

FUNCIONES DE PRODUCCIÓN, HETEROGENEIDAD Y DISPERSIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD

Andrés Felipe Rengifo Jaramillo

Universidad del Valle
Facultad de Ciencias Sociales y Económicas
Departamento de Economía
Santiago de Cali
2019

FUNCIONES DE PRODUCCIÓN, HETEROGENEIDAD Y DISPERSIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD

Trabajo de grado para optar por el título de:

Economista

Andrés Felipe Rengifo Jaramillo

Tutora:

María Camila Casas, Ph.D.

Universidad del Valle

Facultad de Ciencias Sociales y Económicas

Departamento de Economía

Santiago de Cali

2019

Agradecimientos

Durante todos mis estudios mi familia ha sido el pilar más importante, mi madre Nhora Rengifo y mis abuelos siempre me han apoyado, sin ellos el recorrido que me lleva a escribir esta tesis hubiese sido imposible.

Mis profesores, todos y cada uno, directa o indirectamente, han aportado a la culminación de este trabajo. Especialmente mi tutora, Camila Casas, quien siempre tuvo la mejor disposición de ayudarme, sin quien esta tesis no hubiese sido escrita.

Por último, siempre he de destacar la forma en que Dios ha puesto a las personas correctas en mi camino, me ha ayudado en los momentos difíciles, a Él le debo todo.

Índice

Agradecimientos	II
1. Introducción	2
2. Literatura Relacionada	5
3. Estimación de Funciones de Producción.	7
3.1. Enfoque de la Función de Control	7
3.2. Funciones de Producción con Coeficientes Heterogéneos	12
4. Metodología de Estimación	14
5. Descripción de los Datos	15
6. Resultados	16
7. Discusión	21
8. Conclusiones	22
Referencias	23
Apéndices	24
A. Estimación de Funciones no Paramétricamente	24
B. Tablas Adicionales	26
C. Figuras Adicionales	29

Índice de figuras

1.	Test de Monotonicidad.	17
2.	Densidades de las Productividades Estimadas	18
3.	Densidad: Elasticidad Producto del Trabajo	20
4.	Test de Monotonicidad : Materiales	29
5.	Test de Monotonicidad : Energía	29

Índice de tablas

1.	Resultados de las Estimaciones de la Función de Producción	18
2.	Dispersión de la Productividad	19
3.	Distribución Elasticidad Producto del Trabajo	20
4.	Dispersión Productividad (Promedio Ponderado)	26
5.	Dispersión por Sector a 2 Dígitos (Promedio Ponderado)	27
6.	Dispersión por Año: Ciiu4 (Promedio Ponderado)	27
7.	Resultados de Estimación: Sector 31	28
8.	Dispersión de la Productividad en el Sector 31	29

FUNCIONES DE PRODUCCIÓN, HETEROGENEIDAD Y DISPERSIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD

Resumen

La amplia dispersión de la productividad entre firmas del mismo sector es un fenómeno ampliamente documentado. Esta investigación planea determinar en qué medida esta puede ser resultado de una mala especificación en la función de producción, en particular, de la omisión de otras fuentes de heterogeneidad entre firmas. Empleando como insumo una extensa base de datos que contiene información sobre las actividades productivas de las firmas del sector manufacturero durante el periodo de 1982-1998 y aplicando dos metodologías de estimación de funciones de producción basadas en supuestos similares pero que permiten distintos niveles de heterogeneidad entre firmas, se encontró que la dispersión se mantiene como un hecho robusto ante especificaciones menos restrictivas de la función de producción, lo cual sugiere que detrás de este fenómeno se encuentran verdaderos factores económicos.

Palabras claves: Dispersión, Productividad, Funciones de Producción.

Clasificación JEL: C14, D24, L6.

Abstract

The wide dispersion of productivity among firms in the same sector is a widely documented phenomenon. This investigation has the objective of determine to what extent this may be the result of a incorrect specification in the production function, in particular, the omission of other sources of heterogeneity among firms. Using an extensive database that contains information on the productive activities of firms in the manufacturing sector during the period 1982-1998 and applying two methodologies for estimating production functions based on similar assumptions but that allow different levels of heterogeneity between firms, it was found that the dispersion remains robust against less restrictive specifications of the production function. This suggests that true economic factors are behind this phenomenon.

Keywords: Dispersion, Productivity, Productions Functions.

JEL Classification: C14, D24, L6.

1. Introducción

Las disparidades de ingreso en los países están determinadas principalmente por la productividad agregada, más que por la acumulación de factores (Hsieh y Klenow, 2010), esto ha despertado el interés sobre la comprensión de los determinantes de la productividad. Adicionalmente, la reciente disponibilidad de bases de datos a nivel de firmas (o establecimientos) ha permitido ahondar en el análisis de la eficiencia agregada desde una perspectiva microeconómica, centrada en las unidades esenciales de producción, dando como resultado una gran cantidad de literatura¹. De estas investigaciones han surgido varios hechos estilizados. Uno de ellos es que dentro de sectores muy bien definidos (a 4 dígitos, en la clasificación CIIU, por ejemplo) hay una gran dispersión en la productividad.

Este fenómeno ha sido asociado, por un lado, con problemas en el mecanismo de asignación de recursos dentro del mercado, pues se espera que la competencia haga que las firmas menos productivas salgan de este y los recursos que estas emplean sean transferidos a aquellas de mayor productividad (Collard-Wexler, 2011), y, por el otro, con fallas en la velocidad de adopción tecnológica por parte de las firmas dentro de un mismo sector (Bahar, 2018). En ambos casos el resultado es una menor productividad agregada (Andrews, Criscuolo, y Gal, 2016). Es por este motivo que el análisis de las causas de la existencia de amplias brechas en la productividad dentro de los sectores ha despertado la inquietud de los investigadores. Sin embargo, como se argumentará más adelante, es posible que la dispersión de la productividad sea resultado de la forma en que ésta es estimada, por lo que en este trabajo se hará un análisis de la dispersión desde una perspectiva centrada en la medición de la productividad.

Una de las ramas de la literatura de la organización industrial empírica se concentra en la correcta estimación de funciones de producción a partir de micro datos (Akerberg, Benkard, Berry, y Pakes, 2007). Generalmente se supone que, al menos dentro de cada sector, la única fuente de heterogeneidad entre las firmas es su nivel de eficiencia, entendida como un choque neutral a la Hicks², (denominada como productividad total de los factores, PTF³). Balat, Brambilla, y Sasaki (BBS, 2018) argumentan que la omisión de otras fuentes de heterogeneidad entre firmas hace que la estimación de la PTF sea impre-

¹Ver la revisión de esta literatura hecha por Bartelsman y Doms (2000) y por Syverson (2011).

²Esto quiere decir que ante cambios en la productividad, el producto marginal de los factores de producción permanece constante.

³En este trabajo se emplearán intercambiabilmente las expresiones nivel de eficiencia, productividad y productividad multifactorial al hacer referencia a la PTF.

cisa, ya que al ser estimada como un residuo, absorbe cualquier otro tipo de diferencias idiosincráticas entre las firmas.

Para ilustrar lo anterior, supóngase que la ecuación (1) describe la tecnología de las firmas de un determinado sector

$$y_{jt} = \beta_{jt}x_{jt} + \omega_{jt} + \varepsilon_{jt}, \quad (1)$$

donde y_{jt} es la producción en logaritmos de la firma (planta) j en el periodo t , (que puede medirse como valor agregado o como producción bruta), x_{jt} es un vector que contiene el logaritmo del uso de los factores como trabajo y capital (y los consumos intermedios, si se trata de producción bruta), ω_{jt} es la productividad multifactorial de la firma, ε_{jt} puede ser considerado como error de medición en las variables o como choques de producción no previstos ni observados por la empresa cuando esta toma sus decisiones, y β_{jt} es un vector que recoge la elasticidad producto de cada uno de los factores que varían entre firmas y en el tiempo. Este último puede descomponerse en un componente general (la media), y un componente específico a cada par firma-año, de tal forma que: $\beta_{jt} = \beta + \delta_{jt}$. Al imponer el supuesto de coeficientes homogéneos ($\beta_{jt} = \beta$), es decir, que la elasticidad producto de los factores es igual entre firmas, y por lo tanto, también sus rendimientos a escala, la estimación de ω_{jt} no sería precisa, y puede que parte de la dispersión de la productividad se deba a que $\hat{\omega}_{jt}$ absorbe aquellas otras fuentes de heterogeneidad omitidas (δ_{jt}).

Motivada por el anterior razonamiento, esta investigación pretende determinar en qué medida la dispersión de la productividad dentro de sectores bien definidos puede ser resultado de la omisión de fuentes adicionales de heterogeneidad entre firmas (más precisamente, la heterogeneidad en la elasticidad producto del factor trabajo) empleando el método propuesto por BBS que permite estimar la función de producción con coeficientes variables, extendiendo el método de desarrollado por Akerberg, Caves, y Frazer (ACF, 2015). Para ello se usará una extensa base de datos que contiene información sobre las actividades productivas de las firmas del sector manufacturero colombiano durante el periodo de 1982 hasta 1998 para obtener medidas alternativas de la productividad aplicando las metodologías de coeficientes homogéneos (ACF) y coeficientes heterogéneos (BBS) y calcular las dispersiones intrasectoriales correspondientes.

