roja, pero después de ese punto la mejor propuesta es la naranja, pero ¿Qué sucede en el punto donde se cortan las dos gráficas?

**Estudiante:** En ese punto pagan lo mismo.

Es importante mencionar que las respuestas de los estudiantes para esta pregunta giraron en torno al punto del corte con el eje, es decir en ningún momento mencionaron aspectos relacionados con el dominio y rango de las funciones o el crecimiento de las funciones, por esta

razón la docente por medio de preguntas orientadoras condujo a los estudiantes a que visualizaran el comportamiento de las gráficas (ver fragmento de conversación anterior).

A pesar de las aclaraciones de la docente algunos estudiantes respondieron de manera incompleta pero valida, como se muestra a continuación:

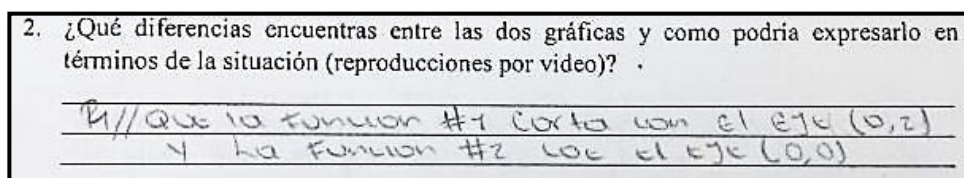


Figura 43 Evidencia de respuesta incompleta

En otros casos los estudiantes si presentaron una interpretación respecto al comportamiento de las dos funciones en relación con la situación planteada pero no lo hicieron de manera correcta.

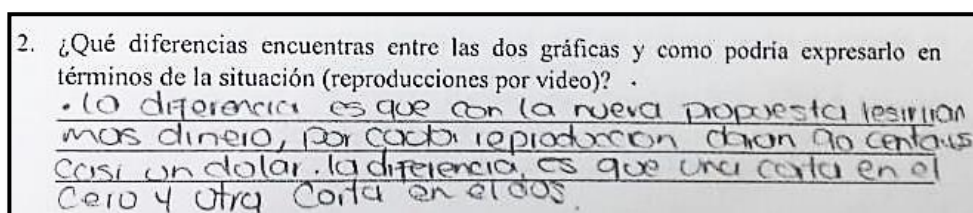


Figura 44 Ausencia de articulación entre registro gráfico y algebraico

Como se puede observar, en este caso los estudiantes no toman como referencia las gráficas de las funciones para dar una interpretación válida de ambas propuestas, pues según la respuesta consignada en la hoja de trabajo realizaron un razonamiento incorrecto con base en el dinero recibido por reproducción en cada una de las propuestas, sin tener en cuenta otros aspectos necesarios para poder presentar este tipo de conclusiones.

En esta actividad se presentó un porcentaje de satisfacción del 64%, este porcentaje fue el más bajo de la segunda parte de la actividad 2, esto pudo ser debido a que la pregunta no especifica qué tipo de diferencias se pretende que el estudiante reconozca, y gracias a esto queda una gran gama de respuestas que pueden ser dadas por el estudiante, el porcentaje de satisfacción corresponde a las respuestas que cumplen con ciertos aspectos, tales como el corte con el eje  $y$ ,

el crecimiento de las funciones, el significado del punto de corte de las dos gráficas y el comportamiento de las gráficas antes y después del punto de corte.

3. Partiendo de lo anterior: ¿Cuál de las dos propuestas debería tomar el colegio para la financiación del proyecto de mejoramiento de la sala de cómputo?

Como se mencionó en el análisis a priori uno de los aspectos importantes cuando se propone a los estudiantes una situación problémica, es que pueda realizar una interpretación del objeto matemático en relación de la situación planteada y esta es la razón fundamental por la que se propone esta pregunta.

La pregunta anterior, permitió que el estudiante pudiese visualizar el comportamiento de las dos funciones especialmente como crecían las funciones. La relación entre estas dos preguntas se pudo evidenciar en el sentido de que los estudiantes que se basaron en el punto de corte con los ejes, para dar la respuesta de la pregunta anterior relacionaron su razonamiento con ese aspecto para concluir acerca de la viabilidad de las dos propuestas (ver siguiente imagen).

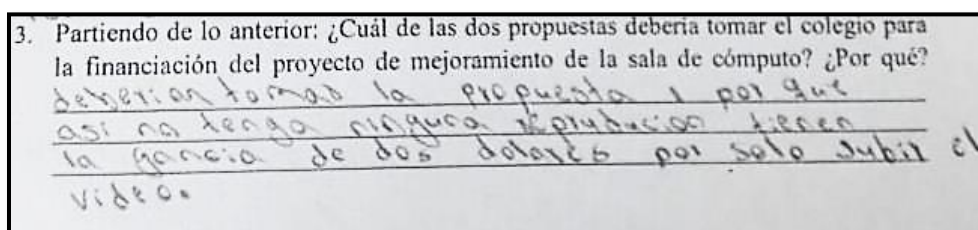


Figura 45 Interpretación de resultados basados en el comportamiento antes del punto de corte de las rectas

Como se logra observar, estos estudiantes se basaron en la situación en donde no hay ninguna reproducción para decir que la propuesta 1 era la más conveniente, dejando de lado que hay tres momentos en donde hay que evaluar las dos propuestas, cuando corta el eje  $y$ , en el punto de corte entre ellas y antes y después de este, se podría decir que esta respuesta se encuentra en un primer nivel de abstracción ya que se reconoce solo uno de los aspectos mencionado con anterioridad.

En otro caso se optó por concluir sólo a partir de este caso particular tal como se observa a continuación:

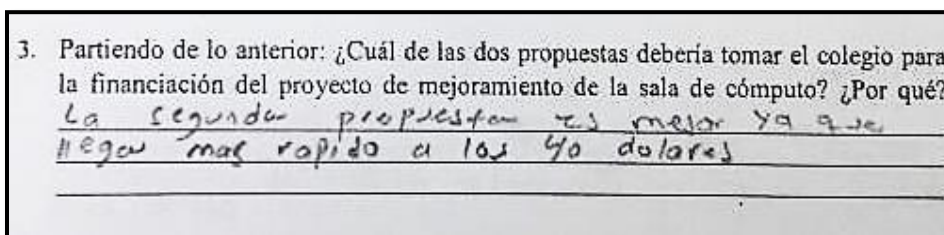


Figura 46 Interpretación de resultados basándose en un valor particular

Aunque se llegó a la respuesta correcta, la intención de la pregunta es que el estudiante pudiera tomar una decisión a partir del comportamiento general de las gráficas.

Como se puede observar en los casos anteriores los estudiantes, aunque respondieron de manera correcta, se enfocaron en uno o dos aspectos que se encontraban inmersos en esta situación. El porcentaje de satisfacción de esta pregunta fue del 68% lo cual se considera positivo ya que cada uno de los estudiantes reconoció un aspecto diferente de la respuesta y gracias al breve momento de socialización que se presentó al finalizar esta pregunta entre todos los estudiantes se logró construir la respuesta de esta pregunta con todos los aspectos que la componían.

### Actividad 3: El modelador de situaciones lineales

Esta actividad es denominada de cierre ya que tiene como fin consolidar los conocimientos adquiridos a lo largo de las situaciones de una manera formal, con el fin de que se puedan generalizar las características de la función lineal y a fin en términos de sus componentes, adicionalmente se pretende que el estudiante llegue a la articulación de los diferentes registros de representación que han sido usados anteriormente.

Antes de dar inicio al análisis de cada pregunta se presenta un balance de respuestas, porcentaje de satisfacción y se especifica el propósito que tiene cada pregunta dentro de esta actividad, este balance se realiza en la tabla que se muestra a continuación:

| <b>Actividad n°3: El modelador de situaciones lineales</b>                                                          |                                        |                 |                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------|-----------------------|
| <b>Propósito de la pregunta</b>                                                                                     | <b>N° de estudiantes por respuesta</b> |                 |                       |
|                                                                                                                     | <b>valida</b>                          | <b>invalida</b> | <b>% satisfacción</b> |
| <b>Pregunta 1.</b> Identifica en una expresión algebraica y grafica cuando se presenta crecimiento o decrecimiento. | <b>18</b>                              | <b>4</b>        | <b>81%</b>            |
| <b>Pregunta 2.</b> Identifica cuando se presenta y cuando no, un crecimiento de la función.                         | <b>16</b>                              | <b>6</b>        | <b>72%</b>            |
| <b>Pregunta 3.</b> Reconoce las variaciones de la función cuando no presenta crecimiento.                           | <b>15</b>                              | <b>7</b>        | <b>68%</b>            |
| <b>Pregunta 4.</b> Identifica el dominio y rango de una función sin crecimiento.                                    | <b>13</b>                              | <b>9</b>        | <b>59%</b>            |
| <b>Pregunta 5.</b> Articula el registro de representación tabular y gráfico.                                        | <b>14</b>                              | <b>8</b>        | <b>64%</b>            |
| <b>Conteo global</b>                                                                                                | <b>76</b>                              | <b>27</b>       | <b>69%</b>            |

*Tabla 7 Balance respuestas actividad 3*

En términos generales la actividad 3 tuvo un porcentaje de satisfacción del 69%, lo cual es un resultado positivo y muestra que la actividad tuvo un buen nivel de aceptación y comprensión por parte de los estudiantes, a continuación, se realizara un análisis por pregunta para ver con más detalle lo obtenido en la tabla:

1. ¿Para qué valores de la pendiente ( $m$ ) se evidencia un crecimiento y para que valores se presenta un decrecimiento de la recta?

