



“Resolución de problemas tipo aditivos con estudiantes de segundo grado de básica primaria”

Silvana Puello Mar

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Magíster en educación con énfasis en educación matemática

2019



“Resolución de problemas tipo aditivos con estudiantes de segundo grado de básica primaria”

Silvana Puello Mar

Director:

MG. RONALD ANDRES GRUESO

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Magíster en educación con énfasis en educación matemática

2019

Agradecimientos:

A Dios por brindarme la oportunidad de vivir momentos significativos en mi vida. Por permitirme alcanzar una meta más, que me forma como ser y como profesional.

A mi familia por educarme y apoyarme en cada etapa de mi vida.

A mi hijo por ser el motor de mi vida,
por darme fortaleza y tiempo para finalizar este proyecto con amor.

En especial, a mi asesor Ronald Andrés por su paciencia, conocimiento, compromiso, y esfuerzo. Su ayuda ha sido sumamente importante en este proceso de formación.

Y finalmente, a mis compañeros de trabajo y a todas las personas que me colaboraron y estuvieron de manera incondicional expresando apoyo con palabras y acciones

¡Ánimo! ¡Para adelante!

Silvana Puello Mar

TABLA DE COTENIDO

TABLA DE COTENIDO.....	II
ÍNDICE DE TABLAS.....	III
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	IV
ÍNDICE DE ANEXOS.....	V
RESUMEN	VI
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1: ASPECTOS GENERALES DEL TRABAJO.....	3
1.1. Presentación de la Problemática	3
1.2. Justificación	9
1.3. Objetivos	13
1.3.1. Objetivo General.	13
1.3.2. Objetivos específicos.	14
1.4. Antecedentes	14
1.5. Marco Contextual.....	19
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA	21
2.1. Perspectiva Didáctica.....	21
2.1.1. Problemas Aritméticos Escolares.....	22
2.1.2. Categorías Semánticas.	25
2.1.3. Estrategias de resolución de problemas aditivos.	29
2.1.3.1. Estrategias Aditivas.	31
2.1.3.2. Estrategias para Restar:	32
2.1.3.3. Memorización de hechos numéricos.	35
2.1.3.4. Compensación.....	37
2.1.4. La Representación en la resolución de problemas aditivos.....	38
2.1.4.1. Representación icónica.....	38
2.1.4.2. Representación simbólica:.....	39
2.1.5. El papel del juego en la enseñanza de las matemáticas.	40
2.2. Perspectiva Curricular	44
2.3. Articulación conceptual	55
CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA Y RESULTADOS	59
3.1. Metodología	59
3.1.1. Fases o etapas del estudio.	61
3.1.2. Definición y Caracterización del Caso:	62
3.1.3. Prueba Diagnóstica.	63
3.2. Diseño de la propuesta de aula.....	66
3.2.1. Presentación de la propuesta de aula.....	66
3.2.2. Protocolo de aplicación y Técnicas de recolección de la información.	70
3.3. Sobre las variables de análisis.	71
3.4. Resultados y análisis de resultados	72
3.4.1. Tipificación de respuestas situación 1: tarea 1 y tarea 2.....	74
3.4.3. Tipificación de respuestas situación 2 tarea 1 y tarea 2	90
3.4.5. Tipificación de respuestas situación 3 tarea 1, tarea 2 y tarea 3.....	100
3.4.6. Análisis general de la situación 3, Tarea 1 y Tarea 2.	113
3.4.7. Análisis de las Estrategias y representación de resolución de problemas de la S1, S2 y S3.	117
CAPÍTULO 4.: CONCLUSIONES GENERALES Y ALGUNAS REFLEXIONES DIDÁCTICAS	121
4.1 Conclusiones Generales	121
4.2 Reflexiones y recomendaciones	128
REFERENCIAS.....	132
ANEXOS.....	135

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1: Grandes Categorías y subcategorías.</i>	5
<i>Tabla 2: Propositiones abiertas.</i>	5
<i>Tabla 3: Categoría de Cambio y subcategorías.</i>	26
<i>Tabla 4: Categoría de Combinación y Subcategoría.</i>	27
<i>Tabla 5: Diferencia de categoría de Combinar y de Cambio.</i>	27
<i>Tabla 6: Estrategias de resolución para sumar y para restar.</i>	31
<i>Tabla 7: La suma de dobles y la Resta de dobles.</i>	36
<i>Tabla 8: Doble más uno y Doble menos uno.</i>	36
<i>Tabla 9: Doble más dos y Doble menos dos.</i>	36
<i>Tabla 10: Estrategia de resolución - Compensación.</i>	37
<i>Tabla 11: Representación Numérica.</i>	40
<i>Tabla 12: Tipos de problemas para la adición.</i>	51
<i>Tabla 13: Tipo de problemas para la sustracción.</i>	51
<i>Tabla 14: Nivel de dificultad entre las categorías semánticas.</i>	65
<i>Tabla 15: Estructuración de las actividades de acuerdo con las categorías semánticas.</i>	68
<i>Tabla 16: Categorías Semánticas y Expectativas de Desempeño.</i>	69
<i>Tabla 17: Categorías y criterios de análisis de resultados de la propuesta de aula.</i>	71
<i>Tabla 18. Símbolos y nomenclatura para el proceso de análisis de resultados.</i>	73
<i>Tabla 19: Tipos de respuestas Categorías semánticas de la S1T1.T2.</i>	74
<i>Tabla 20: Tipo de respuestas - Estrategias S1T1.T2</i>	79
<i>Tabla 21: Tipo de respuesta - Representaciones de resolución S1T1.T2</i>	84
<i>Tabla 22: Tipos de respuestas Categorías semánticas de la S2T1.T2.</i>	90
<i>Tabla 23: Tipos de respuestas - Estrategias de la S2T1.T2.</i>	97
<i>Tabla 24: Tipos de respuestas – representación de la S2T1.T2</i>	98
<i>Tabla 25: Tipos de respuestas Categorías semánticas de la S3T1.T2.T3</i>	100
<i>Tabla 26: Tipos de respuestas - Estrategias de la S3T1.T2.T3</i>	110
<i>Tabla 27: Tipos de respuestas - Representación de la S3T1.T2 yT3.</i>	112
<i>Tabla 28: Tabla de acierto por subcategoría semántica, según la prueba diagnóstica.</i>	137
<i>Tabla 29: Aciertos por pregunta.</i>	137
<i>Tabla 30: Porcentaje de acierto por categoría.</i>	137
<i>Tabla 31 Contextualización La Tienda Comics.</i>	150

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1. Resultados ISCE (2016). Grado 3°.....</i>	<i>11</i>
<i>Ilustración 2: Pregunta 5, Categoría de Transformación – $C + \text{¿?} = C$, Categoría de composición con total desconocido – $P + P = \text{¿?}$ Y Categoría de Composición – $P + \text{¿?} = T$.</i>	<i>12</i>
<i>Ilustración 3: Ejemplo de estrategia para sumar- Contar todo. Elaboración propia.</i>	<i>31</i>
<i>Ilustración 4: Ejemplo de estrategia para sumar- Conteo progresivo. Elaboración propia.</i>	<i>32</i>
<i>Ilustración 5: Ejemplo de estrategia para restar - Emparejar. Elaboración propia.</i>	<i>33</i>
<i>Ilustración 6: Ejemplo de estrategia para restar: Quitar. Elaboración propia.</i>	<i>33</i>
<i>Ilustración 7: Ejemplo de estrategia para restar: Separar. Elaboración propia.</i>	<i>34</i>
<i>Ilustración 8: Ejemplo de estrategia para restar- Añadir Objeto. Elaboración propia.</i>	<i>34</i>
<i>Ilustración 9: Ejemplo de estrategia para resta. Conteo regresivo. Creación propia.</i>	<i>35</i>
<i>Ilustración 10: E.B.C.M. Coherencia vertical y horizontal de 1° a 7°. (MEN, 2006).</i>	<i>54</i>
<i>Ilustración 11: Articulación y relación teórica.....</i>	<i>58</i>
<i>Ilustración 12: Esquema Propuesta de Aula. Elaboración propia.</i>	<i>68</i>
<i>Ilustración 13: Relación semántica - palabras claves y operación aritmética.</i>	<i>75</i>
<i>Ilustración 14: Identificación de Cantidad final.</i>	<i>77</i>
<i>Ilustración 15: Registro erróneo proceso aditivo S1T2V2.....</i>	<i>77</i>
<i>Ilustración 16: Respuesta de la S1T2V3P2D.....</i>	<i>78</i>
<i>Ilustración 17: Estrategia de conteo partir desde el primer sumando -S1T1.....</i>	<i>80</i>
<i>Ilustración 18: Registro de estrategia aditiva de conteo progresivo- S1T2.....</i>	<i>80</i>
<i>Ilustración 19: Estrategia basada en Quitar de.....</i>	<i>82</i>
<i>Ilustración 20: Representación Icónica- Uso de marcas. S1T1.....</i>	<i>84</i>
<i>Ilustración 21: Representación Icónica- Uso de los dedos. S1T1.....</i>	<i>85</i>
<i>Ilustración 22. Respuesta uso de la resta. S1T2V3P2D.....</i>	<i>88</i>
<i>Ilustración 23: Registro de respuesta de la S1T2V2P1G.....</i>	<i>88</i>
<i>Ilustración 24: Respuesta de $P + P = \text{¿?}$.....</i>	<i>91</i>
<i>Ilustración 25: Respuesta errada de $P + P = \text{¿?}$.....</i>	<i>92</i>
<i>Ilustración 26: Categoría de combinación con una de las partes desconocida.....</i>	<i>93</i>
<i>Ilustración 27: Registro respuesta de la S2T2-ENUN5-BC.....</i>	<i>93</i>
<i>Ilustración 28: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN1.....</i>	<i>94</i>
<i>Ilustración 29: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN1.....</i>	<i>94</i>
<i>Ilustración 30: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN1.....</i>	<i>95</i>
<i>Ilustración 31: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN2.....</i>	<i>96</i>
<i>Ilustración 32: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN4.....</i>	<i>97</i>
<i>Ilustración 33: Tipo de respuesta $P + P = \text{¿?}$ de la S3T1.T2.T3.....</i>	<i>104</i>
<i>Ilustración 34: Tipo de respuesta, $P + ? = T$.....</i>	<i>105</i>
<i>Ilustración 35: Tipo de respuesta, $\text{¿?} + P = T$.....</i>	<i>106</i>
<i>Ilustración 36: Registro de respuestas de la S3T1- BA.....</i>	<i>106</i>
<i>Ilustración 37: Tipo de respuesta $Ci + C = \text{¿?}$.....</i>	<i>107</i>
<i>Ilustración 38: Tipo de respuesta $Ci + \text{¿?} = CF$.....</i>	<i>107</i>
<i>Ilustración 39: Tipo de Respuesta $Ci + \text{¿?} = Cf$.....</i>	<i>108</i>
<i>Ilustración 40: Tipo de respuesta, $\text{¿?} + C = Cf$.....</i>	<i>108</i>
<i>Ilustración 41: Tipo de respuesta, $Ci + ? = Cf$.....</i>	<i>109</i>
<i>Ilustración 42: Tipo de respuesta, $Ci + \text{¿?} = Cf$.....</i>	<i>109</i>
<i>Ilustración 43: Tipo de respuesta $Ci + \text{¿?} = Cf$. Respuesta errada.</i>	<i>110</i>
<i>Ilustración 44: Contar a partir del número del que hay que sustraer.</i>	<i>111</i>
<i>Ilustración 45. Registro de respuestas de la S3.</i>	<i>114</i>
<i>Ilustración 46: Análisis general de la S3, PPH Enunciado 3.</i>	<i>116</i>
<i>Ilustración 47: Respuestas de la S3T1- Resta y S3T3 - conteo desde el sustraendo.</i>	<i>116</i>
<i>Ilustración 48: Registro de respuestas de la S3T3.....</i>	<i>117</i>
<i>Ilustración 49: Estudiante haciendo uso de aditiva de conteo progresivo. S2T1.....</i>	<i>118</i>

<i>Ilustración 50: Registro de creación y proceso de resolución de problemas de la S3T3</i>	<i>118</i>
<i>Ilustración 51: Registro de creación y proceso de resolución de problemas de la S3T3</i>	<i>119</i>
<i>Ilustración 52: Registro de representación icónica - S1, S2 y S3.</i>	<i>120</i>

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1: PRUEBA DIAGNÓSTICA	135
Anexo 2: RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	137
Anexo 3: PROPUESTA DE AULA.....	140
Anexo 4: HOJA DE TRABAJO PARA ESTUDIANTES.	150

RESUMEN

En este trabajo de grado se presenta el desarrollo de una propuesta de aula, que se centró en la resolución de problemas con estructura aditiva con el fin de caracterizar los tipos de tareas que podrían proponerse para que estudiantes de 2° de la educación básica primaria de la I.E. San Juan de Barragán, logren comprender y resolver problemas con estructura aditiva. La propuesta se diseñó teniendo en cuenta los planteamientos de Puig & Cerdán (1988), el papel del juego en la enseñanza de las matemáticas planteado por Chamorro, C y Belmonte, J. (2005) y los postulados propuestos por el MEN (1998 y 2006). Durante la implementación de la propuesta de aula se privilegió la interacción entre estudiante- maestra, en aras de fomentar la comprensión, la interpretación y el desarrollo de habilidades para resolver problemas con estructura aditiva en los estudiantes.

Se realiza un estudio cualitativo con diseño de estudio de caso con 10 estudiantes de segundo grado de básica primaria de la I.E.¹ en mención, ubicada en zona rural del municipio de Tuluá, Valle. Los resultados de la aplicación dejaron de manifiesto el avance gradual en el desarrollo de habilidades y comprensión de problemas aditivos por parte de los estudiantes, y ante ello, se presentan algunas reflexiones en torno a la caracterización de las tareas para enseñanza de resolución de problemas en el aula. Así mismo, el análisis generó algunas conclusiones, y una de ellas es que las tareas que se proponen a los estudiantes deben presentar y cumplir con las características propias de las categorías y subcategorías semánticas de *Combinación* y *de Cambio* respectivamente, donde haya lugar a la articulación con aspecto sintáctico y semántico, que se han relacionados con el contexto inmediato de los estudiantes.

Palabras claves: Problemas con estructura aditiva, Estrategias de resolución, Representación de resolución de problemas, Categorías semánticas, cambio, combinación.

¹ Institución Educativa

Introducción

Resolver problemas matemáticas es un suceso que se encuentra presente en el día a día, las personas se enfrentan al ejercicio de comprar y vender productos, además escuchan en los medios de comunicación aspectos económicos relacionados con el alza de precios de aquellos bienes y servicios de alto consumo en nuestro país que, sin duda tiene implicaciones muy importantes en la estabilidad económica de los hogares.

Ante estos cambios económicos no esperados de la política monetaria nacional se obtiene una respuesta rápida y una actividad real por parte de las personas, quienes se consideran consumidores y deben comprender la dinámica de las situaciones que cambian y varían según los indicadores económicos, es decir, comprender por qué sube el precio de los productos de la canasta familiar año a año y responder ante la dinámica de la economía a través de resoluciones o medidas implícitas o explícitas que les permitan hacer balances económicos de su hogar.

Por esta razón, en el ámbito educativo es necesario plantear propuestas de aula que les permitan a los estudiantes enfrentarse al reto de resolver situaciones problema con estructura aditiva inherentes a la vida real, contextualizados, adaptados y pertinentes, que le favorezcan la comprensión y el desarrollo de habilidades y de competencias matemáticas.

Las situaciones problema son de consideración para este trabajo de grado, dado que este se centra en la comprensión y resolución de problemas con estructura aditiva haciendo énfasis en la teoría de Puig y Cerdán (1988) en torno a las categorías semánticas de Cambio y combinación. Para ello, se presenta una propuesta de aula basada en el juego como una estrategia de enseñanza que promueva el aprendizaje. Dicha propuesta se desarrolla con los estudiantes del grado segundo de una institución educativa rural de carácter oficial del municipio de Tuluá – Valle. Todo esto para tratar de responder a la pregunta que direcciona este estudio ¿Qué tipo de tareas podrían proponerse en el marco de una propuesta de aula, para fomentar la comprensión y resolución de problemas de tipo aditivo en estudiantes de 2° de la I.E. San Juan de Barragán?

Este trabajo se encuentra organizado en cuatro capítulos: En el capítulo 1, se muestra la problemática a la luz de resolución de problemas con estructura aditiva en estudiantes de segundo grado. Del mismo modo, se presentan la justificación, los objetivos, los antecedentes de la investigación y el marco contextual.

En el capítulo 2, se presenta el marco teórico, en el que se abordan la perspectiva didáctica y la perspectiva curricular. La perspectiva didáctica se centra en los referentes teóricos o investigaciones en el marco de resolución de problemas aritméticos verbales que relacionan las categorías semánticas, propuesto por Puig & Cerdán (1988); las Estrategia y representaciones de resolución de problemas presentadas por Maza (1999) y Chamorro (2005) y finalmente, el papel del juego en la enseñanza de las matemáticas planteado por Chamorro, C y Belmonte, J. (2005).

Desde la perspectiva curricular se abordan los planteamientos sobre resolución de problemas expuestos por los LCM (MEN, 1998) y Estándares básicos de competencias (MEN, 2006).

En el capítulo 3, se describe la propuesta de aula, de igual manera, se explicita la población, las características del estudio de caso y la técnica de recolección de la información. Finalmente, se presentan los resultados y el análisis de resultados de la implementación de la propuesta de aula

En el capítulo 4, se exhiben las conclusiones, reflexiones y recomendaciones didácticas en torno al proceso de resolución de problemas en correspondencia con los objetivos propuestos y las interpretaciones de los resultados obtenidos.

Capítulo 1: Aspectos Generales del Trabajo

En este capítulo inicialmente se manifiesta y se describe la problemática o las dificultades que los estudiantes presentan al tratar de resolver problemas que involucren la estructura aditiva. Seguidamente, se aborda la justificación donde se expone la importancia de resolver el problema. Después, se propone el objetivo general y los objetivos específicos. Luego, se presentan los antecedentes con el fin de explorar aquellos estudios relevantes y avances investigativos relacionados con la resolución de problema de enunciado verbal con estructura aditiva. Finalmente, se muestra el marco contextual donde se describen las características escolares e institucionales que permean el contexto de los estudiantes que son objeto de estudio.

1.1. Presentación de la Problemática

Habitualmente, el aprendizaje de las matemáticas ha estado supeditado a la abstracción de ideas, conceptos y procedimientos que suelen ser mecánicos. En este orden de ideas, las situaciones problema con estructura aditiva suponen un nivel de complejidad para los estudiantes, pues en ocasiones, para sumar y restar, se explicitan algoritmos cuyo funcionamiento no es concordante con las dinámicas sociales en las que se pueden usar las matemáticas. Por ejemplo, cuando se habla de sumar llevando y restar prestando, puede contrariar un poco la forma en que algunas personas, sin recurrir al algoritmo, puede realizar los cálculos y esquemas mentales.

De otro lado, cuando los estudiantes se enfrentan a la resolución de un problema con estructura aditiva presentan ciertas dificultades y errores, pues en los problemas están presentes aspectos sintácticos y semánticos que determinan la resolución, son aspectos que no afectan a las cantidades numéricas que se presentan, pero sí en el tratamiento que los estudiantes realicen con ellas. En algunas ocasiones, los estudiantes identifican las cantidades y tratan de decidir qué operación hacer entre ellas; operación que por cierto, a veces es propuesta de forma arbitraria para resolver, sin comprender el sentido de las situaciones.

El MEN², desde los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas manifiesta la importancia de abordar problemas en los que sea posible encontrar más de una solución o tal vez

² MEN: Ministerio de Educación Nacional.

ninguna. Del mismo modo, propone desde el componente curricular, involucrar situaciones problema en los que se tengan en cuenta elementos cotidianos o directamente del contexto y les permitan a los estudiantes crear, formular y resolver.

A pesar de que nuestro país establece por medio de los LCM (MEN, 1998) algunas orientaciones para el diseño curricular y a través de los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006) criterios claros en los que se establecen los niveles básicos de calidad de la educación a los que tienen derecho los estudiantes de cualquier región de nuestro país, lo que se plantea en dichos documentos, contrasta con la realidad educativa.

El rastreo documental para fundamentar el presente trabajo de grado en torno a la resolución de problemas con estructura aditiva, deja en evidencia que los estudiantes presentan dificultades para resolverlos. Dificultades que se relacionan con los conocimientos previos por parte de los estudiantes, pero también con la falta de conocimientos por parte de los docentes sobre las diferentes categorías semánticas aditivas y sus clasificaciones. En las instituciones educativas prevalece la formulación y resolución de un único tipo de problema característico de estructura $A+B=C$ preguntando de varias formas por C ; y normalmente, se centra en el resultado, dejando de reconocer estrategias y los tipos de representación que los estudiantes podrían usar para resolver dichos problemas.

Los estudios además muestran, que la dificultad presente en los estudiantes durante el proceso de resolución de problemas con estructura aditiva, es un tema de interés que se exterioriza en nuestro país y en diversos contextos del mundo, además ha generado reflexión pedagógica y curricular.

En efecto, el presente trabajo se centra en el proceso de resolución de problemas con estructura aditiva y en concordancia con los objetivos propuestos, se enfoca en las cuatro grandes categorías semánticas postuladas por Puig & Cerdán (1988), que son: Combinación, Cambio, Comparación e Igualación. En la categoría de combinación se unen dos cantidades, pero una no afecta u opera sobre la otra cantidad. En la categoría de cambio se une dos cantidades y una cantidad produce modificación sobre la otra. En la categoría de comparación, como su nombre lo indica, se compara dos cantidades y la categoría de igualación se iguala una cantidad con otra. Más adelante se

explicitará cada una de estas categorías semánticas. En la siguiente tabla se muestra las categorías y subcategorías.

Tabla 1: Grandes Categorías y subcategorías.

Categoría	Subcategorías					
	1	2	3	4	5	6
Combinación	$a + b = c$	$a + \text{¿?} = c$				
Cambio	$a + b = c$	$a + \text{¿?} = c$	$\text{¿?} + b = c$	$a - b = c$	$a - \text{¿?} = c$	$\text{¿?} - b = c$
Comparación	$a + b = c$	$a + \text{¿?} = c$	$\text{¿?} + b = c$	$a - b = c$	$a - \text{¿?} = c$	$\text{¿?} - b = c$
Igualación	$a + b = c$	$a + \text{¿?} = c$	$\text{¿?} + b = c$	$a - b = c$	$a - \text{¿?} = c$	$\text{¿?} - b = c$

Síntesis de las Categorías semánticas. Elaboración propia tomado de Puig, L. y Cerdán F. (1988).

Cada categoría presenta subcategorías que pueden ser resueltas con el uso de la adición o sustracción dependiendo la ubicación de la incógnita. Según Puig, L. y Cerdán F. (1988), las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas con estructura aditiva, se centran en la posición de la cantidad desconocida o de la incógnita. Esta dificultad varía dependiendo de ubicación de la incógnita, si esta se encuentra ubicada a un lado u otro del signo igual. A continuación, se muestran las seis proposiciones según la ubicación de la incógnita para suma y otras seis para resta.

Tabla 2: Propositiones abiertas.

Tipos de Propositiones Abiertas	
$a + b = ?$	$\text{¿?} = a + b$
$a + ? = c$	$c = a + ?$
$? + b = c$	$c = ? + b$
$a - b = ?$	$? = a - b$
$a - ? = c$	$c = a - ?$
$? - b = c$	$c = ? - b$

Tomado de Puig, L. y Cerdán F. (1988). Problemas aritméticos escolares.

Carpenter & Moser (1983), citados en Puig & Cerdán (1988), proporcionan los niveles de dificultad que les atañen a cada una de los tipos de proposiciones. Estos autores manifiestan que las situaciones problema de estructura canónico son más sencillos para resolver ($a + b = ?$, $a - b = ?$). Caso contrario ocurre con las proposiciones canónicas de sustracción siendo generalmente más difíciles de resolver que las de adición. También revelan, que cuando la posición de la incógnita se ubica en un lado distinto al signo igual, o en la posición de la incógnita se ubica en el minuendo, son significativamente más difíciles de resolver.

Puig & Cerdán (1988), manifiestan que las dificultades pueden originarse en orden sintáctico y semántico, desde lo sintáctico, se encuentran aspectos como la longitud del enunciado, la forma de presentación del problema, la estructura gramatical, la posición de la incógnita, el orden de la presentación de los datos, presencia o ausencia de datos y tamaños de los números. Y desde lo semántico, tratan sobre las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver los problemas.

Y desde el punto de vista semántico, en diversos estudios (Castro, Rico & Castro, 1995; Puig & Cerdán, 1988; Vergnaud, G. 1991; Díaz, 2004; Arteaga Palomares & Guzmán Hernández, 2005) determinan que las posibles dificultades radican en factores relacionados con la comprensión de los enunciados, en las estrategias y representaciones que utilizan los estudiantes para resolver problemas.

En ese orden de ideas, Martínez, C. (2012), afirma que su población objeto de estudio presentó dificultad para resolver problemas con estructura aditiva. Una de estas dificultades se relaciona con conocimientos previos en el marco del sistema de numeración decimal, explicitándose en la escritura errónea de números que contienen más de dos dígitos. Al igual que los autores anteriormente mencionados, Martínez también manifiesta que los estudiantes presentan dificultad para resolver estos tipos de problemas, cuando se proporcionan en el enunciado, números de mayor numeración y cuando la incógnita ocupa un lugar distinto al signo igual. En este último caso, los estudiantes suelen usar el algoritmo equivocado y si recurren al algoritmo adecuado, la ejecución del algoritmo era incorrecto.

En este mismo sentido, Díaz, J. (2004), expresa que el nivel de dificultad es mayor cuando la incógnita se halla en la primera cantidad y es menor si el dato desconocido se halla en el resultado. Además, agrega que la dificultad de los problemas verbales depende también a la presencia o no de ayudas pictóricas.

Además de lo anterior, el autor también afirma que:

Las dificultades debidas a la resolución de problemas con estructura aditiva, se presentan de manera gradual y en diferentes niveles dependiendo del grado escolar del estudiante. Que la comprensión de los problemas se desarrolla de manera gradual a partir de los problemas más fáciles hasta los más difíciles. (p. 48)

Pineda, J. (2013), en su tratado reafirma lo expuesto por Díaz, J. (2004) a la luz de las dificultades que presentan los estudiantes durante el proceso de resolución de problemas con estructura aditiva. El autor complementa de forma general que los estudiantes presentan dificultad para desarrollar los algoritmos, observó que ellos, no realizaron el proceso de agrupación en la suma y los procesos de desagrupación para la resta. Pero además menciona, que las palabras que se utilizan en los enunciados influyen significativamente para solucionar los problemas correctamente.

En la I.E. San Juan de Barragán donde se aplica este estudio, el panorama no es diferente, las dificultades que los estudiantes presentan radican en factores relacionados con el desarrollo de competencias previas a la educación formal. El MEN por medio de la resolución N° 5360 de 7 de septiembre de 2006, organiza el proceso de matrícula oficial de la educación preescolar, básica y media, y establece que la edad mínima para ingresar al grado de transición (grado obligatorio de preescolar) es de cinco (5) años cumplidos a la fecha del calendario escolar. Que las niñas y los niños objeto de estudio, hayan ingresado solo a la edad establecida en dicha resolución al plantel educativo, se convierte es una fuente de dificultad para el desarrollo de competencias en los grados posteriores. Esto se ve reflejado en las dificultades que presentan los estudiantes para comprender instrucciones sencillas, para llevar a cabo procesos de resolución de problemas con estructura aditiva, y en aquellas falencias relacionadas con los conocimientos matemáticos.

El contexto donde se encuentra ubicada la I.E. San Juan de Barragán carece de guarderías dispuestas para fomentar en las niñas y niños menores de 5 años de la población, el desarrollo de competencias durante en la primera infancia, es decir, estos estudiantes no contaron con la oportunidad a través de un procesos de educación escolar, que les permitiera desplegar múltiples capacidades orientadas en lo afectivo, físico, social y cognitivo; de acuerdo con el MEN, (2009) “Desde su nacimiento, los bebés poseen y desarrollan funcionamientos afectivos, cognitivos y sociales que les permiten adaptarse a su entorno y que resultan sorprendentes y complejos por su eficacia” (p. 21), en esta etapa ellos van tejiendo sus conocimientos antes de llegar a la educación formal.

Además, en la inserción en el sistema educativo, es posible hallar estudiantes que no iniciaron su proceso de formación escolar en el grado transición por superar la edad máxima permitida para ser matriculado en el grado y son promovidos al grado 1° sin cumplir los requisitos básicos y necesarios para afrontar los requerimientos de este nivel educativo (1°). Por lo tanto, sin esta oportunidad de

cursar el grado preescolar, lo estudiantes objeto de dejaron de interactuar con los otros, explorar el mundo que los rodea y vivenciar las experiencias de aprendizajes. La primera infancia, es la etapa donde se experimenta uno de los mayores crecimientos cognitivos de todas las etapas escolares, así como lo plantea el MEN (2009):

La atención integral a la primera infancia (...) señala el derecho a la atención integral de los niños menores de 5 años y busca garantizarles un desarrollo en el marco de sus derechos y sembrar las bases para que todos puedan ser cada vez más competentes, felices y gozar una mejor calidad. (p. 9).

A lo anterior expuesto, se suma que la mayoría de las familias no cuentan con formación académica básica elemental y esta es la razón por la que ellos aluden no poder apoyar en casa en el proceso de formación integral de sus hijos, pues no comprenden las consignas o algunas temáticas desarrolladas en la escuela.

Para complementar este apartado, a los estudiantes de grado segundo de la educación básica primaria, se les aplicó una prueba diagnóstica con el fin de conocer y determinar los niveles de conocimientos previos que presentan frente a la resolución de problemas con estructura aditiva. Los resultados de esta prueba diagnóstica permitieron evidenciar algunas dificultades inherentes al área de las matemáticas en el marco de resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. Cabe aclarar que la prueba diagnóstica se analizó teniendo como referencia bibliográfica, los postulados de Puig & Cerdán, (1988).

De acuerdo con los resultados, los estudiantes manifestaron las siguientes dificultades (Ver anexo 2):

En las situaciones problema de categoría Combinación con una de las partes desconocida:

- Cuando la incógnita ocupa la posición de una de las partes, ellos asumen que la cantidad correspondiente al todo, es una de las partes, por lo que usan el algoritmo erróneo. Y en algunos de los casos, presentan errores en el desarrollo del algoritmo.

En las situaciones problema de categoría de Cambio:

- Reconocen la cantidad inicial y que el cambio efectúa una acción sobre esta la cantidad. Sin embargo, proponen el algoritmo u operación errada para resolver el problema y en algunos de los casos, presentan un procedimiento erróneo en el desarrollo del algoritmo,

omitiendo desagrupar o reagrupar unidades en decenas, por lo que no es claro qué tipo de operación realmente utilizan.

- Cuando la incógnita se representa en la posición antes del signo igual (cantidad inicial o en el cambio), los estudiantes, asumen que cantidad final es la cantidad correspondiente al cambio, por lo que consideran que el resultado se obtiene con el algoritmo de adición o sustracción y relacionan las cantidades bajo la conexión con una de estas operaciones aritméticas.

Todo lo anterior, permite constatar las dificultades en la resolución de problemas con estructura aditiva por parte de estudiantes. En ese orden de ideas, la pregunta que orienta el trabajo es:

¿Qué tipo de tareas, en el marco de una propuesta de aula, podrían proponerse, para fomentar la comprensión y resolución de problemas de tipo aditivo en estudiantes de 2° de la Institución Educativa San Juan de Barragán?

1.2. Justificación

La resolución de problemas es un proceso dinámico de aprendizaje que propicia niveles de conceptualización y simbolización que se generan de manera paulatina hacia la construcción del conocimiento matemático. Es un proceso inherente a la creatividad y proporciona a los estudiantes un contexto de participación; les permite además observar, conjeturar, asociar, actuar, verificar, argumentar y construir representaciones para encontrar la solución frente a un problema dado. Dicho en otras palabras, la resolución de problemas va en contravía al aprendizaje memorístico, repetitivo y sin comprensión. (MEN 1998 y 2006).

Se considera entonces, que la resolución de problemas es muy importante en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, se constituye en un referente conceptual en educación matemática, en el que se espera que los estudiantes comprendan las relaciones entre el contexto del problema y el cálculo necesario a utilizar, que identifiquen los números que se presentan en el problema y las operaciones apropiadas para relacionar dichas cantidades. Para ello, el MEN (1998) plantea que en el aula se lleven a cabo situaciones problema con estructura aditiva en el que se prevalezca la formulación, el planteamiento y la resolución del mismo, a partir de situaciones de la vida cotidiana, del contexto extraescolar o sociocultural de los estudiantes.

En virtud, de que el desarrollo del pensamiento matemático no se alcanza de manera espontánea y es un proceso cognitivo que se construye desde edad temprana hacia los niveles de escolaridad más avanzados. Díaz, J. (2004), expresa que “la comprensión de los problemas se desarrolla de manera gradual a partir de los problemas más fáciles hasta los más difíciles.” (p. 48)

En este sentido, la construcción del conocimiento matemático en el contexto colombiano se fundamenta a través de los Estándares básicos de competencias MEN (2006, pág.82), donde se presentan los niveles básicos de educación a los que los estudiantes de todas las regiones del país tienen derecho. En dicho documento se pueden apreciar las competencias que se espera, desarrollen los estudiantes al finalizar cada ciclo escolar, es decir, de 1° a 3°; de 4° a 5°; de 6° a 7° y de 8° a 9°.

El MEN a través de los Estándares Básicos de Competencia de Matemáticas, presenta los niveles básicos de educación, que se espera alcancen los estudiantes al finalizar el ciclo de básica primaria en el marco de resolución de problemas con estructura aditiva. Se espera entonces, que los estudiantes sean capaces de resolver y formular problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación; al igual, que desarrollen la capacidad para hacer uso de diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Al cabo de este primer ciclo escolar, los estudiantes llevan a cabo la prueba SABER aplicada por el MEN. En el contexto colombiano, esta prueba se realiza con una periodicidad anual a todos los estudiantes de los grados 3°, 5° y 9° de los colegios públicos y privados, con el propósito de medir la calidad educativa que presenta cada institución y poder compararlas con otras instituciones a nivel nacional. En la I.E. San Juan de Barragán (Tuluá, Valle del Cauca) los resultados de las pruebas saber 3° aplicada en el año 2016, evidencian que los estudiantes presentan dificultades para plantear y resolver problemas. Comparando estos resultados con el promedio nacional, la institución se encuentra muy débil en planteamiento y resolución de problemas en el grado 3° y Similar en Planteamiento y resolución de problemas en el grado 5°. Lo dicho en este párrafo se muestra en la siguiente ilustración.



MinEducación
Ministerio de Educación Nacional

PROSPERIDAD
PARA TODOS

Establecimiento educativo: INSTITUCION EDUCATIVA SAN JUAN DE BARRAGAN

Código DANE: 276834000704

Año: 2016

Fecha de actualización de datos: lunes 27 de febrero 2017

Resultados de grado tercer en el área de matemáticas

3. Fortalezas y debilidades relativas en las competencias y componentes evaluados, matemáticas - grado tercer

3.1. Competencias evaluadas, matemáticas - grado tercer



Lectura de resultados

En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al suyo en el área y grado evaluado, su establecimiento es:

- Muy fuerte en Razonamiento y argumentación
- Débil en Comunicación, representación y modelación
- Muy débil en Planteamiento y resolución de problemas

Ilustración 1. Resultados ISCE (2016). Grado 3º.

Para el año en que fue aplicada la prueba, el MEN propuso tres preguntas orientadas en la resolución de problemas de transformación³ con la cantidad inicial desconocida ($\zeta? + b = c$), categoría de composición⁴ con total desconocido ($a + b = \zeta?$), y categoría de composición con una de las partes desconocida ($a + \zeta? = c$). A continuación, se presentan las ilustraciones donde se evidencian las preguntas con estructura aditiva propuestas por el MEN en la prueba SABER 3°, cuadernillo 2 del año 2016.

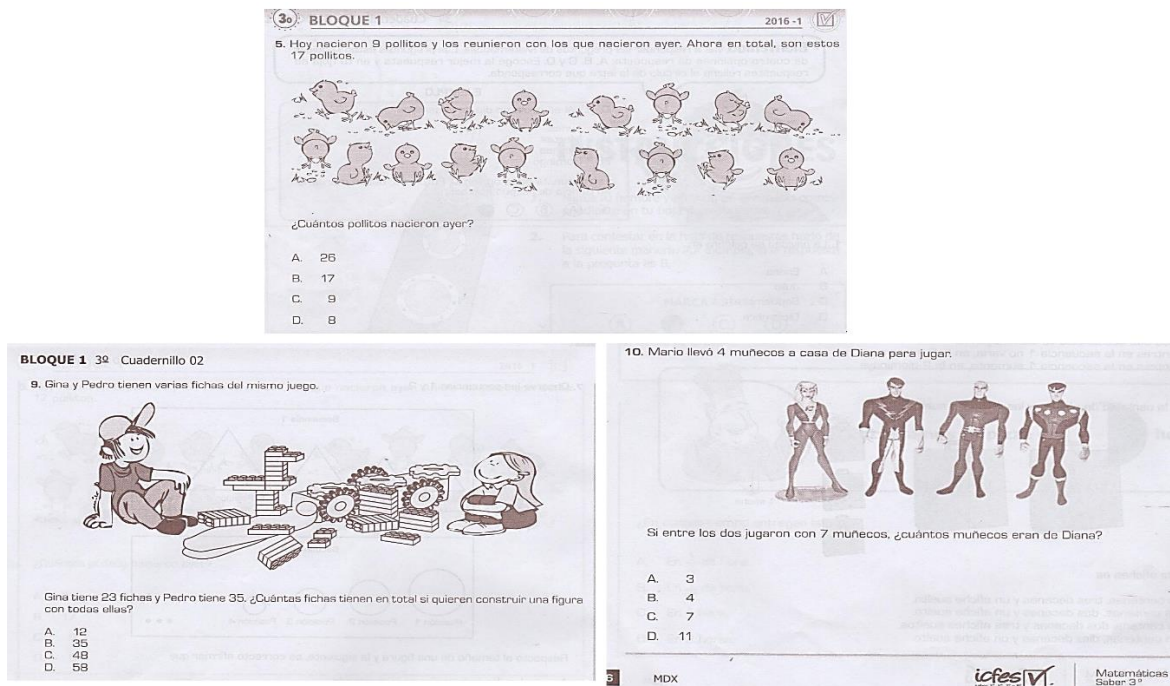


Ilustración 2: Pregunta 5, categoría de transformación, categoría de composición con total desconocido y categoría de Composición.

Es importante aclarar que aunque estos resultados son de la prueba Saber 3° del año 2016 y no está relacionado con los desempeños de los actuales estudiantes de grado 2° (los cuales son objeto de estudio en este trabajo), sí es un antecedente importante que pone una alerta sobre algunas prácticas de enseñanza de la Institución Educativa, lo cual justifica la pertinencia de diseñar e implementar propuestas de aula, más aún cuando estas no se usan con regularidad en la I.E. como una estrategia

³ Transformación: categoría semántica propuesta por el MEN. Problema aritmético aditivo en el que se une dos cantidades y una cantidad opera sobre la otra generando modificación o cambio.

⁴ Combinación: categoría semántica propuesta por el MEN. Problema aritmético aditivo en el que se une dos cantidades y una cantidad no opera sobre la otra por lo tanto no generando modificación o cambio.

pedagógica, es decir, muchos aspectos que se enseñan de las matemáticas son considerados desde unos contenidos estáticos, repetitivos y memorísticos. Esta realidad en la I.E. coincide con lo que menciona el MEN, (1998):

La mayoría del trabajo dedicado al significado de las operaciones se ha limitado a resolver problemas “verbales o de enunciados” un poco artificiales y a menudo los alumnos no saben cuándo utilizar una operación porque les faltan conocer diversas situaciones específicas que dan origen a estas. Se les suele enseñar la adición como “poner juntos o reunir” y la sustracción como “quitar”, a pesar de que existen muchas otras situaciones que implican operaciones de sumar y de restar. Es muy importante que los alumnos conozcan y trabajen en la resolución de diferentes tipos de problemas verbales. (p.31)

En atención a la problemática expuesta en este trabajo de grado, evidentemente hay que analizar ciertas cuestiones fundamentales durante el proceso de enseñanza y de aprendizaje, por lo que se hace necesario reflexionar sobre la práctica docente, las actividades y situaciones problema presentadas a los estudiantes, teniendo en cuenta el contexto sociocultural que constituyen un componente importante para en el desarrollo cognitivo.

Los argumentos que se han mencionado en este apartado, justifican la importancia y pertinencia de diseñar e implementar una propuesta de aula con el fin de mejorar la comprensión y la habilidad de resolución de problemas con estructura aditiva en estudiantes de segundo grado de la básica primaria. Además, por medio de la implementación de dicha propuesta se pretende generar un cambio en la práctica educativa, apoyándose en el juego como actividad de aprendizaje que a su vez es una estrategia de enseñanza para las operaciones de suma y resta a través de situaciones problema con estructura aditiva.

1.3.Objetivos

1.3.1. Objetivo General.

Caracterizar qué tipo de tareas, en el marco de una propuesta de aula, podrían proponerse para que estudiantes de 2° de la educación básica primaria de la I.E. San Juan de Barragán, logren comprender y resolver problemas con estructura aditiva.

1.3.2. Objetivos específicos.

- Documentar la problemática con el fin obtener referentes teóricos y metodológicos para el estudio de la estructura aditiva.
- Articular algunas tareas en el marco de una propuesta de aula en torno a la estructura aditiva, de acuerdo con los referentes teóricos y metodológicos aportados en la documentación de la problemática.
- Analizar las implicaciones de la propuesta de aula para establecer reflexiones didácticas y recomendaciones para la enseñanza y aprendizaje de la estructura aditiva en estudiantes de la Institución Educativa San Juan de Barragán.

1.4. Antecedentes

En este apartado se describen algunos antecedentes que se han realizado en relación con el objeto de estudio de este trabajo, es decir, se efectúa un rastreo de aquellas investigaciones concernientes a la problemática presentada anteriormente. El estudio de aquellos aportes que se han realizado a la luz de resolución problemas verbales, las categorías semánticas y estrategias y las representaciones de resolución de problema con estructura aditiva, permite conocer qué tanto se ha abordado el tema a nivel nacional y en otros países, pero, además son pautas para orientar el presente trabajo.

Esta sesión es de vital importancia porque se centra en la revisión de los hallazgos destacados afines con el tema de interés. A continuación, se describirán brevemente cada uno de los estudios realizados.

Díaz, J. (2004), enfocó su estudio en el análisis del nivel de abstracción de los problemas aritméticos en alumnos en edades entre 6 y 8 años, desde grado 1° hasta el grado 4°. El 50% de ellos urbanos y el otro 50% rurales de un estado de México. La investigación se realizó para observar el patrón evolutivo que tienen los niños de distintos contextos socioculturales en la solución de problemas de cambio en aumento y en disminución. Este análisis, lo llevó a determinar la diferencia

de rendimiento y las estrategias empleadas por los estudiantes para la resolución de problemas según el contexto.

Para esto tomó como referentes teóricos Vergnaud (1982), Carpenter y Moser (1982), Riley y Greeno (1983) y Bermejo y otros (1998). El autor centró su investigación en la representación de gráficos y/o jeroglíficos, el uso de algoritmos e implementó situaciones problema con materiales concretos, dibujos, algoritmos y problemas verbales, para analizar el grado de abstracción en la resolución de problemas con categoría semántica de cambio. Según el autor, se generó un avance global en el nivel de abstracción, la presencia de ayudas gráficas y pictóricas son aspectos que favorecieron la obtención de mejores resultados por parte de estudiantes en cualquier contexto sociocultural.

En este mismo sentido, y haciendo énfasis en las dificultades asociadas al proceso de resolución de problemas con estructura aditiva, para Bermejo, Lago, & Rodríguez, (1998) citado por Díaz, J. (2004), afirman que, “para los estudiantes los problemas de categoría de Cambio fueron más fáciles de resolver; seguidos, por los problemas de Combinación, después, los de Igualación y, finalmente, los problemas de Comparación” (p. 13). El autor, además refiere que algunas dificultades también radican en factores como: la ubicación de la incógnita (canónica o no canónica), el tamaño de las cantidades propuestas y la presencia o no de ayudas (gráficos, imágenes y/o símbolos). El lugar que ocupa la incógnita en los problemas de categorías semánticas de Cambio y de Combinación, crea en los estudiantes un mayor nivel de dificultad cuando se desconoce el primer término, seguido, cuando se desconoce en el segundo y es de menor dificultad, cuando se desconoce es el resultado o el total.

