



**LA SISTEMATIZACIÓN DE UNA EXPERIENCIA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS
NÚMEROS DECIMALES FINITOS A PARTIR DE LAS FRACCIONES DECIMALES
EN EL CONTEXTO DEL BACHILLERATO INTERNACIONAL**

Claudia Yineth Salazar Sandoval

**Universidad del Valle
Instituto de Educación y Pedagogía
Maestría en Educación con Énfasis en Educación Matemática
2018**



**LA SISTEMATIZACIÓN DE UNA EXPERIENCIA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS
NÚMEROS DECIMALES FINITOS A PARTIR DE LAS FRACCIONES DECIMALES
EN EL CONTEXTO DEL BACHILLERATO INTERNACIONAL**

Claudia Yineth Salazar Sandoval

Directora:

Mg. Maritza Pedreros Puente

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Maestría en Educación con Énfasis en Educación Matemática

2018

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primero a Dios por permitirme culminar esta gran meta, el convertirme en una magister, por darme los conocimientos necesarios, la fuerza y la fortaleza para continuar día a día avanzando hasta la culminación del presente trabajo.

A mis padres, que con su gran apoyo, esfuerzo y amor me han acompañado en todo este proceso, guiándome y dándome lo mejor de cada uno de ellos para que mi desempeño se destaque dentro del ámbito profesional; igualmente, a mis hermanos, quienes me apoyaron de manera incondicional brindándome sus conocimientos para alcanzar la trazabilidad propuesta.

A mi tutora Maritza Pedreros, quien me compartió sus conocimientos, apoyó, me acompañó, me dio a conocer una gran persona y dedicó su tiempo para desarrollar de manera satisfactoria este trabajo.

A los evaluadores Norma Lorena Vásquez y Wildebrando Miranda por dedicar su tiempo y acompañarme en mi formación académica a través de sus valiosos y pertinentes aportes en esta investigación.

A mis compañeros (as), amigas y amigos que estuvieron caminando conmigo a lo largo de estos dos años, con cariño y palabras de aliento.

Por último y no menos importante, agradezco a mi profesor y amigo Octavio Augusto Pabón (Q.E.P.D), que dejó grandes conocimientos y enseñanzas en mí, que me ayudaron a tomar la decisión de iniciar mis estudios de Maestría. Muchas gracias.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	11
INTRODUCCIÓN	12
1. ASPECTOS GENERALES	16
1.1. Contextualización.	16
1.1.1. Institucional.....	16
1.1.2. Estudiantil.	19
1.2. Antecedentes.	20
1.2.1. Enseñanza y aprendizaje de los números decimales.	20
1.2.2. El papel de los recursos manipulativos y virtuales en la enseñanza de los números decimales.....	22
1.3. Planteamiento del problema.....	24
1.4. Justificación.	26
1.5. Objetivos.	29
1.5.1. Objetivo General	29
1.5.2. Objetivos Específicos.....	29
2. MARCO TEÓRICO.....	31
2.1. Dimensión Histórica.	31
2.1.1. Evolución histórica de los materiales manipulativos.	31
2.1.2. Materiales manipulativos para el estudio de los números decimales.....	33
2.1.2.1. Ábaco.	33
2.1.2.2. Papel cuadriculado.	34
2.1.2.3. Bloques Multibase de Dienes.....	34
2.1.3. Evolución de los manipulativos virtuales.	35
2.1.4. Los números decimales a lo largo de la historia.	38
2.1.4.1. Al – Uglidisi y Al – Kasi.	38
2.1.4.2. Siglo XVI.	39
2.1.4.3. Simón Stevin y Napier.	39
2.1.4.4. Definición actual.	41
2.1.4.5 Construcción de decimales como extensión de los naturales.....	43
2.1.4.6 Construcción de los decimales pasando por la construcción de los racionales.....	44
2.1.4.7 Cambio de representación en los decimales.....	44

2.2.	Dimensión Curricular.....	49
2.2.1.	Ministerio de Educación Nacional (MEN).	50
2.2.2.	Bachillerato Internacional (IB).	55
2.2.3.	Enseñanza para la comprensión.	65
2.2.4.	Planeación Institucional.	67
2.3.	Dimensión Didáctica.....	70
2.3.1.	Errores, dificultades y obstáculos en el aprendizaje de los números decimales.	71
2.3.1.1.	Error relacionado con el orden de los números decimales finitos.....	72
2.3.1.2.	Error relacionado con la lectura y escritura de los números decimales finitos (valor posicional). 72	
2.3.1.3.	Error relacionado con el cero.	73
2.3.1.4.	Error relacionado con las operaciones entre números decimales finitos.....	73
2.3.1.5.	Obstáculo relacionado con la densidad de los números decimales finitos.....	73
2.3.1.6.	Dificultad relacionada con la representación gráfica de los números decimales finitos. 74	
4.3.2	Características de los recursos manipulativos y virtuales.	74
2.3.3.	Orquestación Instrumental.	77
2.3.4.	Criterios de selección de actividades.	80
2.3.4.1.	Diseño de actividades con los Bloques de Dienes.	80
2.3.4.2.	Selección de actividades en el recurso virtual.....	81
3.	METODOLOGÍA.	90
3.3.	Enfoque metodológico.	90
3.4.	Método seguido para la sistematización de experiencias.....	91
5.4.1	Punto de partida.	92
5.4.1.1	Año lectivo 2013 – 2014.....	92
5.4.1.2	Año lectivo 2014 – 2015.....	95
5.4.1.3	Año lectivo 2015 – 2016.....	97
5.4.1.4	Año lectivo 2016 – 2017.....	99
5.4.2	Las preguntas iniciales.	99
3.4.3.	Recuperación del proceso vivido.	101
5.4.3.1	Fase de Exploración de los Números decimales finitos al incorporar los Bloques de Dienes. 103	
5.4.3.2	Fase de Indagación números decimales finitos.....	111
5.4.3.3	Fase de Exploración suma y resta con números decimales finitos.	119

5.4.3.4	Fase de Exploración multiplicación y división números decimales finitos.	125
5.4.3.5	Fase de Indagación operaciones con números decimales finitos.	128
5.4.3.6	Fase de Síntesis números decimales finitos.	133
5.4.4	Reflexiones finales.....	137
5.4.4.1	La reflexión de fondo: ¿Por qué pasó lo que pasó?.....	137
5.4.4.2	Aportes en el proceso de enseñanza de los números decimales finitos.....	138
5.4.4.3	Limitaciones en el proceso de enseñanza de los números decimales finitos.	139
5.5	Los puntos de llegada.....	140
5.5.1	Conclusiones de la sistematización.....	140
5.5.2	Decisiones y nuevas rutas de acción.	143
5.5.3	Comunicar los aprendizajes.	145
4.	CONCLUSIONES	148
5.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	153
8	ANEXOS	159
8.1	Anexo 1: Ficha de Exploración Números Decimales Finitos con Bloques de Dienes.....	159
8.2	Anexo 2: Ficha de Indagación Números Decimales	162
8.3	Anexo 3: Ficha de Exploración Suma y Resta con números decimales finitos	165
8.4	Anexo 4: Ficha de Exploración Multiplicación y División con números decimales finitos	169
8.5	Anexo 5: Ficha de Indagación Operaciones con números decimales finitos	172
8.6	Anexo 6: Ficha de Síntesis números decimales finitos (Test)	174

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Representación números decimales finitos en el ábaco.....	34
Figura 2 Uso del papel cuadriculado en la representación de números decimales finitos.....	34
Figura 3 Valor posicional de los números decimales finitos representados en los Bloques de Dienes	35
Figura 4 Partes de los números decimales finitos	41
Figura 5 Valor posicional de los números decimales finitos.	41
Figura 6 Clasificación de los números decimales	43
Figura 7 Elementos de la planeación institucional del Liceo los Alpes.....	49
Figura 8 Aspectos para la organización del currículo en matemáticas	51
Figura 9 Ciclo de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes según el IB.....	58
Figura 10 Proceso para abordar la unidad de indagación desde el enfoque matemático.....	59
Figura 11 Marco Conceptual de la Enseñanza para la Comprensión	66
Figura 12 Clasificación recursos didácticos	75
Figura 13 Menú principal del recurso virtual	82
Figura 14 Página principal de los Decimales y el Euro	83
Figura 15 Estructura de las unidades trabajadas por el recurso virtual.....	84
Figura 16 Respuesta al reto 1, escritura de decimales finitos, fase de exploración	105
Figura 17 Respuesta al reto 2, lectura de números decimales finitos en Bloques de Dienes, fase de exploración	106
Figura 18 Respuesta al reto 3, escritura en lenguaje formal de decimales finitos, fase de exploración.....	106
Figura 19 Respuesta al reto 4 centésimas, fase de exploración	107
Figura 20 Respuesta al reto 5 milésimas, fase de exploración	107
Figura 21 Respuesta al reto 4 fracción decimal, fase de exploración	108
Figura 22 Respuesta al reto 5 parte entera y decimal, fase de exploración	108
Figura 23 Respuesta al reto 4 coloca coma en la fracción, fase de exploración.....	109
Figura 24 Respuesta al reto 4 incompleto o sin realizar, fase de exploración	109
Figura 25 Respuesta al reto 5 incompleto o sin realizar, fase de exploración	110
Figura 26 Dificultad en la representación gráfica de números decimales finitos. Reto 1. Fase de indagación	113
Figura 27 Error en la lectura y escritura de decimales finitos en el ábaco. Reto 3. Décimas. Fase de indagación	113
Figura 28 Error de ubicación de decimales finitos en el ábaco. Reto 4. Décimas. Fase de indagación	114
Figura 29 Error de lectura y escritura de decimales finitos en la cuadrícula. Reto 1. Centésimas. Fase de indagación.....	114
Figura 30 Dificultad en la representación gráfica de centésimas. Fase de indagación	115
Figura 31 Error en la lectura y escritura de decimales en el ábaco hasta las centésimas. Reto 3. Fase de indagación.....	115

Figura 32 Error en la lectura y escritura de decimales en el ábaco hasta las milésimas. Reto 2. Fase de indagación	116
Figura 33 Dificultad en la representación gráfica de centésimas en el ábaco. Reto 4. Fase de indagación	116
Figura 34 Dificultad en la representación de milésimas en la recta numérica. Reto 1. Fase de indagación	117
Figura 35 Obstáculo de representación de decimales finitos hasta las milésimas en el ábaco. Reto 3. Fase de indagación.....	117
Figura 36 Obstáculo de densidad en el redondeo de decimales finitos. Reto 2. Fase de indagación	118
Figura 37 Error en la conversión de decimales a fracción decimal en la suma. Reto 2. Exploración suma y resta de decimales finitos	121
Figura 38 Error en la solución de sumas y restas con decimales finitos. Reto 2. Exploración suma y resta de decimales finitos	122
Figura 39 Error en la lectura y escritura de decimales finitos en el cuadro posicional. Reto 3. Exploración suma y resta de decimales finitos	122
Figura 40 Error en el reconocimiento del cero en las fracciones decimales. Reto 2. Exploración suma y resta de decimales finitos.....	123
Figura 41 Error en el reconocimiento del cero en la suma y resta de decimales. Reto 3. Exploración suma y resta de decimales finitos	123
Figura 42 Error en el posicionamiento de la coma en la fracción decimal. Reto 1. Exploración multiplicación de decimales finitos	126
Figura 43 Error en la escritura de decimales en el resultado de la multiplicación. Reto 2. Exploración multiplicación de decimales finitos.....	126
Figura 44 Error en la solución de divisiones con decimales finitos. Reto 1. Exploración división de decimales finitos.....	127
Figura 45 Error en la solución de sumas y restas con decimales finitos en el recurso virtual. Reto 1. Indagación operaciones con decimales finitos.....	129
Figura 46 Error en la solución de multiplicaciones de decimales finitos en el recurso virtual. Reto 3. Indagación operaciones con decimales finitos.....	130
Figura 47 Error en el reconocimiento del cero en las restas con decimales en el recurso virtual. Reto 1. Indagación operaciones con decimales finitos	130
Figura 48 Error en la solución de sumas en la recta numérica. Reto 2. Indagación operaciones con decimales finitos.....	130
Figura 49 Error en la representación de resultados de las multiplicaciones de decimales en el ábaco. Reto 4. Indagación operaciones con decimales finitos.....	131
Figura 50 Error en la representación de resultados de las divisiones de decimales en el ábaco. Reto 5. Indagación operaciones con decimales finitos	131
Figura 51 Dificultad en la densidad en el orden de decimales finitos. Pregunta 1. Test 1. Síntesis números decimales finitos.....	134
Figura 52 Dificultad en el redondeo de decimales a la centésima. Pregunta 10. Test 1. Síntesis números decimales finitos.....	134

Figura 53 Dificultad en el reconocimiento de la densidad entre dos decimales finitos. Pregunta 9.	
Test 1. Síntesis números decimales finitos	135
Figura 54 Error en la precisión de las soluciones a restas con decimales. Pregunta 12. Test 2.	
Síntesis números decimales finitos	135

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Coherencia horizontal de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para los números decimales finitos.....	52
Tabla 2 Coherencia Vertical de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para los números decimales finitos.....	54
Tabla 3 Ciclo de aprendizaje de las matemáticas para el componente de número en estudiantes de grado quinto, fase 3.....	61
Tabla 4 Ciclo de aprendizaje de las matemáticas para el componente de número en estudiantes de grado quinto, fase 4.....	63
Tabla 5 Cuadro comparativo entre la enseñanza de las matemáticas según el MEN y el IB.	65
Tabla 6 Cuadro comparativo entre el IB y la enseñanza para la comprensión.	67
Tabla 7 Planeación Institucional Liceo los Alpes para la enseñanza de las matemáticas en el componente de Número, en las unidades de indagación 2 y 3.	69
Tabla 8 Planeación del componente de número a través del Backward Design.....	93
Tabla 9 Planeación desde la enseñanza para la comprensión año 2014 - 2015.....	95
Tabla 10 Planeación desde la enseñanza para la comprensión año 2015 - 2016.....	97
Tabla 11 Resumen de intervenciones con estudiantes para la enseñanza de los decimales finitos.	102

RESUMEN

Las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de los números decimales finitos han sido estudiadas a lo largo del tiempo desde diferentes perspectivas e investigaciones didácticas.

En este trabajo de grado se muestra una sistematización de experiencias acerca de la enseñanza de los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales al incorporar un recurso manipulativo y virtual, dando a conocer los errores, dificultades y obstáculos que se pueden presentar en los estudiantes dentro de proceso de aprendizaje. Esta experiencia se aplicó a los estudiantes de grado Quinto del Liceo los Alpes, colegio que se encuentra bajo el contexto del Bachillerato Internacional.

Para ello, se diseñaron unas fichas de actividades enmarcadas bajo la enseñanza para la comprensión, estructuradas con cuatro ideas claves: tópicos generativos, meta de comprensión, desempeños de comprensión (exploración, indagación, síntesis) y evaluación continua, las cuales fueron aplicadas a los estudiantes en distintos momentos dentro de las unidades de indagación dos y tres, y posteriormente fueron analizadas bajo unos criterios que abarcan los errores, dificultades y obstáculos más frecuentes en la enseñanza de los decimales finitos.

Palabras Claves: Números decimales finitos, enseñanza para la comprensión, recursos didácticos, Bachillerato Internacional, sistematización de experiencias.

INTRODUCCIÓN

Desde hace 4 años he estado trabajando con estudiantes de grado quinto del Liceo los Alpes en la enseñanza de los números decimales finitos, haciendo uso de múltiples estrategias y recursos para lograr un aprendizaje en los estudiantes.

El Liceo los Alpes se encuentra enmarcado bajo el Bachillerato Internacional, por lo cual posee una metodología distinta a la que desarrollan la mayoría de los colegios privados de la ciudad de Cali, trabajando el área de matemáticas desde lo que exige el programa y lo dado por el Ministerio de Educación Nacional, así mismo dentro de esta metodología a lo largo de estos años se han implementado dos formas de planeación, el “Backward Design” y la enseñanza para la comprensión desde el 2014, el cual es un método planteado por el Proyecto Cero de Harvard que permite hacer visible el pensamiento de los estudiantes, comprendiendo cada uno de los conocimientos que se les brinda, apropiándolos a su vida cotidiana..