Debido al esfuerzo que se ha dedicado a la investigación de las causas de la dispersión de la productividad, determinar si esta puede ser el resultado de las restricciones impuestas en la función de producción (y si es así, en qué medida) es una tarea importante y

este trabajo apunta a contribuir en esta dirección. La respuesta a la que se ha de llegar es específica en tanto que es válida solo para la muestra empleada, sin embargo, debido a la gran amplitud temporal de esta, se espera que los resultados den indicios de lo que se puede hallar empleando otras bases de datos.

Adicionalmente, esta investigación ilustra la aplicación de la metodología desarrollada por BBS, que puede ser empleada en otros contextos para responder diversas preguntas. Por ejemplo, ya que es posible interpretar los parámetros heterogéneos de la función de producción como mediadas del cambio tecnológico sesgado hacia los factores de producción (Doraszelski y Jaumandreu, 2018), al aplicar la metodología que se ilustra en este trabajo pueden realizarse análisis que determinen en qué medida el cambio tecnológico es sesgado hacia el factor trabajo. Por otro lado, un análisis de la dispersión de los coeficientes heterogéneos tanto entre como dentro de los sectores bien definidos puede arrojar luces sobre los factores tecnológicos detrás de la estructura salarial de una determinada economía o sector.

El principal resultado de esta investigación es que permitir otras fuentes de heterogeneidad entre las firmas hace que la dispersión de la productividad sea menor, especialmente al comparar las firmas que se encuentran en los extremos de la distribución. Por ejemplo, las brechas entre las firmas de los percentiles 10 y 90 (5 y 95) dentro de sectores definidos a 4 dígitos disminuyen en promedio un 22 % (31 %), al estimar la función de producción con coeficientes heterogéneos. En términos absolutos, por otro lado, se encuentra que la dispersión estimada bajo ambas estrategias es similar a aquella encontrada en otras investigaciones (algunas de estas analizadas en la siguiente sección). Por lo tanto, se puede concluir que las amplias brechas en la eficiencia dentro de los sectores se mantienen, aún cuando se utiliza una especificación menos restrictiva de la función de producción, que permite tener en cuenta fuentes de heterogeneidad adicionales.

Este trabajo se divide en 8 secciones. La primera es esta introducción; en la segunda se hace una exposición de la literatura relacionada con este artículo; en las secciones tercera y cuarta se hace un análisis de varias estrategias de estimación de funciones de producción y se explica la metodología aquí empleada; en la quinta sección se hace una descripción de los datos; en las secciones sexta y séptima se exponen y discuten los resultados y, por último, la sección 8 concluye.

2. Literatura Relacionada

La brecha existente entre firmas de un mismo sector en cuanto a niveles de eficiencia ha sido ampliamente documentada. Por ejemplo, Syverson (2004) encuentra que para el caso estadounidense, en 1977, la razón entre la productividad de la firma del percentil 75 y la productividad de la firma del percentil 25 de la distribución de cada sector definido a 4 dígitos varía entre un 1,34 y un 1,56, es decir, la primera firma (percentil 75) produciría, con la misma cantidad de factores que la segunda, entre un 34 % y un 56 % más. Collard-Wexler (2011), tras aplicar la metodología de ACF, encuentra que dentro del sector estadounidense de producción de concreto premezclado la productividad de la firma del percentil 90 es casi el doble de aquella del percentil 10, mientras que Fox y Smeets (2011) empleando esta misma medida de dispersión para el sector industrial y de servicios danés reporta niveles en promedio del 3,27.

Las explicaciones que se han dado a este fenómeno han sido diversas. Syverson (2004), por ejemplo, argumenta que un bajo grado de sustitución entre los bienes producidos por las firmas de una industria en particular puede ser un determinante de la alta dispersión. En el caso extremo en el que los bienes son sustitutos perfectos, las firmas más productivas compiten directamente con aquellas menos productivas haciendo más probable que estas salgan del mercado. Lo contrario ocurre cuando los bienes son sustitutos lejanos, pues esto aísla a las firmas menos productivas de la competencia ejercida por otras más eficientes.

Collard-Wexler (2011), por otro lado, argumenta que la presencia de costos hundidos y de una amplia variación en el tiempo de la productividad de las firmas (volatilidad), pueden estar detrás de la dispersión observada. Los costos hundidos generan una brecha entre el nivel de productividad mínimo requerido para entrar al mercado y el nivel mínimo con el que la firma puede subsistir en el, lo que conlleva a que existan firmas produciendo en el mercado con niveles de productividad con los que nunca entrarían. La volatilidad de la PTF, por otro lado, hace que la decisión de salir del mercado sea menos dependiente de esta, lo que hace que no necesariamente sean las firmas menos productivas las que terminan saliendo del mercado.

Bahar (2018) plantea la hipótesis de que la dispersión en la productividad puede relacionarse con la forma en que la tecnología se difunde entre las firmas de un determinado sector. Analizando una extensa base de datos que cubre varios países, este autor encontró que las firmas que se encuentran en ambos extremos de la distribución tienden a experimentar un mayor crecimiento de su productividad comparado con aquellas con un nivel

medio de eficiencia. Además, encontró que este patrón es más marcado dentro de los sectores intensivos en tecnología. Esta característica del proceso de difusión tecnológica implica una divergencia cada vez mayor entre las firmas más productivas y aquellas de productividad media, es decir, una mayor dispersión de la productividad.

El efecto de la competencia internacional sobre la dispersión de la productividad ha sido abordado desde el punto de vista tanto teórico como empírico, por ejemplo Melitz (2003) desarrolla un modelo en el cual las firmas son heterogéneas en sus niveles de eficiencia y encuentra que tras la apertura comercial las firmas menos productivas tenderán a salir del mercado, lo cual reduce la dispersión. Syverson (2004) y Del Gatto, Ottaviano, y Pagnini (2008) encuentran evidencia a favor de las predicciones del modelo de Melitz.

De las investigaciones antes descritas se tendrán en cuenta el orden de magnitud de la dispersión encontrada ya que servirá como punto de comparación de los resultados presentados en este documento. Sin embargo, antes de ofrecer alguna explicación sobre las causas de la dispersión, es importante determinar primero si esta es un resultado del método utilizado para estimar la productividad. Este trabajo contribuye en esta dirección analizando si la dispersión de la productividad depende de la especificación de una función de producción que solo permite que las firmas difieren en sus niveles de eficiencia.

Algunos documentos también han analizado el papel que tiene la metodología utilizada para estimar la productividad en los cálculos de la dispersión. Foster, Grim, Haltiwanger, y Wolf (2017) emplean varias estrategias de estimación de funciones de producción con coeficientes homogéneos y muestran que, aunque existen diferencias en el nivel de dispersión arrojado tras aplicar cada estrategia, estas son poco significativas. Van Biesebroeck (2008) reporta resultados similares. Esta investigación es una extensión de dichos trabajos al realizar la comparación entre una metodología que permite solo una fuente de heterogeneidad y otra que permite dos.

Por último, esta investigación también se relaciona con el trabajo de Fox y Smeets (2011) quienes plantean la posibilidad de que las diferencias no observadas en la calidad de los factores de producción empleados por las firmas (más específicamente, del trabajo), expliquen en alguna medida el fenómeno de la dispersión. Sus resultados apuntan a que si bien es cierto que la dispersión se reduce al tener en cuenta las diferencias en la calidad del trabajo, las brechas de productividad entre firmas del mismo sector siendo considerables. Al no contar con información tan detallada como la de estos autores, el enfoque que aquí se sigue consiste en la aplicación de una metodología de estimación con la cual se puede

alcanzar una mayor flexibilidad en especificación de la función de producción al permitir al coeficiente que acompaña al trabajo variar entre firmas y en el tiempo.

3. Estimación de Funciones de Producción.

Una de las dificultades que surgen en el proceso de estimación de funciones de producción es el problema de la endogeneidad derivado del hecho de que la productividad de las firmas no es observada por el investigador, pero, sí lo es por la empresa al momento de tomar sus decisiones respecto al uso de los factores. En el caso de una tecnología Cobb-Douglas la función tendría la siguiente forma (todas las variables en logaritmos):

$$y_{jt} = \beta_l l_{jt} + \beta_k k_{jt} + \omega_{jt} + \varepsilon_{jt}, \quad (2)$$

donde l_{jt} y k_{jt} representan el trabajo y el capital y β_n , para $n = (l, k)$, representa la elasticidad producto de los factores. Como el investigador solo observa la producción y el uso de los factores, el término de error recogerá la productividad de la firma (ω_{jt}):

$$y_{jt} = \beta_l l_{jt} + \beta_k k_{jt} + u_{jt}, \quad (3)$$

con $u_{jt} = \omega_{jt} + \varepsilon_{jt}$. Por lo tanto, en la medida en que las empresas tengan en cuenta su nivel de productividad a la hora de determinar sus demandas de capital y trabajo existirá una correlación entre el término de error y las variables independientes, lo que implica que la estimación de (3) por MCO arroja resultados inconsistentes.

En la siguiente subsección se describen algunos métodos propuestos para corregir este problema y obtener estimaciones consistentes.