El autor concluye en su estudio que los estudiantes de la zona rural consiguen mejor rendimiento en los problemas verbales que en los algoritmos; para resolver problemas de categoría de cambio, utilizaron modelados directos y estrategia de conteo en problemas que requiere la sustracción. Y representaron los problemas haciendo uso de la manipulación (uso dedos) y de la estrategia de quitar. Esta estrategia que se utilizó de modo semejante durante el 4° grado de la zona rural, mientras que los de la zona urbana solo hasta el grado 2°. Un hallazgo importante, se proyecta desde la práctica de aula, se evidencia un proceso anacrónico entre la planificación de la enseñanza formal y el desarrollo del conocimiento matemático infantil.

Otro aporte sustancial lo presenta Martínez M., (2012), quien realiza un tratado sobre la resolución de problemas y las representaciones infantiles con tareas específicas de categorías semántica de cambio y de combinación con 10 estudiantes de 2° grado de primaria de una escuela de distrito federal de México. Esta se realiza, después de identificar dificultades para comprender y resolver problemas con estructura aditiva por parte de los estudiantes. Este tratado se realiza con el objetivo de investigar el proceso de resolución de problemas aditivos y las competencias matemáticas que desarrollan los niños; así mismo, para verificar la viabilidad de una secuencia didáctica que integra tipos y sub-tipos de problemas aditivos; basados en los siguientes referentes teóricos Vergnaud (1991), Puig & Cerdán, (1989), Castro, Rico & Castro (1995), Maza (1999) y Bermejo (2004).

A partir del estudio, la autora considera que los niños elaboran sus ideas intuitivas sobre el sistema de numeración decimal – indo- arábigo; además, son capaces de resolver diferentes tipos y subtipos de problemas aditivos y desarrollan competencias para comprender los problemas antes de adquirir reglas formales de resolución de problemas con estructura que se imparte en el aula.

Esta autora menciona, que la propuesta de enseñanza empleada permitió identificar en los estudiantes dificultades relacionadas con la escritura de los números. Como también que, el tamaño de los números es un factor importante de dificultad, es decir, entre más grande sea la cifra del número, es más difícil la resolución del problema. En la sentencia semántica de cambio con uno de los estados desconocido, los estudiantes solían usar el algoritmo equivocado, o reconocían las cantidades y utilizaban el algoritmo adecuado, pero realizaban el proceso de forma incorrecta.

Al igual que Díaz, J. (2004), la autora considera razonable, que los profesores deben conocer los diferentes tipos y subtipos de problemas aditivos, las estructuras sintácticas y semánticas de los mismos; y las diferentes estrategias que utilizan los niños al resolver problemas de acuerdo con el modelo semántico.

Ayllón, M., Castro, E. y Molina, M. (2010) describen y analizan el conocimiento aritmético informal puesto de manifiesto por una pareja de alumnos (6-7 años) sobre la invención y resolución de problemas. La raíz de esta propuesta se centra en las investigaciones de Piaget y sus colaboradores, *“en lo que los niños no eran capaces de hacer”*.

Uno de los resultados que se obtuvo de esta investigación es que resulta más fácil para los niños resolver problemas de tipo cambio y combinación cuando el resultado es desconocido ($a + b = ?$ / $a -$

$b = ?$). Y les resulta más difícil resolver esos tipos de problemas cuando la incógnita se ubica en uno de los sumandos u ocupa una de las cantidades antes del signo igual; otra de las variables que presenta dificultad para este autor, es cuando el rango numérico es alto, y/o cuando hay ausencia de palabras claves.

Un hallazgo adicional en esta propuesta investigativa, es que los estudiantes durante su proceso de resolución de problemas, ponen en manifiesto un conocimiento informal mediado por la creación, evocaban estimaciones y justificaciones de las posibles respuestas relacionándolos con situaciones de la vida real.

Los autores concluyeron que, los estudiantes poseen sus propias ideas, métodos, pautas y pasos inventados para resolver problemas matemáticos; son seres que poseen una curiosidad interna por conocer todo lo que los rodea; se entusiasman por las cosas que descubren y son de su interés; le dan sentido a los problemas y llegan a hablar de números cuya magnitud que aún no manejan.

Ahora, centraremos un poco la atención en los diseños experimentales que suelen también cambiar las prácticas pedagógicas. Se ha podido identificar la tecnología como una metodología para el aprendizaje, para Ledesma, M. y Secades, V. (2012), con su investigación sobre la clasificación de Problemas Aritméticos según su estructura semántica y cómo puede abordarse desde una metodología innovadora basada en la utilización de la tecnología del aprendizaje y la comunicación, cuyo objetivo principal es elaborar un programa informativo, que desarrolle la capacidad matemática a través de la resolución de problemas aritméticos en función de categorías semánticas; dirigido a una población infantil de 483 estudiantes en edades de 6 a 10 años en centros educativos en España. Este autor fundamenta su trabajo en los postulados de Castro, M. (2008).

Dicha intervención tiene el fin de proporcionar una herramienta de aplicación didáctica específica de la resolución de problemas aritméticos en el aula, a la luz de optimizar el aprendizaje a través del uso de TICS. En término general, se obtuvo mejores resultados por parte de los alumnos en las diversas categorías semánticas, fue una alternativa para comparar la metodología tradicional con los textos.

El rastreo bibliográfico hasta el momento revela que los problemas más fáciles de resolver son los problemas de categoría de cambio. Ello se debe a que estos tipos de problemas llevan al estudiante hacer alguna acción de aumento o disminución sobre la cantidad inicial. Hasta aquí, las dificultades

presentes durante el proceso de resolución por parte de los estudiantes es lo esperado según la documentación, pues las dificultades atañen a aspectos sintácticos y semánticos. Pero, ¿qué pasa cuando el estudiante es quien presenta alguna necesidad educativa especial de aprendizaje? En efecto, el grupo de estudio de cognición de la Universidad del Valle y el grupo psicología en Educación de la Universidad Cooperativa de Colombia (2011), desarrolló una investigación en el que se exploró el aprendizaje de conceptos y procedimientos matemáticos con estudiantes sordos. Se apoyaron de referentes teóricos postulados por Maza (1989), Vergnaud y Duran (1976) y Castro, Rico y Castro (1999).

A través de este estudio, Guerrero, D., Bedoya, N. y Medina, D. (2011), describen la naturaleza de aprendizaje de los niños y las cinco etapas de proceso de aprendizaje de las operaciones aritméticas (1, las acciones y transformaciones; 2, el uso de modelos; 3, la simbolización; relaciones entre hecho numérico y tabla y 5, la realización de cálculo).

Los autores aplicaron un diseño cuasi experimental a través de tareas de comprensión numérica y suma de numerales verbales o Lengua de Señas Colombianas de forma individual a niños sordos y oyentes de 11 años en promedio de edad y que cursaban el grado 3° de una Institución Educativa de la ciudad de Cali y analizaron la forma como los niños sordos afrontan el aprendizaje y la comprensión de la composición aditiva; y los tipos estrategias utilizadas por niños sordos y oyentes al solucionar un problema aditivo

Las tareas fueron empleadas en LSC (Lenguas de Señas Colombiana), y los resultados mostraron que no todas las tareas entrañen el mismo nivel de dificultad, siendo posible observar, analizar y describir los desempeños y progresivos en la resolución de problemas por parte de niños sordos. Finalmente, unas de las conclusiones que aportan los autores es que, en las tareas de suma el logro es similar entre los niños sordos y los niños oyentes. Los niños sordos presentan facilidad para resolver sumas cuando el rango numérico está compuesto por 5 como uno de sus términos, haciendo uso con mayor frecuencia la estrategia de conteo más avanzada.

Haciendo un balance general de los antecedentes hasta aquí expuestos, se evidencian las distintas problemáticas alrededor de la resolución de problemas con estructura aditiva y muestra que es importante tenerlos en cuenta para orientar ciertas situaciones en el aula y evitar algunos errores u obstáculos frecuentes. Los antecedentes permiten también conocer que esta es una problemática común en muchos contextos y lugares, y que es necesario que un profesor los asuma como referencia para reformular ciertas prácticas en el aula. De igual manera, se describen las estrategias y

representaciones más utilizadas por ellos, para resolverlos. Estos estudios indican que la presencia de objetos concretos o dibujos y la reformulación de los problemas pueden ser insumos importantes para el diseño de la propuesta de aula de este pensado en este trabajo de grado.

1.5.Marco Contextual

El corregimiento San Juan de Barragán conforma una región ubicada en el sector más oriental del municipio de Tuluá del departamento del Valle del Cauca sobre la cordillera central, propiamente en el páramo de Barragán en límites con el departamento del Tolima. Es una zona de alta montaña piso térmico páramo y se ubica en una altura que oscila entre los 2970 y 4200 mts sobre el nivel del mar, la distancia entre el corregimiento de Barragán y zona urbana de Tuluá es de 70 Kms por carretera destapada. En la actualidad, esta importante región está rodeada por otras regiones, de las cuales recibe influencia para su desarrollo económico como lo son: Sevilla al norte, Puerto Frazadas al occidente, Jicaramata al sur y el departamento del Tolima al oriente. Esta posición socio-geográfica de alta montaña hace que la región disfrute de una economía agropecuaria caracterizada por la ganadería extensiva y de productos típicos como la papa, el trigo, la cebada, la cebolla, la mora, la zanahoria, fresa y la curuba, propios del clima frío. Todos ellos primordiales para el abastecimiento de alimentos a los centros urbanos de su influencia, lo que hace de esta zona del país una de las más ricas y fértiles, y también en la que se goza de un buen ambiente natural libre de contaminación.

La institución, en el Corregimiento de Barragán data aproximadamente desde 1.930 pero no se encuentran documentos de ningún tipo que afirmen esta fecha. Actualmente, cuenta con siete sedes que permiten una educación asequible a todos los educandos del corregimiento. En la sede Central se concentra la mayoría de los docentes y se brinda educación preescolar, primaria y secundaria, y las sedes son **San Francisco, La Estrella, Batallón Palacé, Presbítero Lázaro Salas, Colonia de Bengala, y José de Jesús Guarín.**

La I.E. cuenta con un total de **307** estudiantes incluyendo todas las sedes. Se encuentra inscrita en Jornada Única, tiene convenio con el SENA⁵, con la Fundación Páramo y Frailejones, con la Universidad Central del Valle (UCEVA) bajo la proyección de ser una I. E. con calidad, satisfaciendo las necesidades del entorno con una oferta educativa en bachillerato técnico en

⁵ **SENA:** Servicio Nacional de Aprendizaje

producción agropecuaria, garantizando la obtención de alimentos sanos y proyectos sostenibles, contribuyendo así al mejoramiento de la calidad de vida de los pobladores de la comunidad.

Para el grado segundo se tiene como competencia la capacidad para interpretar, comprender, justificar y resolver problemas con estructura aditivas con base aspectos cotidianos, en el que se aprovecha las características propias de la región; trabajando en forma ordenada y con procesos coherentes a través del juego como estrategia de enseñanza y de aprendizaje.

Capítulo 2: Marco Teórico de Referencia

En el presente apartado se explicitan los principales referentes teóricos que fundamentan este estudio, el cual se aborda dos perspectivas; la didáctica que permite estudiar los problemas con estructura aditiva y la curricular, que permite revisar las propuestas del MEN en contraste con los referentes didácticos en torno a la estructura aditiva. Finalmente, en este apartado se evidenciará las posibles articulaciones entre las dos perspectivas mencionadas.

2.1. Perspectiva Didáctica

Esta perspectiva se centra en la resolución de problemas con estructura aditiva y se sustenta bajo los siguientes planteamientos: problemas aritméticos y las categorías semánticas desde la posición de Puig & Cerdán (1998); estrategias de resolución de problemas y formas de representación tomadas de Maza, C. (1999), y finalmente, el papel del juego en la enseñanza de las matemáticas propuesto por Belmonte, J. M. (2005).

El eje central de este trabajo de grado está dado por problemas con estructura aditiva presentados a estudiantes de 2° grado de una I.E. de la zona rural. Se sabe que existen numerosas investigaciones en educación matemática que han permitido poner en evidencia los procesos de resolución por parte de los estudiantes y existen, además propuestas didácticas elaboradas a partir de dichas investigaciones. Una revisión bibliográfica sobre la resolución de problemas en este nivel educativo permite comprender la complejidad de dicho proceso por parte de los educandos y conocer los errores que se presentan en el proceso de enseñanza de problemas con estructura aditiva.

Antes de profundizar en los planteamientos que hacen referencia a la resolución de problemas con estructura aditiva, resulta oportuno tener claro el significado de los siguientes términos: *Estructura aditiva* y *Problemas Aditivos*:

Estructura aditiva

Vergnaud (1991, P.), define *estructura aditiva*, como la relación entre los datos presentes en las situaciones problema formada solamente por la adición o la sustracción.

Por su parte, Puig L. y Cerdán, F. (1989), la denomina como Problemas Aritméticos Elementales Verbales en el que se pueden distinguir dos partes, la parte informativa y la pregunta del problema.

Según Nersher y Hershkovitz (1991), citado por Frías, A. y Castro, E, (2007) en estos problemas interviene una relación ternaria, en la que se distinguen tres componentes relacionadas, dos de ellas que suministran información en forma de datos y un componente en forma de pregunta.

Finalmente, Castro, Rico y Castro (1999), expresan que la suma y la resta son representaciones de las estructuras aditivas.

Problemas aditivos

Para Vergnaud, G. (1991), los problemas de tipo aditivo son aquellos que se solucionan por medio de la adición o sustracción. Por otro lado, Puig, L. y Cerdán F. (1988), “expresan que son problemas de encontrar, donde se pide que, bajo ciertas condiciones, se determine una cantidad a partir de otras que se proporcionan y que, por tanto, son conocidas” (P. 2). Castro, Rico, & Castro, (1995), consideran que un problema es toda “situación que entrañe una meta a lograr y en donde casi siempre existirá un obstáculo para alcanzar dicha meta, que requieren técnicas matemáticas para su resolución, y se resuelve con una operación de suma o de resta”. (P. 36)

Sobre la base de las consideraciones anteriores, es oportuno aclarar que siendo la resolución de problemas con estructura aditiva el objeto matemático de interés para este trabajo de grado, se entenderá por problemas aritméticos escolares y por estructura aditiva, de *Categoría de Cambio y de Combinación*, los propuestos por Puig & Cerdán (1988) que a continuación se describen.

2.1.1. Problemas Aritméticos Escolares.

Puig, L. y Cerdán, F. (1988), realizan una clasificación y estructuración de los problemas aritméticos de enunciado verbal; además caracterizan las estrategias de resolución utilizadas por los

estudiantes. Como lo afirman estos autores, en problemas aritméticos los datos que se proporcionan son cantidades que expresan una relación y se averigua otra cantidad. Según sea la estructura de los problemas, estos pueden ser de una etapa que implica el uso de una operación para hallar el dato por el que se indaga, o de más de una etapa que involucra varias operaciones para alcanzar la solución.

A continuación, se presenta un ejemplo de problemas de una etapa y uno de más de una etapa:

- *Estructura de los problemas de una etapa:*

En estos tipos de problemas se distinguen dos partes: la parte de la información que se proporciona como datos y la pregunta del problema. Se determina una cantidad a partir de otras dos que se proporcionan y por ende son conocidas. Para alcanzar la solución, se realiza una operación aritmética ya sea aditiva o sustractiva, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Juan tenía 15 carros y pierde 11, ¿Cuántos carros tiene Juan?

$$15 - 11 = \text{¿?} \quad / \quad 15 - 11 = 4$$

En el anterior ejemplo la resta fue la única operación aritmética utilizada.

- *Estructura de los Problemas de más de una etapa:*

Para resolver estos tipos de problemas se requiere de la combinación de varias operaciones aritméticas y en los enunciados se distinguen más de dos partes.

Ejemplo:

Carlos lleva a la escuela 24 bombones, en la mañana reparte entre sus compañeros 12 bombones y en la tarde 9, ¿Cuántos bombones le quedan?

$$\text{En la mañana: } 24 - 12 = 12 / \quad \text{En la tarde: } 12 - 9 = 3$$

Para resolver el anterior ejercicio se hace uso de dos operaciones aritméticas, en este caso dos veces la sustracción. Siguiendo los fines propuestos este estudio, se centrará en los tipos de problemas de una etapa.

Puig y Cerdán (1988), también manifiestan que en los problemas de estructura aditiva se distinguen dos tipos de palabras; las palabras que juegan un papel importante y las palabras que no. No obstante, es posible encontrar, que las palabras que no juegan un papel en el enunciado son trascendentales y familiares para los estudiantes y les permiten comprender el problema.

Las que juegan un papel importante en el enunciado es aquel grupo de palabras que expresan una relación entre los datos que se proporcionan en el problema, es decir, establecen la conexión entre la incógnita y los datos que se hallan en los enunciados. Estas se denominan *Palabras Claves*, algunas de ellas son propias de la terminología matemática como son: unir, llenar, agrupar, coger, tomar, entre otras, para sumar, y robar, quitar, alejar, dar, perder, coger, tomar, ir, descontar, entre otras, para restar. Estas palabras suelen ser suficiente para decidir la operación que hay que realizar para resolver el problema. (Puig & Cerdán, 1988).

Con respecto al tema abordado, Castro, E. Rico, L. y Gil, F. (1992), manifiestan que las “palabras claves” son pistas que asocian de manera adecuada las variables que conforman el enunciado y tienen influencia decisiva en la elección de la operación con la que se solucionará el problema verbal.

Nesher, (1982), citado por Puig y Cerdán, (1988), distingue en los Problemas Aritméticos de enunciado verbal tres componentes:

- Componente Sintáctico, que se refiere a la estructura del problema;
- Estructura Lógica, hace referencia a las tres proposiciones del problema o enunciado: dos en la parte de la información y una tercera que es la pregunta; ejemplo: $a + b = \text{¿?}$, $a - b = \text{¿?}$ y
- Finalmente, el componente Semántico, que se refiere a la naturaleza y el sentido del texto como un todo. Se analiza las relaciones lógicas entre las tres proposiciones básicas del problema y la relación entre las oraciones del texto.

Desde el punto de vista *semántico*, Puig, L y Cerdán, F. (1988) han clasificado los Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal en cuatro grandes categorías: *Cambio*, *Combinación*, *Comparación e Igualación*. En cada uno de los enunciados, la información tiene carácter cuantitativo, para su solución se requiere que los estudiantes comprendan el problema, identifiquen la información, utilicen algoritmos, recuerden situaciones previas y elijan las estrategias que se consideren son las acertadas o pertinentes.

2.1.2. Categorías Semánticas.

Lo que sigue son las categorías semánticas propuestas por Puig & Cerdán, (1988).

Problemas de Comparar: Esta categoría se presenta en aquellas situaciones en las que el problema muestra una comparación o relación entre dos cantidades que pueden establecerse en más o en menos. En estos tipos de problemas se distinguen tres cantidades que pertenecen al esquema de referencia-comparada-diferencia. Se distinguen 6 subcategorías dependiendo del lugar que ocupa la incógnita.

Algunos ejemplos:

- María tiene 8 muñecas y Ana tiene 5, ¿Cuántas muñecas tiene María más que Ana?
- María tiene 8 muñecas y Ana tiene 5, ¿Cuántas muñecas tiene Ana menos que María?

Problemas de Igualación: Esta categoría se presenta en aquellas situaciones en las que el problema muestra una igualación entre dos cantidades que pueden establecerse en más o en menos. En estos tipos de problemas se distinguen tres cantidades que pertenecen al esquema de referencia-comparada-diferencia. Igual que la anterior categoría esta también presenta seis subcategorías dependiendo del lugar en el que se encuentre la incógnita.

Algunos ejemplos:

- María tiene 5 muñecas y Ana tiene 8, ¿Cuántas muñecas tiene que comprar María para tener tantos como Ana?
- María tiene 8 muñecas en su cuarto y Ana tiene 5 muñecas en el suyo, ¿Cuántas muñecas tiene que sacar María para tener tantos como Ana?

Problemas de Cambio: Esta categoría se presenta en aquellas situaciones en las que se establece en una secuencia temporal de sucesos para obtener una cantidad final. En estos tipos de problemas se conoce la cantidad inicial que es sometida a una acción o sobre la cual se produce un cambio que pueden aumentar (+) o disminuir (-). Conciernen al esquema de Cantidad inicial-cambio-Cantidad final. Se encuentran seis tipos de problemas diferentes según sea el cambio, tres en aumento y tres en disminución.

A continuación, en la siguiente Tabla, la letra “d” representa las cantidades que se proporcionan y la letra “i” representa la incógnita. Adicionalmente, se muestra si se resuelve con una adición (crece) o sustracción (decrece).

Tabla 3: Categoría de Cambio y subcategorías.

Subcategorías de cambios						
		Inicial	Cambio	Final	Crece	Decrece
Cambio 1	$a + b = ?$	d	d	i	*	
Cambio 2	$a - b = ?$	d	d	i		*
Cambio 3	$a + ? = c$	d	i	d	*	
Cambio 4	$a - ? = c$	d	i	d		*
Cambio 5	$? + b = c$	i	d	d	*	
Cambio 6	$? - b = c$	i	d	d		*

Tomado de Puig, L. y Cerdán F. (1988). Problemas aritméticos escolares.

Ejemplo:

Cambio 1: Camila tenía 7 estampillas, y su papá le regaló 5 más, ¿Cuántas estampillas tiene ahora? $7 + 5 = ?$ / $7 + 5 = 12$

Cambio 2: Camila tenía 7 estampillas, le regaló 5 a su hermana, ¿Cuántas estampillas le quedaron? $7 - 5 = ?$ / $7 - 5 = 2$

Cambio 3: Camila tenía 8 flores. Su mamá le dio algunas y ahora tiene 17, ¿Cuántas flores le dieron a Camila? $8 + ? = 17$ / $8 + 9 = 17$

Cambio 4: Camila tenía 17 flores y le dio algunas a su mamá, ahora tiene 8, ¿Cuántas flores le dio Camila a la mamá? $17 - ? = 8$ / $17 - 9 = 8$

Cambio 5: Julia tenía algunas muñecas, su abuela le regaló 6 más y completó 14, ¿Cuántas muñecas tenía antes? $? + 6 = 14$ / $8 + 6 = 14$

Cambio 6: Julia tenía algunas muñecas, y le regaló 3 a su hermana menor y ahora tiene 7, ¿Cuántas muñecas tenía antes? $? - 3 = 7$ / $10 - 3 = 7$

Problemas de Combinar: Esta categoría se presenta en aquellas situaciones problema en la que se pregunta por el todo o por una de las partes. En estos tipos de problemas se distinguen solo dos

posibles problemas y se resuelve mediante una adición (+) o una sustracción (-). Se atañe al esquema de parte-parte-todo. En esta categoría, las dos cantidades se unen, se componen y se combinan para dar lugar al todo. Una cantidad no opera sobre la otra, ni se genera cambios.

En la tabla que prosigue, la letra “d” representa las cantidades que se proporcionan y con la letra “i” se representa las incógnitas.

Tabla 4: Categoría de Combinación y Subcategoría.

Subcategorías de combinar				
		Parte	Parte	Todo
Combinar 1	$a + b = ?$	d	d	i
Combinar 2	$a + ? = c$	d	i	d

Tomado de Puig, L. y Cerdán F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*.

Ejemplo:

Combinación 1: Hay 9 niños y 7 niñas jugando en el parque de la escuela, ¿Cuántos estudiantes hay? $9 + 7 = \text{¿?}$ / $9 + 7 = 16$

Combinación 2: En el parque de la escuela hay 16 estudiantes jugando, 9 de ellos son niños, ¿Cuántas son niñas? $9 + \text{¿?} = 16$ / $9 + 7 = 16$

Es necesario precisar que, en efecto de dar cumplimiento a los propósitos planteados en este trabajo de grado, en la siguiente tabla se presenta una situación problema con estructura aditiva, en la que se proporciona el mismo valor como cantidades. Esto con el fin de caracterizar y distinguir las diferencias que conciernen a las categorías semánticas de combinar y cambio.

Tabla 5: Diferencia de categoría de Combinar y de Cambio.

	Categoría de Combinar	Categoría de Cambio
Pregunta	En un salón de clases hay 8 niñas y 9 niños. ¿Cuántos estudiantes hay en total?	Juan tiene 8 carros de juguete y su papá le regala 9. ¿Cuántos carros tiene en total?
Esquema	parte – parte – todo	estado-transformación-estado
Solución	$8 + 9 = \text{¿?}$	$8 + 9 = \text{¿?}$
Algoritmo	Adición	Adición
Explicación	El número 9 no opera sobre el número 8, al igual que número 8 no opera sobre el número 9. En otras	

palabras, estos datos no cambian o no se transforman al ser unidad.

En esta categoría, el 9 y el 8 son medidas y expresa la unión de estas dos cantidades o colecciones.

La transformación presenta una acción sobre uno de los estados produciendo una variación aumentándolo.

En este problema el número 9 representa la medida y el 8 estado inicial, pero sobre el 8 se efectúa una transformación, es decir, el estado inicial registra un cambio o variación debido a una acción experimentada por la transformación. El estado final se obtiene de la adición entre los números 8 y el 9. El 9 tuvo un lugar en el tiempo y el número 8 carros dejará de ser de esta cantidad a pasar a ser 17 carros.

Ejemplo de elaboración propia, para especificar la diferencia entre estas dos categorías (Combinar y Cambio)

A los problemas suscitados por situaciones de rutinas o cotidianas, yacen intrínsecamente niveles de dificultad para su resolución. Los estudiantes al enfrentarse a ellos ponen en juego habilidades y destrezas que los llevan a desarrollar estrategias de resoluciones estructuradas y pertinentes que les permiten hallar la información solicitada en los enunciados problemas. Es necesario entonces, que los educandos lean y comprendan los enunciados, identifiquen los datos, solucionen y revisen los resultados a modo de verificación.

Puig, L & Cerdán, F, (1988), distinguen y proponen las siguientes fases para resolver situaciones problema con estructura aditiva, adaptadas del modelo propuesto por Polya:

Fase 1: Lectura: La lectura de los enunciados inicialmente va dirigida por el maestro quien orienta la comprensión del problema por medio de preguntas.

Fase 2: Comprensión: Hace referencia al análisis de los datos (números, símbolos o palabras), a la identificación de datos necesarios y datos innecesarios; a la posición ocupada por la incógnita; a la información si está es contextualizada o no. El estudiante debe establecer una conexión entre los datos o información proporcionada.

Fase 3: Traducción: Esta fase consiste en la elección de la única operación aritmética (adición o sustracción). Es la toma de decisión acerca de la operación que es preciso realizar, respondiendo a las siguientes tres componentes: qué operaciones hay que realizar, entre qué datos, y en qué orden.

Fase 4: Cálculo: Corresponde a la fase ejecución del plan, es la búsqueda de la obtención de la solución a través del cálculo mental ejercida por el estudiante. En esta fase es útil el significado que tiene el algoritmo a utilizar y el uso de hechos recuperado desde la memoria.

Fase 5: Solución: Es la certeza de los procedimientos realizados. Puede ser escrita u oral.

Fase 6: Revisión - Comprobación: Es el análisis de los resultados, es la verificación de lo planteado en la solución

Los autores consideran que los problemas verbales que son presentados por medio de garabatos, dibujos o material concreto son más sencillos para resolver para los primeros niveles de escolaridad. En cuanto al enunciado verbal, la extensión de la pregunta es una fuente de dificultad dependiendo de la categoría semántica que atañe al problema, al igual que al tamaño de los números.

Los problemas de situaciones aditivas expresan contenidos simbólicos que indican una operación aritmética. En efecto, estos tipos de problemas modelan situaciones de la vida cotidiana y las complejidades que se presentan en ellos varían en función de las experiencias de los estudiantes; se espera entonces, que ellos razonen, hagan uso de diferentes estrategias y representaciones de resolución y, elijan el algoritmo pertinente para llegar a la solución. Se hace necesario que en el aula se emprendan momentos pedagógicos en el marco de situaciones problema con estructura aditiva, que les permita a los estudiantes comprender el enunciado, identificar los números en razón de cantidad, tamaño y en sus diferentes cifras, conjeturen, verifiquen y argumenten su proceso de resolución (MEN, 1998).

2.1.3. Estrategias de resolución de problemas aditivos.

Más allá de dar cumplimiento como un eje temático curricular, la resolución de problemas debe orientarse como un vehículo transcendental e inherente al proceso de la enseñanza y del aprendizaje. Poner en el escenario educativo propuestas de aula en torno a la resolución de situaciones problema permite al estudiante contextualizar, representar, comprender y construir pensamiento matemático desde situaciones de su propia realidad.

De acuerdo con Chamorro, M. y Vecino, F. (2005) los maestros deben experimentar cambios en sus prácticas pedagógicas y enfrentarse al reto de elaboración y proposición de problemas, priorizando considerablemente el diseño y el desarrollo de tareas de situaciones problema con estructura aditiva. Donde se le dé importancia al nivel mental de los estudiantes para ejercer procesos mentales y razonamientos que se ve reflejado en la predicción de la solución (formulen conjeturas), en la creación de estrategias de resolución, en la relación entre el contexto del problema planteado con el cálculo necesario a utilizar.

En relación con lo dicho en el anterior párrafo, los autores también plantean que una estrategia de resolución es la construcción de procedimientos para realizar tareas encomendadas. Estos procedimientos se generan en la mente del niño, no son visible ante el agente educador, sin embargo, se convierten observable cuando el estudiante puede producir palabras, realizar dibujos, gestos corporales, conteo, uso de objetos y operaciones aritméticos.

Maza, C. (1999) afirma, que los niños desde muy temprana edad, antes de dar inicio al proceso formal de educación escolar, son capaces de enfrentarse a diversas situaciones problema y para su solución generan numerosas estrategias informales de resolución. Los estudiantes aplican una amplia gama de estrategias a partir de su matemática intuitiva, que desempeñan un papel trascendental para analizar y resolver problemas sencillos de adición y sustracción (Baroody, 2000), cuyas estrategias van evolucionando, inicialmente, desarrollan estrategias de conteo apoyado de una dependencia de objetos y representa con los dedos lo que se expresa en los problemas, siempre y cuando los resultados no excedan la decena, siendo más fácilmente representados a través de la extensión de los dedos. Si los números se exceden de la decena, los estudiantes, recurren a otros procedimientos, como es el caso de registros escritos elementales tales como: marcas escritas, realización de dibujos o gráfica que se constituye una ayuda externa a la memoria.

En la medida que el estudiante va avanzando de nivel educativo, las estrategias van progresando, pasan del apoyo de elementos tangibles a la representación gráfica de conjuntos (dibujos de palitos, bolitas o puntos para representar los números y luego contar todo) hacia el uso del conteo mental y de palabras numéricas. Según Chamorro, (2005) “Los niños mayores, de 3° o 4° de educación primaria, cambian de estrategia del conteo por la recuperación de hechos numéricos archivados en la memoria a largo plazo, razón por la que resuelve de manera más rápida y segura” (p. 228).

Puede afirmarse que para que un estudiante genere estrategias de resolución ha tenido que experimentar situaciones que impliquen el uso de la suma y la resta como operaciones para realizar la unión o la diferencia entre dos conjuntos. De igual modo, se hace necesario que hayan desarrollado algunas habilidades de conteo.

En efecto, los métodos empleados espontáneamente por los estudiantes para resolver un problema están supeditados a la estructura semántica del mismo; algunos usan el conteo cuando los objetos se

presentan visualmente, otros, emplean los dedos para representar el objeto visto y otros cuentan en voz alta. En seguida, se muestran algunas estrategias de resolución de problemas con estructura aditiva.

Tabla 6: Estrategias de resolución para sumar y para restar.

Estrategias de resolución	
Para suma	Para resta
Contar todo	Emparejar
Conteo progresivo (contar a partir del primer número)	Quitar
Conteo a partir de cualquier número	Separar
Memorización de hechos numéricos	Añadir objeto
	Uso de conteo regresivo
	Memorización de hechos numéricos

2.1.3.1. Estrategias Aditivas.

Contar todo: ya sea con material concreto o con los dedos, los estudiantes representan el primer conjunto o sumando y seguido el segundo, cuentan la unión de los dos conjuntos a partir del primer sumando. Los estudiantes pueden construir la unión física de los conjuntos y suman un conjunto al otro o pueden contar sin juntar físicamente los conjuntos. El primer caso representa mejor la acción de los problemas de juntar, mientras que el segundo, expresa las relaciones estáticas implicadas para los problemas Parte-parte-todo (Díaz, J. & Bermejo, V. 2004). La estrategia contar todo, es más usada para resolver problemas de sentencia de Cambio aumentando y Combinación con final desconocido. (Ver ilustración 3)

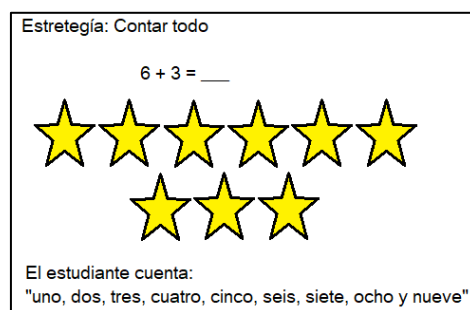


Ilustración 3: Ejemplo de estrategia para sumar- Contar todo. Elaboración propia.

Conteo progresivo: Consiste en contar hacia adelante a partir del sumando mayor, se requiere que el estudiante haya desarrollado habilidades de conteo, emplee un conteo eficiente, secuencia cardinal, correspondencia uno a uno. A menudo, los estudiantes usan el conteo verbal o producen palabras en esta estrategia. Una de las formas es, representar los dos conjuntos e inmediatamente, sin necesidad de juntar, se cuenta a continuación desde del segundo conjunto, es decir, el estudiante inicia contando en sentido creciente a partir del número que va a aumentar.



Ilustración 4: Ejemplo de estrategia para sumar- Conteo progresivo. Elaboración propia.

La categoría semántica de Cambio aumentando con cambio desconocido y combinación con final desconocido pueden ser resueltos con esta estrategia. Es posible observar la estrategia de “Conteo progresivo” que consiste en representar con dedos u objetos, añadir los dedos u objetos hasta la cantidad grande, luego cuenta los dedos extendidos o los objetos añadidos, encontrando así la respuesta. Cuenta a partir del número menor hasta que alcanza el número mayor.

2.1.3.2. Estrategias para Restar:

Emparejamiento: El estudiante representa las colecciones de objetos indicadas en el minuendo y sustraendo o cada uno de los conjuntos. Compara las cantidades estableciendo una correspondencia uno a uno, la respuesta es el número de objetos que no tiene pareja.



Ilustración 5: Ejemplo de estrategia para restar - Emparejar. Elaboración propia.

Quitar: Consiste en representar con los dedos u objetos la cantidad total y, a partir de ella ir quitando objetos o doblando los dedos como lo señala la parte conocida. Los dedos extendidos o los objetos dejados son contados e indicaría la parte desconocida, los estudiantes hacen uso de la estrategia de contar “hacia atrás” o conteo regresivo desde el minuendo hasta el número que se indica en el sustraendo, o “hacia delante” o conteo progresivo desde el sustraendo hasta el número que se indica en el minuendo. Este tipo de estrategia es útil para resolver problemas de categoría semántica de Cambio disminuyendo con final desconocido y Combinación con parte desconocida.

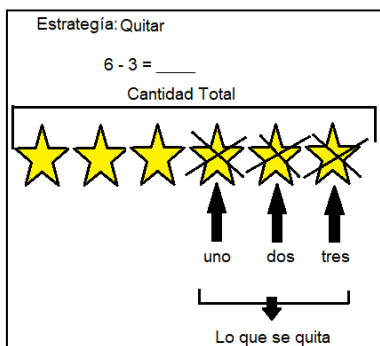


Ilustración 6: Ejemplo de estrategia para restar: Quitar. Elaboración propia.

Separar: El estudiante representa con los objetos la cantidad mayor o conjunto inicial y luego separa de ello la cantidad correspondiente al sustraendo, cuando el conjunto total es desconocido. En el caso de que una de la parte sea desconocida, se separa del conjunto total la parte que es conocida y finalmente, se cuenta los objetos restantes. En esta estrategia se puede hacer uso del conteo progresivo, el cual consiste en contar desde el número que se indica en el sustraendo hasta llegar al minuendo o la cantidad conocida. La categoría de cambio disminuyendo y con cambio desconocido pueden ser resueltos con este tipo de estrategia.

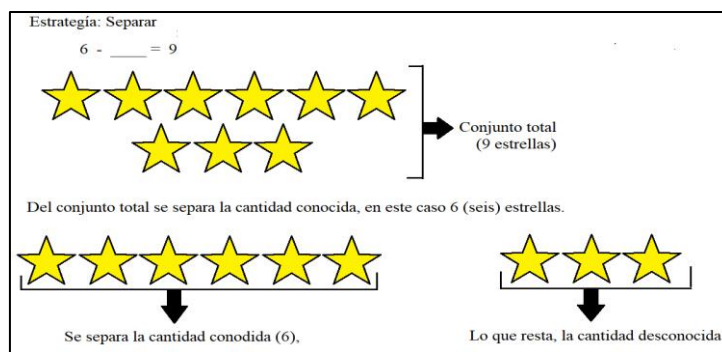


Ilustración 7: Ejemplo de estrategia para restar: Separar. Elaboración propia.

Añadir objetos: El estudiante representa la cantidad de elementos u objetos que se indica en el sustraendo. En seguida, añade tantos elementos u objetos como sea necesario hasta que complete el cardinal que se indica en el minuendo. En el caso de que una de las partes es desconocida, se añade tantos elementos u objetos a partir del cardinal del minuendo, hasta completar el cardinal del conjunto total o la diferencia.

La categoría semántica de combinación con una de las partes reconocida y la de cambio con el total desconocido se pueden resolver a través de la estrategia añadir objetos.

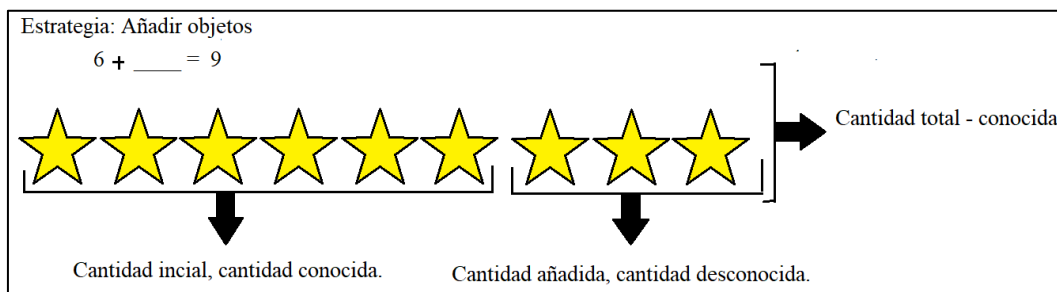


Ilustración 8: Ejemplo de estrategia para restar- Añadir Objeto. Elaboración propia.

Conteo regresivo – a partir del minuendo: El estudiante cuenta hacia atrás (disminuyendo) a partir del minuendo. El conteo se detiene cuando el estudiante verbaliza el número correspondiente al sustraendo.



Ilustración 9: Ejemplo de estrategia para resta. Conteo regresivo. Creación propia.

2.1.3.3. Memorización de hechos numéricos.

En este proceso es necesario darle prioridad a las formas de enseñanza y al conocimiento previo del estudiante. El proceso de memorización de hechos numéricos se refiere al proceso de sumar y de restar relacionándolo con las preferencias cognitivas de los estudiantes cuando los problemas son familiares; “es un método de aprendizaje basado en hechos derivados, consiste en deducir unos resultados a partir de otros anteriormente más sencillos” (Maza, C. 1999).

Los educandos comienzan a dominar las combinaciones numéricas básicas (sumas y restas), recuperan directamente el resultado desde la memoria, su exploración es visual, cuentan y construyen imágenes mentalmente, es decir, los estudiantes no construyen físicamente los conjuntos, sino que hacen uso de sus conocimientos sobre los números y sobre el recuento. Para el maestro resulta difícil determinar cómo un niño sabe cuándo debe parar de contar, por lo que el profesor debe ofrecer posibilidades y situaciones que obliguen al recordar estos tipos de hechos y a la creación de diversas estrategias de resolución.

Seguidamente, se detallan las estrategias usadas por los estudiantes en la resolución de problemas con estructura aditiva en relación con memorización de hechos numéricos:

Dobles: Consiste en la memorización de lo que resulta de la suma de los dobles: $2+2=4$, $5+5=10$, $6+6=12$ y en el caso de la sustracción $4-2=2$, $10-5=5$. Los estudiantes aprenden usualmente estas combinaciones más pronto que iniciar el proceso formal de educación.

Tabla 7: La suma de dobles y la Resta de dobles.

Suma de dobles	Resta de dobles
$1 + 1 = 2$	$1 - 1 = 0$
$2 + 2 = 4$	$2 - 2 = 0$
$3 + 3 = 6$	$3 - 3 = 0$
$4 + 4 = 8$	$4 - 4 = 0$
$5 + 5 = 10$	$5 - 5 = 0$
$6 + 6 = 12$	$6 - 6 = 0$
$7 + 7 = 14$	$7 - 7 = 0$
$8 + 8 = 16$	$8 - 8 = 0$
$9 + 9 = 18$	$9 - 9 = 0$

Tomado de Maza, C. (1999).

Dobles más/ menos uno: Consiste en la memorización de lo que resulta de la suma o de la resta de los dobles cuando uno de los elementos sea el doble más / menos de uno del otro elemento, esta estrategia requiere recordar la combinación del doble y se usa en los problemas de suma o de resta cuando uno de los sumandos es 1 más / menos grande que el otro.

Tabla 8: Doble más uno y Doble menos uno.

Doble más uno	Interpretable	Doble menos uno
2 + 1	$(1 + 1) + 1$	$(2 + 2) - 1$
3 + 2	$(2 + 2) + 1$	$(3 + 3) - 1$
4 + 3	$(3 + 3) + 1$	$(4 + 4) - 1$
5 + 4	$(4 + 4) + 1$	$(5 + 5) - 1$
6 + 5	$(5 + 5) + 1$	$(6 + 6) - 1$
7 + 6	$(6 + 6) + 1$	$(7 + 7) - 1$
8 + 7	$(7 + 7) + 1$	$(8 + 8) - 1$
9 + 8	$(8 + 8) + 1$	$(9 + 9) - 1$

Tomado de Maza, C. (1999).

Por ejemplo: $4 + 3 = 7$ y 7 es el doble de 3 más 1; es decir, $(3 + 3) + 1$

$4 + 3 = 7$ y 7 es el doble de 4 menos 1; es decir, $(4 + 4) - 1$

Doble más / menos dos: Este procedimiento es aplicable en el caso de la adición y consiste en que uno de los elementos sea el doble más / menos dos del otro elemento.

Tabla 9: Doble más dos y Doble menos dos.

Doble más dos	Interpretable	Doble menos dos
5 + 3 =	$(3 + 3) + 2$	$(5 + 5) - 2$
6 + 4 =	$(4 + 4) + 2$	$(6 + 6) - 2$
7 + 5 =	$(5 + 5) + 2$	$(7 + 7) - 2$
8 + 6 =	$(6 + 6) + 2$	$(8 + 8) - 2$
9 + 7 =	$(7 + 7) + 2$	$(9 + 9) - 2$

Tomado de Maza, C. (1999).

Por ejemplo: $6 + 4 = 10$ y 10 es el doble de 4 más 2; es decir, $(4 + 4) + 2$

$6 + 4 = 10$ y 10 es el doble de 6 menos 2; es decir, $(6 + 6) - 2$

Díaz, J. (2004), afirma que existen dos tipos de estrategias: *Hechos conocidos* y *hechos derivados*. La primera alude a que los estudiantes suelen recuperar de la memoria el resultado de la suma y de la resta, y la segunda, parte de una serie de hechos conocidos que se basa usualmente en números dobles.

2.1.3.4. Compensación.

Es un proceso más elaborado, para ello se requiere que los estudiantes hayan construido conocimientos matemáticos, dado que esto involucra la relación mental entre los objetos de enseñanza, es decir, la relación existente entre los números y las operaciones a utilizar; la relación entre los materiales manipulativos y las preguntas orientadoras; la comprensión y relaciones del enunciado son situaciones de la vida cotidiana. Este procedimiento consiste en la comprensión de que el aumento de un conjunto viene de la disminución de otro.

Tabla 10: Estrategia de resolución - Compensación.

Compensación	Interpretación	O como
$5 + 3 =$	$(5 - 1) + (3 + 1)$	$4 + 4$
$6 + 4 =$	$(6 - 1) + (4 + 1)$	$5 + 5$
$7 + 5 =$	$(7 - 1) + (5 + 1)$	$6 + 6$

Tomado de Maza, C. (1999).

Ejemplo: $5 + 3 = 8$ y 8 es 5 -1 = 4 y $3 + 1 = 4$, es decir $4 + 4$

Inversión de la suma: En el uso de este procedimiento es necesario que el niño haya comprendido y alcanzado niveles de conocimientos suficientes. Es necesario la memorización de algunos aspectos como la asociación entre la suma y la resta como operaciones inversas. Este procedimiento se ejerce de manera verbal o mental.