Para esta actividad, se esperaba que el estudiante al realizar una lectura de la consigna que se encuentra en el recurso realizara un proceso de exploración mediante el arrastre errático al deslizador, que le permitiera observar de manera general los cambios y transformaciones de los diferentes registros de representación de la función lineal y la relación entre estos.

Lo anterior logró evidenciarse, pues en un primer momento se pudo observar que los estudiantes realizaban ese proceso de arrastre sin ningún objetivo claro. Una vez se dirigieron a

la hoja de trabajo, realizaron un arrastre guiado al deslizador, pues debían visualizar lo que sucedía con la gráfica de la función cuando la pendiente tomaba ciertos valores.

En esta pregunta surgió lo previsto en el análisis a priori, lo cual corresponde al desconocimiento del significado de crecimiento y decrecimiento de una función, respecto a esta situación se presentó una intervención por parte de la profesora tal como se indicó en las recomendaciones para la gestión didáctica. A continuación, se muestra un fragmento de esta intervención:

**Estudiante 1:** Profe, ¿cómo hacemos para darnos cuenta que la recta crece o decrece?

**Profesora:** ¿recuerdan lo sucedido en la primera actividad cuando el tiempo aumentaba? ¿Qué sucedía con las visitas?

**Estudiante 2:** el tiempo aumentaba y las visitas aumentaban también.

**Profesora:** ahora, en la actividad 1 llegamos a la conclusión de que esta relación era creciente y directamente proporcional, cuándo se realizó la gráfica de la función que modela esta situación ¿cómo era la correspondencia de los ejes con las magnitudes?

**Estudiante 1:** al tiempo le correspondía el eje  $x$  y a las visitas el eje  $y$

**Profesora:** correcto, y ¿qué sucedía con los valores de  $y$  cuando  $x$  aumentaba? y ¿cómo era la forma de la recta?

**Estudiante 2:** cuando los valores de  $x$  aumentaban los de  $y$  también

**Estudiante 1:** la recta iba hacia arriba a medida que  $x$  aumenta

**Estudiantes:** ¡Ahhhh! Ósea que podemos decir que la función es creciente cuando la recta va para arriba y el valor de  $y$  aumenta cuando  $x$  aumenta.

**Profesora:** correcto, para determinar cuando la función es decreciente se hace de la misma forma.

Finalmente, los resultados obtenidos en las evidencias (Hoja de trabajo), dejan ver que los estudiantes lograron comprender para qué valores de la pendiente la recta es creciente y para cuales es decreciente tal como se muestra a continuación:

1. ¿Para qué valores de la pendiente ( $m$ ) se evidencia un crecimiento y para qué valores se presenta un decrecimiento de la recta?  
Se evidencia que crece para valores positivos y decrece para los valores negativos.

Figura 47 Evidencia de comportamiento de crecimiento y decrecimiento de la recta

Como se puede observar en la tabla 7 el 81% de los estudiantes respondió de manera satisfactoria, aunque se presentaron casos en donde el estudiante sólo hizo referencia a los valores de la pendiente que son visibles en el recurso, tal como se puede observar a continuación:

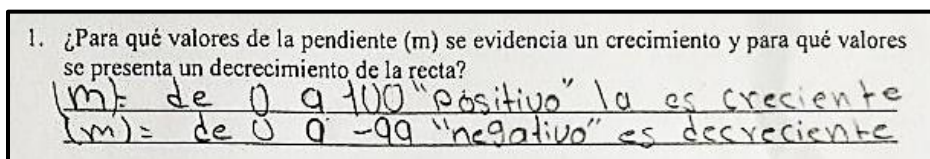


Figura 48 Ausencia de generalización de los resultados

Para este caso particular, se puede deducir que, aunque el estudiante tuvo un razonamiento asertivo respecto al crecimiento o decrecimiento de la recta, no logró generalizar lo que sucedía con la recta cuando la pendiente tomaba valores que no se podían observar en el recurso.

Esta pregunta cumplió con su propósito ya que el 81% de los estudiantes logró conceptualizar lo que se trabajó en las situaciones pasadas, en donde se presentaban situaciones de crecimiento y de decrecimiento para llegar a la comprensión total del fenómeno tratado, en donde se hace necesario dar sentido a la pendiente ( $m$ ); para el caso de los estudiantes que cayeron en el error de concebir los valores que se podían observar en la pantalla como el todo, se les hizo un retroalimentación en donde se explicó que si movíamos el cursor hacia la derecha o izquierda se seguirían visualizando valores infinitamente.

## 2. ¿Qué sucede con la recta cuando la pendiente es cero?

Para esta pregunta, los estudiantes debían realizar un arrastre guiado al ubicar el deslizador cuando la pendiente era igual a cero. Además, para este caso particular se esperaba que logaran relacionar el registro de representación gráfico y algebraico de la función. Algunos estudiantes, solicitaron ayuda de la docente como se muestra en el siguiente diálogo:

**Estudiante:** Profesora, la pendiente cuando es positiva la recta es creciente y cuando es negativa la recta es decreciente. Pero ahora dice: ¿Qué sucede cuando la pendiente es cero?

**Profesora:** correcto, entonces ¿Qué es lo primero que deben hacer con el deslizador?

**Estudiante:** Lo primero es poner el deslizador de la pendiente en cero (el estudiante ubica el deslizador en  $m = 0$ )

**Profesora:** ¿Cómo es la recta?

**Estudiante:** Es constante.

**Profesora:** ¿Qué sucede cuando los valores de  $b$  cambian?

**Estudiante:** se mueve paralela al eje  $x$ .

**Profesora:** ¿hay crecimiento o decrecimiento?

**Estudiante:** ninguno

Como se muestra en el anterior apartado, la intervención de la docente fue fundamental ya que, aunque la pregunta era muy clara, fue necesario, guiar a algunos estudiantes en la acción de arrastre que debían realizar sobre el deslizador para lograr visualizar el comportamiento de la recta para ese caso particular.

De igual forma, en otros registros obtenidos durante la experimentación se logra evidenciar que los estudiantes realizaron un proceso de visualización válido que les permitió argumentar de manera correcta la pregunta planteada (ver siguiente imagen).

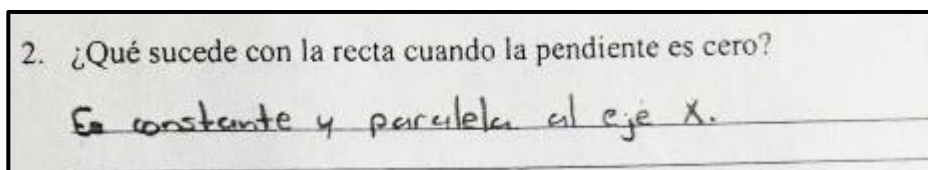


Figura 49 Interpretación de una recta con pendiente igual a cero

La mayoría de los estudiantes contestaron de manera similar, pues identificaron la transformación de la gráfica de la función lineal con la característica de la pendiente igual a cero. Para lograr lo anterior, la interacción con el recurso fue fundamental pues el punto de partida para poder visualizar esos cambios de la gráfica en relación con el registro algebraico fue la

manipulación del deslizador ya que este debía ser lo suficientemente preciso para obtener una función lineal con esas características; a continuación, se muestran algunas respuestas consideradas como validas