3.1. Enfoque de la Función de Control

En un artículo seminal Olley y Pakes (1996, OP) proponen una metodología conocida como enfoque de la función de control (*Control Function Approach*) para resolver el problema de la endogeneidad⁴. La metodología propuesta en OP consiste, básicamente,

⁴En este artículo se resuelve también el problema de la auto-selección causado por el hecho de que las firmas deciden su permanencia en el mercado teniendo en cuenta su nivel de productividad. Sin embargo, los análisis empíricos que siguieron a OP muestran que al usar un panel desbalanceado este problema no parece ser importante y que su corrección, en general, no afecta los resultados, por lo que en esta investigación no se realizará la corrección de este problema.

en el uso de alguna una variable, observada por el investigador, y relacionada de tal forma con la productividad que al controlar por esta en la función de producción, el problema de endogeneidad quede superado⁵. Se supondrá que el capital es un factor fijo (es decir, k_{jt} es escogido en el periodo $t - 1$) y dinámico (las cantidades elegidas hoy tienen implicaciones futuras) por lo que este se convierte en una variable de estado en el problema que enfrentan las firmas que consiste en maximizar el valor presente de su flujo futuro de beneficios. El trabajo, por el contrario, se considera un factor no dinámico y flexible (l_{jt} es escogido en t y este no tiene ningún efecto sobre la elección de l_{jt+1}).

Dados los supuestos anteriores, es posible derivar las funciones de mejor respuesta que relacionan las decisiones de la firma en cada periodo con las variables de estado, en este caso, el capital y la productividad. La inversión, por ejemplo, realizada por las firmas en t estará determinada por:

$$i_{jt} = f_t(k_{jt}, \omega_{jt}). \quad (4)$$

Bajo ciertos supuestos (Pakes, 1991) tenemos que para $i_{jt} > 0$ (4) es estrictamente creciente en ω_{jt} , dado k_{jt} , por lo que es posible invertir dicha función para obtener:

$$\omega_{jt} = f_t^{-1}(k_{jt}, i_{jt}). \quad (5)$$

Nótese que ambas funciones están indexadas en el tiempo porque en general las circunstancias agregadas del mercado afectarán las decisiones de inversión. Ahora, introduciendo la ecuación (5) en (2) tendremos que:

$$\begin{aligned} y_{jt} &= \beta_l l_{jt} + \beta_k k_{jt} + f_t^{-1}(k_{jt}, i_{jt}) + \varepsilon_{jt} \\ &= \beta_l l_{jt} + \phi_t(k_{jt}, i_{jt}) + \varepsilon_{jt}. \end{aligned} \quad (6)$$

La ecuación (6) puede ser estimada de manera consistente puesto que, por definición, ε_{jt} no está correlacionado con las variables independientes. Ya que no se asume una forma funcional específica para $\phi_t(k_{jt}, i_{jt})$, esta función es aproximada de manera no paramétrica⁶. El problema de endogeneidad fue solucionado gracias a que se empleó la inversión para controlar por ω_{jt} . Intuitivamente, si dos firmas con el mismo nivel de capital tienen

⁵Dicha variable será denominada variable de control.

⁶Ver el apéndice A para una descripción detallada del proceso de aproximación no paramétrica empleado en esta investigación

niveles de inversión distintos, de tal forma que la primera realiza una mayor inversión en t , entonces, se puede deducir que esta tiene una productividad mayor. Este razonamiento es válido si la inversión no es función de otra variable no observada. Por ejemplo, si entre las firmas existen diferencias en cuanto a los costes de financiación que enfrentan, un nivel mayor de i_{jt} no puede asociarse directamente a una mayor productividad, impidiendo invertir la ecuación (4).

En la primera etapa puede estimarse consistentemente el coeficiente de trabajo. Debido a que no se puede separar el efecto del capital sobre la producción del que ejerce sobre la inversión no es posible estimar la elasticidad producto del capital. Para identificarla, en una etapa posterior de la estimación, se asume que la productividad evoluciona de acuerdo a un proceso markoviano de primer orden. En términos matemáticos:

$$Pr(\omega_{jt}|I_{jt-1}) = Pr(\omega_{jt}|\omega_{jt-1}), \quad (7)$$

donde $Pr(\omega_{jt}|I_{jt-1})$ denota la distribución de ω_{jt} condicional en la información de la firma un periodo atrás, I_{jt-1} . La ecuación (7) implica que, las empresas forman sus expectativas sobre el valor de su productividad en $t + 1$ sólo a partir de su estado en t . Ahora, dado este supuesto, tenemos que:

$$\begin{aligned} \omega_{jt} &= E(\omega_{jt}|\omega_{jt-1}) + \xi_{jt} \\ &= g(\omega_{jt-1}) + \xi_{jt}, \end{aligned} \quad (8)$$

donde ξ_{jt} es un componente iid de la productividad, observado en t más no predicho en $t - 1$, por lo que no está correlacionado con el capital que es determinado un periodo atrás. Introduciendo (8) en (2) y definiendo $\hat{y}_{jt} = y_{jt} - \hat{\beta}_l l_{jt}$ y $\hat{\omega}_{jt-1} = \hat{\phi}_{t-1}(\cdot) - \beta_k k_{jt-1}$, donde $\hat{\beta}_l$ y $\hat{\phi}_{t-1}(\cdot)$ son estimaciones obtenidas en la primera etapa, tendremos:

$$\hat{y}_{jt} = \beta_k k_{jt} + g(\hat{\omega}_{jt-1}) + \xi_{jt} + \varepsilon_{jt}. \quad (9)$$

Esta última función puede ser estimada por mínimos cuadrados no lineales (Akerberg y cols., 2007) para obtener una estimación consistente de β_k teniendo en cuenta que $g(\hat{\omega}_{jt-1})$ es tratada también no paramétricamente.

Este método de estimación es atractivo y simple, sin embargo tiene sus desventajas. Levinsohn y Petrin (LP, 2003) destacan que la metodología de OP exige que la inversión

sea positiva, algo que en muchas bases de datos no se cumple para gran cantidad de las observaciones. Por otro lado, puede que el nivel de inversión de las firmas no sea una variable adecuada para inferir su nivel de productividad ya que esta puede estar sujeta a costos de ajuste y/o a restricciones de indivisibilidad del capital, lo que implica que aún cuando $i_{jt} > 0$, la ecuación (4) no será siempre estrictamente creciente en ω_{jt} . Para dar solución a estos inconvenientes LP proponen emplear como variable de control el consumo de materiales (o algún otro consumo intermedio) ya que la mayoría de las firmas reportan niveles positivos de estos y sus costos de ajuste son presumiblemente menores, haciendo que puedan responder con mayor facilidad ante cambios en ω_{jt} .

La función de producción estimada por LP tiene la siguiente forma:

$$y_{jt} = \beta^u l_{jt}^u + \beta^s l_{jt}^s + \beta^k k_{jt} + \beta^m m_{jt} + \beta^e e_{jt} + \beta^f f_{jt} + \omega_{jt} + \varepsilon_{jt}, \quad (10)$$

donde y_{jt} representa la producción bruta, k_{jt} el capital, l_{jt}^s representa el trabajo calificado, l_{jt}^u el no calificado, y m_{jt} , e_{jt} y f_{jt} denotan los materiales, la energía y combustible, respectivamente, que se suponen factores flexibles. El consumo de materiales es empleando como variable de control de tal forma que su demanda, $m_{jt} = h_t(\omega_{jt}, k_{jt})$ se invierte para obtener:

$$\omega_{jt} = h_t^{-1}(m_{jt}, k_{jt}). \quad (11)$$

Introduciendo (11) en (10) tenemos:

$$y_{jt} = \beta^u l_{jt}^u + \beta^s l_{jt}^s + \beta^e e_{jt} + \beta^f f_{jt} + \phi_t(m_{jt}, k_{jt}) + \varepsilon_{jt}. \quad (12)$$

Nótese que ahora

$$\phi_t(m_{jt}, k_{jt}) = \beta^k k_{jt} + \beta^m m_{jt} + h_t^{-1}(m_{jt}, k_{jt}).$$

Tras estimar la ecuación (12) se obtienen los parámetros $\hat{\beta}^u$, $\hat{\beta}^s$, $\hat{\beta}^e$ y $\hat{\beta}^f$ y una estimación de ϕ_t . En la segunda etapa se utiliza la ecuación de movimiento de la productividad (8) y el supuesto de que el capital es un insumo fijo, de la misma forma que en OP. Ahora, dado que m_{jt} no es independiente de ξ_{jt} , para estimar la ecuación análoga a (9) LP proponen emplear la condición de ortogonalidad

$$E[\xi_{jt} m_{jt-1}] = 0$$

con el fin de identificar a β_m . Bajo los supuestos del modelo econométrico ξ_{jt} es el componente no predicho del nivel de productividad, por lo que no está correlacionado con ninguna variable escogida en el periodo anterior.