Los maestros deben reconocer los procedimientos que los estudiantes emplean o ponen en acción para resolver problemas aditivos, esto es un indicador para comprender cómo ellos aprenden matemáticas y el conocimiento que ponen en función cuando emplean las estrategias.

2.1.4. La Representación en la resolución de problemas aditivos.

Algunas investigaciones han confirmado que los estudiantes desarrollan niveles evolutivos en el cálculo para resolver problemas y dentro de este proceso evolutivo, ellos representan las situaciones de adición y de sustracción. De acuerdo con Maza, C. (1999), se distinguen dos grupos de representación: *representación icónica* y *representación simbólica*, que, a su vez estas dos representaciones se encuentran subdivididas en otras representaciones más.

En la *Representación icónica*, se distinguen dos formas de representación: *Manipulativa* y *Gráfica*. Y en la *Representación Simbólica*, se distinguen tres formas de representación: *Verbales informales*, *Verbales formales* y *numéricas*.

2.1.4.1. Representación icónica.

Este tipo de representación alude a las imágenes que se crean en la mente (imaginación de los objetos que se proporcionan en el enunciado problema), al proceso lingüístico (verbalización o comunicación), a la interacción visual y manipulativa generado por los estudiantes para exteriorizar la comprensión y el proceso de resolución de problemas.

La representación icónica, invoca la elección y aplicación de una estrategia de resolución adecuada y ajustada a los datos proporcionados en la situación problema. En este tipo de representación se distinguen dos subtipos: *Manipulativa* y *Gráfica*.

- a. *Representación Manipulativa*: Esta representación alude al uso de los materiales manipulables (incluido los dedos). Durante este proceso, los estudiantes modelan con materiales la acción planteada en los enunciados, con materiales, con ayuda de marcas o los dedos. Se hace evidente la construcción de conjuntos a la luz de la información proporcionada, discriminan los elementos, los organizan y construyen el conjunto total.

Los materiales más utilizados son: fichas, lentejas, garbanzos, cubos, bloques multibases y las regletas de Cuisenaire.

- b. *Representación gráfica:* En esta representación se emplean distintos materiales, el estudiante construye el sentido de relación de orden, dominio de conteo progresivo y manipulación de materiales. Los enunciados son apoyados con diagramas y dibujos (línea numérica, diagrama de Venn).

2.1.4.2. Representación simbólica:

Aquí se halla dos tipos de representaciones: Las verbales y las numéricas. Las verbales apuntan a las palabras en el marco de lo cultural y en la que también se evidencia un lenguaje informal o lenguaje formal; y la representación numérica, que refiere a los símbolos numéricos.

- a. *Verbales:* Este tipo de representación está fundada en los aspectos lingüísticos o sintácticos en los que enmarca la formulación de los problemas. El lenguaje utilizado en los enunciados y el orden en el que se presenta la información, es un indicador de éxito o fracaso en la resolución del problema.

Dentro de este tipo de representación, se encuentran problemas aditivos con un lenguaje informal y con un lenguaje formal, veamos los siguientes ejemplos:

Lenguaje informal: Hace referencia al lenguaje natural en el que se encuentra inmerso el estudiante y al orden de presentación de los datos que se proporcionan en el problema.

Ejemplo: Los niños de segundo grado de básica primaria preparan un baile para presentar a las madres de la escuela. Si hay 8 niñas y 5 niños, ¿Cuántas niñas quedan sin parejas?

Lenguaje formal: hace referencia a aquellas palabras que ayudan a determinar la operación a través del cual se hallará la solución.

Ejemplo: Hay 8 niñas y 5 niños. ¿Cuántas niñas hay más que niños?

- b. *Representación Numérica:* en este tipo de representación los estudiantes se enfrentan al signo de adición (+) y de sustracción (-) entre dos cantidades, y al signo igual (=). Para llegar a la

resolución de problemas tipo aditivo, los estudiantes deberán efectuar operaciones con los datos numéricos proporcionados en el enunciado, comprendiendo que el número de la derecha es el resultado de una acción efectuada sobre los números de la izquierda. (Maza, C., 1999). Como se puede observar en la tabla 11.

Tabla 11: Representación Numérica.

Representación numérica	
$6 + 3 = \text{¿?}$	$6 - 3 = \text{¿?}$
$\text{¿?} + 3 = 9$	$\text{¿?} - 3 = 3$
$6 + \text{¿?} = 9$	$6 - \text{¿?} = 3$

Tomado de Maza, C. (1999).

2.1.5. El papel del juego en la enseñanza de las matemáticas.

Cuando se piensa en juego nuestra mente evoca actividades desarrolladas exclusivamente para niños. La acción del juego, se adhiere a la interacción que se ejecuta con los infantes con fines de distracción. No es de un todo descabellada esta concepción, además de que el juego es un aspecto atractivo para los niños, importantes estudios han dejado ver el juego como una práctica universal, por medio del cual se prepara a las niñas y a los niños para afrontar situaciones de la vida cotidiana.

Para este trabajo de grado el juego constituye una herramienta esencial en el proceso de enseñanza; cuando se juega se experimentan sensaciones que despiertan un buen estado de ánimo al poder sentir placer por concluir una tarea asignada. Cabe dejar claro que, desde las actividades del juego se deben establecer reglas o normas que les permitan a los infantes movilizar saberes y construir nuevos conocimientos.

Proponer a los estudiantes realizar una actividad matemática tal vez sea poco atractivo para ellos, si se compara con la reacción cuando se le invita a realizar una actividad lúdica. El término “matemático” trae consigo un conjunto de prejuicios y una serie de dificultades que hacen poco agradable la realización de la tarea propuesta en el aula. Algo similar ocurre con la palabra juego; este término no se entiende como un proceso formal que permitirá por parte de los estudiantes aprender conceptos matemáticos. En algunos casos, se considera el juego como una actividad infantil, inútil y carente de la seriedad para llevarse a cabo en la educación. (Segarra, L. 2002)

De acuerdo con Bustamante, A. & Mejía, S. (2015), los juegos pueden ser útiles para presentar contenidos matemáticos, además permite a los estudiantes desarrollar la creatividad, les ayuda a adquirir la capacidad para resolver problemas.

El juego a través del tiempo ha tomado importancia en el campo de la educación. Hoy es una herramienta trascendental en el proceso de la enseñanza que permite romper con la rutina y con la enseñanza tradicional para incrementar la disposición de aprendizaje por parte de los estudiantes. Según Bruner, J. (1986):

El juego infantil y la enseñanza tienen muchos puntos en comunes: motivación, entrega personal, objetivo a alcanzar, desarrollo de actitudes y aptitudes físicas, mentales, sociales, “espíritu de disciplina”, respeto de la regla adoptada, competición, creatividad, seriedad, espíritu colectivo, progresión, recompensas, descalificación. (p. 4).

Desde esta posición, jugar en el aula es motivar y ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades y conceptos que les facilitan la transición de un conocimiento previo informal, hacia el conocimiento formal que se imparte en la escuela. Al llevar a cabo actividades pedagógicas en el marco del juego, se está en apertura de un escenario educativo significativo y rico en saberes; por lo que, el agente educador (padres y maestros) debe comprender que el juego es mucho más que una estrategia de enseñanza, es un espacio donde se confabulan la diversidad cultural, los modos de pensar y de ver la realidad.

Al respecto, Belmonte, J. M. (2005) plantea que el juego es un quehacer trascendental en el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Es un recurso y una estrategia didáctica que conviene tener presente, porque brinda a los estudiantes la posibilidad de explorar, descubrir y construir sus propios conocimientos.

Es importante señalar que el juego cobra un valor muy importante siempre y cuando se establezcan criterios claros y pertinentes para que se convierta en una experiencia de aprendizaje que les enseñe a los estudiantes aspectos acerca de sí mismos, de las personas y del mundo que los rodea. Es considerado como un evento natural, de gran interés y motivación para los estudiantes, que les permite estimular su fantasía y poner en evidencia, de forma espontánea, estrategias de resolución.

Hacer uso del juego como herramienta de la enseñanza matemática, ayuda a que los estudiantes se interesen en enfrentar retos y desafíos con seriedad absoluta, a encontrar soluciones, lanzar hipótesis, ensayar y equivocarse sin limitaciones de exploración (MEN, 2014). Por lo que desde el proceso de

enseñanza y de aprendizaje se debe reflexionar sobre la importancia del juego, y pensar en este como una herramienta educativa ideal para conseguir que los educandos participen activamente en el proceso de aprendizaje, es decir, sean protagonistas de su propio aprendizaje, como actores y no como espectadores. (Brunner, J. 1995).

Por esta razón, desde el contexto educativo, el juego no debe ser impuesto, por el contrario, debe ser diseñado o escogido para que sea útil y de este modo, fomentar el desarrollo del pensamiento matemático. Por lo que se deben crear situaciones problema con estructura aditiva, que le permita al estudiante experimentar, ensayar, conjeturar, investigar, resolver, descubrir, analizar y reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje. Entonces, el juego debe convertirse en el punto de conexión para dirigir y orientar un aprendizaje participativo y de diversión aparente. En cierto sentido, el juego es el puente que da vía al funcionamiento de procesos mentales, a la creación de estrategias y es un movilizador de pensamiento crítico que permite a los estudiantes desarrollar la capacidad de planear, organizar ideas, opiniones y posibles soluciones. Como lo expresa Bruner, J. (1986), el juego es un recurso al servicio del desarrollo y de la plenitud cognitiva del niño que sirve como medio de exploración y también de invención. En la medida que los estudiantes juegan y resuelven situaciones problema con estructura aditiva, en el fondo, ellos realizan un esfuerzo por comprender los enunciados, por buscar, seleccionar y aplicar estrategias de resolución que consideran es la más adecuada; ellos piensan en el problema o tratan de resolverlo. Jugar en clases de matemáticas no es tratar de conocer los números de una forma aislada de la realidad, a través de situaciones problema; se influye en el desarrollo cognitivo en los estudiantes.

Una de las funciones fundamentales del juego en el proceso de aprendizaje es la proyección de la vida interior hacia el mundo (Brunner, J. 1995). A través del juego los estudiantes representan con acciones lo planteado en las actividades desde su propia realidad, pues el jugar es un espacio que dinamiza aspectos culturales. Para Michelet, A. (1986), es evidente que el juego contribuye a la evolución intelectual y social del niño. Desde el campo educativo el juego debe diseñarse y desarrollarse de acuerdo con la edad de los estudiantes.

De acuerdo con lo anterior, si al proceso de enseñanza se le asocia adecuadamente el contexto en el que está inmerso el estudiante y se le integran los mecanismos y objetivos del juego a las situaciones problema, resulta cada vez más patente que el aprendizaje por parte de los estudiantes se alcanzaría mejor, más deprisa y más colectivamente (Bruner, J. 1986). El juego es el vehículo natural de los estudiantes para explorar y dominar su entorno. Todos los tipos de juegos ofrecen oportunidades para aplicar y practicar técnicas aritméticas básicas. Es el terreno más propicio para favorecer el funcionamiento cognitivo en los estudiantes, dicho en otras palabras, los estudiantes desarrollan la capacidad para superar dificultades a la cual se enfrentan desde la escuela durante el proceso de enseñanza.

Para precisar mejor lo anterior, la idea está en que el maestro plantee a los estudiantes situaciones problema pensando en los múltiples beneficios que este puede brindar para el desarrollo del pensamiento matemático. Situaciones problema, que invite a los estudiantes a investigar, poner en acción y en manifiesto las diversas estrategias de resolución y representación (icónica y simbólica). (Segarra, L. 2002).

El juego y sus reglas:

A través del juego, el estudiante se ve inmerso en una realidad a la que debe adaptarse, dado que el juego es una acción o una actividad realizada dentro de ciertos límites, determinado tiempo, lugar, y reglas que deben ser claras y establecidas para determinar las condiciones del juego en el momento que se brinda la introducción.

Aunque muchas veces los estudiantes realizan juegos a modo libre, ellos implementan ciertas reglas que se fundan durante el desarrollo del mismo. Estas reglas se asumen como un acuerdo mutuo entre jugadores, consentida por todos y que puede modificarse si existe un acuerdo entre todos. (Belmonte, J., 2005). Cuando las reglas son instauradas en juegos con fines educativos, deben ser claras e indicar características propias del juego. El seguimiento de las normas o reglas estimula el desarrollo social de los estudiantes, la cooperación y el trabajo en equipo. Todo esto para permitirles a los estudiantes interesarse por hacer construcción de nuevos saberes.

Qué se observa a través del juego:

El juego es una herramienta que permite hacer un acercamiento progresivo hacia la resolución de situaciones problema. Los estudiantes por medio del dinamismo del juego representan los problemas y aplican estrategias que servirán para hallar la solución. En este proceso, los estudiantes en primera instancia acuden a la modelación de lo expuesto en los enunciados, lo cual consiste en emplear objetos reales para representar las cantidades descritas. Segundo, comprenden el problema, el cual radica en asimilar e integrar la información dada y realizar una conexión entre la información y la conocimiento previo. Tercero, emplea posibles estrategias de resolución que es la acción mediante el cual el estudiante aplica los procedimientos, métodos y/o uso de algoritmos. Que los estudiantes posean conocimientos ya existentes y capacidades, son tan necesarios para la resolución. (García, J. 2002)

Los estudiantes a través del juego deben aprender elementos matemáticos, aplicar estrategias de resolución, practicar técnicas aritméticas, implementar cálculo y desarrollar habilidades de razonamiento, mediadas por una comprensión significativa del problema. Por esta razón, se piensa que es esencial proporcionar a los estudiantes situaciones problema que les permita obtener nuevos aprendizajes que completen los conceptos previos adquiridos.

Finalmente, un aspecto esencial es precisamente el aprendizaje que adquiere el estudiante al vivenciar situaciones problema a través del juego. Los maestros por su parte, deben orientar con ejemplos claros para que los estudiantes resuelvan y de este modo produzcan conocimiento. En otros términos, las preguntas fundamentales en la comprensión frente a las posibles respuestas dadas por los estudiantes y que pueden formular los maestros son: ¿Qué piden?, ¿Qué datos tienes? ¿Qué necesitas? ¿Qué estrategia crees que puedes utilizar? Entre otras.

2.2. Perspectiva Curricular

Este apartado hace referencia a las pautas para el diseño curricular propuestos por el MEN a través de los LCM⁶, (1998) y las orientaciones pedagógicas para la enseñanza de resolución de problemas de estructura aditiva, teniendo como base los niveles básicos de calidad de la educación a

⁶ LCM: Lineamientos Curriculares de Matemáticas

los que tienen derecho los niños y las niñas, propuesto por los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006).

Los documentos que se mencionaron anteriormente, presentan aspectos relacionados con los fines generales de la educación matemática, en aras de responder a la globalización, al desarrollo de la ciencia, a la tecnología y a la cultura, con el propósito de formar seres humanos competentes y críticos. Los LCM plantean tres aspectos que fundamentan la organización del currículo de matemáticas de las instituciones educativas y direccionan el proceso de enseñanza, ellos son los **conocimientos básicos, los procesos generales y el contexto**, a continuación se describe brevemente cada uno.

Los conocimientos básicos: tienen que ver con el desarrollo del pensamiento matemático, implica el desarrollo de los cinco pensamientos matemáticos e incluyentes hacia una estructura curricular, propuestos por los LCM como los son: El pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas métrico o de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

De acuerdo con los L.C.M, el pensamiento matemático se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos. En este trabajo de grado, se tiene el interés de hacer énfasis en el pensamiento numérico y sistemas numéricos, este pensamiento hace hincapié en algunos aspectos fundamentales que están constituidos por el uso significativo de los números y el sentido numérico, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, las órdenes de magnitud, el sentido y la comprensión del concepto de las operaciones de adición y sustracción entre números naturales y en el desarrollo de estrategias propias en el proceso de resolución de problemas.

Los LCM., también proponen que para lograr el desarrollo del pensamiento numérico en el aula se debe tener presente los siguientes aspectos básicos: **la comprensión de los números y de la numeración, la comprensión del concepto de las operaciones y el cálculo con números y aplicaciones de números y operaciones.**

- *La comprensión de los números y de la numeración:* alude al significado de los números a partir de experiencias de la vida cotidiana y a la comprensión significativa del sistema de numeración. El número puede poseer diversos significados dependiendo el contexto en que se es

utilizado, y de acuerdo con el contexto, los números se pueden utilizar como secuencia verbal, para contar, para expresar una cantidad de objetos o como cardinal, para medir, para marcar una posición o como ordinal, como código o símbolo y como una tecla para pulsar. Contexto donde los estudiantes aprenden a contar; emplean correspondencia biunívoca asociando cada número con un objeto; describen cantidades de elementos de conjuntos; puntualizan cantidad de unidades de magnitudes; representan la posición relativa de un elemento en un conjunto y utilizan los números para distinguir clases de elementos. Y para *la comprensión significativa del sistema de numeración*, esboza significado de la representación de los números, es decir, el tamaño de los números, la lectura y su escritura. La destreza para contar, agrupar y el uso del valor posicional, ayuda a que los estudiantes comprendan el significado de los números.

- *Comprensión del concepto de las operaciones:* Este es un aspecto importante que se debe tener en cuenta en el currículo de Matemáticas, esto sirve para orientar el aprendizaje de las operaciones, y a reconocer el significado de cada una de ellas en situaciones concretas. De estas situaciones, emergen los modelos más usuales y prácticos de las operaciones; surge la comprensión del efecto y relaciones entre operaciones, al igual, que la comprensión de las propiedades matemáticas de las operaciones.

Los LCM plantean que por medio de situaciones problema se pueden enseñar las operaciones de la adición y sustracción, para ello, es muy importante que los alumnos conozcan y trabajen en la resolución de los diferentes tipos de problemas verbales, con el propósito de permitir que los estudiantes puedan resolver problemas con estructura aditiva utilizando las operaciones y los números en la formulación y resolución de los mismos. A través de la resolución, ellos potencian habilidades para calcular desde situaciones del contexto que les posibiliten explorar y elaborar sus propios métodos informales o estrategias de resolución, utilizando con ellas, representaciones más eficientes de acuerdo con las características de las situaciones problema.

Para la adición: a) Unión. Parte - parte – todo; b) Añadir o adjunción; c) Comparación; d) Sustracción complementaria; e) Sustracción vectorial.

Para la sustracción: a) Separación o quitar; b) Comparación – Diferencia; c) Parte- parte- todo. Unión; d) Adjunción. Añadir; f) Sustracción vectorial.

- *Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones:* Hace referencia al desarrollo de otras destrezas de cálculo, además de los algoritmos escritos formales, como es el caso del cálculo mental, la aproximación y la estimación y utilización de calculadora en la resolución de problemas que impliquen números muy grandes y cálculos complejos. Calcular, ayuda a los estudiantes aplicar los números y operaciones en la resolución de problemas del contexto; le permite comprender la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario; le favorece en la elección de las estrategias de solución en un problema dado y decidir qué herramienta de cálculo es eficiente y accesible para aplicar.

Para el caso particular del presente estudio la atención se centra en los últimos dos aspectos, en este sentido, los LCM (2008), expresan que para desarrollar la comprensión del concepto de las operaciones se deben realizar acciones que los alumnos conozcan y trabajen en la resolución de diferentes tipos de problemas verbales. Al respecto Guzmán, M. (1993) citado por MEN (1998), plantea que:

La enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. (P. 23)

Según los LCM (2008), la situación problema es esencial para desarrollar el pensamiento numérico, es un microambiente de aprendizaje que puede provenir de la vida cotidiana de los estudiantes el cual debe ser simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones, suposiciones y de la mano a los intereses de los aprendices.

Los Procesos Generales. Estos procesos tienen que ver con el desarrollo cognitivo que se relaciona con el aprendizaje asociado con el *razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos*. El MEN (1998), plantea que en el aula se deben proponer experiencias pedagógicas a partir de diversas situaciones del contexto direccionados hacia el desarrollo de estos cinco procesos generales, para potenciar en los estudiantes la habilidad para calcular y verificar sus resultados, expresar, justificar, argumentar y sacar conclusiones de las acciones o procedimientos que los conducen al resultado o a la resolución del problema.

De los cinco procesos generales el que más se privilegia para efectos de este trabajo de grado es *el proceso de resolución y planteamiento de problemas*, por lo tanto, se espera que la propuesta de aula atienda a que los estudiantes tengan la oportunidad de desarrollar habilidades, comprender y argumentar tareas matemáticas; para explorar y justificar el uso de algoritmos, métodos, técnicas y estrategias de resolución, que les ayude en la construcción de elementos básicos para resolver situaciones problema dentro y fuera de las matemáticas coherentes con los logros de aprendizaje propuestos en el diseño curricular escolar por medio de tareas esenciales para el aprendizaje de las matemáticas, y de acuerdo con el MEN van encaminadas en:

La formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas; Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas; Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original; Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas; Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas. (1998 p. 52).

La resolución de problemas se pone de manifiesto en las ejecuciones expuestas por los estudiantes en el contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. En este sentido, las situaciones que se proponen para resolver deben proceder de la vida diaria y según Polya citado por el MEN (1998), para resolver un problema hay que utilizar los medios adecuados. Polya además describe cuatro fases mediadas por interrogantes orientadas por la docente que permite resolver un problema, estas son la comprensión del problema, la concepción de un plan, la ejecución de un plan y la visión retrospectiva.

La resolución de problemas es un proceso que se encuentra estrechamente relacionado con el *razonamiento*, y conforme los LCM en las tareas que se presenten a los estudiantes, el razonamiento debe dar cuenta del procedimiento que se llevan a cabo para llegar a la solución; debe explicitar las estrategias y procesamientos que utilizan para resolver, y debe dar luz sobre las conjeturas y los argumentos que utilizan para justificar pensamiento, respuesta y tratamiento de las situaciones problema (MEN, 1998, p. 54).

El MEN, (1998) apunta al desarrollo del razonamiento matemático y para ello, presenta una serie de situaciones problema que se encuentran agrupadas por conjuntos de grados. El primer grupo es el grado preescolar; el segundo grupo, son los grados 1°, 2° y 3°; el tercer grupo, son los grados 4°, 5° y 6°; el cuarto grupo, son los grados 7,8 y 9 y finalmente, los grados 10° y 11°. Las situaciones están planteadas en niveles de dificultad, teniendo en cuenta la edad y el desarrollo de los estudiantes.

En la escuela, la *comunicación* es una habilidad que está presente en las actividades diarias y es un aspecto importante a tener en cuenta, dado que los estudiantes expresan a través de los argumentos y justificaciones una “conexión entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas” (MEN; 1998. p. 75), además, de describir situaciones. El aula entonces, debe convertirse en un escenario de comunicación, en el que el docente oriente sus clases de matemática y lo convierta en un espacio para el dialogo, la discusión y el debate, donde las sugerencias, las preguntas y las respuestas, se conviertan en un instrumento de enseñanza, de aprendizaje y de evaluación.

Al resolver un problema, los estudiantes intentan describir una situación de la vida real a través de la *modelación*, que es un proceso de representación de la realidad de gran importancia en el aprendizaje de las matemáticas. Por medio de una situación problema derivado del contexto, los estudiantes observan, formulan, visualizan, razonan, transfieren, discuten, comunican, argumentan y justifican sus procedimientos a manera de construcción de conceptos matemáticos de forma significativa. (MEN, 1998).

El proceso de resolución de problemas requiere que los estudiantes razonen, comuniquen y elaboren modelos de la realidad, se espera que ellos desarrollen habilidades de cálculos y destrezas de resolución de forma adecuada; hagan uso de estrategias, de representaciones, método, etc. donde se evidencian los procedimientos a utilizar.

Los procedimientos son de gran importancia para el currículo matemático y se relacionan con el modo de saber hacer, que exteriorizan los estudiantes a través de la agilidad y la capacidad para resolver y aplicar las matemáticas en situaciones problema dadas desde la cotidianidad. Rico, L citado por el MEN, distingue tres tipos de procedimientos según el campo matemático y las clasifica en:

El tipo aritmético, hace referencia a las destrezas necesarias para el correcto uso del sistema decimal de numeración y de las cuatro operaciones básicas.

El tipo métrico, alude a las destrezas para hacer uso correcto de los aparatos más comunes de medidas.

El tipo geométrico, se relaciona con la construcción de modelos geométricos para la manipulación y la representación en el plano (1998, p. 82).

En este trabajo de grado se presentan situaciones problema de categorías semánticas que se han elaborado con el ánimo de hacer mayor énfasis en procedimientos de tipo aritmético, se presta

especial atención a las destrezas que desarrollan los estudiantes para hallar los resultados de los problemas propuestos en cada una de las situaciones.

El Contexto: Hace referencia al escenario social donde los estudiantes se encuentran inmersos y exteriorizan lo aprendido. El contexto, es el ambiente mediante el cual los estudiantes ponen en interacción aspectos de la vida diaria, los conceptos matemáticos y las otras ciencias” (MEN, 1998. p. 20). En este caso, las matemáticas no son una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucran factores de orden social y afectivo. En este orden de ideas, los LCM (1998) sugiere que se trabajen en el aula situaciones problema con estructura aditiva para la adición y sustracción mediadas por elementos matemáticos, que involucren componentes de la vida cotidiana y de otras ciencias de formación. En el caso particular de este trabajo, a la población objeto de estudio se le proponen situaciones y tareas mediadas por elementos de la vida cotidiana y de las mismas matemáticas, permitiendo que los alumnos avancen de manera progresiva en todos aquellos aspectos que involucran el proceso de resolución de problemas aditivos, como los son la comprensión; reconocimiento e identificación de los datos; elección del algoritmo acertado; creación de estrategias y representaciones de resolución.

Entonces, se considera el juego como el contexto por medio del cual se diseña y se implementa la propuesta de aula; también se tienen en cuenta la edad de los educandos, quienes, por su naturaleza y desarrollo, manifiestan interés por esta actividad lúdica. Para la propuesta, el juego se convierte en el puente que viabiliza el funcionamiento de procesos mentales y es un movilizador de pensamiento crítico que permite a los estudiantes desarrollar la capacidad de planear, organizar ideas, opiniones y posibles soluciones.

Cada uno de los enunciados que conforman las situaciones y tareas, se ha diseñado teniendo en cuenta aspectos del conocimiento matemático, considerando la necesidad de incorporar el razonamiento para procesar las relaciones entre los datos que se proporcionan en ellos; la manipulación de objetos, el dominio del sistema decimal de numeración y de las operaciones básicas.

De igual manera, desde las matemáticas se proponen situaciones problema de la vida diaria fortaleciendo de este modo la utilidad práctica, los enunciados proporcionan un hilo conductor con el lenguaje, pues las matemáticas necesitan de la comprensión por parte de los estudiantes como una forma de expresión humana. Se considera importante que los estudiantes hayan avanzado en el nivel de expresión verbal y dominio del lenguaje, para que se les facilite poner de manifiesto la

comunicación, el razonamiento, la modelación, la comprensión y procedimientos, la resolución y planteamiento del problema, durante el proceso de su resolución.

Se relaciona el contexto de los estudiantes con el juego, cuando se llevan al aula situaciones problema tipo aditivos diseñadas en el marco de las categorías semánticas propuestas por Puig & Cerdán (1988) y atendiendo las sugerencias que proponen los LCM (1998).

En estos dos referentes teóricos (marco teórico de este estudio y por la normatividad colombiana), se observa una correspondencia entre las diferentes situaciones problema aditivos expuestos en cada uno de ellos, en las siguientes tablas se presentan los tipos de problemas de adición y sustracción propuestos por los LCM, (1998) y seguido de ello, las Categorías Semánticas según Puig & Cerdán (1988):

Tabla 12: Tipos de problemas para la adición.

Situaciones problema propuestos por el MEN 1998		Categorías semánticas según Puig & Cerdán
Unión. Parte - parte – todo	Juan tiene 3 carritos grandes y 2 carritos pequeños. ¿Cuántos carritos tiene en total?	Combinación
	Juan tiene 3 carritos. Compra 2 más. ¿Cuántos carritos tiene ahora?	Cambio
Añadir o adjunción		
Comparación	Juan tiene 3 carritos. María tiene 2 carritos más que Juan. ¿Cuántos carritos tiene María?	Comparación
Sustracción complementaria	Juan le da 2 carritos a María. Ahora le quedan 3. ¿Cuántos tenía al empezar?	Cambio
Sustracción vectorial	Esta mañana Juan perdió 2 carritos. Al medio día tenía 3 carritos más que al desayuno. ¿Cuántos carritos se encontró?	

Tomado de los LCM (MEN, 1998)

Tabla 13: Tipo de problemas para la sustracción.

Situaciones problema propuestos por el MEN – 1998		Categoría semántica según Puig y Cerdán
Separación o quitar	Juan tiene 5 carritos. Pierde 3. ¿Cuántos le quedan?	Cambio
Comparación - Diferencia	María tiene 5 carritos y Juan tiene 3. ¿Cuántos carritos más tiene María que Juan? ¿Cuántos carritos menos tiene Juan que María?	Comparación

Parte- parte todo- unión	Juan tiene 5 carritos, 3 son grandes. ¿Cuántos son pequeños?	Cambio
Adjunción. Añadir	Juan quiere 5 carritos. Ya tiene 3. ¿Cuántos más necesita?	
Añadir	Juan tenía algunos carritos. Ha comprado 3 más. Ahora tiene 5. ¿Cuántos tenía al empezar?	
Sustracción vectorial	Juan perdió hoy 5 carritos. Por la mañana perdió 3. ¿Cuántos perdió por la tarde?	

Tomado de los LCM (MEN, 1998).

En los problemas verbales, expuestos en las tablas anteriores, se puede observar claramente la adición y la sustracción como un proceso aplicable a situaciones que enuncian experiencias de la vida diaria, que dan lugar a que los estudiantes se enfrenten a problemas matemáticos y actividades de compra y venta con cantidades asequibles.

Cada uno de los enunciados planteados en las tablas 12 y 13, conduce a realizar la siguiente correspondencia entre los tipos de problemas propuestos por el MEN, (1998) y las categorías semánticas postuladas por Puig & Cerdán, (1988):

Para la suma y para la resta:

- Para los problemas que los Lineamientos denomina: Unión. Parte - parte – todo, Puig y Cerdán lo llaman Combinación.
- En el tipo de problema que los Lineamientos nomina añadir o adjunción, según las categorías semánticas de Puig y Cerdán es Cambio.
- Para los problemas de comparación ambos, usan la misma nominación.
- en la categoría de cambio, Puig y Cerdán plantean seis subcategorías y estas se caracterizan porque tres de ellas se resuelven con adición y tres con sustracción y el uso de la operación depende de la ubicación de la incógnita. Mientras que los Lineamientos proponen el problema tipo sustracción complementaria.

Otro referente para fundamentar este trabajo de grado, son los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, del MEN 2006 (EBCM)⁷. Recordemos que los estándares son criterios claros que establecen los niveles básicos de calidad de la educación a los que tienen derecho los niños y las niñas de todas las regiones de nuestro país y en todas las áreas de formación.

⁷ EBCM: Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, del MEN 2006.

En vista que el desarrollo del pensamiento matemático es gradual y paulatino, en los estándares se proponen por grupos de grados escolares, las competencias que obedecen a un proceso que se va complejizando gradualmente en la medida en que los estudiantes van avanzando a lo largo de su proceso educativo, hasta lograr en ellos una formación básica en matemáticas. Esta formación es posible en la medida que se les facilite un acercamiento a las Matemáticas a través de situaciones problemáticas significativas, en aras de posibilitar el desarrollo del pensamiento matemático. En consecuencia, la propuesta de aula que fue diseñada en este estudio obedece a la pretensión de potenciar en los estudiantes habilidades y destrezas numéricas; desarrollar la capacidad para entender enunciados; además de permitir que ellos comprendan el significado de los números y el efecto de las operaciones en la formulación y resolución de problemas con estructura aditiva.

Partiendo del hecho de que el pensamiento numérico y sistema de numeración es de gran interés para este trabajo de grado, en la tabla que sigue, se muestra una relación y coherencia vertical y horizontal de los estándares que se proponen para grado 1° a 7°. La coherencia vertical atiende a la necesidad de conocer el nivel de complejidad creciente de grado a grado y a las formas de cómo los estudiantes se aproximan al aprendizaje, al conocimiento o al desarrollo de las competencias relacionándolos con la resolución de problemas con estructura aditiva. Teniendo en cuenta que la estructura aditiva se extiende hasta los números relativos, se relacionarán los distintos estándares concernientes hasta el grado 7°, dentro del mismo pensamiento numérico de grado a grado.

La coherencia horizontal, se establece con el fin de determinar la relación que tiene un estándar con los estándares de los cinco pensamientos del mismo grado escolar.

Desde la coherencia horizontal se observa la articulación de los estándares de un pensamiento en específico, con los demás pensamientos matemáticos dentro de un mismo conjunto de grados, como se puede apreciar en la siguiente ilustración.

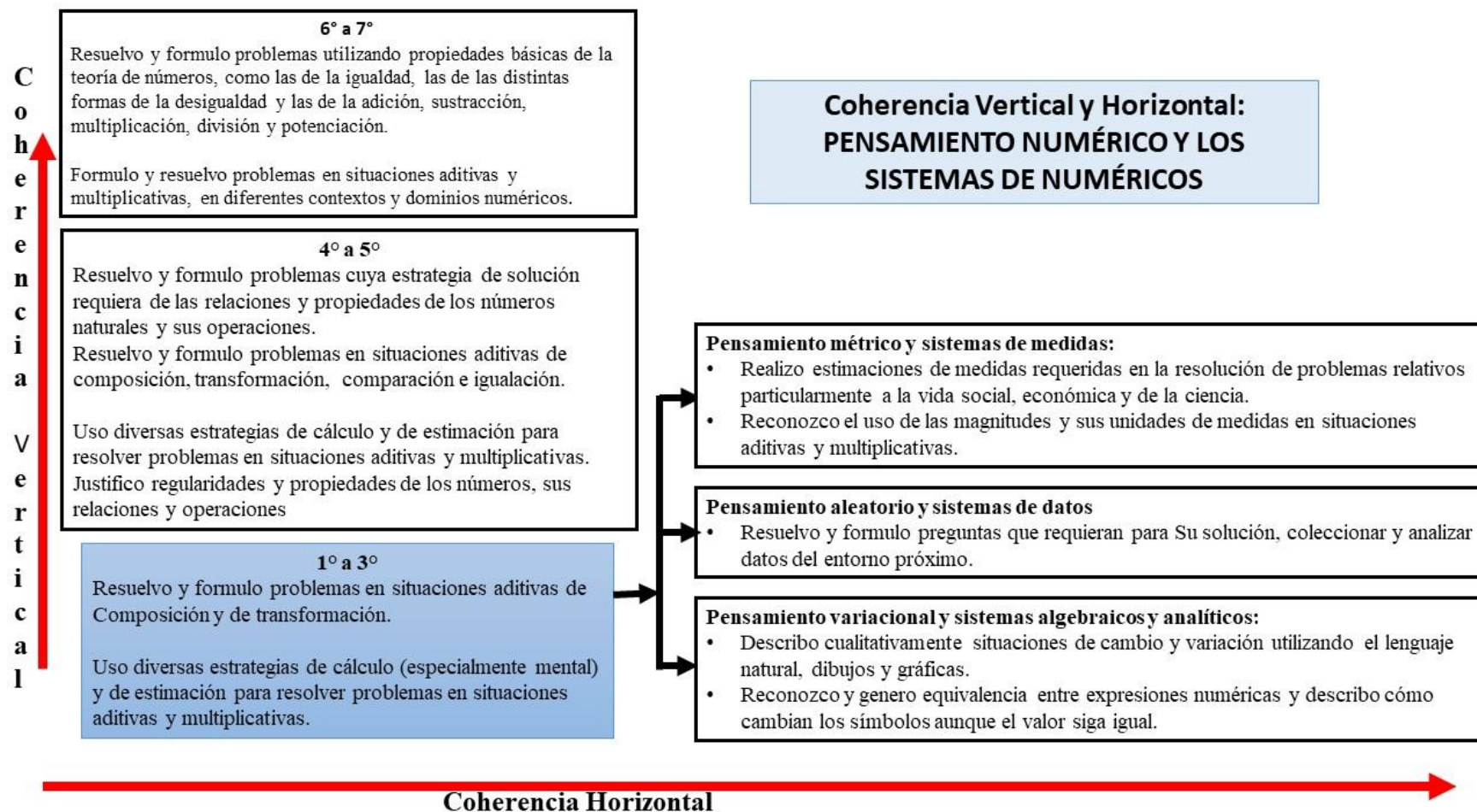


Ilustración 10: EBCM. Coherencia vertical y horizontal de 1° a 7°. (MEN, 2006).

2.3. Articulación conceptual.

Teniendo en cuenta que este trabajo parte del diseño de una propuesta de aula para fomentar la comprensión y resolución de problemas de tipo aditivo en estudiantes de segundo grado de básica primaria, fue necesario realizar un rastreo documental para revisar los aportes que se han generado a través del tiempo sobre el tema que ha llevado al escudriño de registros bibliográficos, que han servido, como ejes para direccionar este trabajo de grado.

La resolución de situaciones problema en la escuela se hace necesaria porque les exige a los estudiantes desenvolverse en un ambiente que sitúa el pensamiento crítico, que potencia la capacidad de pensar, que permite el desarrollo de destrezas y que favorece el razonamiento matemático.

De acuerdo con el MEN:

Las situaciones de resolución de problemas tienen una estructura general que presenta un estado inicial, un estado final deseado, también llamado meta y una serie de pasos necesarios para pasar de un estado al otro. En otras palabras, están basadas en una relación medio-fin entendido como el camino intermedio entre el estado inicial y el momento de resolución de la tarea. (2009, P. 93).

Partiendo del hecho de que un problema puede ser considerado como una pregunta a la que no se puede dar una respuesta inmediata, desde la primera infancia, los niños y las niñas mientras van comprendiendo las situaciones, crean mecanismos, organizan y despliegan estrategias y busca dispositivos que les permiten superar obstáculos y llegar a la respuesta de las situaciones que se les presentan.

En la actualidad los LCM (1998) plantean la necesidad de incluir las situaciones problema en el currículo de las instituciones educativas del país, procurando que los estudiantes cuenten con las herramientas necesarias para promover la creación de nuevo conocimiento. Esto implica, que los estudiantes comprendan el estado inicial de la situación, esta comprensión los dirige hacia la búsqueda de soluciones y entender cómo funcionan las cosas en el mundo mientras tienen en cuenta las formas de pensar y de actuar de las personas que los rodean.

Lo expuesto hasta el momento aporta aspectos importantes en el diseño de la propuesta de aula, porque se tiene en cuenta la enseñanza de las operaciones básicas partiendo de situaciones problema de la vida cotidiana.

Algunas articulaciones teóricas

Este estudio parte de una problemática observada en el aula de clase de segundo grado de básica primaria a la luz de la resolución de problemas con estructura aditiva. Problemática, que se ha fundamentado desde diversas investigaciones, desde los referentes nacionales y referentes teóricos. Como se explicitó en el capítulo I, los antecedentes son investigaciones que se han realizado en diferentes contextos educativos con el propósito de describir el éxito y las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a la resolución de problemas de categorías semánticas de cambio y combinación. Estos estudios indican, que se deben validar los conocimientos previos de cada uno de los estudiantes y reconocer el entorno como un punto transcendental para el aprendizaje de las matemáticas.

En estos hallazgos, se percibe una relación y similitud con las características del problema que identifica la población de este trabajo de grado. Los resultados de la prueba diagnóstica que se aplicó a estos estudiantes, sirvió como soporte para definir y determinar que se haría énfasis en las categorías semánticas de cambio y de combinación, teniendo en cuenta como referente teórico a Puig & Cerdán (1998), indicando cada una de las sub-categorías según la posición que ocupa la incógnita.

La problemática que en este trabajo se afronta, se fundamenta desde la perspectiva didáctica y la perspectiva curricular que, relacionadas entre sí, permiten la construcción y la implementación de una propuesta de aula en la que se involucran situaciones y tareas concadenadas con el fin de que los estudiantes se enfrenten y se acerquen a la resolución de situaciones problema con estructura aditiva.

Desde la perspectiva curricular, los referentes nacionales proponen que por medio de la resolución de situaciones problema los estudiantes desarrollen los conocimientos básicos, específicamente el pensamiento numérico. Desde la aplicación la propuesta se tuvo en cuenta lo mencionado en los LCM (1998) ya que en ellos refieren la importancia de las características sintácticas y semánticas en cada de las preguntas para trabajar la estructura aditiva (para la adición: Unión. Parte - parte – todo, Añadir o adjunción, Comparación, Sustracción complementaria y Sustracción vectorial. Y la sustracción: Separación o quitar, Comparación – Diferencia, Parte- parte- todo. Unión, Adjunción. Añadir, Añadir y Sustracción vectorial). Esto mismo también se evoca en la perspectiva didáctica cuando se especifican las Categorías semánticas de cambio y de combinación presentados por Puig y Cerdán, esta relación se explicitó en el capítulo II.

Otro elemento que establece relación entre la perspectiva curricular y didáctica, se centra en los procesos generales, particularmente el planteamiento y resolución de problemas señalados en LCM donde se plantea que las situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico acercan los estudiantes a las matemáticas para la adquisición del sentido numérico y permiten el desarrollo de habilidades para efectuar cálculos. En cuanto a la aplicación de la propuesta de aula, se prevalecen las orientaciones del docente porque permite el discurso entre estudiantes y se fomenta la socialización de las respuestas. Se hace énfasis en que los estudiantes discutan y propongan procedimientos alternos para tratar de dar solución a las preguntas formuladas; dichas preguntas tuvieron características especiales, de manera que los estudiantes pudieran poner en acción y explicar sus procedimientos, que se pudieran evidenciar las estrategias utilizadas y los tipos de representación privilegiados. Todo esto, para poder atender y conocer el impacto que tiene la respuesta en los avances o no, que tienen los estudiantes respecto a las categorías semánticas, a la luz de lo planteado desde la perspectiva didáctica de Maza, (1999).

De acuerdo con lo referenciado en lo curricular, las situaciones problema deben proponerse desde elementos del contexto orientadas desde las matemáticas mismas, de la vida diaria y de las otras ciencias. El contexto podría interpretarse como el espacio en el cual se entretajan el proceso de enseñanza y del aprendizaje, en que los estudiantes tienen la posibilidad de expresar sus ideas, hipótesis y respuestas. En el marco teórico se tuvo en cuenta el juego como estrategia de enseñanza y de aprendizaje, porque el juego es una herramienta didáctica y atractiva para los estudiantes, se tuvo en cuenta la edad, ya que el juego representa un contexto inmediato en la medida de que este se constituye uno de los intereses para ellos. El juego como contexto, se entiende como un proceso cotidiano que contribuye al desarrollo espontáneo del pensamiento matemático, ya que favorece de forma natural la adquisición de un conjunto de habilidades y capacidades, ligado a las emociones y a la interacción social que se entrelazan en el momento de la resolución de problemas. Para alcanzar los objetivos propuestos en este trabajo de grado, el diseño y la aplicación de la propuesta de aula se tuvo en cuenta aspectos concernientes en el marco conceptual de Puig & Cerdán y que el juego como contexto desde lo indicado por el MEN, (1998).