La enseñanza de los números decimales finitos se ha mostrado a lo largo de la historia como un conjunto numérico que presenta dificultad en los estudiantes en aspectos como: la lectura, la escritura, el valor posicional, el orden, la densidad y el trabajo con las operaciones, catalogándose como una dificultad que parte de errores y obstáculos que se consolidan en los estudiantes a lo largo de su aprendizaje en la escuela, como lo mencionan Centeno (1988), Broitman, Iztovich y Quaranta (2003) en sus investigaciones.

Así mismo, se ha observado que algunas de estas dificultades, errores y obstáculos se presentan como una extensión del aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal (SND), teniendo en cuenta que los estudiantes generalizan propiedades del conjunto de números Naturales y la extienden al conjunto de los decimales finitos, dado que han venido trabajando este conjunto numérico de manera implícita desde el grado cuarto al trabajar las conversiones entre unidades de medida.

La enseñanza de los números decimales finitos puede presentarse y enseñarse desde diferentes contextos, como lo son:

- **Contexto de la numeración:** se trabaja desde la prolongación del sistema de numeración en base diez, dándole a cada una de las cifras un valor relativo que es el valor de orden de la unidad, siendo cada una de estas diez veces el valor del orden de unidad de la cifra inmediata de su derecha, o la décima parte del valor de orden de unidad de la cifra inmediata de su izquierda. La coma decimal aparece para poder distinguir aquellas cifras que son enteras y aquellas que son decimales.
- **Contexto de medida:** Los decimales son contruidos a partir de las unidades y subunidades del sistema métrico decimal. La coma decimal es utilizada para separar la unidad principal de sus subunidades.
- **Contexto de las fracciones decimales:** los decimales se presentan como una nueva forma de escritura de las fracciones decimales de la forma $a / 10^n$, para todo a y n que pertenece al conjunto de los naturales, dado que son todas aquellas fracciones que presentan en su denominador una potencia de base 10, haciendo que los números decimales que se representen sean finitos.
- **Contexto de la ampliación de los campos numéricos:** se usan los números decimales como una extensión de conjuntos numéricos, los números decimales para los números racionales, y las expresiones decimales infinitas no periódicas para los números irracionales (Gómez, 2010, p. 98, 99).

En el enfoque de este trabajo de grado se utiliza el contexto de las fracciones decimales, presentándoles a los estudiantes diversas actividades enmarcadas desde el marco conceptual de la enseñanza para la comprensión, las cuales serán diseñadas para trabajar con los Bloques de Dienes y seleccionadas para el trabajo con el recurso virtual llamado “Los decimales y el Euro”, estas actividades serán analizadas bajo la metodología de la sistematización de experiencias.

La propuesta de sistematizar la experiencia de la enseñanza de los números decimales finitos a los estudiantes de grado quinto, permitirá evidenciar cómo el recorrido de enseñanza a lo largo de los cuatro años anteriores con sus diferentes metodologías y recursos ha brindado aportes y/o limitaciones en el aprendizaje de los estudiantes, así mismo, observar si esta nueva propuesta al plantear diversas actividades con la integración de recursos manipulativos y virtuales permitirá una mejor comprensión sobre el tema, y brinda nuevos elementos para trabajar en el próximo año

lectivo, seleccionando aquellas actividades que lograron cumplir los objetivos y la viabilidad de los recursos, así mismo brindar a los profesores del Liceo los Alpes una forma de sistematizar sus experiencias académicas con el objetivo de brindar una buena enseñanza a los estudiantes.

Este trabajo de grado se organiza de la siguiente manera:

CAPÍTULO I: En este capítulo se da a conocer los principales aspectos del trabajo que lo justifican y lo contextualizan, como lo son la población estudiantil con la que se trabaja, la revisión de los principales referentes teóricos relacionados con el problema, la justificación y planteamiento del problema, y los objetivos que se quieren alcanzar en este trabajo de grado.

CAPÍTULO II: En este capítulo se estructura el marco teórico del trabajo de grado a partir de tres dimensiones la histórica, la curricular y la didáctica, teniendo en cuenta los números decimales finitos y los recursos incorporados para el diseño de las actividades y para abordar la problemática principal.

CAPÍTULO III: En este capítulo se presenta la metodología utilizada, la sistematización de experiencias, planteada por Jara (1994), donde se da a conocer la propuesta de los cinco tiempos, el desarrollo de cada uno de ellos, donde se muestran los objetivos de la sistematización, las experiencias de años anteriores, la recopilación del proceso vivido con los análisis de cada una de las actividades planteadas a los estudiantes teniendo en cuenta las categorías de análisis propuestas, las reflexiones finales con los aportes y limitaciones que se presentaron a lo largo de la sistematización, así como las conclusiones a las que se llegaron y la forma en que se comunicarán los aprendizajes en el Liceo los Alpes.

CAPÍTULO IV: En este se presenta las conclusiones del trabajo a las que se llegaron a través de todo el recorrido de los anteriores capítulos, así como las referencias bibliográficas que se utilizaron y los anexos que presentan las fichas que se trabajaron con los estudiantes de grado quinto a lo largo de todo el proceso de sistematización de experiencias de la enseñanza de los números decimales finitos.

CAPÍTULO I

1. ASPECTOS GENERALES

En el presente capítulo se dará a conocer los principales aspectos del trabajo de grado, los cuales son la base de este, se inicia con el contexto institucional donde se realiza, se muestran las investigaciones que se tomaron como referencia, se plantea la pregunta problema y los objetivos que guían el desarrollo del presente trabajo.

1.1. Contextualización.

En este apartado se presentan las características institucionales y de los estudiantes los cuales son los agentes inmediatos que intervienen en la sistematización de experiencia.

1.1.1. Institucional.

El presente trabajo se desarrolló en el Liceo los Alpes, la cual es una institución privada creada en el año de 1982 por Nora Saavedra de Rubio. Se encuentra enmarcada bajo el contexto del Bachillerato Internacional (IB), con tres programas a lo largo de su educación: Programa de la Escuela Primaria (PEP) desde el año 2012 que abarca desde el grado Kinder 1 hasta grado Quinto, el Programa de los Años Intermedios (PAI) desde el año 2009 que abarca los grados Sexto a Noveno y el Programa del Diploma (PD) desde el año 2016 los grados Décimo y Once. El Liceo actualmente cuenta con 121 estudiantes en la primaria y 230 en el bachillerato y tiene como misión:

Somos una institución que educa con amor a niños y jóvenes plurilingües a través de una propuesta curricular que promueve mentalidad internacional y aprendizaje significativos orientando a sus estudiantes a ser ciudadanos del mundo comprometidos con la excelencia integral, el cuidado ambiental, el compromiso social y el respeto por la diversidad cultural. (Liceo los Alpes, 2017, p. 8)

Así mismo, cuenta con la siguiente visión “Para el año 2021 el Jardín Tía Nora y Liceo los Alpes serán reconocidos a nivel nacional e internacional, como una de las mejores opciones educativas para las familias que buscan formación integral y excelencia académica para sus hijos” (Liceo los Alpes, 2017, p. 8)

Las instalaciones del Liceo se encuentran ubicadas en la Urbanización Menga, al norte de la ciudad de Santiago de Cali. Estas permiten crear el ambiente necesario para el desarrollo de todas las actividades académicas y escolares, pues están dotadas de una gran zona campestre para el

juego y la recreación, salón de arte, salón múltiple, salón audiovisual, salón de tablero interactivo, dos salas de sistemas, amplios salones con aire acondicionado, laboratorio de física y biología, auditorio, dos bibliotecas, zonas deportivas como canchas de tenis, fútbol, baloncesto, voleibol, gimnasio, y cafetería.

El Programa de la Escuela Primaria (PEP) es un marco curricular para estudiantes de 3 a 12 años que los prepara para afrontar los desafíos intelectuales que se les plantean en sus estudios posteriores y en su vida profesional. Este programa se centra en el desarrollo integral del niño y su capacidad de indagación y descubrimiento, tanto en la clase como en el mundo que lo rodea a través del trabajo con los atributos del perfil, actitudes y habilidades transdisciplinarias que se encuentran presentes a lo largo de cada área del conocimiento.

El aprendizaje temprano en el PEP es una experiencia de aprendizaje holístico que integra el desarrollo socioemocional, físico y cognitivo. En el aula PEP, el aprendizaje tiene lugar en entornos dinámicos que promueven el juego, el descubrimiento y la exploración, estos lugares son llamados rincones, en donde los estudiantes encuentran material relacionado a los temas que se están viendo en la unidad de indagación.

El PEP se implementa a lo largo del año escolar a través del desarrollo de seis unidades de indagación que dan respuesta a cada uno de los temas transdisciplinarios que propone el programa, los cuales son:

- *Quiénes Somos.*
- *Dónde nos Encontramos en el Tiempo y el Espacio*
- *Cómo nos Expresamos*
- *Cómo Funciona el Mundo*
- *Cómo nos Organizamos*
- *Cómo Compartimos el Planeta.*

En cada una de las anteriores unidades de indagación se trabajan las áreas obligatorias uniendo las temáticas exigidas por el Ministerio de Educación (MEN) así como las planteadas por el Bachillerato Internacional (IB) para cada uno de los grados de escolaridad que se trabajan en el

colegio. Las unidades de indagación están centradas en ciencias naturales y ciencias sociales, las cuales se articulan en una asignatura denominada Unidad en el marco del IB.

Cada uno de los salones de clase se encuentran ambientados de acuerdo al desarrollo de cada unidad de indagación, teniendo en cuenta 3 rincones, el rincón de unidad, el cual desarrolla el pensamiento desde las áreas de Ciencias y Sociales, rincón de lenguaje y rincón de matemáticas, en donde los estudiantes podrán encontrar material relacionado con los tópicos a trabajar durante las seis semanas. Así mismo, cada uno de estos tópicos se les da a conocer a los padres de familia por medio de un folleto que se realiza para cada área y se comparte a través de la plataforma institucional (Campus Virtual), de la misma manera se socializan dos unidades por año a los padres, donde se realiza una presentación creativa de los aprendizajes de los estudiantes en las diferentes áreas del conocimiento que se relacionen de manera transdisciplinaria con el tópico general que se trabaja desde la asignatura de unidad.

En lo que respecta al área de matemáticas, a lo largo de estas unidades se trabajan cinco componentes en donde se unen las temáticas brindadas por el MEN y lo que plantea el IB para el Programa de la Escuela Primaria, estos se trabajan como:

- *Tratamiento de la Información.*
- *Medición.*
- *Formas y Espacios.*
- *Patrones y Funciones.*
- *Número.*

Cada una de las temáticas que se plantean en estos componentes se trabajan de manera disciplinar o transdisciplinar en una duración de seis semanas.

Este trabajo se enfocó en la enseñanza de los números decimales finitos a partir del desarrollo de las fracciones decimales, el cual se encuentra ubicado en el componente de **Número** y se trabaja en las unidades de indagación 2 y 3, programadas para los meses de octubre, noviembre, diciembre de 2016 y enero de 2017, teniendo en cuenta una planeación que toma en cuenta los elementos de la llamada *Enseñanza para la Comprensión (Teaching for Understanding)*, tomada del proyecto

cero de Harvard, la cual consiste en que la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes sea significativa y su pensamiento se haga visible con apoyo de los maestros que los guían en este proceso.

Este método de planeación abarca tres etapas o fases para el desarrollo del conocimiento en el estudiante en cada una de las áreas, las cuales son: Etapa de exploración (conocimientos previos), Etapa de indagación (consulta en diferentes fuentes), y la Etapa de síntesis (Aplicación de los temas aprendidos por parte de los estudiantes).

1.1.2. Estudiantil.

El presente trabajo de grado se realizó con una población de 16 estudiantes del grado Quinto, 12 niños y 4 niñas, los cuales se encuentran en un rango de edades entre 10 a 12 años, en este grupo se encuentran estudiantes que presentan dificultades en el área de matemáticas y requieren de un trabajo diferenciado con respecto al desarrollo de las actividades que desempeñan en el salón de clases, aunque también se encuentran aquellos estudiantes que presentan un buen nivel en la resolución de problemas.

El primer acercamiento que tuvieron los estudiantes a la temática de fracciones y números decimales se dio en el grado cuarto, la primera desde el trabajo de enseñanza del concepto de fracción, sus partes y operaciones, la segunda en el aprendizaje de las conversiones entre unidades de longitud, es por ello que el trabajo de enseñanza de números decimales se realiza desde la segunda unidad de indagación, teniendo en cuenta las habilidades y dificultades que hayan podido tener durante el aprendizaje de estas temáticas base.

Se realizó una sistematización de experiencias que involucró el diseño y aplicación de diferentes actividades, con el fin de evidenciar aquellos aportes y limitaciones que trae la incorporación del recurso manipulativo (Bloques de Dienes) y virtual, para poder dar cuenta del aporte de este trabajo de grado a la enseñanza de los números decimales finitos con estudiantes de grado quinto.

1.2. Antecedentes.

En esta parte del trabajo se mencionan algunas de las investigaciones que se han realizado con respecto a la enseñanza de los números decimales y la incorporación de los recursos manipulativos (Bloques de Dienes) y virtuales en su enseñanza, los cuales fueron tomados como base para el planteamiento del problema de este:

1.2.1. Enseñanza y aprendizaje de los números decimales.

Para iniciar este apartado se tuvo en cuenta aquellos trabajos que se enfocan en la enseñanza y aprendizaje de los números decimales, con el fin de identificar algunas falencias y habilidades que han tenido los estudiantes con respecto al estudio de este conjunto numérico.

El primer trabajo que se encuentra es de Gómez (2010) denominado “*Concepciones de los números decimales*”, en donde menciona tres contextos en los que se pueden encontrar e implementar la enseñanza de los decimales en la escuela y aquellos que plantean los libros de texto:

1. **Contexto de la numeración:** menciona que cada una de estas unidades es una prolongación de los números naturales con un valor relativo diferente, se introduce la coma decimal para identificar aquellos que son números naturales y aquellos que son inferiores a esta unidad, es decir los decimales.
2. **Contexto de medida:** menciona que los números decimales se construyen a partir de unidades y de subunidades, siendo las primeras los naturales, las segundas los decimales y la coma decimal aquella marca que me permite diferenciar las unidades de las subunidades.
3. **Contexto de las fracciones decimales:** menciona que los números decimales se pueden empezar a trabajar con la noción y construcción de fracciones en base 10.

De los tres contextos planteados por Gómez (2010), para el presente trabajo de grado se optó por el contexto de las fracciones decimales para el diseño y la implementación de cada una de las actividades sobre los números decimales.

El segundo trabajo de referencia es el de Ávila (2013) llamado **“Conocimientos en construcción sobre los números decimales: los resultados de un acercamiento conceptual”**, este es un trabajo de investigación realizado en México sobre cómo se está trabajando los números decimales en el aula de clases y como lo están enseñando los profesores, esto debido a los resultados que observaron en unas pruebas nacionales llamadas EXCALE¹ y ENLACE², así como se evidencia en los programas de educación de este país. Para ello, realizan una investigación en el grado sexto, analizando los estudiantes, su profesora, aplicando una secuencia de actividades y recolectando los resultados que dan a conocer aquellas falencias y fortalezas que tienen los estudiantes en el aprendizaje de los números decimales con respecto al: orden, valor posición, representación gráfica y en recta numérica, y así mismo observar si la metodología propuesta mejora los índices de aprendizaje de los decimales en los estudiantes.

El tercer trabajo es el de Centeno (1988) llamado **“Los Decimales ¿Por qué? Y ¿Para qué?”**, el cual en su capítulo dificultades, errores, conflictos y obstáculos, hace alusión a los errores más frecuentes con respecto al concepto de numero decimal, su escritura y sus operaciones como lo son los errores relacionados con la lectura y escritura de los números (valor de posición), errores relacionados con el cero, errores relacionados con el orden entre decimales y los errores relacionados con las operaciones, mencionando que cada uno de estos errores se pueden encontrar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los decimales en los estudiantes, teniendo como continuidad los conocimientos que ellos tienen de los números naturales. Dichos errores se abordarán de manera más amplia en el marco teórico propuesto en este trabajo.