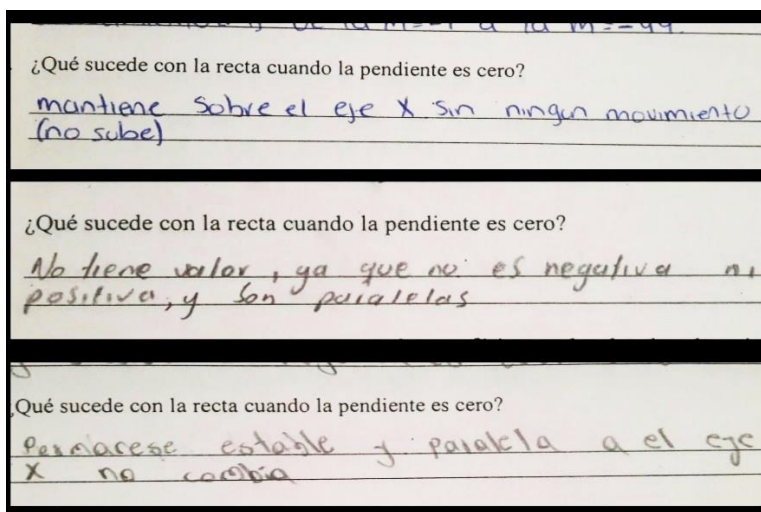


Figura 50 Tipos de respuestas validas

Respecto a los estudiantes que proporcionaron respuestas tomadas como invalidas se puede observar que los estudiantes tenían la idea de lo sucedido, pero al momento de expresarlo en la hoja de trabajo no lo hicieron de manera asertiva, para ampliar lo dicho se adjuntan algunas de estas respuestas:

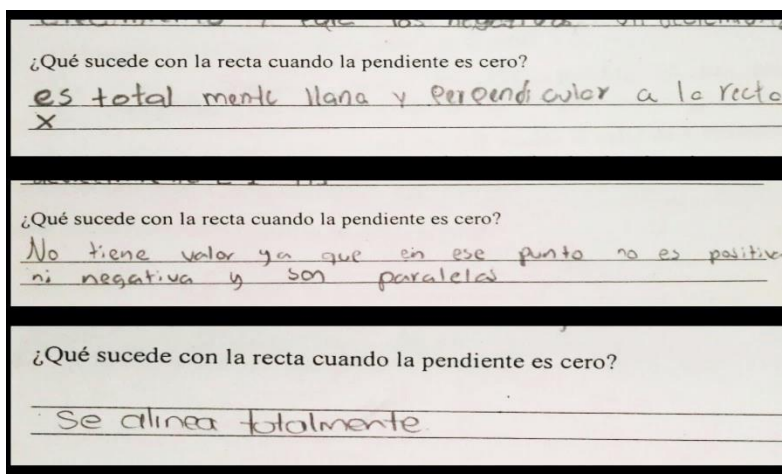


Figura 51 Tipo de respuestas invalidas.

3. Si la pendiente es cero: ¿Qué sucede con  $f(x)$  cuando el valor de  $x$  incrementa? y ¿Qué sucede cuando el valor del intercepto ( $b$ ) varía?

Con las dos primeras preguntas de la actividad, los estudiantes pudieron visualizar y analizar las transformaciones de la gráfica de la función lineal cuando la pendiente tenía algunas variaciones. El objetivo de esta pregunta, como se menciona en el análisis a priori es que el estudiante determine que cuando la recta tiene pendiente cero, se trata de la recta de una función lineal constante, por tanto, su gráfica y su representación algebraica tienen unas características particulares.

Según los registros obtenidos en la experimentación, el 68% de los estudiantes realizaron un razonamiento válido sobre las transformaciones de la función lineal respecto a los cambios de la pendiente y del intercepto, lo que les permitió poder responder de manera correcta la pregunta planteada (ver siguiente imagen).

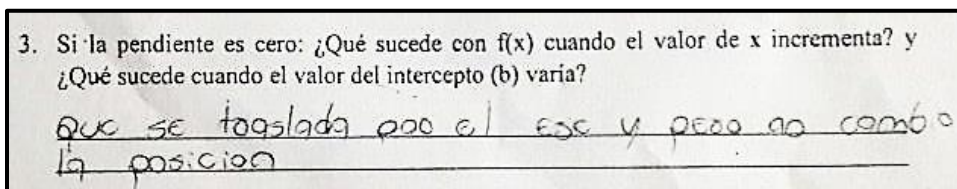


Figura 52 Reconocimiento de la traslación de la recta a lo largo del eje  $y$

Para el caso anterior, los estudiantes evidentemente lograron visualizar las características de la función lineal que se proponen para esta pregunta y la traslación que esta realiza cuando se arrastra el deslizador ( $b$ ), lo que muestra que la interacción y la articulación que estos realizaron sobre el recurso fue eficiente.

Como se muestra a continuación, se obtuvieron respuestas similares a la anterior pues para el siguiente caso se hizo referencia a la posición de la recta para especificar que la función permanecía constante (ver siguiente imagen).

3. Si la pendiente es cero: ¿Qué sucede con  $f(x)$  cuando el valor de  $x$  incrementa? y ¿Qué sucede cuando el valor del intercepto ( $b$ ) varía?

$f(x)$  se traslada sobre el eje ( $y$ )  
Paralela al eje ( $x$ )

Figura 53 Identificación de paralelismo y traslación a lo largo del eje

Como se mencionó anteriormente, el proceso de visualización y de arrastre guiado que realizaron los estudiantes fueron fundamentales para que se lograra sacar este tipo de conclusiones respecto a la gráfica de la función lineal con las características propuestas en esta pregunta.

Respecto a las respuestas consideradas como invalidas se puede intuir que los estudiantes no interpretaron de forma correcta la pregunta y por esta razón no lograron acertar en el tipo de respuesta que consignaron en la hoja de trabajo, por lo cual se considera que la pregunta puede ser planteada de una forma más clara que permita comprender lo que se requiere; a continuación, se muestran algunas de las respuestas tomadas como invalidas para constatar lo dicho.

3. Si la pendiente es cero: ¿Qué sucede con  $f(x)$  cuando el valor de  $x$  incrementa? y ¿Qué sucede cuando el valor del intercepto ( $b$ ) varía?

En el  $f(x)$  los números varían y en el intercepto  
B los números varían

3. Si la pendiente es cero: ¿Qué sucede con  $f(x)$  cuando el valor de  $x$  incrementa? y ¿Qué sucede cuando el valor del intercepto ( $b$ ) varía?

En el  $f(x)$  los números varían  
y en el intercepto ( $b$ ) los números varían

4. Para el caso anterior: ¿Cuál sería el dominio y el rango de la función?

3. Si la pendiente es cero: ¿Qué sucede con  $f(x)$  cuando el valor de  $x$  incrementa? y ¿Qué sucede cuando el valor del intercepto ( $b$ ) varía?

Si la pendiente es cero los valores varían de diferente manera y la del intercepto varía de la misma manera

4. Para el caso anterior: ¿Cuál sería el dominio y el rango de la función?

Figura 54 Respuestas invalidas

4. Para el caso anterior: ¿Cuál sería el dominio y el rango de la función?

En esta pregunta fijamos la atención en el intercepto, ya que la pendiente es igual a cero se obtiene una recta paralela al eje  $x$  a la cual se le quiere hallar el dominio y el rango, una de las

**Estudiante 1:** lo que nos están preguntando es: ¿cuál es el dominio de la función cuando la pendiente es igual a cero?

**Profesora:** correcto

**Estudiante 2:** si es una recta paralela al eje  $x$  quiere decir que en  $y$  siempre da el mismo valor y ese sería el rango, además en la tabla se puede ver que el valor de  $y$  siempre es el mismo, pero entonces ¿cuál sería el dominio?

**Profesora:** sabemos que el dominio son los valores que puede tomar la variable  $x$ , y en este caso ¿cuáles son esos valores?

**Estudiante 1:**  $x$  no tiene ninguna restricción

**Estudiante 2:** ósea que puede tomar cualquier valor, el dominio sería desde el infinito negativo hasta el infinito positivo.

**Profesora:** es correcto.

Figura 55 Interpretación caso particular en el que  $b=9$   
**Estudiante 1:** lo que nos están preguntando es: ¿cuál es el dominio de la función cuando la pendiente es igual a cero?

**Profesora:** correcto

**Estudiante 2:** si es una recta paralela al eje  $x$  quiere decir que en  $y$  siempre da el mismo valor y ese sería el rango, además en la tabla se puede ver que el valor de  $y$  siempre es el mismo, pero entonces ¿cuál sería el dominio?

**Profesora:** sabemos que el dominio son los valores que puede tomar la variable  $x$ , y en este caso ¿cuáles son esos valores?

**Estudiante 1:**  $x$  no tiene ninguna restricción

**Estudiante 2:** ósea que puede tomar cualquier valor, el dominio sería desde el infinito negativo hasta el infinito positivo.

