



El juego como estrategia para desarrollar el razonamiento probabilístico: diseño y análisis de fichas manipulativas para la enseñanza de la probabilidad.

María José García Rodríguez

Universidad del Valle
Facultad de Educación y Pedagogía
Licenciatura en Matemáticas

2025



El juego como estrategia para desarrollar el razonamiento probabilístico: diseño y análisis de fichas manipulativas para la enseñanza de la probabilidad.

Trabajo de Grado para optar al Título de Licenciado en Matemáticas

María José García Rodríguez

Director del Trabajo de Grado

Mg. Diego Díaz Enríquez

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Matemáticas

2025

Índice

Capítulo 1	6
Planteamiento del problema.	6
Planteamientos de objetivos.	10
<i>Objetivo general.</i>	10
<i>Objetivos específicos.</i>	10
Antecedentes.	11
Justificación.	18
Capítulo II	21
Marco teórico.	21
Perspectiva Matemática	21
Perspectiva Curricular.	23
Perspectiva Didáctica.	24
<i>Componentes de la Idoneidad Cognitiva</i>	27
<i>Comprensión situacional</i>	27
<i>Conocimientos previos</i>	27
<i>Diferencias individuales</i>	28
<i>Comprensión conceptual y proposicional</i>	28
<i>Competencia argumentativa</i>	28
Componentes de la Idoneidad Epistémica	28
<i>Significados</i>	28

	4
<i>Relaciones</i>	28
<i>Procesos</i>	28
Metodología	29
<i>Selección del juego base</i>	30
<i>Diseño de las fichas desde el Enfoque Ontosemiótico:</i>	30
<i>Aplicación prueba piloto</i>	31
Elaboración de rejillas de análisis:	31
Capítulo 3	33
<i>Análisis de resultados</i>	33
<i>Validación por expertos</i>	62
Conclusiones	64
Referencia	69
Anexos	

Resumen

En esta investigación se analiza el diseño y uso de fichas manipulativas orientadas a la enseñanza de la probabilidad en estudiantes de grado sexto, en el contexto del Laboratorio de Educación Matemática. El interés por este estudio surge a partir de las dificultades persistentes que presentan los estudiantes en la comprensión de los fenómenos aleatorios y del papel que pueden desempeñar los recursos manipulativos y lúdicos en la construcción del razonamiento probabilístico en la educación en grado sexto. Asimismo, se reconoce la importancia de abordar la probabilidad a través de sus distintos significados, más allá de un tratamiento exclusivamente procedimental. Para el desarrollo de la investigación se adopta el Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática (EOS), tomando como herramienta central la Teoría de la Idoneidad Didáctica, con énfasis en las facetas epistémica y cognitiva. Estas permiten analizar tanto la pertinencia y coherencia del contenido matemático propuesto como las condiciones de accesibilidad y comprensión para los estudiantes, desde una metodología cualitativa, con un enfoque descriptivo e interpretativo, se construyó una rejilla de análisis que orientó el diseño de las fichas y el estudio de su implementación. El análisis realizado aporta elementos para comprender cómo se configuran los significados asociados a este objeto matemático en contextos escolares y ofrece orientaciones para el diseño de materiales didácticos fundamentados en criterios teóricos y didácticos.

Palabras clave: Probabilidad, razonamiento probabilístico, ficha manipulativa, Laboratorio de Educación Matemática, Enfoque Ontosemiótico

Capítulo 1

Planteamiento del problema

En Colombia, la incorporación del juego en contextos escolares ha cobrado mucha relevancia como estrategia pedagógica para fomentar la motivación y el aprendizaje. Autores como González y Rodríguez (2015) destacan diversas iniciativas que han buscado integrar juegos tradicionales y digitales en las prácticas educativas, ellos han resaltado sus beneficios en términos del compromiso del estudiante (motivación) y en el desarrollo de habilidades cognitivas.

En particular en este trabajo, el uso de juegos se relaciona especialmente con el desarrollo del pensamiento aleatorio, ya que, a través de experiencias potentes, los estudiantes pueden acercarse a las nociones de incertidumbre, predicción y análisis de resultados, tomando en cuenta como referentes curriculares los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas (MEN, 2006). Estos proponen la inclusión progresiva de los conceptos desde los primeros ciclos, en donde los estudiantes deben reconocer los eventos seguros, posibles o imposibles, mientras que en el grado 6° comienzan a trabajar con eventos aleatorios, participando en actividades experimentales, registrando resultados y discutiendo ideas en torno a la probabilidad.

Sin embargo, en las escuelas, la probabilidad y la estadística todavía no reciben la atención que merecen, en muchas aulas se abordan estos contenidos de forma superficial o exclusivamente al final del año escolar, lo que impide un desarrollo profundo y continuo de los conceptos (Batanero, 2005). Esta enseñanza fragmentada suele relacionarse con un tratamiento mecanicista de la probabilidad, en el que los estudiantes se limitan a aplicar reglas o fórmulas sin comprender los fenómenos aleatorios que esas reglas intentan modelar. Esto dificulta la construcción de un razonamiento probabilístico más amplio, pues los estudiantes tienden a

interpretar la probabilidad como un cálculo aislado y no como una herramienta para analizar situaciones de incertidumbre o tomar decisiones informadas (Garfield y Ben-Zvi, 2008). Por lo que este enfoque limitado deja de lado experiencias fundamentales como la experimentación, la discusión colectiva y la comparación entre resultados esperados y observados, elementos esenciales para comprender la naturaleza del azar y sus comportamientos en contextos reales.

Además, se ha observado que muchos docentes carecen de formación especializada en la didáctica de la estadística y la probabilidad, lo que dificulta la planeación e implementación de propuestas significativas y contextualizadas. Esta falta de preparación genera prácticas centradas en ejercicios rutinarios y desarticulados de la experiencia del estudiante, lo que refuerza aún más la enseñanza mecánica previamente mencionada y limita la posibilidad de explorar la probabilidad desde situaciones experimentales o problemáticas reales, Díaz y Beltrán (2016) advierten que esta situación limita el desarrollo de competencias claves para que los estudiantes comprendan fenómenos cotidianos que implican incertidumbre, riesgo o aleatoriedad, aspectos que como lo señalan Garfield y Ben- Zvi, (2008) son esenciales para el desarrollo del razonamiento probabilístico desde edades tempranas.

En este sentido, se reconoce la importancia de transformar las prácticas de enseñanza de la probabilidad desde edades tempranas. Diversos estudios respaldan el uso del juego como recurso pedagógico para promover aprendizaje significativos en este campo, ya que posibilita la experiencia directa con situaciones de azar, fomenta la formulación de conjeturas y permite a los estudiantes tomar decisiones basadas en la observación de resultados, por lo que a través del juego, se generan espacios de discusión y análisis donde los estudiantes pueden construir nociones básicas de probabilidad desde una lógica cercana a su experiencia (Oliveira Júnior & Datori Barbosa, 2023).

Teniendo en cuenta estas ventajas del juego como mediador del razonamiento probabilístico se vuelve relevante analizar los espacios disponibles en instituciones educativas que promuevan una formación educativa con recursos manipulativos. En este contexto el Laboratorio de Educación Matemática de la Universidad del Valle toma relevancia debido a su enfoque en la creación, modificación y evaluación de recursos didácticos orientados a transformar la enseñanza de las matemáticas desde métodos prácticos y significativos, en él se puede encontrar una extensa colección compuesta por 122 recursos didácticos distribuidos entre niveles educativos iniciales, primarios y secundarios. De esos, 59 están para nivel primario y 63 para nivel secundario abarcando temas como geometría, álgebra, aritmética y estadística. Sin embargo, dentro de esta gran colección solo existen dos recursos especialmente creados para enseñar probabilidad, lo que estaría representando el 1,6% de la totalidad de material didáctico disponible en el laboratorio.

En este sentido, resulta pertinente considerar el papel de las fichas didácticas dentro del laboratorio. De acuerdo con Pabón Ramírez et al. (2011), las fichas didácticas son instrumentos pedagógicos que organizan y orientan la implementación de actividades con materiales manipulativos, proporcionando información sobre el propósito de aprendizaje, los materiales necesarios, la descripción del recurso y las orientaciones para su uso en el aula. Estas fichas permiten estructurar las actividades matemáticas de manera sistemática, incluyendo elementos como el título, la descripción del material, las instrucciones de uso, gráficos y códigos de identificación que facilitan su localización dentro del laboratorio, lo que muestra la falta de materiales idóneos para hacer mejor el aprendizaje sobre este tema. Además, por medio de ellas, se puede documentar la experiencia de los niños, niñas, jóvenes y adolescentes en la bitácora, lo que permite identificar dificultades y soluciones, mejorando así los recursos pedagógicos y fomentando el desarrollo de razonamientos propios y creativos Pabón Ramírez et al. (2011).

En el caso de la Universidad del Valle, resultó importante mirar el papel que hace el laboratorio de enseñanza de matemáticas en la educación, así como su efecto en el mejoramiento de las fichas y recursos dedicados a la estadística y probabilidad. Además, es necesario evaluar cómo desde estos escenarios de aprendizajes colectivos, pueden fortalecerse y enfocarse hacia una enseñanza distinta de la probabilidad, siendo así una manera práctica y profunda de aprender algunos conceptos del pensamiento aleatorio. Por ello, esta búsqueda se enfocó en mirar la importancia de los espacios para enseñar matemáticas y su potencial para cambiar la enseñanza de probabilidad escolar, con un enfoque orientado al diseño y aplicación de fichas asociadas a diversos juegos ya que estas fichas se conciben como un instrumento clave para organizar y presentar problemas matemáticos de manera estructurada, facilitando la observación de resultados y la discusión colectiva todo esto con el fin de potenciar el razonamiento probabilístico.

De este modo, el alcance de este trabajo está centrado en el fortalecimiento en la comprensión de la probabilidad mediante el diseño y análisis de fichas de fichas de trabajo basadas en juegos que sirvan como puente entre la enseñanza mecanicista tradicional y propuestas centradas en la experimentación, la predicción y la discusión colectiva.

Así se presenta la siguiente pregunta problema que será tema de estudio a lo largo del documento.

¿Cómo diseñar y analizar fichas manipulativas basadas en el juego que promuevan el aprendizaje de la probabilidad, en estudiantes del grado sexto en el contexto del Laboratorio de Educación Matemáticas de la Universidad del Valle?

Planteamientos de objetivos

Objetivo general

Diseñar y analizar fichas manipulativas basadas en el juego como estrategia para el aprendizaje de la probabilidad en estudiantes del grado sexto en el contexto del Laboratorio de Educación Matemática de la Universidad del Valle.

Objetivos específicos

1. Describir las principales dificultades que presentan los estudiantes de grado sexto al aplicar las fichas relacionadas con la probabilidad.
2. Construir una rejilla de análisis fundamentada en los componentes de la idoneidad didáctica del EOS para orientar el diseño de las fichas manipulativas del Laboratorio de Educación Matemática.
3. Diseñar y validar prototipos de material manipulativo didáctico que promuevan el razonamiento probabilístico.

Antecedentes

En el presente apartado se exponen los resúmenes de diferentes investigaciones. El primero es una referencia local, escrito por docentes de la Universidad del Valle, relacionado con el Laboratorio de Educación matemáticas, el segundo nacional, una tesis de maestría de la universidad nacional seguido por tres artículos a nivel internacional de Brasil con grandes aportaciones de la probabilidad en los primeros grados escolares, estos estudios recientes son una guía de cómo se está trabajando en la actualidad los conceptos asociados a la probabilidad y por último dos documentos que aportan una comprensión profunda sobre las dificultades cognitivas que los estudiantes enfrentan en el aprendizaje de la probabilidad.

El Laboratorio de Matemáticas: una estrategia de producción y uso de recursos pedagógicos en la clase de matemáticas.

Este texto expone el funcionamiento del Laboratorio de Educación Matemática (LEM) el cual es un espacio donde se crean, prueban, y mejoran materiales didácticos centrados en el aprendizaje activo de los estudiantes, el enfoque que este tiene se basa en la teoría instrumental (Rabardel, Artigue, Trouche), que considera estos materiales como herramientas que facilitan el aprendizaje matemático a través de su uso práctico y la reflexión sobre su manejo. Se diseñan fichas de trabajo que luego se prueba con estudiantes, donde en esas pruebas, se registran detalladamente cómo los alumnos usan los materiales, qué estrategias aplican y qué dificultades encuentran, es por eso que este artículo es muy importante para este trabajo de investigación ya que aporta elementos valiosos para la creación y mejoramiento de las fichas, además de una guía estructura metodológica para el diseño y análisis de materiales didácticos manipulativos, donde valida el laboratorio como un entorno adecuado para la innovación pedagógica.

Cruzando Ríos: juego para construir nociones de probabilidad en niños de grado sexto.

Uno de los antecedentes más cercanos es el trabajo de grado de Vivian Carolina Herrera Espinosa (2018), desarrollado en la Universidad Nacional de Colombia. Esta investigación tuvo como propósito diseñar, aplicar y evaluar un juego didáctico que favoreciera la construcción de conceptos relacionados con la probabilidad, tales como la frecuencia relativa, el azar y el cálculo de probabilidades. La metodología que ella utilizó fue la cualitativa, se desarrolló en un estudio de caso, y se basó en ciclos de diseño, prueba y ajuste del juego en contextos escolares reales. Los resultados evidenciaron que el uso del juego apoyó e incentivó a una participación activa por parte de los estudiantes, favoreció la argumentación matemática, la formulación de conjeturas y la reflexión sobre los resultados obtenidos. Este trabajo demuestra que los juegos didácticos pueden ser una herramienta efectiva para acercar a los estudiantes a conceptos abstractos de manera experimental. Su relevancia para esta investigación nos muestra su validación del uso del juego como recurso pedagógico en la enseñanza de la probabilidad, especialmente en el nivel básico, ya que fue implementado en grado sexto de bachillerato y es por eso que aporta orientaciones teóricas y metodológicas útiles para el diseño de materiales similares.

Probabilidad en acción: presentación de un juego de mesa para enseñar probabilidad en los primeros años.

Otro aporte significativo es el artículo de Oliveira Júnior y Datori Barbosa (2023) publicado en la *Revista de Educación Estadística*. Este estudio presenta la creación y aplicación de un juego de mesa para enseñar conceptos fundamentales de probabilidad a estudiantes de educación primaria. Los autores argumentan que el enfoque lúdico favorece la apropiación de nociones como aleatoriedad y espacio muestral de forma significativa y contextualizada. La metodología utilizada fue cualitativa, con observación de los autores durante la implementación del juego. Los resultados muestran que los estudiantes se involucraron activamente, argumentan sus decisiones, reflexionaron sobre los resultados y lograron establecer relaciones entre la

experiencia del juego y los conceptos probabilísticos abordados, este antecedente resalta la importancia de incorporar juegos como estrategia didáctica en la enseñanza de la probabilidad y proporciona referentes concretos para el diseño de materiales aplicables al contexto local de esta investigación ya que sus referentes curriculares fueron relacionados a los requerimientos de Brasil.

La imposibilidad de eventos en niños: un estudio a partir de situaciones-problema con juego de dados.

Otro artículo fuerte es la “La imposibilidad de eventos en niños: un estudio a partir de situaciones-problema con juego de dados”, Souza, Oliveira y Peoixoto (2021), ellos exploran cómo los estudiantes del segundo año de la educación básica construyen nociones sobre la imposibilidad de ciertos eventos, utilizando situaciones con dados, ellos utilizan la metodología cualitativa fundamentada en la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, el estudio se desarrolla con niños entre 7 y 8 años en una escuela pública de Brasil, los autores presentan una secuencia didáctica centrada en juegos y actividades con dados, orientadas a explorar y discutir eventos posibles, imposibles y ciertos. Los resultados mostraron que, cuando se proponen situaciones significativas con apoyo manipulativo y discusión grupal, los estudiantes logran avanzar en la comprensión de situaciones aleatorias y reconocer la imposibilidad de ciertos eventos por lo que reafirma el potencial del uso de juegos como herramienta para introducir el pensamiento probabilístico desde edades tempranas.

Probabilidad en acción: validación de un juego de mesa para enseñar probabilidad dirigido a estudiantes entre 6 y 10 años.

Otro artículo de Oliveira Júnior y Datori Barbosa (2024), este es aún más reciente ya que ha venido trabajando fuertemente en este componente estadístico en Brasil, en este documento nos presenta el proceso de validación de un recurso didáctico (juego) creado para introducir

conceptos básicos de probabilidad en los primeros años del colegio. Este estudio fue desarrollado bajo el enfoque cualitativo, donde participaron 24 estudiantes en un rango de edades de 6 años a 10 años, para este desarrollo se plantearon tres etapas: planificación de la intervención, aplicación del juego y análisis de los registros. El recurso estaba elaborado por un juego de tablero centrado en situaciones aleatorias, y fue acompañado por observaciones, discusiones grupales y registros de posibles resultados, donde se pudo evidenciar que el juego promovió la participación activa, la reflexión sobre eventos aleatorios, el desarrollo del lenguaje matemático y la argumentación. por lo que este trabajo se vuelve otro referente fuerte para esta investigación, ya que valida el uso de juegos manipulativos y modificados para el desarrollo del pensamiento probabilístico en la educación primaria.