Un cuarto trabajo es el de Broitman, Itzcovich, y Quaranta, (2003) denominado **“La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad”**, el cual hace alusión a algunos aspectos vinculados al aprendizaje y enseñanza de los números decimales, observando en primera medida las concepciones que tienen los estudiantes sobre éstos a partir de situaciones problema que involucra las operaciones de suma, resta y multiplicación; luego, trabajan el valor posicional en los decimales y por último, realizan un trabajo para observar

¹ EXCALE: Exámenes de calidad y el logro educativo, elaborados y aplicados a muestras nacionales de estudiantes de educación básica por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

² ENLACE: Exámenes Nacionales del Logro Educativo, elaborados y aplicados anualmente por la Secretaría de Educación Pública a todos los estudiantes de educación básica.

el problema de la densidad, dado que ésta es muy diferente a la que se trabaja con los números naturales.

Un quinto trabajo es el documento de Castro (2001) denominado “***Didáctica de las matemáticas***”, el cual en uno de sus capítulos llamado números decimales, menciona los aportes desde los diferentes contextos, contenidos, enfoques, conceptos, representaciones, errores y dificultades que abarca el aprendizaje de los números decimales, así mismo en este documento se menciona la integración de los Bloques de Dienes como una estrategia para el aprendizaje de los decimales.

1.2.2. El papel de los recursos manipulativos y virtuales en la enseñanza de los números decimales.

En este apartado se analizará el papel que juegan los recursos manipulativos y virtuales en la enseñanza de los números decimales y más específicamente el uso de los Bloques de Dienes.

Un primer trabajo que cabe mencionar es el trabajo de grado de Muñoz (2014) llamado “***Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas***”, en donde se hace alusión inicialmente a los primeros impulsores de los materiales manipulativos, mencionando sus principales aportes, críticas y opiniones sobre la implementación de estos en el salón de clases, igualmente muestra el origen y la evolución de los materiales didácticos, haciendo un recorrido desde sus inicios y como se ha ido consolidando a lo largo del tiempo. También muestra las definiciones de recurso didáctico desde diferentes autores, aspecto que se tendrá en cuenta para este trabajo, dado que así mismo se podrá catalogar el recurso manipulativo y virtual que se usará para la sistematización de experiencias. Finalmente, la autora menciona las ventajas y desventajas de la implementación de los recursos manipulativos en el aula de clases, para luego describir cada uno de estos y los contenidos que desarrolla en el área de matemáticas.

Un segundo trabajo es libro no publicado realizado por Garzón, Vega, Pabón, Arce y Castrillón (2013), llamado “***Recursos pedagógicos y enseñanza de la geometría: Una perspectiva al estudio del desarrollo profesional del profesor de matemáticas***”, en donde se presentan los resultados de

un estudio acerca del vínculo que existe entre los recursos pedagógicos y el conocimiento en matemáticas, específicamente en el campo de la enseñanza de la geometría. Este trabajo se encuentra estructurado en cuatro capítulos, el primero muestra la noción de recurso pedagógico en la enseñanza de la geometría, teniendo en cuenta a diferentes autores y mostrando como la implementación de estos son un insumo para los profesores de los primeros y últimos años de escolaridad, con respecto a el área de conocimiento en cuestión; en el segundo capítulo, se muestra un estado del arte acerca de la noción de recurso pedagógico, mostrando un origen y evolución de estos a nivel nacional e internacional, basados en los ámbitos escolares y de investigación; en el tercer capítulo se muestra un análisis para el estudio de los recursos pedagógicos, teniendo en cuenta el contexto, el profesor, las situaciones de enseñanza y la forma en que se interactúa con los estudiantes; en el último capítulo, se habla del trabajo del Laboratorio de Matemáticas del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, como medio para el diseño y uso de diferentes recursos pedagógicos, que sirvan para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Un tercer trabajo es el de Trgalova y Jahn, (2013) denominado ***“Quality issue in the design and use of resources by mathematics teachers”***, en este documento, se aborda la problemática de la utilización de un repositorio específico de los recursos educativos abiertos (REA), específicamente de la plataforma de I2geo. Investiga el impacto de la evaluación de la calidad en el diseño y uso de los recursos de Geometría Dinámica (AGD) por los miembros de la comunidad de i2geo, para determinar los efectos de examinar la calidad de los recursos en las prácticas de los miembros de la comunidad. Aquí se menciona una serie de categorías de análisis para un recurso digital, las cuales se adaptarán para evaluar el recurso virtual que se trabajará en este trabajo de grado.

Un cuarto trabajo es el realizado por el CIER – SUR (2016) en el marco del Observatorio de Innovación Educativa con uso de TIC, quienes realizan una línea del tiempo sobre el origen y el impacto de las políticas de innovación educativa en Colombia desde 1984, presentando diferentes programas para dotar a las instituciones con TIC y las necesidades de formación de los profesores en la integración de dicha tecnología en sus prácticas profesionales, aportando al trabajo ese recorrido a través de los años sobre la creación e implementación de las nuevas tecnologías en las instituciones de Colombia.

1.3. Planteamiento del problema.

Uno de los factores que se tiene en cuenta para el desarrollo del programa curricular para grado quinto, es el tiempo efectivo empleado según la metodología propuesta por el Liceo los Alpes, en este trabajo interesa específicamente realizar una reflexión sobre la enseñanza de los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales para lo cual se tiene en cuenta tres aspectos principales:

- Hacer una revisión a la fundamentación de los números decimales desde su evolución histórica para lograr identificar el tipo de actividades y recursos que se pueden utilizar para una mayor comprensión de este campo numérico por parte de los estudiantes.
- Cómo involucrar dichos hallazgos a la metodología que propone el Liceo los Alpes a partir del diseño y selección de las actividades.
- Cómo optimizar el tiempo que se destina para el estudio de los números decimales en el grado quinto del Liceo Los Alpes.

En cuanto a la *metodología* el Liceo los Alpes ha propuesto desde el año 2012, la implementación del Programa de la Escuela Primaria (PEP) del Bachillerato Internacional (IB), el cual menciona que en el área de matemáticas se debe trabajar bajo el desarrollo de cinco componentes: *Tratamiento de la Información, Medición, Formas y Espacios, Patrones y Funciones, y Número*, los cuales deben ser abarcados en su totalidad durante seis semanas en cada una de las unidades de indagación planteadas por el PEP para el año lectivo.

A lo largo de la enseñanza de los números decimales que se ha dado en experiencias anteriores en el grado quinto del Liceo los Alpes, se ha podido observar que un factor que estuvo relacionado en años anteriores en la enseñanza de los números decimales fue el tiempo, dado que la articulación entre lo que plantea el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y el Bachillerato Internacional (IB), en ocasiones se tornó complejo al abordar todos los tópicos en seis semanas, donde cada tópico se distribuía en una semana con una duración de 5 horas, haciendo que el profesor en el afán de abordarlos todos en su totalidad, no le dé el énfasis necesario para una mejor comprensión y aplicación del tema.

Para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el PEP, desde el año 2014 se integró como metodología de planeación, la denominada *Enseñanza para la Comprensión*, la cual se trabaja con base en el desarrollo de cuatro ideas claves: *tópicos generativos*, *metas de comprensión*, *desempeños de comprensión* y *evaluación*. Las recopilaciones de estas cuatro fases se evidencian en el formato de planeación desde la enseñanza para la comprensión, en cada uno de los cinco componentes que se trabajan en las seis semanas mencionadas anteriormente.

Finalmente, otro aspecto importante es el estudio de las condiciones necesarias para la *comprensión* de los números decimales por parte de los estudiantes, en este aspecto influye el tipo de actividades que se seleccionan para hacer explícita la importancia del manejo de diferentes representaciones, el valor posicional, el orden y las operaciones básicas con los números decimales finitos, pues muchas veces se presentan ya contruidos sin especificar con claridad su origen, su razón de ser y su ámbito de aplicación, luego los estudiantes lo aplican a las situaciones problemáticas con las que se puedan encontrar, esto genera dificultades en el aprendizaje de este campo numérico y más considerando el tiempo en el que se desarrolla este tópico.

En algunas investigaciones se ha evidenciado aquellos posibles errores que pueden presentar los estudiantes frente a la comprensión de los números decimales y que en el desarrollo de este trabajo de grado se identificarán, analizarán y se le tratará de dar solución a través de la implementación de experiencias de aprendizaje haciendo uso de los Bloques de Dienes, los errores más frecuentes y que son identificados por Centeno (1988) en su documento llamado “Los números decimales ¿Por qué? Y ¿Para qué?” se clasifican en cuatro:

- Error relacionado con la lectura y escritura de los números.
- Errores relacionados con el cero.
- Errores con el orden entre decimales.
- Errores relacionados con las operaciones.

Para tratar de minimizar dichos errores se delimitó el estudio a los números decimales finitos, dado que esta clasificación es la que permite representarlo en forma de fracción decimal y puede ser trabajado con materiales manipulativos como los Bloques de Dienes; con el fin de evaluar y

reflexionar sobre el proceso de enseñanza de los números decimales con estudiantes de grado quinto, analizar los posibles factores que imposibilitan su comprensión y realizar una retroalimentación de este. Se realiza una sistematización de experiencias en el Liceo los Alpes incorporando un recurso manipulativo (Bloques de Dienes), y un recurso virtual³ bajo el marco de la enseñanza para la comprensión de los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales.

De acuerdo a lo mencionado anteriormente, a continuación, se presenta la pregunta problema que guiará el desarrollo de este trabajo:

¿Cuáles son los aportes y limitaciones que se evidencian en la enseñanza de los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales, al incorporar un recurso manipulativo y virtual con estudiantes de grado quinto bajo el contexto del Bachillerato Internacional en el Liceo los Alpes?

Esta pregunta de investigación, pretende dar a conocer cómo a partir de una sistematización de experiencias se puede dar cuenta de los aportes y limitaciones de los Bloques de Dienes y un recurso virtual para la enseñanza de los números decimales finitos, a partir de las fracciones decimales al trabajar de manera concreta, gráfica y abstracta, y poder así evidenciar los errores, dificultades y obstáculos que presentan los estudiantes en la comprensión de este campo numérico que han sido reportados por algunos investigadores y que se mantienen en el desarrollo de las actividades propuestas en este trabajo.

1.4. Justificación.

El presente trabajo de grado pretende dar a conocer a través de la metodología de sistematización de experiencias los posibles aportes y limitaciones que presentan los estudiantes de grado quinto del Liceo los Alpes en la comprensión de los números decimales finitos a través de la incorporación de recursos manipulativos y virtuales, teniendo en cuenta la forma de planeación de la enseñanza para la comprensión que se trabaja en la institución.

³ <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html>

Los números decimales se empiezan a implementar en el grado cuarto a partir del trabajo con el sistema métrico decimal (SMD), más puntualmente en las conversiones entre unidades de medida, debido a que estos “números con punto o coma”, como suelen mencionar los estudiantes, son aquellos que se representan en este caso, los centímetros o milímetros que puede medir cierto elemento y que no alcanza a llegar a una cantidad entera. En ese grado se trabajan estos números decimales sin una profundización conceptual como tal, es decir los estudiantes observan estos números con coma, pero no se enfatiza en sus partes, el valor del cero, el valor de posición de sus cifras en la escritura y lectura de los decimales, solamente se realiza un procedimiento de añadir ceros a la derecha cuando se realiza una multiplicación, o se corre la coma cuando se realiza una división en la escalera de conversión de unidades de medida.

Teniendo en cuenta ello, los estudiantes pueden pasar a grado quinto con algunas concepciones de lo que es un número decimal, ocasionando diferentes tipos de errores, dificultades y obstáculos en ellos con relación al uso y escritura de los decimales, así mismo el trabajo con las fracciones es otro factor importante para la implementación de los decimales finitos en el aula, dado que si ellos logran obtener un buen desempeño en este campo, se puede empezar el trabajo a partir de las fracciones decimales.

Los errores, dificultades y obstáculos mencionados por diferentes autores como Ávila (2008), Centeno (1988), Broitman, Itzcovich y Quaranta (2003), pueden estar presentes en el aprendizaje de los números decimales en los estudiantes, creándoles barreras y confusiones, debido a que ellos en primera medida deben identificar que los números decimales son una extensión de números los naturales y que su estructura, así como sus propiedades cambian en diferentes aspectos.

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, el Liceo tenía inicialmente distribuido el tiempo de clases durante seis semanas de la siguiente manera: una semana para cada componente (5 horas de clase) y la última semana de evaluación, a raíz de la problemática que se observó al trabajar una semana cada uno de los componentes, en el presente año lectivo 2016 – 2017 se aumentó una hora y se separaron dos componentes para trabajarlos con mayor énfasis, es por ello que se propuso una redistribución de las horas de clases para el área de matemáticas en grado quinto de la siguiente manera:

Tratamiento de la información (1 hora semanal)

Formas y Espacios (1 hora semanal)

Medición, Patrones y Funciones, Número (4 horas semanales)

Con esta distribución horaria de matemáticas, para el componente tratamiento de la información, así como para el de formas y espacios se tienen 6 horas de clase para su desarrollo, mientras que para los otros tres componentes restantes se tienen 24 horas de clase, es decir 8 horas para cada uno, lo cual permite trabajar de manera más clara cada uno de sus tópicos.

A pesar de la redistribución del tiempo para cada uno de los componentes, se considera pertinente explorar todas aquellas estrategias que le permitan al estudiante un aprendizaje significativo de los tópicos y optimizar el tiempo destinado para ello, dado que este puede ser uno de los factores que afecte el aprendizaje de los números decimales finitos en los estudiantes.

El aporte de este trabajo es mostrar a la comunidad de docentes del Liceo Los Alpes los registros escritos y visuales que se tomaron de la sistematización de experiencias con los estudiantes de grado quinto en la enseñanza de los números decimales finitos, para así retomar la metodología de las clases de matemáticas y pensar nuevas estrategias de llevar a cabo el desarrollo de los diferentes componentes en cada uno de los grados de escolaridad en los que se trabaja el PEP, fortaleciendo la enseñanza para la comprensión con ayuda de recursos manipulativos y virtuales, para que así la institución alcance un buen nivel en el área.

Se espera que la información recolectada en la experiencia, las conclusiones a las que se lleguen y la socialización que se realice de los aspectos relevantes, aporten a la transformación de las prácticas de clase y sean útiles para otros docentes en contextos similares. Igualmente, es importante reconocer que la sistematización de experiencias puede potenciar y mejorar la actitud crítica y reflexiva de las decisiones tomadas en el aula de clases por parte del profesor, de acuerdo a las necesidades institucionales.

1.5. Objetivos.

1.5.1. Objetivo General

Identificar los aportes y limitaciones de la incorporación de un recurso manipulativo y virtual en la ejecución de actividades con estudiantes de grado quinto con respecto a la enseñanza de los números decimales finitos.

1.5.2. Objetivos Específicos.

- Fundamentar actividades para la enseñanza de los números decimales finitos al incorporar un recurso manipulativo y virtual.
- Identificar los tipos de errores, dificultades y obstáculos que presentan los estudiantes de grado quinto en el aprendizaje de los números decimales finitos.
- Sistematizar una experiencia de enseñanza de los números decimales finitos al incorporar un recurso manipulativo y virtual con estudiantes de grado quinto bajo el contexto del Bachillerato Internacional.

Para dar cuenta del alcance de los objetivos propuestos se fundamentará la propuesta desde la evolución histórica de los recursos y de los números decimales, la importancia de la incorporación de recursos en el aula de clase para la enseñanza de las matemáticas, la organización curricular y metodología implementada en el Liceo Los Alpes.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

El interés de este trabajo de grado es el de identificar aquellos aportes y limitaciones que se presentan en la incorporación de un recurso manipulativo y virtual en la enseñanza de los números decimales finitos, a través de una sistematización de experiencias de actividades basadas en la enseñanza para la comprensión en el contexto del Bachillerato Internacional.

Para tal propósito se tomaron en cuenta diferentes referentes teóricos tales como: una evolución histórica de los materiales manipulativos y del concepto de números decimales, un acercamiento curricular y una aproximación didáctica, las cuales sirvieron de base para el diseño de cada una de las actividades implementadas con los estudiantes, así como para su análisis a lo largo de la sistematización. A continuación, se inicia con la dimensión histórica.