**Profesora:** es correcto.

intervenciones que tuvo la profesora con los estudiantes se muestra a continuación:

En este fragmento de diálogo se puede observar cómo se aprovecha el proceso de visualización que ha adelantado el estudiante para que este pueda identificar cuál es el dominio de la función, ya que gracias a la gráfica y al registro tabular el estudiante puede inferir que el

rango de la función en donde la pendiente es cero corresponde al valor del intercepto (b); para ver con más detalle las respuestas de los estudiantes a continuación se presentan algunas de ellas:

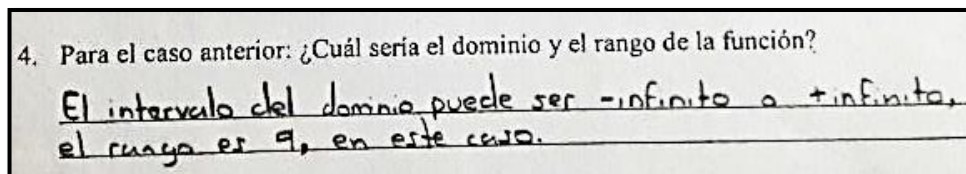


Figura 56 Interpretación caso particular en el que  $b=9$

Figura 57 Respuesta invalida, ausencia de notación  
Figura 58 Interpretación caso particular en el que  $b=9$

En esta respuesta se puede ver como el estudiante indica que el dominio de la función va desde menos infinito hasta infinito, peor también se puede inferir que el estudiante tenía el valor del intercepto (b) en nueve, ya que el estudiante expresa que el rango de esa función es nueve.

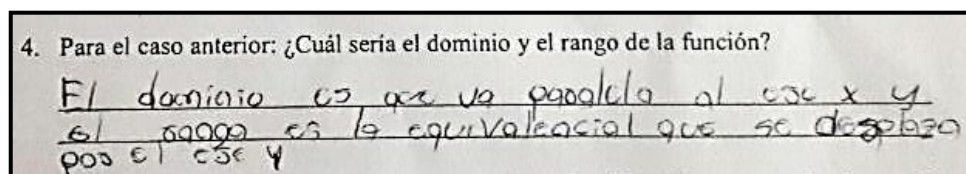


Figura 59 Respuesta invalida, ausencia de notación

En esta respuesta se puede observar un gran esfuerzo por parte del estudiante de explicar lo que había logrado visualizar con ayuda del recurso, pero como resultado se obtienen argumentos inválidos ya que no se llega a la identificación del dominio y el rango, en el caso del rango se puede observar un acercamiento a la respuesta correcta ya que se habla de la equivalencia que se desplaza por el eje y, lo que se podría interpretar como el valor correspondiente en y, pero en el dominio no se evidencia algún acercamiento a un intervalo.

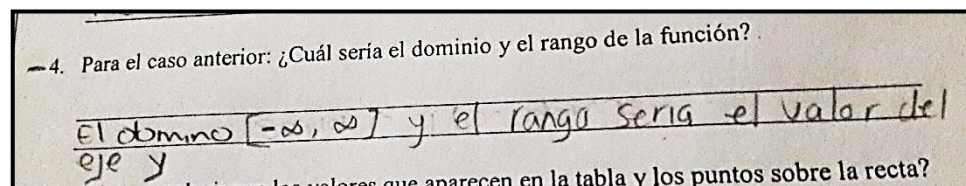


Figura 62 Respuesta valida

En esta respuesta se puede evidenciar que el estudiante de una manera muy contundente identifica y expresa cual es el dominio y el rango de la función en el caso en donde  $m$  es igual a cero.

En esta pregunta se obtuvo un 61% de satisfacción, es un buen porcentaje pero en comparación con las otras actividades y las otras preguntas se evidencia un decrecimiento y esto es gracias a que los estudiantes se abstienen de usar el lenguaje apropiado para definir intervalos, y también gracias a que algunos estudiantes presentaron escepticismo a creer que el valor de  $y$  podía ser constante en una función y que muchos valores distintos de  $x$  podrían dar el mismo resultado, eso se puede atribuir a los vacíos que se encontraron a lo largo de la aplicación relacionado con el concepto de función, sobre los cuales se ha evidenciado mejora con la ayuda del recurso pero aún quedan aspectos por mejorar.

##### 5. ¿Cómo se relacionan los valores que aparecen en la tabla y los puntos sobre la recta?

Cuando los estudiantes procedieron a realizar esta pregunta ya habían hecho un trabajo de exploración de los deslizadores y arrastre de los puntos que se encuentran sobre la recta, al realizar todas estas acciones los estudiantes podían visualizar como iba variando cada uno de los registros de representación que se presentaban en esta actividad, tal como se muestra a continuación:

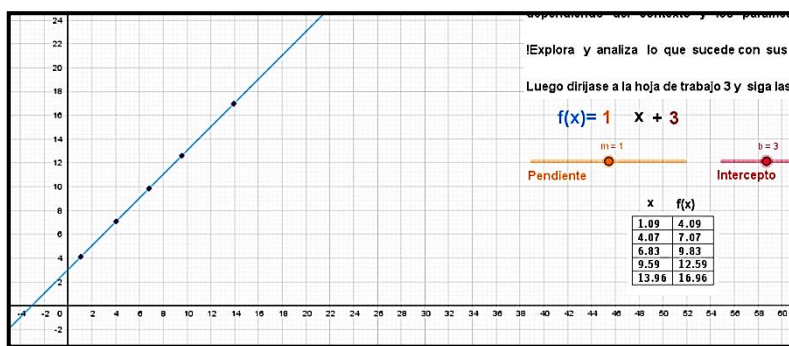


Figura 65 Registros de representación presentes en actividad 3

En esta imagen se puede ver cada uno de los registros y la forma en que cada uno de ellos está conectado con el otro, y esto es gracias al dinamismo del recurso; esta pregunta fue desarrollada rápidamente por parte de los estudiantes y no se presentó intervención entre

estudiantes y profesora, se especula que pudo ser por el tiempo que llevaban los estudiantes en el salón, ya que las respuestas no fueron validas en su totalidad; para ver con más detalle esto se presentan algunas de las respuestas de los estudiantes:

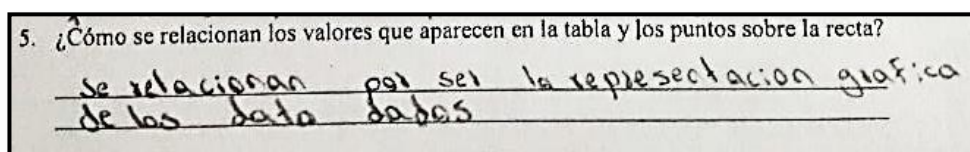
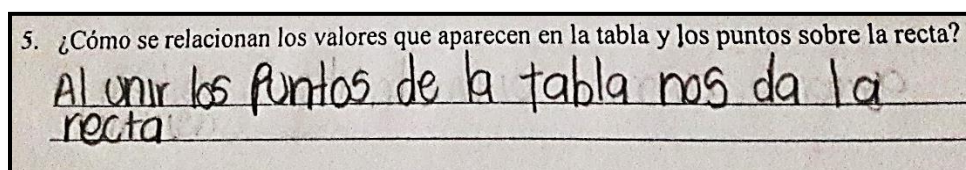


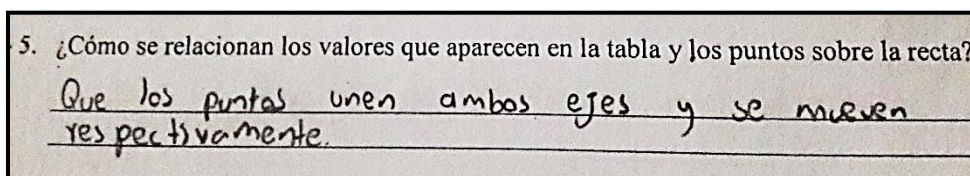
Figura 68 Articulación de registro tabular y grafico

En esta respuesta se puede ver que el estudiante identifica las parejas ordenadas que aparecen en la tabla como los puntos que ve sobre la recta, lo cual es un análisis valido.

Figura 71 Interpretación de articulación entre registros tabular y grafico



En esta respuesta se puede observar que el estudiante además de reconocer las parejas ordenadas en el plano reconoce que la gráfica de la función está conformada por la unión de todos los puntos que se presentan en el registro tabular, lo cual nos lleva a un nivel de análisis un poco más profundo.