A continuación, se presenta una gráfica en la que se sintetiza la articulación y la relación que existe entre la problemática, los antecedentes y las diferentes perspectivas nombradas anteriormente:

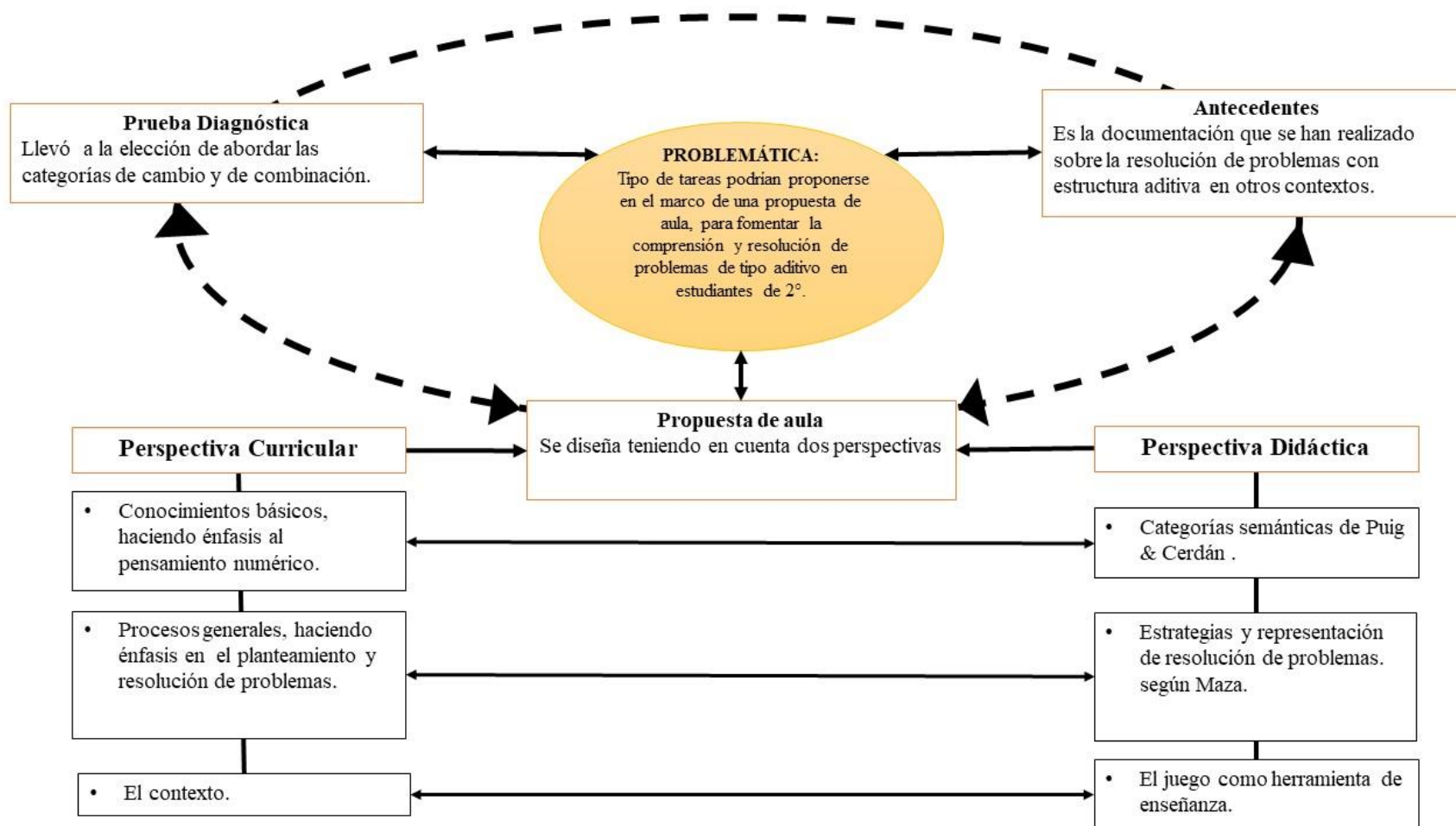


Ilustración 11: Articulación y relación teórica

Elaboración propia.

Capítulo 3: Metodología y Resultados

En este capítulo se hace mención a la metodología del trabajo, se describe el tipo de estudio seleccionado y la población que es objeto de estudio. Además, se pormenoriza el contenido de la propuesta de aula en correspondencia con las categorías semánticas (Puig & Cerdán, 1988), las estrategias y las representaciones que puede utilizar el estudiante al resolver problemas aritméticos (Maza, C., 1999). Seguidamente, se exponen los resultados que se obtuvieron después de la implementación de la propuesta de aula. Y finalmente, se presenta el análisis de estos resultados, de acuerdo con las variables y criterios de análisis en correspondencia con lo planteado en el marco teórico.

3.1. Metodología

En la presente propuesta de grado se recolectan datos no estandarizados, se intenta conocer las perspectivas, los puntos de vista y el proceso natural que los estudiantes realizan para resolver problemas con estructura aditiva.

Por consiguiente, el enfoque del estudio es Cualitativo con diseño Estudio de caso, y de acuerdo con Hernández, R., y Fernández, C., Baptista, P. (2014), “El enfoque cualitativo se basa más en una lógica y proceso inductivo (explorar y describir, y luego generar perspectivas teóricas). Va de lo particular a lo general.” (p.8). Es un estudio que tiene una labor paulatina y se realiza cuidadosamente; no es una técnica mecanizada por lo que se describen y se explican casos particulares. Este estudio tiene una finalidad pedagógica, se centra la atención en la relación entre el problema de este estudio y la unidad de análisis por medio de una propuesta de aula en la práctica de la enseñanza y del aprendizaje. Se aplica la observación con rigor para recolectar la información que sirve de base para pensar con claridad, para confirmar, refutar, interpretar, describir, explicar, comprender y analizar la relación entre el sujeto y el objeto de estudio en un escenario natural o contexto cotidiano (Stake, 1999).

Hernández, R. et al. (2014), manifiestan que la investigación cualitativa se fundamenta en la interpretación y en el entendimiento de los procesos y las acciones de seres humanos en su entorno. En esta oportunidad, el aula es un entorno significativo para realizar observaciones personales, para

interpretar la interacción entre el sujeto y objeto de estudio; que sencillamente son datos que se conciben para alcanzar un nivel de análisis del desarrollo natural de los sucesos en el aula.

Con este enfoque cualitativo con diseño estudio de caso, se aplica y se analiza una propuesta de aula que se efectúa con el fin de buscar la solución de un problema determinado en un grupo de estudiantes y cumplir con el objetivo planteado en este trabajo de grado. Los datos obtenidos permiten identificar y caracterizar las tareas en el marco de estructura aditiva; admiten profundidad en la información que ayuda a analizar con objetividad, claridad y precisión; del mismo modo, permiten describir, comprender e interpretar los fenómenos, proceso o acciones ejecutadas por los estudiantes. Estos datos se obtienen con diversas técnicas de recolección. Se prioriza la metodología de Estudio de Casos, porque es el caso de la particularidad; porque cada una de las tareas proporciona una serie de hechos y datos que son analizados rigurosamente, tendiente hacia una comprensión y lleva a la búsqueda de soluciones pertinentes para el contexto, en este caso para la escuela. (Peña, 2009, p. 186).

De acuerdo con Peña, W., (2009) un estudio de caso apunta a describir un caso y permite estudiar los eventos, acciones, relaciones y comportamientos de las redes sociales en sus escenarios propios (P. 188). Por ende, para este estudio el juego es herramienta educativa, es una estrategia de enseñanza, que brinda un espacio donde se confabulan la diversidad cultural, los modos de pensar y representar la realidad; es un mecanismo usado para que los estudiantes elaboren sus propias estrategias de resolución, en la medida en que se acercan a sí mismos, a las personas y al mundo que los rodea.

Esta propuesta es un estudio de caso, porque es subjetiva, es de carácter personal y los actores (investigador - maestra y estudiantes) desempeñan un papel fundamental, y de manera constante interactúan entre sí. La maestra reconoce el problema y lo estudia profundamente confiando en poder analizarlo, relacionarlo e interpretarlo, para aportar sus perspectivas personales a la información obtenida de los participantes.

El propósito de este estudio de caso, es explorar los datos que sirven de base para categorizar y describir las experiencias de los estudiantes según sus acciones, lenguaje y expresiones; es informar lo que se descubre desde los datos obtenidos, es decir, hallando patrones de resolución de problemas,

pero profundizando en los procesos individuales o particulares; es centrar el análisis en la comprensión profunda de los procedimientos y hechos memorísticos que representan los estudiantes; y finalmente, crear un vínculo entre los resultados y la literatura que fundamenta esta propuesta de investigación.

3.1.1. Fases o etapas del estudio.

La metodología se representa en un marco metodológico general que está dado por la misma organización que propone el marco teórico en cuanto a los elementos que se deben tener en cuenta para el diseño y posterior análisis de la propuesta de aula. Se presenta en las siguientes cinco fases:

Fase I: Documentación de la problemática: Esta fase consiste en la búsqueda y revisión de antecedentes que atañen al problema, en la formulación del problema, justificación y el planteamiento de los objetivos. Así mismo, se documenta la problemática desde un marco teórico que pretende consolidar las distintas posturas didácticas sobre la estructura aditiva de manera que converjan con ciertos aspectos mencionados en los LCM y EBCM alrededor de la resolución de problemas con estructura aditiva. En particular, se alude al marco conceptual desde los planteamientos de Puig, L. y Cerdán, L. (1988). Esta fase se ve reflejada en los capítulos I y II de este trabajo.

Fase II: Diseño y aplicación de la prueba diagnóstica: Aquí se diseña una prueba diagnóstica teniendo en cuenta el marco conceptual de Puig, L. y Cerdán, L. (1988). Se aplica la prueba al grupo experimental para identificar las deficiencias o nivel de resolución de problemas por parte de los estudiantes y finalmente, se analizan los resultados arrojados en la implementación de la misma. Esta prueba se propone con el fin de que los resultados sirvan de insumo para el diseño de la propuesta de aula.

Fase III: Diseño de la Propuesta de aula: En esta fase se diseña la propuesta de aula teniendo en cuenta los resultados de la prueba diagnóstica, las estrategias, representaciones y el Marco conceptual de Puig, L. y Cerdán, L. (1988), con estructura semántica de Combinación y Cambio. Más adelante, se detallará el porqué solo se centra la atención en estas dos categorías semánticas.

Fase IV: Aplicación de la propuesta de aula y Recolección de datos: Aquí se aplica la propuesta de aula teniendo en cuenta los protocolos de aplicación y las distintas técnicas de recolección de datos que más adelante se detallan.

Fase V: Análisis de resultados y conclusiones: El ejercicio del análisis se efectúa del contenido, del discurso y de las imágenes que se observen en las respuestas de los estudiantes, se analizan los resultados haciendo uso del marco referencial de Puig, L. y Cerdán, L. (1988). De igual manera, se realiza la caracterización del tipo de tareas que pueden potenciar la comprensión de resolución de problemas con estructura aditiva. Finalmente, se realizan reflexiones didácticas y recomendaciones para la I. E. San Juan de Barragán.

3.1.2. Definición y Caracterización del Caso:

Planteamiento del problema: Los estudiantes son la clave trascendental para la presente propuesta, es la fuente de donde se obtiene la información que será analizada y caracterizada. En este estudio participaron 10 estudiantes, cinco niños y cinco niñas de segundo grado de la básica primaria con edades entre 7 y 13 años de una institución educativa rural. Algunos de ellos han pasado la edad promedio para el grado que cursan, esto se presenta porque no han alcanzado los objetivos o logros propuestos para avanzar en los niveles educativos, la razón radica en la reprobación de años lectivos escolares, y en algunos casos porque son retirados de la escuela por razones familiares, sin haber culminado el año escolar. Además, como se manifestó en el apartado de la problemática, la mayoría de los estudiantes están inmersos en un núcleo familiar carente del apoyo en el proceso académico. Otro componente de esta problemática, se centra en los resultados que se obtuvieron de la prueba diagnóstica, en ella, se observa que este grupo de estudiantes se encuentra en un nivel bajo en la resolución de situaciones problema con estructura aditiva.

A continuación, se presenta el tratamiento que se le da a la información obtenida:

Fuentes de información e instrumentos de recolección de los datos: La observación, el registro audiovisual, la recolección de producción escrita de los estudiantes y algunas entrevistas por medio de plenaria, son los instrumentos de recolección de la información.

Análisis de toda la información. Inicialmente se tipifican las respuestas, seguido se describe cada uno de los tipos de las respuestas que presentan los estudiantes y después se realiza el análisis de las respuestas suscitadas de la implementación de la propuesta de aula.

Criterios para interpretar los datos: La información que se obtiene de cada una de las tareas se analiza teniendo en cuenta las siguientes variables: Categorías Semánticas de problemas aritméticos de enunciado verbal con suma y resta propuesto por Puig, L. & Cerdán, F. (1998); Estrategia de Resolución de Problema y las Representaciones utilizadas en la resolución de problemas, planteado por Maza (1999).

3.1.3. Prueba Diagnóstica.

Se diseña una prueba diagnóstica a la luz del marco teórico de Puig & Cerdán (1988). La prueba consta de 8 preguntas de las cuales 3 son de categoría semántica de cambio, 3 de categoría semántica de combinación, 1 de categoría de comparación y una de igualación. Seis de las preguntas son de selección múltiple con única respuesta y las otras abiertas. La aplicación de la prueba diagnóstica se realizó en dos sesiones de 50 minutos cada una. En el anexo 1, se presenta el contenido de la prueba diagnóstica.

Se toma la decisión de abordar un número mayor de preguntas de categorías de combinación y de cambio, porque son las más usadas y se quiere conocer las habilidades e identificar las dificultades que presentan los estudiantes al resolver situaciones problema con estructura aditiva. Otra razón se fundamenta en el proceso de lectura y escritura que presenta la población de estudio, ellos se encuentran en proceso de fluidez y comprensión lectora. Y además, los estudiantes, desde la propuesta curricular de la Institución Educativa, no han trabajado la estructura aditiva a partir de la resolución de problemas.

Análisis de los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica

En este apartado se reportan los resultados de la implementación de la prueba diagnóstica en términos de las habilidades y dificultades de los estudiantes al abordar enunciados de distintas

categorías semánticas para la estructura aditiva. Para mayor información sobre el tratamiento de los datos y obtención de resultados, ver anexo 2.

En lo que respecta a la categoría de combinación, solo el 40% de los estudiantes respondió adecuadamente estos tipos de problemas. Al observar las respuestas dadas, se concluye que comprendieron el enunciado e identificaron de qué se trataba y lo que se le solicitaba. Los estudiantes identificaron las partes del problema relacionándola con la operación o algoritmo correspondiente, adición o sustracción. En contraste con este resultado, se encontró que el 60% de los estudiantes presentó dificultades para resolver este tipo de problemas. Este grupo asume la cantidad correspondiente al todo, como la cantidad correspondiente a una de las partes; identificó el todo y una de las partes, pero no es claro el tipo de operación que se usó, de cualquier modo, se presentaron errores en el desarrollo del algoritmo. Así mismo, se resalta la dificultad para comprender los enunciados, y en algunos casos, aunque identificaban las partes del problema, usaban de manera errónea el algoritmo.

En relación con la categoría de Cambio, solo el 40% de los estudiantes respondió adecuadamente estos tipos de problemas. Estos estudiantes identificaron la cantidad inicial y el cambio que opera sobre dicha cantidad. En el caso en que la incógnita estaba representada en una de las partes, identificaron el todo y una de las partes proponiendo la operación correspondiente para la resolución del problema.

Caso contrario ocurrió con el 60% de los estudiantes que pese de haber reconocido que una de las partes efectúa una acción, cambio de aumento o disminución sobre la cantidad inicial, propuso el algoritmo u operación errada para resolver el problema. También se observó que algunos presentaron un procedimiento erróneo en el desarrollo del algoritmo, omitiendo desagrupar o reagrupar unidades en decenas.

En las situaciones problema de cambio y combinación cuando la incógnita se centra en cantidad final o total ($a + b = \text{¿?}$), no presentaron mayor dificultad en su resolución. Sin embargo, sí presentan dificultades al resolver problemas no canónica ($a + \text{¿?} = c$; $\text{¿?} + b = c$), en las cuales la incógnita se ubica en una posición distinta a las que ellos están acostumbrados a resolver, es decir, cuando la incógnita se encuentra al lado izquierdo del signo igual. Cuando la incógnita se representaba en la posición del cambio, ellos asumieron la cantidad final como el cambio. Algo similar sucede en la categoría de

combinación con una de las partes desconocida, ellos asumen el *todo* como una de las partes y ambos casos seleccionan al algoritmo incorrecto.

En los resultados de la prueba también se evidenció que los estudiantes presentaron dificultades relacionadas con las categorías de comparación e igualación, de hecho, con un nivel de dificultad más marcado que en las categorías de combinación y cambio, como se muestra en la siguiente tabla en la que se sintetiza el nivel de dificultad que presentaron los estudiantes en relación con cada categoría:

Nivel de dificultad entre las Categorías:

Tabla 14: Nivel de dificultad entre las categorías semánticas.

Categoría	Porcentaje de aciertos	Porcentaje de dificultad	Nivel De Dificultad
Combinación	43%	57%	Menor dificultad
Cambio	40%	60%	
Comparación	20%	80%	
Igualación	20%	80%	Mayor dificultad

Adaptación y elaboración propia.

Al comparar los porcentajes de aciertos de las categorías de combinación y de cambio con la categoría de comparación e igualación, se puede afirmar que las categorías de menor dificultad para resolver son las categorías de combinación y de cambio.

El análisis de la prueba diagnóstica, muestra que los estudiantes manifestaron mayor dificultad para resolver situaciones problema de comparación e igualación, lo cual era de esperarse, sin embargo, es importante resaltar, que para efectos del presente estudio se toma la decisión de prevalecer las categorías semánticas de cambio y de combinación por las siguientes razones: 1) porque el grupo de estudiantes objeto de estudio, no tuvo acceso a una atención educativa, en el marco de una atención integral antes de los cinco años de edad. 2) este grupo apenas se inicia en el proceso de lectura y escritura. 3) ellos se inician en el proceso de resolución de problemas con estructura aditiva. 4) porque las categorías de cambio y de combinación se consideran las categorías más fáciles de resolver (respecto a las otras dos), pero las dificultades que presentaron los estudiantes

en relación con estas categorías son importantes y para efecto de este trabajo de grado y el diseño de la propuesta de aula se decide dar prioridad a ellas.

3.2. Diseño de la propuesta de aula.

La propuesta de aula que se presenta en este trabajo corresponde a una articulación de las problemáticas presentes en los estudiantes (caracterizadas por la profesora-observadora), los resultados de la prueba diagnóstica y los distintos referentes teóricos que se han contemplado para documentar la problemática.

Como consecuencia de lo anterior, para el diseño se tuvo en cuenta el marco conceptual de Puig y Cerdán, (1988) en cuanto a las categorías semánticas para el estudio de la resolución de problemas que implican la consideración de la estructura aditiva. Sin embargo, debido a los resultados de la prueba diagnóstica, se decidió hacer énfasis en solo dos de las cuatro categorías semánticas, las de cambio y combinación.

Desde los referentes curriculares se tiene en cuenta la concepción de situación problema, los procesos generales, el papel del contexto sobre la estructura aditiva mencionada en los LCM. Así mismo, desde los EBCM, se tienen en cuenta los diferentes estándares que aluden a ciertos desempeños que se esperan por parte de los estudiantes al resolver las distintas tareas y que en últimas se puedan desarrollar algunos aspectos del pensamiento numérico en ellos.

3.2.1. Presentación de la propuesta de aula

En este trabajo se diseña una propuesta de aula que comprende elementos relacionados con la resolución de problemas con estructura aditiva, para ello, se plantean tres situaciones, 1: *Jugando me divierto y aprendo*; 2: *Juego, leo, disfruto y comprendiendo* y 3: *Leo, comprendo y resuelvo*. (Anexo 3.)

Con esta propuesta se pretende que los estudiantes potencien habilidades para resolver problemas con estructura aditiva. Para llegar ello, es necesario entonces que cuenten con la destreza para comprender e interpretar los enunciados. Por esta razón, se plantean tareas de forma progresiva permitiendo así, que los estudiantes puedan lograr la habilidad para interpretar y comprender las

situaciones, esto los llevará a realizar estrategias para resolver cada una de las tareas que allí se proponen.

La situación 1. *Jugando me divierto y aprendo*, está conformada por dos tareas: Bombas en Apuros y Ping-Pong al Hoyo. Cada una de estas tareas se realizan en el marco del juego, prevalece el uso de objetos tangibles y manipulables los cuales propician la participación activa (inclusive desde las habilidades kinestésicas) de los estudiantes en la resolución de problemas de tipo aditivo. Estas tareas son creadas y pensadas con el objetivo de que ellos puedan desarrollar habilidades de comprensión de las situaciones problema que hacen parte de su contexto natural e inmediato, el juego.

En la situación 2, *Juego, leo, disfruto y comprendo* se plantean dos tareas: Pasa la bolita y la Tienda Comics. Esta situación está constituida para generar una transición desde lo concreto a lo abstracto; es un paso progresivo desde las experiencias lúdicas con el juego, hacia el desafío de resolver problemas con estructura aditiva usando enunciados escritos, pasando de la oralidad hacia el uso de recursos pedagógicos como la lectura colectiva, el uso de formatos, de fichas y la producción escrita. En esta oportunidad, se esbozan enunciados que conducen a los estudiantes al proceso de lectura, comprensión y creación de estrategias de resolución, asociados al juego.

Se propone la situación 2, porque se tiene en cuenta que los estudiantes del grado 2° están en el desarrollo y fortalecimientos de habilidades lectoras, por lo que se hace necesario el acompañamiento de la maestra para facilitar la comprensión de los enunciados. Para ello, se hace uso de lectura colectiva bajo la proyección de los enunciados en video beam y el planteamiento de preguntas a la espera de las respuestas y debates por parte de los estudiantes, esto como las estrategias pedagógicas.

Finalmente, la situación 3 *Leo, comprendo y resuelvo*, consta de tres tareas y en esta fase de la propuesta se pretende que los estudiantes enfrenten el reto de resolver situaciones problema sin acompañamiento y dejen en evidencia la comprensión, interpretación y resolución de los enunciados.

El objetivo del desarrollo de las tareas específicas de enseñanza fue estudiar la evolución de los procesos del estudiante al resolver problemas de estructura aditiva, y apoyar su desarrollo en la adquisición de su propio conocimiento y las tareas se estructuraron del siguiente modo:

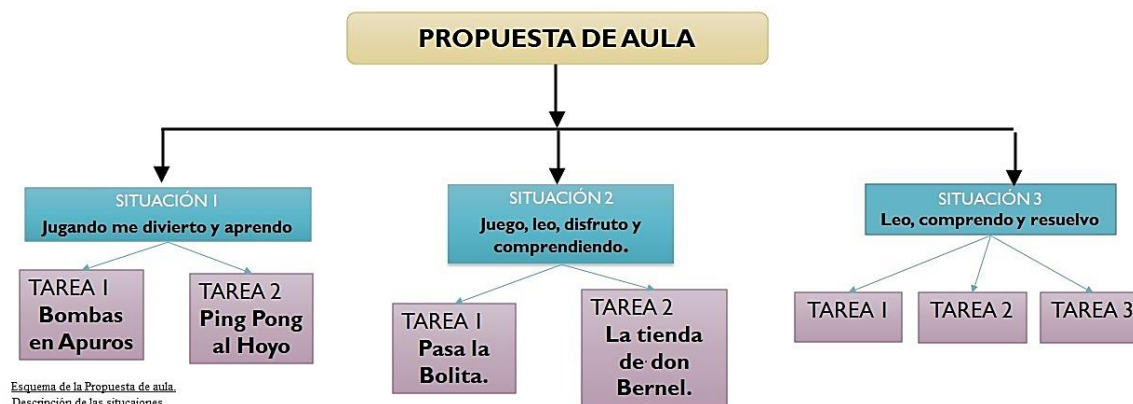


Ilustración 12: Esquema Propuesta de Aula. Elaboración propia.

Todas las preguntas que se proponen para el desarrollo de la propuesta de aula, están encaminadas para que las respuestas de los estudiantes se puedan analizar a la luz de las categorías semánticas combinación y cambio conforme a los planteamientos de Puig, L. y Cerdán, F. (1988), así como desde los referentes nacionales (MEN, 1998 y 2006).

A continuación, en la tabla 15 se explicita cada situación con sus respectivas las tareas y las categorías que se movilizan en cada una de ellas. Finalmente, se referencia las preguntas abordadas en la propuesta, que relacionan las categorías semánticas de combinación y de cambio.

Tabla 15: Estructuración de las actividades de acuerdo con las categorías semánticas.

SITUACIÓN	TAREA	CATEGORÍA SEMÁNTICA	PREGUNTAS ASOCIADAS ⁸
1	1	Cambio: $Ci + C = \xi?$ Combinación: $P + P = \xi?$	Cambio: $Ci + C = \xi?$ - P1-A, P1- B y P1- C. Combinación: $P + P = \xi?$ - V1-P2-A, V1-P2-B y V1-P2-C
		Cambio: $Ci - C = \xi?$ ó $Ci + C = \xi?$	Cambio: $Ci - C = \xi?$ ó $Ci + C = \xi?$ -P2-A, P2-B, P2-C, y P2-D. Cambio: $Ci + C = \xi?$ V1-P2-A, V1-P2-B y V1-P2-C
	2	Combinación: $P + P = \xi?$ $/ \xi? + P = T$	Combinación: $P + P = \xi?$ - V2-P2-A, V2-P2-B y V2-P2-C Combinación: $\xi? + P = T$ - V3-P2-A, V3-P2-B y V3-P2-C
	1	Combinación: $P + P = \xi?$ $/ P + \xi? = T$	Combinación: $P + P = \xi?$ -P2-A, P2- B y P2- C Combinación: $P + \xi? = T$ - V1-P2-A, V1-P2-B y V1-P2-C Combinación: $P + P = \xi?$ - V2-P2-A, V2-P2-B y V2-P2-C
2	2	Cambio: $Ci - C = \xi?$ / $\xi? - C = Cf$ Combinación: $\xi? + P = T$	Cambio: $Ci - C = \xi?$ - ENUN-1, ENUN-2 y ENUN-3 Cambio: $\xi? - C = Cf$ - ENUN-4 Combinación: $\xi? + P = T$ - ENUN-5

⁸ Las convenciones se relacionan de la siguiente manera:

P= Pregunta / **P1**= Pregunta uno / **P2**= Pregunta dos / **P3**= Pregunta tres

V= Variante

ENUN= Enunciado

3	1	Cambio: $Ci + C = \text{¿?}$ / $Ci + \text{¿?} = Cf$ Combinación: $P + P = \text{¿?}$	S3T1 Combinación: $P + P = \text{¿?}$ - ENUN-1 y ENUN-3 Combinación: $P + \text{¿?} = T$ - ENUN-2 Cambio: $Ci + \text{¿?} = T$ - ENUN-4.
	2	Cambio: $Ci + C = \text{¿?}$ / $Ci - C = \text{¿?}$ Combinación: $P + P = \text{¿?}$	S3T2 Combinación: $P + P = \text{¿?}$ - ENUN-1 Cambio: $Ci + \text{¿?} = Cf$ - ENUN-2 y ENUN-3 Cambio: $Ci - C = \text{¿?}$ -ENUN-4.
	3	Combinación: $P + P = \text{¿?}$ $\text{¿?} + P = T$ Cambio: $Ci + C = \text{¿?}$ / $Ci + \text{¿?} = Cf$	S3T3 Combinación: $P + P = \text{¿?}$ - ENUN 1 y ENUN 2 Combinación: $\text{¿?} + P = T$ - ENUN 6 Cambio: $Ci + \text{¿?} = Cf$ - ENUN 3 y ENUN 4 Cambio: $\text{¿?} + C = Cf$ - ENUN 5

Para fines del presente trabajo de grado, se abordan tareas que se proponen en las situaciones 1, 2 y 3 ceñidas únicamente las categorías de cambio y combinación. En la tabla 16, se detalla las expectativas de desempeño que se espera que la población objeto de estudio desarrolle en cada una de las tareas.

Tabla 16: Categorías Semánticas y Expectativas de Desempeño.

CATEGORÍA SEMÁNTICA	EXPECTATIVA DE DESEMPEÑO
Categoría semántica Cambio con total desconocido $Ci + C = \text{¿?}$	Percibir las cantidades, identificar una cantidad inicial sobre la cual se produce un aumento por la acción de otra cantidad, recurrir a la adición entre los sumandos para dar una cantidad final; emplear el conteo verbal empezando por el primer número.
Categoría semántica Cambio con cambio desconocido (aumentando) $Ci + \text{¿?} = Cf$.	Identificar la cantidad inicial y la cantidad final, establecer el cambio entre las cantidades mediante el uso de la sustracción. Contar a partir del número del que hay que sustraer, es decir a partir de la cantidad menor.
Categoría semántica Cambio con total desconocido (disminuyendo) $Ci - C = \text{¿?}$	Movilizar el reconocimiento de la cantidad inicial y la cantidad total. Establecer el cambio entre las cantidades a través de la sustracción entre ellas. Utilizar el proceso del conteo verbal iniciando por la cantidad menor.
Categoría semántica Cambio con cantidad inicial desconocida (disminuyendo) $\text{¿?} - C = Cf$	Identificar el cambio y la cantidad final, establecer la conexión entre las cantidades mediante el uso de la sustracción. Contar a partir del número del que hay que sustraer, es decir a partir de la cantidad menor.
Categoría semántica Combinación con total desconocido $P + P = \text{¿?}$	Reconocer las cantidades, agruparlas y obtener la cantidad total a través de la adición en el proceso del conteo verbal empezando por el primer número o sumando.
Categoría de combinación con una de las partes desconocido $P + \text{¿?} = T$	Identificar una de las partes y el todo. Acudir a la sustracción para indagar por la otra parte, mediante el proceso del conteo verbal empezando por el menor de los dos números.

3.2.2. Protocolo de aplicación y Técnicas de recolección de la información.

Las situaciones poseen un protocolo de aplicación caracterizado por varias etapas en las cuales los estudiantes tienen la posibilidad de revisar varias veces sus respuestas. Para ello, se propone inicialmente que los estudiantes desarrollen las tareas de manera individual, posteriormente en parejas y luego en equipo, es decir, en plenaria. En esta última, se vivencia el diálogo y socialización que admite el reconocimiento de los posibles errores o aciertos en sus estrategias y/o resultados; estos aspectos conducen a la validación de las respuestas de los estudiantes con el fin de que se pueda llevar a cabo un proceso de institucionalización de saberes por parte de la profesora.

La maestra en el papel de orientadora, promueve en los estudiantes la reflexión como medio para encausar niveles progresivos de abstracción durante el aprendizaje. En los momentos del juego, la maestra plantea las consignas y reglas de forma oral, porque es evidente que de este modo fluye mejor la comprensión por parte de los estudiantes; además, permite ejercer la oportunidad de retroalimentar y explicar detalladamente los interrogantes que se suscitan en el desarrollo de las situaciones. De este modo, la profesora está atenta a cualquier duda en relación con la intención comunicativa de los enunciados, más que en la interpretación de ellos o en las respuestas.

En cuanto a las técnicas de recolección de datos, son las múltiples fuentes que se utilizan para obtener la información. El investigador es la persona que recolecta los datos, se apoya de diversas técnicas que se desarrollan durante el estudio. A continuación se describe brevemente cada una de ellas:

Hojas de trabajo de los estudiantes: Se les proporciona a los estudiantes una hoja de trabajo, en la cual se hallan consignadas las preguntas relacionadas con cada tarea de las situaciones propuestas, se les suministra a los estudiantes este material de forma fragmentada de tal manera que, terminada una tarea, se les proporciona las hojas de trabajo de la siguiente tarea, y así sucesivamente. De esta manera se recolecta la producción escrita de los estudiantes.

Observación: De manera constante la docente ejercerá observación sobre el estudiante y se enfocará en las estrategias y representaciones que se utilizan para hallar la respuesta o resolver el problema que se plantea.

Registro audiovisual: La producción escrita de los estudiantes no es suficiente, pues algunos estudiantes no son hábiles con la escritura cuando de expresar su intención comunicativa se trata, por

ejemplo, se pueden omitir datos o procesos y no por eso se puede dar una valoración apresurada de las respuestas o saberes que poseen. Así mismo, puede haber procesos aparentemente viables o correctos, pero es importante indagar un poco más para constatar si obedece a lo que el estudiante ha logrado o por el contrario, obedece a respuestas al azar o consecuencia de datos memorísticos.

De acuerdo con lo mencionado, es importante escuchar a los estudiantes en las plenarias y tomar registro audiovisual de ello, lo cual sirve como insumo para complementar lo que los estudiantes han puesto por escrito en sus hojas de trabajo. Igualmente, el registro audiovisual permite precisar detalles a partir de algunas entrevistas a cada estudiante.

3.3. Sobre las variables de análisis.

Seguido de la implementación de la propuesta de aula, se describen los resultados obtenidos a la luz de todo lo mencionado hasta el momento en el marco teórico (la perspectiva curricular y didáctica), además de la caracterización de la población y la prueba diagnóstica realizadas, teniendo en cuenta las variables de análisis determinadas para tal fin: categorías semánticas (cambio y combinación), estrategias de resolución de problemas, las formas de representación.

A continuación, se exponen de manera esquematizada las categorías y criterios de análisis para la clasificación de los resultados del estudiante en relación con la propuesta de aula.

Tabla 17: Categorías y criterios de análisis de resultados de la propuesta de aula.

#	Categoría	Criterios	Descripción
1	Categoría semántica de Cambio	1. $a + b = ?$ 2. $a - b = ?$ 3. $a + ? = c$ 4. $a - ? = c$ 5. $? + b = c$ 6. $? - b = c$	Estas subcategorías se aplican en el análisis de los problemas de cambio, identificando cuál es la correspondiente a cada problema e indicando el desempeño de los estudiantes al abordar dichos problemas.
2	Categoría semántica de Combinación	1. $a + b = ?$ 2. $a + ? = c$	Estas subcategorías se aplican en el análisis de los problemas de combinación, identificando cuál es la correspondiente a cada problema e indicando el desempeño de los estudiantes al abordar dichos problemas.
3	Estrategia para la resolución del problema	1. Para la suma a) Conteo progresivo b) Conteo a partir de cualquier número c) Memorización de hechos numéricos 2. Para la resta	En cada problema, el estudiante puede utilizar una o más estrategias para resolverlo, así, se realiza un análisis diferente dependiendo de cuál se emplee. De acuerdo con las respuestas de los estudiantes se verificará qué tipo de estrategia se ha

		a) Quitar b) Añadir objeto c) Uso de conteo regresivo d) Conteos e) Memorización de hechos numéricos	usado y se mencionará algo sobre su viabilidad.
4	Formas de representación	1. Representaciones icónicas a) Representaciones manipulativas b) Representaciones gráficas 2. Representaciones simbólicas a) Representaciones verbales b) Representaciones numéricas	En cada problema, el estudiante puede utilizar una o más formas de representación para resolverlo, así, se realiza un análisis diferente dependiendo de cuál se emplee. De acuerdo con las respuestas de los estudiantes se verificará qué tipo de representación se ha usado y se mencionará algo sobre su viabilidad.
5	Logro de la tarea	1. De acuerdo con las respuestas del estudiante, se analiza el acercamiento a los propósitos pre-establecidos de cada tarea.	

3.4. Resultados y análisis de resultados

Resulta oportuno dilucidar en esta sección, el procedimiento que se llevó a cabo con los datos después de su recolección. Es importante recordar, que la información se obtuvo mediante las técnicas de recolección ya mencionada anteriormente. Para tipificar las respuestas recolectadas, en primera instancia, de cada una de las situaciones se clasificaron y se agruparon aquellas preguntas que reunieron las características y los objetivos de las categorías semánticas de *Combinación y las de Cambio con sus subcategorías*, correspondientemente. Segundo, se tipificaron las respuestas, lo que se efectuó de acuerdo con los diferentes tipos de respuestas encontradas en correspondencia con cada una de las categorías y subcategorías semánticas. Se encontró similitud en las formas de responder, por lo tanto se clasificó de acuerdo con ellas.

Se estableció un símbolo, se seleccionó la letra “T” mayúscula que indica TIPO y la letra “R” mayúscula que obedece a la palabra RESPUESTA, seguido de la letra se adicionó un número se inicia desde el 1 y así sucesivamente hasta terminar el número de los Tipo de Respuestas encontradas. En efecto, R1 significa tipo de Respuesta uno, R2 sería tipo de Respuesta dos y así sucesivamente hasta que se organizaron las respuestas.

En este orden de ideas, en la siguiente tabla se observan claramente los diferentes símbolos y nomenclatura que se usaron en el proceso de análisis de resultados.

Tabla 18. Símbolos y nomenclatura para el proceso de análisis de resultados.

	Situación 1	Situación 2	Situación 3
Tipos de respuestas	R	R	R
Situación	S1	S2	S3
Tarea	T1, T2, T3	T1, T2, T3	T1, T2, T3
Registro audiovisual	RAV	RAV	RAV
Estudiantes	E	E	E
Variante	V	V	V
Bombas en apuros	BBA		
Ping-pong al hoyo	PPH		
Pasa la bolita		PSB	
Tienda Comics		TC	
Representación	REPRE	REPRE	REPRE
Estrategia	ESTRATEGIAS	ESTRATEGIAS	ESTRATEGIAS
Plenaria	PLENARIA	PLENARIA	PLENARIA
Enunciado			ENUN

La información que se obtuvo después de la aplicación de propuesta, se analizó teniendo en cuenta el orden en el que se desarrolló, es decir, por situaciones con sus respectivas tareas. Los datos se organizaron por grupos de respuestas, teniendo en cuenta el conjunto de preguntas que reúnen las características y el propósito por categorías semánticas. Los registros audiovisuales fueron etiquetados de acuerdo con los hallazgos, de un video se editó y se escogieron ciertos episodios con el fin de hacer mayor énfasis de acuerdo con hallazgo, un ejemplo de etiqueta es: **02- RAV- S1T1- BA- E5** significa: **02:** número secuencial del video, **RAV:** Registro Audiovisual, **S1T1:** Situación uno, Tarea uno, **BA:** Bombas en apuro y **E5:** Estudiante 5.

A continuación, se exponen los tipos de respuestas dadas por los estudiantes a cada una de las tareas que se han propuesto en las situaciones. Se explicitan y se describen en cada una de las tablas los tipos de respuestas y la frecuencia en el marco de las variables de análisis.

3.4.1. Tipificación de respuestas situación 1: tarea 1 y tarea 2

Tabla 19: Tipos de respuestas Categorías semánticas de la S1T1.T2

CATEGORÍA SEMÁNTICA	TIPO DE RESPUESTA	GRADO DE ACIERTO O DESACIERTO. DESCRIPCIÓN	%
CAMBIO $C_i + C = \text{¿?}$ $C_i - C = \text{¿?}$	R1	Estudiantes que, reconocen la cantidad inicial y la cantidad que representa el cambio, que afirman obtener el resultado a través del uso de la suma o de la resta según sea el caso y que identifican que la cantidad que representa el cambio, presenta una modificación a la cantidad inicial. Como explicación, aluden que hacen uso de la resta porque pierde puntos o de la suma porque gana o se aumenta puntos.	80%
	R2	Estudiantes que, presentan dificultad para comprender la pregunta, por lo tanto responden erradamente el puntaje total y no logran justificar el por qué de su respuesta o cantidad expresada.	20%
COMBINACIÓN $P + P = \text{¿?}$	R1	Estudiantes que, identifican las cantidades obtenidas por sí mismos y por sus pares, ingresan los datos en la tabla de forma correcta. Expresan que por medio de la suma conectan los datos o las cantidades de cada pareja y de este modo, se halla el total desconocido.	60%
	R2	Estudiantes que, de forma incorrecta ingresan en la tabla algunos datos correspondientes a cada pareja de estudiantes y manifiestan que hacen uso de la adición para unir los puntajes. Sin embargo, algunos estudiantes de este grupo, presentaron errores en el procedimiento del algoritmo de la suma.	40%
COMBINACIÓN $P + \text{¿?} = T$	R1	Estudiantes que, reconocen la cantidad de puntos obtenidos por el primer jugador del juego, al igual que el total de puntos obtenidos entre cada pareja de jugadores, datos que indicó la profesora. Con estos dos datos, los estudiantes realizan procedimientos aditivos, sustractivos o de conteo para obtener la cantidad correspondiente al segundo estudiante de manera correcta.	100%

El propósito de la situación 1, es estudiar la *categoría semántica de cambio con cantidad final desconocida*, *categoría semántica combinación con una de las partes desconocida* y *de combinación el total desconocido*.

De acuerdo con la tipificación hecha, se pudo evidenciar que los estudiantes tienen dificultades notorias para poder expresar sus respuestas por medio escrito, pues tienden a responder en concreto con una cantidad numérica, les cuesta mucho poder realizar expansiones discursivas por escrito donde justifiquen el porqué de sus respuestas. Esto se ve reflejado inclusive desde la oralidad donde

en las plenarias fue necesario preguntar varias veces los mismo usando diferentes acercamientos para que algunos estudiantes lograran dar explicación de sus procesos.

Los resultados que se observan en la tabla **S1T1.T2**, permiten afirmar que, en cuanto a la categoría de *cambio con final desconocido*, el 80% de los estudiantes logró responder de forma acertada los interrogantes que se presentaron en cada una de las tareas. En sus escritos este grupo manifestó reconocer la cantidad inicial y la cantidad que representa el cambio; identificó que la cantidad que alude al cambio produce una modificación sobre la cantidad inicial, y en correspondencia con la cantidad final desconocida o al todo desconocido, los estudiantes hicieron uso de la resta o de la suma según fuese el caso.

La mayoría de los estudiantes argumentó que hizo uso de la suma porque “aumentaron o ganaron puntos”, o de la resta “porque perdieron puntos”, “disminuyeron puntos” o “bajaron puntos”. De lo que se puede deducir, que los estudiantes establecieron una relación semántica entre el algoritmo de la suma con las palabras “aumentar y ganar” y el de la resta con las palabras “perder y bajar”. Esto se vio reflejado en “PING PONG AL HOYO” juego en el que la mayoría de los estudiantes reconoció que cuando la bolita caía en el orificio negro el puntaje inicial disminuía (menos cinco puntos) y que cuando la bolita caía en el agujero blanco el puntaje inicial aumentaba (más cinco puntos). Esto les permitió seleccionar el algoritmo apropiado (adición o sustracción) de acuerdo con el color del orificio donde encestó la bolita, para hallar la cantidad final, como se presenta en la siguiente ilustración, que muestra la respuesta de 4 estudiantes para argumentar el uso del algoritmo de la suma y de la resta.

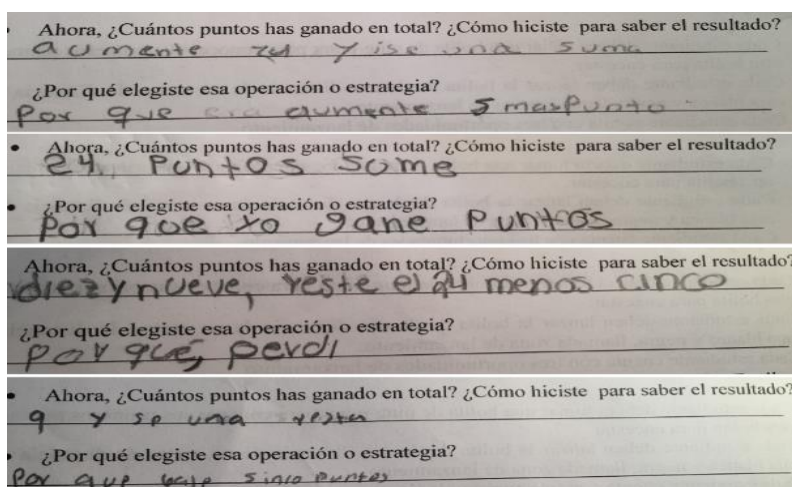
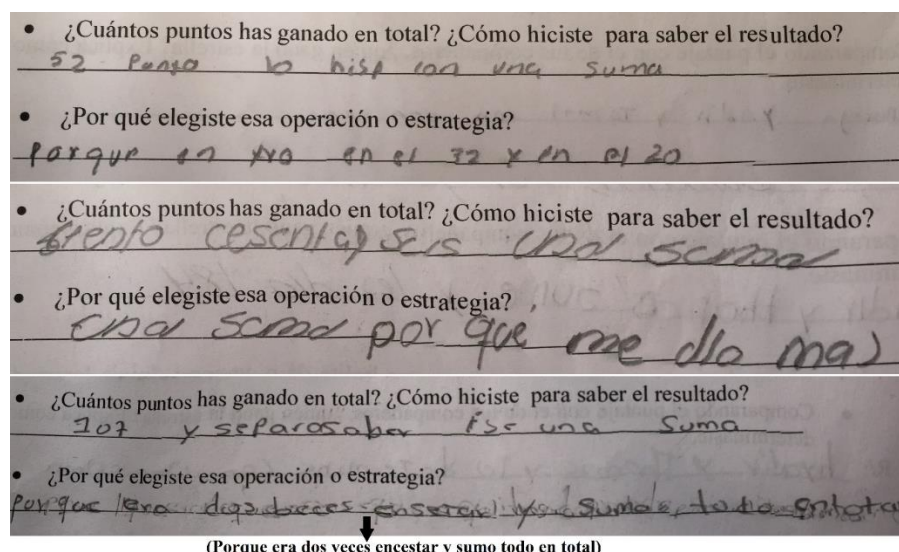


Ilustración 13: Relación semántica - palabras claves y operación aritmética.

No obstante, algunos de estos estudiantes presentaron dificultades en el proceso de resolución. Se observó en las hojas de trabajo, errores en el procedimiento de la suma, ellos realizaron el algoritmo de forma convencional (los sumandos de forma vertical, uno debajo del otro), sin embargo, asociaron las decenas y las centenas del primer sumando con las unidades y decenas del segundo sumando, respectivamente. En otros resultados los errores se centraron en el proceso del conteo; esto se infiere, porque durante la plenaria los estudiantes manifestaron comprender la dinámica y reglas del juego y explicitaron los resultados correspondientes a cada estudiante. Otro hecho que generó error en el resultado se presentó en la S1T1, en la categoría semántica de *combinación con el total desconocido*, inicialmente algunos estudiantes manifestaron que su puntaje total (*el todo*) había disminuido porque en la segunda bomba el puntaje que salió era menor, solo después de varios procesos de lectura y de preguntas orientadoras, los estudiantes cambiaron de postura y sustentaron de manera más acertada, por qué su puntaje total (*el todo*) aumentó. En el registro 02- RAV- S1T1- BA- E5, se puede observar lo que se intenta describir en este párrafo.