2.1. Dimensión Histórica.

En este apartado se presentará la evolución histórica de los recursos manipulativos y virtuales, específicamente de aquellos destinados para el estudio de los números decimales, así como la evolución de la representación y definición de los números decimales finitos.

2.1.1. Evolución histórica de los materiales manipulativos.

En primera medida se habla de materiales manipulativos físicos, el cual comienza su recorrido histórico desde los siglos XVII y XVIII con aportes de Comenius (1952), quien menciona que:

No hay que describir los objetos, sino mostrarlos. Es preciso mostrar todas las cosas, en la medida en que sea factible a los sentidos correspondientes; que el alumno aprenda a conocer las cosas visibles por la vista, los sonidos por el oído, los olores por el olfato...

Un segundo aporte a la historia lo realiza el autor Rousseau en su libro Emilio, quien menciona que el aprendizaje se realiza a través de la experimentación y debe realizar una educación sensorial, es decir:

Antes de la edad de la razón, el niño no percibe ideas, sino imágenes. Siendo sus sensaciones los primeros materiales de su conocimiento, ofrecérselas en un orden

conveniente es preparar su memoria... aprende a sentir mirando, palpando, escuchando, y sobre todo comparando la vista con el tacto...

Estos dos anteriores aportes fueron tomados como base para las contribuciones al campo de los franceses Jean Itard y Edoard Séguin, los cuales desarrollaron un método con el trabajo de materiales didácticos, el cual fue aplicado a estudiantes con limitaciones auditivas, haciendo uso de materiales adecuados a este contexto, llevando a cabo lo que ellos llamaron, *educando con los sentidos*.

Siguiendo en esta misma línea histórica se encuentra Friedrich Froébel, quien aporta un trabajo denominado dones, el cual consiste en un material didáctico que se encuentra distribuido por cajas, donde cada una de estas cajas está distribuida de acuerdo a aquellos materiales que los estudiantes irán haciendo uso a medida que los vayan reconociendo. (González, 2010, p. 2)

Un nuevo aporte se da a cargo de María Montessori, la cual implementa el uso de materiales didácticos como las regletas de distintos tamaños, material para el trabajo de los sistemas de numeración y materiales para el trabajo de la geometría, el aporte que realiza ella está basada en el trabajo de Séguin, en la forma de clasificar estos materiales según una finalidad y uso concreto. (González, 2010, p. 2)

En este mismo sentido aparecen los materiales como las varillas móviles, los geoplanos y los geoespacios, los cuales fueron aportes de la metodología de la construcción del conocimiento matemático dada por Emma Castelnuovo. (González, 2010, p. 2)

Teniendo como base todos los aportes anteriormente mencionados, aparece el autor Luis Puig, quien retoma todos estos y los pone en práctica en la enseñanza de las matemáticas a través del trabajo con materiales didácticos, la resolución de problemas y sus aplicaciones prácticas al campo de las matemáticas.

En general, la aparición de los materiales manipulativos a lo largo del tiempo ha recogido valiosos aportes de diversos autores, investigadores y filósofos que se han interesado por el tema,

dando una nueva perspectiva y ayuda para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, adicional al tradicional lápiz y papel, permitiéndole a los estudiantes aprender de una manera distinta, dinámica y sirviendo de aporte a los profesores para complementar sus clases, haciendo uso de diversos materiales, teniendo en cuenta que este cumpla con un objetivo claro, debido a que, más que la cantidad, es la organización de un material, variado, estimulante, visible y al alcance de las manos infantiles, lo que va a determinar su integración con los demás componentes del currículo y por tanto el éxito del proceso docente educativo. (Concepción, 2006, p. 12).

Razón por la cual para este trabajo interesa conocer los materiales manipulativos que se pueden incorporar para la enseñanza de los números decimales.

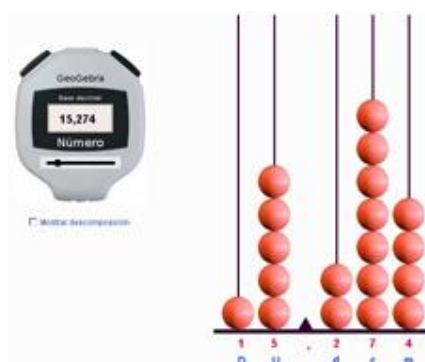
2.1.2. Materiales manipulativos para el estudio de los números decimales.

A lo largo del tiempo diferentes matemáticos e investigadores han elaborado diferentes tipos de material didáctico, dándole diferentes usos de acuerdo a la temática que quieren abordar a través de este, en el caso de la enseñanza de los números decimales se presentan los siguientes materiales:

2.1.2.1. Ábaco.

Es un material que es utilizado para la representación y cálculo de las operaciones básicas desde el sistema de numeración decimal, este consta de diferentes representaciones que son utilizadas con distintas finalidades, en el caso de los números decimales se trabaja con el ábaco abierto, el cual está compuesto por una serie de varillas verticales, donde cada una de estas toma un lugar o un valor de posición y representa una cantidad numérica decimal, teniendo en cuenta la parte entera y decimal, la cual es identificada por la cantidad de arandelas o bolitas que se encuentran en cada una de estas varillas. El valor posicional que se tenga en cuenta en este material depende de lo que se trabaje con los estudiantes, dado que la parte entera puede constar de unidades, decenas y centenas, y la parte decimal puede constar de décimas, centésimas y milésimas, la cual se irá observando de acuerdo a la cantidad de cifras numéricas que deban representar a través de este.

Figura 1 Representación números decimales finitos en el ábaco

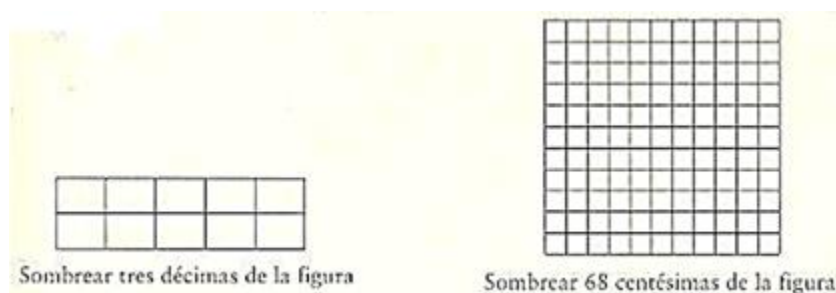


Ministerio de educación, cultura y deporte. Proyecto Gauss. [Imagen].
Recuperado de marzo 26 de 2017

2.1.2.2. *Papel cuadriculado.*

Permite a los estudiantes realizar diversas actividades con números decimales desde el significado de la parte – todo de las fracciones, este material se realiza teniendo en cuenta la cifra numérica que se quiere representar, dado que dependiendo de ello se realiza el fraccionamiento, es decir, si se trabaja con números hasta las décimas, se realiza un fraccionamiento de 10 unidades, si se trabaja con centésimas se trabaja con un fraccionamiento de 100 unidades, como se muestra en la siguiente figura:

Figura 2 Uso del papel cuadriculado en la representación de números decimales finitos.



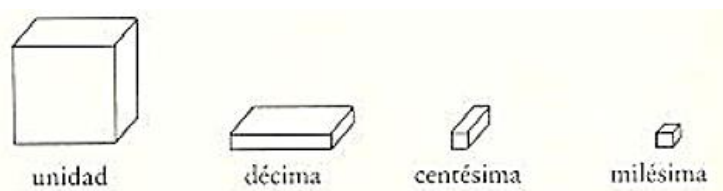
Castro, E. (2001), p. 327

2.1.2.3. *Bloques Multibase de Dienes.*

Fue creado por el matemático Zoltan Dienes y está compuesto por una serie de bloques que son utilizados de acuerdo al número desde el sistema numérico correspondiente, por ejemplo, en el caso de los números naturales toman el valor de unidades, decenas, centenas y unidades de mil.

En el caso de los números decimales pasa a tomar un significado, donde el cubo representa la parte entera del número, la placa representa las décimas, la barra representa las centésimas y el cubito representa las milésimas. Este material también le permitirá trabajar los números decimales desde las fracciones decimales, permitiéndoles representar números, hacer equivalencias y realizar operaciones con ellos.

Figura 3 Valor posicional de los números decimales finitos representados en los Bloques de Dienes



Castro, E. (2001), p. 326

Para el presente trabajo se escogió como material manipulativo los Bloques Multibase de Dienes debido a que permite construir y representar de forma concreta un número decimal finito desde el concepto de fracción decimal, tomando el cubo como unidad y los otros bloques como partes de la unidad, cada bloque del material hace énfasis en el valor posicional y la manipulación de dichos bloques facilita la realización de las operaciones de suma y resta con los números decimales finitos representados.

2.1.3. Evolución de los manipulativos virtuales.

Dentro de la conceptualización de material didáctico, se encuentran los materiales manipulativos virtuales, los cuales son aquellos que permiten ver desde otra perspectiva los manipulativos físicos, dado que este permite manipular desde un ordenador aquel material con el que se ha tenido contacto manual, este tipo de material es utilizado por el estudiante como un apoyo en su aprendizaje, llevando a cabo unos objetivos específicos dados por el profesor para el desarrollo de una actividad puntual en el salón de clases con respecto al tema abordado.

En el contexto colombiano se ha podido observar una trayectoria en el uso de plataformas y recursos virtuales a lo largo de los años, el Observatorio Colombiano de Innovación Educativa con Uso de TIC realiza una línea de tiempo sobre el origen y el impacto de estos, denominado “Política

de Innovación Educativa en Colombia” CIER – SUR (2016), esta línea abarca desde el año 1984 hasta la actualidad cada uno de los principales programas y documentos que se crearon en Colombia sobre la innovación y tecnología, los cuales se mencionan a continuación:

- Decreto 2647 sobre Innovación Educativa (1984).
- Colombia: al filo de la oportunidad (1996).
- Computadores para Educar (1999).
- Decreto 2324 sobre los Programas de la Agenda de Conectividad (2000).
- Plan sectorial (2002 - 2005).
- Programa Nacional de Uso de Medios y TIC (2003).
- Portal Educativo Colombia Aprende (2004).
- Plan Sectorial (2006 - 2010).
- Plan Nacional Decenal de Educación (2006 – 2016).
- RENATA (2007).
- Política Nacional de Competitividad y Productividad (2008).
- Ruta de Apropiación de TIC en el Desarrollo Profesional Docente (2008).
- Ley de Ciencia y Tecnología 1286 (2009).
- CONPES 3670 (2010).
- Plan Sectorial de Educación (2010 – 2014).
- Vive Digital (2010).
- Centros de Innovación Educativa Regionales (CIER). (2010).
- Recursos Educativos Digitales Abiertos (2012).
- Competencias TIC para el Desarrollo Profesional Docente (2013).
- Se ponen en marcha los Centros de Innovación Educativa Regionales (CIER). (2014)
- Sistema Nacional de Competitividad, Ciencia, Tecnología e Innovación (2014).
- Observatorio Colombiano de Innovación Educativa (Actual).

El desarrollo presentado anteriormente muestra el esfuerzo y los distintos programas que se han implementado en Colombia con el fin de cambiar las prácticas de enseñanza a partir de la formación de profesores y la integración de TIC en las aulas. Esta es una de las razones por la cual es importante sistematizar experiencias de enseñanza que integren TIC.

En este mismo sentido el acceso a los diferentes recursos virtuales a través de distintas plataformas especializadas permite a los profesores incorporarlos en sus clases, en este caso el recurso virtual escogido para el desarrollo de las actividades, se encuentra en la página web del Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España, la cual es un portal encargado de la integración de las TIC en la escuela y tiene como objetivos:

- Elaboración y difusión de materiales curriculares y otros documentos de apoyo al profesorado, el diseño de modelos para la formación del personal docente y el diseño y la realización de programas específicos, en colaboración con las Comunidades Autónomas, destinados a la actualización científica y didáctica del profesorado.
 - Elaboración y difusión de materiales en soporte digital y audiovisual de todas las áreas de conocimiento, con el fin de que las tecnologías de la información y la comunicación sean un instrumento ordinario de trabajo en el aula para el profesorado de las distintas etapas educativas.
 - La realización de programas de formación específicos, en colaboración con las Comunidades Autónomas, en el ámbito de la aplicación en el aula de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
 - El mantenimiento del Portal de Recursos educativos del Departamento y la creación de redes sociales para facilitar el intercambio de experiencias y recursos entre el profesorado.
- (Recuperado de <http://educalab.es/intef/introduccion>)

Dentro de este portal se encuentra el “Histórico de Recursos”, donde se publican los diferentes documentos para uso de los profesores, los cuales contienen actividades validadas para diferentes temas, en este caso para el tema de los números decimales se encuentra un listado de recursos que sirven para la enseñanza y aprendizaje de este conjunto numérico, entre ellos se encuentra la publicación llamada “Series Matemáticas”, creada por Enrique Hernán, Laura Hernán y Marisa Carrillo, quienes crean una aplicación para los estudiantes de la primaria en la que se abordan los contenidos de la medida, las fracciones y los decimales.

En este trabajo de grado se escogió el recurso virtual llamado “Los decimales y el Euro”, propuesto para la enseñanza de los números decimales finitos.

2.1.4. Los números decimales a lo largo de la historia.

Otro aspecto relacionado con el desarrollo histórico en este trabajo es reconocer la aparición de los números decimales a lo largo de la historia, como resultado de diversos aportes de matemáticos para consolidar su representación en el tiempo hasta llegar a la manera como se estudia en estos momentos. Los aportes de matemáticos europeos y árabes evidencian la formación de los números decimales a través de la escritura de números según su valor posicional, es por ello que cada uno de estos, aportó una manera distinta de representar aquello que les permitiera diferenciar entre la parte entera y la parte decimal de un número y lo que hoy se conoce como “coma o punto decimal”.

La aparición de los números decimales a partir del punto decimal se basó en dos principios: el principio de valor de posición, al dar a cada una de las cifras que conforman el número un valor de acuerdo al lugar que ocupaban tanto en su parte entera como la decimal; el segundo principio es como la extensión de posición a la escritura de números menores que la unidad, dado que se vio la necesidad de darle un nombre y una representación a aquellos números que no se encontraban dentro del campo de los naturales o enteros. A continuación, se muestra un recorrido histórico dado por diferentes autores como Ávila y García (2008), acerca de la evolución de los números decimales:

2.1.4.1. *Al – Uglidisi y Al – Kasi.*

Las dos primeras nociones al número decimal lo realizaron los matemáticos Al-Uglidisi y Al-Kasi, el primero en el siglo X utiliza las fracciones decimales con una notación muy similar a la que se utiliza en la actualidad, y el segundo quien se auto proclamó el creador de los números decimales, introdujo en sus obras diferentes fracciones compuestas por potencias sucesivas de un décimo, a las que él llamó décimas, segundos decimales, terceros decimales, entre otras siguiendo el valor posicional que ocupaban cada uno de los números, resultando algo muy similar a la notación de los números enteros.

2.1.4.2. *Siglo XVI.*

En el siglo XVI D.C., diferentes matemáticos europeos utilizaban para realizar sus cálculos cotidianos los números fraccionarios con denominador en base 10, conocidas como fracciones decimales:

$$\frac{3}{100}, \quad \frac{25}{10.000}, \quad \frac{748}{10}, \quad \text{etc.}$$

Con este tipo de fracciones, observaron la facilidad con la cual se podían realizar cálculos y operaciones entre ellas, dado que compartían algo en común, el cual era el denominador en base 10:

$$\frac{300}{10.000} + \frac{25}{10.000} + \frac{748.000}{10.000} = \frac{748.325}{10.000}$$

2.1.4.3. *Simón Stevin y Napier.*

Stevin implementó una teoría de las fracciones decimales y su aritmética, la cual tenía como objetivo dejar atrás el efectuar las operaciones haciendo uso de quebrados y representarlo mediante una forma más sencilla, teniendo en cuenta la posición que ocupa cada número, esta teoría fue presentada y llevaba a cabo en un texto publicado en 1585 llamado “De Thiende” o “La Disme”.

En este texto, Stevin propone que a cada uno de los números se le asigne un principio según la posición que este ocupe, empezando por el signo ①, el cual sirve para separar la parte entera de la decimal, a partir de este se comienza a asignar un signo para una de las cifras decimales que componen el número según su posición.