En esta respuesta se puede observar que el razonamiento del estudiante no está expresado

Figura 74 Ausencia de articulación de registros

de una forma clara y no se muestran indicios de que el estudiante entiende como se da la articulación de estos dos registros, esto puede ser producto de un abuso en el proceso de ejercitación en experiencias pasadas sin situaciones de contexto que le den sentido a ese proceso de hallar parejas ordenadas para graficar.

En esta pregunta se obtuvo un porcentaje de satisfacción del 67% lo cual es un índice de satisfacción alto, aunque no se evidencio profundidad en las respuestas de los estudiantes y se encontraron algunos razonamientos equívocos el dinamismo del recurso permitió establecer la conexión entre el registro tabular, gráfico y algebraico en la mayoría de los casos.

Para finalizar con la sesión se realizó un espacio de socialización en donde se retomaron las tres situaciones trabajadas durante esta, a continuación, se amplía este momento.

### **Momento de socialización**

Este momento inició con una breve explicación de lo que se iba a realizar en este espacio por parte de la profesora, en donde se le indico a los estudiantes que se iban a retomar las tres actividades de una forma general y que se esperaba que ellos intervinieran mencionado ¿Cómo se sintieron resolviendo las preguntas?, ¿En qué preguntas tuvieron dificultades? Y ¿Cómo el recurso los ayudo a superar esas dificultades?, estando esto claro se procede a abrir la actividad en el tablero para empezar con la socialización

Una vez la docente empieza preguntarles sobre aspectos relacionados con la primera actividad, los estudiantes afirman que las actividades propuestas fueron muy interesantes debido a que no sólo se limitaban a los cálculos matemáticos, sino que se debía realizar un proceso de análisis para responder las preguntas. Además, afirmaron que el recurso como tal fue muy interactivo y llamativo, diferente al tipo de actividades ellos realizaban en su clase de matemáticas.

Referente a la primera actividad, los estudiantes manifestaron que, gracias a las explicaciones de la docente, lograron llenar de manera correcta la tabla de valores de la función lineal que modelaba la situación, como el recurso realizaba una retroacción para confirmar que el valor consignado en la casilla de entrada era el correcto, esto les permitió estar completamente seguros de que el registro tabular que contenía los datos pertenecía a la función lineal  $f(x)=4x$ .

De igual forma, afirmaron que lo que les causó mayor dificultad fue la construcción del registro algebraico de la función pues afirman que no tenían los saberes previos para realizarlo, sin embargo, con las intervenciones de la docente finalmente lograron hacerlo.

En lo que respecta al desarrollo de la segunda actividad, ellos manifestaron que en un comienzo se sintieron confundidos con el cálculo que debían realizar para convertir los centavos a dólares, pero una vez la docente les explicó cómo hacerlo, logran realizar la conversión para los datos requeridos en la tabla. Para la construcción del registro algebraico de esta segunda actividad no presentaron tanta dificultad, ya que habían hecho el ejercicio con la primera actividad.

Posteriormente, la docente realiza una intervención donde retoma la segunda parte de la actividad dos, en la cual se realizan dos propuestas que se modelan con dos funciones diferentes, una lineal y otra afín. Esto lo hace con fin de que los estudiantes puedan tener mayor claridad entre los aspectos que diferencian los dos tipos de función.

Para la actividad tres, que es considerada la actividad de cierre, la docente realiza una demostración con el recurso, para que los estudiantes logren visualizar esa relación entre los diferentes registros de representación de la función y las transformaciones que tiene la función si varían los parámetros.

## Conclusiones

En este apartado se presentan las conclusiones que surgen al finalizar este trabajo, para ello se tendrán en consideración los elementos más relevantes de este, los cuales serán vistos desde cuatro perspectivas; la primera está relacionada con el problema, la metodología y el marco teórico, la segunda con la selección y cumplimiento de objetivos, la tercera con los aspectos más relevantes de la concepción, análisis a priori y análisis a posteriori del recurso, por último se exponen los alcances, aportes y dificultades que se lograron evidenciar a lo largo del trabajo.

En relación con la primera perspectiva se logró evidenciar que fue apropiado preguntarse por los aportes de un recurso digital basado en situaciones problema contextualizados al aprendizaje de la función lineal, ya que esto dio una visión más amplia de aquellos procesos que son llevados a cabo a lápiz y papel, que podrían ser potenciados con el uso de las TIC, además dio paso al diseño de actividades innovadoras y a la verificación de su impacto en la experimentación, lo cual se hizo posible gracias al referente teórico de ingeniería a nivel micro que está enfocado en experimentos locales que pueden ser llevados al aula de clase. Todo lo anterior permitió la puesta en acto del recurso diseñado y la realización de los análisis pertinentes.

Por otro lado, la metodología posibilitó estructurar las actividades que conforman el trabajo y proporcionó las directrices necesarias no sólo para consolidar el recurso diseñado, sino para su implementación y evaluación, así mismo la integración de las tres dimensiones sobre las cuales se fundamenta teóricamente la investigación, estas dimensiones corresponden a la epistemológica, la cognitiva y la didáctica, su aporte será ampliado a continuación.

Por un lado, con la dimensión epistemológica se logró caracterizar el concepto de función lineal desde su génesis, evolución y consolidación sin perder de vista que todos estos procesos surgen alrededor de un contexto sociocultural específico, partiendo de que las matemáticas hacen parte de la actividad humana; esta caracterización permitió tener una visión más amplia del concepto lo cual favoreció al diseño de actividades dando fuerza a la relación funcional que es característica de esta, además del énfasis que se hizo en la comprensión del infinito y la continuidad, aspectos de mucha importancia cuando se hace uso de las TIC ya que se debe evitar que el estudiante crea que el todo corresponde a las dimensiones de la pantalla.

Por otro lado, con esta dimensión se hizo un trabajo de identificación de conceptos que pueden incidir en el proceso de aprendizaje de la función lineal, ya sea directa o indirectamente; de aquí surgen términos tales como pendiente, intercepto, proporcionalidad, entre otros, los cuales fueron incluidos en las preguntas de razonamiento de las actividades diseñadas; además de aquí surge la iniciativa de realizar las actividades entorno a situaciones de contexto con algunas modificaciones en las variables que en estas intervienen.

En la dimensión cognitiva encontramos el proceso de génesis instrumental, el cual permitió analizar de qué forma los instrumentos influyen en la construcción del saber y de esta manera anticipar el posible actuar del estudiante en la interacción con el recurso, de esta forma se logró garantizar que el estudiante se apropiara del artefacto, dando paso a la evolución de éste hasta convertirse en instrumento; lo cual se hizo evidente a medida que los estudiantes avanzaban en las actividades, en un principio el artefacto solo era usado como medio para la exploración, más adelante pasó de ser artefacto a instrumento, ya que era usado con intención de construir conocimiento y adelantar procesos de visualización.

Por otro lado, encontramos la orquestación instrumental con la cual se plateó un esquema de organización y un conjunto de modos de aprovechamiento, tales como el trabajo individual, entre otros; como se pudo observar en el apartado de experimentación y/o ejecución se hizo necesario modificar algunas pautas de este esquema, la principal modificación correspondió al trabajo en parejas, para no perder de vista los objetivos se pidió a los estudiantes que trabajaran en parejas pero que las respuestas fueran consignadas de forma individual, de esta manera la estructura se vio afectada mínimamente y los objetivos no se vieron afectados.

Esta dimensión fue de suma importancia en la fase de experimentación y/o ejecución ya que, gracias a las configuraciones establecidas en los análisis preliminares la sesión transcurrió sin ningún inconveniente y se recogió buen material para el análisis de los resultados y cumplimiento de objetivos.

En conclusión, esta dimensión dio paso a conocer de qué forma la integración de Geogebra en el recurso pedagógico influyó en la construcción del saber y en el proceso de desarrollo de las actividades en la puesta en acto. Además, contribuyó de manera significativa para lograr analizar como a través de una actividad mediada por este software interactivo es

posible promover el desarrollo del pensamiento matemático y la visualización de un objeto matemático de múltiples registros de representación como lo es la función lineal.

Por último, la dimensión didáctica proporcionó las directrices necesarias para el diseño y aplicación de las actividades, pues al incluir el concepto de recurso pedagógico en este trabajo se puso en consideración que el recurso diseñado pueda ser replicado, adaptado y transformado por el docente según las necesidades del grupo de estudiantes. Todo esto mediante el uso de las fichas, el rediseño de la situación matemática y estrategias didácticas que en él se incluyen; la fichas hacen parte de la base estructural de esta investigación, ya que en ellas se consolida la información requerida por parte del docente o estudiante en cualquier momento de la puesta en acto, lo cual permitió abarcar cada una de las variables que se pueden presentar en un aula de clase y en relación son el software a usar.