Tanto OP como LP tratan al trabajo como un insumo variable cuya elasticidad producto puede ser estimada en la primera etapa. Sin embargo, ACF argumentan que, si el trabajo es un insumo dinámico que está predeterminado cuando la firma escoge el consumo de materias primas (por ejemplo, porque el contratar y entrenar empleados toma tiempo) no es posible identificar β_l en la primera etapa. En este caso el consumo óptimo de materiales va a depender de l_{jt} , además de k_{jt} y ω_{jt} , por lo que no existe variación independiente en l_{jt} que permita la identificación de su efecto sobre la producción. Para solucionar el problema de la identificación, ACF proponen un procedimiento de dos etapas, en el que todos los coeficientes de la función de producción se estiman en la segunda. Partiendo de la función de valor agregado descrita por la ecuación (2) el primer paso consiste en invertir la función de demanda de insumos (o de inversión, u otro consumo intermedio) *condicional* en el trabajo, el capital y la productividad, $m_{jt} = \hat{h}_t(\omega_{jt}, k_{jt}, l_{jt})$ para obtener:

$$\omega_{jt} = \hat{h}_t^{-1}(m_{jt}, k_{jt}, l_{jt}). \quad (13)$$

Ahora, tras controlar por ω_{jt} en la función de producción resulta:

$$y_{jt} = \phi_t(m_{jt}, k_{jt}, l_{jt}) + \varepsilon_{jt}, \quad (14)$$

con $\phi_t(.) = \beta_k k_{jt} + \beta_l l_{jt} + \hat{h}_t^{-1}(m_{jt}, k_{jt}, l_{jt})$. Al obtener una estimación de $\phi_t(.)$ se emplea el hecho de que $\omega_{jt} = \phi_t(.) - \beta_k k_{jt} - \beta_l l_{jt}$, para obtener ω_{jt} en función de (β_l, β_k) . Empleando el supuesto de que la productividad sigue un proceso markoviano de primer orden, se estima la ecuación (8) tratando a $g(.)$ no paramétricamente, y se obtiene ξ_{jt} , que también es una función de β_l y β_k : $\xi_{jt} = \xi_{jt}(\beta_l, \beta_k)$. En la aplicación de la metodología de ACF se empleará el Método Generalizado de Momentos (MGM) basado en las siguientes condiciones de ortogonalidad:

$$E[\xi_{jt} k_{jt}] = 0,$$

$$E[\xi_{jt} l_{jt}] = 0.$$

por lo tanto, $\hat{\beta}_l$ y $\hat{\beta}_k$ son definidos como aquellos parámetros que hacen que se cumplan las condiciones de momentos a nivel muestral:

$$\sum_j \sum_t \xi_{jt}(\hat{\beta}_l, \hat{\beta}_k) k_{jt} = 0,$$

$$\sum_j \sum_t \xi_{jt}(\hat{\beta}_l, \hat{\beta}_k) l_{jt} = 0.$$

3.2. Funciones de Producción con Coeficientes Heterogéneos

Las metodologías anteriores suponen que las firmas, al menos dentro de un determinado sector, tienen los mismos coeficientes tecnológicos. Si bien este supuesto puede ser útil en algunos contextos, existen cuestiones que no pueden ser abordadas con los métodos usuales. BBS, por ejemplo, buscan determinar si existe un vínculo entre la productividad relativa del trabajo calificado de una firma y el destino de sus exportaciones⁷. Esto, motivado por el siguiente razonamiento: los países de mayores ingresos son aquellos que más demandan bienes de alta calidad, pues pueden pagar por ellos, y las firmas que emplean de manera más productiva el trabajo calificado pueden producir dichos bienes más eficientemente. Para probar tal hipótesis dichos autores deciden extender la metodología planteada por ACF permitiendo que los coeficientes de la función de producción varíen entre firmas y en el tiempo. En esta sección se expondrá el método propuesto por BBS.

Debido a que en BBS el interés se centra en la distinción entre trabajo calificado y no calificado, la función de producción adopta una forma similar a la empleada por LP (ecuación 10) solo que ahora la elasticidad producto de ambos tipos de trabajo se supone varía en el tiempo y entre firmas:

$$y_{jt} = \beta_{jt}^u l_{jt}^u + \beta_{jt}^s l_{jt}^s + \beta_t^k k_{jt} + \mathbf{m}_{jt}' \beta_t^{\mathbf{m}} + \omega_{jt} + \varepsilon_{jt}, \quad (15)$$

donde y_{jt} es la producción bruta, $\mathbf{m}_{jt}'$ es el vector de consumos intermedios y $\beta_t^{\mathbf{m}}$ el vector de coeficientes que lo acompaña. Al igual que en las metodologías anteriores, se parte de un modelo dinámico del comportamiento de las firmas en el que se supone que ambos tipos de trabajo y el capital son factores fijos y dinámicos, mientras que los consumos intermedios se consideran no dinámicos y flexibles. Del proceso de optimización de las

⁷El término productividad relativa de algún factor se emplea, en este contexto, para referirse a la mayor o menor eficiencia con la cual se emplea dicho factor y que se refleja en el coeficiente que lo acompaña. No debe confundirse con la productividad total de los factores.

firmas se desprenden las demandas de insumos en función de las variables de estado:

$$(m_{jt}, e_{jt}, f_{jt})' = G_t(k_{jt}, l_{jt}^u, l_{jt}^s, \omega_{jt}, \beta_{jt}^u, \beta_{jt}^s). \quad (16)$$

Nótese que lo anterior es un sistema de ecuaciones el cual puede ser invertido si se cumple que las demandas de los tres tipos de insumos son funcionalmente independientes. Es decir, la forma en la que reaccionan las demandas de cada uno de los insumos ante variaciones en ω_{jt} , β_{jt}^u y β_{jt}^s es distinta, de tal forma que los cambios en el uso de los insumos aporte información que permita identificar los parámetros de interés. El sistema invertido será:

$$(\omega_{jt}, \beta_{jt}^u, \beta_{jt}^s)' = G_t^{-1}(k_{jt}, l_{jt}^u, l_{jt}^s, \mathbf{m}'_{jt}). \quad (17)$$

La función de producción ahora queda definida así:

$$\begin{aligned} y_{jt} = & \beta_{jt}^u(k_{jt}, l_{jt}^u, l_{jt}^s, \mathbf{m}'_{jt})l_{jt}^u + \beta_{jt}^s(k_{jt}, l_{jt}^u, l_{jt}^s, \mathbf{m}'_{jt})l_{jt}^s + \beta_t^k k_{jt} \\ & + \mathbf{m}'_{jt}\beta_t^{\mathbf{m}} + \omega_{jt}(k_{jt}, l_{jt}^u, l_{jt}^s, \mathbf{m}'_{jt}) + \varepsilon_{jt}, \end{aligned} \quad (18)$$

o en términos más familiares:

$$y_{jt} = \phi(k_{jt}, l_{jt}^u, l_{jt}^s, \mathbf{m}'_{jt}) + \varepsilon_{jt}. \quad (19)$$

El primer paso consiste en estimar la ecuación (19) y, de igual forma que en las estrategias de estimación ya descritas, se asume que la productividad sigue un proceso markoviano de primer orden que ahora se supondrá depende también de β_{jt-1}^u y de β_{jt-1}^s , por lo tanto

$$\begin{aligned} \xi_{jt} &= \omega_{jt} - E(\omega_{jt} \mid \omega_{jt-1}, \beta_{jt-1}^u, \beta_{jt-1}^s) \\ &= \omega_{jt} - g(\omega_{jt-1}, \beta_{jt-1}^u, \beta_{jt-1}^s). \end{aligned}$$

Por otro lado, nótese que:

$$\omega_{jt} = \phi_t(.) - \beta_{jt}^u(.)l_{jt}^u - \beta_{jt}^s(.)l_{jt}^s - \beta_t^k k_{jt} - \mathbf{m}'_{jt}\beta_t^{\mathbf{m}}.$$

En términos prácticos, $\phi_t(.)$, $\beta_{jt}^u(.)$, $\beta_{jt}^s(.)$, y $g(.)$ son estimadas de forma no paramétrica como polinomios en sus argumentos, de tal forma que ω_{jt} , y por lo tanto ξ_{jt} , estarán en

función de los parámetros dentro de cada polinomio y de (β_t^k, β_t^m) . En BBS se emplea la independencia de la media como criterio de estimación, por lo que definiendo $\psi(\xi_{jt}, Z_{jt}) = E(\xi_{jt}|Z_{jt})$ se busca minimizar la siguiente función:

$$\sum_j \sum_t [\hat{\psi}(\xi_{jt}, Z_{jt})]^2, \quad (20)$$

donde $\hat{\psi}(\xi_{jt}, Z_{jt})$ resulta de la estimación no paramétrica de $\psi(\xi_{jt}, Z_{jt})$, y Z_{jt} es una matriz conformada por variables que se consideran independientes de ξ_{jt} como el capital, ambos tipos de trabajo en t , y los consumos intermedios en $t - 1$.

4. Metodología de Estimación

En esta investigación se aplicará la metodología de ACF tal y como fue descrita en la sección anterior, y la metodología de BBS con algunas modificaciones menores que se describen a continuación.

La función de producción que será estimada en este trabajo relaciona el valor agregado de la firma j en el periodo t , con su nivel de capital y trabajo (horas-hombre). Para la aplicación de BBS sólo el trabajo tendrá una elasticidad producto variable.

$$y_{jt} = \beta_{jt}^l l_{jt} + \beta^k k_{jt} + \omega_{jt} + \varepsilon_{jt}. \quad (21)$$

El hecho de permitir solo una fuente adicional de heterogeneidad entre firmas se debe a limitaciones en los datos: la base de datos cuenta con información concerniente al consumo de materias primas y energía, por lo cual es posible permitir solo dos fuentes de heterogeneidad entre firmas. Por otro lado, se permite que sea el coeficiente del trabajo el que varíe siguiendo principalmente a BBS y a Doraszelski y Jaumandreu (2018) ⁸.