Creencias intuitivas y razonamientos espontáneos en probabilidad.

Un antecedente fundamental sobre las dificultades en el aprendizaje de la probabilidad es el estudio clásico de Konold (1991), quien analizó las creencias intuitivas que los estudiantes utilizan al enfrentarse a situaciones de incertidumbre. El autor encontró que, en lugar de razonar desde conceptos formales (como espacio muestral o frecuencia relativa), los estudiantes suelen recurrir a razonamientos subjetivos o intuitivos, basados en experiencias personales o en su percepción de lo que consideran justo, equilibrado o más adecuado según sus preferencias, él encuentra que los estudiantes asumen que los resultados de un experimento aleatorio deberían coincidir inmediatamente con lo que consideran "lo más probable". Esta tendencia es lo que él denomina el "modelo del resultado más probable", una perspectiva en la cual los estudiantes juzgan el azar como si este tuviera que ajustarse, en cada intento, a una expectativa sin tener en cuenta los datos de la experiencia, reduciendo así la noción de variabilidad que caracteriza a los fenómenos aleatorios.

Konold muestra que esta forma de pensar está asociada a razonamientos esencialmente subjetivos o intuitivos, ya que los estudiantes suelen justificar sus decisiones con base en impresiones o experiencias previas, sin acudir al espacio muestral ni a comparaciones cuantitativas. Por ejemplo, si consideran que un resultado "debería aparecer" con mayor frecuencia, esperan verlo reflejado casi de inmediato, lo que los lleva a interpretar desviaciones normales como señales de que "algo anda mal" o que el experimento no es "justo". Asimismo, el autor evidencia que muchos estudiantes interpretan patrones inexistentes, atribuyen causalidades donde no las hay y tienden a sobrevalorar la representatividad visual de los resultados. Todo esto revela una mirada del azar guiada por expectativas intuitivas muy arraigadas, lo que dificulta que logren comprender conceptos fundamentales como la estabilidad de la frecuencia relativa, la equiprobabilidad estructurada o la lógica combinatoria que es la base para analizar análisis del espacio muestral. Este antecedente es clave para esta investigación, pues evidencia que los estudiantes llegan al aula con concepciones previas que interfieren directamente en la comprensión del azar y el del comportamiento de los datos.

La evolución con el paso del tiempo de conceptos erróneos basados en la probabilidad y la intuición.

Para concluir con los aportes sobre las dificultades que tienen los estudiantes al comprender la probabilidad están estos dos autores Fischbein y Schharch (1997) los cuales presentan un estudio exhaustivo donde analizan cómo evolucionan, con la edad y la escolarización, ciertas concepciones intuitivas que los estudiantes mantienen respecto a la probabilidad. Los autores evidencian que, aun cuando los estudiantes reciben instrucción formal en matemáticas, persisten en razonamientos espontáneos que entran en conflicto con las nociones académicas de azar, independencia y equiprobabilidad. Estos razonamientos intuitivos no solo se expresan en errores puntuales, sino que se manifiestan como "creencias profundas" que moldean

la forma en que los estudiantes interpretan situaciones aleatorias, incluso cuando logran responder correctamente otro tipo de problemas matemáticos. Entre los hallazgos centrales, los autores muestran que estas concepciones intuitivas como asumir que ciertos resultados "tienen que aparecer" después de una secuencia, pensar que la aleatoriedad debe producir patrones equilibrados en periodos cortos o interpretar dependencias existentes entre eventos, no disminuyen necesariamente con el avance en los grados escolares. Por el contrario, se observa que tales ideas se vuelven sorprendentemente estables, aún en estudiantes mayores, lo que indica que la enseñanza tradicional de la probabilidad no logra contrarrestar las intuiciones que se construyen a partir de la experiencia cotidiana y de expectativas subjetivas sobre cómo "debería comportarse" el azar. Los resultados de este estudio resaltan que la comprensión de fenómenos aleatorios no se limita a adquirir definiciones formales, sino que requiere procesos de enseñanza que aborden directamente estas intuiciones erróneas, pues los estudiantes suelen recurrir a ellas en momentos de duda o cuando las tareas presentan un nivel de complejidad mayor.

Estos antecedentes coinciden y aportan elementos claves para esta investigación debido a que resaltan la necesidad de transformar la enseñanza de la probabilidad mediante estrategias que involucren activamente al estudiante en la construcción del conocimiento. El uso del juego como recurso didáctico se presenta como una vía alterna y significativa para trabajar los conceptos probabilísticos, al tiempo que los estudios revisados permiten anticipar los obstáculos conceptuales que suelen aparecer en los estudiantes como las intuiciones erróneas frente al azar, la dificultad para interpretar la variabilidad o la tendencia a esperar patrones equilibrados en pocas repeticiones. De esta manera, los antecedentes no solo justifican el empleo de materiales manipulativos, sino que también orientan el diseño de actividades que confronten dichas ideas intuitivas y promuevan un desarrollo más sólido del razonamiento probabilístico.

Además, las investigaciones revisadas ofrecen fundamentos teóricos y metodológicos que respaldan el diseño de recursos manipulativos contextualizados y coherentes con los propósitos de este trabajo, que busca favorecer el razonamiento probabilístico en estudiantes del grado 6° en el marco del Laboratorio de Educación Matemática de la Universidad del Valle.

Justificación

La enseñanza de la probabilidad en los niveles de educación básica ha sido tradicionalmente dejada a un segundo plano dentro del currículo escolar, a pesar de su relevancia para la vida cotidiana y la toma de decisiones en contextos de incertidumbre Batanero (2005). En la práctica escolar, este componente del pensamiento aleatorio suele abordarse de manera tardía, superficial y sin un trabajo sistemático que permita a los estudiantes construir significados sólidos. Autores como Batanero (2005) y Díaz y Beltrán (2016) han enfatizado que esta forma de enseñanza fragmentada limita significativamente el desarrollo de habilidades necesarias para interpretar, anticipar y justificar eventos aleatorios, incluso en situaciones simples, generando vacíos conceptuales que se arrastran hacia grados superiores. Esta falta de estructuración se refleja en dificultades persistentes: interpretaciones erróneas de la aleatoriedad, confusión entre espacio muestral y eventos, uso inadecuado de la frecuencia relativa, y razonamientos fuertemente influenciados por creencias intuitivas más que por análisis matemático.

De acuerdo con Garfield y Ben-Zvi (2008), cuando la probabilidad no se enseña mediante experiencias significativas, los estudiantes tienden a memorizar reglas sin comprender su fundamento, lo que favorece respuestas basadas en intuiciones o sesgos cognitivos. Este panorama evidencia que la enseñanza tradicional centrada en ejercicios descontextualizados no resulta suficiente para promover un razonamiento probabilístico fuerte ni para desarrollar las competencias necesarias para enfrentar situaciones reales de incertidumbre, es por ello que en este contexto, se hace necesario considerar enfoques pedagógicos que favorezcan la comprensión conceptual a partir de la acción, la experimentación y la reflexión. El uso del juego didáctico ha demostrado ser una estrategia pertinente para responder a esta necesidad, ya que permite situar al

estudiante frente a experiencias reales de aleatoriedad donde debe tomar decisiones, justificar sus elecciones, formular conjeturas y analizar la variabilidad de los resultados. Investigaciones como las de Herrera Espinosa (2018) y Oliveira Júnior & Datori Barbosa (2023) han mostrado que el juego no solo incrementa la motivación y el interés, sino que también promueve la argumentación matemática, la elaboración de conjeturas, la discusión de estrategias y la construcción de significados desde la manipulación directa.

En esta misma línea, el uso de fichas de trabajo acompañadas de materiales manipulativos se convierte en un recurso fundamental para guiar estas experiencias. Las fichas permiten estructurar la actividad, proponer tareas secuenciadas, registrar datos, generar espacios de discusión y documentar las observaciones realizadas por los estudiantes. En el Laboratorio de Educación Matemática de la Universidad del Valle, este tipo de materiales ha demostrado ser efectivo para visibilizar procesos cognitivos, reconocer dificultades y orientar intervenciones didácticas más pertinentes Pabón Ramírez (2011). Sin embargo, se identifica una limitada disponibilidad de fichas específicamente diseñadas para abordar conceptos de probabilidad, lo cual representa un vacío importante en el repertorio de recursos del laboratorio.

Por ello, se hace necesario no solo diseñar nuevos materiales, sino también fundamentarse teóricamente y validar su pertinencia desde una perspectiva didáctica. La creación de fichas centradas en el razonamiento probabilístico, apoyadas en juegos y en actividades manipulativas, responde a esta necesidad y ofrece una oportunidad para fortalecer la enseñanza de la probabilidad desde edades tempranas. Además, este trabajo contribuye a ampliar la oferta de recursos contextualizados, probados y fundamentados que puedan ser empleados por docentes y futuros profesores en formación.

Dicho lo anterior esta investigación responde a la necesidad de enriquecer los recursos didácticos orientados al trabajo con probabilidad, mediante el diseño y rediseño de fichas basadas

en juegos manipulativos que permitan a los estudiantes interactuar activamente con situaciones de azar. Se espera que esta propuesta contribuya al fortalecimiento del razonamiento probabilístico, incremente la disponibilidad de materiales idóneos dentro del Laboratorio de Educación Matemática y ofrezca evidencia útil para futuras investigaciones y prácticas pedagógicas que busquen integrar la probabilidad de manera significativa en la región.

Capítulo II

Marco teórico

A continuación, se presentan los referentes teóricos que soportan esta investigación, los cuales se abordan desde tres perspectivas: matemática, curricular y didáctica.

Perspectiva Matemática

El estudio de la probabilidad en educación básica requiere una comprensión clara de los fundamentos que estructuran los fenómenos aleatorios. Para esta investigación, se seleccionaron seis elementos matemáticos esenciales: el evento aleatorio, el significado clásico de la probabilidad, el significado frecuencial de la probabilidad, experimento, evento o suceso, espacio muestral, frecuencia absoluta y relativa. Estas definiciones permiten establecer la base conceptual sobre la cual se diseñaron las fichas de trabajo para estudiantes de grado sexto. A continuación, se presentan las definiciones formales para esta investigación que fungen como significados institucionales de los elementos mencionados anteriormente:

Evento Aleatorio y Determinista.

Para esta investigación se adopta la definición de evento aleatorio propuesta por Batanero (2001), quien señala: *“Una situación aleatoria es, por lo menos potencialmente, reproducible. Tiene diferentes resultados posibles, sin que sepamos con seguridad cuál será el que ocurrirá en una experiencia particular (por ejemplo, no sé con seguridad el tiempo que debo esperar en la parada a que aparezca el autobús)”*.

A partir de esta definición, se entiende como evento determinista: *"Una situación en donde a futuro, conocemos con seguridad cuál será el resultado."*

Significado Clásico de la Probabilidad.

El significado clásico se expresa en la síntesis de Parraguez (2016), quien recoge la formulación histórica de Moivre y Laplace. La definición textual utilizada en esta investigación es: *"La probabilidad clásica o a priori se define como el cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles, siempre que todos los casos tengan la misma posibilidad de ocurrir."*

Significado Frecuencial de la Probabilidad

En este sentido, Paraguez (2016) también recoge la formulación clásica de Von Mises, quien afirma: *"La probabilidad en su concepción frecuencial es el valor hacia el cual tiende la frecuencia relativa en un gran número de ensayos."*

Este enfoque se complementa con la noción de estabilidad presentada por otros autores: *"La frecuencia relativa de un suceso, que se estabiliza a la larga."* (Batanero, Henry y Parzysz, 2005).

Experimento.

El libro de Wackerly, Mendenhall y Scheaffer (2009) establece la noción formal de experimento de la siguiente manera: *"Un experimento es el proceso por medio del cual se hace una observación"*

Evento.

En relación con el concepto de evento, Wackerly et al. (2009) establecen literalmente: *"Cuando se realiza un experimento, puede terminar en uno o más resultados que se llaman eventos"*

Espacio Muestral.

Dentro del mismo autor, el concepto de espacio muestral se define textualmente así: *“El espacio muestral asociado con un experimento es el conjunto formado por todos los posibles puntos muestrales”*.

Frecuencia Absoluta.

El concepto de frecuencia absoluta se refiere al número de veces que ocurre un determinado resultado en un conjunto de observaciones o ensayos. Wackerly, Mendenhall y Scheaffer (2009) señalan: *“La frecuencia absoluta de un evento es el número de veces que dicho evento ocurre en un conjunto de observaciones o repeticiones de un experimento”*.

Frecuencia Relativa

Por su parte, la frecuencia relativa se define como la proporción de veces que ocurre un resultado con respecto al número total de ensayos realizados. Wackerly, Mendenhall y Scheaffer (2009) indican: *“La frecuencia relativa de un evento es la razón entre el número de veces que ocurre el evento y el número total de observaciones o ensayos realizados”*.

Perspectiva Curricular

El desarrollo del pensamiento aleatorio en la educación básica ha sido reconocido como una necesidad formativa en los documentos curriculares oficiales del Ministerio de Educación Nacional de Colombia. A través de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016), se han establecido orientaciones que permiten comprender cómo introducir progresivamente estos conceptos en el aula, con especial énfasis en promover experiencias significativas desde los primeros grados.

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantean que la estadística y la probabilidad deben abordarse no como contenidos marginales, sino como ejes estructurales del pensamiento matemático. En ellos, se sugiere que el trabajo con fenómenos aleatorios deben

partir de la exploración de situaciones cercanas a los estudiantes, esta aproximación busca que los niños y niñas comprendan el azar desde la experiencia, formulen preguntas, hagan predicciones y comiencen a establecer relaciones entre los resultados observados y los posibles.

Por otro lado, y de manera similar los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006) organizan los aprendizajes esperados en torno al pensamiento aleatorio según niveles de escolaridad. Para el grado 6°, se espera que el estudiante sea capaz de formular conjeturas sobre eventos aleatorios y justificarlas con base en la experiencia, utilizando representaciones gráficas o numéricas. En el grado 6°, se plantea como objetivo que los estudiantes reconozcan y clasifiquen eventos como seguros, posibles o imposibles, y que utilicen la frecuencia relativa como una herramienta para comparar la ocurrencia de distintos eventos. Estos estándares promueven una aproximación que parte de lo intuitivo hacia una comprensión progresivamente más estructurada, conectada con la observación, el análisis y la toma de decisiones fundamentadas.

Por su parte, los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016) concretan estos objetivos en acciones más específicas, proporcionando orientaciones claras para cada grado. En el caso del quinto grado, se establece que los estudiantes deben poder “formular predicciones y expresar conjeturas sobre posibles resultados de una situación aleatoria”. Para sexto grado, se enfatiza la necesidad de que comprendan la utilidad de representar frecuencias y probabilidades mediante tablas o gráficos, facilitando así la lectura e interpretación de datos en contextos reales o simulados.

Estos lineamientos curriculares coinciden en señalar que la enseñanza de la probabilidad no debe reducirse a fórmulas o definiciones abstractas, sino que debe construirse a partir de experiencias concretas significativas contextualizadas.

Perspectiva Didáctica

Esta investigación se realizará bajo el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática (EOS), desarrollado por Godino y colaboradores el cual constituye una propuesta teórica y metodológica para estudiar la actividad matemática tanto en su dimensión institucional como en los procesos individuales de aprendizaje.

Desde esta perspectiva, el conocimiento matemático se mira como una práctica social que involucra no sólo objetos matemáticos, sino también procesos de significación, representación y argumentación, situados en contextos específicos, desde esta visión el conocimiento matemático se puede ver un poco más allá, y no solo un conjunto de definiciones y procedimientos, y pone el foco o le da más relevancia al proceso semiótico e institucional del saber matemático.

Díaz Godino (2023) dentro del EOS describen varias herramientas de investigación donde estas permiten analizar los distintos problemas de la Didáctica de las matemáticas como lo son; Sistema de prácticas, Configuración Ontosemiótica, Configuración y trayectoria didáctica, Dimensión normativa y la Teoría de Idoneidad Didáctica (TID), esta última será la que se utilizará en esta investigación ya que esta ofrece una herramienta para valorar la adecuación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas. Esta propuesta parte del reconocimiento de que dichos procesos son complejos y están compuestos por múltiples dimensiones que deben analizarse de manera articulada, teniendo en cuenta esta mirada, no es suficiente considerar únicamente el contenido matemático que se enseña, sino que también es necesario atender a las condiciones en las que dicho contenido se presenta, los recursos que se utilizan, las interacciones que se generan en el aula y los aprendizajes que se logran como resultado.

Es por esto que el concepto de idoneidad didáctica se define como el grado en que un proceso de instrucción reúne ciertas características que permiten calificarlo como adecuado para

el logro de los aprendizajes previstos, para analizar la teoría, Díaz Godino propone seis facetas interrelacionadas, que permiten examinar el proceso desde diferentes perspectivas.