Además, permitió reconocer la importancia de las comunidades de práctica pues a través del trabajo cooperativo entre docentes es posible lograr una visión más amplia sobre todo en lo relacionado con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Gracias a todo lo anterior, el objetivo general de este trabajo logró consolidarse, pues tanto la problemática planteada, la metodología de investigación y el marco teórico proporcionaron las herramientas mencionadas, que fueron necesarias para llevar a cabo la configuración y la puesta en escena del recurso pedagógico.

Con relación a los objetivos específicos del trabajo, los cuales constituyen un medio importante para el cumplimiento del objetivo general, se destaca que el contenido del recurso pedagógico fue acorde con los referentes curriculares que se tomaron como base para su diseño; aunque en la experimentación se logró evidenciar que los estudiantes de grado noveno de la institución educativa no tenían los saberes previos necesarios sobre el concepto de función lineal, la docente estaba preparada para enfrentar diversas preguntas conceptuales que surgieron en la medida en que se desarrollaron las actividades. Para superar dichas problemáticas se recurrió tanto la interacción del estudiante con la docente, el uso correcto de las herramientas del recurso y retroacciones; estos fueron aspectos fundamentales para cumplir con el propósito del trabajo.

Adicionalmente, se puede resaltar la importancia de incluir en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, situaciones de contexto pertinentes que puedan contribuir en gran medida al

desarrollo del pensamiento matemático y particularmente al estudio de la función lineal. Además, se pudo evidenciar, que la resolución de problemas es una valiosa alternativa para que el estudiante pueda reconocer la relación funcional entre dos variables y los aspectos relacionados con este concepto.

La mediación instrumental de un software interactivo como Geogebra, fue determinante en la concepción, diseño y evaluación del recurso ***Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo***, dado que las herramientas que proporciona permitieron que los estudiantes lograran establecer y construir los diferentes registros de representación de la función lineal, además de promover el proceso de visualización, el cual es fundamental en el estudio de este concepto. En lo referente a la construcción del diseño se puede afirmar que Geogebra se puede considerar un excelente mediador entre el saber y el estudiante, por tal motivo se hizo todo lo posible por aprovechar todas las funciones y opciones que lo constituyen.

Cabe resaltar que hubo una buena aceptación de parte de los estudiantes con el trabajo propuesto, pues durante la puesta en escena se mostraron motivados e interesados por aprender, esto se pudo confirmar en el momento de socialización, en donde ellos manifestaron que las actividades captaron toda su atención ya que no se habían enfrentado a un trabajo de esa naturaleza. Lo anterior confirma que es muy importante que los docentes trasciendan sobre el modelo de enseñanza tradicional y propongan trabajos que además de estar estructurados a nivel curricular, logren cautivar a los estudiantes.

Respecto al posible actuar de los estudiantes formulado en el análisis a priori, con relación a los resultados obtenidos en el análisis a posteriori, de manera general se puede afirmar que se logró un acercamiento de las posibles situaciones que se podían presentar en la puesta en acto, lo anterior fue fundamental pues direccionó en cierta medida las acciones del docente y le permitió estar preparado para enfrentarse a las posibles dificultades e interrogantes que realizaron los estudiantes.

Aunque estaba programado que las actividades debían ser realizadas de forma individual para que cada estudiante tuviese la oportunidad de interactuar de manera significativa con el recurso, esto no fue posible debido a las condiciones de la red de internet del espacio asignado

para realizar la experimentación, pero se puede afirmar que esto permitió que las parejas trabajaran en equipo, generando así momentos de discusión y análisis entre ellos mismos.

En general se puede decir que se cumplió el propósito del recurso pedagógico con el grupo de estudiantes al cual fue aplicado pues aunque no tenían muy claro el concepto, el diseño de las actividades y las herramientas de Geogebra usadas para este fueron claves para obtener buenos resultados; las retroacciones, la opción de verificar si la respuesta digitada en las casillas de entrada era la correcta o no y las intervenciones de la docente, que hizo el papel de mediador entre el estudiante y el conocimiento, también se consideran aspectos fundamentales.

Otro aspecto importante que se logra concluir de este trabajo es la necesidad de incluir en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de función lineal los diferentes registros de representación de este objeto matemático haciendo énfasis en la articulación entre estos, pues en los resultados obtenidos se evidenció que algunos estudiantes tienen una mayor dificultad en la construcción del registro algebraico a partir de otro registro construido o dado.

Para finalizar, se resalta el hecho de que la tecnología ha venido abarcando diversos aspectos que nos rodean en la cotidianidad, tales como la salud, la comunicación, la ciencia, y por último pero no menos importante, la educación; enfocándonos en este último aspecto a lo largo de este trabajo se pudo evidenciar que el impacto de la tecnología en este puede llegar a ser tan positivo como se proponga, promoviendo actividades en donde el estudiante se convierta en un participante activo durante el proceso de construcción del conocimiento; para ello se requiere que los docentes logren identificar, seleccionar o crear recursos que aprovechen todas los beneficios que ofrece la tecnología.

Como recomendación final para futuros trabajos se puede pensar trabajar este recurso partiendo de las decisiones del profesor, ya que se evidenció que el fijar la mirada en los estudiantes con los procesos de aprendizaje se obtuvieron resultados positivos; realizando el trabajo con una comunidad de práctica o incluso con un solo docente, partiendo de las decisiones didácticas que se toman en consideración con el recurso y teniendo en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje que tienen los distintos grupos de estudiantes.

## Anexos

### Anexo 1

Entidad Territorial Certificada: Valle del Cauca

Fecha actualización de datos: 05-6-2018 09:57:50

Reporte histórico de comparación entre los años 2014 - 2015 - 2016 - 2017

#### Resultados de noveno grado en el área de matemáticas

##### 1. Número de estudiantes evaluados en cada año consultado. en matemáticas, noveno grado

| Matriculados |      |
|--------------|------|
| 2014         | 2015 |
| 4626         | 4350 |

| Evaluados |      |
|-----------|------|
| 2014      | 2015 |
| 6790      | 5931 |

##### 2. Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, noveno grado

| Nivel         | Año  | Colombia | ETC | Nivel Socioeconómico |      |      |      | Zona/Sector |               |                |
|---------------|------|----------|-----|----------------------|------|------|------|-------------|---------------|----------------|
|               |      |          |     | NSE1                 | NSE2 | NSE3 | NSE4 | Privado     | Oficial Rural | Oficial Urbano |
| Avanzado      | 2014 | 5        | 2   | 3                    | 2    | 1    | 6    | 5           | 2             | 2              |
|               | 2015 | 4        | 1   | 1                    | 1    | 1    | 3    | 3           | 1             | 1              |
|               | 2016 | 6        | 3   | 7                    | 3    | 8    | 4    | 8           | 3             | 3              |
|               | 2017 | 6        | 3   | 2                    | 2    | 10   | 12   | 8           | 2             | 2              |
| Satisfactorio | 2014 | 21       | 18  | 18                   | 16   | 16   | 31   | 25          | 16            | 18             |
|               | 2015 | 20       | 15  | 14                   | 13   | 14   | 22   | 23          | 15            | 14             |
|               | 2016 | 24       | 19  | 19                   | 19   | 32   | 32   | 32          | 19            | 19             |
|               | 2017 | 20       | 14  | 12                   | 13   | 26   | 41   | 24          | 13            | 14             |
| Mínimo        | 2014 | 48       | 53  | 51                   | 52   | 54   | 49   | 50          | 51            | 54             |
|               | 2015 | 53       | 58  | 56                   | 57   | 59   | 55   | 57          | 58            | 57             |
|               | 2016 | 50       | 54  | 45                   | 54   | 48   | 56   | 49          | 53            | 54             |
|               | 2017 | 53       | 56  | 55                   | 57   | 50   | 41   | 51          | 56            | 57             |
| Insuficiente  | 2014 | 25       | 28  | 29                   | 30   | 29   | 15   | 21          | 31            | 27             |
|               | 2015 | 23       | 27  | 30                   | 30   | 26   | 20   | 18          | 26            | 27             |
|               | 2016 | 20       | 24  | 29                   | 24   | 12   | 8    | 11          | 24            | 25             |
|               | 2017 | 22       | 27  | 31                   | 28   | 15   | 7    | 17          | 29            | 27             |