La primera cifra, la cual corresponde a la décima parte de la unidad del principio se le denomina “prima” y es denotada por el símbolo ①, a la décima parte de la unidad de las primas se le denomina “segunda” y se le denota con el símbolo ②, y así se sigue de manera sucesiva para cada una de las cifras. A continuación, se muestra un ejemplo en el cual se pone en práctica la teoría que aplicó Stevin:

$$3①7②5③9④$$

Según ello, este número representa 3 primas, 7 segundas, 5 terceras y 9 cuartas, donde se puede observar que para cada una de las cifras decimales por las que está compuesto este número se le denota con un símbolo, el cual, si se observa desde la perspectiva de las fracciones decimales, está haciendo alusión al siguiente número:

$$\frac{3}{10} \quad \frac{7}{100} \quad \frac{5}{1000} \quad \frac{9}{10000} \quad \text{que hacen} \quad \frac{3759}{10000}$$

Esta representación dada por Stevin fue utilizada en diferentes lugares del mundo, pero Jost Burgui (1552-1632) eliminó esta notación y la sustituyó por el símbolo (°) en la parte superior para separar las cifras enteras de las decimales, luego de ello Magíni (1555-1617) utilizó el “.” entre las unidades y las décimas, la cual se generalizó en 1616 con una nueva representación planteada por Napier, quien implementó el punto decimal, la cual se empieza a utilizar en el año 1617 como punto o coma decimal, y en Inglaterra en el año 1617 se empieza a utilizar el punto decimal como representación de la separación entre decimales y enteros, mientras que en otros países se sigue trabajando con la coma decimal.

Este punto decimal antes de que Napier la empezará a utilizar había sido propuesto anteriormente por Magini (1555-1617) en su obra “De planistriangulis” del año 1592, y Christoph Clavius (1537-1612) en una tabla de senos publicada en 1593, pero no se le había dado utilidad hasta que Napier 20 años después la retomó para replantear la teoría dada por Stevin sobre la representación de los números y fracciones decimales.

Esta última representación dada por Napier es la que se adoptó de manera definitiva para escribir los números decimales en la actualidad, teniendo en cuenta que esta facilite las operaciones entre fracciones decimales, luego de que se encontrara la manera de representar estas fracciones como números decimales.

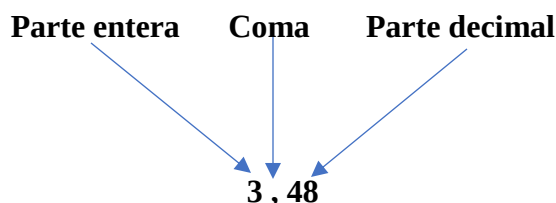
A partir de la conceptualización dada por Napier sobre la representación de los números decimales, se empezó a construir en sí este conjunto numérico como una extensión de los números naturales para representar aquellas cantidades que se encuentran por debajo de la unidad, los cuales pueden ser finitas o infinitas, siendo cada una de ellas una denotación de números racionales e irracionales.

2.1.4.4. Definición actual.

En la actualidad se reconoce la siguiente definición:

La expresión o notación decimal con un número finito de cifras decimales se puede usar en todos los racionales que pueden ser representados por una fracción cuyo denominador es una potencia de diez. Este subconjunto (D) de números racionales (Q) recibe el nombre de conjunto de los números decimales. (Cid, Godino & Batanero, 2003, p. 354)

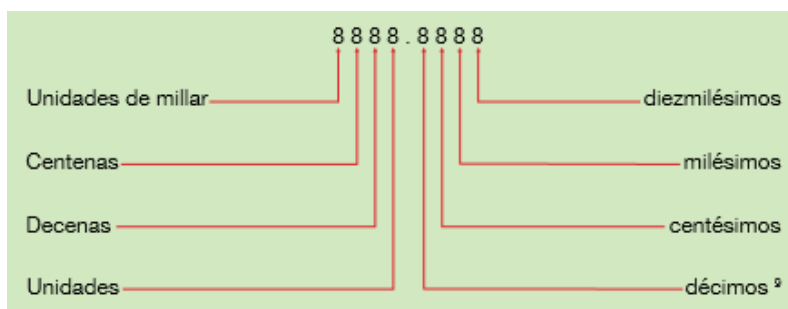
Figura 4 Partes de los números decimales finitos



Como se puede observar en el anterior ejemplo la parte entera se ubica en el lado izquierdo de la coma, mientras que la parte decimal se ubica en el lado derecho, donde cada uno de los números que conforman estas partes posee un valor de posición según la ubicación en la que se encuentre.

La parte entera desarrolla el valor de posición dado por el sistema de numeración decimal (SND), donde cada número puede tomar el valor de unidad, decena, centena, unidad de mil, entre otros de manera creciente con respecto al orden de las unidades en base 10. Por otro lado, la parte decimal evidencia en su valor de posición la parte fraccionada de una unidad, haciendo uso de las potencias de 10, las cuales son llamadas décimas, centésimas, milésimas, entre otras, según la cantidad de cifras que contenga la parte decimal de determinado número, como se puede observar en la siguiente figura:

Figura 5 Valor posicional de los números decimales finitos.



Ávila, A & García, S. (2008), p. 55.

Según la representación anterior se puede decir que los números decimales son todos aquellos números que se pueden representar por medio de fracciones decimales, entendiendo por estas, como todos aquellos números que pueden representarse a través de una fracción donde su denominador es una potencia de 10, en pocas palabras son todos aquellos números que se pueden convertir a fracción decimal, y viceversa, toda fracción decimal se convierta en una expresión decimal.

De acuerdo a lo expuesto por Cid, Godino y Batanero (2003):

La expresión o notación decimal con un número finito de cifras decimales se puede usar en todos los racionales que pueden ser expresados por una fracción cuyo denominador es una potencia de diez. Este subconjunto (D) de números racionales (Q) recibe el nombre de “Conjunto de los números decimales” ($D \subset Q$).

- Se llama número decimal a aquellos racionales que tienen una fracción representante con denominador potencia de 10 (fracciones decimales).
- Todos los números decimales finitos son racionales, pero no todos los racionales son decimales.
- Cualquier racional no decimal se puede expresar en notación decimal, aunque el número de cifras a la derecha de la coma es infinito, con cifras que se repiten. (p. 354, 355)

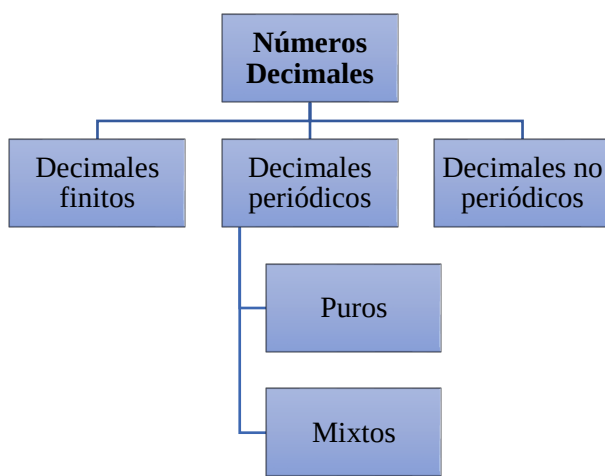
Teniendo en cuenta que dentro de la clasificación de los números decimales se encuentran los decimales exactos o finitos y los decimales periódicos. Donde los primeros son aquellos números que poseen una cantidad limitada de cifras en su parte decimal y su residuo es el número cero, además pueden ser representados a través de fracciones decimales cuando su numerador es una parte entera y el denominador es una potencia de 10. Mientras que los segundos, son todos aquellos números que se pueden representarse por medio de fracciones, no decimales, debido a que la cantidad de cifras decimales que lo componen son infinitas.

Por otro lado, se encuentran las expresiones decimales periódicas y no periódicas, las primeras son aquellos números que se caracterizan por tener un periodo en su parte decimal, este se clasifica en periódicos puros, aquellos que tienen su periodo inmediatamente después de la coma decimal, y periódicos mixtos, cuando su parte decimal comienza con una o más cifras que no se repiten e

inmediatamente esta su periodo. Las expresiones decimales no periódicas son aquellas que no pertenecen al conjunto de los números racionales, dado que su parte decimal se encuentra con infinitas cifras numéricas sin seguir un periodo, lo cual dificulta su representación fraccionaria, es por ello que estos números conforman el conjunto de los números irracionales.

Esta anterior clasificación se puede resumir en la siguiente figura:

Figura 6 *Clasificación de los números decimales*



En este trabajo se retoma la definición de números decimales finitos para ser abordados con los estudiantes de grado quinto a partir de las fracciones decimales al incorporar un recurso manipulativo y un recurso virtual.

Los números decimales poseen varias formas de construcción, entre ellas como una extensión de los números naturales y por la construcción de los racionales, a continuación, se muestra la perspectiva de cada una:

2.1.4.5 Construcción de decimales como extensión de los naturales

Esta construcción según lo expone Centeno (Citado por Sánchez 2012) se realiza de la siguiente manera:

“Una forma de construir los números decimales consiste en encontrar las soluciones de la ecuación $[10^n \cdot x = a]$, y siendo a un número entero y n un número natural. La clase del par (a, n) se escribe $[a/10^n]$, y es el conjunto de todas las fracciones equivalentes a la fracción

$a/10^n$, a las que se le llamara número decimal. Por ejemplo, una solución para la ecuación $100 \cdot x = 6$ es $6/100$, que lleva a la clase del par $(6, 2)$ que pertenece a la clase de equivalencia $[6 / 10^2]$.

Entonces, se tiene que el conjunto de los números decimales, que se denominará con la letra D, es el conjunto de las familias de clases de equivalencia determinada en el conjunto $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ por los representantes de la forma $a/10^n$.

Donde la relación de equivalencia R está definida por:

$(a, n) R (b, p)$ si sólo si $a \cdot 10^p = b \cdot 10^n$ donde a y b son enteros y, n y p son naturales". (p. 29, 30)

2.1.4.6 Construcción de los decimales pasando por la construcción de los racionales.

La segunda perspectiva de construcción de los decimales se hace desde la mirada de los racionales Centeno (citado por Sánchez 2012) plantea que:

“La idea en este caso es la de realizar la construcción por restricción. Es decir, una vez definida la estructura general de los racionales, basta con limitarse a tomar solo una parte de sus elementos, para este caso los decimales son los racionales que pueden escribirse en la forma de fracción decimal. Es decir, de la forma $\frac{a}{10^n}$ con $a, n \in \mathbb{N}$ ". (p. 30)

2.1.4.7 Cambio de representación en los decimales.

En la realización de este trabajo se tienen en cuenta los diferentes cambios de representación de los números decimales, realizando la conversión desde decimales a fracciones y viceversa. Los procesos que se utilizan son los siguientes:

- **De fracción a decimal**

Para realizar la conversión de una fracción a un número decimal se pueden realizar varios métodos, entre ellos se encuentra el realizar la división entre el numerador y el denominador, obteniendo la expresión decimal del cociente entre ellos dos; así mismo, el segundo método se puede realizar cuando es una fracción decimal (denominador potencia de 10) mediante el conteo de cifras y movimiento de la coma.

Para la realización del primer método en el cual se utiliza el algoritmo de la división, se puede tener una fracción decimal o no decimal para aplicarlo como se muestra en el siguiente ejemplo:

Sea el número $\frac{3}{4}$ el cual se desea convertir a decimal mediante la división, a continuación, se describe el procedimiento a seguir:

$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 10}{4 \cdot 10}$	Amplificación por 10 equivalente a Multiplicar por 10
$\frac{30}{4 \cdot 10} = \left(\frac{30}{4}\right) \cdot \frac{1}{10}$	Este proceso se realiza con el fin de buscar que el numerador sea mayor que el denominador, pensando en la noción básica de reparto.
$\left(\frac{4 \cdot 7 + 2}{4}\right) \cdot \frac{1}{10} = \left(7 + \frac{2}{4}\right) \cdot \frac{1}{10}$	Al repartir 30 entre 4 daría 7 y un resto de 2, luego se simplifica.
$\frac{7}{10} + \frac{2}{4 \cdot 10} = \frac{7}{10} + \frac{2}{40}$	En este caso ya se tiene una fracción decimal y faltaría repetir el mismo procedimiento anterior con la fracción $\frac{2}{40}$
$\frac{2}{40} \cdot \left(\frac{10}{10}\right) = \frac{20}{4} \cdot \left(\frac{1}{100}\right) = 5 \cdot \frac{1}{100} = \frac{5}{100}$	Realizando el procedimiento anterior.
$\frac{7}{10} + \frac{5}{100}$	Dando así fracciones decimales.
$0,7 + 0,05$	Convirtiendo la fracción decimal a decimal.
$\frac{3}{4} = 0,75$	Dando así la división.

Tomado de: Propuesta para la Enseñanza de la conversión de números decimales a fraccionarios y viceversa en el conjunto de los racionales, para estudiantes de grado 7 de educación básica (2012)

Al realizar el anterior algoritmo de división entre el numerador y denominador de una fracción se puede tener como resultado un número decimal finito o un número decimal infinito periódico,

en el primer caso, el cual es el objeto de estudio de este trabajo se considera el tener la fracción $\frac{a}{b}$ y al realizar su división se tiene que:

$$\begin{array}{r} a \overline{) b} \\ r \end{array}$$

$c \in \mathbb{N} \text{ y } r = 0$

“Cabe indicar que al nombrar a c en los naturales no se excluye a la c de la representación en decimal, ya que este tiene como cifra periódica en su parte decimal el cero (0). De allí que todo número natural o entero se puede expresar como un decimal con la cifra cero periódica en su parte decimal.

Este caso se da cuando el numerado cabe exactamente n veces en el denominador, es decir cuando $x * a = b$ y x es un número natural.

Esto se da debido a que si el denominador tiene como factor (es) primo (s) al 2 y/o 5, ya que con este se puede llegar a formar potencias de 10. De lo contrario no podrán dar en su residuo cero (0)”. (Sánchez, 2012, p. 32)

El segundo método consiste en la conversión mediante el conteo de cifras y movimiento de la coma, el cual se utiliza solamente para las fracciones decimales, es decir, aquellas fracciones que tienen en su denominador el número cero, para este proceso se tiene un proceso que se muestra a continuación mediante el siguiente ejemplo:

Si se tiene la fracción $\frac{345}{100}$ al convertirla a decimal aplicando los pasos, se tiene que:

1. Escribir el número que se encuentra en el numerador de la fracción.

345

2. Contar la cantidad de ceros que tiene el número que se encuentra en el denominador de la fracción.

Como el denominador es 100, se tiene que hay dos ceros.

3. Correr la coma tantas veces como se repita la cantidad de ceros del denominador.

Como se tienen dos ceros en el denominador se corre la coma dos espacios, dando como resultado 3,45

$$\text{Dando así la conversión de } \frac{345}{100} = 3,45$$

El procedimiento anterior se realiza cuando la fracción dada es decimal, pero se puede presentar el caso en que la fracción no sea decimal, para lo cual se puede realizar la conversión amplificando o simplificando el numerador y el denominador de la fracción, sólo en el caso en que se pueda escribir en forma de fracción decimal, esto se puede identificar mediante la descomposición en factores primos, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Se tiene la fracción $\frac{3}{2}$ la cual no es una fracción decimal, debido a que su denominador no es una potencia de 10, sin embargo, por medio de la amplificación puede haber una posibilidad de convertirla.

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{15}{10} = 1,5$$

Debido a que los números fraccionarios son infinitos se puede tener una gama de posibilidades con respecto a las fracciones que se pueden convertir, pero hay un método para saber cuáles de estas se pueden escribir en forma de fracción decimal, dicho método es la descomposición en factores primos, dado que, si se tiene el denominador con potencias de 10, su descomposición daría en términos de 2 y 5, como se muestra a continuación:

$$10^1 = 5^1 \times 2^1 \quad 10^2 = 5^2 \times 2^2 \quad 10^3 = 5^3 \times 2^3$$

Como se pudo observar todas las potencias de 10 se pueden escribir en términos de 2 y 5 mediante su descomposición en factores primos, dando la siguiente igualdad:

$$10^n = 2^n \times 5^n$$

“Para identificar si una fracción es o no una fracción decimal, se debe descomponer el denominador en sus factores primos y si estos están compuestos únicamente de potencias de 2 y/o 5, estos se pueden convertir a fracciones decimales mediante la amplificación o simplificación” (Sánchez, 2012, p. 34)

- **De decimal a fracción.**

Para realizar la conversión de número decimal a fracción se debe identificar primero el tipo de fracción que se tiene, dado que esta puede ser un decimal finito (no periódico), un decimal periódico infinito o un decimal finito no periódico, en el caso de este trabajo se mostrará la conversión desde un decimal finito.