Idoneidad epistémica: grado de tratamiento del contenido matemático en el proceso de instrucción. En esta se analiza si los significados institucionales que se proponen, son representativos del objeto matemático que se pretende enseñar.

Idoneidad cognitiva: grado de posibilidades de aprendizaje que ofrece la propuesta didáctica. Se considera si los significados que se buscan implementar están dentro del alcance de los estudiantes, teniendo en cuenta sus conocimientos previos, capacidades y procesos de construcción de sentido.

Idoneidad Interaccional: grado de las formas de comunicación y participación que se genera durante el proceso de enseñanza.

Idoneidad mediacional: grado de los recursos materiales y simbólicos utilizados para facilitar la construcción de significados.

Idoneidad afectiva: grado del papel de las emociones, actitudes y creencias en el aprendizaje de las matemáticas.

Idoneidad ecológica: grado de coherencia del proceso didáctico con el entorno institucional y sociocultural en el que se desarrolla.

Esta investigación se centra principalmente en la faceta cognitiva complementada de la faceta epistémica, ya que por un lado la cognitiva nos aporta las condiciones de accesibilidad y apropiación del contenido matemático por parte de los estudiantes, es decir permite valorar hasta qué punto las fichas de trabajo propuestas en esta investigación pueden favorecer la comprensión de los significados esperados, teniendo en cuenta los conocimientos previos, las características individuales y las formas de razonamiento de los estudiantes, esta complementada de la epistémica ya que se centra el grado en que el contenido matemático implementado de una

situación de enseñanza coherente, válido y representativo de los significados institucionales que se espera que los estudiantes construyan, es decir esta faceta permite analizar la pertinencia y riqueza matemática del contenido probabilístico incluido en las fichas de trabajo diseñadas, atendiendo la articulación de la coherencia entre los distintos elementos del contenido matemático dentro de la ficha y su adecuación al nivel escolar.

Díaz Godino (2023) afirma: “la idoneidad cognitiva se refiere al grado en que los significados institucionales que se enseñan son comprensibles para los estudiantes, y si estos se encuentran en su zona de desarrollo potencial” (p.227). En este caso implica considerar no sólo la claridad del contenido, sino también las condiciones individuales y colectivas que inciden en su aprendizaje, teniendo en cuenta esto, las fichas diseñadas en esta investigación serán pensadas a partir de situaciones familiares, con enunciados comprensibles y tareas accesibles pero que al mismo tiempo desafíen a los estudiantes a reflexionar, argumentar y construir activamente significados personales sobre fenómenos aleatorios que se abordan.

Para complementarlo con la faceta epistémica Díaz Godino (2023) afirman que “la idoneidad epistémica se refiere a la adecuación y representatividad de los significados institucionales implementados respecto a un significado matemático de referencia” (p. 275). Desde esta perspectiva, se entiende que una propuesta didáctica es más idónea cuando el contenido que se enseña guarda coherencia con el saber matemático validado institucionalmente, y cuando su tratamiento permite que dicho contenido conserve su estructura, por lo que esta investigación orientará la selección y formulación de las tareas en las fichas, buscando que los significados están vinculados a la probabilidad ya sea el azar, la predicción o la frecuencia relativa y que todos estos sean tratados de forma articulada y se representen de manera fiel el objetivo de estudio que se pretende enseñar.

Los componentes e indicadores que permiten estudiar la idoneidad cognitiva son: Comprensión situacional, Conocimientos previos, Diferencias individuales, Comprensión conceptual y proposicional, Competencia argumentativa.

En Díaz Godino (2023) las describe:

Comprensión situacional: Hace referencia a la claridad de las consignas, la pertinencia de los contextos utilizados y la adecuación del lenguaje de las tareas.

Conocimientos previos: Este componente analiza si las tareas se conectan con experiencias o saberes que el estudiante ya posee, facilitando así el acceso a nuevos significados.

Diferencias individuales: Considera la inclusión de estrategias o niveles de dificultad que permitan a estudiantes con distintos niveles de competencia participar en la actividad.

Comprensión conceptual y proposicional: Este subcomponente apunta a que los estudiantes no se limiten a ejecutar procedimientos, sino que logren establecer relaciones entre conceptos y desarrollen una comprensión más profunda y estructurada del objeto matemático trabajado.

Competencia argumentativa: Evalúa si las actividades brindan oportunidades para que los estudiantes expresen sus ideas, justifiquen sus respuestas, escuchen a sus compañeros y desarrollen habilidades de argumentación propias del pensamiento matemático.

Por otro lado, los componentes e indicadores que permiten estudiar la idoneidad epistémica y que esta investigación se apoyará trabajando en conjunto con la cognitiva para evaluar las fichas son: Significados, Relaciones y Procesos.

En Díaz Godino (2023) las describe:

Significados: Este componente analiza los distintos significados parciales del objeto matemático que se abordan en las tareas, considerando si su selección es pertinente para el nivel de los estudiantes.

Relaciones: Se refiere a las conexiones que se establecen entre los significados abordados, así como entre los objetos matemáticos implicados y otros contenidos previamente trabajados.

Procesos: Este componente contempla las acciones matemáticas que los estudiantes deben realizar y que contribuyen a la construcción de significados.

2.3 Metodología

Esta investigación se trabajó dentro del enfoque cualitativo el cual se centra en la comprensión e interpretación de sucesos en contextos educativos, ya que lo que se busca en esta investigación es describir más que cuantificar, para ello Camargo (2019) identifica diferentes estrategias investigativas que han sido utilizadas en la Educación Matemática, las cuales son: La etnografía, el estudio de caso, la historia de vida, la investigación-acción, la investigación clínica y la estrategia de diseño, esta última será la que se tendrá en cuenta para esta investigación ya que la estrategia de diseño, según Camargo, consiste en construir una propuesta de enseñanza fundamentada teóricamente, aplicarla, analizarla y volver a diseñar. Sin embargo, esta investigación no tiene la aplicación en el aula como parte obligatoria, por lo que sí se desarrollará bajo esta estrategia investigativa tal como lo propone Camargo (2019), se fundamentó teóricamente con la Teoría de Idoneidad Didáctica, se analizaron los componentes de esta y se hicieron las correcciones pertinentes, dejando la aplicación un paso complementario, ya que este

tipo de estrategia es empleada cuando el propósito del estudio es intervenir en un escenario educativo mediante la introducción de un diseño que pueda generar nuevas oportunidades de aprendizaje por lo que se propone crear o transformar un artefacto educativo, en este caso, un conjunto de fichas de trabajo manipulativas que integren elementos teóricos, orientados al desarrollo del pensamiento probabilístico.

Por su parte el proceso de elaboración de la ficha se guio por los principios de la Teoría de la Idoneidad Didáctica de Godino, particularmente desde sus facetas cognitiva y epistémica, aportando una estructura didáctica guiada por las fichas, incorporando tareas intencionadas y criterios de análisis claros, con base en los subcomponentes definidos para cada faceta.

Se tuvo en cuenta cuatro fases para la realización de este trabajo las cuales son:

Selección del juego base: La primera fase consistió en la selección del juego ruletas que sirvió como punto de partida para su adaptación a una actividad didáctica centrada en el razonamiento probabilístico. Para esta elección se consideraron criterios como: la pertinencia del juego para el trabajo con situaciones aleatorias, la posibilidad de manipulación por parte de los estudiantes, el potencial para representar eventos, frecuencias y predicciones, y la conexión con el Laboratorio de Educación Matemática de la Universidad del Valle, ya que el recurso estaba en él pero no tenía ficha didáctica. Estos criterios permitieron justificar la elección del juego a partir de su capacidad de promover prácticas asociadas a la identificación del espacio muestral, la anticipación de resultados y la argumentación probabilística.

Diseño de las fichas desde el Enfoque Ontosemiótico: En la segunda fase se elaboraron las fichas didácticas preliminares correspondientes al juego de ruletas que

se encontró en el Laboratorio de Educación Matemáticas siguiendo la estructura sugerida en este. Dicha estructura se describe a continuación:

Las fichas didácticas se conciben como instrumentos pedagógicos que orientan la implementación de actividades con materiales manipulativos y tienen como propósito fundamental guiar tanto al estudiante como al docente, promoviendo así la exploración, la argumentación y la reflexión. Cada una de estas fichas mantiene una estructura general que facilita la aplicación y el análisis, de acuerdo con los criterios establecidos por el Laboratorio de Educación Matemática.

Estas fichas están estructuradas en distintos apartados que guían su aplicación: primeramente tienen su identificación (nombre, código, grado y campo de las matemáticas), el propósito de aprendizaje (relacionado con los estándares y derechos básicos), los materiales (enumeran los elementos necesarios para desarrollar la actividad), la descripción del juego (dinámica del juego y reglas básicas), el procedimiento (pasos que deben seguir los estudiantes para desarrollar la actividad), el registro de datos (resultados y experiencias obtenidas) y las preguntas de reflexión (dirigidas a promover discusión y razonamiento en los estudiantes).

A partir de esta estructura se diseñaron las dos fichas específicas del juego ruletas, incorporando elementos del Enfoque Ontosemiótico (EOS), con el propósito de garantizar que los objetos, procesos y prácticas matemáticas estuvieran articulados con el desarrollo del razonamiento probabilístico. Se buscó en general, que las tareas propuestas activaran la identificación del espacio muestral, el análisis de frecuencias y la formulación de predicciones justificadas.

Aplicación prueba piloto: En esta fase se realizó una prueba piloto con estudiantes del grado sexto. Este pilotaje tuvo como propósito identificar dificultades emergentes

en la comprensión de las reglas del juego, en el registro de datos, en el reconocimiento del espacio muestral y en la formulación de argumentos probabilísticos. Asimismo, permitió estimar los tiempos reales de aplicación y valorar la adecuación del nivel de complejidad de la actividad. Los registros obtenidos (observaciones, producciones estudiantiles y respuestas a preguntas de reflexión) sirvieron de insumo para la fase siguiente.

Elaboración de rejillas de análisis: A partir de la prueba piloto se elaboraron las distintas categorías de la Idoneidad Didáctica utilizada en esta investigación para evidenciar su potencia, esta rejilla es la que se muestra a continuación, y también se usó para la siguiente fase denominada validación por expertos, a continuación se muestra la rejilla:

Faceta Epistémica.	
Grado de tratamiento del contenido matemático en el proceso de instrucción. En esta se analiza si los significados institucionales que se proponen, son representativos del objeto matemático que se pretende enseñar.	
Significados.	Este componente analiza los distintos significados parciales del objeto matemático que se abordan en las tareas, considerando si su selección es pertinente para el nivel de los estudiantes.
Relaciones.	Se refiere a las conexiones que se establecen entre los significados abordados, así como entre los objetos matemáticos implicados y otros contenidos previamente trabajados.
Procesos.	Este componente contempla las acciones matemáticas que los estudiantes deben realizar y que contribuyen a la construcción de significados.

Faceta Cognitiva.	
Comprensión situacional	Hace referencia a la claridad de las consignas, la pertinencia de los contextos utilizados y la adecuación del lenguaje de las tareas.
Conocimientos previos	Este componente analiza si las tareas se conectan con experiencias o saberes

	que el estudiante ya posee, facilitando así el acceso a nuevos significados.
Diferencias individuales	Considera la inclusión de estrategias o niveles de dificultad que permitan a estudiantes con distintos niveles de competencia participar en la actividad.
Comprensión conceptual y proposicional.	Este subcomponente apunta a que los estudiantes no se limiten a ejecutar procedimientos, sino que logren establecer relaciones entre conceptos y desarrollen una comprensión más profunda y estructurada del objeto matemático trabajado.
Competencia argumentativa	Evalúa si las actividades brindan oportunidades para que los estudiantes expresen sus ideas, justifiquen sus respuestas, escuchen a sus compañeros y desarrollen habilidades de argumentación propias del pensamiento matemático.

Capítulo III

Análisis de resultados

En concordancia con los propósitos de esta investigación, las dos fichas del juego de ruletas fueron diseñadas tomando como fundamento las facetas Epistémica y Cognitiva del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), estas facetas permitieron orientar tanto la selección de los significados matemáticos implicados como las demandas cognitivas previstas en la realización de las actividades, con base en ellas se construyó una rejilla de diseño, en la cual se especificaron los componentes que debían quedar reflejados en la ficha y la manera en que su presencia aseguraba coherencia entre el marco teórico, el contenido matemático y las características de los estudiantes. A continuación, se describen los componentes considerados para cada faceta y la forma en que guiaron el diseño del instrumento uno.

Faceta Epistémica	
Significados.	La ficha aborda los significados parciales del objeto matemático “probabilidad” desde su dimensión empírica (predicciones, frecuencias y eventos aleatorios), por lo que el significado de probabilidad se introduce de manera intuitiva sin recurrir aún a cálculos formales, en donde

	las ruletas actúan como representaciones semióticas del azar, permitiendo que los estudiantes comprendan que ciertos resultados no pueden anticiparse y que cada giro tiene su resultado independiente.
Relaciones.	La ficha establece conexiones entre el juego y la vida cotidiana mostrando cómo los fenómenos aleatorios aparecen en contextos reales, además se articulan contenidos de estadística con habilidades de observación, registro y análisis, favoreciendo así su comprensión.
Procesos.	Los procesos matemáticos que se ponen en juego son la observación, la comparación, la predicción y la sistematización de resultados. Al registrar los giros y compararlos con sus hipótesis, los estudiantes desarrollan un pensamiento experimental que constituye los acercamientos a la noción de probabilidad tanto teórica como frecuencial.

Faceta Cognitiva.	
Comprensión situacional	La estructura de la ficha se presenta en un lenguaje claro y cercano a la experiencia de los estudiantes, los contextos son familiares (ferias, rifas, juegos), lo cual facilita la interpretación de la situación e involucra la participación de los estudiantes.
Conocimientos previos	Las actividades que propone la ficha vinculan los saberes que los estudiantes ya poseen sobre el juego y la predicción “ adivinar qué saldrá”, utilizando esas intuiciones como punto de partida para introducir formalmente la idea de azar. Esta conexión potencia la accesibilidad cognitiva.
Diferencias individuales	El diseño contiene ocho tableros con distintas ruletas que permite adaptar las tareas a distintos niveles de complejidad, por lo que ofrece oportunidades a todos los estudiantes.
Comprensión conceptual y proposicional.	Más allá de ejecutar el procedimiento de girar la ruleta y registrar datos, se busca que los estudiantes establezcan relaciones conceptuales entre predicción, azar y probabilidad, la experimentación promueve la comprensión de que algunos resultados son impredecibles fortaleciendo el razonamiento probabilístico.
Competencia argumentativa	Las actividades promueven la comunicación y argumentación matemática, ya que invita a los estudiantes a justificar por qué creían que un color saldría más veces o por qué los resultados variaron. Este intercambio de ideas fomenta la construcción colectiva de significados y el desarrollo de habilidades discursivas propias del pensamiento matemático.

A continuación, se presenta la Ficha 1.

(1) RULETAS

(2) Conocimiento Matemático Movilizado

La ruleta es un elemento muy común en distintos espacios de nuestra vida diaria, es frecuente verla en tiendas o eventos donde se utiliza para ganar premios o descuentos al girar, donde el azar y la probabilidad están inmersos, ya que cada giro representa una oportunidad diferente con resultados impredecibles.



Este juego está compuesto por ocho tableros identificados con letras de la A a la H, donde en cada uno de ellos se presenta una ruleta diferente que contiene distintos elementos de letras, números y representaciones donde cada una de ellas nos invita a explorar el azar y la probabilidad de manera divertida

Actividad 1.

(Aleatoriedad y Determinismo).

En nuestra vida diaria ocurren muchas situaciones, algunas que sabemos con certeza que pasarán y otras en las que no podemos saber el resultado hasta que suceden, a las primeras se le llaman eventos deterministas como por ejemplo que si se termina el mes de junio sigue el mes de Julio, porque siempre es lo mismo y podemos predecirlo, las segundas se conocen como eventos aleatorios como por ejemplo lanzar una moneda porque su resultado depende del azar y puede cambiar cada vez que la lanzamos

Escribe dos ejemplos de situaciones que con certeza, a futuro, van a suceder (Eventos deterministas) y dos ejemplos de situaciones que, a futuro, no sabrás su resultado (Eventos aleatorios).

Deterministas:

Aleatorios:

Actividad 2

Ahora trabajemos el Azar, Selecciona la ruleta C, y piensa que color saldrá más veces, si el amarillo, el azul o el rojo y escríbelo.

Creo que saldrá más veces el color:

Ahora pon a prueba tu idea, gira la ruleta 10 veces y anota los resultados en la siguiente tabla

1) ¿Acertaste tu predicción?

Número de Giros	Resultado
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Con los resultados, responde las siguientes preguntas:

2) **¿Por qué crees que los resultados fueron diferentes en cada giro?**

3) **¿Podrías saber con certeza que resultado iba a salir?**

Con el propósito de valorar la pertinencia y el funcionamiento de la Ficha 1 diseñada bajo los criterios del Enfoque Ontosemiótico, se realizó una prueba piloto con 15 estudiantes de sexto grado. Esta aplicación permitió observar cómo los estudiantes interpretan las actividades, qué estrategias movilizan y qué dificultades emergen al trabajar con situaciones de azar y predicción.