En la resolución de la situación problema de *categoría semántica de combinación con el todo desconocido*, el 60% de los estudiantes reconoció que cada jugador obtiene unos puntajes que ganan después de cada lanzamiento y que a través de la suma unen dos cantidades para hallar el puntaje total de cada una de las parejas. La suma para este grupo, es la operación que se usó porque se tenía presupuestado aumentar cantidades, la unión de las cantidades de cada integrante produjo un “número mayor”, o “les da más”, “les da el total”, “les da un número más grande” o “ganan”; evidencian un vínculo semántico entre las palabras señaladas entre comillas y suman los dos números. Los estudiantes asociaron el uso de la suma como una operación opuesta a la “resta” porque la resta no les sirve, porque va en contravía del sentido que tiene la suma y porque con esta les da menor. Esto, como consecuencia de que no solo es el puntaje de una persona sino el puntaje de dos personas, como se puede apreciar en la siguiente ilustración, se puede apreciar algunas respuestas en la que se explicita el uso del algoritmo y la relación de este con la palabra “más” y “total”.



(Porque era dos veces encostar y sumo todo en total)

Ilustración 14: Identificación de Cantidad final.

Es menester mencionar que algunos estudiantes tienen dificultades lecto-escritoras muy acentuadas, razón por la cual presentaron dificultades en la comprensión de los interrogantes *¿Tu puntaje total aumentó con el segundo globo?* *¿Cuál fue tu puntaje total?* *¿Cómo hiciste para determinarlo?* Y durante la plenaria, se reflejó en ellos dificultad para comprender los interrogantes, la docente intervino y reorientó las preguntas con el fin de permitir comprensión. Algunos de los estudiantes lograron comprender y al percatarse de la dinámica del juego resolvieron la tarea obteniendo resultados más acertados.

También fue posible observar en la tabla que el 40% de los estudiantes, presentó dificultad para desarrollar algunos procesos para encontrar el *total desconocido*, este error fue inherente al desconocimiento de alguna regla aditiva y del conteo, como le sucedió a un estudiante de este grupo, quien al relacionar dos cantidades por medio de la suma, escribió el número cero como resultados de $0 + 5$, en la siguiente ilustración es muestra el algoritmo de la suma y su solución, propuesto por uno de los estudiantes.

Handwritten calculations on the left:

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 15 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 15 \\ \hline 35 \end{array}$$

Table data:

Nº	PAREJAS	PUNTAJE PRIMER ESTUDIANTE	PUNTAJE SEGUNDO ESTUDIANTE	PUNTAJE TOTAL
1	E1 y E2= Ana y Yery	40	40	80
2	E3 y E4= Sara y Fabian	20	15	35
3	E5 y E6= Yadhier y Laura	15	20	35
4	E7 y E8= Yeny y Tomas	50	42	92
5	E9 y E10=			

Handwritten '50' at the bottom left of the table.

Tabla de registro de datos 3. Situación 1 tarea 2. (Categoría semántica Combinación con total desconocido)

Ilustración 15: Registro erróneo proceso aditivo S1T2V2

Lo curioso es, que se observa que este estudiante realiza dos operaciones con los mismos sumandos. En una de las operaciones, cuando el cero se presenta debajo del cinco lo realizó correctamente, y en la otra operación, cuando el cero se presenta encima del cinco existe el error; al parecer la confusión se presenta por la posición del cero.

En el proceso de resolución de la categoría de *combinación con una de las partes desconocida*, la mayoría de los estudiantes identificó una de las partes y determinó que para hallar la otra parte debía basarse en los datos proporcionados en la hoja de trabajo (*una de las partes y el todo*), para modelar la situación y establecer el dato faltante. Algunos estudiantes de este grupo, realizaron una resta entre *el todo* y una la *de las partes* para hallar la otra parte. Sin embargo, llama la atención el hecho de que algunos hayan mencionado que realizaron una suma para hallar una de las partes.

Otro grupo, manifestó hacer uso de la adición para hallar la *parte desconocida*, este procedimiento consiste en iniciar la búsqueda escribiendo en su hoja de trabajo el número que representa la cantidad del primer jugador (20) y teniendo en cuenta este dato, dibujó tantas marcas o palitos hasta llegar y completar el número correspondiente al puntaje total o *el todo* (77). Luego, contó las marcas o palitos y el número que da la cantidad de puntos, son los que ganó el segundo jugador (57). Finalmente, realizó una *suma* entre los puntos del primer jugador (20) y el número que surgió de la cantidad de palitos realizados en la hoja de trabajo y el resultado de la suma (*el todo*), de esta forma los estudiantes corroboraron que les quedó bien hecha la operación. La siguiente ilustración es un ejemplo de lo expuesto en este párrafo.

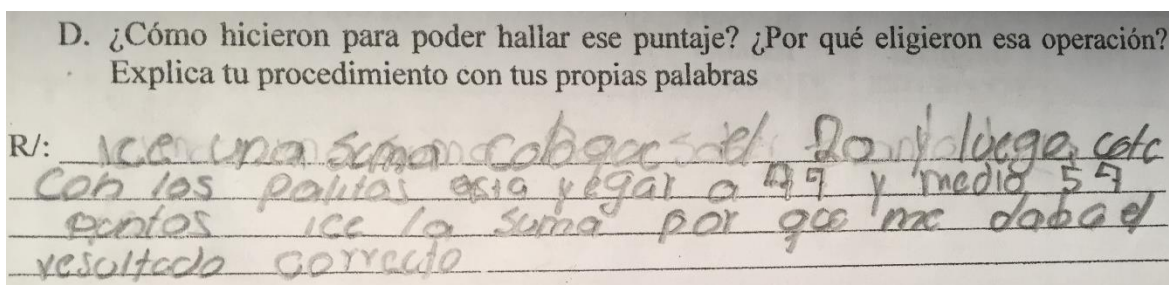


Ilustración 16: Respuesta de la S1T2V3P2D

Estrategias de resolución de la S1T1.T2

Tabla 20: Tipo de respuestas - Estrategias S1T1.T2

	TIPO DE RESPUESTA	DESCRIPCIÓN	%
ESTRATEGIAS PARA SUMAR	R1	<i>Estrategia aditiva contar a partir del primer sumando</i>	100%
	R2	<i>Estrategia aditiva de conteo progresivo</i>	85%
	R3	<i>Estrategia derivada a hechos numéricos derivada en reglas</i>	60%
	R4	<i>Estrategia aditiva contar a partir del segundo sumando</i>	20%
	R5	<i>Estrategia aditiva basada en el conteo verbal y conteo mental.</i>	15%
ESTRATEGIA PARA RESTAR	R1	<i>Estrategia contar a partir del número del que hay que sustraer</i>	40%
	R2	<i>Estrategia de quitar de.</i>	30%
	R3	<i>Estrategia de Separar de-</i>	20%
	R4	<i>Otras estrategias: Ensayo y error-</i>	10%

Antes de continuar, es importante aclarar que de acuerdo con los datos que se presentan en la tabla 20, la suma de la frecuencia de los porcentajes supera el 100% tanto en las estrategias para sumar como para restar respectivamente. Esto se debe, porque se observó que algunos los estudiantes hicieron uso de diversas estrategias para sumar o para restar en el momento de resolución. Esto implicó que se contara las veces que los estudiantes usaron un tipo de estrategia que lo llevaron a hallar las cantidades desconocidas. Esto mismo sucedió en la S2 y la S3.

Sin duda, los estudiantes realizan un esfuerzo intelectual para tratar de crear procedimientos y emplear estrategias que los llevaron a la resolución de las situaciones problema que se les presentaron. A continuación, se explicitan y se describe la relación de los diferentes procedimientos expuestos por los estudiantes en la resolución de los problemas de *categoría semántica de Cambio y de Combinación*.

De acuerdo con los datos, las imágenes y videos analizados, existe el mismo patrón de estrategia utilizada por la mayoría de los estudiantes para resolver problemas de las categorías anteriormente nombradas y que se presenta en el siguiente orden según la frecuencia de uso: la *Estrategia Aditiva de conteo a partir del primer sumando*, *Estrategia Aditiva de conteo progresivo*, *Estrategia derivado a hechos numéricos derivada en reglas*, *Estrategia de contar a partir del segundo sumando* y finalmente, la *Estrategia aditiva basada en el conteo verbal y conteo mental*.

La totalidad de los estudiantes usó las estrategias basadas en el conteo, juntó las cantidades dadas y contó hacia adelante o hacia arriba a *partir desde el primer sumando*. Este grupo de estudiantes comenzó la secuencia de conteo con el primer sumando y continuó con el segundo, incrementando tantas unidades como estuvieron contenidas en el segundo sumando, el número que correspondió al último objeto sería el total de los objetos. La siguiente ilustración muestra el caso de un estudiante usando el tipo de estrategia ya mencionado.

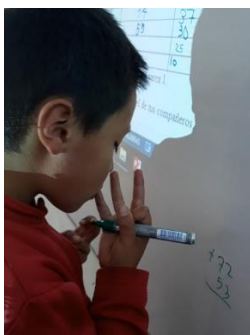


Ilustración 17: Estrategia de conteo partir desde el primer sumando -S1T1

Los resultados también indican que la mayoría de los estudiantes usó la *Estrategia de conteo progresivo*, ellos iniciaron el conteo desde el primer sumando y levantaron la cantidad de dedos según lo indicaba el segundo sumando. Contaron oralmente de forma ascendente hasta llevar el conteo al finalizar el último número del segundo sumando. (Ver ilustración 18)



Ilustración 18: Registro de estrategia aditiva de conteo progresivo- S1T2.

Los datos también informan que un 60% de los estudiantes, utilizó *Estrategias derivado a hechos numéricos y recupera información de la memoria de largo plazo*. Estos estudiantes reconocieron el doble de algunos números que se registraron en la tabla. En el video 01- RAV- ESTRATEGIA E4, el estudiante para hallar el total expresa que, “cuarenta más cuarenta son 80 y ocho, son ochenta y ocho... y ochenta y nueve y noventa” – “como cuatro y cuatro son ocho entonces yo hice cuarenta más cuarenta son ochenta y sumé estos ochos, mmm... Ochenta y ocho y más dos, noventa”.

Un 20% de los estudiantes, realizó la *estrategia de contar a partir del segundo sumando*, estos estudiantes iniciaron el conteo a partir del segundo sumando y continuaron incrementando tantas unidades como estuvieron contenidas en el primer sumando. Algunos de ellos expresaron que guardaba uno de los sumandos en la mente y contaron haciendo uso de los dedos el primer sumando.

El 15% de los estudiantes, desarrolló *Estrategia aditiva basada en el conteo verbal y conteo mental desde cualquiera de los de los sumandos*, este grupo de estudiantes contó verbal y/o mentalmente a partir de cualquiera de los sumandos. Cuando realizó el conteo mental no fue claro si comenzaron a contar desde el primer o segundo sumando o a contar desde el número mayor, pero la respuesta fue la última palabra en el orden o secuencia de conteo.

En el caso del proceso de resolución de problemas de categoría de *Cambio con el Cambio desconocido* y de *Combinación con una de las partes de conocida*, los estudiantes emplearon las siguientes estrategias de resolución: La ***estrategia Contar a partir del número del que hay que sustraer***, fue la más usada por los estudiantes, seguido la ***estrategia quitar de-*** y la ***estrategia separar de-*** como la segunda más usada, y finalmente, encontramos la ***estrategia de ensayo y error*** que fue practicada con menos regularidad por el grupo de estudiantes.

De acuerdo con los resultados de la tabla 20, para hallar una de las partes desconocidas, en la categoría de *Combinación*, la *estrategia contar a partir del número del que hay que sustraer*, es utilizada por el 40% de los estudiantes. Este grupo, realizó marcas o hizo uso de extensión de sus dedos al tiempo que contaban verbalmente en sentido creciente o incrementó a partir del número que va a sustraer, hasta alcanzar el minuendo. Luego, contaban los dedos extendidos, marcas o palitos, el número contado indica la diferencia, en este caso el resultado a encontrar.

En la estrategia *Quitar de*, se observó que el 30% de los estudiantes representó primero el minuendo, luego de esto, quitó la cantidad que representa el sustraendo. Este grupo formó el minuendo con elementos concretos (dedos), después flexionó los dedos o quitó de ellos el conjunto de objetos o marcas igual al sustraendo, y contó al final la cantidad de objetos restantes, en este caso el resultado a encontrar.

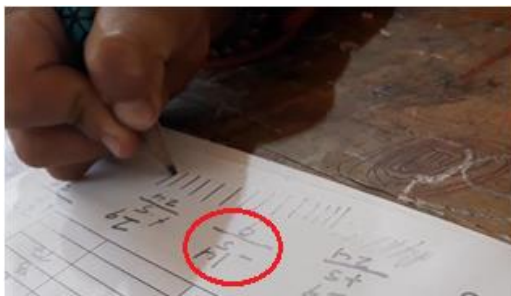


Ilustración 19: Estrategia basada en Quitar de.

Un 20% de los estudiantes usó la estrategia **Separar de**- evidenciando procesos parecidos a los del anterior grupo con el conteo de los dedos y rayitas sobre el papel.

Finalmente, se encontró la estrategia que alude en el *ensayo y error*. El 10% de los estudiantes, probó y encontró la parte desconocida de la situación problema a través de esta estrategia que consiste en la ejercitación de varios intentos de operaciones aditivas o sustractivas hasta encontrar el resultado esperado, como se describe a continuación.

5- RAV- ESTRATEGIA PPH-E3 [00:30- 02:38]

P (profesora) E (Estudiante)

P: muéstrame, vamos hacer este, el de Sara y Yenny. ¿Cómo sería? (Señala los nombres en el papel)

E3: el de Sara y Yenni (Procede a escribir sobre el papel el número 32 y el número 42, de forma convencional al algoritmo aditivo, inicia por las unidades)

P: ¿cuarenta y dos? ¿De dónde sale ese cuarenta y dos?

E3: aquí me da cuatro (suma dos más dos y escribe el número 4 en el papel. Continúa con las decenas y cuenta mentalmente, simultáneamente que extiende tres dedos. Se da cuenta que no le da el resultado total, según la suma que ella realiza el total sería 74).

E3: no me dio (borra los números y cambia de espacio en la hoja para continuar con su procedimiento. Luego, escribe el número 32 y el número 32)

P: ¿Cómo sería?

E3: cuatro (inicia sumando las unidades y escribe debajo de ellas en número 4, continua con las decenas y cuenta mentalmente, se da cuenta una vez más que no le da el resultado, en este caso el total sería 64).

E3: no me dio.

P: no le dio. ¿Cuánto te dio entonces allí? (señala la hoja)

E3: sesenta y cuatro.

P: ¿Te da igual o te da más?

E3: más (mientras borra la operación)

P: ¿Entonces que tienes que hacer?

E3: ¡jeeeh! Buscar otro número.

P: inténtalo a ver.

E3: cuatro (escribe el número 33 y debajo el número 22. Extiende dos dedos que representa el segundo sumando)

E3: no me dio. (Borra el procedimiento y escribe el número 12 debajo del 33)

P: no le dio.

E3: cuatro, cuatro (mientras suma las unidades y las decenas)

P: ¿Qué crees tú qué pasó?

E3: queee... quee... Yenny sacó doce.

Formas de representación de problemas de la S1T1.T2

Tabla 21: Tipo de respuesta - Representaciones de resolución S1T1.T2

	TIPO DE RESPUESTA	DESCRIPCIÓN	%
REPRESENTACIÓN	R1	Estudiantes que hacen uso de la representación gráfica o semi-concreto, es decir, representan con dibujos. Además, construyen el sentido de relación de orden numérico y dominan el conteo progresivo.	80%
	R2	Los estudiantes que emplean símbolos matemáticos (signo de adición (+) y de sustracción (-) entre dos cantidades y al signo igual (=)). Efectúan operaciones con los datos numéricos proporcionados en el enunciado, comprenden que el número de la derecha o el total, es el resultado de una acción realizada sobre los números que se proporcionan.	100%

De acuerdo con los resultados de la tabla anterior, el 80% de los estudiantes, construye representaciones con materiales concretos o semi-concretos de tal modo que sea parecido a la estructura semántica del problema. De este grupo de estudiantes, algunos hicieron uso de sus dedos en el conteo para hallar el resultado y otros emplearon un diagrama, marcas o palitos para representar las cantidades suministradas en el problema.

Los estudiantes emplearon la representación manipulativa y la gráfica, y se evidencia cómo los estudiantes hacen uso de sus dedos para realizar el conteo y hallar el resultado.

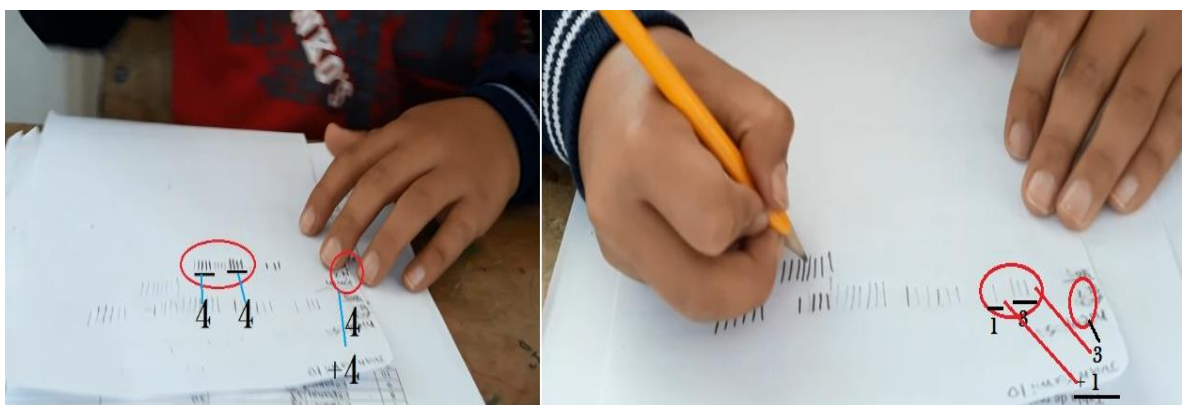


Ilustración 20: Representación Icónica- Uso de marcas. S1T1.

En las ilustraciones anteriores se observa cómo el estudiante, aunque no dibuja una forma circular u ovalada para encerrar marcas (rayitas dibujadas), es notoria la intención de representar las cantidades, y cuando son varias, las hace por aparte.

Se evidenció en estos estudiantes la realización de marcas o palitos tantas veces según lo indicaban los sumandos, primero realizó los palitos del primer sumando y seguido de un espacio, los palitos del segundo sumando. Luego, contó las dos cantidades de palitos obteniendo de este modo la cantidad total desconocida. Esta cantidad total viene representando un conjunto con mayor cardinalidad que cada una de las partes sumadas (subconjuntos), como se aprecia en la Ilustración anterior.

Por otro lado, el 100% de los estudiantes, empleó símbolos matemáticos (+, -, =). Efectuó operaciones con los datos numéricos proporcionados en el enunciado. Es decir, utilizó la representación simbólica de los números, asoció los signos de la suma con las acciones de agregar e hizo conteo reconociendo el valor posicional de los dígitos implicados.

Se pudo observar en los estudiantes habilidad de conteo y manejo del algoritmo aditivo. En las preguntas donde se debían registrar datos en una tabla, los estudiantes los representaron en posición tradicional del algoritmo aditivo, es decir, unidades, bajo unidades y decenas bajo decenas. Seguido, los estudiantes realizaban el proceso aditivo iniciando por las unidades y seguidas por las decenas, algunos de ellos apoyándose a través del uso de sus dedos. En la siguiente ilustración, se puede ver dos estudiantes haciendo uso de la representación icónica.



Ilustración 21: Representación Icónica- Uso de los dedos. S1T1.

3.4.2. Análisis general de la situación 1, Tarea 1 y Tarea 2.

Situación 1 (S1): *Jugando me divierto y aprendo.*

(T1) Tarea 1: *Juego Bombas en Apuros* y **(T2) Tarea 2:** *Juego Ping-Pong al hoyo*

Categoría de Cambio S1:

Ante la situación planteada, en cada una de las tareas se suscitaron problemas cuya estructura semántica es de *cambio con la cantidad total desconocida en aumento y en disminución* ($C_i + C = \text{¿?}$ / $C_i - C = \text{¿?}$). Es oportuno recordar que en la S1.T1T2, se hizo necesario el acompañamiento por parte de la docente para facilitar en los estudiantes la comprensión de los enunciados; este acompañamiento se centró en la intención comunicativa, basada en lecturas colectivas y uso de herramientas didácticas como fue el uso de video beam y la reformulación de las preguntas para propiciar el debate y participación activa por partes de los estudiantes.

De acuerdo con los propósitos de la S1.T1.T2, se logró la participación activa de la mayoría de los estudiantes; la dinámica del juego los involucró y permitió que, de manera paulatina, ellos alcanzaran la comprensión y la habilidad para resolver situaciones problema. El diseño y la formulación de las preguntas, fueron creadas pensando en que los estudiantes en cada juego y sus variantes, aprendieran a identificar las cantidades que representan la estructura de la categoría semántica de cambio (C_i , C , C_f) independientemente de la ubicación que ocupe la incógnita.

La intención principal de la S1 era permitir que los estudiantes la comprendieran la dinámica, reconocieran las reglas del juego y precisaran por medio de la producción escrita y el discurso oral, las cantidades o datos con los que se contaban en cada situación problema mientras jugaban.

Ya en la S1T2, en el caso del juego ping-pong al hoyo, los estudiantes mientras jugaban presentaron avances en el desarrollo de habilidades para identificar la *cantidad inicial* o cantidad de puntos que se obtenía de una caja donde se hallaban bolitas de ping-pong previamente marcadas con números. Pero, además se generó en ellos la expectativa y alegría de participar en el juego donde se ganó o se perdió puntos, puntos que modificó la cantidad inicial, viéndose reflejado en la *cantidad final*, que a su vez, esta podría ser, una *cantidad final en aumento o disminución*.

De acuerdo con los resultados o respuestas dadas por los estudiantes en su hoja de trabajo y del análisis de los videos, se deduce que la mayoría de los estudiantes reconoció que esa cantidad (el

cambio) que se obtenía en un segundo momento del juego modificó la *cantidad inicial*, independientemente del color del orificio en el que se encestó la bolita. Ellos revelaron en sus escritos y revalidaron en sus discursos verbales o en la plenaria que la cantidad inicial sufría un cambio; si la bolita caía en el orificio negro, el puntaje inicial disminuía y si la bolita caía en el orificio blanco, el puntaje inicial aumentaba. Esta interpretación por parte de los estudiantes, los encausó a elegir el algoritmo apropiado (ya sea la suma o la resta) para hallar la cantidad final de acuerdo con el color del orificio donde se encestaban las bolitas.

Es menester aclarar, que fue natural observar a los estudiantes seleccionar el algoritmo para resolver las situaciones problema, motivados por la carga semántica de las palabras clave, tales como ganar, perder, aumentar y disminuir.

Categoría de combinación S1:

De la misma manera que en el proceso de resolución de la categoría semántica de *cambio*, en la categoría de *Combinación*, los estudiantes al comienzo presentaron dificultad para resolver situaciones problema de categoría semántica de *combinación con estructura* $P + P = \text{¿?}$ Y $\text{¿?} + P = T$. Posteriormente, los estudiantes se fueron incorporando escalonadamente en la dinámica de las tareas e identificaron de esta categoría semántica las *partes* y reconocieron que debían hallar los datos que faltan.

Si se compara el porcentaje de aciertos que se observa en los resultados de la S1T1V1 con el porcentaje de acierto de la S1T2V2 que también involucra la categoría semántica *de combinación con el todo desconocido*. Se concluye entonces, que los estudiantes avanzaron en su proceso de resolución de problemas, reflejándolo en la comprensión de los interrogantes y por ende en la resolución acertada de las tareas.

Para encontrar la parte desconocida, independiente del lugar que ocupó la incógnita. La mayoría de los estudiantes identificó *una de las partes, el todo* e interpretó que se debía hallar *la otra parte* mediante la modelación de la situación a través del algoritmo de la suma. En la siguiente ilustración se muestra la respuesta de uno de los estudiantes donde explica cómo obtuvo el resultado y porqué elige la suma:

D. ¿Cómo hicieron para poder hallar ese puntaje? ¿Por qué eligieron esa operación?
Explica tu procedimiento con tus propias palabras

R/: hicimos una suma cobrando el 20 y luego con
con las palitas es la vez a 49 y medio 59
puntos hicimos la suma por que nos daba el
resultado correcto

Ilustración 22. Respuesta uso de la resta. S1T2V3P2D

Llevar a cabo tareas de *categoría semántica de combinación*, también permitió que los estudiantes reflexionaran sobre qué les sucede a sus puntos si se unen con los puntos de otros compañeros, si los puntos individuales sufrían transformación o algún cambio. Como se observa en la siguiente ilustración y posterior dialogo, los estudiantes reconocieron que sus puntos (*una de las partes*) no presentaba modificación.

G. De acuerdo con lo anterior, ¿tu puntuación individual cambia al juntarla con la de otro compañero? Explica. NO cambia porque son

R/: mis puntajes

G. De acuerdo con lo anterior, ¿tu puntuación individual cambia al juntarla con la de otro compañero? Explica.

NO cambiaría porque son mis puntajes

G. De acuerdo con lo anterior, ¿tu puntuación individual cambia al juntarla con la de otro compañero? Explica.

no me cambia mis puntos porque no son los puntos

G. De acuerdo con lo anterior, ¿tu puntuación individual cambia al juntarla con la de otro compañero? Explica.

NO cambian el número según para si se pre

Ilustración 23: Registro de respuesta de la S1T2V2P1G

48- RAV- S1T2V2P1G – PPH- E1 [00:02- 01:46]

P (profesora) E (Estudiante)

E1: Cambiara de pareja en el juego (lee el enunciado)

P: Si cambiaras de pareja en el juego, cambiemos de pareja, ¿Cuál vas a elegir?

E1: mmmm a Fabián (se sonríe)

P: a Fabián, ¿Cuántos puntos tiene Fabián?

E1: quince

P: quince puntos, ¿listo? ¿Qué puntuación usarías para jugar con tu nuevo compañero? (señala la hoja, lee la pregunta) ¿Cuál será tu puntaje?

E1: el veinte

P: -tu puntaje ¿Cuál será tu puntaje?

E1: ¡ah! El cuarenta

P: el cuarenta ¿y los de Fabián?

E1: quince (realiza producción escrita, respondiendo a las preguntas)

P: quince

P: ¿Por qué usarías los cuarenta puntos?

E1: porque son mis puntajes

P: escríbalo

E1: de acuerdo con lo anterior (la docente le señala las líneas de la pregunta)

P: a esa pregunta (la docente le señala la pregunta anterior) ¿Cuáles puntajes vas a usar tú?

E1: cuarenta

P: cuarenta, tu puntuación individual ¿cambia?

E1: ¡no!

P: ¿Por qué no cambia?

E1: porque son mis puntos

3.4.3. Tipificación de respuestas situación 2 tarea 1 y tarea 2

Tabla 22: Tipos de respuestas Categorías semánticas de la S2T1.T2

CATEGORÍA SEMÁNTICA	TIPO DE RESPUESTA	GRADO DE ACIERTO O DESACIERTO. DESCRIPCIÓN	%
COMBINACIÓN $P + P = \xi?$	R1	Estudiantes que, en el juego “Pasa la bolita” identifican la cantidad de bolitas obtenidas por ellos y por sus compañeros, es decir, reconocen las partes del enunciado y hacen uso de la suma como el procedimiento de enlace entre las cantidades para hallar el todo desconocido, en correspondencia, aluden a que por medio de la suma se produce “más” o “aumenta” los números.	80%
	R2	Estudiantes que, al igual del grupo anterior identifican cada una de las partes y hallan <i>el todo desconocido</i> por medio de la suma. Sin embargo, de forma incorrecta ingresan en la hoja de trabajo algunos datos correspondientes al puntaje total de cada pareja, otros de ellos no registran unos datos y/o presentan error en algunos algoritmos de allí, los resultados no son correctos en concordancia a los interrogantes.	20%
COMBINACIÓN $P + \xi = T$	R1	Estudiantes que, identifican la cantidad de puntos obtenidos por sus compañeros, es decir, una de las partes. Del mismo modo, reconocen <i>el todo</i> que corresponde al puntaje total y manifiestan que recurren al conteo con elementos concretos (dedos) para encontrar la parte desconocida. De acuerdo a lo solicitado en el problema lo registran de forma correcta en su hoja de trabajo.	80%
	R2	Estudiantes que, identifican la cantidad de puntos obtenidos por sus compañeros (<i>una de las partes</i>), reconocen puntaje total (<i>el todo</i>) y expresan hacen uso de la resta para encontrar la parte desconocida.	20%
COMBINACIÓN $\xi + P = T$	R1	Estudiantes que, identifican el dinero que se paga por cada uno de los helados, ello quiere decir, que reconocen <i>las partes</i> y <i>el todo</i> del enunciado y manifiestan hacer uso de la suma o del conteo, para hallar la parte desconocida.	100%
CATEGORÍA SEMÁNTICA	TIPO DE RESPUESTA	GRADO DE ACIERTO O DESACIERTO. DESCRIPCIÓN	%
CAMBIO $Ci - C = \xi?$	R1	Estudiantes que, identifican la cantidad inicial y el cambio, reconocen que <i>el cambio</i> produce una modificación sobre la cantidad inicial. Estos estudiantes asocian el dinero que se usa para pagar y el costo total de la compra mediante una resta, obteniendo la cantidad de dinero que se obtuvo como devuelta (<i>la cantidad final</i>).	50%
	R2	Estudiantes que, identifican de los enunciados la cantidad inicial y el cambio, reconocer que el cambio provoca una modificación sobre la cantidad inicial. Ellos establecen una conexión entre el dinero que se usa para pagar y el costo total de la compra mediante una resta, sin embargo, presentan dificultad en el	10%

procedimiento del algoritmo y obtienen una cantidad de dinero incorrecto como devuelta (*cantidad final*).

CAMBIO
 $\text{¿?} - C = C_f$

R3

Estudiantes que, de forma errónea aluden a la cantidad que representa la devuelta y no presentan justificación de los procedimientos.

40%

R1

Estudiantes que, comprenden el enunciado. Esto se ve reflejado al identificar la cantidad de dinero que se usa para pagar el costo total de la compra y la cantidad de dinero que queda como devuelta. Es decir, reconocer el cambio y la cantidad final.

100%

La información que se registra en la tabla anterior, conduce a determinar que para resolver problemas de *Combinación*: $P + P = \text{¿?}$, $\text{¿?} + P = T$ ó $P + \text{¿?} = T$, el 80% de los estudiantes comprendió la naturaleza de los enunciados, identificó de esta categoría semántica las *partes* y *el todo*. Dentro de la dinámica del juego de la S2T1, los estudiantes debían identificar la cantidad de bolitas que obtenía ellos mismos y sus compañeros.

Al tratarse de la resolución de la categoría semántica de *combinación con el todo desconocido*, los estudiantes reconocieron las partes y argumentaron que la suma es el algoritmo para enlazar la cantidad de bolitas que obtiene cada pareja de estudiantes para hallar el todo desconocido, como se muestra en la siguiente ilustración.

1. Registra las bolitas que agrupaste y las que agrupó tus compañeros en la siguiente tabla:

Nº	ESTUDIANTES	BOLITAS PRIMER ESTUDIANTE	BOLITAS SEGUNDO ESTUDIANTE.	TOTAL
1	E1 y E2= Yarli y carina	4	5	9
2	E3 y E4= sara y yeni	0	5	5
3	E5 y E6= yadiv y nicol	3	3	3
4	E7 y E8= la ura y carina	6	3	9
5	E9 y E10=			

Tabla de registro de datos 1. Situación 2 tarea 1. (Categoría semántica Combinación con total desconocido)

Handwritten calculations on the right side of the table:

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 4 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 0 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3^2 \\ + 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

Ilustración 24: Respuesta de $P + P = \text{¿?}$

Solo un 20% de los estudiantes identificó de cada pareja, la cantidad de puntos que obtuvo cada estudiante (*las partes*). Sin embargo, este grupo ingresó de forma incorrecta en la hoja de trabajo algunos datos correspondientes al puntaje total (*el todo*), no se registró unos datos y se presentó errores en uno que otro procedimiento en el algoritmo de la suma. Del cual se pudo discernir que estos estudiantes manifestaron un conocimiento incompleto de las reglas y principios subyacentes a la adición, de ahí el error en el procedimiento para hallar el puntaje total de una de las parejas. Este es el caso de un estudiante quien realiza el algoritmo de forma convencional entre los números 0 y 5, pero en el total escribe el 0 en el caso de escribir el número 5, como se puede observar en la siguiente ilustración, el cero se encuentra encima del cinco.

Nº	ESTUDIANTES	BOLITAS PRIMER ESTUDIANTE	BOLITAS SEGUNDO ESTUDIANTE.	TOTAL
1	E1 y E2= <i>karina y gregori</i>	4	5	9
2	E3 y E4= <i>gaxo y gari</i>	0	5	0
3	E5 y E6= <i>yadira y gregori</i>	3	3	6
4	E7 y E8= <i>fabian y gaxo</i>	6	3	9
5	E9 y E10=			

Tabla de registro de datos 1. Situación 2 tarea 1. (Categoría semántica Combinación con total desconocido)

$$\begin{array}{r} + 5 \\ 4 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 3 \\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 6 \\ 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

Ilustración 25: Respuesta errada de $P + P = ?$

En la plenaria, de manera colectiva los estudiantes socializaron sus resultados. La docente presentó diversas preguntas con el fin de enfatizar en los resultados que se obtuvo, no obstante, el estudiante que se precisa en el párrafo anterior, no se percató en el erro. Con respecto a la S1, este mismo estudiante desarrolló algoritmo de la suma, donde el número cero se escribió arriba del cinco y presentó la misma dificultad. De lo que se puede afirmar, que el estudiante presenta confusiones en el momento de la suma del 0 (cero) con cualquier número natural, cuando este lo posiciona encima de los números.

Cuando la categoría semántica es de *combinación con una de las partes desconocidas*, ($P + ? = T$) el 80% de los estudiantes, manifestó recurrir al conteo con elementos concretos (dedos) para encontrar una de las partes desconocida de acuerdo a lo solicitado en la S2T1.T2. Este grupo de estudiantes, no hacen uso de la resta como se es de esperar, sino que contó tomando como base el número que representa la cantidad de bolitas que obtuvo un de los integrantes de cada pareja (*parte conocida*) y desde allí, se inició el conteo en sentido creciente hasta llegar al total (*el todo conocido*) según lo que indicó la profesora. De acuerdo con la ilustración que sigue, una de las parejas agrupó 16 bolitas entre los dos, de los cuales 7 bolitas fueron agrupadas por el segundo jugador. Se debía

indagar por la cantidad de bolitas agrupada por el primer jugador. Como respuesta la pregunta D. la mayoría de los estudiantes explicitó la forma de cómo se obtuvo la otra parte desconocida, como se puede apreciar en la siguiente ilustración.

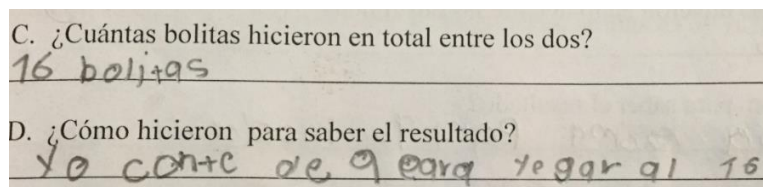


Ilustración 26: Categoría de combinación con una de las partes desconocida.

El 20% de los estudiantes expresó de forma escrita hacer uso de la resta apoyado del conteo con materiales manipulativos (dedos) para encontrar la parte desconocida. Este grupo de estudiantes participó en la plenaria y verbalizó su procedimiento para hallar la parte desconocida. Manifestó que realizó una resta y explicó que contó desde el número 9 (*parte conocida*) hasta el 16 (*Todo conocido*), de la misma manera que el anterior.

Finalmente, para resolver la categoría de combinación con estructura $\text{¿?} + P = T$ en la S2T2, el 80% de los estudiantes identificó *una de las partes y el todo*. En correspondencia con los enunciados, este grupo de estudiantes reveló el dinero que pagó Luis por su helado y el procedimiento para indagar el dinero que pagó Juan. (Ver ilustración 24)

¿Cuánto dinero pagó Juan por su producto?	¿Cuánto dinero pagó Luis por su producto?	¿Cuánto dinero pagó Juan por su producto?	¿Cuánto dinero pagó Luis por su producto?
700	500	500	900
Estudiante E1		Estudiante E2	

Ilustración 27: Registro respuesta de la S2T2-ENUN5-BC

Solo el 20% de los estudiantes no presentó registro de su respuesta en la hoja de trabajo, esto se debe a la falta de comprensión de los textos presentados. En este grupo se encontró un estudiante que poco participó de las plenarias, para él fue necesario formular y reformular las preguntas para permitirle comprensión, pero aun así no se logra obtener respuestas acertadas de su parte.

En la resolución de problemas de la *categoría semántica de Cambio con la cantidad final desconocida* ($C_i + C = \text{¿?}$), el 50% de los estudiantes comprendió el sentido de los enunciados, esto se ve reflejado cuando este grupo reconoció de los enunciados la cantidad inicial y el cambio, y que

el cambio produjo una modificación sobre la cantidad inicial. En el caso de la T2, los estudiantes asociaron el dinero que se usa para pagar y el costo total de la compra mediante una resta, obteniendo de forma correcta la cantidad de dinero que se obtuvo como devuelta, de esta manera se halla la cantidad final.

Ejemplo de que se ha dicho es la S2T2ENU-1, que tuvo como objetivo que los estudiantes vincularan el dinero que se le proporcionó para la compra (\$ 8.100) y el dinero que se usó para pagar el costo total de los productos (\$ 6.500). Se esperó que los estudiantes asociaran estos dos valores a través de una resta, obteniendo la cantidad de dinero que se debe dar como devuelta (\$ 1.600). A continuación, podemos ver un prototipo de este tipo de respuesta.

¿Qué compró Luis?	¿Cuánto dinero le dio Luisa a su hermano Luis?	¿Cuál es el total de los productos?	Dibuja las monedas o billetes que usó Luis para pagar	¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Luis?	Dibuja otra forma que puede pagar Luis
un paquete de galletas y una botella de jugo	8.100 mil Pesos	6.500		1.600	
Tabla de registro de datos 2. Situación 2 tarea 2. $\begin{array}{r} 2500 \\ + 4000 \\ \hline 6500 \end{array}$ $\begin{array}{r} 8100 \\ - 6500 \\ \hline 1600 \end{array}$					

Ilustración 28: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN1

Algo diferente ocurre con el 40% de los estudiantes, que identificó de los enunciados la cantidad inicial y el cambio que produjo una modificación sobre la cantidad inicial. Este grupo estableció una conexión entre el dinero que se usa para pagar y el costo total de la compra mediante una resta, sin embargo, presentó dificultad en el procedimiento del algoritmo y obtuvo una cantidad de dinero incorrecto como devuelta. A continuación, se ilustra lo que se ha explicado hasta aquí.

¿Qué compró Luis?	¿Cuánto dinero le dio Luisa a su hermano Luis?	¿Cuál es el total de los productos?	Dibuja las monedas o billetes que usó Luis para pagar	¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Luis?	Dibuja otra forma que puede pagar Luis
un paquete de galletas y una botella de jugo	8.100	6.500		2.000	
Tabla de registro de datos 2. Situación 2 tarea 2. $\begin{array}{r} 4000 \\ + 2500 \\ \hline 6500 \end{array}$ $\begin{array}{r} 8100 \\ - 6500 \\ \hline 1600 \end{array}$					

Ilustración 29: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN1

Según ilustración anterior, el estudiante manifestó falta de conocimientos básicos relacionados con el algoritmo de la sustracción, no desagrupó en unidades mil para efectuar la sustraer. Como también ocurre en la siguiente ilustración, que de acuerdo con el interrogante *¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Luis?* No se sabe si realmente el estudiante, restó o sumó los dos valores, pero cualquiera de los dos casos el resultado es erróneo.

¿Qué compró Luis?	¿Cuánto dinero le dio Luisa a su hermano Luis?	¿Cuál es el total de los productos?	Dibuja las monedas o billetes que usó Luis para pagar	¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Luis?	Dibuja otra forma que puede pagar Luis
un boleto de 9.118.25	8.100	6.500		2.600	

Ilustración 30: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN1

Se aprecia en la ilustración anterior, que se suministra información válida, en cuanto al dinero que se da para la compra (\$ 8.100) y el dinero que se debe pagar por el costo total de los dos productos (\$ 6.500). Pese a ello, la conexión que se establece deja como resultado un valor erróneo (\$ 2.600) del mismo modo, durante el proceso de la plenaria, este grupo de estudiantes verbalizó cómo obtuvo este resultado, y dentro de su discurso oral tampoco es claro el paso a paso de su proceso de sustracción, como se describe a continuación:

07- RAV-S2T2-1-TC-E10-R3 [00:01- 00:31]

P (profesora) E (Estudiante)

E10: ¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Luis?

P: ¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Luis?

E10: dos mil seiscientos.

P: dos mil seiscientos... y cómo... ¿cómo supiste que quedó dos mil seiscientos? ¿Cómo resolviste eso? ¿Qué hiciste?

E10: que acá sobró y eran ocho mil cien (muestra los números de la hoja de trabajo)

P: ¡ajá!

E10: y seiscientos, setecientos, ochocientos (extiende y toca tres de sus dedos) me quedaban dos mil.

P: ¡ajá!

E10: y acá... seis mil quinientos (extiende nuevamente sus dedos y cuenta) y los cien son seis.

La docente formuló y reformuló de diversas maneras la pregunta para facilitar al estudiante comprensión de la situación problema, pero no fue posible lograr que se diera cuenta que su procedimiento estaba erróneo. Se evidencia en ello, falta de conocimiento en el procedimiento del algoritmo de la resta cuando el minuendo es menor que el sustraendo.

Finalmente, un pequeño grupo de estudiantes, que de forma errónea aluden a la cantidad que representa la devuelta. Sin embargo, no hay justificación de los procedimientos.

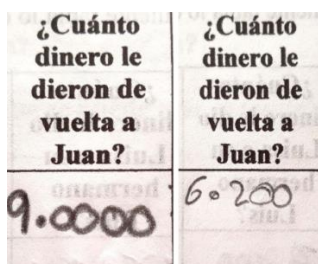


Ilustración 31: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN2

De la ilustración no es posible determinar de dónde este grupo de estudiantes extrajo o determinó la cantidad de dinero que responde a la pregunta ¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Juan? Durante la plenaria estos estudiantes participaron de la socialización y expresaron comprender la pregunta, sin embargo, no corrigen la respuesta en la hoja de trabajo.

Ahora continuamos con la resolución de problemas de la categoría de *Cambio con cantidad inicial desconocida*, de acuerdo con los resultados de la tabla de la S2T1.T2, el 100% de los estudiantes entendió el interrogante, esto se evidencia porque este grupo identificó los productos que se compran, el costo total de los productos y el dinero con el que se cuenta para hacer la compra (representándolo de forma correcta ya sea escribiéndolo en letras o usando expresión numérica).

¿Qué compró Luis?	¿Cuánto dinero le dio doña María a su hijo Luis?
un paquete de galletas	1000
una botella de jugo	1000

Ilustración 32: Registro de respuestas de la S2T2-ENUN4

Este enunciado es un problema de categoría semántica de Cambio con la cantidad inicial desconocida. Para hallar el dato desconocido, el estudiante manifestó comprender el problema; identificó los productos e identificó del enunciado, las cantidades que se proporcionaron. Que los estudiantes hayan expuesto en su hoja de trabajo el número 1.000 como respuesta, radicó en un proceso de comprensión y de resolución del problema. De acuerdo con el enunciado, Luis paga por los dos productos una cantidad total de \$ 850, pero Luis recibe de devuelta \$ 150; la suma de estas dos cantidades (\$ 1.000) es la respuesta del interrogante B, ¿Cuánto dinero le dio doña María a su hijo Luis? Respuesta que se observa en este grupo de estudiantes.

Estrategias de resolución

Tabla 23: Tipos de respuestas - Estrategias de la S2T1.T2

TIPO DE RESPUESTA	DESCRIPCIÓN	%
R1	Estrategia aditiva de conteo progresivo	100%
ESTRATEGIAS PARA SUMAR		
R2	Contar a partir del primer sumando.	100%
R3	Estrategias derivado a hechos numéricos.	10%
ESTRATEGIA PARA RESTAR		
R1	Contar a partir del número del que hay que sustraer	100%

Los estudiantes mientras representaron mentalmente símbolos numéricos y cantidades, desarrollaron la capacidad de razonar. Por lo que se reflejó en sus procedimientos el uso de diversas estrategias de resolución, fusionando dos y tres estrategias para hallar los resultados.