Para la conversión de decimales finitos a fracción se deben aplicar una serie de pasos, los cuales se muestran en el siguiente ejemplo:

Se tiene el número decimal 2,58 y se quiere convertir a fracción:

1. Se cuenta la cantidad de cifras decimales que se tienen después de la coma en el número.

El número decimal tiene dos números después de la coma.

2. Escribir el número decimal sin coma, el cual será el numerador de la fracción.

258

3. En el denominador de la fracción se coloca el número 1 acompañado de la cantidad de ceros, los cuales son equivalentes al número de cifras decimales que tiene el decimal inicial.

$$\frac{258}{100}$$

Estos anteriores procedimientos de conversión de fracción a decimal, y de decimal a fracción se tuvieron en cuenta para el diseño y selección de las actividades propuestas para los estudiantes de grado quinto.

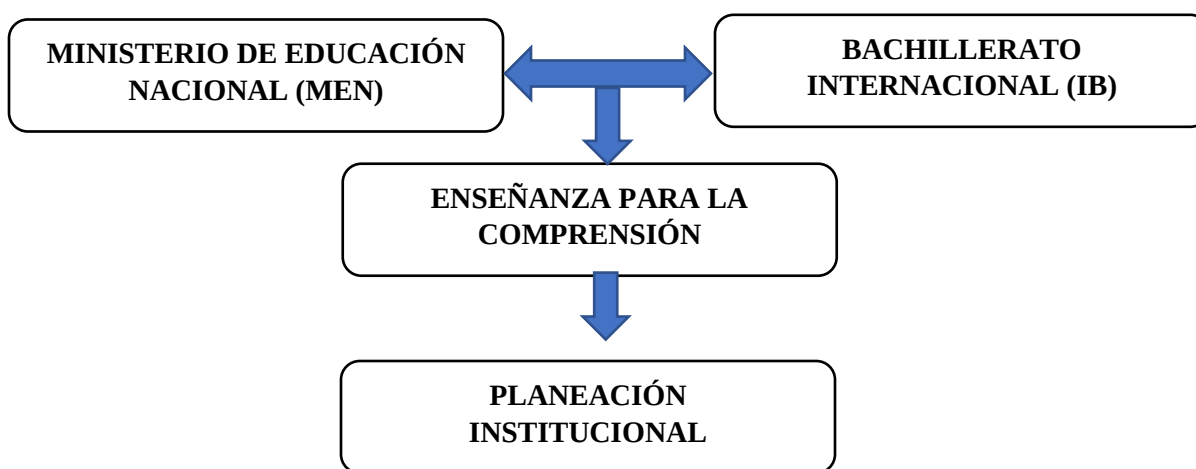
La evolución histórica mencionada anteriormente aporta a este trabajo desde dos perspectivas: por un lado, permitió identificar las fracciones decimales como punto de partida para el diseño de las actividades que se plantearon para cada una de las fases de la enseñanza para la comprensión, debido a que antes de la representación de los decimales como expresión numérica se empleaban las fracciones decimales. Por otro lado, la evolución histórica de los materiales manipulativos permitió identificar criterios de selección y evaluación de recursos manipulativos y virtuales que han sido validados para la enseñanza de los números decimales.

2.2. Dimensión Curricular.

En este apartado se presentarán cada uno de los referentes curriculares que sustentan este trabajo de grado y serán base para la metodología y organización de los tópicos seleccionados en cada unidad de indagación, teniendo en cuenta la articulación que plantea el Liceo desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y el Bachillerato Internacional (IB).

En los diversos documentos curriculares que se evidencian en esta dimensión se muestra el trabajo secuencial a lo largo de los diferentes niveles de escolaridad, teniendo en cuenta la relación entre los documentos nacionales e internacionales para el desarrollo de la metodología de la Enseñanza para la Comprensión, como se muestra en la siguiente figura:

Figura 7 Elementos de la planeación institucional del Liceo los Alpes



A continuación, se describe cada uno de los elementos mencionados en la Figura 7 y que configuran la planeación institucional del Liceo los Alpes:

2.2.1. Ministerio de Educación Nacional (MEN).

En el ámbito nacional se encuentran dos documentos que sustentan la enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles de escolaridad, ellos son los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006).

En el primer documento se menciona la importancia de la comprensión del Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos en los estudiantes en los diferentes niveles de escolaridad, conociendo las relaciones, características y operaciones entre ellos, mencionando que este es un proceso que va gradualmente creciendo a medida que los estudiantes se encuentran en su proceso de enseñanza y aprendizaje, relacionando cada campo numérico con el contexto que los rodea, es decir:

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando a medida que los estudiantes tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. En particular es fundamental la manera como los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, incluyendo cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos. (MEN, 1998, p. 26)

Así mismo, para llevar a cabo cada proceso desde cada uno de los componentes, este documento menciona tres grandes aspectos para la organización del currículo, como lo son los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto, los cuales se muestran en la siguiente figura:

Figura 8 Aspectos para la organización del currículo en matemáticas



Ministerio de Educación Nacional (1998), p. 20.

La figura anterior muestra los tres principales ejes de las matemáticas, de los cuales para el desarrollo de las actividades se tuvieron en cuenta los siguientes elementos:

- Desde los **conocimientos básicos** se trabaja el Pensamiento numérico y sistemas numéricos, puesto que el estudio de los números decimales finitos permite el desarrollo de dicho pensamiento.
- Desde los **procesos** se trabajó la *comunicación y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos*, el primero se evidencia a través de las diferentes representaciones que se trabajaron en las actividades propuestas a los estudiantes y el segundo cuando los estudiantes emplean diferentes estrategias para resolver las operaciones con los números decimales finitos.
- En el **contexto**, se trabajó desde las matemáticas, dado que se involucran algunos aspectos relacionados con la evolución de los números decimales y en particular de los números decimales finitos.

Por otro lado, se encuentran los Estándares Básicos de Competencias los cuales seleccionan algunos de los niveles de avance en el desarrollo de las competencias asociadas con los cinco tipos de pensamientos matemáticos: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional. Así mismo

cada estándar pone el énfasis en uno o dos de los cinco procesos generales de la actividad matemática que cruzan dichos tipos de pensamiento. Los estándares se distribuyen en cinco conjuntos de grados (primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno y décimo a undécimo) para dar mayor flexibilidad a la distribución de las actividades dentro del tiempo escolar y para apoyar al docente en la organización de ambientes y situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo que estimulen a los estudiantes a superar a lo largo de dichos grados los niveles de competencia respectivos y de ser posible ir mucho más allá de lo especificado en los estándares de ese conjunto de grados.

El conjunto de estándares debe entenderse en términos de procesos de desarrollo de competencias que se adquieren gradual e integradamente desde dos perspectivas, la coherencia vertical y la coherencia horizontal. En este trabajo se presenta lo relacionado con la enseñanza de los números decimales finitos de la siguiente manera:

- **Coherencia Horizontal.**

En este punto se observa la relación que tiene el estándar que abarca los números decimales finitos con los estándares de los demás pensamientos matemáticos, en este caso se enfocará en aquellos que se trabajan de los grados cuarto a quinto, que es donde comienza el trabajo de reconocimiento de este conjunto numérico, como lo evidencia en la siguiente tabla:

Tabla 1 Coherencia horizontal de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para los números decimales finitos.

Tipo de pensamiento matemático
Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos ➤ Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes. ➤ Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades. ➤ Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y propiedades.

Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas. ➤ Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos). ➤ Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.
Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos ➤ Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos ➤ Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.
Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos ➤ Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.

Tomado de: Ministerio de Educación Nacional (2006)

En la tabla anterior se muestra una posible articulación del pensamiento numérico con los otros pensamientos, aunque este trabajo está enfocado en el trabajo del pensamiento numérico, el estudio de los números decimales finitos se puede articular con los otros pensamientos de la siguiente manera:

- Desde el Pensamiento Métrico se trabajan todas aquellas conversiones de diferentes magnitudes que abarcan los números decimales finitos, realizando mediciones de longitudes, distancias, superficies, volúmenes, peso, duración de eventos y ángulos, pasando de una unidad a otra a través de las diferentes operaciones.
- Desde el Pensamiento Aleatorio, se trabajan los números decimales finitos desde el cálculo de las medidas de tendencia central en un conjunto de datos.
- Desde el Pensamiento Espacial, se trabaja las figuras bidimensionales al representar las fracciones decimales a través del papel cuadriculado o áreas.
- Desde el Pensamiento Variacional, se trabajan las diferentes representaciones de los números decimales como lo son mediante los Bloques de Dienes, el ábaco, el papel cuadriculado (áreas) y la recta numérica.

En este trabajo la articulación se hace explícita con el pensamiento espacial y variacional puesto que todas las representaciones mencionadas se abordarán en las actividades propuestas a los estudiantes en el recurso virtual.

- **Coherencia Vertical.**

En este punto se muestra cada uno de los conocimientos que adquieren los estudiantes antes y después del aprendizaje de los números decimales finitos, desde cada uno de los niveles de escolaridad dentro del pensamiento numérico, dicha relación se muestra a continuación:

Tabla 2 Coherencia Vertical de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para los números decimales finitos.

Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos	
Conjunto de grados	Estándar básico
Primero a Tercero	➤ Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). ➤ Uso representaciones -principalmente concretas y pictóricas- para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. ➤ Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. ➤ Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques Multibase, etc.)
Cuarto a Quinto	➤ Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes. ➤ Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades. ➤ Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y propiedades.

Sexto a Séptimo	➤ Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida. ➤ Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal. ➤ Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
Octavo a Noveno	➤ Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.
Décimo a Undécimo	➤ Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales.

Tomado de: Ministerio de Educación Nacional (2006)

Los anteriores conocimientos permiten evidenciar como la enseñanza de los números decimales finitos tiene una evolución desde los primeros grados de escolaridad y como los conceptos aprendidos en el grado quinto servirán para la comprensión de otros conceptos y que están siendo aplicados de manera implícita o explícitamente en los años de escolaridad posteriores.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente se presenta una propuesta de enseñanza de los números decimales finitos con estudiantes de grado quinto que permita avanzar en su comprensión al incorporar recursos manipulativos y virtuales.

2.2.2. Bachillerato Internacional (IB).

El Bachillerato Internacional (IB) es una fundación educativa sin ánimo de lucro que fue fundada en el año de 1968, la cual ofrece cuatro programas de educación internacional para estudiantes de 3 a 19 años de edad, el Programa de la Escuela Primaria (PEP) creado en 1997, el Programa de los Años Intermedios (PAI) en 1994, el Programa del Diploma (PD) en 1968 y el Programa de Orientación Profesional (POD) en 2012.

La educación del IB se encuentra centrada en cuatro principales características, como son:

- La enseñanza se encuentra centrada en los estudiantes, ellos son el centro de aprendizaje y los docentes deben ser sus guías en este proceso.
- El desarrollo de enfoques de enseñanza y aprendizaje eficaces desde los puntos de vista de cada uno de los programas de educación internacional que este ofrece.
- Desarrollo de los estudiantes en contextos globales en las diferentes situaciones que se encuentran los estudiantes según su contexto.
- Enfocarse en la enseñanza y aprendizaje de contenidos significativos para los estudiantes y que estos sean puestos en práctica en su vida cotidiana.

La comunidad IB tiene para su comunidad el cumplimiento del siguiente objetivo:

Formar personas con mentalidad internacional que conscientes de la condición que los une como seres humanos y de la responsabilidad que comparten de velar por el planeta, contribuyan a crear un mundo mejor y más pacífico. (Organización del Bachillerato Internacional, 2013, p. 1)

El nombre del Bachillerato Internacional hace alusión a la interacción que tienen cada uno de los miembros que pertenecen a la comunidad a lo largo del mundo, a través de una plataforma llamada “My IB”, en donde cada uno de los profesores que se encuentran en alguno de los programas, tienen la oportunidad de interactuar con materiales creados por otros profesores para ser utilizados en el salón de clases desde las diferentes áreas del conocimiento, permitiendo observar planeaciones de clases, evaluaciones o ideas para trabajar una unidad de indagación a través de actividades validadas, las cuales se encuentran en el siguiente enlace: <https://internationalbaccalaureate.force.com/ibportal/>

El programa que se utilizó en el desarrollo de este trabajo es el de la escuela primaria (PEP), el cual está destinado para estudiantes entre los 3 y 12 años de edad, y está centrado en la indagación desde un marco transdisciplinario, que une a todas las áreas del conocimiento con un fin, el de promover aprendizajes significativos a los estudiantes y puedan ponerlos en práctica en contextos de la vida real a nivel global.

Dentro del PEP se encuentran diferentes documentos que guían la enseñanza de las diferentes áreas del conocimiento, mencionando sus objetivos y formas de implementar en el aula. En este trabajo se toma como base el documento “Secuenciación de Contenidos de Matemáticas, donde se muestran las directrices de cómo debe ser el trabajo de las matemáticas en los colegios que trabajan con el programa, el documento se encuentra estructurado de la siguiente manera:

Parte I: El PEP y el aprendizaje de las matemáticas.

Parte II: Estructura de la Secuenciación de contenidos de matemáticas.

Parte III: Las unidades de indagación y el enfoque matemático.

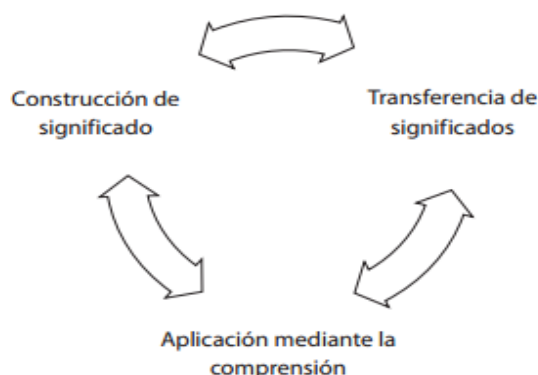
Parte IV: Continuos de aprendizaje.

En la primera parte se menciona la forma en que se trabajan las matemáticas en el PEP y la forma en que los estudiantes la aprenden, evidenciando para ello el trabajo de tres fases de aprendizaje de las matemáticas con los estudiantes de la siguiente manera:

- **Construcción del significado:** Esta primera fase trata sobre cómo se tienen en cuenta los conocimientos y experiencias previas de los estudiantes acerca de una temática, se debe tratar de que ellos tengan la oportunidad de interactuar con diferentes materiales concretos y que se dé una socialización de estas ideas con sus demás compañeros, con el fin de que se conozca lo que saben y la base para seguir con la siguiente fase de aprendizaje en las matemáticas.
- **Transferencia del Significado:** Teniendo en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y las construcciones de significados con ayuda de material concreto, esta fase consiste en transferir estos significados a símbolos, evidenciar en cada una de las temáticas que se trabajen con los estudiantes un sistema de representación que les permita a ellos su comprensión en un lenguaje más matemático.
- **Aplicación mediante la comprensión:** En esta fase los estudiantes aplican los conocimientos adquiridos a lo largo de las dos fases anteriores en situaciones de la vida cotidiana, haciendo uso de los diferentes sistemas de representación y poniéndolos en práctica en la resolución de problemas en los que se ponga en juego el desarrollo del pensamiento matemático. Es decir, aplicar lo aprendido en matemáticas en un contexto real.