La prueba se desarrolló en una sesión de clase, en la cual los estudiantes trabajaron individualmente y posteriormente socializaron algunos de sus resultados. Las producciones obtenidas constituyen elementos relevantes para el análisis que se presenta en la siguiente sección. Dicho análisis se organiza pregunta por pregunta, donde se observó y se evaluó el contraste de la intención del diseño con las respuestas de los estudiantes.

A continuación, se presenta la actividad número uno, la cual da una breve introducción y dos ejemplos de lo que son Eventos Deterministas y Eventos Aleatorios, los estudiantes debían escribir dos ejemplos de cada uno de ellos, y estos fueron los resultados obtenidos.

Desde la faceta epistémica aunque el propósito de la actividad era activar el significado empírico del determinismo relacionado con fenómenos cuya ocurrencia no varía, o siempre es el

mismo, trece estudiantes centraron sus respuestas en deseos, expectativas o experiencias relacionadas con su vida diaria. Ejemplos como "voy a ganar mucha plata", "es seguro que no me voy a casar" o "seré un gran futbolista".

Figura 1.

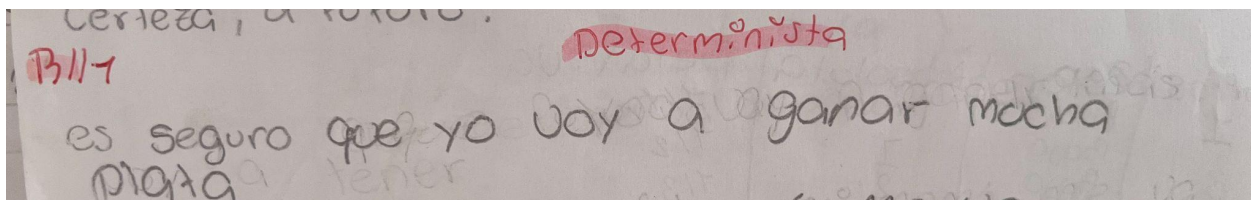


Figura 2.

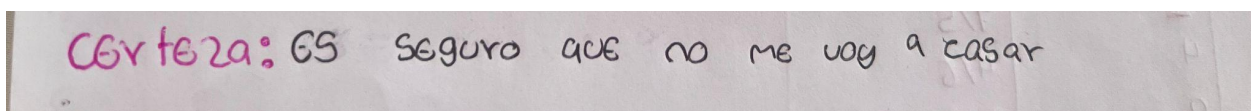
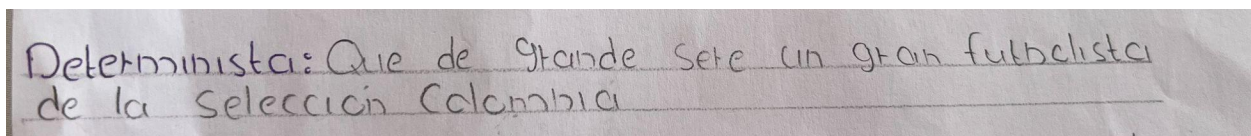
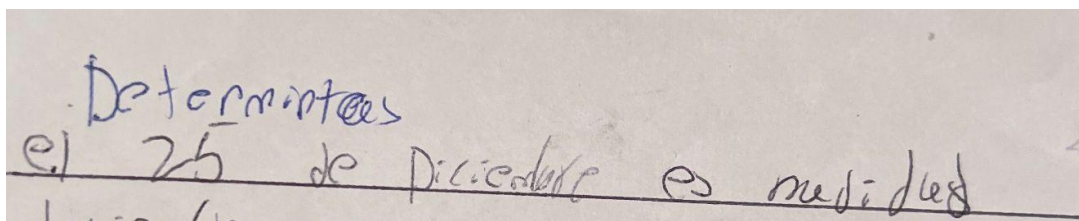


Figura 3.



Esto muestra que, epistémicamente, los estudiantes no se situaron en el plano de la certeza válida, sino en proyecciones personales que algunos no cumplían las condiciones de un evento determinista. Sin embargo, también se obtuvieron algunos ejemplos adecuados, como por ejemplo el de un estudiante, quien menciona que "el 25 de diciembre es Navidad", lo cual evidencia la comprensión de un evento que no varía.

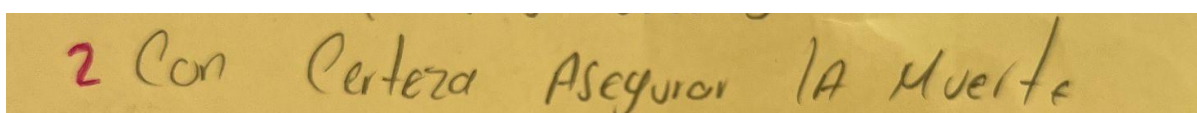
Figura 4.



Deterministas
el 25 de Diciembre es Navidad

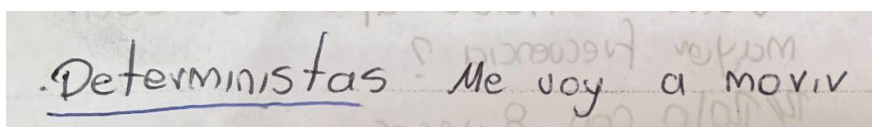
También se pudo evidenciar que el ejemplo más recurrente fue el de la muerte ("algún día nos tenemos que morir"), expresado por 9 estudiantes:

Figura 5.



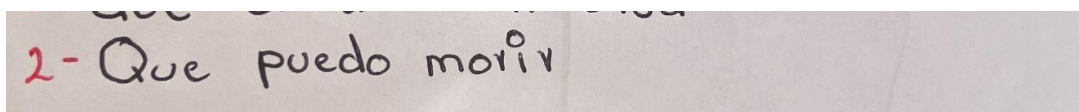
2 Con certeza Asegurar la Muerte

Figura 6.



Deterministas Me voy a morir

Figura 7.



2- Que puedo morir

Lo que evidencia que los estudiantes comprendieron parcialmente la idea de Determinismo porque lograron conectar la muerte como un evento seguro sin embargo, se esperaba que los estudiantes pudieran dar ejemplos más sencillos como el funcionamiento del calendario o algún suceso natural que siempre se cumple como lo mencionó el estudiante que respondió "el 25 de diciembre es navidad"

Desde la faceta cognitiva, estas respuestas muestran que la actividad activó conocimientos previos, aunque algunos no con los ejemplos más pertinentes. Los estudiantes respondieron desde su propia experiencia cotidiana, lo cual indica comprensión situacional sin embargo mientras algunos lograron identificar eventos correctos, la mayoría los mezcló con creencias personales, deseos, temores o situaciones que no garantizan certeza alguna. Esto indica que la comprensión proposicional del concepto aún es inicial.

En general esta primera actividad permitió identificar las principales dificultades de los estudiantes para delimitar la frontera entre lo que es verdaderamente predecible y lo que no lo es, o la mezcla frecuente entre certeza y expectativa. Por tanto, aunque las respuestas no fueron en su mayoría correctas, la actividad cumple una función diagnóstica crucial dentro del enfoque ontosemiótico ya que muestra el estado inicial de los significados personales de los estudiantes.

Desde la faceta epistémica, a diferencia de los eventos deterministas, donde muchos estudiantes recurrieron a deseos personales que no cumplían la condición de certeza, aquí las respuestas sí se ajustan al significado buscado ya que cualquier situación que mencionan como, ganarse algo por 3 estudiantes, aprobar o reprobado el año por 7 estudiantes, que el profesor siga el siguiente año por 2 estudiantes o tener un hijo en el futuro por 3 estudiantes

Figura 8.

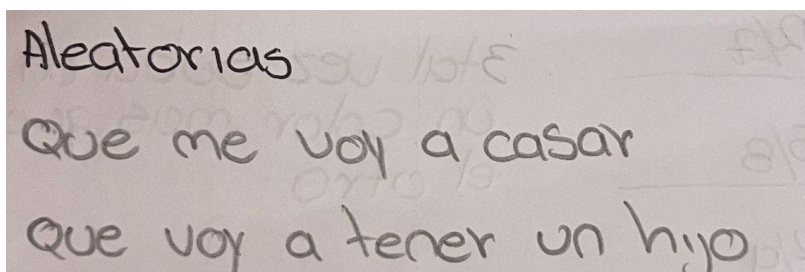
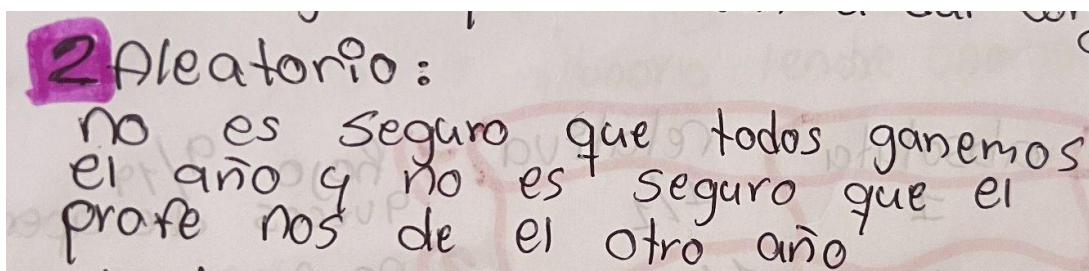
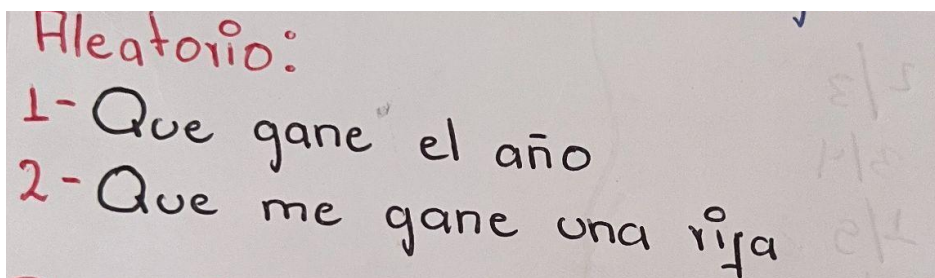
A photograph of a piece of paper with handwritten text in black ink. The text is written in three lines: 'Aleatorias' on the first line, 'Que me voy a casar' on the second line, and 'Que voy a tener un hijo' on the third line. The handwriting is somewhat informal and cursive.

Figura 9.



2 Aleatorio:
no es seguro que todos ganemos
el año y no es seguro que el
profe nos de el otro año

Figura 10.



Aleatorio:
1- Que gane el año
2- Que me gane una rifa

Por lo que esto responde correctamente a un evento cuyo resultado no se puede anticipar. Esto evidencia una mejor correspondencia entre el significado epistémico esperado y las producciones de los estudiantes. En general, las respuestas son coherentes con la noción de aleatoriedad, aunque expresadas desde vivencias subjetivas, lo que conecta los significados desde lo empírico de la faceta epistémica con las relaciones.

Desde la faceta cognitiva, estas respuestas muestran que los estudiantes comprendieron la consigna desde su experiencia situacional, asociaron la incertidumbre con sucesos de su vida, activando conocimientos previos vinculados a lo impredecible donde reflejan un esquema intuitivo adecuado sobre lo que "no se sabe hasta que pase", lo cual constituye una base cognitiva necesaria en el desarrollo del pensamiento probabilístico por lo que la comprensión conceptual que se evidencia es más ajustada que en el caso de los eventos deterministas teniendo en cuenta que, la mayoría de los estudiantes no mezclaron certeza con deseo, sino que expresaron correctamente eventos cuya ocurrencia no pueden garantizar, lo que indica una diferenciación

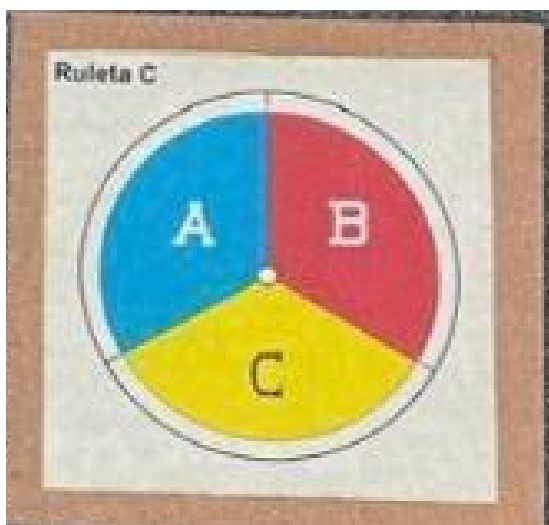
inicial entre lo que es seguro y lo que depende del azar. Esta distinción es clave para avanzar en significados más formales, pues muestra que los estudiantes ya identifican la incertidumbre como rasgo central del evento aleatorio.

En general, esta actividad permitió confirmar que los estudiantes poseen una noción intuitiva sólida sobre el azar, aun cuando la expresan en un registro cotidiano. Desde el enfoque ontosemiótico, esto constituye un insumo fundamental para comprender sus significados personales y orientar adecuadamente la transición hacia prácticas de experimentación y registro en la actividad siguiente.

Actividad 2.

La segunda actividad de la ficha estuvo orientada a explorar el significado empírico de la probabilidad a partir de una situación aleatoria concreta: el giro de la ruleta C.

Figura 11.



En esta actividad, los estudiantes primero realizaron una predicción intuitiva sobre cuál color (amarillo, azul o rojo) creían que aparecería con mayor frecuencia al girar la ruleta. Luego, pusieron a prueba su hipótesis realizando diez giros y registrando los resultados obtenidos. Finalmente, respondieron tres preguntas reflexivas: si lograron acertar su predicción, por qué los

resultados variaron entre los diferentes giros y si sería posible conocer con certeza el resultado antes de realizar el experimento. Esta secuencia permitió recoger no solo sus interpretaciones iniciales del azar, sino también la forma en que comprenden la variabilidad y la imposibilidad de predicción en fenómenos no deterministas y estos fueron los resultados que obtuvieron.

¿Acertaste tu predicción?	
Sí	No
2 Estudiantes.	13 Estudiantes.

Pregunta 1: ¿Por qué crees que los resultados fueron diferentes en cada giro?

Pregunta 2: ¿Podrías saber con certeza que resultado iba a salir?

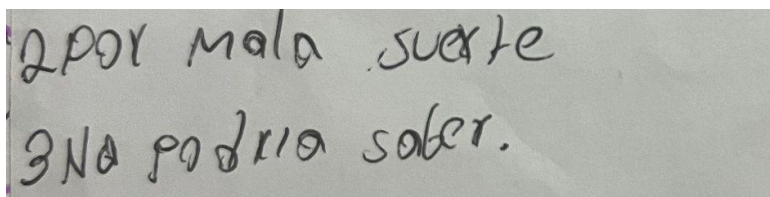
Categoría	Descripción	Número de estudiantes	
		Pregunta 1	Pregunta 2
Suerte o Destino	Explican la variación por suerte, mala suerte o destino.	6	3
Azar/ Impredecibilidad	Reconocen que el evento es aleatorio o que no se sabe que va a pasar.	3	10
Error del Dispositivo	Justifican el resultado por la forma de girar o problema físicos	2	0
Tamaño de la región Coloreada	Creer que un color tiene más posibilidades de salir por tener mayor área	2	1
Equiprobabilidad	Todos los colores tienen la	2	1

	misma probabilidad		
--	--------------------	--	--

Desde la faceta epistémica en esta actividad se buscaba activar el significado empírico de la probabilidad mediante tres componentes, la predicción intuitiva la experimentación con la ruleta y la reflexión sobre la variabilidad en los resultados. En las respuestas de los estudiantes se observa que, aunque solo dos participantes acertaron su predicción inicial, la mayoría reconoció que el resultado no dependía de ellos ni podía anticiparse con certeza. Esto muestra que, epistémicamente, los estudiantes comprenden el carácter no determinista del experimento y reconocen la incertidumbre inherente al giro de la ruleta.

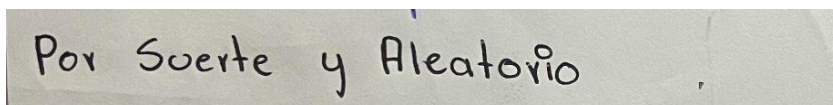
Por otro lado, las explicaciones acerca de por qué los resultados variaron incluyen referencias explícitas al azar ("por suerte, era al azar", al destino y a la imposibilidad de controlar el experimento).

Figura 12.



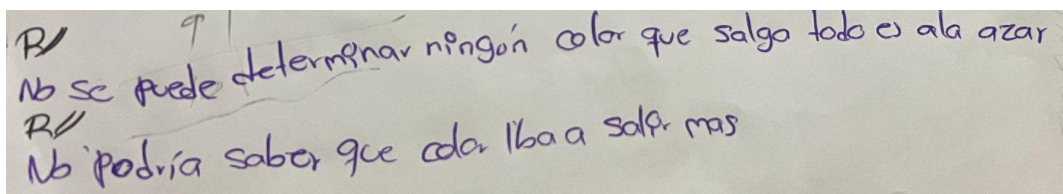
2 POR mala suerte
3 NO podría saber.