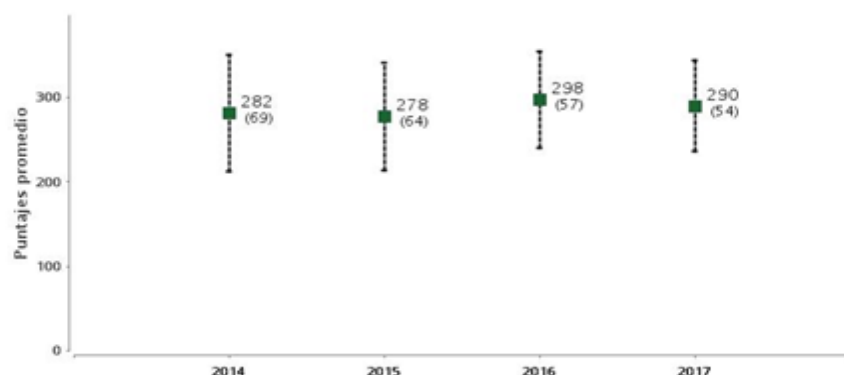
Entidad Territorial Certificada: Valle del Cauca

Fecha actualización de datos: 05-6-2018 09:57:50

Reporte histórico de comparación entre los años 2014 - 2015 - 2016 - 2017

### 3. Puntajes promedio y márgenes de estimación para cada año consultado. en matemáticas, noveno grado

| Año  | Puntaje Promedio | Margen de estimación | Intervalo de confianza |
|------|------------------|----------------------|------------------------|
| 2014 | 282              | $\pm 1,2$            | (280,8 - 283,2)        |
| 2015 | 278              | $\pm 1,4$            | (276,6 - 279,4)        |
| 2017 | 290              | $\pm 0,3$            | (289,7 - 290,3)        |



### Ejemplo de lectura e interpretación de la información presentada en los gráficos



La información debe leerse de la siguiente manera: el puntaje promedio en esta prueba, para este grado, es 300 puntos y la desviación estándar (DE) es 67. Esto quiere decir que aproximadamente el 68% de los estudiantes obtiene resultados entre 233 (promedio - 1DE).

## Anexo 2



Establecimiento educativo: IE JORGE ROBLEDO



Código DANE: 176869000028

Fecha actualización de datos: 27-6-2018 12:00:38

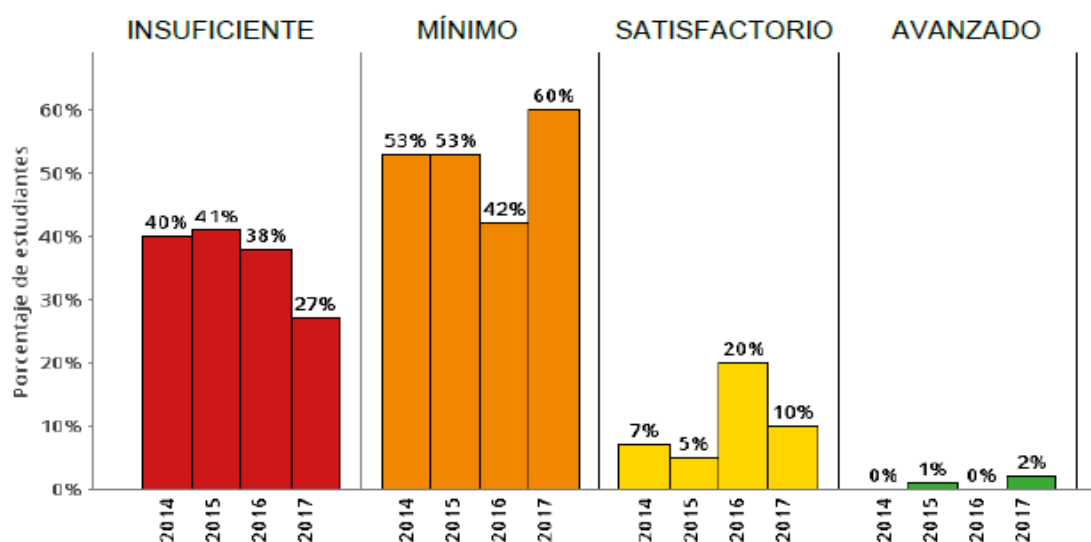
Reporte historico de comparacion entre los años 2014 - 2015 - 2016 - 2017

### Resultados de noveno grado en el área de matemáticas

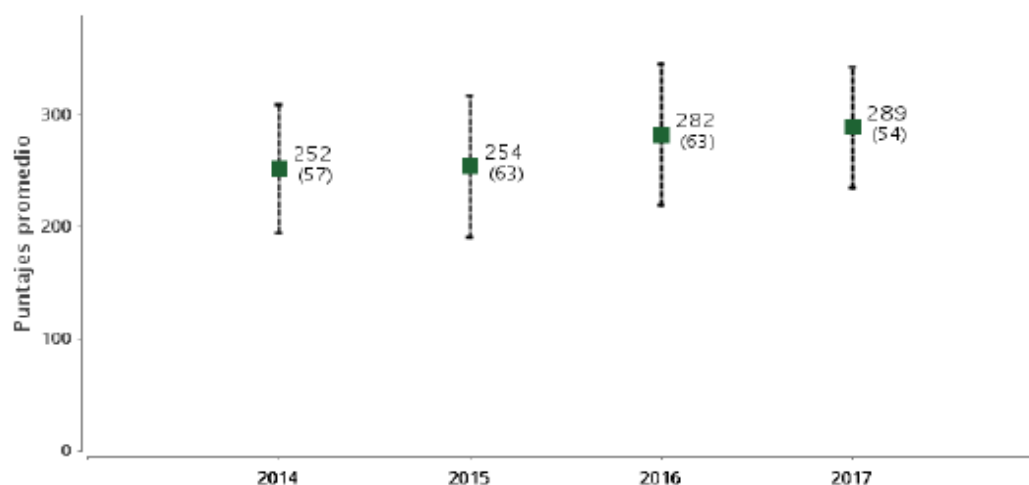
#### 1. Número de estudiantes evaluados por año en matemáticas, noveno grado

| Año  | Número de estudiantes evaluados |
|------|---------------------------------|
| 2014 | 45                              |
| 2015 | 49                              |
| 2016 | 66                              |
| 2017 | 88                              |

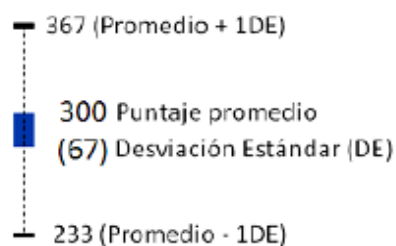
#### 2. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, noveno



#### 4. Comparación de la desviación estándar del puntaje promedio del establecimiento educativo por año en matemáticas, noveno grado



#### Ejemplo de lectura e interpretación de la información presentada en los gráficos



La información debe leerse de la siguiente manera: el puntaje promedio en esta prueba, para este grado, es 300 puntos y la desviación estándar (DE) es 67. Esto quiere decir que aproximadamente el 68% de los estudiantes obtiene resultados entre 233 (promedio - 1DE) y

### Anexo 3

|                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Título:                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |         |
| Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |         |
| Hoja de trabajo 1                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |         |
| Materia:                                                                                                                            | Grado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Tiempo: |
| Matemáticas                                                                                                                         | Noveno                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |         |
| Objetivo de aprendizaje                                                                                                             | Habilidad/ Conocimiento                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |         |
| Identifica características de la función lineal a partir de situaciones problema que tienen como escenarios contextos de variación. | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce las características de una función lineal.</li> <li>2. Identifica las variables dependientes e independientes.</li> <li>3. Representa gráficamente la función lineal en el plano cartesiano.</li> <li>4. Reconoce la gráfica de la función lineal como una línea recta que pasa por el origen.</li> <li>5. Reconoce la relación funcional entre las variables de la situación.</li> <li>6. Identifica la función que modela la situación.</li> </ol> |         |

**PARTE I**

Analiza lo que sucede a medida que avanza el tiempo y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué magnitudes intervienen en la situación?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Con ayuda del deslizador, explica: ¿Qué sucede con las visitas cuando transcurren los minutos? ¿Esta situación es directamente proporcional o inversamente proporcional? Explique su respuesta.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. ¿Cuál es la magnitud dependiente, es decir, aquella que necesita de otra para poder ser encontrada?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**AHORA VE A LA ACTIVIDAD Y PASA A LA SIGUIENTE PÁGINA**

**PARTE II**

1. ¿Cómo pudiste determinar la cantidad de visitas para 40.5 minutos?