Con respecto a la naturaleza de los factores de producción se supondrá que tanto el trabajo como el capital son factores fijos y dinámicos. Tal como señalan BBS, la firma enfrenta un problema que puede dividirse en dos, uno dinámico y uno estático. En el problema estático, se toma como dado el vector de variables de estado en t y se maximizan los beneficios en t escogiendo los insumos variables, de esto se deriva el siguiente sistema:

⁸Estos autores, estiman una función de producción tipo CES que permitiendo, similarmente, dos fuentes de heterogeneidad entre firmas: su productividad multifactorial (neutral a la Hicks) y su productividad laboral.

$$(m_{jt}, e_{jt}) = G_t^E(\beta_{jt}^l, l_{jt}, k_{jt}, \omega_{jt}). \quad (22)$$

El problema dinámico consiste en escoger en cada periodo los valores futuros de las variables de estado teniendo en cuenta el estado actual:

$$(k_{jt+1}, l_{jt+1}) = G_t^D(\beta_{jt}^l, l_{jt}, k_{jt}, \omega_{jt}).$$

Invirtiendo el sistema descrito en (22) tenemos que:

$$(\beta_{jt}^l, \omega_{jt}) = G_t^I(l_{jt}, k_{jt}, m_{jt}, e_{jt}). \quad (23)$$

En la primera etapa se estima la ecuación análoga a (19), con la cual es posible obtener ω_{jt} y ξ_{jt} como funciones de los parámetros a estimar, para finalmente construir la función a minimizar (análoga a la ecuación (20)) en donde Z_{jt} estará compuesta por l_{jt} y k_{jt} .

5. Descripción de los Datos

La base de datos empleada en este ejercicio es la misma que se usa en Eslava, Haltiwanger, Kugler y Kugler (2004)⁹, en donde se muestra de manera detallada como ésta fue construida.

La fuente original de información es la Encuesta Anual Manufacturera (EAM), realizada entre los años 1982 y 1998, un periodo de tiempo considerable en el que Colombia vivió intensos cambios en materia de regulación y apertura económica (Eslava y cols., 2004). La EAM encuesta a aquellos establecimientos que cumplen con determinados requisitos: contar con mínimo 10 trabajadores o que el valor de la producción sea superior un nivel determinado, aproximadamente 35 mil dólares de 1998 (Eslava y cols., 2004). La muestra tiene un total de 100,114 observaciones, pero, para el subsecuente análisis empírico se eliminaron las firmas que alguna vez reportaron niveles de producción, valor agregado o uso de factores negativos o nulos, quedando la muestra con 62,180 observaciones. La base de datos aporta información sobre el nivel de producción bruta; consumos intermedios (materiales y energía); índice de precios de los bienes finales y de los bienes intermedios a nivel de establecimiento; uso de trabajo (en términos de empleados y horas-hombre) y nivel de capital. Es importante resaltar que al tener información respecto a

⁹Esta base de datos fue suministrada por el DANE al Banco de la República. El autor tuvo acceso a esta información durante el periodo de su pasantía.

los precios finales a nivel de las firmas se pueden obtener medidas de producción bruta y de valor agregado que no son afectadas por las variaciones idiosincráticas en los precios, como ocurre cuando se deflacta la producción con índices de precios a nivel de industria (Foster, Haltiwanger, y Syverson, 2008). Adicionalmente, se tiene información del sector industrial al cual pertenecen las firmas, a un nivel de desagregación de 4 dígitos.

Debido a su extensión esta base de datos es atractiva para realizar el análisis propuesto, ya que la metodología se basa varias estimaciones no paramétricas que requieren bastante información para alcanzar niveles aceptables de consistencia.

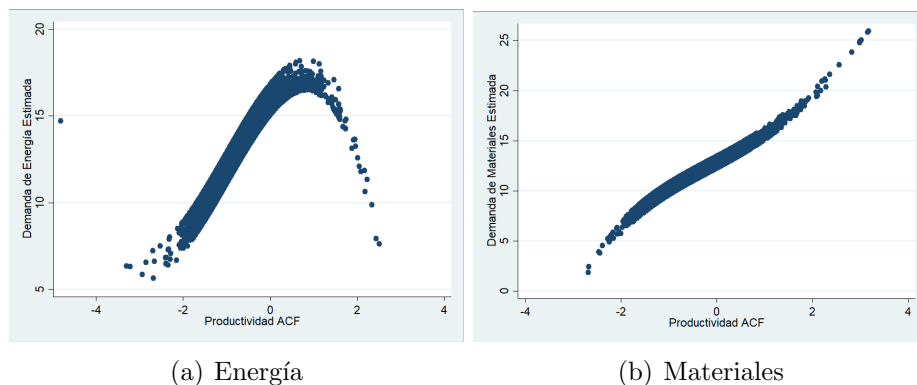
6. Resultados

En esta sección se muestran los principales resultados obtenidos tras aplicar las metodologías de ACF y BBS para estimar la productividad, y realizar una comparación entre las medidas de dispersión que resultan de cada estrategia de estimación. Para poder hacer esto es necesario determinar qué variable de control emplear en caso de ACF, ya que contamos con información sobre el uso de materiales y de energía. Esta decisión no es trivial puesto que aunque los coeficientes obtenidos en ambos casos son parecidos la productividad estimada no lo es. El criterio empleado para elegir entre ambas alternativas fue el cumplimiento del supuesto de monotonidad. Ya que se supone que tanto el capital como el trabajo son variables de estado, este supuesto postula que la demanda del bien intermedio debe ser, dadas estas variables, creciente en ω_{jt} . Contrastar visualmente este supuesto de la misma forma que LP no es posible ya que hay dos variables de estado, además de la productividad, por lo que se procede de la siguiente forma: primero se estima la función de producción en (2) empleando tanto el consumo de materiales como el consumo energía como variables de control para obtener la productividad bajo cada especificación $(\omega_{jt}^m, \omega_{jt}^e)$. Luego de lo cual las demandas de materiales y energía, que dependen de k_{jt} , l_{jt} y ω_{jt} , son estimadas no paramétricamente; estas son denotadas como $\hat{m}_{jt}(k_{jt}, l_{jt}, \omega_{jt}^m)$ y $\hat{e}_{jt}(k_{jt}, l_{jt}, \omega_{jt}^e)$ respectivamente. Por último, ambas demandas estimadas son evaluadas en los percentiles 25, 50, 75 y 90 de la distribuciones de k_{jt} y l_{jt} para poder realizar un análisis gráfico de su relación con la productividad. Este procedimiento sigue de cerca a Ornaghi y Van Beveren (2011).

En la figura 1 se muestra la demanda estimadas de energía y materiales en el panel (a) y (b), respectivamente, manteniendo fijos el nivel de capital y trabajo en sus percentiles 90. Se observa como la demanda de materiales se comporta de manera más acorde con

los supuestos del modelo que la demanda de energía, la cual en cierto punto se vuelve decreciente. Por lo tanto, de ahora en adelante se presentan los resultados de la estimación de ACF empleando como variable de control el consumo de materiales¹⁰.

Figura 1: Test de Monotonidad.



La tabla 1 muestra los coeficientes estimados bajo ambos métodos y, para efectos de comparación, los resultados arrojados por MCO. Se observa que el coeficiente asociado al capital no varía mucho al pasar de MCO a ACF aunque tal y como se espera de un insumo fijo este es mayor al solucionarse el problema de la endogeneidad. Por otro lado, el coeficiente del trabajo es menor para ACF comparado con MCO, lo cual sugiere que este responde de en mayor medida a cambios en la productividad de lo que lo hace el capital. En cuanto a los rendimientos totales a escala (RTS) los resultados de MCO sugieren la existencia de rendimientos crecientes a escala, mientras que en el caso de ACF y BBS no se puede rechazar la hipótesis de rendimientos constantes a escala.

Entre paréntesis se muestran los errores estándar. Para MCO estos fueron calculados de la forma usual, mientras que para ACF y BBS estos fueron estimados por *block bootstrap*. Este método que consiste en seleccionar firmas aleatoriamente (con reemplazo) y con estas generar una submuestra, para la cual es posible estimar de nuevo los parámetros del modelo, este proceso se repite 200 veces, en este caso, y la desviación estándar de los parámetros estimados en cada iteración es el que se reporta como error en la tabla 1¹¹. Para BBS se reporta la media de la elasticidad producto del trabajo y su desviación

¹⁰Se presenta este gráfico puesto que es el que mejor representa el resultado general. El apéndice C muestra los demás gráficos, en donde se evidencia que el consumo de materiales satisface en mayor medida el supuesto de monotonidad.

¹¹Lo anterior implica que es posible que en algunas submuestras una misma firma salga varias veces y otras no salgan, si una firma es seleccionada se toman sus T_i observaciones, con T_i como el número de años que aparece la firma i .

estándar entre paréntesis.