Figura 13.



Por Suerte y Aleatorio

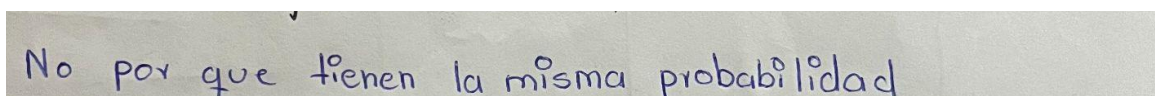
Figura 14.



No se puede determinar ningún color que salga todo es al azar
No podría saber que color iba a salir mas

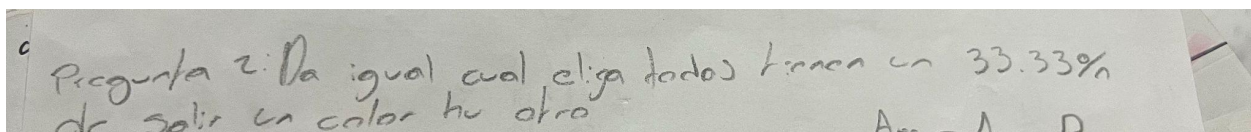
Dado esto, aunque algunas respuestas incorporan creencias no matemáticas como "mala suerte" o "destino", estas expresiones siguen siendo coherentes con el significado empírico que se pretende activar, pues reflejan la percepción de que el resultado no está determinado. Además, dos estudiantes avanzaron hacia una interpretación más cercana al lenguaje probabilístico, lo cuales mencionan explícitamente la igualdad de probabilidades ("todos tienen 33%", "tienen la misma probabilidad").

Figura 15.



No por que tienen la misma probabilidad

Figura 16.

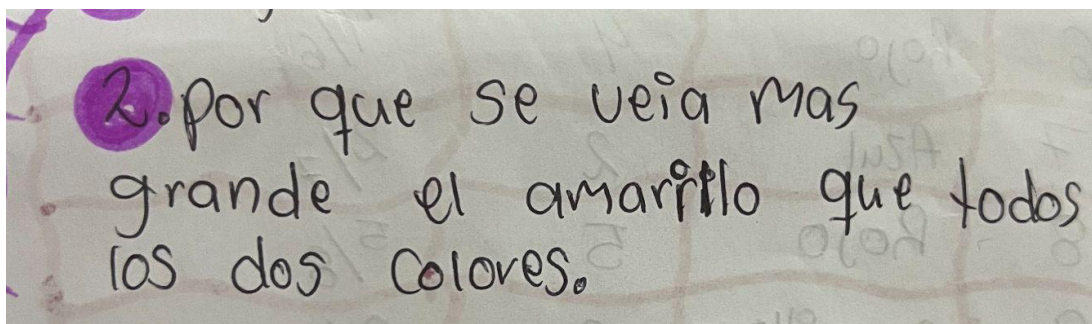


Pregunta 2: Da igual cual elija todos tienen un 33.33% de salir en color u otro
Am - A - D

Esto evidencia que algunos estudiantes empiezan a movilizar relaciones más formales entre la estructura de la ruleta y la probabilidad teórica.

Además, en esta actividad emergió una dificultad epistémica particular relacionada con la interpretación visual de la ruleta, tres estudiantes asumieron que el color amarillo tenía mayor probabilidad de salir porque "se veía más grande".

Figura 17.



Esta confusión muestra cómo, en las primeras aproximaciones al significado empírico de la probabilidad, los estudiantes pueden guiarse por otros errores de percepción más que por un análisis consciente de la estructura del experimento aleatorio. Aunque la ruleta está dividida en partes iguales, la percepción de proporciones no siempre es precisa en los estudiantes, lo cual conduce a la falsa idea de que un color aparentemente más ancho o más visible tiene mayor probabilidad de ocurrencia. Este tipo de error es relevante desde la faceta epistémica porque evidencia que los estudiantes aún no coordinan adecuadamente la relación entre tamaño real del espacio muestral y probabilidad de un evento, una noción que la actividad busca desarrollar progresivamente.

En cuanto a la última pregunta ("¿podrías saber con certeza el resultado?"), diez de los estudiantes respondieron que no, argumentando que la situación es aleatoria. Solo un estudiante mantuvo la idea de que el color más grande podría garantizar un resultado, lo que refleja una interpretación errónea basada en la apariencia del espacio muestral y no en el comportamiento real del azar. Este tipo de razonamiento es esperable en esta etapa, pues forma parte de los significados iniciales que los estudiantes construyen antes de formalizar la noción de probabilidad.

Desde la faceta cognitiva, las respuestas muestran que la actividad permitió activar conocimientos previos relacionados con la intuición del azar y con la experiencia de juegos de giro, los cuales forman parte de la vida cotidiana de los estudiantes. La comprensión situacional

fue adecuada ya que todos lograron interpretar que un experimento aleatorio implica variabilidad en los resultados y ausencia de control personal, lo cual es fundamental para avanzar hacia una comprensión proposicional más rigurosa del concepto.

La mayoría de los estudiantes justificaron sus respuestas apelando a ideas como suerte, azar o impredecibilidad lo cual indica que están empezando a diferenciar entre predicción subjetiva y comportamiento experimental, este reconocimiento intuitivo es clave porque constituye la base cognitiva para comprender posteriormente la probabilidad frecuencial. Además, la presencia de razonamientos más avanzados en dos de estudiantes (como la igualdad de probabilidades mencionada) sugiere que la actividad también permitió que emergieran significados parciales más cercanos a la probabilidad teórica.

En conjunto, la actividad cumplió su propósito de generar una confrontación entre las expectativas iniciales de los estudiantes (predicción) y el comportamiento real del experimento (variabilidad), lo que es central dentro del enfoque ontosemiótico, ya que permite identificar los significados personales que los estudiantes atribuyen al azar. Este contraste entre lo que creían que iba a ocurrir y lo que efectivamente ocurrió funciona como un mecanismo cognitivo de regulación que favorece el tránsito hacia significados probabilísticos más elaborados.

A continuación, se describen los componentes considerados para cada faceta y la forma en que guiaron el diseño del instrumento dos.

Faceta Epistémica	
Significados.	La ficha aborda los significados parciales del objeto matemático “probabilidad” desde su dimensión empírica (predicciones, frecuencias y eventos aleatorios), hasta la teoría clásica, donde el concepto de espacio muestral se presenta como base para comprender que la probabilidad surge del conjunto de resultados posibles de un experimento aleatorio y que al comparar esta probabilidad teórica con la frecuentista, el estudiante accede a una visión más amplia del objeto matemático, comprendiendo así que la probabilidad puede interpretarse tanto desde lo experimental hasta lo formal.

Relaciones	La ficha establece conexiones entre los distintos significados del objeto “probabilidad” con espacio muestral, evento, frecuencia y predicción, por lo que relaciona estos significados desde lo empírico a lo teórico. Se relacionan objetos matemáticos como el conteo, fracciones, razón y proporción con nuevas nociones probabilísticas, fortaleciendo la comprensión de la probabilidad como una medida del grado de posibilidad de ocurrencia.
Procesos.	Los procesos matemáticos que se ponen en juego son la observación, conteo, registro, comparación, cálculo, interpretación y verificación. En la actividad 1, el estudiante debe clasificar y representar los resultados posibles (proceso de enumeración). En la actividad 2 utiliza el razonamiento proporcional para calcular probabilidad clásica (proceso de generalización) y en la actividad 3 desarrolla procesos de experimentación y contraste (proceso de validación).

Faceta Cognitiva.	
Comprensión situacional	La estructura de la ficha se presenta en un lenguaje claro, secuencial y contextualizado, que facilita la comprensión del propósito de cada actividad. Las transiciones entre las actividades de observar, a calcular y luego a comparar aseguran una progresión lógica y accesible en el desarrollo del pensamiento aleatorio.
Conocimientos previos	Las tareas se apoyan en reconocer la diferencia entre eventos deterministas y aleatorios, y poseen una noción intuitiva del azar. Estas experiencia previas son utilizadas como punto de partida para construir nuevos significados sobre la probabilidad.
Diferencias individuales	El diseño mantiene los ocho tableros de la A hasta la H, lo que permite adaptar la complejidad del experimento al nivel de cada uno de los estudiantes, así todos trabajan y fortalecen el razonamiento probabilístico.
Comprensión conceptual y proposicional.	Más allá de ejecutar procedimientos, las actividades propician que los estudiantes establezcan relaciones conceptuales entre espacio muestral, evento, probabilidad y frecuencia por lo que la comparación entre los resultados teóricos y los observados promueve la comprensión de que la probabilidad no sólo se calcula, sino que también se interpreta y valida a través de la experiencia. Este proceso de reelaboración de significados fortalece la comprensión proposicional ya que los estudiantes pueden argumentar y justificar sus resultados.
Competencia argumentativa	Las actividades fomentan la argumentación y la comunicación matemática, ya que al invitar a los estudiantes a explicar cómo determinaron el espacio muestral, comparando la probabilidad teórica con la experimental, la

interacción entre ellos y la socialización de resultados crean un entorno de validación colectiva en el que se consolidan los significados matemáticos.

A continuación, se presenta la Ficha 2.

(1) RULETAS	
(2) Conocimiento Matemático Movilizado	
La ruleta es un elemento muy común en distintos espacios de nuestra vida diaria, es frecuente verla en tiendas o eventos donde se utiliza para ganar premios o descuentos al girar, donde el azar y la probabilidad están inmersos, ya que cada giro representa una oportunidad diferente con resultados impredecibles.  Este juego está compuesto por ocho tableros identificados con letras de la A a la H, donde en cada uno de ellos se presenta una ruleta diferente que contiene distintos elementos de letras, números y representaciones donde cada una de ellas nos invita a	Actividad 1. (Espacio muestral). Cada vez que giras una ruleta, puede detenerse en uno de varios resultados posibles, a todos esos resultados en conjunto, se les llama espacio muestral y en matemáticas por lo general se representa por la letra griega omega (Ω) Selecciona la Ruleta F, observa con atención y escribe todos los resultados posibles que pueden ocurrir al girarla. Espacio muestral: $\Omega = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$ Actividad 2. (Probabilidad clásica) Una vez conocemos todos los resultados posibles (espacio muestral), podemos calcular qué tan probable es que ocurra un evento específico. A esto se le llama probabilidad clásica y se calcula con la siguiente fórmula. • Selecciona una ruleta G y describe en palabras la probabilidad de que salga el número (10) _____ _____ _____ Luego representarlo utilizando la fórmula.

explorar el azar y la probabilidad de manera divertida

Actividad 3 (Probabilidad Frecuentista).

A veces lo que esperamos que ocurra (probabilidad clásica), no coincide exactamente con lo que ocurre en la realidad. para comprobarlo haremos un experimento repitiendo varios giros y observando los resultados.

Gira la ruleta 30 veces y registra los datos en la siguiente tabla, teniendo en cuenta que, para escribir tanto la frecuencia absoluta como relativa, debes hacerlas respecto al número de ensayos que hayas realizado.

Ej: Supongamos que te asignaron la Ruleta C, que tiene como posibles resultados A, B y C

Número de Giros	Resultado	Frecuencia Absoluta	Frecuencia
1	B	1	1/1
2	B	2	2/2
3	A	1	1/3
4	A	2	2/4

Luego de haber registrado todos tus datos responde las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué resultado apareció con mayor frecuencia?
- 2) ¿Todos los resultados salieron la misma cantidad de veces? ¿por qué crees que pasó eso?
- 3) ¿Qué crees que pasaría con la frecuencia relativa, si repites los giros muchas veces más?

$$P(E) = \frac{\# \text{Casos favorables}}{\# \text{Casos posibles}} \\ (\Omega)$$

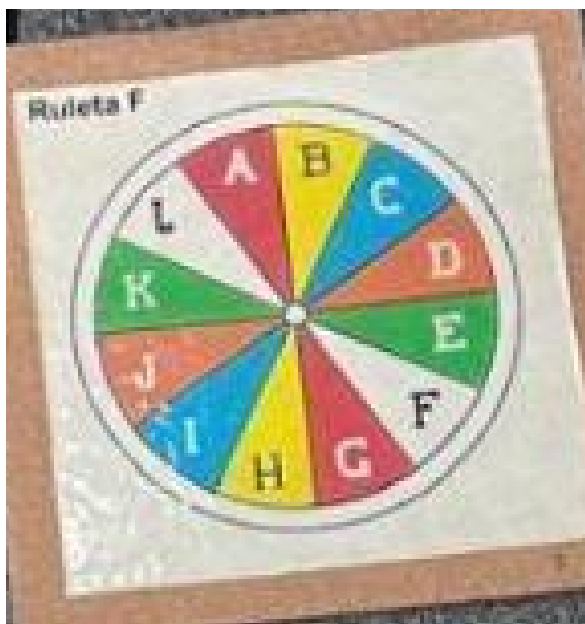
# Giros	R//	FA	FR
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			

--	--

La segunda ficha del material didáctico profundiza en los significados formales del objeto matemático "probabilidad", avanzando desde el reconocimiento del espacio muestral hasta la comparación entre probabilidad teórica (Probabilidad clásica) y probabilística basada en la experimentación (probabilidad frecuentista).

A continuación, se presenta la actividad número uno, donde los estudiantes identifican todos los resultados posibles al girar la ruleta F, introduciendo explícitamente la noción de espacio muestral como base para cualquier cálculo posterior.

Figura 18.



En esta primera actividad se obtuvieron dos tipos de resultado donde 11 de los estudiantes respondieron correctamente como: $\Omega = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L\}$ y cuatro estudiantes escribieron el espacio muestral como $\Omega = 12$

Desde la faceta epistémica, esta actividad moviliza el significado clásico del espacio muestral como conjunto exhaustivo de resultados posibles. La mayoría de los estudiantes escribieron correctamente $\Omega = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L\}$ como se muestra a continuación:

Figura 19.

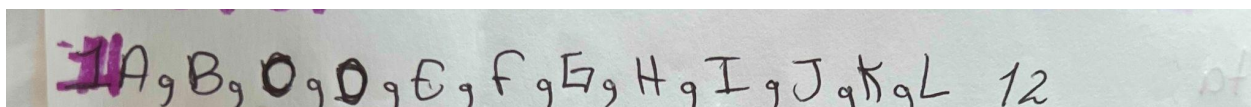


Figura 20.

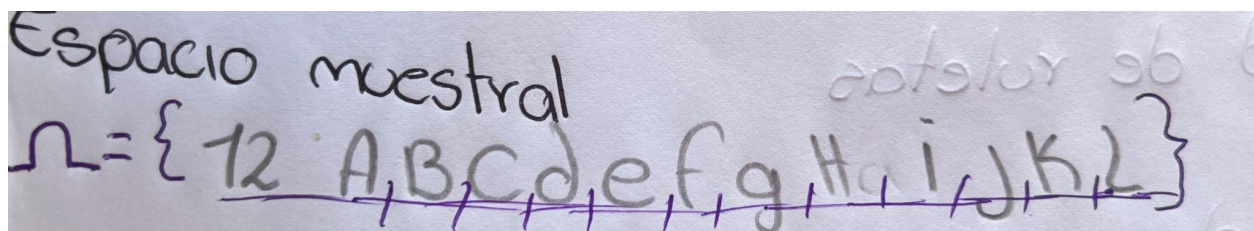
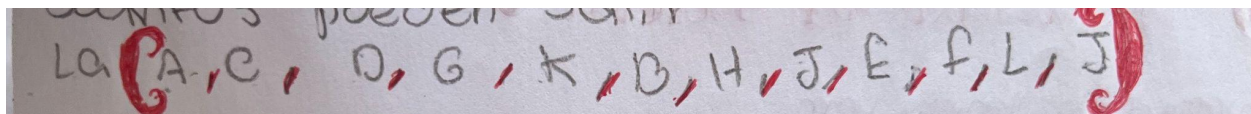


Figura 21.



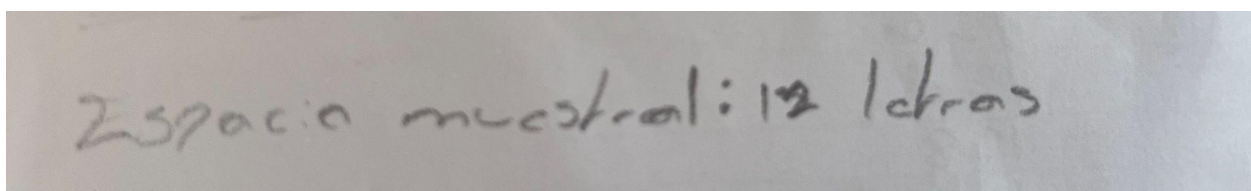
Esto evidencia que, sus significados personales coinciden con el significado institucional esperado de identificar cada resultado posible y representarlo mediante la notación de conjunto. Esta respuesta muestra que lograron activar los procesos de observación, clasificación y enumeración, fundamentales para comprender que la probabilidad clásica se construye a partir de la estructuración del espacio muestral.