En el desarrollo de cada una de las tareas que se propuso en la S2 de categoría semántica de combinación con el *todo desconocido*, el 100% de los estudiantes llevó a cabo simultáneamente la

estrategia aditiva de conteo progresivo y la estrategia de contar a partir del primer sumando. Este grupo de estudiantes, contó hacia adelante a partir del primer sumando. En algunos casos y sin necesidad de juntar, contó a continuación y en sentido creciente a partir del número que va a aumentar. Los estudiantes, comenzaron la secuencia de conteo con el primer cardinal o primer sumando y continuaron incrementando tantas unidades como estén contenidas en el segundo sumando, como se describió en la S1.

Un pequeño grupo usó la **Estrategias derivado a hechos numéricos**, en este procedimiento los estudiantes no construyen físicamente los conjuntos, sino que hacen uso de sus conocimientos sobre los números y los recuperan inmediatamente de la memoria a largo plazo. Se observó la relación de los números el doble como: $2 + 2 = 4$ / $4 + 4 = 8$ / $3 + 3 = 6$, entre otros.

Para una de las partes reconocida de la *categoría semántica de combinación y el cambio desconocido en la categoría semántica de cambio*, el 100% de los estudiantes usó la estrategia de **Contar a partir del número del que hay que sustraer**. Los estudiantes contaron verbalmente y en sentido creciente (incremento), a partir del número que va a sustraer. Inician el conteo desde el sustraendo hasta alcanzar el minuendo, la cantidad de elementos contados indica la diferencia, es decir, una de las partes o el cambio.

Formas de representación para la solución de problema S2T1.T2

Tabla 24: Tipos de respuestas – representación de la S2T1.T2

	TIPO DE RESPUESTA	DESCRIPCIÓN	%
REPRESENTACIONES	R1	Estudiantes que hacen uso de la representación concreta o semi-concreto, es decir, que representan con los dedos, marcas o palitos las cantidades que se proporcionan en la situación problema. Además, con ello, construye el sentido de relación de orden numérico.	100%
	R2	Los estudiantes que emplean símbolos matemáticos (signo de adición (+), de sustracción (-) y al signo igual (=)) entre dos cantidades. Efectúan operaciones con los datos numéricos proporcionados en el enunciado y comprenden que el número de la derecha o el total, es el resultado de una acción realizada sobre los números que se proporcionan.	100%

Los datos que se observan en la tabla 24, permiten inferir que el 100% de los estudiantes, empleó representaciones concreta o semi-concreto, ello quiere decir, que representó con los dedos, marcas o palitos las cantidades que se proporcionaron en cada una de las situaciones con sus respectivas tareas. Estas representaciones posteriormente se manifestaron en esquemas de acción de manera icónica, mediadas por el lenguaje oral y al mismo tiempo, por procesos matemáticos (suma, resta y conteo). Las representaciones utilizadas en esta S2, fueron muy similares que en la S1. (1- RAV- REPRESENTACIÓN ICÓNICA- PSB.).

Durante el proceso de resolución de la S2T1.T2, el 100% de los estudiantes relacionó las cantidades con base al empleo de símbolos matemáticos (signo de adición (+), de sustracción (-) y al signo igual (=)) entre dos cantidades

Finalmente, se percibió que los estudiantes construyeron las representaciones a través de la información que se proveía del texto y de ello, emplean modelos de las situaciones mediante las representaciones sobre la relación *parte-parte - todo* y la de *cantidad inicial, cambio y cantidad final*, en correspondencia con las preguntas planteadas en la S2. De igual modo, ellos exhibieron habilidades de conteo y manejo del algoritmo de la suma y de la resta.

3.4.4. Análisis general de la situación 2, Tarea 1 y Tarea 2

Resultados y análisis de la Situación 2 (S2): Juego, leo, disfruto y comprendo
(T1) Tarea 1: *Juego Pasa la bolita y la* (T2) Tarea 2: *La tienda Comics*

Categoría de Combinación:

Al tratarse de los problemas de forma canónica ($a + b = \text{¿?}$), la mayoría de los estudiantes no presentó mayor dificultad para identificar *cada una de las partes* y determinar *el todo*. En estos tipos de problemas, ellos efectuaron de manera correcta la combinación entre ambas *partes*, usaron el algoritmo de la suma y lo presentaron de manera convencional bajo representación simbólica numérica.

Tras el reconocimiento de los números implícitos en las tareas, implicó que los estudiantes fueran capaces de evidenciar una adecuada conceptualización de algunos aspectos matemáticos y avances en el proceso de resolución de problemas. Al igual que en la S1 de la misma estructura semántica, los

estudiantes identificaron las partes, crearon estrategias y representaciones para encontrar el dato que hacía falta. Ya en la S2, el porcentaje de acierto por estudiantes fue superior, al igual que la producción discursiva tanto oral como escrita, presentada por los estudiantes.

A través de la información recolectada, es necesario manifestar que en el proceso de resolución de problemas de combinación de estructura no canónica ($a + \text{¿?} = c$), la mayoría de los estudiantes no presentaron dificultad para hallar la cantidad solicitada. Los estudiantes, resolvieron en su forma habitual, algunos por medio del algoritmo de la resta y otros, por medios de procesos aditivos en el que involucraron el conteo, el orden numérico, la estimación, la comparación y el contar a partir de otro número.

Categoría de cambio:

Gradualmente se ha tenido unos avances significativos por parte de los estudiantes para resolver situaciones problema cuya estructura semántica es *cambio con la cantidad inicial desconocida* ($\text{¿?} - C = Cf$), es decir, de estructura semántica no canónica. Para hallar la respuesta correcta, se esperó que los estudiantes comprendieran el problema; identifique las cantidades y resolvieran por medio del algoritmo de la resta. A pesar de ello, se debía tener en cuenta que esta categoría de cambio es en disminución por lo tanto se resolvía a través del algoritmo de la suma entre estas dos cantidades (*Cambio y la Cantidad final*).

3.4.5. Tipificación de respuestas situación 3 tarea 1, tarea 2 y tarea 3.

Tabla 25: Tipos de respuestas Categorías semánticas de la S3T1.T2.T3

CATEGORÍA SEMÁNTICA	TIPO DE RESPUESTA	GRADO DE ACIERTO O DESACIERTO. DESCRIPCIÓN	%
COMBINACIÓN $P + P = \text{¿?}$	R1	Estudiantes que identifican los datos que se proporcionan en los enunciados, y seleccionan el algoritmo correcto que los lleva a encontrar el todo desconocido. Este grupo de estudiantes, hace uso de la suma, ordenan las cantidades de manera convencional y desarrollan procesos fundamentales de la suma que los lleva a la resolución, cuyo resultado es correcto en concordancia con los interrogantes que se presentan en el enunciado.	80%

	R2	Estudiantes que identifican y de manera explícita dejaron ver las cantidades que se exponen en el problema y prefieren hacer uso de la suma para encontrar el total desconocido. Este grupo de estudiantes, ordena los datos de manera convencional y realizan procesos inherentes de la suma. Sin embargo, se presentaron errores relacionado con el proceso del conteo y como consecuencia de ello, el resultado es incorrecto de acuerdo con lo solicitado en los enunciados.	20%
CATEGORÍA SEMÁNTICA	TIPO DE RESPUESTA	GRADO DE ACIERTO O DESACIERTO. DESCRIPCIÓN	%
	R1	Estudiantes que dejan claro los datos que se proporcionan en la situación problema y afirman que acuden a la suma para hallar con la parte desconocida. Este procedimiento consiste en que para encontrar la diferencia los estudiantes cuentan con elementos manipulativos desde el sustraendo (<i>parte conocida</i>), hacia adelante tantas unidades hasta llegar al minuendo (<i>el todo conocido</i>). El número que subyace del conteo, es la diferencia (<i>la otra parte desconocida</i>). Luego, ellos ejecutan una suma entre el sustraendo (<i>la parte conocida</i>) y el número que surge del conteo (<i>la otra parte</i>) y el resultado que obtiene, concuerda con minuendo (<i>el todo conocido</i>).	70%
COMBINACIÓN $\text{¿?} + \text{P} = \text{T}$	R2	Estudiantes que escriben de manera explícita las cantidades que se suministran del enunciado y para encontrar la parte desconocida, ellos escriben el algoritmo de la resta de manera habitual. Recurren al conteo con los dedos desde el sustraendo (<i>La parte conocida</i>), cuentan hacia adelante tantas unidades hasta llegar al minuendo (<i>El todo conocido</i>), el número que surge del conteo, es la otra parte que se debía hallar. Este grupo de estudiantes expresa “¿Cuánto me falta para llegar a....?”	20%
	R3	Estudiantes que distinguen los números que se proveen en el enunciado, aluden que la suma es el procedimiento a utilizar para conseguir la parte desconocida y conectan los datos que se presenta en el enunciado. En otros términos, ellos sumaron <i>la parte conocida y el todo</i> , logrando como resultado una cantidad errónea. Se evidenció en estos estudiantes dificultad para comprender el enunciado, y por ello, la razón de sus respuestas.	10%
COMBINACIÓN $\text{P} + \text{¿?} = \text{T}$	R1	Estudiantes que escriben de manera explícita las cantidades que se suministran del enunciado y optan por el algoritmo de la resta para hallar la parte desconocida, mediante el conteo con los dedos desde	30%

		el sustraendo (<i>una de las partes</i>), hacia adelante tantas unidades hasta llegar al minuendo (<i>el todo</i>), la diferencia, es la parte desconocida y a la vez el resultado. Estudiantes que dejan claro los datos que se proporcionan en la situación problema y acuden a la suma para averiguar por la parte desconocida. Ellos, primero hallan la diferencia contando con los dedos desde el sustraendo (<i>una de las partes</i>), hacia adelante tantas unidades hasta llegar al minuendo (<i>el todo</i>). El número que subyace del conteo, es la <i>parte desconocida</i> de acuerdo con el enunciado. Luego, los estudiantes ejecutan una suma entre la parte conocida y el número que surge del conteo, el resultado que obtiene, concuerda con <i>el todo</i>.	40%
CATEGORÍA SEMÁNTICA	TIPO DE RESPUESTA	GRADO DE ACIERTO O DESACIERTO. DESCRIPCIÓN	%
	R2	Estudiantes que dejan en evidencia identificar las cantidades que se presentan en el enunciado y manifiestan hacer uso de la suma para acceder a la parte desconocida. Estos estudiantes realizan el conteo con los dedos desde el sustraendo (<i>parte conocida</i>), cuentan hacia adelante tantas unidades hasta llegar al minuendo (<i>el todo</i>). Luego, realizan una suma entre el número que se va a sustraer y el que se genera del conteo de los dedos. Sin embargo, el número yacente de esta operación, es decir, es incorrecto de acuerdo con el enunciado, al igual que la respuesta que suministran en la hoja de trabajo.	10%
CAMBIO $C_i - C = ¿?$	R1	Estudiantes que explicitan los datos expuestos en el enunciado y eligen la operación adecuada que los llevó hallar la cantidad final desconocida. Estos estudiantes, hacen uso de la resta, organizan las cantidades de manera convencional y ejecutan procesos básicos de sustracción, cuyo resultado es correcto de acuerdo con lo solicitado en el enunciado.	100%
CAMBIO $¿? + C = CF$	R1	Estudiantes que reconocen y simbolizan las cantidades que se proporcionan en el problema y declaran que recurren a la adición para encontrar <i>la cantidad inicial desconocida</i> . Pese a esta afirmación, estos estudiantes mediante el conteo y el apoyo de elementos manipulativos, contaron desde el número que representa el cambio (<i>Sustraendo</i>), tantas unidades hasta dar con la cantidad total (<i>Minuendo</i>). Dicho de otra manera, ellos cuentan desde el número de inferior cantidad, hasta el número de mayor cantidad, el número que se suscita del conteo, es la cantidad inicial desconocida de acuerdo con el enunciado. Posteriormente, ellos llevaron a cabo una suma entre el cambio (<i>sustraendo</i>) y el número que emerge del conteo (<i>Cantidad inicial</i>) y el resultado	70%

que obtienen de esta operación, es la cantidad total conocida (*Minuendo*). Finalmente, reflejan en su hoja de trabajo el número correcto en correspondencia con las preguntas de las tareas.

R2 Estudiantes que identifican y revelan los datos que se presentan en el enunciado, seleccionan la sustracción para descubrir la cantidad inicial desconocida. Ellos, disponen los datos de manera habitual (*primero la cantidad final y debajo el cambio*) en el algoritmo de la resta. El resultado que se surge de esta operación, corresponde a la cantidad inicial y es correcta de acuerdo lo solicitado en el enunciado. **20%**

R3 Estudiantes que establecen del enunciado las cantidades. Manifiestan hacer uso del algoritmo de la suma para conseguir la cantidad inicial desconocida. Este grupo de estudiantes enlaza las cantidades (*Cambio y cantidad final*) obteniendo como resultado una cantidad errónea, evidenciándose en este grupo de estudiantes dificultad para comprender el enunciado, y por ello, la razón de sus respuestas. **10%**

CATEGORÍA SEMÁNTICA	TIPO DE RESPUESTA	GRADO DE ACIERTO O DESACIERTO. DESCRIPCIÓN	%
CAMBIO $Ci + ¿? = CF$	R1	Estudiantes que reconocen y dejan en evidencia los datos que se proporcionan en la situación problema y aluden que acuden a la suma para hallar con el cambio desconocido. Sin embargo, este proceso consiste en contar con elementos manipulativos desde el sustraendo (<i>Cantidad inicial</i>), en conteo progresivo tantas unidades hasta llegar al minuendo (<i>Cantidad final</i>), El número que resulta del conteo es correcto y es <i>el cambio desconocido</i> de acuerdo con lo solicitado en el enunciado. Luego, este grupo de estudiantes realizan la suma entre <i>la cantidad inicial</i> y el número que surge del conteo (<i>El cambio</i>) y el resultado que obtiene de esta operación, es <i>la cantidad final conocida</i> .	60%
	R2	Estudiantes que identifican y registran los datos expuestos en el enunciado. Eligen la resta como el algoritmo que les permitirá hallar <i>el cambio</i> , ordenan los datos de manera acostumbrada y ejecutan procesos básicos de la sustracción cuyo resultado es correcto de acuerdo con lo solicitado en el enunciado.	30%
	R3	Estudiantes que identifican y explicitan los datos que se proporcionan en el enunciado. Manifiestan que por medio de la suma obtendrán la cantidad desconocida. Ellos hacen uso del conteo con elementos manipulativos, inician desde el sustraendo (<i>Cantidad inicial</i>), en conteo progresivo tantas unidades hasta llegar al minuendo (<i>Cantidad final</i>), El número que resulta del conteo sería <i>el cambio desconocido</i> de	10%

acuerdo con lo solicitado en el enunciado. Luego, este grupo de estudiantes realizan la suma entre *la cantidad inicial* y el número que surge del conteo (*El cambio*), y el resultado que obtiene de esta operación, es *la cantidad final conocida* de acuerdo con lo solicitado en el enunciado. Sin embargo, estos estudiantes manifestaron dificultad en la respuesta final.

Los datos revelados en la tabla 25, exhiben que para resolver problemas aditivos de categoría semántica de *combinación con el todo desconocido*, el 80% estudiantes identificó y explicitó los datos que se proporcionaron en los enunciados. Para hallar los datos que se les ha solicitado, este grupo de estudiantes seleccionó el algoritmo de la suma, ordenan las cantidades de manera convencional (*primer sumando arriba y segundo sumando abajo*), y desarrollan procesos fundamentales aditivos que los conducen a la resolución y cuyos resultados son correctos en concordancia con el interrogante que se requiere en el enunciado, como se ejemplifica en la siguiente ilustración.

¿Cuántos puntos acumularon entre los dos equipos?			
Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
45 37	asignamos uno para saber cuánto hay	$ \begin{array}{r} 45 \\ +37 \\ \hline 82 \end{array} $	82
Entre los dos equipos hicieron 82 puntos			
¿Cuántos puntos acumularon entre los dos equipos?			
Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
45 37	Suma Para aumentar	$ \begin{array}{r} 45 \\ +37 \\ \hline 82 \end{array} $	82 Puntos

Ilustración 33: Tipo de respuesta $P + P = ?$ de la S3T1.T2.T3

El grupo de estudiantes que conforman el 20%, diferenció del enunciado los números que representan cada una de las partes y manifestó que por medio de la suma se obtiene la parte desconocida. A pesar de ello, este grupo presentó errores vinculado con el procedimiento del conteo y del algoritmo de la suma.

En cuanto a la resolución de problemas de combinación con estructura $P + \text{¿?} = T$, la tabla 25 también manifiesta que el 70% de los estudiantes reconoció los datos que se proporcionaron en las situaciones problema y afirmó hacer uso de la suma para encontrar *la parte desconocida*. No obstante, este grupo de estudiantes primero localizó el dato que hace falta contando a través de elementos manipulativos desde el sustraendo (*parte conocida*), hacia adelante tantas unidades hasta llegar al minuendo (*el todo conocido*). El número que subyace del conteo, es el dato a encontrar (*la otra parte desconocida*), luego, ellos efectuaron una suma entre el sustraendo (*la parte conocida*) y el número que surge del conteo (*la otra parte*) y el resultado que obtuvo, concordó con el minuendo (*el todo conocido*).

20% Estudiantes que escriben de manera explícita las cantidades que se suministran del enunciado y para encontrar la parte desconocida, ellos escriben el algoritmo de la resta de manera habitual. Recurren al conteo con los dedos desde el sustraendo (*La parte conocida*), cuentan hacia adelante tantas unidades hasta llegar al minuendo (*El todo conocido*), el número que surge del conteo, es la otra parte que se debía hallar. Este grupo de estudiantes expresa “¿Cuánto me falta para llegar a...?”

Este grupo de estudiantes, comprendió el enunciado e identificó las cantidades que se presentan en el mismo; creó un plan de ejecución y finalmente, ejecutó y valoró la solución. Todo ello basado en la integración de lo oral y lo escrito a la luz de lo solicitado en la situación problema. Al principio no se le fue posible determinar con precisión la operación a utilizar, después de proceso de relecturas del enunciado, pudo elegir la operación correcta y al final encontró con el valor correcto. Finalmente, organizó *el todo y la parte conocida* y ejecutó una resta. La ilustración que sigue obedece a lo expuesto en este párrafo.

bolitas y entre los dos han agrupado 85 bolitas. ¿Cuántas bolitas agrupó Luis?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
42 es	Una suma y lo voy a palitos para llegar a 85.	$\begin{array}{r} 43 \\ 42 \\ \hline 85 \end{array}$	43

Luis a agrupado 43 bolitas en su grupo.

43- PALITOS →

Ilustración 34: Tipo de respuesta, $P + ? = T$

Por ultimo encontramos que un 10% de los estudiantes manifestó los números que se provee en el enunciado e igual que los grupos anteriores, afirmó que la suma es el procedimiento que se utilizó para conseguir la parte desconocida. Estos estudiantes determinaron el problema efectuando una suma, a través de la conexión de la información que se presenta en el problema, en otros términos, ellos sumaron *la parte conocida y el todo*, y se logró como resultado una cantidad errónea. Se evidenció en estos estudiantes dificultad para comprender el enunciado, y por ello, la razón de sus respuestas.

6. Luis y Pablo participan del juego "Pasa la bolita". Pablo agrupó 42 bolitas y entre los dos han agrupado 85 bolitas. ¿Cuántas bolitas agrupó Luis?			
Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
42 85	una suma para aumentar	$\begin{array}{r} 42 \\ + 85 \\ \hline 127 \end{array}$	127

Ilustración 35: Tipo de respuesta, $\text{¿?} + P = T$

Para la resolución de la categoría semántica de combinación con *la segunda parte desconocida* ($P + \text{¿?} = T$) el 30% de los estudiantes, identificó los datos e hizo explícito que se usó la resta, para encontrar el dato que se solicitó en el enunciado. Este grupo de estudiantes, comprendió la naturaleza del problema e identificó los datos se presentó en el mismo. Además, creó un plan de ejecución que le permitió encontrar el resultado. Tal cual como se observa en la siguiente ilustración.

2. Carlos y María participan en el juego de "Bombas en apuros". Para poder ganar el juego, al final deben sacar 25 puntos entre los dos. Si Carlos explota su bomba y gana 14 puntos. ¿Cuántos puntos debe ganar María para sacar entre los dos 25 puntos?			
Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
14 25	ya conte en los dedos	$\begin{array}{r} 14 \\ - 14 \\ \hline 0 \end{array}$	11

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 11 \\ \hline 25 \end{array}$$

Ilustración 36: Registro de respuestas de la S3T1- BA

De acuerdo con los resultados de la tabla S3T1.T2.T3, en el proceso de resolución de la *categoría semántica de cambio* ($Ci - C = \text{¿?}$), el 100% de los estudiantes explicitó los datos expuestos en los enunciados y eligió la operación adecuada que le permitió hallar la cantidad final desconocida. Para el desarrollo de este enunciado, los estudiantes, debían hacer uso de la resta, lo cual así fue presentado.

En su segundo momento del juego agrupó 33 bolitas. Juan ha agrupado 75 bolitas en total.
¿Cuántas bolitas en su primer momento?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>
33 75	Una resta Para que me de el número correcto	$\begin{array}{r} 75 \\ - 33 \\ \hline 42 \end{array}$	42

Ilustración 39: Tipo de Respuesta $Ci + \text{¿?} = Cf$.

Finalmente, los datos también revelan que el 10% de los estudiantes reconoció del enunciado las cantidades correctamente. Manifestó, además, hacer uso del algoritmo de la suma para conseguir la cantidad inicial desconocida y enlazaron las cantidades (*Cambio y cantidad final*) obteniendo como resultado una cantidad errónea, evidenciándose en este grupo de estudiantes dificultad para comprender el enunciado, y por ello, la razón de sus respuestas, de tal manera como se observa en la siguiente ilustración.

5. En su segundo momento del juego agrupó 33 bolitas. Juan ha agrupado 75 bolitas en total.
¿Cuántas bolitas en su primer momento?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>
33 x 75	una suma Para aumen tar.	$\begin{array}{r} 33 \\ + 75 \\ \hline 108 \end{array}$	108

Ilustración 40: Tipo de respuesta, $\text{¿?} + C = Cf$

Al tratarse de la categoría de *cambio con el cambio desconocido* ($Ci + \text{¿?} = CF$), el 60% de los estudiantes que reconoció datos que se proporcionó en la S3T1.T2.T3 y aluden, que usó la suma para hallar el dato faltante. Sin embargo, este proceso aditivo consistió en el proceso de conteo progresivo con los dedos desde el sustraendo (*Cantidad inicial*), tantas unidades hasta llegar al minuendo (*Cantidad final*). El número que resultó del fue *el cambio desconocido* en correspondencia con los interrogantes de los enunciados. Luego, este grupo realizó una suma entre *la cantidad inicial* y el número que se originó del conteo (*El cambio*), el resultado que obtuvo de esta operación, es *la cantidad final conocida* y sirvió como prueba para confirmar que quedó correcto. Como ejemplo de este proceso, se presenta la siguiente ilustración.

4. María quiere ganar el juego “Pasa la Bolita”, pero debe agrupar 45 bolitas en total.

En el primer juego María agrupó 25 bolitas. ¿Cuántas bolitas debe agrupar María en el segundo juego para poder ganar?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
45 25	Y se una suma y resta con palitos para poder llegar al 45.	$\begin{array}{r} 25 \\ 20 \\ \hline 45 \end{array}$	20

Respuesta: María en el segundo juego agrupó 20 bolitas.

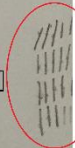
20 PALITOS 

Ilustración 41: Tipo de respuesta, $Ci + ? = Cf$.

De acuerdo con los resultados de la tabla 27, el 30% de estudiantes identificó los datos expuestos en el enunciado, eligió el algoritmo de la resta como el algoritmo que les permitirá hallar *el cambio*, ordenó los datos de manera acostumbrada (*Minuendo arriba y el sustraendo debajo*) y ejecutó procesos básicos del algoritmo y obtuvo el resultado esperado que da respuesta a los interrogantes y en concordancia a la dinámica del juego. La siguiente ilustración es un ejemplo de este tipo de respuesta.

4. María quiere ganar el juego “Pasa la Bolita”, pero debe agrupar 45 bolitas en total.

En el primer juego María agrupó 25 bolitas. ¿Cuántas bolitas debe agrupar María en el segundo juego para poder ganar?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
45 25	una resta Es lo que le da el número correcto	$\begin{array}{r} 45 \\ -25 \\ \hline 20 \end{array}$	20

Respuesta: le hacen falta 20 bolitas

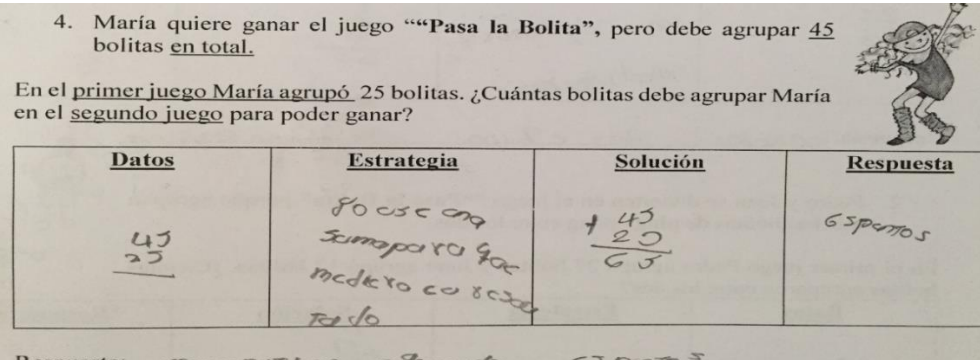
Ilustración 42: Tipo de respuesta, $Ci + ? = Cf$.

Por ultimo de la tabla S3T1.T2.T3, es que el 10% de los estudiantes identificó las cantidades que se proporcionó en los enunciados y expuso que por medio de la suma obtuvo la *cantidad inicial desconocida*. No obstante, esta cantidad se encuentra mediante el conteo progresivo contando desde el sustraendo (*Cantidad inicial*), hasta llegar al minuendo (*Cantidad final*), el número que resultó del conteo fue *el cambio desconocido*; luego, este grupo realizó una suma entre *la cantidad final* y el número que surgió del conteo (*El cambio*), y el resultado que adquirió de este proceso aditivo es

correcto, pero no responde al interrogante del enunciado. De lo que se puede afirmar que este grupo de estudiantes manifestó dificultad para entender la naturaleza del problema.

4. María quiere ganar el juego “Pasa la Bolita”, pero debe agrupar 45 bolitas en total.

En el primer juego María agrupó 25 bolitas. ¿Cuántas bolitas debe agrupar María en el segundo juego para poder ganar?



Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
45 25 —	80 035 019 sumando 900 medida 60 8000 R10	+ 45 25 — 65	65 puntos

Respuesta: maximamente agrupado 65 puntos

Ilustración 43: Tipo de respuesta $Ci + \text{¿?} = Cf$. Respuesta errada.

Estrategias de resolución de problemas de la S3 T1. T2 y T3

Tabla 26: Tipos de respuestas - Estrategias de la S3T1.T2.T3

	TIPO DE RESPUESTA	DESCRIPCIÓN	%
ESTRATEGIAS PARA SUMAR	R1	Estrategia aditiva de conteo progresivo.	100%
	R2	Contar a partir del primer sumando.	100%
	R3	Estrategias derivado a hechos numéricos	10%
ESTRATEGIA PARA RESTAR	R1	Contar a partir del número del que hay que sustraer	100%

Estrategias

Como se expresó en la S1 y S2, los estudiantes aplicaron estrategias de manera espontánea e intuitiva, a través de las cuales calcularon y hallaron las cantidades que faltaron. El análisis de los registros audiovisuales permitió fundamentar que la totalidad de los estudiantes pusieron en acción la **estrategia aditiva de conteo progresivo y contar a partir del primer sumando** simultáneamente. La primera estrategia consiste en contar hacia adelante a partir del sumando mayor. En algunos casos y

sin necesidad de juntar, los estudiantes cuentan a continuación y en sentido creciente a partir del número que va a aumentar. La segunda estrategia, consiste en una secuencia de conteo con el primer sumando y continúan incrementando tantas unidades como estén contenidas en el segundo número.

En algunos de los estudiantes, se evidenció abordar la **Estrategias derivado a hechos numéricos**, en este tipo de estrategia los estudiantes no construyen físicamente los conjuntos, sino que hacen uso de sus conocimientos sobre los números, los recuperan inmediatamente de la memoria a largo plazo. Presentaron habilidades para relacionar los números dobles como: $2 + 2 = 4$ / $4 + 4 = 8$ / $3 + 3 = 6$, entre otros.

Es fácil suponer que, para resolver problemas de categoría semántica de combinación con una de las *partes desconocida*, de *cambio con la cantidad inicial desconocida* y el *cambio desconocido*, la mayoría de los estudiantes debían hacer uso de la resta como un procedimiento universal. Lo que permitió ver los resultados es que los estudiantes han construido técnicas que han debido adquirir desde sus experiencias durante su proceso socialización en el contexto educativo y familiar. Para hallar los datos que se precisan en estas categorías, la mayoría de los estudiantes usó la estrategia de **Contar a partir del número del que hay que sustraer** o mejor dicho, **contar desde el sustraendo hasta el minuendo**, este procedimiento ha sido en proceso más natural entre ellos, combinando el conteo verbal en sentido creciente (incremento), referenciando la expresión “¿Cuánto me falta para llegar a...?” (Ver ilustración 41)

bolitas y entre los dos han agrupado 85 bolitas. ¿Cuántas bolitas agrupó Luis?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
42 es	Una suma y lo voy a palitos para llegar a 85.	$\begin{array}{r} 43 \\ + 42 \\ \hline 85 \end{array}$	43

Luis a agrupado 43 bolitas en su juego.

43- PALITOS ←

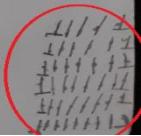


Ilustración 44: Contar a partir del número del que hay que sustraer.

Formas de representación de la S3T1.T2. y T3

Tabla 27: Tipos de respuestas - Representación de la S3T1.T2 yT3.

	TIPO DE RESPUESTA	DESCRIPCIÓN	%
REPRESENTACIONES	R1	Estudiantes que hacen uso de la representación concreta o semi-concreto, es decir, que representan con los dedos, marcas o palitos las cantidades que se proporcionan en la situación problema. Además, con ello, construye el sentido de relación de orden numérico.	100%
	R2	Los estudiantes que emplean símbolos matemáticos (signo de adición (+), de sustracción (-) y al signo igual (=)) entre dos cantidades. Efectúan operaciones con los datos numéricos proporcionados en el enunciado y comprenden que el número de la derecha o el total, es el resultado de una acción realizada sobre los números que se proporcionan.	100%

Representar una situación problema es la posibilidad de tener éxito para encontrar el resultado. La representación es la clave para la elección acertada del algoritmo y la estrategia de resolución. En la resolución de las tareas que conforma la S3 al igual que en la S1 y la S2, la representación icónica y la representación simbólica, fueron utilizadas en equivalencia, de tal manera como se puede apreciar en la ilustración 44. Lo esencial de la representación icónica, fue la transparencia de los elementos manipulativos que fueron usados, y de la representación simbólica, fue la oportunidad de escuchar el discurso oral de los estudiantes durante el proceso de resolución y en la plenaria. Como también el intento de modelar las acciones aditivas y sustractivas basándose con la representación numérica, independientemente de la estructura de las categorías semántica, es decir, de sentencia canónica o no canónica.

Se ha mencionado en líneas anteriores, la importancia del conocimiento previo sobre el manejo de algoritmo de la suma y el de la resta, entendido esto como una fase importante e implícita en el reconocimiento de suma como una operación inversa de la resta, como una acción que se ejerce sobre los datos mediada por la relación semántica entre las palabras clases o los verbos, con los símbolos (+) y (-).

3.4.6. Análisis general de la situación 3, Tarea 1 y Tarea 2.

Resultados y análisis de la Situación 3 (S3): *Leo, comprendo y resuelvo*

Tarea 1, Tarea 2, y Tarea 3: *Leo, comprendo y resuelvo situaciones problemas con estructura aditiva.*

El objetivo planteado para esta situación es pretender que los estudiantes comprendan, interpreten y resuelvan situaciones problema sin acompañamiento de la docente

Combinación

Los enunciados propuestos en la S3 son problemas sencillos, de carácter verbal y aditivo. Para resolverlos se trató, en principio, comprender la situación descrita en el problema; seguido, identificar las partes o cantidades suministradas en ellos y finalmente, establecer una relación entre las cantidades a través del algoritmo de la suma o de la resta, según sea el caso.

Se observó que la mayoría de los estudiantes manifestó comprender la naturaleza de los problemas; reconoció el papel que cumple cada una de las cantidades y crearon un plan de ejecución que al final fue realizado y valorado por ellos mismos. Este grupo de estudiantes identificó, además, que los conjuntos o cantidades involucrados en el problema, corresponden a la relación *parte-parte-todo* o *cantidad inicial, cambio y final desconocido*.

En las ilustraciones que vienen a continuación, se puede observar algunos procesos de resolución a la luz de lo solicitado en una situación problema, con respecto a lo que ha venido planteando en párrafos anteriores, está muy marcada relación semántica entre el algoritmo de la suma con la palabra “aumentar”.

¿Cuántos puntos acumularon entre los dos equipos?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
45 37	de 45 quitamos mas para 37 (cuantos hay)	$\begin{array}{r} 45 \\ + 37 \\ \hline 82 \end{array}$	82

Entre los dos equipos hicieron 82 puntos

(Entre los dos equipos hicieron 82 puntos)

¿Cuántos puntos acumularon entre los dos equipos?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
45 37	Suma Para aumentar	$\begin{array}{r} 45 \\ + 37 \\ \hline 82 \end{array}$	82 Puntos

1. El equipo de los conejos agrupó 36 bolitas y el equipo de las tortugas agrupó 26 bolitas. ¿Cuántas bolitas de ping-pong agruparon entre los dos equipos?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
36 26	una suma 3 Para que le de el total	$\begin{array}{r} 36 \\ + 26 \\ \hline 62 \end{array}$	62

Respuesta: entre los equipos ganaron 62 bolitas

2. Pedro y Juan se divierten en el juego "Pasa la Bolita" porque agrupan muchas bolitas de ping-pong entre los dos.

En el primer juego Pedro agrupó 27 bolitas y Juan agrupó 17 bolitas. ¿Cuántas bolitas agruparon entre los dos?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
27 17	Suma por su agruparon 27 y 17 bolitas	$\begin{array}{r} 27 \\ + 17 \\ \hline 44 \end{array}$	44

Respuesta: entre Pedro y Juan agruparon 44 bolitas.

Ilustración 45. Registro de respuestas de la S3.

Del mismo modo que en la S1, S2 Y S3 en el proceso de resolución de la categoría semántica de estructura semántica no canónica, de Combinación, resultó evidente encontrar que el grupo de estudiantes empleó procedimientos de misma manera en las tres Situaciones. Algunos de estos estudiantes, conservaron las mismas prácticas que habían realizado en la S1 y en la S2, mientras que otros, sofisticaron sus métodos para hallar la *parte desconocida*. Este último grupo descubrió que esta nueva estrategia implicó ahorro en tiempo, es una práctica más corta que contiene pasos menos de resolución. Entretanto, el grupo que conservó el procedimiento de contar elementos manipulativos, continuó efectuando la suma, mediante el conteo desde el sustraendo (*parte conocida*)

hasta llegar al minuendo (*el todo*) y luego sumaron entre *la parte conocida* y el número que surge del conteo, es decir la *otra parte*, para corroborar con el resultado que el mismo dato *del todo conocido*.

En términos concluyentes de esta subcategoría, se piensa que los estudiantes manifestaron un aprendizaje progresivo, significativo pero continuo. En contraste con los resultados que arrojó la aplicación de la prueba diagnóstica, los resultados que derivó de la aplicación de la propuesta de aula, son positivas, son significativa. Los estudiantes reconocieron de los enunciados, que en esta categoría semántica de combinación *las partes* ($P + P = T$), son dos cantidades que se unen, se componen y se combinan para dar lugar *al todo*; identificaron que una cantidad no opera sobre la otra, ni se genera cambios en ellas. Como si fuera poco, también identificaron que en este tipo de problemas se distinguen solo dos posibles situaciones y se resuelve según sea la ubicación de la incógnita, una de ellas puede ser mediante una suma (+) cuando se indaga por *el todo*, y la otra a través del algoritmo de la resta o del conteo desde el sustraendo hasta el minuendo, cuando se indaga por una de *las partes*.

Cambio

En cuanto a la resolución de la categoría de *cambio con cantidad final desconocida* ($C_i - C = \text{¿?}$), *cambio con cantidad inicial desconocida* y de *cambio con cambio desconocido* ($C_i + \text{¿?} = C_f$). Se empieza por examinar los procedimientos que ejercieron los estudiantes en cuanto a la categoría semántica de *cambio con cantidad final desconocida*. Generalmente se ha venido diciendo que acciones tomaron los niños para resolver la situación con esta característica, pero ahora se agrega y se fundamenta el progreso que se ha rastreado de la S1 a la S2 y de la S2 a la S3. Tal vez la estructura canónica de este problema o dicho de otro modo, la posición que ocupó permitió a los estudiantes explicitar de manera ágil las cantidades que se presentaron en el problema, y como consecuencia de esto, facilitó la elección de la operación adecuada que los ayudó encontrar la cantidad final desconocida. Tratándose de una categoría de cambio en disminución, los estos estudiantes hicieron uso de la resta representada de forma habitual y según las reglas del algoritmo. (Ver ilustración 46)

En el segundo lanzamiento gana...
Una de las reglas del juego es que se ganan puntajes si la pelota de ping-pong se encesta en los orificios de color blanco y se pierde puntaje si se encesta en los orificios de color negro.

	
Gana 5 puntos	Pierde 5 puntos

Bolitas de ping-pong

4. Carlos ya había obtenido una bolita con 15 puntos. En el lanzamiento la bolita encestó en un orificio de color negro. ¿Cuántos puntos tienen ahora?

Datos o puntos	Operación	Solución	Respuesta
15	- resta	$\begin{array}{r} 15 \\ - 5 \\ \hline 10 \end{array}$	10

A Carlos en total le queda 10 bolitas de ping-pong

Ilustración 46: Análisis general de la S3, PPH Enunciado 3.

En cuanto la *Categoría de cambio con el cambio desconocido*, todo lo dicho hasta el momento confirma que la mayoría de los estudiantes identificó las cantidades que se proporcionaron en cada uno de los enunciados problema y mostró la capacidad para resolverlos cabalmente.

En las ilustraciones siguientes se citarán para mostrar los procedimientos que emplearon los estudiantes para resolver problemas de *cambio con el cambio desconocido*.

1. Hoy en la competencia de "Bombas en apuros" Sara en su primera participación ganó 9 puntos, ahora el total, tiene 17 puntos. ¿Cuántos puntos sacó Sara en la su segunda participación?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
9 17	resta pero disminuye	$\begin{array}{r} 17 \\ - 9 \\ \hline 8 \end{array}$	8 puntos

3. Luis está animado porque ha agrupado muchas bolitas de pin-pong en sus dos momentos del juego.
Luis en su primer juego agrupó 18 bolitas, ahora ha agrupado 25 bolitas en total. ¿Cuántas bolitas agrupó en su segundo juego?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
18 25	Use una suma y conteo para llegar al 25.	$\begin{array}{r} 18 \\ + 7 \\ \hline 25 \end{array}$	7

Respuesta: Luis en su segundo juego agrupó 7 bolitas

Ilustración 47: Respuestas de la S3T1- Resta y S3T3 - conteo desde el sustraendo.

Algo similar ocurre al resolver situaciones problema de *Cambio con cantidad inicial desconocida*, como se muestra en la siguiente ilustración, los estudiantes presentaron dominio de secuencia numérica, representación simultánea de sumandos y habilidad de conteo verbal desde cualquier número hacia adelante.

7. En su segundo momento del juego agrupó 33 bolitas. Juan ha agrupado 75 bolitas en total.
¿Cuántas bolitas en su primer momento?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>
33 75	Una suma y cuento con palitos para llegar al 75.	$\begin{array}{r} 33 \\ 42 \\ \hline 75 \end{array}$	42

Juan en su primera agrupación agrupó 42 bolitas.

Ilustración 48: Registro de respuestas de la S3T3

Cabe concluir lo siguiente, la presentación de dibujos en las situaciones problema facilitó que los estudiantes comprendieran los enunciados y resolvieran la mayoría de los problemas adecuadamente. Ciertamente, se observó avance en el proceso de resolución cuando en los problemas se presentaron con estructura canónica, es decir, cuando con la incógnita se centra en *el todo* para la categoría de *Combinación* o en la *cantidad final* para la categoría de *Cambio*.

Bien vale la pena de aclarar que, durante la aplicación de la propuesta, se realizó algunos ajustes en aras de propiciar comprensión y claridad en los interrogantes; se delimitó y se afinó las preguntas de tal orden que dieran cuenta de las características propias de cada una de las categorías semánticas de *Combinación* y de *Cambio*.

3.4.7. Análisis de las Estrategias y representación de resolución de problemas de la S1, S2 y S3.

Es muy significativo reconocer la evolución que se registró en esta población objeto de estudio. Gradualmente se ha venido explicando los procesos mentales y de resolución de problemas que han experimentado los estudiantes a lo largo de la implementación de la propuesta de aula. El análisis de los resultados de la información recolectada, ha demostrado que el algoritmo de la suma fue la más relacionada para hallar de la *categoría semántica de combinación*, *el todo desconocido* y de la *categoría semántica de cambio*, *la cantidad final desconocida*.

El análisis, también ha podido demostrar que los estudiantes recurrieron a la **Estrategia aditiva de conteo progresivo** y a la **estrategia aditiva a partir del primer sumando**, como las primigenias y más

usadas. La primera estrategia consistió en el conteo hacia adelante a partir del número mayor y la segunda, radicó en contar a partir de primer sumando tantas cantidades o unidades que estén contendías en el segundo sumando. Algunos estudiantes, en ambos casos y sin necesidad de juntar, contaron a continuación y en sentido creciente a partir del número que va a aumentar. La siguiente ilustración se muestra el momento de una estudiante realizando conteo progresivo.

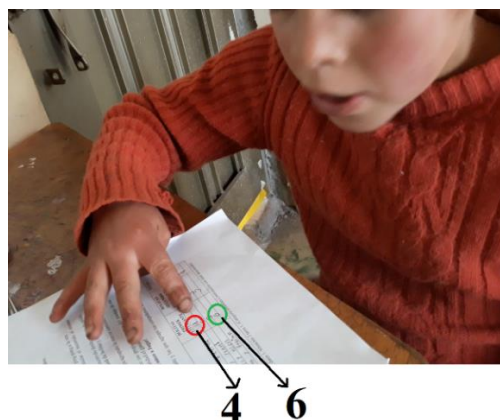


Ilustración 49: Estudiante haciendo uso de aditiva de conteo progresivo. S2T1

En términos de igualdad, en las tres situaciones se presentó que la mayoría de los estudiantes acudió a la suma para encontrar *el cambio desconocido*, de la *categoría de cambio* y la *parte desconocida* de la *categoría de combinación*. Implementando la estrategia aditiva de conteo progresivo a partir del número menor o el sustraendo hasta encontrar el número mayor o el minuendo. En el ejemplo siguiente, se citará la creación de un enunciado verbal, en el que se incluyó el proceso de resolución en correspondencia con la *categoría de cambio* con *el cambio desconocido*.

4. Enunciado:

Quisa quiere ganar
 10 para ganar tiene que
 acertar 10 puntos y en
 su primera tiro ya
 5 puntos

Pregunta:

Cuántos tiene que acertar en
 su segundo tiro

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
10 5	Suma	$\begin{array}{r} +5 \\ 5 \\ \hline 10 \end{array}$	15 puntos

Ilustración 50: Registro de creación y proceso de resolución de problemas de la S3T3

Así como en la S1 y en la S2, también en la S3, para resolver las tareas que se abordó la *categoría semántica de combinación* y la *categoría de cambio de estructura canónica* ($a + b = c?$) se percibió que algunos estudiantes manejaron la *Estrategias derivado a hechos numéricos y recupera información de la memoria de largo plazo*. Esta estrategia les brindó agilidad y eficacia para hallar el resultado. Como ya se ha explicitado en otros apartados, los estudiantes, no representaron las cantidades, sino que llegaron a encontrar el resultado inmediatamente de la memoria, que ha aprendido y que ha guardado la información.