El siguiente gráfico muestra como estas tres fases se relacionan una con la otra mediante un ciclo permanente en las clases de matemáticas que se dan en el PEP:

Figura 9 *Ciclo de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes según el IB*



Organización del Bachillerato Internacional. (2009), p. 1

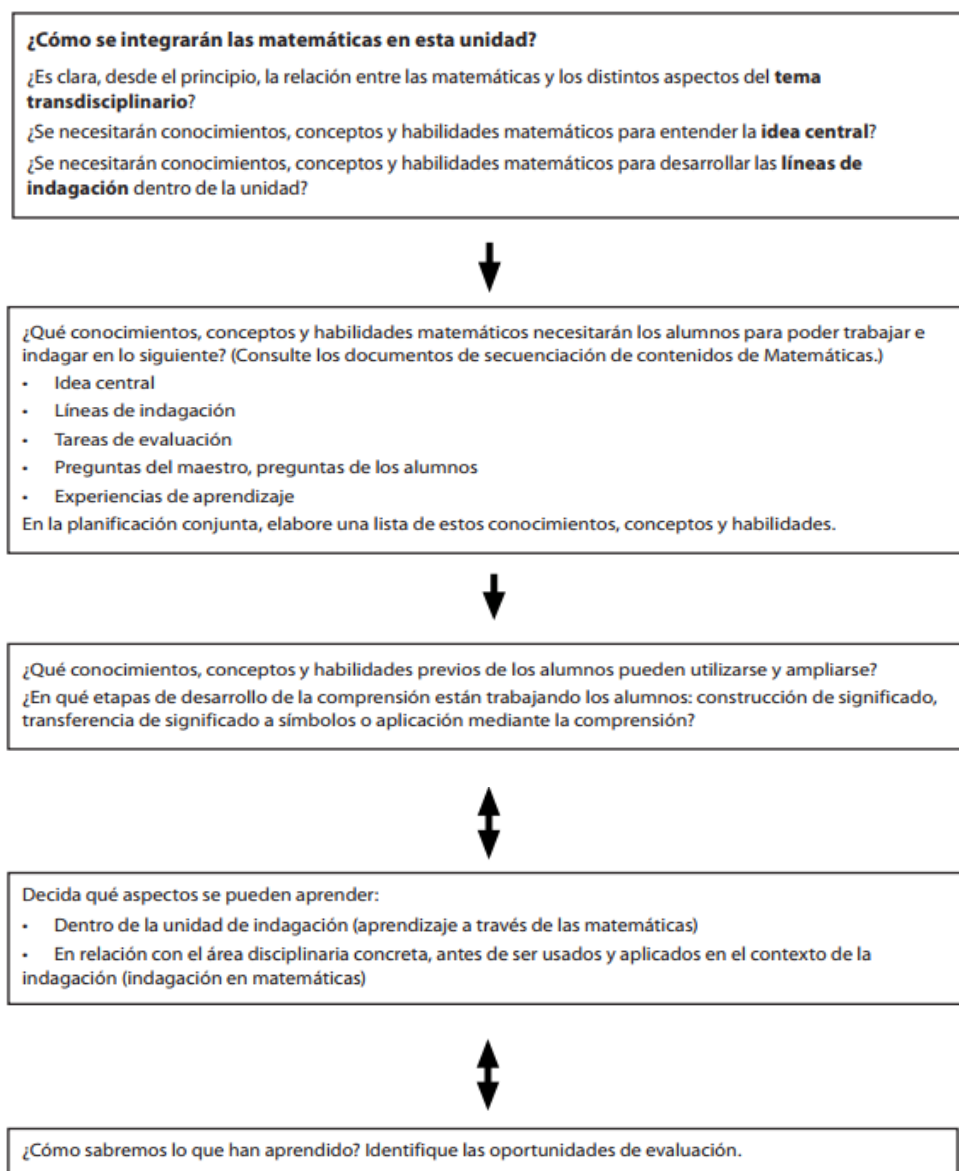
En una segunda parte se presenta la estructura de la secuenciación de contenidos de matemáticas de la siguiente manera:

Este documento de secuenciación de contenidos tiene por objeto ofrecer información a la comunidad escolar sobre el aprendizaje que tiene lugar en el área disciplinaria de Matemáticas. En el PEP entendemos que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso que forma parte del desarrollo del niño, y que las fases que este atraviesa no siempre siguen un orden lineal y no están necesariamente determinadas por la edad. Por este motivo, el contenido se presenta en forma de continuos para cada una de las cinco áreas principales de Matemáticas: tratamiento de la información, medición, formas y espacios, patrones y funciones y números. (Organización del Bachillerato Internacional, 2009, p. 3)

Para cada una de las áreas principales de las matemáticas en el PEP, conocidas como componentes en el Liceo, se tienen en cuenta cuatro fases del desarrollo, donde cada una de ellas complementa a la otra, las cuales se escogen teniendo en cuenta el tema a enseñar y el grado de escolaridad en que se encuentra el estudiante, dado que es un continuo que avanza a medida que ellos aprenden, en estas fases se muestra la comprensión conceptual que el estudiante debe ir adquiriendo a lo largo de las tres fases de aprendizaje de las matemáticas mencionadas anteriormente.

En la tercera parte, el documento muestra cómo la enseñanza de las matemáticas puede realizarse de forma transdisciplinaria, implementando las temáticas de alguno de los cinco componentes de las matemáticas con un contenido desde la unidad de indagación, para que así los estudiantes observen un trabajo fructífero y significativo desde diferentes áreas del conocimiento, para ello se debe tener en cuenta la información general de la unidad, como lo es el tema transdisciplinario, la idea central y las líneas de indagación, para ver así de qué forma se puede incorporar algún componente matemático, como se muestra en la siguiente figura:

Figura 10 *Proceso para abordar la unidad de indagación desde el enfoque matemático*



En la cuarta parte se desarrollan los continuos de aprendizaje que se encuentran para cada uno de los componentes de matemáticas en el PEP, donde cada uno de ellos muestra los objetivos que deberán alcanzar los estudiantes para cada fase del ciclo de aprendizaje de las matemáticas, mencionado anteriormente. En este caso se mencionará el correspondiente al componente de Número, en el cual se encuentra enmarcado el tema de los números decimales finitos.

El componente de número en este documento es definido como: “el lenguaje que permite describir cantidades y relaciones entre cantidades” (Organización del Bachillerato Internacional, 2009, p. 22). Cada una de las fases que trabaja este componente tiene un objetivo o una expectativa general como la menciona el documento, que los estudiantes deben de lograr en el proceso del aprendizaje de las matemáticas, como se muestra a continuación:

- **Fase 1:** los alumnos comprenderán que los números se utilizan con muchas finalidades diferentes en el mundo real. Desarrollarán la comprensión de los conceptos de correspondencia uno a uno (o biunívoca) y conservación de los números, y serán capaces de contar y emplear números en forma de palabras y cifras para representar cantidades.
- **Fase 2:** los alumnos desarrollarán la comprensión del sistema de numeración de base 10 y ejemplificarán, leerán, escribirán, compararán y ordenarán números hasta las centenas o mayores. Recordarán automáticamente sus conocimientos sobre la adición y la sustracción, y serán capaces de sumar y restar números enteros usando el lenguaje matemático adecuado para describir sus estrategias mentales y escritas. Entenderán las fracciones como representaciones de las relaciones entre el todo y las partes, y serán capaces de ejemplificar fracciones y usar sus nombres en situaciones de la vida real.
- **Fase 3:** los alumnos desarrollarán la comprensión de que las fracciones y los decimales son formas de representar las relaciones entre el todo y las partes, y demostrarán esa comprensión ejemplificando fracciones equivalentes y fracciones decimales hasta las centésimas o menores. Serán capaces de ejemplificar, leer, escribir, comparar y ordenar fracciones, y utilizarlas en situaciones de la vida real. Recordarán automáticamente sus conocimientos sobre la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.

Seleccionarán, usarán y describirán una gama de estrategias para resolver problemas que implican el uso de la adición, la sustracción, la multiplicación y la división, mediante estrategias de estimación a fin de verificar si sus respuestas son razonables.

- **Fase 4:** los alumnos comprenderán que el sistema de numeración de base 10 se extiende infinitamente y serían capaces de ejemplificar, comparar, leer, escribir y ordenar números hasta los millones o mayores, así como de ejemplificar números enteros. Desarrollarán la comprensión de las razones. Comprenderán que las fracciones, los decimales y los porcentajes son formas de representar las relaciones entre el todo y las partes, y trabajarán ejemplificando, comparando, leyendo, escribiendo, ordenando y convirtiendo fracciones, decimales y porcentajes. Utilizarán estrategias mentales y escritas para resolver problemas que implican el uso de números enteros, fracciones y decimales en situaciones de la vida real, empleando diversas estrategias para evaluar si sus respuestas son razonables. (Organización del Bachillerato Internacional, 2009, p. 22)

De acuerdo a ello, las siguientes tablas muestran en la fase 3 y 4 los conocimientos que los estudiantes deben llegar a comprender desde las tres fases de aprendizaje, a lo largo de un año lectivo en el área de matemáticas y específicamente en el componente de número:

Tabla 3 Ciclo de aprendizaje de las matemáticas para el componente de número en estudiantes de grado quinto, fase 3.

Fase 3
Comprensión conceptual El sistema de numeración en base 10 puede ampliarse para representar magnitudes. Las fracciones y los decimales son formas de representar las relaciones entre el todo y las partes. Las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división están relacionadas entre sí, y se utilizan para procesar la información a fin de resolver problemas. Incluso las operaciones complejas pueden ejemplificarse de diversas formas, por ejemplo, un algoritmo es una forma de representar una operación.
En la construcción del significado, los alumnos: - Ejemplifican números hasta los millares o mayores usando el sistema de numeración de base 10. - Ejemplifican fracciones equivalentes. - Usan el lenguaje relacionado con las fracciones, por ejemplo: numerador, denominador. - Ejemplifican decimales hasta las centésimas o menores. - Ejemplifican la multiplicación y división de números enteros. - Usan el lenguaje relacionado con la multiplicación y la división, por ejemplo: factor, múltiplo, producto, cociente, número primo, número compuesto. - Ejemplifican la adición y la sustracción de fracciones con denominadores afines.

- Ejemplifican la adición y sustracción de decimales.
En la transferencia de significados a símbolos, los alumnos: - Leen, escriben, comparan y ordenan números enteros hasta los millones o mayores. - Desarrollan estrategias de memorizar nociones relacionadas con la adición, sustracción, la multiplicación y la división. - Leen, escriben, comparan y ordenan fracciones. - Leen y escriben fracciones equivalentes. - Leen, escriben, comparan y ordenan fracciones hasta las centésimas o menores. - Describen estrategias mentales y escritas para la multiplicación y la división.
En la aplicación mediante la comprensión, los alumnos: - Usan números enteros hasta los millones o mayores en situaciones de la vida real. - Aplican en situaciones de la vida real las nociones sobre la multiplicación y división que recuerdan automáticamente. - Usan decimales en situaciones de la vida real. - Emplean estrategias mentales o escritas para multiplicar o dividir en situaciones de la vida real. - Seleccionan un método eficaz para resolver un problema, por ejemplo: estimación mental, estrategias mentales o escritas o usando una calculadora. - Usan estrategias para evaluar si sus respuestas son razonables. - Suman y restan fracciones con denominadores afines en situaciones de la vida real. - Suman y restan decimales en situaciones de la vida real, incluso en relación con el dinero. - Calculan aproximadamente sumas, diferencias, productos y cocientes en situaciones de la vida real, incluso con fracciones y decimales.

Organización del Bachillerato Internacional. (2009), p. 23 – 24

De lo propuesto en el documento de secuenciación de contenidos en la tabla N° 3 los ítems que se tuvieron en cuenta para el estudio de los números decimales finitos que plantea el IB en la fase 3 son:

Desde la construcción de significado:

- Ejemplifican decimales hasta las centésimas o menores.
- Ejemplifican la adición y sustracción de decimales.

Desde la transferencia del significado:

- Leen, escriben, comparan y ordenan fracciones hasta las centésimas o menores.

Desde la aplicación:

- Usan estrategias para evaluar si sus respuestas son razonables.

Tabla 4 Ciclo de aprendizaje de las matemáticas para el componente de número en estudiantes de grado quinto, fase 4.

Fase 4
Comprensión conceptual El sistema de numeración en base 10 se extiende infinitamente en dos direcciones. Las fracciones, los decimales y los porcentajes son formas de representar la relación entre el todo y las partes. Las nociones desarrolladas para los cálculos con números enteros pueden aplicarse en los cálculos con fracciones y decimales. Las razones son una comparación de dos números o cantidades.
En la construcción del significado, los alumnos: - Ejemplifican números hasta los millares o mayores usando el sistema de numeración de base 10. - Ejemplifican razones. - Ejemplifican enteros en contextos adecuados. - Ejemplifican potencias y raíces cuadradas. - Ejemplifican fracciones impropias y números mixtos. - Simplifican fracciones utilizando materiales e instrumentos. - Ejemplifican decimales hasta las milésimas o menores. - Ejemplifican porcentajes. - Comprenden la relación entre las fracciones, los decimales y los porcentajes. - Ejemplifican la adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones. - Ejemplifican la adición, sustracción, multiplicación y división de decimales.
En la transferencia de significados a símbolos, los alumnos: - Leen, escriben, comparan y ordenan números enteros hasta los millones o mayores. - Leen y escriben razones. - Leen y escriben enteros en contextos adecuados. - Leen y escriben potencias y raíces cuadradas. - Convierten fracciones impropias a números mixtos y viceversa. - Simplifican fracciones mentalmente y por escrito. - Leen, escriben, comparan y ordenan porcentajes. - Convierten entre fracciones, decimales y porcentajes.
En la aplicación mediante la comprensión, los alumnos: - Usan números enteros hasta los millones o mayores en situaciones de la vida real. - Usan razones en situaciones de la vida real. - Usan enteros en situaciones de la vida real. - Convierten fracciones impropias a números mixtos y viceversa en situaciones de la vida real. - Simplifican fracciones en los cálculos. - Usan fracciones, decimales y porcentajes indistintamente en situaciones de la vida real. - Seleccionan y emplean una secuencia adecuada de operaciones para resolver problemas teóricos. - Seleccionan un método eficaz para resolver un problema: estimación mental, cálculo mental, algoritmos escritos, con una calculadora. - Usan estrategias para evaluar si sus respuestas son razonables. - Utilizan estrategias mentales y escritas para sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones y decimales en situaciones de la vida real. - Estiman y realizan aproximaciones en situaciones de la vida real que implican el uso de fracciones, decimales y porcentajes.

De lo propuesto en el documento de secuenciación de contenidos en la tabla N° 4 los ítems que se tuvieron en cuenta para el estudio de los números decimales finitos que plantea el IB desde cada una de las fases de aprendizaje de las matemáticas en este trabajo son:

Desde la construcción de significado:

- Ejemplifican decimales hasta las milésimas o menores.
- Comprenden la relación entre las fracciones, los decimales y porcentajes.
- Ejemplifican la adición, sustracción, multiplicación y división de decimales.

Desde la transferencia del significado:

- Leen, escriben, comparan y ordenan decimales hasta las milésimas o menores.
- Convierten entre fracciones, decimales y porcentajes.

Desde la aplicación:

- Seleccionan y emplean una secuencia adecuada de operaciones para resolver problemas teóricos.
- Seleccionan un método eficaz para resolver un problema: estimación mental, cálculo mental, algoritmos escritos, con una calculadora.
- Usan estrategias para evaluar si sus respuestas son razonables.

Todo lo mencionado anteriormente se debe trabajar en el salón de clases en el área de matemáticas, teniendo en cuenta tanto lo que menciona el Ministerio de Educación a Nivel Nacional en sus dos documentos, así como los que el Bachillerato Internacional da en su documento de secuenciación de contenidos, de manera conjunta y dando cumplimiento a ambos, como se evidencia en el siguiente cuadro comparativo:

Tabla 5 Cuadro comparativo entre la enseñanza de las matemáticas según el MEN y el IB.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN)	BACHILLERATO INTERNACIONAL (IB)
PENSAMIENTOS -Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos. -Pensamiento Métrico y Sistemas métricos de Medidas. -Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. -Pensamiento Variacional y Sistemas Analíticos y Algebraicos. -Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.	COMPONENTES -Tratamiento de la información. -Medición. -Formas y Espacios. -Patrones y Funciones. -Número.
ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIA -Grados 1 a 3. -Grados 4 a 5. -Grados 6 a 7. -Grados 8 a 9. -Grados 10 a 11.	CONTINUOS DE APRENDIZAJE (HABILIDADES) -Fase 1. -Fase 2. -Fase 3. -Fase 4.
	ETAPAS DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS -Construcción del significado. -Transferencia del significado. -Aplicación mediante la comprensión.