En contraste, se puede evidenciar que dos estudiantes escribieron el espacio muestral asociándolo al número de elementos (cardinal), esto es "12", por ejemplo:

Figura 22.



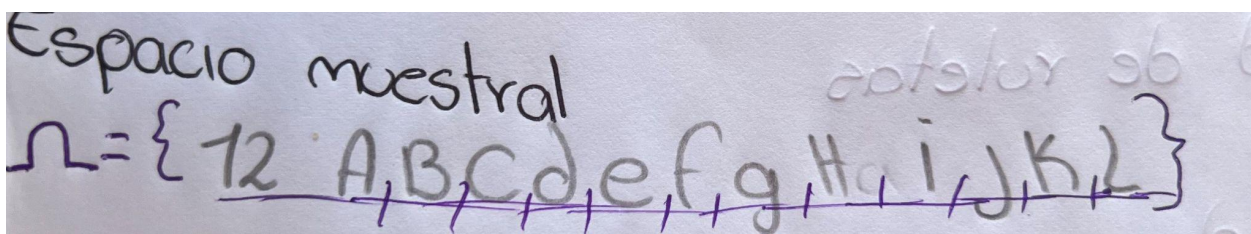
Figura 23.



Lo anterior pone en evidencia una desarticulación entre los significados del objeto matemático y los registros de representación. Epistémicamente, esta respuesta muestra que el estudiante activó el significado cardinal (cuántos elementos hay), pero no el significado estructural (cuáles son esos elementos). Esto revela un retraso en las relaciones que la actividad pretende promover como lo son diferenciar entre el conjunto de resultados y su cantidad, esto conlleva a una ruptura en el proceso matemático requerido, pues en lugar de enumerar los resultados, simplifican el espacio muestral a un solo número, lo que impide establecer conexiones posteriores con eventos, conteo de casos favorables o cálculo probabilístico. Estos resultados evidencian que algunos estudiantes no están configurando adecuadamente el objeto "espacio muestral" según las prácticas institucionalizadas.

Desde la faceta cognitiva, podemos observar que algunos estudiantes listaron correctamente los elementos del espacio muestral pero incluyeron la cardinalidad dentro del mismo conjunto como se muestra a continuación:

Figura 24.



Esto muestra una adecuada comprensión situacional de la tarea ya que identifican visualmente los resultados de la ruleta, los traducen a la notación matemática y comprenden que el espacio muestral requiere representar cada posibilidad. Esto indica que sus conocimientos previos sobre conjuntos, clasificación y conteo apoyaron el proceso, permitiendo activar una comprensión proposicional inicial, donde reconocen relaciones entre "resultado posible" y

"representación simbólica". Sin embargo, se aclara que la cardinalidad la incluyeron dentro del conjunto por extensión del espacio muestral.

En cambio, las respuestas que dieron como resultado sólo "12", reflejan un procesamiento más intuitivo y global, donde predomina un esquema cognitivo centrado en la cantidad, no en la estructura del experimento aleatorio. Esto puede deberse a conocimientos previos enfocados en contar elementos, pero no en distinguir casos posibles uno a uno. Esta dificultad también puede relacionarse con diferencias individuales en el dominio de la representación matemática porque, aunque comprenden que existen 12 opciones, no logran traducir esa información a un registro conjuntista. Desde la perspectiva cognitiva, este tipo de producción evidencia que la comprensión conceptual aún no se consolida, ya que la idea de espacio muestral no se interpreta como un objeto descriptivo sino como un número. Finalmente, estas respuestas limitan su participación futura en procesos de argumentación, pues sin distinguir los resultados individuales, se dificulta justificar cálculos probabilísticos posteriores

En conjunto, la Actividad 1 cumple adecuadamente con lo propuesto desde el Enfoque Ontosemiótico, pues permite identificar con claridad los significados personales que los estudiantes otorgan al objeto "espacio muestral" y contrastarlos con el significado institucional esperado. Las respuestas muestran la configuración de diversas prácticas: algunos estudiantes lograron articular los procesos de observación, clasificación y representación conjuntista alineándose con la noción clásica del espacio muestral, mientras que otros revelaron conflictos semióticos relacionados con el uso de registros y la distinción entre cardinalidad y estructura del conjunto.

A continuación, la Actividad 2 presenta la probabilidad clásica mediante la selección de la ruleta G, invitando a los estudiantes a expresar verbal y simbólicamente la probabilidad de obtener un resultado específico, articulando así los casos favorables respecto a los casos posibles.

Figura 25.



Desde la faceta epistémica, esta actividad busca que los estudiantes articulen dos significados parciales del objeto "probabilidad": la interpretación clásica, basada en el cociente entre casos favorables y casos posibles, y la descripción cualitativa del grado de posibilidad de un evento, puente entre la intuición y el formalismo.

En las respuestas de los estudiantes se evidencia que, todos lograron aplicar correctamente la fórmula $P(E) = \frac{2}{8}$

Figura 26.

Handwritten student work showing the probability formula $P = \frac{2}{8}$. The numerator 2 is labeled "casos favorables" (favorable cases) and the denominator 8 is labeled "casos Totales" (total cases).

Esto muestra una apropiación adecuada del procedimiento institucional, sin embargo, solo un estudiante logra expresar en palabras la probabilidad del evento, como lo solicitaba la primera parte de la actividad. Esto revela un desplazamiento inmediato hacia el algoritmo sin

transitar por el proceso previo de interpretación verbal, lo que sugiere que el significado institucional de la probabilidad clásica está presente como técnica, pero no necesariamente como concepto articulado al lenguaje natural.

Este comportamiento evidencia un conflicto semiótico frecuente ya que los estudiantes identifican la probabilidad clásica como un ejercicio de cálculo, no como una medida que también puede representarse discursivamente por lo que a nivel de procesos epistémicos, se observa dominio del conteo, la identificación de casos favorables y la representación fraccionaria, pero menor desarrollo en la justificación y en la interpretación del valor probabilístico, que forman parte del significado teórico del concepto.

Desde la faceta cognitiva, las respuestas indican que los estudiantes se sintieron más seguros ejecutando la parte procedimental que explicando el significado conceptual. La estructura de la tarea activó adecuadamente los conocimientos previos relacionados con el espacio muestral de la actividad anterior, lo cual permitió que todos identificaran que había 8 posibles resultados y 2 casos favorables, y por eso la totalidad de respuestas coincide en escribir $2/8$. Sin embargo, la dificultad para describir en palabras la probabilidad sugiere que los estudiantes aún no han consolidado la comprensión proposicional, es decir, la capacidad de explicar con sentido los conceptos más allá de ejecutarlos ya que para la mayoría de ellos, la probabilidad aparece como un resultado numérico, pero sin una interpretación vinculada al contexto de la ruleta. Teniendo en cuenta que solo un estudiante escribió espontáneamente que la probabilidad era "muy poca" e inclusive si profundizar refleja que, aunque la intuición existe, no todos logran traducirla a un discurso matemático. También se evidencia una diferencia individual en la transición entre intuición y formalización porque mientras algunos estudiantes podrían interpretar la fracción como medida de posibilidad, otros la redactan sin conectar su significado

También se evidencia una diferencia individual en la transición entre intuición y formalización: mientras algunos estudiantes podrían interpretar la fracción como medida de posibilidad, otros la redactan sin conectar su significado. En términos de comprensión situacional, la tarea sigue siendo adecuada, pues la ruleta ofrece un contexto claro, pero exige un nivel argumentativo que aún está en desarrollo.

En conjunto, la Actividad 2, consideramos que cumple con los propósitos del Enfoque Ontosemiótico al permitir observar cómo los estudiantes movilizan técnicas institucionalizadas (cálculo de probabilidad clásica) y cómo estas se articulan o no con los significados personales del concepto. La tarea evidencia prácticas matemáticas relevantes como la identificación del evento, conteo de casos, representación fraccionaria y primer acercamiento a la argumentación verbal.

Finalmente, la Actividad 3 incorpora la perspectiva frecuentista, solicitando repetir múltiples ensayos y comparar los resultados observados con las expectativas teóricas, lo cual permite contrastar la regularidad de la variabilidad propia de los fenómenos aleatorios.

Desde la faceta epistémica esta actividad moviliza de manera directa el significado frecuentista de la probabilidad, al pedir a los estudiantes realizar 20 giros de la ruleta, registrar los resultados y analizarlos mediante preguntas que los llevan a identificar el comportamiento de las frecuencias, justificar la variación entre ellas y anticipar la tendencia de la frecuencia relativa en ensayos repetidos, por ejemplo, se puede evidenciar uno de los resultados de los participantes:

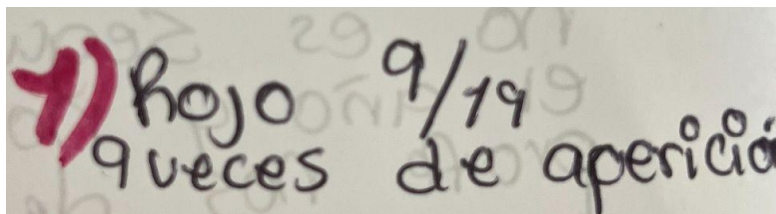
Figura 27.

Caros	Color	absoluta	relativa
1	Amarillo	1	1/1
2	rojo	1	1/2
3	rojo	2	2/3
4	rojo	3	3/4
5	Azul	1	1/5
6	rojo	4	4/6
7	Azul	2	2/7
8	rojo	5	5/8
9	Amarillo	2	2/9
10	Amarillo	3	3/10
11	Amarillo	4	4/11
12	Azul	3	3/12
13	Amarillo	4	4/13
14	Azul	4	4/14
15	Azul	5	5/15
16	rojo	6	6/16
17	rojo	7	7/17
18	rojo	8	8/18
19	Azul	6	6/19
20	Azul	7	7/20

Los objetos primarios que se trabajan de manera articulada son: frecuencia absoluta, frecuencia relativa, evento aleatorio y variación, a través de prácticas de registro, conteo, comparación y predicción, propias del proceso de experimentación y validación empírica. Las respuestas de los estudiantes muestran cómo este significado se articula con el uso del lenguaje

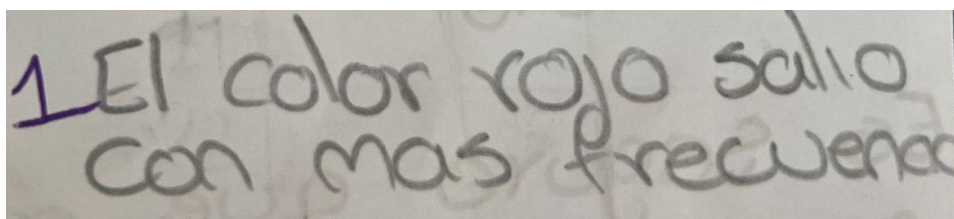
natural para describir fenómenos aleatorios, expresiones numéricas para representar frecuencias y justificaciones informales sobre la naturaleza del azar. Por ejemplo, catorce estudiantes identificaron que el color rojo apareció con mayor frecuencia como se muestra en las siguientes respuestas:

Figura 28.



rojo 9/19
9 veces de aparición

Figura 29.



El color rojo salió
con mas frecuencia

Esto muestra que el proceso de lectura e interpretación de datos se logró con claridad. Así, desde el punto de vista epistémico, la actividad permite una aproximación sólida al objeto matemático probabilidad desde su dimensión empírica, articulando teoría y experiencia a partir de un experimento aleatorio real.

Desde la perspectiva cognitiva, las respuestas de los estudiantes evidencian distintos niveles de comprensión y algunas concepciones intuitivas sobre el azar. En la primera pregunta, todos identifican correctamente el color de mayor frecuencia, mostrando que pueden leer, comparar y abstraer la información de la tabla. En cuanto a si todos los resultados salieron la misma cantidad de veces, todos responden negativamente, pero las justificaciones varían: algunos

apelan adecuadamente a la naturaleza aleatoria del experimento ("porque es algo aleatorio", "porque es al azar"):

Figura 30.

no porque es algo aleatorio

Figura 31.

No salieron las mismas veces salio mas el rojo fue al azar. y la suerte fue del rojo

De otro lado, algunos estudiantes expresaron explicaciones incorrectas como afirmar que "los colores no son iguales" o "no tienen la misma medida":

Figura 32.

2) No, porque puede que el rojo este mas grande que los dos colores o fue suerte.

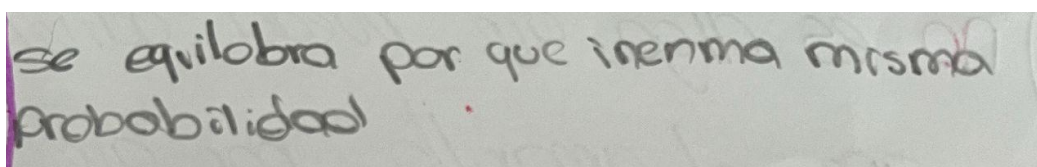
Figura 33.

No por que todos tienen la misma medida

Respecto a esto podemos observar la persistencia de obstáculos cognitivos, específicamente la tendencia a explicar resultados del azar mediante causas deterministas o características irrelevantes del material.

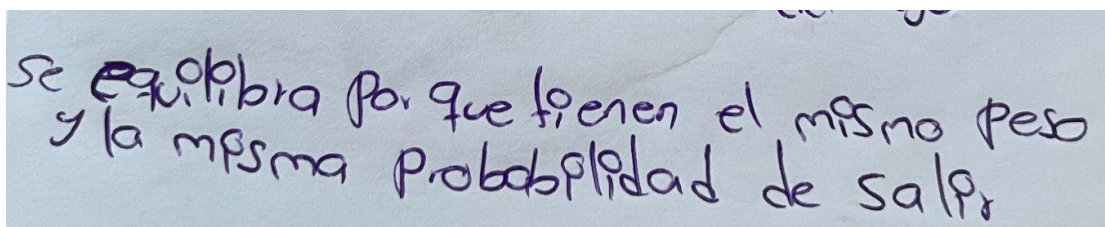
Al analizar lo que ocurriría con la frecuencia relativa al aumentar el número de giros, se observa que diez estudiantes anticipan una tendencia hacia el equilibrio ("se equilibran", "todos saldrían la misma cantidad de veces")

Figura 34.



se equilibra por que tienen la misma probabilidad

Figura 35.



Se equilibra por que tienen el mismo peso
y la misma probabilidad de salir

Esto es un indicio temprano de comprensión acertada que moviliza la actividad hacia temáticas más avanzadas en probabilidad como la ley de los grandes números. Sin embargo, otros estudiantes muestran dudas en sus respuestas o mantienen explicaciones incorrectas ("no porque no tienen la misma medida") como lo podemos observar a continuación:

Figura 36.

24 tal vez no quedaria el rojo
con más veces o tal vez si.

Figura 37

No por que todos dicen la
misma medida

Esto muestra que la comprensión conceptual aún está en desarrollo ya que algunos estudiantes observan la variación a corto plazo, pero no todos logran construir la noción de tendencia a largo plazo, lo cual es característico de este nivel escolar y señala un punto de avance para futuras secuencias didácticas.

En conjunto esta actividad 3 muestra que la tarea permite a los estudiantes enfrentar prácticas fundamentales del significado frecuentista de la probabilidad como registrar datos, identificar variaciones, argumentar sobre la aleatoriedad y anticipar tendencias. Desde la faceta epistémica, la actividad se ajusta adecuadamente al objeto matemático que pretende movilizar, permitiendo que los estudiantes produzcan y analicen información real que surge del experimento. Desde la faceta cognitiva, se evidencia un manejo adecuado de la lectura de frecuencias, acompañado de concepciones intuitivas propias del pensamiento aleatorio, como la tendencia a atribuir resultados al azar o a características físicas de la ruleta. Asimismo, se observan diferencias individuales en la anticipación del comportamiento de la frecuencia relativa, lo que confirma que la actividad ofrece oportunidades para avanzar hacia una comprensión más profunda del carácter estable y regular del azar en el largo plazo.

Validación por expertos: Además de la prueba piloto, la ficha fue enviada a un experto, candidato a Doctor en Educación con énfasis en la Educación Estadística, la revisión se centró principalmente en la articulación con los niveles de análisis del Enfoque Ontosemiótico, aunque también en la claridad de la dinámica del juego, la pertinencia de las preguntas y la coherencia entre propósito y actividades. Las sugerencias recibidas permitieron realizar ajustes que fortalecieron la estructura de las fichas y mejoraron la precisión para futuras intervenciones (Ver anexo 3).