Tabla 1: Resultados de las Estimaciones de la Función de Producción

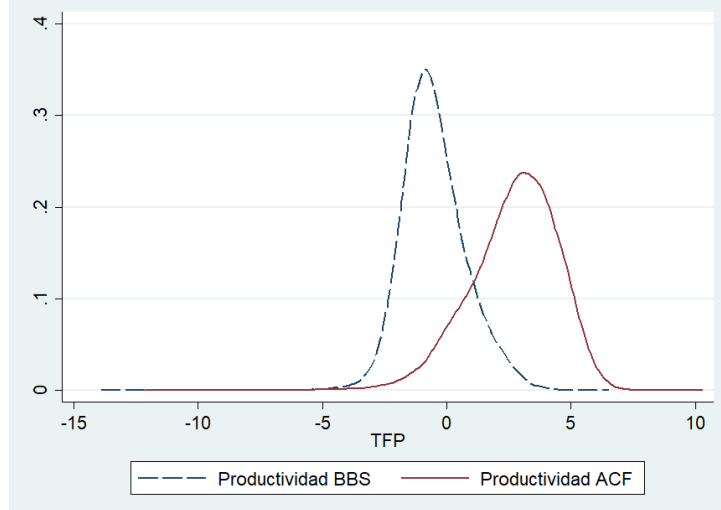
Variables	MCO	ACF	BBS
	(1)	(2)	(3)
Capital	0.32 (0.0026)	0.33 (0.008 ^a)	0.17 (0.014 ^a)
Trabajo	0.80 (0.0046)	0.71 (0.015 ^a)	0.75 ^b (0.082 ^c)
RTS	1.12	1.04	0.92
N	62,180	62,180	62,180
Min	-	-	5.03e-12

^a Errores estándar calculados por *block bootstrap*.

^{b c} Media y desviación estándar de la distribución de β_{jt}^l , respectivamente.

Fuente: Cálculos propios basados en los datos del DANE.

Figura 2: Densidades de las Productividades Estimadas



La figura 2 muestra la densidad de ω_{jt} estimada con ACF y BBS para toda la muestra¹². Al permitir dos fuentes de heterogeneidad entre firmas, la productividad parece estar mas concentrada al rededor de su media. Sin embargo, esto no implica que dentro de los sectores mejor definidos esta medida presente menor dispersión. Para analizar este

¹²Para este gráfico ambas variables fueron normalizadas por su respectivo índice de productividad agregada, calculado como un promedio ponderado: $\sum_j \sum_t \omega_{jt} s_{jt}$, donde s_{jt} es el peso del valor agregado de la firma j en t sobre el valor agregado de toda la industria.

Tabla 2: Dispersión de la Productividad

	Ciiu 3			Ciiu 4		
	$t < 92$	$t \geq 92$	Total	$t < 92$	$t \geq 92$	Total
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
BBS _{75/25}	1.56	1.60	1.58	1.48	1.50	1.49
ACF _{75/25}	1.68	1.84	1.75	1.62	1.73	1.66
BBS _{90/10}	2.34	2.45	2.39	2.18	2.24	2.21
ACF _{90/10}	2.67	3.04	2.82	2.54	2.85	2.67
BBS _{95/5}	3.07	3.17	3.12	2.84	3.08	2.95
ACF _{95/5}	3.54	4.16	3.79	3.45	4.09	3.70
	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
INC _{75/25}	8	15	11	10	16	12
INC _{90/10}	14	25	18	18	29	22
INC _{95/5}	16	33	22	24	43	31

Fuente: Cálculos propios basados en los datos del DANE.

último punto es preciso realizar la comparación entre las firmas más productivas y las menos productivas dentro de cada sector-año.

En la tabla 2 se muestra el promedio simple de la razón entre las productividad de las firma ubicada en el percentil 75 (90 y 95) y aquella ubicadas en el percentil 25 (10 y 5) de la distribución de productividades dentro de cada sector y año para cada metodología¹³. Este promedio, fue calculado separadamente para todos los años anteriores y posteriores a 1992 de manera separada (columnas 1 y 4, y, 2 y 5, respectivamente) y para dos distintos niveles de desagregación (CIIU3 y CIIU4). Lo anterior está motivado por el hecho de que a partir de 1992, ocurrieron cambios en la unidad de análisis de la muestra, que pasó de establecimientos a firmas, lo cual puede tener implicaciones en términos de la dispersión estimada.

La segunda parte del cuadro muestra la diferencia porcentual promedio entre las medidas de dispersión arrojadas por ACF y aquellas resultantes de aplicar BBS (INC_{p/q}) que van desde 8 % (columna 1) hasta 43 % (columna 5). Por ejemplo, la brecha entre la productividad de la firma del percentil 95 y aquella que ocupa el percentil 5 de la distribución, dentro de los sectores definidos a 3 dígitos, es en promedio un 22 % mayor al ser estimada con ACF en comparación a la estimada con BBS.

¹³Sea $r_{st}^{q/p}$ el ratio entre la productividad de la firma del percentil q y la firma del percentil p dentro del sector s en el periodo t , la dispersión presentada en la tabla se calcula como $\frac{1}{T} \frac{1}{S} \sum_s \sum_t r_{st}^{q/p}$, donde S es el número total de sectores, y T el número total de años. Nótese que esta medida es invariante ante cambios en la media de la distribución de productividades.

Pasando al análisis de la elasticidad producto del trabajo, la tabla 3 muestra algunos percentiles de su distribución para los periodos previos y posteriores a 1992 y para toda la muestra. En la figura 3, por otro lado, se presenta la densidad estimada de β_{jt}^l . La línea vertical muestra la estimación hecha con ACF (0.71) que se encuentra cerca de la media. Según BBS las metodologías coeficientes homogéneos como ACF en general no estimarán la media de la distribución de los coeficientes heterogéneos, sin embargo, esta gráfica muestra que gran parte de las firmas tienen una elasticidad producto del trabajo parecida a la estimada con ACF.

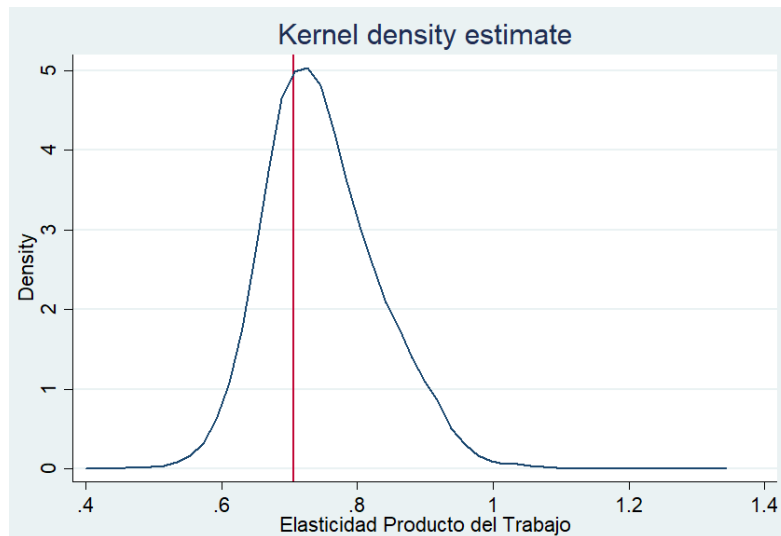
Tabla 3: Distribución Elasticidad Producto del Trabajo

	Percentiles								
	1	5	10	25	50	75	90	95	99
$t < 92$	0.57	0.62	0.64	0.68	0.73	0.79	0.85	0.89	0.94
$t \geq 92$	0.60	0.64	0.66	0.70	0.75	0.81	0.88	0.91	0.99
Total	0.58	0.62	0.65	0.69	0.74	0.8	0.86	0.9	0.96

Fuente: Cálculos propios basados en los datos del DANE.

La dispersión al interior de los sectores de β_{jt}^l es menor a la que muestra la productividad: en promedio dentro de sectores definidos a tres dígitos la firma del percentil 95 tiene un nivel de β_{jt}^l 37 % mayor que aquel de la firma del percentil 5. Dentro de sectores definidos a 4 dígitos tenemos un que esta diferencia es del 33 %.

Figura 3: Densidad: Elasticidad Producto del Trabajo



7. Discusión

De los resultados anteriores se concluye que la dispersión de la productividad es menor al permitir dos fuentes de heterogeneidad en la función de producción, tal y como se esperaba. Esto último se refleja en que, para todos los casos, la diferencia porcentual entre la dispersión arrojada por BBS es menor a la arrojada por ACF (ver la parte inferior de la tabla 2). Sin embargo, en términos absolutos, ambas estrategias arrojan niveles de dispersión similares a los hallados en las investigaciones antes descritas. Para ilustrar lo anterior, nótese que, en el caso de BBS, la brecha entre las firmas del percentil 75 y 25, dentro de los sectores definidos a cuatro dígitos, es en promedio de un 49 %. Este grado de dispersión es similar a la documentada por Syverson (2004).

Entre las firmas de los percentiles 90 y 10, por otro lado, la diferencia en los niveles de eficiencia es incluso más elevada que aquella encontrada por Collard-Wexler (2011), esto, sin embargo, puede deberse en parte a las restricciones puestas a la función de producción: en la aplicación empírica de esta investigación, se impuso una tecnología única a todos los sectores comprendidos en la muestra¹⁴ a diferencia de Collard-Wexler (2011) quien estima una función de producción para un solo sector. Por esta razón, como un análisis de robustez de los resultados, se estimaron las funciones de producción en (2) y en (21) para el sector de fabricación de alimentos, bebidas y tabaco (definido como sector 31 la clasificación CIIU revisión 2). Los resultados expuestos en la tabla 8 del apéndice B muestran que la disminución de la dispersión de la productividad al aplicar la metodología de BBS es más drástica en comparación a la registrada en la tabla 2, y que en general la aplicación de BBS permite disminuir la dispersión a niveles inferiores a los reportados por Collard-Wexler (2011). Sin embargo, esta sigue siendo considerable, por ejemplo, en promedio dentro de los sectores a cuatro dígitos la firma del percentil 95 es 66 % más productiva que la firma del percentil 5. En el apéndice B se muestra, además, que los resultados generales se mantienen robustos ante diferentes formas de agregación de la dispersión de la productividad.