De manera similar se podría indicar que para los procesos mentales en el que se involucre la sustracción, para hallar de la *categoría semántica de combinación con una de las partes desconocida*, de *categoría semántica de cambio con la cantidad inicial desconocida y cambio con el cambio desconocido*, los modelo de *estrategias* que tuvieron mayor preferencia por los estudiantes son: la *estrategia de quitar de*, *separar de* y la *estrategia de contar desde el sustraendo hacia el minuendo*, superando el proceso de la resta directamente. Para las tres situaciones, este grupo de estrategia fue un proceso natural y efectivo permeada por el conteo; los estudiantes contaban en sentido creciente, desde el sustraendo hasta llegar al minuendo, haciendo la salvedad que tenían la intención de saber “¿Cuánto le falta para llegar a...?”. A manera de ejemplo se muestra la siguiente ilustración, donde se ha creado un enunciado por parte de un estudiante.

3. Enunciado:

lois tira y saca 30 Puntos y mana tiene
que llegar a 70 para poder ganar
a 70 Puntos

Pregunta:

¿Cuántos Puntos tiene que sacar maria para
llegar a 70?

Datos	Estrategia	Solución	Respuesta
30 70	resta Para disminuir	70 - 30 40	40 Puntos

Ilustración 51: Registro de creación y proceso de resolución de problemas de la S3T3

Formas de representación para la resolución de problemas

Durante el proceso de resolución de los enunciados se apreció que las representaciones que usaron los estudiantes fueron similares que, en la S1, S2 y S3. Se observó, inicialmente que para resolver las tareas propuestas en las S1 y la S2 los estudiantes produjeron una serie de representaciones sobre la situación y para encontrar los datos o las cantidades solicitadas ellos se coadyuvaron de materiales concretos o semi-concretos de tal modo, que representan las cantidades tan parecido a la estructura semántica del problema planteado; para luego ejecutar el conteo con el uso de los dedos. Ya para la S3 se percató que disminuyó un poco el uso de representación icónica y favoreció la representación simbólica, que incluye la representación verbal y numérica. El lenguaje utilizado en los enunciados y el orden en el que se presenta la información, es un indicador del léxico cotidiano de los estudiantes. A continuación, algunas ilustraciones que muestran algunas de las representaciones utilizadas por los estudiantes para resolver los enunciados problemas.



Ilustración 52: Registro de representación icónica - S1, S2 y S3.

Capítulo 4.: Conclusiones Generales y Algunas Reflexiones Didácticas

Este capítulo concierne a algunas conclusiones relacionadas con el presente estudio que se ha centrado en la observación y el análisis del proceso de resolución de problemas que los estudiantes de 2° grado manifiestan, particularmente en los problemas aritméticos con las categorías semánticas de cambio y combinación. Estas conclusiones se harán en términos de los alcances de los objetivos propuestos inicialmente y del grado de avance de los estudiantes para poder caracterizar las tareas que pueden ser viables o pertinentes. De igual manera, se explicitan algunas reflexiones didácticas en torno al trabajo en la escuela en relación con la revisión de antecedentes y marcos de referencia, el diseño, implementación y análisis de la propuesta de aula. Reflexiones que deben tenerse en cuenta para potenciar las habilidades en estudiantes algunos aspectos del Pensamiento Numérico relacionados con resolución de problemas con estructura aditiva. Así mismo, por tratarse de un trabajo de maestría en profundización, es importante destacar las implicaciones o impacto del trabajo hecho sobre la I.E. intervenida.

4.1 Conclusiones Generales

En este apartado se muestran las conclusiones relacionadas con los objetivos trazados para el presente estudio. Se pretende dar cuenta de los alcances obtenidos a través del desarrollo de una propuesta de aula mediada por tres situaciones, diseñadas con el fin de encaminar a los estudiantes a la comprensión y resolución de problemas a través del juego como estrategia de enseñanza y de aprendizaje.

Para comenzar, es importante enfatizar que se relacionará cada uno de los objetivos con los hallazgos obtenidos desde la aplicación de la propuesta de aula en el marco de los referentes teóricos, los referentes nacionales y las variables de análisis. Todo esto, para llegar a generar la caracterización de las tareas y las sugerencias o recomendaciones que se desencadene de este trabajo de grado.

Conviene recordar que el primer objetivo específico, propone *documentar la problemática con el fin obtener referentes teóricos y metodológicos para el estudio de la estructura aditiva*. Se da cumplimiento con este objetivo, porque la problemática se fundamenta mediante referentes teóricos

tanto nacionales como internacionales, que permitieron identificar los conceptos, los elementos teóricos y metodológicos necesarios que dieron lugar al diseño y la aplicación de una propuesta de aula, en el marco de la resolución de problemas con estructura aditiva para estudiantes de la básica primaria. Teniendo en cuenta lo investigado se concluye que:

- *Desde la perspectiva didáctica*, la resolución de problemas con estructura aditiva se considera uno de los ejes más importantes para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en la etapa escolar inicial. Esta perspectiva, propone articular algunas tareas en torno a situaciones problema con estructuras aditivas como una actividad importante que les permita a los estudiantes experimentar, explorar y conocer las categorías y subcategorías semánticas. Para ello, es importante que los docentes propicien en el escenario educativo, situaciones problema generadas desde el contexto educativo y social, invitando a los estudiantes a hacer uso de diversas estrategias y representaciones de resolución; a desarrollar habilidades de cálculo, a pensar de manera autónoma y a justificar sus procedimientos. La documentación desde el marco conceptual de Luis Puig y Cerdán (1988) permite considerar la estructura aditiva como algo más que el simple algoritmo y que está asociadas a categorías semánticas que dan cuenta de la forma en que se articulan con los enunciados y las distintas relaciones que se pueden establecer entre los datos.

De acuerdo con los estudios sobre estrategias y representación de problemas, es necesario indicar que es importante reconocer que una población de estudio revela distintas y variadas formas o procedimientos para hallar la información que se solicita en los problemas verbales. Estos procedimientos son acciones propias de los estudiantes, son representaciones que se ejercen sobre las cantidades que se presentan en los enunciados y evolucionan naturalmente y de manera escalonada.

En estos mismos términos, el juego, que para algunos profesores de la básica primaria, es considerado solo como una forma de recreación en el aula, puede trascender de tal manera que también implique aprendizajes en el aula. Tal como se documentó en el capítulo 2, algo importante que deja la documentación es que el juego se puede considerar como una estrategia de enseñanza.

Esta documentación en general desde la perspectiva didáctica, permite dilucidar todo lo que un profesor debe saber para poder enseñar ciertas temáticas; en el caso particular de la resolución de problemas, es importante que la estructura aditiva no sea abordada solo desde las formas canónicas. Igualmente, esta perspectiva no contradice lo que el MEN propone.

Así mismo, los antecedentes permitieron evidenciar las distintas problemáticas alrededor de la resolución de problemas con estructura aditiva y que es importante tenerlos en cuenta para orientar ciertas situaciones en el aula y evitar algunos errores u obstáculos frecuentes. Los antecedentes

permiten también conocer que esta es una problemática común en muchos contextos y lugares, y que es necesario que un profesor los asuma como referencia para reformular ciertas prácticas en el aula.

- Desde la perspectiva curricular se pone de manifiesto la importancia de las orientaciones del MEN a través de los LCM y los EBCM en el marco de la resolución de problemas aditivos. Esta es una perspectiva nacional que comunica y explica lo que se pretende lograr con los estudiantes de nuestra Nación al finalizar su proceso de educación formal en relación con la educación matemática. La revisión de estos documentos permitió darles un uso más significativo más allá del uso instrumental que se les suele dar para llenar planes de aula. Permitted conocer algunos ejemplos, habilidades y competencias asociados a la estructura aditiva, que no se enmarcan simplemente en un tema o contenido, aislado de la posibilidad de articularse con otras áreas de conocimiento.

En el segundo objetivo específico se propuso, *articular algunas tareas en el marco de una propuesta de aula en torno a la estructura aditiva, de acuerdo con los referentes teóricos y metodológicos aportados en la documentación de la problemática:*

- Para comenzar es conveniente enfatizar, que la revisión bibliográfica sobre el proceso de resolución de problemas en el nivel educativo de básica primaria, permitió comprender la complejidad de dicho proceso y conocer los errores que presentan los estudiantes en la resolución de problema. Por lo tanto, para el diseño de la propuesta de aula en primera instancia se tuvieron en cuenta los resultados que arrojó la prueba diagnóstica, esto permitió caracterizar a los estudiantes, para reconocer de ellos el nivel de conocimiento adquirido durante su escolaridad sobre resolución de problemas. Así mismo, los antecedentes, fueron claves para tomarlos como referencia en el diseño y rediseño de algunas tareas, en correspondencia con la viabilidad que manifestaron en sus respectivas conclusiones.

Esta propuesta le aportó al juego como el contexto situacional, se consideró como una herramienta didáctica de vital importancia porque ayuda a los educandos a ver la conexión existente entre la instrucción dada en el enunciado y sus propios conocimientos. Además, porque permite hacer un acercamiento progresivo hacia la resolución de situaciones problema, por medio del cual los estudiantes representan los problemas y aplican estrategias que servirán para hallar la solución. El juego como método de enseñanza en el ambiente educativo, posibilita que los estudiantes acudan a la

modelación de lo expuesto en los enunciados, comprendan el problema, el cual radica en asimilar e integrar la información dada y realizar una conexión entre la información y el conocimiento previo.

- Desde lo curricular, se tuvo en cuenta la noción de situación problema, la importancia de que el contexto no se limitara exclusivamente a lo matemático, en este orden de ideas, se tuvo en cuenta el juego como contexto inmediato e interesante para las edades de los estudiantes. Así mismo, la vinculación de aspectos cotidianos como el hecho de que ellos interactúan con mucha frecuencia en el ejercicio de comprar en la tienda. Desde los procesos generales se privilegió la resolución de problemas, el razonamiento y la argumentación.

Es oportuno ahora abordar el tercer objetivo con el que pretende *analizar las implicaciones de la propuesta de aula para establecer reflexiones didácticas y recomendaciones para la enseñanza y aprendizaje de la estructura aditiva en estudiantes de la I.E. San Juan de Barragán*, se concluye que:

- Los resultados de la propuesta en definitiva son insumos que favorecen la reflexión y discusión sobre el proceso de enseñanza en los docentes, convirtiéndose en un contenido y un punto de partida que permiten generar y consolidar conocimientos matemáticos para cuando se quiera diseñar o rediseñar propuestas de aula que movilicen la formulación de problemas que atiendan al significado de los conceptos y procedimientos matemáticos partiendo de los elementos del contexto.

- La documentación bibliográfica, generalmente ha venido explicando que los estudiantes gradualmente adquieren la capacidad y habilidad para calcular y resolver problemas. Estos conceptos fueron importantes para llegar a reconocer que esa capacidad y habilidad de la que se habla, se adquiere en la medida que se propicie en el aula situaciones problema significativas, ello quiere decir, que la docente es la orientadora para encaminar en los estudiantes el desarrollo de habilidades para crear estrategias y representaciones de resolución; para reconocer las cantidades que ha propuesto en las enunciados; e identificar la posición de la incógnita para seleccionar el procedimiento adecuado para favorecer la resolución.

El estudio realizado hasta ahora, ha podido demostrar que se debe ir en concordancia con los postulados sugeridos por el MEN desde los LCM (1998) y los EBCM (2006). Especialmente, cuando se explicita que la educación debe ir de la mano con los avances de la globalización y que se debe impartir experiencias significativas y contextualizadas. Con respecto a esto, se sugiere que en las escuelas adopten la resolución de problemas al interior de los planes curriculares, pero no solamente

como una temática estrictamente para el área de matemáticas, sino desde todas las áreas de conocimientos, finalmente que la resolución de problemas se siga cultivando tanto en la vida cotidiana como en la escolaridad. La propuesta de aula que se diseñó, se implementó teniendo también como insumo lo mencionado en los LCM (1998) ya que en ellos refieren la importancia de las características sintácticas y semánticas en cada de las preguntas para trabajar la estructura aditiva (*para la adición: Unión. Parte - parte – todo, Añadir o adjunción, Comparación, Sustracción complementaria y Sustracción vectorial. Y la sustracción: Separación o quitar, Comparación – Diferencia, Parte- parte- todo. Unión, Adjunción. Añadir, Añadir y Sustracción vectorial*).

- Otro aspecto que se concluye es que la elección de crear una propuesta de aula trajo consigo la importancia, que tiene el ejercicio de diseñar las tareas, y también, lo transcendental que es tener muy presente, aquellos los elementos que se consideran pertinentes para construir conocimientos en el aula. Este punto está dirigido al reto que debe asumir el docente para elaborar tareas con el propósito de los estudiantes enfrenten pequeños obstáculos que se proponen y empleen estrategias espontaneas y desarrollen otras más.

- Por último, se deduce que se apostó en el diseño e implementación de una propuesta de aula, que acercó a los estudiantes a la resolución de situaciones problema mediada por el juego, del cual se obtuvo la aceptación por parte de ellos y propició en la mayoría, la habilidad para reflexionar, comprender, interpretar y resolver problemas a través de estrategias y representaciones con las cuales se sentían más familiarizados.

- Si bien es cierto, los avances alcanzados por este grupo podrían ser minúsculos si lo comparamos con otro grupo de estudiantes, donde las condiciones familiares, personales y de contexto son totalmente diferentes a la que concierne a este estudio. Recordemos que la población objeto de investigación presentó unas condiciones particulares que se relacionan con la edad cronológica, familiares y sociales. Pero, partiendo de que esta fue su primer acercamiento con las situaciones problema con estructura aditiva, los avances fueron significativos. Lo que se torna importante es que cada uno de los estudiantes en procura de hallar el dato faltante, exponiendo diversas estrategias y representación de resolución, cada una de ellas se debe validar y valorar por parte de la docente, pues, se trata de observar los procesos, más que los resultados.

- Fuera de lo que se ha dicho hasta aquí, es prudente recomendar que en lo posible se implemente situaciones problema desde todas las áreas de formación y durante todo el periodo escolar.

- La estructura de la propuesta sufrió ajustes durante la aplicación, se aclara algunas preguntas para facilitar la comprensión en los estudiantes y refina con el propósito de encaminarlas hacia las características de cada una de las categorías semánticas.
- Otro aspecto para destacar en este apartado, es el ejercicio de *crear enunciados*. Esta metodología en algún momento pudo generar dificultad en los estudiantes, pues, además de formularlos las situaciones problema, posteriormente debían resolverlos. Se hace evidente un proceso metacognitivo por parte del estudiante, para crear los enunciados, de antemano, debían elegir las cantidades de tal forma que mantuviera una coherencia con la resolución. Además, esto deja en evidencia, el reconocimiento de las estructuras semánticas canónicas y no canónicas; la identificación de los datos o cantidades que deben contener los enunciados según sea la categoría o subcategoría semántica. Finalmente, estos enunciados contienen aspectos lingüísticos formales e informales estrechamente relacionado con el entorno en el que se desenvuelven los estudiantes. En algunos de los enunciados, se observó replica de los enunciados expuestos previamente por la docente, la diferencia se centró en las cantidades relacionadas.
- En correspondencia con la *categoría semántica de cambio*, de los resultados se observa un progreso respecto a lo hecho en la prueba diagnóstica, ya que en esta arrojó que los estudiantes tenían dificultades en hallar la cantidad inicial y el cambio ($a \pm ? = c$ o $? \pm b = c$), tanto en aumento como en disminución. En la medida en que avanzan en la aplicación de la propuesta, las dificultades disminuyen y los estudiantes identifican cuándo se pregunta por la cantidad inicial o el cambio. Sin embargo, se logra evidenciar que los estudiantes requieren sofisticar sus procedimientos.
- Al referirse a la categoría semántica de combinación, se logra un avance más significativo que con la categoría de cambio, porque los estudiantes identifican las partes y el todo, como se ve evidenciado en S2 y S3. Este avance con respecto a la prueba diagnóstica, los estudiantes tenían dificultades cuando la incógnita era una de las partes, pero, en la propuesta se nota mejoría en el razonamiento sobre el enunciado y se ve reflejado en la solución de las preguntas entorno a esta categoría semántica.
- En cuanto al proceso de resolución, los estudiantes además de encontrar los datos desconocidos, ejercitaron, afianzaron y atendieron otros aspectos o conceptos que se trabajaron desde el área de matemáticas en los niveles educativos previos. Algunos conceptos son: la distinción entre unidades y decenas; descomposición y composición de los números; dominio de las reglas fundamentales de la suma y de la resta; estimación de resultados; orden numérico; conjuntos de elementos; el conteo, entre otras. Estos conceptos sirvieron de cimiento, para que los estudiantes

realizaran transformaciones con las cantidades o colecciones de objetos provistos en las Situaciones. En efecto, cada vez que los estudiantes, contaron, contaron a partir de, quitaron, contaron hacia atrás, etc., manifestaron conducta en las que emplearon estrategias de resolución de situación basada en la adición. Además, fue bastante común ver que ellos recurrieron a los dedos cuando se enfrentaron a un cálculo cuyos resultados no lo pueden recuperar de la memoria.

En conclusión, dando cumplimiento con el objetivo general, *las características de las tareas que podrían proponerse para que estudiantes de 2° de la educación básica primaria, logren comprender y resolver problemas con estructura aditiva son:*

- Aquellas tareas que se conviertan en una experiencia nueva para los estudiantes, que el docente cumpla con el papel de acompañar y facilitar la comprensión, formulación y reformulación de las preguntas que se suscitaron de cada tarea.
- En las que se vislumbre la participación activa y dinámica de los estudiantes, en el que no se le restrinja la producción y discurso oral. Por el contrario, donde se prevalezca la justificación, argumentación, el razonamiento y la creación de estrategias de resolución.
- Aquellas tareas que incentiven el interés, la motivación y la seguridad para que los estudiantes puedan responder los interrogantes. En las que se presenten una variedad de opciones para desarrollar las clases, una de ella puede ser a través del juego como contexto de aprendizaje, dado que esta herramienta didáctica permite que los estudiantes manifiesten confianza para expresar su pensamiento y opiniones, aciertos y desaciertos de manera verbal y escrita.
- Las tareas deben ser diseñadas teniendo en cuenta el proceso de aprendizaje en el que se encuentren los estudiantes, se debe analizar cómo están en la comprensión de lectura y conocimientos previos relacionados con las matemáticas.
- A manera de conclusión, conviene indicar que las tareas que se presentan deben cumplir las características propias de las categorías y subcategorías semánticas de *Combinación y de Cambio*. Que los estudiantes puedan identificar *la parte y el todo en los problemas de combinación y la cantidad inicial, el cambio y la cantidad final* en los problemas de cambio, articuladas con aspecto sintáctico y semántico. Donde haya conexión entre el lenguaje y el contexto inmediato de los estudiantes.
- Los procesos matemáticos que ejercieron los estudiantes para resolver las tareas propuestas en la S1, S2 y S3, suelen ser una muestra de que la matemática es abstracta, pero para llegar a la

resolución de los enunciados, ellos tuvieron que realizar algunos procesos con el apoyo de materiales concretos, por medio de los cuales pusieron en acción las destrezas innatas de cálculo y aquellas que se han aprendido desde el contexto inmediato. El grupo generó una gran variedad de estrategias, se observan algunas estrategias informales, que requieren por parte del estudiante realizar una acción más extensa para hallar el *cambio desconocido*, y otras estrategias formales, que tienen hasta ahora el carácter de ser más eficaces. Aunque haya diferentes estrategias de resolución, los estudiantes exteriorizaron avances conceptuales importantes. Ellos, poco a poco fueron comprendiendo e interpretando los enunciados; la causa de esta evolución radicó en la capacidad y habilidad para identificar las cantidades suministradas en las situaciones problema. Además, asociaron los signos de la suma con las acciones de agregar, aumentar y ganar más puntos, y el signo de la resta con acciones que quitar, disminuir y perder, al tiempo que hacen conteo con sus dedos, con marcas realizadas sobre la hoja de trabajo y/o desarrollan conteo mental.

4.2 Reflexiones y recomendaciones

Gradualmente se ha tenido unos resultados significativos frente a los alcances de los estudiantes para resolver problemas con estructura aditiva, sin duda este estudio dejó un sin números de experiencias de aprendizajes que fortalece la práctica docente; en el que se le puede atribuir al quehacer pedagógico un grado de profesionalismo, de compromiso, de vocación y de conciencia para enseñar. El conocimiento y dominio del tema de interés para este trabajo de grado, generó seguridad para abordar en el aula situaciones problema con estructura aditiva; permitió reconocer cada uno de mis estudiantes como sujetos activos y únicos en su proceso de aprendizaje; propició la capacidad para respetar y valorar las estrategias y representaciones que los estudiantes utilizó para encontrar bajo ciertas circunstancias el dato que hace falta.

Este estudio además de permitir un aprendizaje significativo, también permite contribuir a la I.E. San Juan de Barragán con una propuesta de aula que fue diseñada con el propósito de potenciar habilidades y competencias matemáticas en los estudiantes de 2° grado. Es una propuesta basada en el juego, que se desarrolla de manera paulatina, siguiendo la estructura de tres situaciones que llevan al educando fortalecer la lectura, comprensión, creación de estrategias, afinar representaciones y a resolver problemas con estructura aditiva, además a crear nuevos enunciado sencillos y

contextualizados. Para esta propuesta el juego es una herramienta orientada hacia la enseñanza y la interacción entre los estudiantes y docente para construir y validar nuevos conocimientos.

Del mismo modo, dejó un grupo de estudiantes que participaron con agrado y se enfrentaron al reto de resolver situaciones problema, siendo protagonistas de las situaciones y tareas presentadas; quienes, además se atrevieron a diseñar algunos enunciados. Dejó un grupo de estudiantes, que en la medida que comprendían y se adaptaban al juego, ensayaban, acertaban, se equivocaban e intentaban nuevos procesos de resolución; estudiantes que con sus propias palabras y en la medida de sus posibilidades justificaban sus respuestas. La mayoría de ellos avanzaron en su proceso de aprendizaje respecto a la resolución de problemas aditivos, recordando que el desarrollo de competencias matemáticas es un proceso gradual que se lleva a cabo en diversos niveles de complejidad a lo largo del proceso educativo.

En este trabajo se valora infinitamente los avances que tuvo cada estudiante, para el 50% de ellos, fue la primera vez que asumió el desafío de leer, comprender, analizar y resolver situaciones problema con estructura aditiva, son estudiantes que han vivido un proceso no convencional durante su aprendizaje, es decir, no contaron con la oportunidad de desarrollar su capacidad de planificar, de anticipar y solucionar situaciones ligadas a su primera infancia; por ello, para este grupo de estudiantes, el hecho de resolver problemas a través del juego, era nuevo.

En la institución Educativa, tuve la posibilidad de presentar esta experiencia teniendo como auditorio al resto de mis compañeros docentes, tanto de primaria como de secundaria. Este espacio fue vital para que otros profesores que no han vivido este proceso de cualificación, conocieran otras estrategias para movilizar conocimientos en el aula. Así mismo, fue la oportunidad de que muchos se asombraran al reconocer que enseñar a sumar no solo está centrado en el dominio del algoritmo. La perspectiva de la resolución de problemas fue inspirador para trabajar desde otras áreas diferentes conocimientos. Fue un momento en el que se valoró este trabajo de grado, donde se ofrendaron recomendaciones para futuras prácticas de aula y fue un momento donde se consolidó la idea de microcentros pedagógicos.

Microcentro es un espacio pedagógico donde los docentes tienen la oportunidad de socializar sus experiencias de enseñanzas; es un ambiente de aprendizaje para los docentes porque se benefician de la oportunidad de abordar y de compartir metodologías, saberes, experiencias significativas que al final le aportan a su proceso de enseñanza, favoreciendo de esta manera a los estudiantes. Desde hace

un tiempo esta idea está latente dentro de la dinámica de las jornadas pedagógicas, en algún momento se realizó un microcentro y con la socialización de este trabajo se fortalece y se institucionaliza esta práctica de comunidad entre los docentes.

Esta experiencia también pone de manifiesto que como profesores tenemos la capacidad y oportunidad de investigar en el aula, a partir de la identificación de una problemática, su documentación y posterior sistematización, para analizar qué pasa con el aprendizaje de nuestros estudiantes y que, como consecuencia, permita reflexionar y mejorar en torno a nuestra práctica en el aula.

Este trabajo de grado es un punto de partida para que docentes en ejercicio lo consulten y enriquezcan su práctica en el aula en temas relacionados las situaciones problema; para que además se regalen la oportunidad de conocer sobre los tipos y subtipos de problemas aditivos y sobre las diversas estrategias y representaciones que los estudiantes exteriorizan para resolver problemas. Este es una oportunidad que moviliza un cambio en el proceso de enseñar la suma y resta. Por esta razón, se extiende la invitación a todos los docentes de aula de la básica primaria atreverse a diseñar propuestas de aula basada en el juego que les permita a los estudiantes vivir los problemas contextualizados, que les exija realizar ejercicios intelectuales a través de la necesidad de aprender y del esfuerzo de resolver.

Para la I.E. se le recomienda ajustar el plan de área de matemáticas; que la resolución de problemas no sea un tema aislado a los ejes temáticos que nutre los cuatro periodos del año escolar; que la resolución de problemas sea tomada como el punto de partida para desarrollar o apoyar competencias no solo cognitivas, sino también lectoras, ciudadanas, en el que se observe la articulación de todas las áreas de formación.

En la siguiente tabla se puede evidenciar una breve síntesis sobre los alcances y resultados de la implementación de la propuesta de aula.

Tabla 28: Síntesis de resultados

Categorías	
Cambio	En relación con la <i>categoría semántica de cambio</i> , de los resultados se observó un progreso respecto a lo hecho en la prueba diagnóstica, ya que en esta arrojó que los estudiantes tenían dificultades en hallar la cantidad inicial y el cambio ($a \pm ? = c$ o $? \pm b = c$), tanto en aumento como en disminución. En la medida en que avanzan en la aplicación de la propuesta, las dificultades disminuyen y los estudiantes identifican cuándo se pregunta por la cantidad inicial o el cambio.
Combinación	Al referirse a la categoría semántica de combinación, se logró un avance más significativo en contraste con la categoría de cambio, porque los estudiantes identificaron las partes y el todo, como se ve evidenciado en las Situaciones. Este avance con respecto a la prueba diagnóstica, los estudiantes tenían dificultades cuando la incógnita era una de las partes, pero, en la propuesta se nota mejoría en el razonamiento sobre el enunciado y se ve reflejado en la solución de las preguntas entorno a esta categoría semántica.
A manera de conclusión, conviene indicar que las tareas que se presentan en el aula deben cumplir las características propias de las categorías y subcategorías semánticas de <i>Combinación y de Cambio</i> . Que los estudiantes puedan identificar <i>la parte y el todo en los problemas de combinación y la cantidad inicial, el cambio y la cantidad final</i> en los problemas de <i>cambio</i> , articuladas con aspecto sintáctico y semántico. Donde haya conexión entre el lenguaje y el contexto inmediato de los estudiantes.	
Además, asociaron los signos de la suma con las acciones de agregar, aumentar y ganar más puntos, y el signo de la resta con acciones que quitar, disminuir y perder, al tiempo que hacen conteo con sus dedos, con marcas realizadas sobre la hoja de trabajo y/o desarrollan conteo mental.	
Estrategias	En efecto, cada vez que los estudiantes, contaron, contaron a partir de, quitaron, contaron hacia atrás, etc., manifestaron conducta en las que emplearon estrategias de resolución de situación basada en la adición.
Resolución	El grupo generó una gran variedad de estrategias, se observaron algunas estrategias informales, que requirió por parte del estudiante realizar una acción más extensa para hallar el <i>cambio desconocido</i> , y otras estrategias formales, que tuvieron el carácter de ser más eficaces.
	En cuanto al proceso de resolución, los estudiantes además de encontrar los datos desconocidos, ejercitaron, afianzaron y atendieron otros aspectos o conceptos que se trabajaron desde el área de matemáticas en los niveles educativos previos. Además, fue bastante común ver que ellos recurrieron a los dedos cuando se enfrentaron a un cálculo cuyos resultados no lo pudo recuperarse de la memoria.

REFERENCIAS

- Amonashvili, S. A. (1986). El juego en la actividad de aprendizaje de los escolares. *Revista Perspectivas UNESCO*, 85-94. Recuperado de https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000069206_spa
- Arboleda, L., & Castrillón, G. (2012). La Historia y la educación matemáticas en el horizonte conceptual de la pedagogía. *Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 14(1). Recuperado de <http://www.historiacienciaytecnologia.com/ARCHIVOS/141013032.pdf>
- Arteaga Palomare, J. C., & Guzmán Hernández, J. (2005). Estrategias utilizadas por alumnos de quinto grado para resolver problemas verbales de matemáticas. *Educación Matemáticas*, 33- 53. recuperado de http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/matematicas-ff3/apoyos/mod5/act_15_estrategias.pdf
- Ayllón, M., Castro, E., & Molina, M. (2010). *Conocimiento Aritmético Informal puesto de manifiesto por una pareja de alumnos (6-7 años) sobre la intervención y resolución de problemas*. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3629231.pdf>
- Baroody, A. (2000). *EL pensamiento matemático de los niños*. Madrid.
- Bermejo, V. (1995). *Intervención Psicopedagógica en el aula de Matemáticas*. Recuperado de <http://www.uv.es/meliajl/Docencia/Recursos/ArticulosEjemplo/GuttmanEducativa.pdf>
- Bermejo, V., & Rodríguez, P. (1987). Análisis de los factores incidentes en la resolución de problemas de adición: Su estructura, formulación y lugar de la incógnita. *Enseñanza de las ciencias*, 332-333.
- Bermejo, V., Lago, O., & Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/28200444_Aprendizaje_de_la_adicion_y_sustraccion_Secuenciacion_de_los_problemas_verbales_segun_su_dificultad/download
- Blanco, L., Cárdenas, Y., & Caballero, A. (2015). *Dehesa, repositorio Institucional Universidad Extramadura*. La Resolución de Problemas de Matemáticas en la Formulación Inicial de Profesores de Primaria. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10662/5241>
- Bosch, M. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma*, 15-37. Recuperado http://funes.uniandes.edu.co/1972/1/Edma0-6_v1n1_15-37.pdf
- Brousseau, G. (1998). *La Teoría de Situaciones Didácticas*. Recuperado de http://perso.orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS_Montreal.pdf
- Bruner, J. (1986). *Juego, Pensamiento y Lenguaje*. Recuperado de Unesdoc- Perspectivas: revista trimestral de educación, XVI, 1 Recuperado de: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000069206_spa
- Bruner, J. (1995). *Desarrollo Cognitivo y la Educación*. Recuperado de Terra: http://www.terras.edu.ar/biblioteca/1/CRRM_Bruner_Unidad4.pdf
- Bruno, A. (1999). *Estructuras Aditivas*. Recuperado de Matemática Educativa - Cinvestav: www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/estr-ad.pdf
- Bruno, A., Martínón, A., & Velázquez, F. (2001). Algunas dificultades en los problemas aditivos. *SUMA - UNIANDES*, 83-94. Recuperado de Suma : <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/confere1.pdf>
- Butto, C., & Martínez, C. (2012). *Abordaje Basado en Competencias: La Resolución de Problemas Aditivos en el Nivel Básico*. México: Trabajo de Grado. Recuperado de file:///C:/Users/USer/Downloads/Dialnet-AbordajeBasadoEnCompetencias-4777922.pdf
- Castro, E. (04 de Marzo de 2011). *Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España*. Recuperado de Universidad de los Andes: http://funes.uniandes.edu.co/1191/1/Castro2008Resolucion_SEIEM_113.pdf

- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Recuperado de Universidad de los Andes: <http://funes.uniandes.edu.co/677/1/Castro95Estructuras.pdf>
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras Aritméticas Elementales y su Modelización*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana. Recuperado de <http://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASArchivos/MULTIPLICACION/estructura%20multi/estruc%20multip.pdf>
- Chamorro, M., Belmonte, J. , Ruiz, M., & Vecino, F. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para la Educación Infantil*. Madrid: Pearson Educación.
- Chevallard, Y., Bosch, M. , & Gascón, J. . (1997). *Estudiar Matemáticas: El eslabón Perdido entre Enseñanza y Aprendizaje*. Recuperado de Revista Educación Matemáticas: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol9/3/14Diaz.pdf>
- Díaz, J. J. (2004). El Grado de Abstracción en la Resolución de Problemas de Cambio de Suma y Resta en Contextos Rural y Urbano. Madrid. Recuperado de file:///C:/Users/USer/Downloads/33500303.pdf
- Díaz, S. A., Mendoza, Martínez , V. M., & Porras Morales, C. M. (Abril de 2011). Una Guía para la Elaboración de Estudio de Caso. *Razón y Palabra*, vol. 16, núm. 75, 5-7. Recuperado de Revista Razón y Palabra: Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=199518706040>
- Godino, J., Batanero, C. , & Font, V. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Madrid: Proyecto Edumat-Maestros. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Gómez, J. M. (2005). El juego en la Educación Infantil. En J. M. M.^a del Carmen Chamorro.
- Gómez, M. (2012). *Estrategias utilizadas por los niños de cuarto grado para resolver problemas multiplicativos simples de tipo razón*. Universidad distrital Francisco José de caldas. Bogotá: Trabajo de Pregrado.
- González, J. L. (1997). *Clasificación de Problemas Aditivos por sus Estructuras Numéricas y Semánticas Global*. Recuperado de Universidad de los Andes: http://funes.uniandes.edu.co/1468/1/Gonzalez1998Clasificacion_SEIEM_78.pdf
- Hernández, S. (1991). Estudio de Caso- Capitulo 4. En *Metodología de la Investigación* (pág. 31). México. Recuperado de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lad/garcia_s_ac/capitulo4.pdf
- Ledesma, M. (2012). *Intervención en el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la Resolución de Problemas Aritméticos mediante Software Educativo Innovador en Educación Primaria*. Ssalamanca: Tesis Doctoral. Recuperado de file:///C:/Users/USer/Downloads/0000030842.pdf
- Llandudno, G. (Marzo de 1983). *Univalle*. Recuperado de Conferencia- Juego, Pensamiento y Lenguaje. Recuperado de <http://educamosjuntos.univalle.edu.co/descargables/Juegopensamientolenguaje.pdf>
- Martinez, C. (2012). *Resolución de Problemas de Estructuras Aditivas con Estudiantes de Segundo grado de Educación Primaria*. México: Trabajo de Maestría. Recuperado de <http://200.23.113.51/pdf/29358.pdf>
- Maza, C. (1999). *Enseñanza de la suma y la resta*. Madrid: Ed. Síntesis, S.A.
- Michelet, A. (1986). *El Maestro y el Juego - Unesdoc*. Recuperado de Perspectivas: revista trimestral de educación, XVI, 1, p. 125-134: https://unesdoc.unesco.org/notice?id=p%3A%3Ausmarcdef_0000069214_spa
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL . (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Colombia. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá: Colombia.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2009). *Desarrollo infantil y competencias en la Primera Infancia- Documento 10*. Bogotá: Colombia.

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2014). *El Juego en la Educación Inicial*. Documento N° 22. Bogotá, Colombia: Colombia. Recuperado de <http://www.deceroasiempre.gov.co/Prensa/CDocumentacionDocs/Documento-N22-juego-educacion-inicial.pdf>
- Muñiz, L., Alonso, P. , & Rodríguez, L. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Revista Union*, N° 39, 19-33. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo6.pdf>
- Obando, G. (2015). *Sistemas de prácticas matemáticas en relación con la Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la Educación Básica*. Cali: Tesis Doctoral.
- Ordoñez, M. L. (2009). *Estructuras Aditivas en la Resolución de Problemas Aditivos de Enunciado Verbal*. Palmira. Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/47657/1/34607989_Leysa.pdf
- Peña, C. W. (Octubre de 2009). El Estudio de Caso como Recurso Metodológico Apropriado a la Invetigación en Ciencias Sociales. *Educación y Desarrollo Social*, 3(2), 180-195. Recuperado de <http://www.unimilitar.edu.co/documents/63968/80127/RevArt13Vol3No2.pdf>
- Peña, W. (2009). El Estudio de Caso Como Recurso Metodológico Apropriado a la Investigación en Ciencias Sociales. *Revista Educación y Desarrollo Social*., 3(3). Recuperado de <http://www.unimilitar.edu.co/documents/63968/80127/RevArt13Vol3No2.pdf>
- Pineda Quintero , J. D. (2013). *Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria*. Manizales .
- Poyla, G. (1995). *Cómo Planear y Resolver Problemas*. México: Trillas, S.A.
- Puig, L., & Cerdán, F. (1988). Problemas aritméticos escolares. Recuperado de <https://www.uv.es/puigl/lpae3.pdf>
- Rodríguez, G., & Gil, J. G. (1999). *Metodología de la investigación educativa*. Recuperado de researchgate: https://www.researchgate.net/publication/44376485_Metodologia_de_la_investigacion_cualitativa_Gregorio_Rodriguez_Gomez_Javier_Gil_Flores_Eduardo_Garcia_Jimenez/download
- Solano, S. (2005). La actualización del Estudio de Caso en el Análisis Local. *Región y Sociedad*, Vol. XVII, N° 31, 38. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/regsoc/v17n32/v17n32a4.pdf>
- Stake, R. (Segunda Edición, 1999). *Investigación con Estudio de Caso*. Madrid: Morata. Recuperado de [https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=gndJ0eSkGckC&oi=fnd&pg=PA9&dq=Investigaci%C3%B3n+con+estudio+de+caso,+Stake,+R.+\(1999\)&ots=mRMQ0XFD5l&sig=z3nQOW2eUElDd2TZcqYsP4xn3Tw#v=onepage&q=Investigaci%C3%B3n%20con%20estudio%20de%20caso%2C%20Stake%2C%2](https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=gndJ0eSkGckC&oi=fnd&pg=PA9&dq=Investigaci%C3%B3n+con+estudio+de+caso,+Stake,+R.+(1999)&ots=mRMQ0XFD5l&sig=z3nQOW2eUElDd2TZcqYsP4xn3Tw#v=onepage&q=Investigaci%C3%B3n%20con%20estudio%20de%20caso%2C%20Stake%2C%2)
- Vergnaud, G. (2010). *EL niño, las matemáticas y la realidad: Los Problemas de Tipo Aditivo*. México: Trillas.

ANEXOS

Anexo 1: PRUEBA DIAGNÓSTICA**PRUEBA DIAGNÓSTICA: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA**

Institución Educativa: _____ Grado: _____

Nombre del estudiante: _____

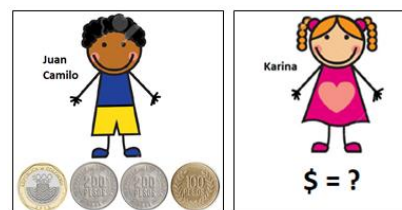
Lee con atención los siguientes problemas. Marca con una X la respuesta correcta.

1. A la fiesta de Juan Camilo asistieron en principio 25 personas, luego llegaron 19 personas más. ¿Cuántas personas en total asistieron a la fiesta?

A. 6 personas B. 34 personas C. 14 personas D. 44 personas

2. Cuando llegaron al parque, Juan Camilo tenía \$1.500 y Karina tenía \$350 más que Juan Camilo. ¿Cuánto dinero tiene Karina?

A. \$ 1.150 B. \$ 1.850
B. C. \$ 1.500 D. \$ 1.250



3. En la escuela San Juan Barragán al iniciar el año escolar se matricularon 25 estudiantes en el grado 2º, al terminar el año hay 15. Eso significa que en este año:

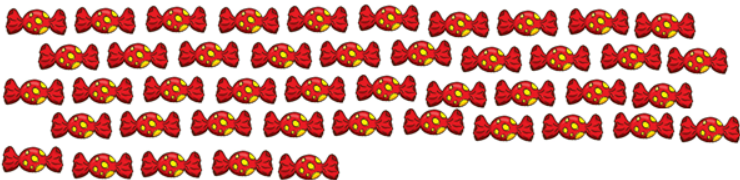
A. se retiraron 40 estudiantes. B. ingresaron 40 estudiantes más.
C. se retiraron 10 estudiantes. D. ingresaron 30 estudiantes más.

4. Diego y Adrián fueron a la finca. Diego ordeñó una de sus vacas y recogió 28 botellas de leche y Adrián 15. ¿Cuántas botellas de leche recogieron entre los dos niños?

A. 43 botellas. B. 13 botellas.
C. 28 botellas D. 33 botellas.



5. En la siguiente tabla se muestra la cantidad de caramelos que tienen Jhonatán y Pedro:

Nombre	Cantidad de caramelos
Jhonatán	
Pedro	

¿Cuántos caramelos tiene que comprar Pedro para tener igual cantidad de caramelos que Jhonatán?

- A. Pedro tiene que comprar 78 caramelos más. B. Jhonatan tiene que comprar 12 caramelos más.
 C. Pedro tiene que comprar 45 caramelos. D. Pedro tiene que comprar 12 caramelos más.

6. Para una fiesta en la escuela se compraron 75 globos de dos colores distintos: amarillo y rojo. Si se compraron 25 globos amarillos, ¿Cuántos globos son de color rojo?

- A. 50 B. 100 C. 90 D. 75

Responde la pregunta 7 y 8 con base a la siguiente información.

María va a comprar un helado que cuesta \$850, tiene monedas de las siguientes denominaciones para pagarla.



7. Dibuja ¿De qué forma puede pagar el helado sin recibir vueltas?

8. Dibuja ¿De qué forma puede pagar María el helado para recibir 50 pesos de vuelta?

Anexo 2: RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA.

Tabla 29: Tabla de acierto por subcategoría semántica, según la prueba diagnóstica.

Pregunta	Respuesta	Categoría	% de acierto	% de desacierto
1	D	Categoría semántica de cambio ($a + b = ?$)	70%	30%
2	B	Categoría semántica de comparar ($a + ? = c$)	20%	80%
3	C	Categoría semántica de cambio- ($a - ? = c$)	40%	60%
4	A	Categoría semántica de combinación- ($a + b = ?$)	50%	50%
5	D	Categoría semántica de igualación ($a - b = ?$)	20%	80%
6	A	Categoría semántica de combinación- ($a + ? = c$)	40%	60%
7	Abierta	Categoría semántica de Combinación ($a + ¿? = c$)	40%	60%
8	Abierta	Categoría semántica de Cambio	10%	90%

Tabla 30: Aciertos por pregunta.

PREGUNTA	CATEGORÍA	PORCENTAJE
4	Combinación	50%
6	Combinación	40%
7	Combinación	20%
1	Cambio	70%
3	Cambio	40%
8	Cambio	10%
2	Comparar	20%
5	Igualación	20%

Tabla 31: Porcentaje de acierto por categoría.

CATEGORÍA	PORCENTAJE
Combinación	43%
Cambio	40%
Comparar	20%
Igualación	20%

De acuerdo con todo lo anterior, a continuación, se hará una descripción de los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica en el marco de cada una de las categorías:

Categoría de Combinación:

Solo el 40% de los estudiantes responde adecuadamente estos tipos de problemas. Al observar las respuestas, se concluye que este grupo de estudiantes comprende el enunciado e identifica de qué se trata y lo que se le solicita en el mismo. De igual manera, reconoce las partes del problema y las relaciona con el algoritmo correspondiente, suma o resta.

Caso contrario ocurre con el 60% de los estudiantes que presenta las siguientes dificultades:

- En el caso de la $P + ¿? = T$, este grupo de estudiantes, asume la cantidad correspondiente al *todo conocido*, como la parte desconocida.
- En el caso de identifica el todo y una de las partes, pero no es claro el tipo de operación que se usa, es decir, si una suma o una resta, en cualquiera de los casos se presentó errores en el desarrollo del algoritmo.

- Presenta dificultad para comprender el problema, no realiza ningún tipo de operación, omite la cantidad correspondiente a una de las partes y selecciona uno de los datos que presenta en el enunciado.
- En el caso de la estructura $P + P = \text{¿?}$, identifica las partes del problema, sin embargo, la cantidad menor la asume como una disminución, por lo que selecciona el algoritmo incorrecto.
- Identifica las partes y el tipo de operación a usar para resolver el problema, pero presenta errores en el desarrollo del algoritmo.

En relación con la categoría de Cambio:

Solo el 40% de los estudiantes responde adecuadamente los problemas de cambio, deja en evidencia la comprensión del problema y realiza un buen cálculo. Los estudiantes identifican la cantidad inicial y reconoce que el cambio que opera sobre la cantidad inicial. Cuando la incógnita está representada en el cambio o en la cantidad inicial, identifica la cada uno de los datos que conforman la estructura semántica y propone la operación correspondiente para la resolución del problema.