A partir del proceso de validación por expertos de las fichas 1 y 2, se obtuvieron observaciones orientadas principalmente al fortalecimiento del diseño didáctico de las actividades propuestas. Algunas de estas sugerencias hacen referencia a la posibilidad de incorporar otros recursos o materiales manipulativos distintos a la ruleta. Frente a ello, es importante señalar que el diseño de las fichas se realizó considerando los recursos disponibles que hay en el Laboratorio de Educación Matemática, en el cual el recurso disponible que se encontró para trabajar con situaciones aleatorias fue el de ruletas, y de este sólo se encontraba el recurso manipulativo sin ficha didáctica. En este sentido, la selección de este material no constituyó una limitación del diseño, sino una decisión metodológica coherente con el contexto de implementación y con el interés de profundizar en el análisis del razonamiento probabilístico a partir de un mismo recurso, abordado desde diferentes significados de la probabilidad.

Por otro lado, el juez experto sugiere realizar ajustes en algunas preguntas, especialmente en aquellas orientadas a la argumentación y a la explicitación de las ideas de los estudiantes. Estas observaciones resultaron pertinentes, ya que permitieron revisar la intención didáctica de las actividades y reformularlas para favorecer una mayor reflexión por parte de los estudiantes. De esta manera, los ajustes realizados buscaron fortalecer la competencia argumentativa y la

comprensión conceptual, en coherencia con los componentes de la idoneidad cognitiva propuestos en el Enfoque Ontosemiótico. Estas fichas se encuentran en apartado de Anexos.

En términos generales, el proceso de validación permitió evidenciar que las fichas presentan coherencia interna entre los objetivos planteados, las actividades propuestas y los significados probabilísticos que se pretende movilizar. Asimismo, las observaciones realizadas por el experto se asumieron como oportunidades de mejora que contribuyeron a afinar el diseño de las fichas.

Conclusiones.

Una vez finalizada la construcción de las fichas en sus facetas epistémica y cognitiva, realizada una prueba piloto, y los comentarios por parte de la validación de instrumento por expertos podemos concluir respecto a nuestros objetivos planteados lo siguiente.

Con respuesta al objetivo número uno el cual afirma *describir las principales dificultades que presentan los estudiantes de grado sexto al aplicar las fichas relacionadas con la probabilidad*, a través de la prueba piloto se logró identificar un conjunto de dificultades coherentes con lo reportado por los antecedentes sobre el aprendizaje de la probabilidad ya que de acuerdo con Konold (1991), los estudiantes tienden a razonar desde creencias intuitivas y modelos subjetivos del azar como su "modelo del resultado más probable" que los llevan a esperar que los resultados se ajusten de inmediato a lo que consideran lógico o justo. Esta tendencia se evidenció en las respuestas de los estudiantes, quienes en varias ocasiones justificaron sus predicciones o conclusiones a partir de expectativas personales ("porque debería salir más", "porque casi nunca sale"), sin recurrir al espacio muestral ni a comparaciones cuantitativas.

Asimismo, se observaron dificultades asociadas a la comprensión de la variabilidad y de la estabilidad de la frecuencia relativa. Varios estudiantes interpretaron desviaciones normales como fallos o señales de que el experimento "no funciona bien"., lo que coincide con los hallazgos de Fischbein y Schnarch (1997) sobre la persistencia de razonamientos intuitivos incluso después de la instrucción formal. Estas creencias profundas se manifestaron cuando los estudiantes asumieron dependencias inexistentes entre eventos, esperaron patrones equilibrados en pocas repeticiones o afirmaron que ciertos resultados "tienen que aparecer" después de una secuencia.

En conjunto, los resultados muestran que las principales dificultades de los estudiantes no radican únicamente en la ausencia de conceptos formales, sino en la fuerte presencia de

intuiciones previas que guían su razonamiento y que emergen con claridad al trabajar situaciones de azar. El objetivo, por tanto, se cumplió al lograr identificar, describir y categorizar estas dificultades a partir de la aplicación de las fichas didácticas.

En cuanto al segundo objetivo específico *Construir una rejilla de análisis fundamentada en los componentes de la idoneidad didáctica del EOS para orientar el diseño de las fichas manipulativas del Laboratorio de Educación Matemática*. La rejilla se estructuró tomando como base los indicadores propuestos por Díaz Godino (2023). Desde la idoneidad cognitiva, se incorporaron los componentes de comprensión situacional, conocimientos previos, diferencias individuales, comprensión conceptual y proposicional, y competencia argumentativa, los cuales permitieron asegurar que las tareas diseñadas fueran accesibles, contextualizadas y adecuadas al nivel de razonamiento de los estudiantes de grado sexto. Esto facilitó anticipar posibles dificultades cognitivas y ajustar las instrucciones, representaciones y demandas de cada ficha para favorecer la construcción progresiva de significados.

De manera complementaria, la rejilla también integró los componentes de la idoneidad epistémica significados, relaciones y procesos con el fin de garantizar que el contenido probabilístico incluido en las fichas fuese matemáticamente válido, coherente y representativo de los significados institucionales que se pretendía enseñar. Gracias a esto, fue posible articular de manera estructurada los significados asociados al azar, evento, predicción y frecuencia relativa, de modo que las fichas no solo mantuvieran la riqueza conceptual propia del objeto matemático, sino que también promovieron su comprensión desde diferentes representaciones y situaciones, por lo que el proceso de construcción de la rejilla, no se limitó a un ejercicio clasificatorio, sino que se consolidó como una herramienta metodológica de diseño, que permitió tomar decisiones fundamentadas sobre el tipo de tareas, la claridad de los enunciados, la selección de contextos pertinentes, las formas de representación y los procesos matemáticos implicados.

Este proceso se vio reforzado por la validación de las fichas por parte del experto, cuyas observaciones permitieron confirmar la pertinencia de los indicadores seleccionados y afinar algunos aspectos de la formulación de las actividades.

Con respecto al tercer objetivo *Diseñar y validar prototipos de material manipulativo didáctico que promuevan el razonamiento probabilístico* los prototipos de material manipulativo diseñados en esta investigación muestran una clara coherencia con los propósitos del Laboratorio de Educación Matemática y con los referentes teóricos que respaldan el uso del juego y la experimentación como vías para introducir el pensamiento probabilístico. Las fichas creadas se articularon de manera efectiva con los significados parciales de la probabilidad abordados, especialmente el intuitivo y el empírico y permitieron que los estudiantes se aproximaran al azar mediante actividades de predicción, experimentación y registro, esto en concordancia con lo reportado por investigaciones como las de Herrera (2018) y Oliveira Júnior y Barbosa (2023, 2024).

De manera general, los resultados muestran que los prototipos cumplieron su propósito fundamental de promover el razonamiento probabilístico de forma accesible, significativa y participativa. Se evidenció que los estudiantes lograron movilizar nociones como la variabilidad de los resultados, la comparación entre lo esperado y lo obtenido y la identificación del espacio muestral, integrando ideas centrales de la probabilidad a través de la experiencia directa con situaciones aleatorias.

Si bien todo material didáctico es susceptible de enriquecerse con nuevas versiones, los ajustes que podrían considerarse para desarrollos futuros se orientan más hacia la ampliación del repertorio de contextos o hacia la integración de otros significados de la probabilidad, que a la corrección de debilidades. En esencia, las fichas demostraron ser pertinentes, funcionales y coherentes con los principios del EOS, constituyéndose en un recurso sólido para la enseñanza de

la probabilidad en grado sexto, su implementación confirma el potencial del juego y la experimentación para favorecer la comprensión del azar y desarrollar el razonamiento probabilístico en los estudiantes.

Así entonces, el análisis del problema, la construcción de la rejilla con base a la idoneidad didáctica y el diseño de los recursos manipulativos permitieron consolidar una propuesta integral para la enseñanza de la probabilidad en grado sexto. Por consiguiente, el proceso evidenció coherencia entre el marco teórico, los criterios del enfoque onto semiótico y las decisiones didácticas adoptadas, logrando materiales que favorecen el razonamiento probabilístico a través de experiencias significativas, por lo que los avances alcanzados constituyen una base sólida para continuar fortaleciendo la propuesta y proyectar futuras adaptaciones y mejoras.

Cronograma.

Actividad	Febrero	Marzo	Abril	May o	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Inicio de trabajo de grado. Definición del tema. Objetivos y enfoque del proyecto.											
Revisión de documentos, búsqueda y análisis de antecedentes.											
Redacción del planteamiento del problema, antecedentes y justificación.											
Construcción del marco teórico (curricular y didáctico), facetas y subcomponentes.											
Redacción de metodología e inicio de análisis de los juegos.											
Diseño de las fichas manipulativas basadas en la Teoría de Idoneidad Didáctica.											
Revisión teórica de las fichas (epistémicos y cognitivos).											
Redacción de análisis didáctico.											
Correcciones generales del documento para unificarlo.											
Entrega del documento.											

Referencias.

Batanero, C. (2001). Aleatoriedad, modelización y simulación. En *X Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*. Universidad de Zaragoza.

Batanero, C. (2005). *Significado y comprensión de la probabilidad en la educación secundaria*. Universidad de Granada.

https://www.researchgate.net/publication/28140012_Significados_de_la_probabilidad_en_la_educacion_secundaria

Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática: Recursos para la captura de información y en análisis*

<https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/1061/568>

Díaz Godino, J. (2023). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática: Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. Aulamagna – Proyecto Clave.

Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). *The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions*. Journal for Research in Mathematics Education.

<https://www.jstor.org/stable/749665>

Gal, I. (2005) *Hacia la “Alfabetización Probabilística” para todos los ciudadanos: fundamentos y dilemas instruccionales*. En C. Batanero, J. D. Godino & R. Roa,. Estadística y probabilidad en educación secundaria.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer

González, L. F., & Rodríguez, M. P. (2015). *Los juegos de mesa como recurso didáctico en el aprendizaje de la lectoescritura*. Fundación Universitaria Los Libertadores.

<https://repository.libertadores.edu.co/server/api/core/bitstreams/95fc81e1-7a9d-4ae8-8969-8fd40d1a72ed/content>

Herrera Espinosa, V. C. (2018). *Cruzando ríos: juego para construir nociones de probabilidad en niños de grado sexto* [Trabajo de grado, Universidad Nacional de Colombia]
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/65424>

Konold, C. (1991). *Understanding students' beliefs about probability*. En E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.

<https://srri.umass.edu/publications/konold-1991usb>

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*.
https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006). Estándares básicos de competencias matemáticas

https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2016). *Derechos básicos de Aprendizaje (DBA)*.
https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf

Morón Macías, M. C. (2011). *La importancia de la motivación en la educación infantil*
<https://www2.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd7914.pdf>

Oliveira Júnior, A. P., & Datori Barbosa, N. (2023). *Probabilidad en acción: Presentación de un juego de mesa para enseñar probabilidad en los primeros años*.
<https://doi.org/10.29035/redes.2.1.1>

Oliveira Júnior, A. P. & Datori Barbosa, N. (2024). *Probabilidad en acción: validación de un juego de mesa para enseñar probabilidad dirigido a estudiantes entre 6 y 10 años*.
<https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a240008>

Ortiz Ocaña, A. L., & Hernández Hechavarría, D (2002). *Cómo utilizar los juegos didácticos en la escuela*. Revista Contexto & Educação.

<https://revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/1158>

Pabón Ramírez, O. A., Arce Chaves, J. H., Vega Restrepo, M. B., & Garzón Castro, D. (2011). *El laboratorio de Matemáticas: una estrategia de producción y uso de recursos pedagógicos en la clase de matemáticas*.

https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/2340/1009

Parraguez Angulo, M. (2016). *Clásico y frecuencial de la probabilidad: un estudio con futuros profesores*. Universidad de Los Lagos.

Ruiz Quiñonez, J. (2021). *Implementación de un juego de mesa para apoyar la enseñanza de elementos de combinatoria*. Universidad Nacional de Colombia.

<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/79553>

Souza, M. R. Oliveira, R. S., y Peixoto, A. M. (2021). *La imposibilidad de eventos en niños: un estudio a partir de situaciones-problema con juego de dados*.

<https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7654>

Vygotsky, L. S.(1978). *Mind in Society: The Development Of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

<https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4>

Wackerly, D. D., Mendenhall, W., & Scheaffer, R. L. (2009). *Estadística matemática con aplicaciones (7.ª ed.)*. Cengage Learning.

Anexos.

En este apartado se encuentran las fichas número 1 y 2 que fueron aplicadas en la prueba piloto, la rejilla de análisis con sus respectivas observaciones por el experto y las fichas de nuevo la ficha 1 y 2 pero con las respectivas correcciones sugeridas por el experto y un soporte en cada una de ellas tal como lo sugiere el formato del Laboratorio de Educación Matemática

Anexo 1 : Ficha número 1 aplicada en prueba piloto

RULETAS	
La ruleta es un elemento muy común en distintos espacios de nuestra vida diaria, es frecuente verla en tiendas o eventos donde se utiliza para ganar premios o descuentos al girar, donde el azar y la probabilidad están inmersos, ya que cada giro representa una oportunidad diferente con resultados impredecibles.	Actividad 1. (Aleatoriedad vs Determinismo).
	En nuestra vida diaria ocurren muchas situaciones, algunas que sabemos con certeza que pasarán y otras en las que no podemos saber el resultado hasta que suceden, a las primeras se les llaman eventos deterministas como por ejemplo que si se termina el mes de junio sigue el mes de julio, porque siempre es lo mismo y podemos predecirlo, las segundas se conocen como eventos aleatorios como por ejemplo lanzar una moneda porque su resultado depende del azar y puede cambiar cada vez que la lanzamos
Este juego está compuesto por ocho tableros identificados con letras de la A a la H, donde en cada uno de ellos se presenta una ruleta diferente que contiene distintos elementos de letras, números y representaciones donde cada una de ellas nos invita a explorar el azar y la probabilidad de manera divertida	Escribe dos ejemplos de situaciones que con certeza, a futuro, van a suceder (Eventos deterministas) y dos ejemplos de situaciones que, a futuro, no sabrás su resultado (Eventos aleatorios).
	Deterministas:

	Aleatorios:

	Actividad 2
	Ahora trabajemos el Azar, Selecciona la ruleta C, y piensa que color saldrá más veces, si el amarillo, el azul o el rojo y escríbelo.
	Creo que saldrá más veces el color:

<table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de Giros</th> <th>Resultado</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> </tbody> </table> Con los resultados, responde las siguientes preguntas:	Número de Giros	Resultado	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		Ahora pon a prueba tu idea, gira la ruleta 10 veces y anota los resultados en la siguiente tabla 1) ¿Acertaste tu predicción? 2) ¿Por qué crees que los resultados fueron diferentes en cada giro? 3) ¿Podrías saber con certeza que resultado iba a salir?
Número de Giros	Resultado																						
1																							
2																							
3																							
4																							
5																							
6																							
7																							
8																							
9																							
10																							

Anexo 2: Ficha número 2 aplicada en prueba piloto

RULETAS	
La ruleta es un elemento muy común en distintos espacios de nuestra vida diaria, es frecuente verla en tiendas o eventos donde se utiliza para ganar premios o descuentos al girar, donde el azar y la probabilidad están inmersos, ya que cada giro representa una oportunidad diferente con resultados impredecibles.	Actividad 1. (Espacio muestral). Cada vez que giras una ruleta, puede detenerse en uno de varios resultados posibles, a todos esos resultados en conjunto, se les llama espacio muestral y en matemáticas por lo general se representa por la letra griega omega (Ω) Selecciona la Ruleta F, observa con atención y escribe todos los resultados posibles que pueden ocurrir al girarla. Espacio muestral: $\Omega = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$ Actividad 2. (Probabilidad clásica)



Este juego está compuesto por ocho tableros identificados con letras de la A a la H, donde en cada uno de ellos se presenta una ruleta diferente que contiene distintos elementos de letras, números y representaciones donde cada una de ellas nos invita a explorar el azar y la probabilidad de manera divertida

Actividad 3 (Probabilidad Frecuentista).

A veces lo que esperamos que ocurra (probabilidad clásica), no coincide exactamente con lo que ocurre en la realidad. para comprobarlo haremos un experimento repitiendo varios giros y observando los resultados.

Gira la ruleta 30 veces y registra los datos en la siguiente tabla, teniendo en cuenta que, para escribir tanto la frecuencia absoluta como relativa, debes hacerlas respecto al número de ensayos que hayas realizado.

Ej: Supongamos que te asignaron la Ruleta C, que tiene como posibles resultados A, B y C

Una vez conocemos todos los resultados posibles (espacio muestral), podemos calcular qué tan probable es que ocurra un evento específico. A esto se le llama probabilidad clásica y se calcula con la siguiente fórmula.

- Selecciona una ruleta G y describe en palabras la probabilidad de que salga el número (10)

Luego representarlo utilizando la fórmula.

$$P(E) = \frac{\# \text{Casos favorables}}{\# \text{Casos posibles}} \quad (\Omega)$$

Número de Giros	Resultado	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
1	B	1	1/1
2	B	2	2/2
3	A	1	1/3
4	A	2	2/4

Luego de haber registrado todos tus datos responde las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué resultado apareció con mayor frecuencia?
- 2) Suponga que giras la ruleta 30 veces de nuevo, ¿crees que los resultados serían iguales?
- 3) ¿Qué crees que pasaría con la frecuencia relativa, si repites los giros muchas veces más?