---

---

---

---

2. Escribe una expresión algebraica (que relacione del número de personas en función de los minutos transcurridos) que modele la situación:

---

---

Ahora vamos al recurso y activa la casilla llamada Función; escribe la expresión algebraica hallada en el punto 2 y responde las siguientes preguntas:

3. En esta situación: ¿Qué significa  $f(4) = 16$ ?

---

---

---

---

4. Observa la gráfica de la función y escribe que particularidades tiene: ¿Cuál es el corte de la recta con los ejes? ¿qué significado tiene en la situación?

---

---

---

---

|                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Título:<br>Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |         |
| Hoja de trabajo 2                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |         |
| Materia:<br>Matemáticas                                                                                                                       | Grado<br>Noveno                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Tiempo: |
| Objetivo de aprendizaje<br>Identifica situaciones que de acuerdo con sus características, se pueden modelar mediante la función lineal y afín | Habilidad/ Conocimiento<br>1. Describe la función afín como una función lineal con características particulares.<br>2. Reconoce el dominio y el rango de la función que modela la situación.<br>3. Interpreta la gráfica de la función afín para tomar decisiones relacionadas con la situación. |         |

Analiza lo que sucede a medida que aumentan las reproducciones y responde las siguientes preguntas:

**PARTE I**

- ¿Cuánto dinero recauda el colegio con un total de 8 reproducciones en el primer video? Escribe una expresión algebraica (en función de las reproducciones del video) que modele la situación:  


---



---



---
- Para comenzar con el proyecto de mejorar las instalaciones de la sala de cómputo del colegio inicialmente se necesitan mínimo 40 dólares. ¿Con cuántas reproducciones del primer video se lograría recaudar ese dinero?  


---



---



---

En la barra de entrada función 1 escribe la función encontrada y responde las siguientes preguntas:

- ¿Qué valores puede tomar el número de reproducciones (dominio de la gráfica) y qué valores puede tomar el dinero que se obtiene por las reproducciones del video (rango de la función)? Representalo con un intervalo.  


---



---



---

**NOTA:** Para este caso, el número máximo de reproducciones que puede tener el video es de 200.

**AHORA VE A LA ACTIVIDAD Y PASA A LA SIGUIENTE PÁGINA****PARTE II**

1. Teniendo en cuenta la nueva propuesta: ¿Cuántas reproducciones se necesitan en el primer video para reunir mínimo 40 dólares para empezar el proyecto?

---

---

---

2. ¿Qué diferencias encuentras entre las dos gráficas y como podría expresarlo en términos de la situación (reproducciones por video)?

---

---

---

3. Partiendo de lo anterior: ¿Cuál de las dos propuestas debería tomar el colegio para la financiación del proyecto de mejoramiento de la sala de cómputo? ¿Por qué?

---

---

---

|                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Título:<br>Facebook & YouTube: Los sitios web más visitados en el mundo                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |         |
| Hoja de trabajo 3                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |         |
| Materia:<br>Matemáticas                                                                                                                       | Grado<br>Noveno                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Tiempo: |
| Objetivo de aprendizaje<br>Identifica situaciones que de acuerdo con sus características se puedan modelar mediante la función lineal y afín. | Habilidad/ Conocimiento<br>1. Identifica en una expresión algebraica y en la gráfica si una pendiente es positiva o negativa.<br>2. Reconoce cuando una función es creciente o decreciente.<br>3. Identifica el dominio y el rango de la función lineal (creciente, decreciente y constante).<br>4. Relaciona las diferentes representaciones de la función lineal. |         |

Al finalizar con la exploración responda las siguientes preguntas:

1. ¿Para qué valores de la pendiente ( $m$ ) se evidencia un crecimiento y para qué valores se presenta un decrecimiento de la recta?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Qué sucede con la recta cuando la pendiente es cero?  
\_\_\_\_\_
3. Si la pendiente es cero: ¿Qué sucede con  $f(x)$  cuando el valor de  $x$  incrementa? y ¿Qué sucede cuando el valor del intercepto ( $b$ ) varía?  
\_\_\_\_\_
4. Para el caso anterior: ¿Cuál sería el dominio y el rango de la función?  
\_\_\_\_\_
5. ¿Cómo se relacionan los valores que aparecen en la tabla y los puntos sobre la recta?  
\_\_\_\_\_

Compara tus resultados con los de tu compañero.

### Bibliografía

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Ed.) (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*, pp. 33-59. México: Grupo Editorial Iberoamérica
- Arenas Suaza, B. (2013). *Las ecuaciones lineales, desde situaciones cotidianas*. (Tesis pregrado en educación). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/11768/1/43277729.2013.pdf>
- Arzarello, F; Olivero, F; Paola, D. y Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments. En. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 34. (3), 1-2.
- Ausebel, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. 2° Ed.Trillas. México
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. (pp. 173-201. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en Matemática Educativa II. Departamento de Matemática Educativa*, Cinvestav. México.
- Duarte J. L., Guerrero K. L. (2016). Prueba Saber 3°, 5° y 9°: Resultados 2015. *Boletín saber en breve*, (4), p-03. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co>.
- Garzón, D., Vega, M., Arce, J., Castrillón, G. & Pabón, O. (2013). *Recursos pedagógicos y enseñanza de la geometría: una perspectiva al estudio del desarrollo profesional del profesor de matemáticas*, bajo contrato #1106-489-25213. Versión preliminar. Universidad del Valle: Colciencias.
- Gatica, S. N y Enríquez Ares, O. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1(2), 88-107.
- Godino, J., Gonzato, M., Cajaraville, J. y Fernández, T. (2012). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 30 (2), 109-130.
- Guin, D., & Trouche, L. (2007). *Une Approche Multidimensionnelle Pour La Conception Collaborative de Ressources Pedagogiques*. En : Environnements Informatiques Et Ressources Numeriques Pour L'apprentissage (pp. 197-226). Paris, Francia : Hermes Science.
- Hitt, F. (1998, septiembre). Visualización matemática, nuevas tecnologías y curriculum.

- Cinvestav, CONACyt. 10(2), 23. – 45.
- Larios, V. (2006). La rigidez geométrica y la preferencia de propiedades geométricas en un ambiente de geometría dinámica en el nivel medio. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 361-382.
- Manfredi, V. (2008). “*Funciones Matemáticas... ¿Para qué se utilizan?*” *la realidad de las funciones lineales*. (tesis para optar al título de profesor de matemática), Instituto superior de formación docente, Buenos Aires.
- Ministerio de Educación en Colombia (1998). *Série Lineamientos Curriculares*. [Página web]. Recuperado de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación en Colombia. (2015, octubre 20). Internacionalización y formación de alto nivel herramientas para llevar a Colombia a ser la más educada [Página web]. Recuperado de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-channel.html>
- MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: MEN.
- Las reformas educativas en América Latina: Historia y perspectivas. En: *Revista Universidad del Tolima. Humanidades y Ciencias Sociales*. Vol. 9, No 15. Ibagué: Universidad del Tolima. Martínez Boom, Alberto. pp. 153-160.
- Molano, D. (2014). Conozca los 10 proyectos de TIC y Educación que ganaron en Educa Digital Colombia. [Página web]. Recuperado de <https://www.mintic.gov.co/portal/604/w3-article-7720.html>
- Pérez, C. (2014, junio). Enfoques teóricos en investigación para la integración de la tecnología digital en la Educación Matemática. *Perspectiva educacional*, 53 (2), 129-150.
- Planchart Márquez, O. (2002). La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función. (Tesis Doctorado en Educación), Universidad Autónoma de Estado de México, Toluca.
- Rabardel, P. (1995). *Los hombres y la tecnología, vision cognitiva de los instrumentos contemporáneos* [Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains] (Martín Acosta.) Paris : Armand Colin.
- Rabardel, P. (1999). *Eléments pour une approche instrumentale en didactique des*

- mathématiques. In M. Bailleul, Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques, ARDM (association pour la recherche en didactique des mathématiques), Caen, p 203-213.
- Sastre, P., Rey, G., Cañibano, A. & Boubée, C. (2009, diciembre). Ideas para enseñar: aportes didácticos para abordar el concepto de función. *Unión*, (20), 153-162.
- Ruiz Higuera, L. (1994) *Concepciones de los alumnos de Secundaria sobre la noción de función. Análisis epistemológico y didáctico*. Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada.
- Santacruz, M. (2013). La actividad mediada por instrumentos en Didáctica de las matemáticas. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Santacruz, M. (2011). Gestión didáctica del profesor y emergencia del arrastre exploratorio en un AGD: El Caso de la rotación en educación primaria (tesis de maestría). Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Valencia, A. (2012). Prácticas Discursivas y Recursos Pedagógicos en Clases de Geometría en la Educación Básica: El Caso del Origami (tesis de maestría). Universidad del Valle, Cali, Colombia.