El grupo de estudiantes que se agrupa en el 60% restante manifestó las siguientes dificultades:

- Reconoce la cantidad inicial e identifica que el cambio efectúa una acción, cambio de aumento o disminución sobre la cantidad inicial. Sin embargo, propone el algoritmo u operación errada para resolver el problema.
- Reconoce la cantidad inicial y que una de las cantidades efectúa una acción o cambio de aumento o disminución sobre la cantidad inicial y propone el algoritmo u operación correcta para resolver el problema, sin embargo, presenta un procedimiento erróneo en el desarrollo del algoritmo, omiten desagrupar o reagrupar unidades en decenas.
- A pesar que identifican la cantidad inicial y el cambio, no deja claro si intentan sumar o restar los datos suministrados en el enunciado, en cualquiera de los casos presenta errores en el desarrollo del algoritmo.
- Cuando la incógnita se representa en la posición del cambio, asume que cantidad final como el cambio, por lo que establece que el resultado se obtiene con un algoritmo de adición o sustracción.
- Presenta dificultad para comprender el significado del enunciado.
- Identifica la cantidad inicial y la cantidad final. En el caso que la cantidad inicial es mayor que la cantidad final, este porcentaje de estudiantes asume un aumento o una disminución, entonces propone la operación correspondiente. Sin embargo, se contradice en la selección de la respuesta.

Categoría de Comparar

En esta categoría solo el 20% de los estudiantes logró comprender el problema e identificar la información no suministrada a partir de los datos proporcionados en el enunciado. Logró interpretar las expresiones **más que, menos que, o mayor que**, para comparar los datos reconocer y realizar la operación correspondiente.

De acuerdo con los resultados, el 80% de los estudiantes presentó las dificultades que se abordarán a continuación:

- La expresión **“tenía”** lo interpreta como una disminución de la cantidad de referencia y por tanto da solución al problema a través de una sustracción.

- Presenta dificultad para comprender el significado del enunciado lo que no le permitió identificar los que se le pide hallar.
- Manifiesta dificultad para identificar en las situaciones problema la cantidad referida y la cantidad de diferencia, no se evidencia el uso de alguna operación y omiten una de las cantidades que se proporcionan en el problema. Al dar respuesta elige el dato que se observa en el enunciado.
- Identifica dos cantidades, como una de ellas es de mayor denominación suponen entonces, que hay una disminución. Sin embargo, no deja claro si intentan sumar o restar los datos suministrados en el enunciado, en cualquiera de los casos se evidencia error en el desarrollo del algoritmo.

Categoría de Igualación

En este tipo de problema se observó que tan solo el 20% de los estudiantes responde correctamente al igualar una cantidad con otra en correspondencia con lo solicitado. Identifica en el enunciado la cantidad de referencia y la comparada, por lo tanto, debía indagar por la diferencia a través del algoritmo correcto entre las dos cantidades proporcionadas en el problema. Este resultado quiere decir que el 80% de los estudiantes manifestó las siguientes dificultades:

- Presenta un nivel bajo de comprensión del enunciado,
- Se le dificulta identificar la cantidad correspondiente a la referencia y la comparada.
- No le asigna significado de la palabra “**igual**” para indagar por la diferencia.
- Hace uso del algoritmo de manera errónea.
- Identifica del problema la cantidad de referencia, la comparada e indaga por la diferencia a través del algoritmo correcto, pero, presentaron fallas en la comprensión del enunciado ceñido a aspectos semánticos, es decir, no le dan sentido a alguna palabra en el enunciado.
- Como respuesta seleccionaron una de las opciones, porque este dato se proporciona en el enunciado; no usaron algoritmo y omiten una de las cantidades que se suministraron en el problema.

Si se analiza los porcentajes de aciertos de las categorías de combinación y de cambio con las categorías de comparar y de igualar, se puede afirmar que las categorías de menor dificultad para resolver son las categorías de combinación y de cambio. Estos resultados coinciden con la documentación teórica que sustenta el presente trabajo de grado, donde se afirma que las categorías de combinación y de cambio son más fáciles de resolver. Ahora bien, según la misma tabla (17), el porcentaje de dificultad para las categorías de combinación y cambio es del 60% aproximadamente, mientras que para las categorías de comparación e igualación es del 80%.

Anexo 3: PROPUESTA DE AULA

SITUACIÓN 1: Jugando me divierto y aprendo

Tarea 1: *Juego Bombas en Apuros*

Objetivo: Acumular el mayor puntaje posible que está escondido dentro de las bombas.

Materiales: Globos o bombas de colores surtidos, Tarjetas de cartulinas. Marcadores permanentes y borrables lápiz y hojas. Tablero. Video Beam (si hay existencia en la escuela).

Desarrollo:

- Se juega individual.
- Se explota dos bombas, cada una en un turno distinto. El primer turno para todos implicará la primera ronda, la segunda ronda será entonces determinada por los segundos turnos para cada estudiante.
- Cada estudiante explota una bomba que contiene en su interior una tarjeta con un número marcado que indica el puntaje obtenido.
- Cada estudiante leerá en voz alta su puntaje y lo registrará en una tabla que estará proyectada en el tablero y en una hoja que le será entregada por la docente.
- La docente plantea la siguiente consigna: “en la primera y segunda ronda cada estudiante tomará y explotará un globo, debe registrar sus puntajes en el tablero, gana estrella el estudiante que obtenga el puntaje mayor al final de las dos rondas”.

Reglas del juego:

1. En cada ronda debe elegirse quién empieza, para ello, cada estudiante sacará al azar de una bolsa un papel marcado con un número, de tal manera que el primero en realizar su turno será el que obtenga el papelito con mayor puntaje y en ese mismo orden será el turno de los demás estudiantes.
2. Gana estrella quien obtenga mayor puntaje en las dos rondas.
3. Cada estudiante debe estar pendiente de sus propios puntajes y del puntaje de sus compañeros para poder determinar con seguridad el ganador. De esta manera, además de registrar en el tablero, cada estudiante tendrá en una hoja de papel una tabla como la siguiente, donde también registrará los datos para poder hacer seguimiento del juego y que no haya trampa de parte de algún jugador.

Nº	Estudiante	Primer puntaje	Segundo puntaje	Puntaje total
1	E1 =			
2	E2 =			
3	E3 =			
4	E4 =			
5	E5 =			
6	E6 =			
7	E7 =			
8	E8 =			
9	E9 =			
10	E10 =			

Tabla de registro de datos 1. Situación 1 tarea 1. (Categoría semántica Cambio con total desconocido)

Después de que cada jugador haya agotado sus dos turnos, responde las siguientes preguntas en su hoja de trabajo:

- A. ¿Cuántos puntos ganaste en tu primera participación?
- B. ¿Cuántos puntos ganaste en tu segunda participación?
- C. Cuando explotaste el segundo globo ¿tu puntaje aumentó o disminuyó? ¿Por qué?

D. Ahora, una vez terminadas las dos rondas, ¿Cuántos puntos has ganado en total? ¿Cómo hiciste para saber el resultado? ¿Por qué elegiste esa operación o estrategia?

E. Comparando tu puntaje con el de tus compañeros, ¿quién ganó la estrella? Explica cómo lo determinaste.

PLENARIA:

Para la plenaria, después de que cada estudiante haya llenado su tabla de forma individual, pasará al tablero y consignará su puntaje total. Cada jugador tendrá que estar pendiente del puntaje total de sus compañeros para validar las respuestas. Posteriormente, cada jugador indicará el ganador de la estrella, de acuerdo con sus cuentas. La intervención de la profesora será de acuerdo con la actuación de los estudiantes y con el propósito validar resultados en torno al ganador de la estrella.

Variante 1: Se plantea la siguiente consigna: “Ahora los estudiantes se organizan en parejas, (la docente organiza las parejas) cada uno debe escribir sus puntajes totales obtenidos y registrados en la tabla anterior. Gana una estrella la pareja de estudiantes que obtenga el mayor puntaje al totalizar sus respectivos puntajes de la fase anterior.

Al igual que antes, cada pareja debe llenar la siguiente tabla a lápiz y papel, haciendo también el cálculo de las demás parejas para asegurarse de la pareja ganadora.

N°	Estudiantes	Puntaje primer estudiante	Puntaje segundo estudiante.	Puntaje total
1	E1 y E2=			
2	E3 y E4=			
3	E5 y E6=			
4	E7 y E8=			
5	E9 y E10=			

Tabla de registro de datos 2. Situación 1 tarea 1. (Categoría semántica Combinación con total desconocido)

Después de que cada pareja haya registrado los datos en la tabla, responder las siguientes preguntas en su hoja de trabajo:

- ¿Cuántos puntos tenía tu pareja?
- ¿Cuántos puntos tenías tú?
- ¿Cuántos puntos hicieron en total entre los dos? ¿Cómo hicieron para saber el resultado? ¿Por qué eligieron esa operación o estrategia?

D. Comparando el puntaje con el de las demás parejas, ¿qué pareja ganó la estrella? Expliquen cómo lo determinaron.

PLENARIA:

Para la plenaria, después de que cada pareja haya llenado su tabla a lápiz y papel, pasará al tablero y consignará su puntaje total. Cada pareja tendrá que estar pendiente del puntaje total de sus compañeros para validar las respuestas. Posteriormente, cada pareja indicará el ganador de la estrella, de acuerdo con sus cuentas. La intervención de la profesora será de acuerdo con la actuación de los estudiantes y con el propósito validar resultados en torno al ganador de la estrella.

SITUACIÓN 1: Jugando me divierto y aprendo**Tarea 2: Juego Ping-Pong al hoyo**

Objetivo: Encestar la mayor cantidad de bolitas en el menor tiempo posible.

Materiales: Bolitas plásticas de ping-pong marcadas con números y otra cantidad sin números marcados. Una caja de cartón con orificios pintado de color blanco y negro. Marcador borrable. Marcador permanente. Tarjetas de cartulinas marcadas con numéricas. Cinta adhesiva. Tablero. Video Beam (si hay existencia en la escuela).

Desarrollo:

- Se juega individual.
- Cada estudiante toma dos bolitas, una bolita que está marcada con un número (de dos cifras) e indican un primer puntaje y otra bolita que será lanzada hacia la caja de color blanca y negra, para obtener o perder puntajes.
- Se gana puntajes si la bolita encesta en el orificio de color blanco y se pierde puntos si la bolita encesta en color negro. (Este número es de una cifra)
- Cada estudiante leerá en voz alta su puntaje y lo registrará en una tabla que estará proyectada en el tablero y en una hoja que le será entregada por la docente.
- La docente plantea la siguiente consigna: “cada estudiante toma una bolita que está marcada con un número e indica sus primeros puntos, debe ser registrado en la tabla. Luego, toma otra bolita y lanza hacia la caja para encestar en uno de los orificios, tiene solo tres oportunidades de lanzamiento para encestar. Si la bolita encesta en orificio de color negro pierde 5 puntos y si encesta en el orificio blanco gana 5 puntos. Gana una estrella el estudiante que registre el mayor de los puntajes”.

Reglas del juego:

1. Inicia el juego el estudiante que resuelva de primero el siguiente acertijo: (Intenta sumar tres números iguales cuyo resultado sea 12.). los demás estudiantes determinarán su turno de participación por medio de resultados obtenidos de un par de dados. Cada estudiante lanzará los dados, los puntos que salen de los dados establecerá el orden, que va de cantidad mayor a cantidad menor. El que obtenga más cantidad de puntos va de segundo y el que obtenga menos cantidad va de último.
2. Cada estudiante deberá tomar una bolita de ping-pong para conocer sus primeros puntajes y otra bolita para encestar.
3. Cada estudiante debe lanzar la bolita desde una distancia de un metro de distancia de la caja blanca y negra, llamada zona de lanzamiento.
4. Cada estudiante cuenta con tres oportunidades de lanzamiento.
5. Cada estudiante debe estar pendiente de sus propios puntajes y del puntaje de sus compañeros para determinar con seguridad el ganador.
6. Los estudiantes que hacen parte del público tiene oportunidad de ganar estrellas siempre y cuando el jugador de turno de la respuesta de forma incorrecta.
7. Gana estrella quien obtenga el mayor puntaje total.

Nº	Estudiante	Primer puntaje	Puntaje que se gana o se pierden	Puntaje total
1	E1=			
2	E2=			
3	E3=			
4	E4=			
5	E5=			
6	E6=			
7	E7=			
8	E8=			
9	E9=			

10	E10=			
----	------	--	--	--

Tabla de registro de datos 1. Situación 1 tarea 2. (Categoría semántica cambio con total desconocido)

Después de que cada jugador haya participado, debe responde las siguientes preguntas en su hoja de trabajo:

- ¿Cuántos puntos ganaste inicialmente?
- Cuando lanzaste tu bolita, ¿Ganaste o perdiste puntos? ¿Por qué?
- ¿Tu puntaje inicial aumentó o disminuyó? ¿Por qué?
- Ahora, ¿Cuántos puntos has ganado en total? ¿Cómo hiciste para saber el resultado?
- ¿Por qué elegiste esa operación o estrategia?
- Comparando tu puntaje con el de tus compañeros, ¿quién ganó la estrella? Explica cómo lo determinaste.

PLENARIA:

Para la plenaria, después de que cada estudiante haya llenado su tabla de forma individual, pasará al tablero y consignará su puntaje total. Cada jugador tendrá que estar pendiente del puntaje total de sus compañeros para validar las respuestas. Posteriormente, cada jugador indicará el ganador de la estrella, de acuerdo con sus cuentas. La intervención de la profesora será de acuerdo con la actuación de los estudiantes y con el propósito validar resultados en torno al ganador de la estrella.

Variante 1: Se juega individual. Cada estudiante toma dos bolitas de ping-pong, cada una en un turno distinto. El primer turno para todos implicará la primera ronda, la segunda ronda será entonces determinada por los segundos turnos para cada estudiante. En cada turno lanzar la bolita hacia la caja que contiene en cada orificio un número de dos cifras y que indican puntajes obtenidos.

Cada estudiante en cada turno tiene tres oportunidades de lanzamientos hasta encestar la bolita en los orificios de la caja. Cada estudiante leerá en voz alta su puntaje y lo registrará en una tabla que estará proyectada en el tablero y en una hoja que se le será entregada por la docente.

La docente plantea la siguiente consigna: “en el primer y segundo turno cada estudiante tomará y lanzará una bolita hacia la caja. Debe registrar sus puntajes o los números donde encesta la bolita que en el tablero, gana dos estrella el estudiantes que registre el puntaje mayor”.

Nº	Estudiante	Primer puntaje	Segundo puntaje	Puntaje total
1	E1=			
2	E2=			
3	E3=			
4	E4=			
5	E5=			
6	E6=			
7	E7=			
8	E8=			
9	E9=			
10	E10=			

Tabla de registro de datos 2. Situación 1 tarea 2. (Categoría semántica Cambio con total desconocido)

Después de que cada jugador haya agotado sus dos turnos, responde las siguientes preguntas en su hoja de trabajo:

- ¿Cuántos puntos ganaste en tu primera participación?
- ¿Cuántos puntos ganaste en tu segunda participación?
- ¿Cuántos puntos has ganado en total? ¿Cómo hiciste para saber el resultado?
- ¿Por qué elegiste esa operación o estrategia?
- Comparando tu puntaje con el de tus compañeros, ¿quién ganó la estrella? Explica cómo lo determinaste.

PLENARIA:

Para la plenaria, después de que cada estudiante haya llenado su tabla de forma individual, pasará al tablero y consignará su puntaje total. Cada jugador tendrá que estar pendiente del puntaje total de sus compañeros para validar las respuestas. Posteriormente, cada jugador indicará el ganador de la estrella, de acuerdo con sus cuentas. La intervención de la docente será de acuerdo con la actuación de los estudiantes y con el propósito de validar resultados en torno al ganador de la estrella.

Variante 2: Se juega de la misma manera que la anterior, solo que la docente plantea la siguiente consigna: “Los estudiantes se organizan en parejas, (la docente organiza las parejas) cada uno debe tomar una bolita de ping-pong. Se hacen a una distancia separada de la caja, en la zona de lanzamiento y desde allí lanzar hasta encestar en uno de los orificios de la caja, cada estudiante cuenta con tres oportunidades de lanzamiento hasta encestar. Gana una estrella la pareja de estudiantes que obtenga el mayor de los puntajes.”

Nº	Parejas	Puntaje primer estudiante	Puntaje segundo estudiante	Puntaje total
1	E1 y E2=			
2	E3 y E4=			
3	E5 y E6=			
4	E7 y E8=			
5	E9 y E10=			

Tabla de registro de datos 3. Situación 1 tarea 2. (Categoría semántica Combinación con total desconocido)

Después de que cada pareja haya registrado los datos en la tabla, responde las siguientes preguntas en su hoja de trabajo:

- A. ¿Cuántos puntos tenía tu pareja?
- B. ¿Cuántos puntos tenías tú?
- C. ¿Cuántos puntos hicieron en total entre los dos? ¿Cómo hicieron para saber el resultado?
- D. ¿Por qué eligieron esa operación o estrategia?
- E. Comparando el puntaje de cada pareja, ¿quién ganó la estrella? Explica cómo lo determinaste.
- F. Si cambiaras de pareja en el juego, ¿qué puntuación usarías para juntar con tu nuevo compañero? ¿Por qué?

PLENARIA:

Para la plenaria, después de que cada pareja haya llenado su tabla a lápiz y papel, pasará al tablero y consignará su puntaje total. Cada pareja tendrá que estar pendiente del puntaje total de sus compañeros para validar las respuestas. Posteriormente, cada pareja indicará el ganador de la estrella de acuerdo con sus cuentas. La intervención de la profesora será de acuerdo con la actuación de los estudiantes y con el propósito validar resultados en torno al ganador de la estrella.

Variante 3: Se realiza de la misma forma que en la variante 2, la docente plantea la siguiente consigna: “van a organizarse en parejas (la docente organiza las parejas), cada uno debe tomar una bolita de ping-pong, se hacen a una distancia separada de la caja, en la zona de lanzamiento y desde allí lanzan las bolitas. Cada estudiante cuenta con tres oportunidades de lanzamiento en caso de no encestar en el primer o segundo intento. Inicia lanzando el primer estudiante y seguido el segundo estudiantes estos dos datos solo lo conocerá la docente quien dará a conocer el puntaje obtenido por el segundo estudiante y en puntaje total obtenido entre los dos jugadores. La pareja de jugadores debe determinar cuántos puntos obtuvo el primer estudiante. Gana tres estrellas los estudiantes que realicen y den la respuesta acertada. En el caso que la pareja de jugadores que estén en el turno expresen la respuesta de manera incorrecta, se les permitirá a los estudiantes que hacen parte del público y si lo desean, participar y manifestar la

respuesta que considera correcta. Estos estudiantes ganan una estrella, mientras que la pareja de jugadores de turno no podrá realizar cambio en su respuesta inicial. Se registra los puntajes en la siguiente tabla

N°	Pareja	Puntaje primer estudiante	Puntaje segundo estudiante.	Puntaje total
1	E1 Y E10=			
2	E3 Y E8=			
3	E5 Y E4=			
4	E7 Y E2=			
5	E9 Y E6=			

Tabla de registro de datos 4. Situación 1 tarea 2. (Categoría de combinación con una de las partes desconocida)

Después de que cada pareja haya registrado los datos en la tabla, responde las siguientes preguntas en su hoja de trabajo:

- ¿Cuántos puntos tenía tu pareja?
- ¿Cuántos puntos tenías tú?
- ¿Cuántos puntos en total hicieron entre los dos?
- ¿Cómo hicieron para saber el resultado? ¿Por qué eligieron esa operación o estrategia? Expliquen cómo lo determinaron.

SITUACIÓN 2: Juego, leo, disfruto y comprendiendo

Tarea 1: *Juego Pasa la bolita.*

Objetivo: Agrupar en un cesto la mayor cantidad de bolitas en 30 segundos.

Materiales: Bolitas plásticas de ping-pong. Dos recipientes para encestar. Cucharas desechables. Marcador borrable y permanente. Tarjetas de cartulinas marcadas con números. Cinta adhesiva. Tablero. Video Beam (si hay existencia en la escuela).

Desarrollo:

- Se juega en pareja.
- Cada estudiante toma una bolita y tiene consigo una cuchara plástica.
- Cada estudiante debe agrupar en sus respectivos cestos la mayor cantidad de bolitas en 60 segundos.
- Cada estudiante leerá en voz alta su puntaje y lo registrará en una tabla que estará proyectada en el tablero y en una hoja que se le será entregada por la docente.
- La docente plantea la siguiente consigna: “Los estudiantes se organizan en parejas, (la docente organiza las parejas) cada uno debe tomar una cuchara y una bolita de ping-pong. Se hacen en el punto de salida a una distancia separada del cesto. Deben llevar una bolita a la vez sobre la cuchara que será sostenida solamente con la boca. Debe transportar y agrupar la mayor cantidad de bolitas en un tiempo de 60 segundos. Si antes de colocar la bolita dentro de la cesta, esta cae al piso, el jugador toma la bolita e inicia el recorrido desde el punto de salida. Al finalizar los 60 segundos, se hace el conteo de las bolitas que agrupa cada estudiante y registra el número en el tablero.”
- Gana tres estrellas la pareja de estudiantes que obtienen el puntaje mayor, es decir haya quedado en el primer puesto; gana dos estrellas la pareja que haya quedado en el segundo puesto y una estrella la pareja que haya quedado en el tercer puesto”

Reglas del juego:

- Inicia el juego la pareja de estudiantes que resuelva en el menor tiempo la siguiente adición: (Súmale 20 a 10. Ahora súmale 40. Ahora súmale 50, ahora súmale 60, ahora réstale 80. Y por último súmale 200 ¿Qué te da?).

para los siguientes turnos, cada estudiante sacará al azar de una bolsa un papel marcado con un número, de tal manera que el segundo en realizar su turno será el que obtenga el papelito con mayor puntaje y en ese mismo orden será el turno de los demás estudiantes.

2. Cada estudiante deberá tomar y transportar una bolita de ping-pong a la vez.
3. La pareja de estudiantes se ubica en el punto de salida e iniciar el recorrido al mismo tiempo.
4. Si cae la bolita al piso se debe recoger e iniciar el recorrido desde el punto de salida.
5. Al finalizar los 60 segundos, se cuenta la cantidad de bolitas y de debe registrar en el tablero.
6. Gana estrella la pareja de estudiante que haya agrupado la mayor cantidad de bolitas en la cesta.
7. Cada estudiante debe estar pendiente de sus propios puntajes y del puntaje de sus compañeros para determinar con seguridad el ganador.

Nº	Estudiantes	Bolitas primer estudiante	Bolitas segundo estudiante.	Bolitas total
1	E1 y E2=			
2	E3 y E4=			
3	E5 y E6=			
4	E7 y E8=			
5	E9 y E10=			

Tabla de registro de datos 1. Situación 2 tarea 1. (Categoría semántica Combinación con el todo desconocido)

Después de que cada pareja haya registrado los datos en la tabla, responden las siguientes preguntas en su hoja de trabajo:

- A. ¿Cuántas bolitas tenía tu pareja?
- B. ¿Cuántas bolitas tenías tú?
- C. ¿Cuántas bolitas hicieron en total entre los dos?
- D. ¿Cómo hicieron para saber el resultado?
- E. ¿Por qué eligieron esa operación o estrategia? Expliquen cómo lo determinaron

PLENARIA:

Para la plenaria, después de que cada pareja haya llenado su tabla a lápiz y papel, pasará al tablero y consignará su puntaje total. Cada pareja tendrá que estar pendiente del puntaje total de sus compañeros para validar las respuestas. Posteriormente, cada pareja indicará el ganador de la estrella, de acuerdo con sus cuentas. La intervención de la profesora será de acuerdo con la actuación de los estudiantes y con el propósito validar resultados en torno al ganador de la estrella.

Variante 1: La dinámica del juego es igual como se ha realizado, la docente plantea la siguiente consigna: “van hacer cambio de parejas (la docente organiza las parejas). Cada uno debe tomar una bolita de ping-pong. Se hacen en el punto de salida a una distancia separada de la cesta. Deben llevar una a una bolita de ping-pong sobre la cuchara que será sostenida solamente con la boca. Si al estudiante se le cae la bolita al piso, debe ser recogida y se inicia el recorrido desde el punto de salida. Deben transportar la mayor cantidad de bolitas durante 30 segundos. Al finalizar los 30 segundos, se cuenta las bolitas agrupadas el segundo estudiante y el total de bolitas que agruparon entre los dos estudiantes. La pareja de estudiantes debe determinar cuántos puntos obtuvo el primer estudiante. Gana tres estrellas los estudiantes que realicen y den la respuesta acertada. En el caso que la pareja de jugadores que estén en turno del juego den la respuesta de forma incorrecta, se permitirá que los estudiantes que hacen parte del público y si lo desean, participar y manifestar la respuesta que considera correcta. Estos estudiantes ganan una estrella, mientras que la pareja de jugadores de turno no podrá realizar cambio en su respuesta inicial”.

Nº	Parejas	Bolitas primer estudiante	Bolitas segundo estudiante	Total bolitas
1	E1 y E10=			
2	E3 y E8=			
3	E5 y E4=			
4	E7 y E2=			
5	E9 y E6=			

Tabla de registro de datos 2. Situación 2 tarea 1. (Categoría de combinación con una de las partes desconocida)

Después de que cada pareja haya registrado los datos en la tabla, responde las siguientes preguntas en su hoja de trabajo:

- A. ¿Cuántas bolitas tenía tu pareja?
- B. ¿Cuántas bolitas tenías tú?
- C. ¿Cuántas bolitas hicieron en total entre los dos?
- D. ¿Cómo hicieron para saber el resultado?
- E. ¿Por qué eligieron esa operación o estrategia? Expliquen cómo lo determinaron

PLENARIA:

Para la plenaria, después de que cada pareja haya llenado su tabla a lápiz y papel, pasará al tablero y consignará su puntaje total. Cada pareja tendrá que estar pendiente del puntaje total de sus compañeros para validar las respuestas. Posteriormente, cada pareja indicará el ganador de la estrella, de acuerdo con sus cuentas y a los estudiantes que realizaron y dieron la respuesta acertada. La intervención de la profesora será de acuerdo con la actuación de los estudiantes y con el propósito validar resultados en torno al ganador de la estrella.

Variante 2: Se juega de la misma forma que la variante 1, en esta ocasión la docente plantea la siguiente consigna: “van a organizarse en equipos (la docente organiza los equipos). Cada uno debe tomar su cuchara y una bolita de ping-pong. Se ordenan en fila y de esa misma forma se desplazan uno a uno desde el punto de salida hasta el recipiente. Deben llevar una bolita a la vez sobre la cuchara que será sostenida solamente con la boca. Si la bolita cae al piso, debe ser recogida y se inicia el recorrido desde el punto de salida. El equipo debe transportar la mayor cantidad de bolitas en dos rondas y cada ronda durará 30 segundos. Al finalizar cada ronda, se cuentan las bolitas que agrupa cada equipo en su respectivo recipiente. Gana dos estrellas el equipo que haya agrupado la mayor cantidad de bolitas en las dos rondas”

Nº	Rondas 1	Rondas 2	Bolitas total
Bolitas equipo 1			
Bolitas equipo 2			

Tabla de registro de datos 1. Situación 1 tarea 2. (Categoría semántica Cambio con total desconocido)

Después de que cada equipo haya registrado los datos en la tabla proyectada, deben responder las siguientes preguntas en una hoja de trabajo:

- A. ¿Cuántas bolitas obtuvieron en la ronda 1?
- B. ¿Cuántas bolitas obtuvieron en la ronda 2?
- C. ¿Cuántas bolitas hicieron en total entre las dos rondas?
- D. ¿Cómo hicieron para saber el resultado?

- E. ¿Por qué eligieron esa operación o estrategia?
- F. Comparando la cantidad de tus bolitas agrupadas con el del otro equipo, ¿quién ganó la estrella? Explica cómo lo determinaste.

PLENARIA: Para la plenaria, después de que cada equipo haya llenado la tabla a lápiz y papel, pasará al tablero y consignará el puntaje total. Cada equipo tendrá que estar pendiente del puntaje total de sus compañeros para validar las respuestas. Posteriormente, los estudiantes indicarán el ganador de las estrellas, de acuerdo con sus cuentas. La intervención de la profesora será de acuerdo con la actuación de los estudiantes y con el propósito validar resultados en torno al ganador de la estrella.

SITUACIÓN 2: Juego, leo, disfruto y comprendiendo

Tarea 2: *La tienda Comics*

Objetivo: Comprar y vender productos de la tienda.

Materiales: Envolturas de diversos productos, envases plásticos de agua y jugos; tarjetas marcadas con los precios de los productos, dinero didáctico, marcadores, cinta adhesiva, mesas, cajero (elaborado con botellas de agua.), chinchas, hojas de respuestas, tablero, video beam (si hay existencia en la escuela).

Desarrollo:

- Los estudiantes se organizan en tres equipos para la recolección y organización del material reciclado como los son los empaques de dulces, mecatos y envases de agua y jugo y otros que se venden en la tienda en contexto cotidiano.
- Se clasifica o se organizan los empaques de acuerdo con cada producto.
- Se ubican los productos en un stand.
- A cada estudiante se le asigna productos para que investiguen el precio de los mismos.
- Posteriormente los precios serán escritos y ubicados en cada producto.
- Cada equipo por turno hará una representación de compra y venta. Se elige que equipo empiece de la siguiente forma, un integrante de cada equipo sacará al azar de una bolsa una bolita de ping-pong marcada con un número, de tal manera que el primero en realizar su turno será el que obtenga la bolita con mayor puntaje y en ese mismo orden será el turno de los demás estudiantes.
- De cada grupo, uno de los integrantes adopta el rol de vendedor y el resto el de comprador.
- Cada estudiante registrará en una hoja que se les será entregada por la docente y en una tabla que estará proyectada en el tablero.
- En la tienda habrá dinero didáctico.
- A cada grupo se le hace entrega de una cantidad de dinero didáctico para pagar los productos.
- La docente plantea la siguiente consigna: “Los estudiantes se organizan en equipo. A cada equipo se le hará entrega de una cantidad de billetes y monedas didácticas. Con ese dinero el equipo irá a la tienda Comics y representar un acto de compra y venta de algunos productos que se puede encontrar en la tienda. Uno de los integrantes hará el rol de vendedor y los demás de compradores. Los estudiantes que harán parte del público debe estar muy atento a lo que se presenta en la tienda, qué compran, qué valor tiene los productos que compran, cuánto pagan en total, con qué billete o moneda pagan, si le dan o no devuelta. Cada estudiante tendrá en una hoja de papel una tabla como la siguiente en la deben escribir en enunciado lo que sucede y registrar lo que se solicita en ella.”

La maestra lee la siguiente contextualización:

Tienda de Comics

La tienda de don Bernel es el lugar donde las familias del corregimiento de San Juan de Barragán pueden acceder a una gran variedad de productos alimenticios, para el hogar, de uso personal y otros, a través de la actividad de compra y venta de los mismos.

Don Bernel es un gran señor oriundo del Municipio de Tuluá, que ha hecho de su tienda desde hace más de 30 años un medio para proveer a la comunidad aquellos productos que le darán satisfacción a sus necesidades principales y secundarias. En la tienda se haya productos desde precios muy bajos, que les permite a las familias acceder y poder pagar.

¡Vamos a comprar!

Confitería:	Valor:	Víveres:	Valor:	Aseo personal	Valor:
Gaseosa litro	\$3.000	Aceite	\$5.000	Papel higiénico	\$2.000
Gaseosa personal	\$1.000	Arroz	\$1.800	Jabón	\$1.500
Galletas paquete	\$4.000	Sal	\$1.000	Crema dental	\$3.500
Papitas paquete	\$6.000	Azúcar	\$1.600	Cepillo dental	\$2.500
Jugo litro	\$2.500	Lentejas	\$1.700	Jabón lava loza	\$2.500
Agua litro	\$1.500	Frijol rojo	\$2.000	Jabón lava manos	\$1.500
Chocolatina paquete	\$3.000	Atún	\$3.000	Jabón lava ropa	\$3.000
Galletas paquetes	\$ 5.000	Salchichas	\$2.000	Escoba	\$4.500
Bombones paquete	\$ 2.000			Trapero	\$4.200
Bananas o dulces c/u	\$50			Recogedor	\$3.000

Lista de precios

Anexo 4: HOJA DE TRABAJO PARA ESTUDIANTES.

Nombre: _____ I.E: _____

Grado: _____ Fecha: _____

SITUACIÓN 2: Juego, leo, disfruto y comprendiendo

Tarea 2: Vamos a crear Cómic - La tienda.

Objetivo: Comprar y vender productos de la tienda.

Tabla 32 Contextualización La Tienda Comics

Tienda de Comics

La tienda de don Bernel es un espacio donde las familias del corregimiento de San Juan de Barragán pueden acceder a una gran variedad de productos alimenticios, para el hogar, de uso personal y otros, a través de la actividad de compra y venta de los mismos.

Don Bernel es un gran señor oriundo del Municipio de Tuluá, que ha hecho de su tienda desde hace más de 30 años un medio para proveer a la comunidad aquellos productos que le darán satisfacción a sus necesidades principales y secundarias. En la tienda se haya productos desde precios muy bajos, que les permite a las familias acceder y poder pagar.

Confitería:	Valor:	Víveres:	Valor:	Aseo personal	Valor:
Gaseosa litro	\$3.000	Aceite	\$5.000	Papel higiénico	\$2.000
Gaseosa personal	\$1.000	Arroz	\$1.800	Jabón	\$1.500
Galletas paquete	\$4.000	Sal	\$1.000	Crema dental	\$3.500
Papitas paquete	\$6.000	Azúcar	\$1.600	Cepillo dental	\$2.500
Jugo litro	\$2.500	Lentejas	\$1.700	Jabón lava loza	\$2.500
Agua litro	\$1.500	Frijol rojo	\$2.000	Jabón lava manos	\$1.500
Chocolatina paquete	\$3.000	Atún	\$3.000	Jabón lava ropa	\$3.000
Galletas paquetes	\$ 5.000	Salchichas	\$2.000	Escoba	\$4.500
Bombones paquete	\$ 2.000			Trapero	\$4.200
Bananas o dulces c/u	\$50			Aspirador	\$3.000

Lista de precios

Equipo # _____

Tarea 2: Tienda _____

Enunciado # ejercitación

De acuerdo con lo observado en la representación de tus compañeros escribe en las burbujas pensantes lo que sucede en la tienda:

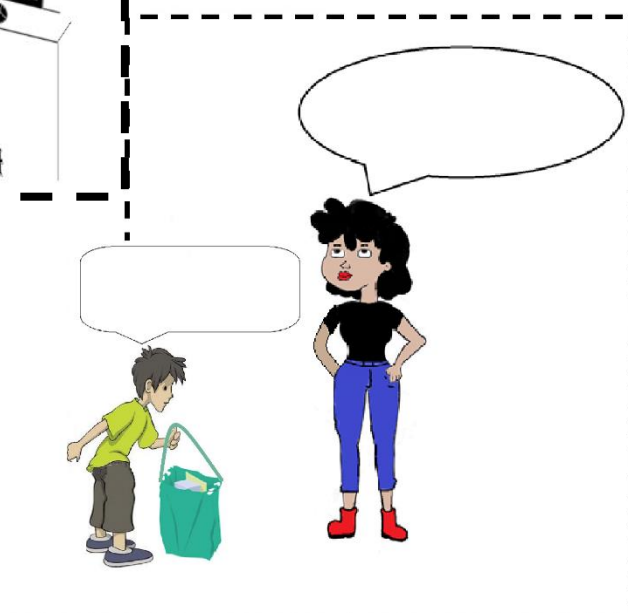


Ahora responde las siguientes preguntas con base a la puesta en escena del equipo _____:

1. ¿Qué compraron?

2. ¿Cuánto costó cada producto?

Producto	Valor
• _____	_____
• _____	_____



3. ¿Cuál es el total de los productos? _____

4. Dibuja en el siguiente recuadro las monedas y billetes que usaron para pagar:

5. ¿Quedó devuelta? _____ ¿Cuánto le devuelven? _____

6. Dibuja dentro del siguiente recuadro otra forma en monedas y billetes que se pueden usar para pagar:

7. Resuelve los siguientes problemas, si deseas apóyate con los dibujos y realiza las operaciones necesarias.

Enunciado # 1: La Cómic tienda

Luisa le pide a su hermano Luis que vaya a la tienda Cómic y compre los siguientes productos: Un paquete de galletas, Un litro de jugo.

Para pagar en la tienda Luisa le entrega

Luis la siguiente representación de dinero:



Situación 2 tarea 2. Enunciado 1

- Lee cuidadosamente el enunciado anterior y observa los números que aparecen en los billetes y monedas que tiene Luis para pagar en la tienda Cómic, y Escribe en las casillas vacías de la siguiente tabla lo que se pregunta:

¿Qué compró Luis?	¿Cuánto dinero le dio Luisa a su hermano Luis?	¿Cuál es el costo total de los productos?	Dibuja los billetes y/o monedas que podría usar Luis para pagar	¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Luis?	Dibuja otra forma que puede pagar Luis

Enunciado # 2: La tienda Cómico

Don Carlos le pide a su nieto Juan que vaya a la tienda Cómico y compre los siguientes productos:

- Un paquete de papas y Un lito de gaseosas

Para pagar le entrega las siguientes representaciones de dinero:



Lee cuidadosamente el enunciado anterior y observa los números que aparecen en los billetes y monedas que tiene Juan para pagar en la tienda Cómico. Escribe en las casillas vacías de la siguiente tabla lo que se pregunta:

¿Qué compró Juan?	¿Cuánto dinero le dio don Carlo a su nieto?	¿Cuál es el costo total de los productos?	Dibuja los billetes y/o monedas que podría usar Juan para pagar	¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Juan?	Dibuja otra forma que puede pagar Juan

Enunciado # 3: La tienda Cómico

Dona ana le pide a si hija Maria que vaya a la tienda Cómico y compre los siguientes productos para una fiesta que va hacer con sus amigos: Un paquete de chocolatina, Una paquete de bombones.

Para pagar le hace entrega de las siguientes representación de dinero.



- Lee cuidadosamente el enunciado y observa los números que aparecen en los billetes y monedas que tiene María para pagar en la tienda Cómico. Escribe en las casillas vacías de la siguiente tabla lo que se pregunta:

¿Qué compró María?	¿Cuánto dinero le dieron a María?	¿Cuál es el costo total de los productos?	Dibuja los billetes y/o monedas que podría usar María para pagar	¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a María?	Dibuja otra forma que puede pagar María.

Lee cuidadosamente el enunciado y observa los valores que aparecen en el enunciado.

Enunciado # 4: Tienda Cómic



Imagen 1⁹

Doña María le pide a su hijo Luis que vaya a la tienda Cómic con cierta cantidad de dinero a comprar los siguientes productos:

- Un paquete de galletas y Una botella de jugo

Luis por los dos productos pagó 850 pesos. El tendero le dio 150 pesos de devuelta.

¿Cuánto dinero le dio doña María a Luis?

- Escribe en las casillas vacías de la siguiente tabla lo que se pregunta:

¿Qué compró Luis?	¿Cuánto dinero le dio doña María a su hijo Luis?	¿Cuál es el costo total de los productos?	¿Cuánto dinero le dieron de vuelta a Luis?	Dibuja los billetes y/o monedas que podría usar Luis para pagar	Dibuja otra forma que puede pagar Luis

Enunciado # 5: Tienda Cómic:

Lee cuidadosamente el enunciado y observa los valores que aparecen.



“Juan y Luis fueron a la tienda Cómic y cada uno compró un helado. El tendero cobró 1200 \$ por los dos helados. Luis pagó \$ 500 pesos por su helado, ¿Cuántos debe pagar Juan por su helado?”

Escribe en las casillas vacías de la siguiente tabla lo que se pregunta:

¿Qué compró Juan y Luis?	¿Cuánto dinero pagó Juan por su producto?	¿Cuánto dinero pagó Luis por su producto?	¿Cuánto dinero se pagó por los dos productos?	Dibuja los billetes y/o monedas que podrían usar Juan y Luis para pagar	Dibuja otra forma que se puede pagar

⁹ Tomado de: <https://photos.google.com/photo/AF1QipMq5OCCbmif9q9tAL8oFG1tR0DWxwvZglDizVwP>

SITUACIÓN 3 TAREA 1

Nombre: _____ I.E.: _____
 Grado: _____ Fecha: _____

1. En el juego “**Bombas en apuros**” Juan y Pablo han ganado cada uno sus puntos. Juan tiene 15 puntos y Pablo tiene 23 puntos. ¿Cuántos puntos tiene entre los dos?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

2. Carlos y María participan en el juego de “**Bombas en apuros**”. Para poder ganar el juego, al final deben sacar 25 puntos entre los dos. Si Carlos explota su bomba y gana 14 puntos. ¿Cuántos puntos debe ganar María para sacar entre los dos 25 puntos?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

3. En la competencia “**Bombas en apuros**” el equipo de los Elefantes ganó 45 puntos y el equipo de las Jirafas ganó 37 puntos. ¿Cuántos puntos acumularon entre los dos equipos?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

4. Hoy en la competencia de “**Bombas en apuros**” Sara en su primera participación ganó 9 puntos, ahora en total, tiene 17 puntos. ¿Cuántos puntos sacó Sara en la su segunda participación?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

SITUACIÓN 3 TAREA 2

Nombre: _____ I.E: _____

Grado: _____ Fecha: _____

1. Carlos y Ana se divierten en el juego “**Ping- pong al hoyo**” porque ganan puntajes cada vez que encestan bolitas de ping – pong en los orificios que hay en una caja de color blanco y negro.

En el primer lanzamiento Carlos gana 18 puntos y Ana gana 16 puntos. ¿Cuántos puntos tiene entre los dos?

<u>Datos o puntos</u>	<u>Operación</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

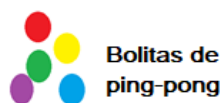
2. Carlos está feliz porque ha ganado muchos puntos en sus dos lanzamientos. Carlos en su primer lanzamiento ganó 11 puntos, ahora tiene 18 puntos en total. ¿Cuántos puntos ganó Carlos en su segundo lanzamiento?

<u>Datos o puntos</u>	<u>Operación</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

3. Ana quiere ser la campeona del juego “**Ping- pong al hoyo**”, pero debe ganar 35 puntos en total. En el primer lanzamiento Ana ganó 25 puntos. ¿Cuántos puntos debe ganar Ana en el segundo lanzamiento para poder ser la campeona del juego?

<u>Datos o puntos</u>	<u>Operación</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

4. Una de las reglas del juego es que se ganan puntajes si la pelota de ping- pong se encesta en los orificios de color blanco y se pierde puntaje si se encesta en los orificios de color negro.



Carlos ya había obtenido una bolita con 15 puntos. En el lanzamiento la bolita encestó en un orificio de color negro. ¿Cuántos puntos tiene ahora?

<u>Datos o puntos</u>	<u>Operación</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

SITUACIÓN 3 TAREA 3 (primera parte)

Nombre: _____
 I.E: _____
 Grado: _____ Fecha: _____

Actividad: PASA LA BOLITA

A los estudiantes de 2° grado los invitaron a jugar “Pasa la Bolita”. Este juego consiste en llevar o transportar una bolita sobre una cuchara que debe ser sostenida con la boca. La profesora les pidió que conformaran dos equipos y se colocaran un nombre.

1. El equipo de los conejos agrupó 36 bolitas y el equipo de las tortugas agrupó 26 bolitas. ¿Cuántas bolitas de ping - pong agruparon entre los dos equipos?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

Respuesta: _____

2. Pedro y Juan se divierten en el juego “Pasa la Bolita” porque agrupan muchas bolitas de ping – pong entre los dos.

En el primer juego Pedro agrupó 27 bolitas y Juan agrupó 17 bolitas. ¿Cuántas bolitas agruparon entre los dos?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

Respuesta: _____

3. Luis está animado porque ha agrupado muchas bolitas de pin –pong en sus dos momentos del juego. Luis en su primer juego agrupó 18 bolitas, ahora ha agrupado 25 bolitas en total. ¿Cuántas bolitas agrupó en su segundo juego?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

Respuesta: _____

4. María quiere ganar el juego “Pasa la Bolita”, pero debe agrupar 45 bolitas en total. En el primer juego María agrupó 25 bolitas. ¿Cuántas bolitas debe agrupar María en el segundo juego para poder ganar?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

Respuesta: _____

5. Juan en su segundo momento del juego agrupó 33 bolitas. Ahora ha agrupado 75 bolitas en total. ¿Cuántas bolitas había agrupado en su primer momento?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

6. Luis y Pablo participan del juego “Pasa la bolita”. Pablo agrupó 42 bolitas y entre los dos han agrupado 85 bolitas. ¿Cuántas bolitas agrupó Luis?

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>

SITUACIÓN 3 TAREA 3 (Segunda parte: Creación de enunciados)

Nombre: _____ I.E: _____

Grado: _____ Fecha: _____

Crea tus propios enunciados. Usa cada línea que observas a continuación e inventa tu situación problema y puedes proponer tu propia solución.

Enunciado # _____			

Pregunta:			

<u>Datos</u>	<u>Estrategia</u>	<u>Solución</u>	<u>Respuesta</u>