# Giros	R//	FA	FR
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			

Anexo 3: Validación por experto de la Ficha número 1 y 2

Nombre del instrumento: Ficha número 1 Ruletas
Propósito: Caracterizar, desde una perspectiva integral, los significados y procesos implicados en la construcción del conocimiento matemático, para esto el análisis se estructura

en torno a dos de sus facetas que son la epistémica, y la cognitiva.					
Población objetivo: Estudiantes de grado sexto					
Evaluador 1: José Miguel León					
Fecha:					
Categorías.	Nivel.	La categoría evalúa la coherencia entre el diseño de las fichas y las facetas del EOS.			Observaciones
		i	o	parcial S	
Significados.	La ficha aborda los significados parciales del objeto matemático “probabilidad” desde su dimensión empírica (predicciones, frecuencias y eventos aleatorios), por lo que el significado de probabilidad se introduce de manera intuitiva sin recurrir aún a cálculos formales, en donde las ruletas actúan como representaciones semióticas del azar, permitiendo que los estudiantes comprendan que ciertos resultados no pueden anticiparse y que cada giro tiene su resultado independiente.			X	El propósito de la actividad es muy ambicioso a comparación con el diseño de la actividad. Es decir, para iniciar contextualizando la probabilidad y brindarle un significado a estos contenidos no sería suficiente quedarnos con el contexto de las ruletas. Quizás, ver esta actividad introductoria como una oportunidad para que reconozcan la probabilidad en otros contextos o escenarios.

Relaciones.	La ficha establece conexiones entre el juego y la vida cotidiana mostrando cómo los fenómenos aleatorios aparecen en contextos reales, además se articulan contenidos de estadística con habilidades de observación, registro y análisis, favoreciendo así su comprensión.			X	La relación no es muy explícita, por la misma razón que es una simulación habitual para los estudiantes. Además, es bastante común para los estudiantes asociar la probabilidad con juegos de azar, sería interesante plantear escenarios en donde el estudiante indague en qué situaciones está inmersa la probabilidad: el clima, el tráfico, etc.
--------------------	---	--	--	---	---

Procesos.	Los procesos matemáticos que se ponen en juego son la observación, la comparación, la predicción y la sistematización de resultados. Al registrar los giros y compararlos con sus hipótesis, los estudiantes desarrollan un pensamiento experimental que constituye los acercamientos a la noción de probabilidad tanto teórica como frecuencial.				En esta actividad los procesos matemáticos son sencillos, sería importante quizás si decides incluir una actividad que permita identificar eventos, incluir otro tipo de representaciones como diagramas de árbol.
------------------	--	--	--	--	---

Comprensión situacional	La estructura de la ficha se presenta en un lenguaje claro y cercano a la experiencia de los estudiantes, los contextos son familiares (ferias, rifas, juegos), lo cual facilita la interpretación de la situación e involucra la participación de los estudiantes.				Bien.
Conocimientos previos	Las actividades que propone la ficha vinculan los saberes que los estudiantes ya poseen sobre el juego y la predicción “adivinar qué saldrá”, utilizando esas intuiciones como punto de partida para introducir formalmente la idea de azar. Esta conexión potencia la accesibilidad cognitiva.				Bien.
Diferencias individuales	El diseño contiene ocho tableros con distintas ruletas que permite adaptar las tareas a distintos niveles de complejidad, por lo que ofrece oportunidades a todos los estudiantes.				El diseño es acorde, sin embargo, consideraría que se podría plantear otros escenarios aparte de una ruleta si la idea es mirar elementos del azar y aleatoriedad.
Comprensión conceptual y proposicional.	Más allá de ejecutar el procedimiento de girar la ruleta y registrar datos, se busca que los estudiantes establezcan relaciones conceptuales entre predicción, azar y probabilidad, la experimentación promueve la comprensión de que algunos resultados son impredecibles fortaleciendo el razonamiento probabilístico.				Bien.

Competencia argumentativa	Las actividades promueven la comunicación y argumentación matemática, ya que invita a los estudiantes a justificar por qué creían que un color saldría más veces o por qué los resultados variaron. Este intercambio de ideas fomenta la construcción colectiva de significados y el desarrollo de habilidades discursivas propias del pensamiento matemático.				Las tres preguntas se parecen demasiado, sería interesante establecer los propósitos de cada una y cuál sería la respuesta esperada por los estudiantes. Esto les serviría para reconocer si es necesario incluir más o reformular las que ya tienen.
----------------------------------	--	--	--	--	---

Nombre del instrumento: Ficha número 2 Ruletas				
Propósito:				
Población objetivo: Estudiantes de grado sexto y séptimo				
Evaluador 1: José Miguel León				
Fecha:				
Categorías	Nivel	La categoría evalúa la coherencia entre el diseño de las fichas y las facetas del EOS.		Observaciones
		i	o	

Significados.	La ficha aborda los significados parciales del objeto matemático “probabilidad” desde su dimensión empírica (predicciones, frecuencias y eventos aleatorios), hasta la teoría clásica, donde el concepto de espacio muestral se presenta como base para comprender que la probabilidad surge del conjunto de resultados posibles de un experimento aleatorio y que al comparar esta probabilidad teórica con la frecuentista, el estudiante accede a una visión más amplia del objeto matemático, comprendiendo así que la probabilidad puede interpretarse tanto desde lo experimental hasta lo formal.			X	En relación con la tercera actividad, la cual pretende promover el enfoque frecuentista de la probabilidad considero que la actividad puede verse potencializada utilizando otro tipo de preguntas que evoquen a la predicción conforme a los resultados obtenidos. También, quizás utilizar una nueva ruleta que no haya una proporción tan clara y que requiera necesariamente de emplear este enfoque.
Relaciones.	La ficha establece conexiones entre los distintos significados del objeto “probabilidad” con espacio muestral, evento, frecuencia y predicción, por lo que relaciona estos significados			X	Considero que antes de empezar a desarrollar actividad es que guarden relación con el

	desde lo empírico a lo teórico.				cálculo de probabilidades, se podría hacer una antesala con una pequeña actividad que
--	---------------------------------	--	--	--	---

	Se relacionan objetos matemáticos como el conteo, fracciones, razón y proporción con nuevas nociones probabilísticas, fortaleciendo la comprensión de la probabilidad como una medida del grado de posibilidad de ocurrencia.				describa los distintos tipos de eventos: seguro, imposible, posible. Esto permitirá ir reconociendo elementos del lenguaje y también, dotando al estudiante de argumentos para responder a las preguntas.
Procesos.	Los procesos matemáticos que se ponen en juego son la observación, conteo, registro, comparación, cálculo, interpretación y verificación. En la actividad 1, el estudiante debe clasificar y representar los resultados posibles (proceso de enumeración). En la actividad 2 utiliza el razonamiento proporcional para calcular probabilidad clásica (proceso de generalización) y en la actividad 3 desarrolla procesos de experimentación y contraste (proceso de validación).	X			Bien.

Comprensión situacional	La estructura de la ficha se presenta en un lenguaje claro, secuencial y contextualizado, que facilita la comprensión del propósito de cada actividad. Las transiciones entre las actividades de observar, a calcular y luego a comparar aseguran una progresión lógica y accesible en el desarrollo del pensamiento aleatorio.				El lenguaje utilizado en las preguntas y enunciados es correcto.
Conocimientos previos	Las tareas se apoyan en reconocer la diferencia entre eventos deterministas y aleatorios, y poseen una noción intuitiva del azar. Estas experiencias previas son utilizadas como punto de partida para construir nuevos significados sobre la probabilidad .	X			Bien
Diferencias individuales	El diseño mantiene los ocho tableros de la A hasta la H, lo que permite adaptar la complejidad del experimento al nivel de cada uno de los estudiantes, así todos trabajan y fortalecen el razonamiento probabilístico.	X			Bien

Comprensión conceptual y proposicional.	Más allá de ejecutar procedimientos, las actividades propician que los estudiantes establezcan relaciones conceptuales entre espacio muestral, evento, probabilidad y frecuencia por lo que la comparación entre los resultados teóricos y los observados promueve la comprensión de que la probabilidad no sólo se calcula, sino que también se interpreta y valida a través de la experiencia. Este proceso de reelaboración de significados fortalece la comprensión proposicional ya que los estudiantes pueden argumentar y justificar sus resultados.				Bien
Competencia argumentativa	Las actividades fomentan la argumentación y la comunicación matemática, ya que al invitar a los estudiantes a explicar cómo determinaron el espacio muestral, comparando la probabilidad teórica con la experimental, la interacción entre ellos y la socialización de resultados crean un entorno de validación colectiva en el que se consolidan los significados matemáticos.				Como lo mencioné en un comentario anterior, resulta importante repensar preguntas que permitan evocar elementos del razonamiento probabilístico de estudiantes que no requiera necesariamente de un cálculo manual o de un razonamiento proporcional.

Anexo 4: Ficha número 1 actualizada

(1) RULETAS

La ruleta es un elemento muy común en distintos espacios de nuestra vida diaria, es frecuente verla en tiendas o eventos donde se utiliza para ganar premios o descuentos al girar, donde el azar y la probabilidad están inmersos, ya que cada giro representa una oportunidad diferente con resultados impredecibles.



Este juego está compuesto por ocho tabloncillos identificados con letras de la A a la H, donde en cada uno de ellos se presenta una ruleta diferente que contiene distintos elementos de letras, números y representaciones donde cada una de ellas nos invita a explorar el azar y la probabilidad de manera divertida

Actividad 1.

(Aleatoriedad vs Determinismo).

En nuestra vida diaria ocurren muchas situaciones, algunas que sabemos con certeza que pasarán y otras en las que no podemos saber el resultado hasta que suceden, a las primeras se les llaman eventos deterministas como por ejemplo que si se termina el mes de junio sigue el mes de Julio, porque siempre es lo mismo y podemos predecirlo, las segundas se conocen como eventos aleatorios como por ejemplo lanzar una moneda porque su resultado depende del azar y puede cambiar cada vez que la lanzamos

Escribe dos ejemplos de situaciones que con certeza, a futuro, van a suceder (Eventos deterministas) y dos ejemplos de situaciones que, a futuro, no sabrás su resultado (Eventos aleatorios).

Deterministas:

Aleatorios:

Actividad 2

Ahora trabajemos el Azar, Selecciona la ruleta C, y piensa que color saldrá más veces, si el amarillo, el azul o el rojo y escríbela.

Creo que saldrá más veces el color:

Ahora pon a prueba tu idea, gira la ruleta 10 veces y anota los resultados en la siguiente tabla

- 1) Si giramos una vez más la ruleta (giro número 11), ¿podrías afirmar con certeza que saldrá el color azul? ¿por qué?

Número de Giros	Resultado
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Con los resultados, responde la siguiente pregunta:

SOPORTE DE FICHA: Ruletas.

Tema: Azar y probabilidad.

Objetivo: Favorecer la comprensión inicial del azar mediante la manipulación de diferentes ruletas. Se busca que los estudiantes realicen predicciones, registren resultados y reflexiones sobre las diferencias entre lo esperado y lo obtenido, construyendo así nociones iniciales de probabilidad desde la experimentación.

Nociones Previas:

Concepciones alrededor del azar.

Metodología: Se inicia con una conversación sobre situaciones que siempre suceden para introducir los eventos deterministas y otras que no pueden anticiparse para los eventos aleatorios. Luego cada grupo utiliza una ruleta para formular una predicción sobre el resultado que creen más probable y la contrasta con la experimentación al girar la ruleta varias veces.

El docente acompaña el proceso fomentando la observación, la comparación y la argumentación, sin intervenir en las decisiones de los estudiantes, pero guiando la reflexión hacia el reconocimiento del azar y la incertidumbre en los resultados.

Recomendaciones para el Docente: El docente debe adecuar un ambiente de curiosidad e indagación, en el que los estudiantes se sientan libres de proponer y verificar hipótesis. Es importante promover el registro de datos (frecuencias) y la comparación entre los resultados esperados y los obtenidos como un paso inicial hacia la comprensión del carácter aleatorio de los experimentos.

Se sugiere además aprovechar los diferentes tableros (A-H) para analizar distintas configuraciones de ruletas, ampliando el repertorio para analizar distintas configuraciones de ruletas, ampliando el repertorio de situaciones y fomentando la transferencia del conocimiento a contextos variados.

Anexo 5: Ficha número 2 actualizada

(1) RULETAS

La ruleta es un elemento muy común en distintos espacios de nuestra vida diaria, es frecuente verla en tiendas o eventos donde se utiliza para ganar premios o descuentos al girar, donde el azar y la probabilidad están inmersos, ya que cada giro representa una oportunidad diferente con resultados impredecibles.



Este juego está compuesto por ocho tableros identificados con letras de la A a la H, donde en cada uno de ellos se presenta una ruleta diferente que contiene distintos elementos de letras, números y representaciones donde cada una de ellas nos invita a explorar el azar y la probabilidad de manera divertida

Actividad 3
(Probabilidad Frecuentista).

Actividad 1. (Espacio muestral).

Cada vez que giras una ruleta, puede detenerse en uno de varios resultados posibles, a todos esos resultados en conjunto, se les llama espacio muestral y en matemáticas por lo general se representa por la letra griega omega (Ω)

Selecciona la Ruleta F, observa con atención y escribe todos los resultados posibles que pueden ocurrir al girarla.

Espacio muestral:

$\Omega = \{ \text{_____} \}$

Actividad 2. (Probabilidad clásica)

Una vez conocemos todos los resultados posibles (espacio muestral), podemos calcular qué tan probable es que ocurra un evento específico.

A esto se le llama probabilidad clásica y se calcula con la siguiente fórmula.

- Selecciona una ruleta G y describe en palabras la probabilidad de que salga el número (10)

Luego representarlo utilizando la fórmula.

$$P(E) = \frac{\# \text{Casos favorables}}{\# \text{Casos posibles}} \\ (\Omega)$$

A veces lo que esperamos que ocurra (probabilidad clásica), no coincide exactamente con lo que ocurre en la realidad. Para comprobarlo haremos un experimento repitiendo varios giros y observando los resultados.

Gira la ruleta 30 veces y registra los datos en la siguiente tabla, teniendo en cuenta que, para escribir tanto la frecuencia absoluta como relativa, debes hacerlas respecto al número de ensayos que hayas realizado.

Ej: Supongamos que te asignaron la Ruleta C, que tiene como posibles resultados A, B y C

Número de Giros	Resultado	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
1	B	1	1/1
2	B	2	2/2
3	A	1	1/3
4	A	2	2/4

Luego de haber registrado todos tus datos responde las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué resultado apareció con mayor frecuencia?
- 2) Suponga que gires la ruleta 30 veces de nuevo, ¿crees que los resultados serían iguales?
- 3) ¿Qué crees que pasaría con la frecuencia relativa, si repites los giros muchas veces más?

# Giros	R//	FA	FR
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			

SOPORTE DE FICHA: Ruletas.

Objetivo:

Consolidar la comprensión de la probabilidad a través del análisis del espacio muestral y la comparación entre la probabilidad teórica (clásica) y la experimental (frecuentista), mediante la experimentación directa con ruletas.

Nociones Previas:

Los estudiantes deben haber reconocido previamente la diferencia entre eventos deterministas y aleatorios, así como la idea de espacio muestral.

Metodología:

La actividad combina la exploración empírica con el razonamiento matemático.

Primero, los estudiantes identifican los posibles resultados (espacio muestral). Luego calculan probabilidades teóricas simples y finalmente contrastan sus resultados con los obtenidos experimentalmente al girar la ruleta 30 veces.

El docente guía la reflexión sobre la variación de los resultados y la estabilidad de las frecuencias relativas cuando se aumenta el número de ensayos.

Recomendaciones para el Docente y respuestas esperadas:

Fomentar la formulación de hipótesis, el registro ordenado de datos y la comparación entre las probabilidades teóricas y las observadas.

Invitar a los estudiantes a discutir los resultados y a identificar patrones o comportamientos estables cuando aumentan los giros.

Es recomendable que diferentes grupos trabajen con ruletas distintas (A–H) para luego comparar entre sí los resultados.

Respuesta esperada de los estudiantes

Se espera que los estudiantes reconozcan que:

- La **frecuencia absoluta** corresponde al número de veces que aparece un resultado determinado en el experimento. Por esta razón, se representa mediante **números enteros**, ya que corresponde a un conteo de ocurrencias.
- La **frecuencia relativa** corresponde a la relación entre la frecuencia absoluta y el número total de ensayos realizados. Por esta razón, se representa mediante **fracciones, decimales o porcentajes**, pues expresa una proporción del total de resultados.

A partir de esta distinción, los estudiantes deberían poder interpretar los resultados del experimento y comparar qué tan frecuente es la aparición de cada resultado.

Intervención sugerida del docente

El docente puede orientar la discusión mediante preguntas como:

- ¿Cuántas veces apareció cada resultado?
- ¿Cuántos giros realizamos en total?
- Si comparamos estos valores, ¿qué parte del total representa ese resultado?