Por otro lado, volviendo a la tabla 2 se destaca que, a medida que se comparan firmas más distantes dentro de la distribución de productividades de cada sector, la diferencia entre ambas medidas de dispersión se hace mayor, lo que implica que la metodología de coeficientes homogéneos sobrestima las diferencias entre las firmas que se encuentran en

¹⁴Si bien se permiten al coeficiente del trabajo variar entre firmas, la forma funcional de $\beta_{jt}(\cdot)$ en la ecuación (23) se supone similar entre los distintos sectores.

las colas de la distribución. Además, tal y como era de esperarse, dentro de los sectores definidos a 4 dígitos se presenta una menor dispersión en comparación a lo que ocurre dentro de los sectores definidos a 3 dígitos independientemente de la metodología empleada, lo cual se encuentra acorde con la idea de que, entre mayor grado de cercanía tengan los productos de las firmas, mayor competencia ejercen entre ellas, lo que tiende a reducir la dispersión.

Por último, de los resultados de ambas metodologías se puede inferir que hubo un incremento en la dispersión de la productividad posterior a 1992, sin embargo, este resultado debe interpretarse con cautela ya que a partir de dicho año, hubo un cambio en la unidad análisis de establecimientos a firmas, esto implicó que aquellos establecimientos pertenecientes a las firmas que cumplían con los requisitos para estar en la muestra fueran tenidos en cuenta también, así algunos de estos no cumplieran individualmente con dichos requisitos. Lo anterior puede en alguna medida explicar el aumento en la dispersión observada.

8. Conclusiones

En este trabajo se investigan las implicaciones de permitir fuentes adicionales de heterogeneidad entre firmas a la hora de estimar la dispersión de la productividad dentro de sectores bien definidos. Para estudiar el impacto de la heterogeneidad en la eficiencia con que se usa el trabajo, se utilizó una metodología de estimación de funciones de producción con coeficientes heterogéneos modificada para adaptarla a los datos disponibles. El resultado principal es que la alta dispersión de la productividad dentro de los sectores bien definidos se muestra como un hecho robusto, aunque ésta disminuye cuando se permite más flexibilidad en la especificación de la función de producción. De lo anterior se puede concluir que la metodología de estimación de la productividad tiene implicaciones cuantitativas con respecto a la dispersión estimada, lo que implica que debe prestarse más atención a los supuestos detrás de las estrategias que permiten dichas estimaciones. A pesar de esto, también se puede concluir que detrás de las marcadas diferencias en la eficiencia de firmas presumiblemente similares, existen factores económicos que merecen un estudio posterior.

Referencias

- Akerberg, D. A., Benkard, C. L., Berry, S., y Pakes, A. (2007). Econometric Tools for Analyzing Market Outcomes. En *Handbook of econometrics* (Vol. 6, pp. 4171–4276).
- Akerberg, D. A., Caves, K., y Frazer, G. (2015). Identification Properties of Recent Production Function Estimators. *Econometrica*, 83(6), 2411–2451.
- Andrews, D., Criscuolo, C., y Gal, P. N. (2016). The best versus the rest: The global productivity slowdown, divergence across firms and the role of public policy. *OECD Productivity Working Papers*(5).
- Bahar, D. (2018). The middle productivity trap: Dynamics of productivity dispersion. *Economics Letters*, 167, 60 - 66.
- Balat, J., Brambilla, I., y Sasaki, Y. (2018). *Heterogeneous Firms : Skilled-Labor Productivity and the Destination of Exports*. (Working Paper)
- Collard-Wexler, A. (2011). *Productivity Dispersion and Plant Selection in the Ready-Mix Concrete Industry*. (Working Paper)
- Del Gatto, M., Ottaviano, G. I., y Pagnini, M. (2008). Openness to trade and industry cost dispersion: Evidence from a panel of Italian firms. *Journal of Regional Science*, 48(1), 97–129.
- Doms, M. E., y Bartelsman, E. J. (2000). Understanding Productivity: Lessons from Longitudinal Microdata. *Journal of Economic Literature*, 38(3), 569–594.
- Doraszelski, U., y Jaumandreu, J. (2018). Measuring the bias of technological change. *Journal of Political Economy*, 126(3), 1027-1084.
- Eslava, M., Haltiwanger, J., Kugler, A., y Kugler, M. (2004). The effects of structural reforms on productivity and profitability enhancing reallocation: Evidence from Colombia. *Journal of Development Economics*, 75(2 SPEC. ISS.), 333–371.
- Foster, L., Grim, C. A., Haltiwanger, J., y Wolf, Z. (2017). *Macro and Micro Dynamics of Productivity: From Devilish Details to Insights* (Working Paper n.º 23666). National Bureau of Economic Research.
- Foster, L., Haltiwanger, J., y Syverson, C. (2008). Reallocation , Firm Turnover, and Efficiency : Selection on Productivity or Profitability? *The American Economic Review*, 98(1), 394–425.
- Fox, J. T., y Smeets, V. (2011). Does input quality drive measured differences in firm productivity? *International Economic Review*, 52(4), 961–989.
- Hsieh, C.-T., y Klenow, P. J. (2010). Development Accounting. *American Economic*

- Journal: Macroeconomics*, 2(1), 207–223.
- Levinsohn, J., y Petrin, A. (2003). Estimating Production Function Using Inputs to Control for Unobservables. *The Review of Economic Studies*, 70(2), 317–341.
- Melitz, M. J. (2003). The Impact of Trade on Intra-Industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity. *Econometrica*, 71(6), 1695–1725.
- Olley, G. S., y Pakes, A. (1996). The Dynamics of Productivity in the Telecommunications Equipment Industry. *Econometrica*, 64(6), 1263–1297.
- Ornaghi, C., y Van Beveren, I. (2011). *Using Proxy Variables to Control for Unobservables When Estimating Productivity: A Sensitivity Analysis*. doi: 10.2139/ssrn.1984573
- Pakes, A. (1991). Dynamic Structural Models: Problems and Prospects. Mixed Continuous Discrete Controls and Market Interactions. *Cowles Foundation, Yale University, Cowles Foundation Discussion Papers*.
- Syverson, C. (2004). Product Substitutability and Productivity Dispersion. *The Review of Economics and Statistics*, 86(2), 534–550.
- Syverson, C. (2011). What Determines Productivity? *Journal of Economic Literature*, 49(2), 326–365.
- Van Biesebroeck, J. (2008). The sensitivity of productivity estimates: Revisiting three important debates. *Journal of Business and Economic Statistics*, 26(3), 311–328.

Apéndices

A. Estimación de Funciones no Paramétricamente

Las metodologías empleadas en esta investigación usan la aproximación de forma no paramétrica de varias funciones dado que muchas de estas son el resultado de la resolución de problemas de optimización dinámicos que pueden llegar a ser muy complejos. OP emplean aproximaciones polinomiales de estas funciones y esa es la estrategia aquí empleada. Una función de tres variables, $f(x, y, z)$ por ejemplo, es aproximada de la siguiente forma:

$$f(x, y, z) \approx \sum_{h=0}^p \sum_{i=0}^{p-h} \sum_{j=0}^{p-h-i} \gamma_{h,i,j} x^h y^i z^j,$$

donde p denota el grado y $\gamma_{h,i,j}$ los parámetros del polinomio. p es escogido dependiendo de los resultados arrojados. A continuación se describirá como fueron estimadas cada una

de las funciones de la aplicación de ACF y BBS. En la primera etapa de ACF y de BBS la función $\phi_t(\cdot)$ fue aproximada de la siguiente forma:

$$\phi_t(m_{jt}, k_{jt}, l_{jt})^{ACF} \approx \sum_{h=0}^4 \sum_{i=0}^{4-h} \sum_{j=0}^{4-h-i} \gamma_{h,i,j} m_{jt}^h k_{jt}^i l_{jt}^j + \sum_t \delta_t,$$

$$\phi_t(m_{jt}, e_{jt}, k_{jt}, l_{jt})^{BBS} \approx \sum_{h=0}^3 \sum_{i=0}^{3-h} \sum_{j=0}^{3-h-i} \sum_{n=0}^{3-h-i-j} \gamma_{h,i,j,n} m_{jt}^h e_{jt}^i k_{jt}^j l_{jt}^n + \sum_t \delta_t,$$

con δ_t definido como una variable dicotómica que toma el valor de 1 para el año t . El proceso markoviano para ambos modelos fue estimado así:

$$\omega_{jt}^{ACF} \approx \sum_{h=0}^4 \gamma_h (\omega_{jt-1}^{ACF})^h + \xi_{jt},$$

$$\omega_{jt}^{BBS} \approx \sum_{h=0}^2 \sum_{i=0}^{2-h} \gamma_{h,i} (\omega_{jt-1}^{BBS})^h (\beta_{jt-1}^l)^i + \xi_{jt}.$$

Las siguientes dos ecuaciones muestran como fueron determinadas las funciones $\psi(\xi_{jt}, Z_{jt}) = E(\xi_{jt}|Z_{jt})$ y $\beta_{jt}^l(m_{jt}, e_{jt}, k_{jt}, l_{jt})$:

$$\psi(\xi_{jt}, Z_{jt}) \approx \sum_{h=0}^2 \sum_{i=0}^{2-h} \gamma_{h,i} l_{jt}^h k_{jt}^i,$$

$$\beta_{jt}^l(m_{jt}, e_{jt}, k_{jt}, l_{jt}) \approx \sum_{h=0}^2 \sum_{i=0}^{2-h} \sum_{j=0}^{2-h-i} \sum_{n=0}^{2-h-i-j} \gamma_{h,i,j,n} m_{jt}^h e_{jt}^i k_{jt}^j l_{jt}^n + D_{jt},$$

donde D_{jt} representa una variable dummy que toma el valor de uno a partir del año 1991. Por último, para el test de monotonicidad de la sección 6 las demandas de materiales fueron aproximadas de la siguiente manera:

$$M_{jt}(\omega_{jt}, k_{jt}, l_{jt}) \approx \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} \sum_{n=0}^{4-i-j} \gamma_{i,j,n} (\omega_{jt}^M)^i k_{jt}^j l_{jt}^n + \sum_t \delta_t, \quad M_{jt} = (m_{jt}, e_{jt})$$

B. Tablas Adicionales

En esta sección se muestran algunas tablas adicionales. Estas fueron realizadas con el propósito de determinar la robustez de los resultados: la tabla 2 muestra la dispersión promedio dentro de los sectores definidos a 3 y 4 dígitos. Sin embargo, es valido preguntarse si los resultados se mantienen cuando este promedio es calculado de diferentes formas y a diferentes niveles. La tabla 4 replica la primera parte de la tabla 2 solo que la para este caso la dispersión total es calculada como un promedio ponderado de la dispersión entre sectores-años. En términos de la notación empleada en la nota al pie número 13 tenemos que ahora la dispersión se calcula así: $\frac{1}{T} \frac{1}{S} \sum_s \sum_t w_{st} r_{st}^{q/p}$, donde w_{st} es el valor agregado total del sector s en como proporción del valor agregado de toda la industria.

Tabla 4: Dispersión Productividad (Promedio Ponderado)

	Ciiu 3			Ciiu 4		
	$t \leq 91$	$t > 91$	Total	$t \leq 91$	$t > 91$	Total
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
BBS _{75/25}	1.68	1.64	1.66	1.52	1.48	1.50
ACF _{75/25}	1.91	1.78	1.85	1.76	1.64	1.70
BBS _{90/10}	2.58	2.48	2.54	2.26	2.20	2.23
ACF _{90/10}	3.13	3.84	3.00	2.90	2.58	2.76
BBS _{95/5}	3.36	3.26	3.31	3.16	3.93	3.05
ACF _{95/5}	4.19	3.78	4.01	4.07	3.57	3.85

Fuente: Cálculos propios basados en los datos del DANE.

La tabla anterior muestra un promedio para toda la muestra (sectores y años), por esto las tablas 5 y 6 muestran el promedio ponderado de la dispersión dentro de los sectores a 4 dígitos agregado por años y sectores (a 2 dígitos). Se observa que, exceptuando el sector 37, los ordenes de magnitud de la tabla 5 son similares a aquellos reportados en las tablas 2 y 4. En la tabla 6 se observa una tendencia al aumento de la dispersión de la productividad a través del tiempo, especialmente después de 1992. Sin embargo, el resultado general se mantiene: Con BBS la dispersión es menor comparado con los resultados de ACF, aunque esta sigue siendo elevada.

Tabla 5: Dispersión por Sector a 2 Dígitos (Promedio Ponderado)

Sector	BBS _{75/25}	ACF _{75/25}	BBS _{90/10}	ACF _{90/10}	BBS _{95/5}	ACF _{95/5}
31	1.45	1.69	2.16	2.73	2.85	3.83
32	1.44	1.57	2.12	2.47	2.77	3.32
33	1.49	1.81	2.15	3.07	2.75	4.70
34	1.41	1.60	1.93	2.42	3.76	3.48
35	1.53	1.75	2.36	2.91	3.02	3.95
36	1.62	1.74	2.47	2.83	3.18	4.32
37	2.38	2.75	3.94	4.40	5.72	5.96
38	1.53	1.82	2.29	2.96	3.10	4.38
39	1.42	1.60	2.15	2.53	2.73	3.71

Fuente: Cálculos propios basados en los datos del DANE.

Tabla 6: Dispersión por Año: Ciiu4 (Promedio Ponderado)

Años	BBS _{75/25}	ACF _{75/25}	BBS _{90/10}	ACF _{90/10}	BBS _{95/5}	ACF _{95/5}
1982	1.49	1.64	2.19	2.58	2.87	3.40
1983	1.49	1.59	2.17	2.52	2.93	3.40
1984	1.47	1.60	2.16	2.47	2.82	3.40
1985	1.46	1.60	2.14	2.47	2.79	3.48
1986	1.47	1.62	2.17	2.49	2.77	3.40
1987	1.47	1.62	2.15	2.55	2.95	3.58
1988	1.48	1.65	2.22	2.64	2.99	3.60
1989	1.49	1.66	2.23	2.62	2.94	3.69
1990	1.49	1.68	2.26	2.63	3.03	3.82
1991	1.49	1.71	2.21	2.68	3.05	3.68
1992	1.48	1.70	2.17	2.64	2.75	3.57
1993	1.53	1.74	2.25	2.76	2.79	3.67
1994	1.50	1.72	2.23	2.82	2.84	3.76
1995	1.52	1.77	2.31	2.90	2.92	3.89
1996	1.54	1.76	2.27	2.95	2.82	4.14
1997	1.52	1.79	2.32	3.04	3.87	4.60
1998	1.54	1.83	2.29	3.14	3.63	4.62

Fuente: Cálculos propios basados en los datos del DANE.

Cabe preguntarse, además, en qué medida el análisis anterior aplicado a un solo sector puede modificar los resultados en términos cuantitativos y cualitativos. Ya que en esta investigación se realiza la estimación de una función de producción común a toda la muestra, ahora, se presentarán los resultados de la aplicación de la metodología a un sector definido a 2 dígitos: Fabricación de alimentos, bebidas y tabaco (31)¹⁵. Los resultados son descritos en la tabla (7).

Tabla 7: Resultados de Estimación: Sector 31

Variables	MCO (1)	ACF (2)	BBS (3)
Capital	0.30 (0.0087)	0.30 (0.0157 ^a)	0.28 (0.0179 ^a)
Trabajo	0.92 (0.0079)	0.87 (0.0296 ^a)	0.61 ^b (0.0492 ^c)
RTS	1.22	1.17	0.89
N	13,523	13,523	13,523
Min	-	-	6.23e-12

^a Errores estándar calculados por *block bootstrap*.

^{b c} Media y desviación estándar de la distribución de β_{jt}^l , respectivamente.

Fuente: Cálculos propios basados en los datos del DANE.

La tabla (8) muestra la dispersión dentro de los subsectores del sector 31. Se observa que al permitir una fuente adicional de heterogeneidad la dispersión disminuye de manera más drástica que cuando la función de producción es estimada para toda la muestra, sin embargo los niveles de dispersión se mantienen elevados: la brecha entre las firmas del percentil 90 y aquellas del percentil 10 dentro de los sectores a tres dígitos, es en promedio de 50 %. En resumen, los resultados cualitativos se mantienen.

¹⁵ Escoger un sector a dos dígitos es una decisión basada el hecho de que las estimaciones no paramétricas requieren niveles de información (datos) elevados para alcanzar niveles de eficiencia. Por otro lado, el sector 31 es el más grande de la muestra.

Tabla 8: Dispersión de la Productividad en el Sector 31

	Ciiu 3			Ciiu 4		
	$t \leq 91$	$t > 91$	Total	$t \leq 91$	$t > 91$	Total
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
BBS _{75/25}	1.22	1.20	1.22	1.19	1.18	1.19
ACF _{75/25}	1.76	1.87	1.81	1.56	1.59	1.58
BBS _{90/10}	1.50	1.46	1.48	1.46	1.42	1.44
ACF _{90/10}	2.97	3.19	3.06	2.65	2.78	2.69
BBS _{95/5}	1.72	1.67	1.70	1.69	1.62	1.66
ACF _{95/5}	4.18	4.52	4.30	4.10	4.33	4.19

Fuente: Cálculos propios basados en los datos del DANE.

C. Figuras Adicionales

Figura 4: Test de Monotonicidad : Materiales

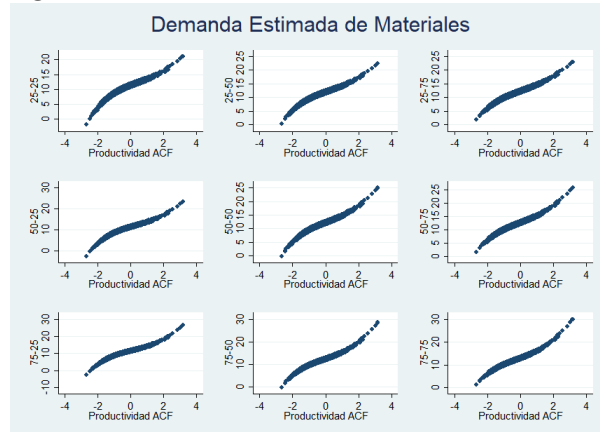


Figura 5: Test de Monotonicidad : Energía