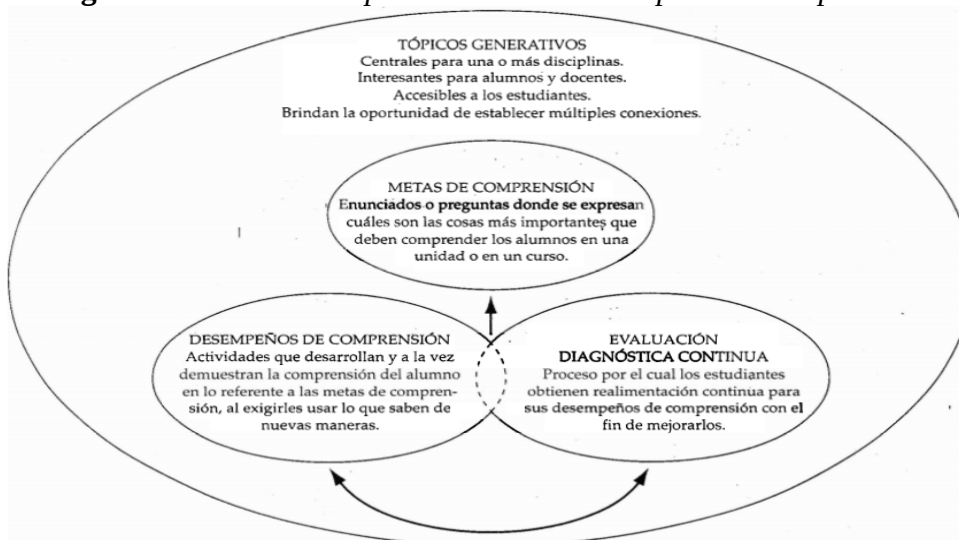
2.2.3. Enseñanza para la comprensión.

Desde el ámbito institucional y teniendo en cuenta los dos anteriores aspectos curriculares (MEN y IB), se trabaja como metodología la Enseñanza para la Comprensión, la cual surge de un proyecto realizado en la Escuela de Educación de Graduados de Harvard, donde diferentes

miembros del grupo intercambiaron ideas, desarrollaron currículos, sometieron a prueba en aulas, observaron estudiantes, crearon estudios de caso y consolidaron un marco conceptual para reconocer los aspectos centrales de la planificación y de la enseñanza para la comprensión, que diera como respuesta a la pregunta: *¿Cómo fomentar la comprensión de los estudiantes?* Dentro del desarrollo de este marco conceptual se mencionan cuatro ideas claves para que el estudiante aprenda a comprender, las cuales son:

- **Idea Clave 1. Tópicos Generativos.** Son aquellas temáticas que se trabajan desde cada uno de los componentes de matemáticas que serán enseñados a los estudiantes.
- **Idea Clave 2. Metas de Comprensión.** Son los objetivos que se quieren lograr en los estudiantes desde cada uno de los componentes, aquello que ellos deben llegar a comprender en cada tópico generativo.
- **Idea Clave 3. Desempeños de Comprensión.** Son aquellas actividades que se trabajarán con los estudiantes que están encaminadas a cumplir la meta de comprensión y cada uno de los tópicos generativos que se trabajan en los componentes, estos se dividen en tres etapas: Etapa exploratoria, Etapa de indagación y Etapa de síntesis.
- **Idea Clave 4. Evaluación.** Son aquellas estrategias que se utilizan con los estudiantes al finalizar el proceso de cada uno de los desempeños de comprensión, en donde se evidencia la comprensión por parte de los estudiantes, esta puede ser de manera formal y/o informal.

Figura 11 Marco Conceptual de la Enseñanza para la Comprensión



Blythe, T. (1999), p. 45.

Estas cuatro ideas claves mencionadas anteriormente delinear los elementos centrales del marco de la Enseñanza para la Comprensión, los cuales se relacionan con lo que plantea el Bachillerato Internacional, como se muestra en el siguiente cuadro comparativo:

Tabla 6 Cuadro comparativo entre el IB y la enseñanza para la comprensión.

ENSEÑANZA PARA LA COMPRENSIÓN	BACHILLERATO INTERNACIONAL (IB)
DESEMPEÑOS DE COMPRENSIÓN -Etapa de Exploración. -Etapa de Indagación. -Etapa de Síntesis.	ETAPAS DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS -Construcción del significado. -Transferencia del significado. -Aplicación mediante la comprensión.

2.2.4. Planeación Institucional.

Como ya se mencionó en el Liceo los Alpes desde el año 2014 se empezó a implementar en la planeación de cada área del conocimiento como metodología ***la enseñanza para la comprensión***. Las actividades que se proponen e implementan en el presente trabajo de grado, se realizan teniendo en cuenta dicha planeación en el área de matemáticas, específicamente en las unidades de indagación 2 y 3, dado que es donde se encuentra ubicada la enseñanza de los números decimales finitos para los estudiantes de grado quinto.

La planeación se realiza para cada uno de los componentes que conforman las matemáticas en el PEP durante seis semanas, en cada uno se tienen en cuenta las cuatro ideas claves de la metodología *enseñanza para la comprensión*. Debido a que la planeación se realiza de manera separada para cada unidad, en este caso se unifica la planeación para las unidades de indagación 2 y 3 del componente **Número**, evidenciando la información general de cada una de ellas que contribuye al desarrollo integral del estudiante, como lo son el perfil del IB (atributos), actitudes y habilidades transdisciplinarias que se encuentran de manera implícita en el desarrollo de cada una de las actividades que se trabajan con los estudiantes de la siguiente manera:

- **Información de la Unidad 2:**

Tema transdisciplinario: ¿Cómo nos organizamos?

Título: Economía, Gobierno y Necesidades.

Atributos: Solidarios / Indagadores

Actitudes: Compromiso / Independencia

Habilidades Transdisciplinarias:

Pensamiento: Analizar / Evaluar / Metacognición

Sociales: Tomar decisiones en grupo / Resolver conflictos / Códigos de conducta

Comunicación: Leer / Escribir / Ver y Entender

Autocontrol: Manejo del tiempo / Seguridad / Códigos de conducta

Investigación: Organizar datos / Interpretar datos / Planificar

- **Información de la Unidad 3:**

Tema transdisciplinario: ¿Cómo nos expresamos?

Título: Diversity

Atributos: Mentalidad Abierta / Reflexivos

Actitudes: Apreciación / Creatividad

Habilidades Transdisciplinarias:

Pensamiento: Sintetizar / Pensar dialécticamente / Aplicar

Sociales: Aceptar la responsabilidad / Respetar a los demás / Adoptar diversos papeles en el grupo

Comunicación: Ver y Entender / Escuchar / Escribir

Autocontrol: Motricidad fina / Apreciación de relaciones espaciales / Modo de vida saludable

Investigación: Observar / Obtener datos / Planificar

Tabla 7 Planeación Institucional Liceo los Alpes para la enseñanza de las matemáticas en el componente de Número, en las unidades de indagación 2 y 3.

NÚMERO	
TÓPICOS GENERATIVOS: Números Decimales (características, operaciones, aproximación, redondeo).	
HABILIDADES: -Ejemplifican decimales hasta las centésimas o menores. -Ejemplifican la adición y sustracción de decimales. -Leen, escriben, comparan y ordenan fracciones hasta las centésimas o menores. -Usan estrategias para evaluar si sus respuestas a las actividades sobre números decimales finitos son razonables. -Ejemplifican decimales hasta las milésimas o menores. -Comprenden la relación entre las fracciones, los decimales y porcentajes. -Ejemplifican la adición, sustracción, multiplicación y división de decimales. -Leen, escriben, comparan decimales hasta las milésimas o menores. -Convierten entre fracciones, decimales y porcentajes. -Seleccionan y emplean una secuencia adecuada de operaciones para resolver problemas teóricos sobre números decimales finitos. -Seleccionan un método eficaz para resolver un problema relacionado con los números decimales finitos: estimación mental, cálculo mental, algoritmos escritos, con una calculadora.	
META DE COMPRENSIÓN: Los números decimales se encuentran presentes en la vida cotidiana y pueden ser representados a través de las fracciones decimales.	
DESEMPEÑOS DE COMPRENSIÓN	EVALUACIÓN
Exploración (Construcción): -Se trabajarán unas fichas en donde los estudiantes deben manipular los Bloques de Dienes para poder dar respuesta a cada uno de los retos que se encuentran relacionados con el reconocimiento de los números decimales, valor posicional de décimas, centésimas y milésimas, así como el trabajo de estas a través de las fracciones decimales. -Se aplicará una ficha donde los estudiantes con ayuda de los Bloques de Dienes resolverán una serie de retos de exploración sobre las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de decimales finitos.	Se observarán cada uno de los registros de los estudiantes en la resolución de cada reto que se encuentra en la ficha de exploración para identificar las falencias y habilidades de los estudiantes, según sus conocimientos previos acerca de los números decimales finitos y las fracciones decimales, así como sus operaciones.
Indagación (Transferencia): -Se les explicará a los estudiantes sobre las principales características y valor posicional de los números decimales finitos, basándonos en los conocimientos previos que tuvieron los estudiantes en la ficha de exploración. -Se trabajará con una ficha de indagación donde los estudiantes deberán seguir un paso a paso, para interactuar con el siguiente link http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html en donde trabajaran diferentes actividades previamente analizadas por el docente, sobre las décimas, centésimas, milésimas y redondeo de números decimales finitos. -Se trabajará una segunda ficha de indagación donde los estudiantes realizarán una serie de retos propuestos en el link http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html sobre las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de los números decimales finitos.	-Se observará la forma como los estudiantes interactúan en cada una de las actividades propuestas en el link sobre décimas, centésimas, milésimas, redondeo y operaciones básicas entre decimales finitos, se observa cada una de las representaciones que se pueden presentar y se realiza

	una socialización al finalizar cada una de las sesiones.
Síntesis (Aplicación): -Los estudiantes realizarán una ficha donde seguirán un paso a paso en cada uno de los retos que van realizando en el link http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html esta última actividad consiste en realizar los test que vienen al final de cada una de las actividades que plantea el link para las categorías, ellos realizarán los correspondientes a “Decimas, centésimas, milésimas y Redondeo”, “suma y resta”, “Multiplicación” y “División”.	Se observarán los resultados de los estudiantes en cada uno de los test, igualmente se realiza una socialización sobre esta actividad y se observa aquellas falencias y habilidades que tuvieron ellos al llevar a cabo lo aprendido acerca de los números decimales finitos.

En la tabla N° 7 se evidenció la planeación unificada de la enseñanza de los números decimales en grado Quinto, correspondientes a las unidades 2 y 3 para el componente de Número, teniendo en cuenta las ideas claves de la enseñanza para la comprensión y cada una de las actividades que se tenían planeadas para los estudiantes del grado Quinto del Liceo los Alpes.

Este recorrido por los tres principales referentes curriculares que se trabajan en el Programa de la Escuela Primaria permitió planear cada una de las actividades desde el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión teniendo en cuenta lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y el Bachillerato Internacional (IB) al integrar un recurso manipulativo y virtual.

2.3. Dimensión Didáctica.

En esta dimensión se presentan todos aquellos aspectos didácticos que rigen este trabajo de grado, como lo son las seis categorías de análisis que abarcan los errores, obstáculos y dificultades que pueden presentar los estudiantes a lo largo del proceso de enseñanza de los números decimales, los cuales servirán para evidenciar las fortalezas y limitaciones de los estudiantes en la realización de cada una de las actividades.

Así mismo, se muestran las principales características que poseen los recursos didácticos, su clasificación, ventajas y desventajas. Además de ciertos criterios que permitirán evaluar la

pertinencia y el contenido de los recursos virtuales y el ambiente de aprendizaje generado según la clasificación presentada desde la orquestación instrumental.

Por último, se muestran aquellos criterios de diseño y selección de las actividades propuestas a los estudiantes para incorporar un recurso manipulativo (Bloques de Dienes) y el recurso virtual (Los decimales y el Euro).

2.3.1. Errores, dificultades y obstáculos en el aprendizaje de los números decimales.

Desde la didáctica de las matemáticas es importante diferenciar el significado de error, dificultad y obstáculo; las dificultades y obstáculos pueden llevar a errores, sin embargo, lo realmente importante es conocer las causas de las dificultades y obstáculos en el aprendizaje de un determinado concepto. A continuación, se presenta la definición de cada uno de ellos:

En primer lugar, la dificultad según Centeno (1988) “es algo que impide ejecutar bien o entender pronto una cosa. Estas pueden proceder de diversas causas, relacionadas con el concepto que se aprende, con el método que utiliza el maestro, con la preparación anterior del alumno o con su propia disposición para aprender” (p.144).

Es decir, que una dificultad permitirá observar el grado mayor y menor de éxito de un estudiante ante un tema.

En segundo lugar, se encuentra el obstáculo que según Bachellard y Brousseau (1976) “es un conocimiento que es válido en un determinado contexto, que como tal puede durar mucho tiempo mientras no aparezca un conflicto”. Un conflicto se puede entender como un choque u oposición entre formas contradictorias de interpretar una misma situación (Centeno, 1988, p.145). Como lo menciona Moñino (2013) en su trabajo de grado:

En el caso de la educación, podríamos entender el término obstáculo como una concepción que en un principio era eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla

cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o rechazado, y por ello se convierte en una barrera para el aprendizaje.

Por último, se encuentra el error que puede catalogarse como un concepto equivocado, de juicio falso, contrario a la verdad. Los errores pueden producirse por ignorancia, por dudas, o simplemente por casualidad. (Centeno, 1988, p.146).

Las dificultades y los obstáculos pueden producir también errores, pero no deben de tratarse de la misma manera, se deben observar sus principales causas en los estudiantes, dado que no es lo mismo un error por distracción que un error por un obstáculo. (Moñino, 2013, p. 5)

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, se trabajan aquellos errores, obstáculos y dificultades que se pueden presentar en el aprendizaje de los números decimales finitos en los estudiantes, planteados por Ávila (2008), Centeno (1988), Broitman, Itzcovich y Quaranta (2003), los cuales se tendrán en cuenta para el análisis de los resultados brindados por los estudiantes en la realización de cada una de las actividades, las siguientes son las categorías de análisis:

2.3.1.1. *Error relacionado con el orden de los números decimales finitos.*

Este error se puede evidenciar en los estudiantes al momento de comparar números decimales finitos por la cantidad de cifras que posee cada uno de estos, creándoles confusiones al momento de escribir estos a lenguaje natural, convertirlos a fracciones decimales o realizar las operaciones básicas con estos.

2.3.1.2. *Error relacionado con la lectura y escritura de los números decimales finitos (valor posicional).*

Este error se puede evidenciar al momento de pasar números decimales finitos de lenguaje simbólico a lenguaje natural o viceversa, dado que no tienen en cuenta el valor posicional de cada una de las cifras que lo conforman y pueden llegar a confundirse en su lectura y escritura, dado que lo continúan trabajando como si fuera un número natural. Este también puede verse reflejado

al momento de convertir decimales finitos a fracciones decimales, o viceversa, así como en la realización de las operaciones básicas.

2.3.1.3. *Error relacionado con el cero.*

Este error puede verse representado al momento de convertir números decimales finitos a fracciones decimales, cuando el cero se encuentra en las partes enteras, así mismo al momento de lectura y escritura, y en la realización de las operaciones básicas como lo es en la resta, dado que ellos pueden seguir con la concepción de que los ceros a la izquierda se pueden omitir para dar el valor del número natural, caso contrario ocurre en los números decimales finitos, puesto que al omitir los ceros deja de ser un número decimal para ser un número natural.

2.3.1.4. *Error relacionado con las operaciones entre números decimales finitos.*

Este error se presenta al momento de realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división entre números decimales finitos, teniendo en cuenta el lugar de la coma decimal, el valor posicional de cada una de las cifras que los componen, el valor del cero, el orden y la densidad, dado que pueden seguir realizándolo de la forma en que han realizado las operaciones con números naturales.

2.3.1.5. *Obstáculo relacionado con la densidad de los números decimales finitos.*

Este obstáculo se puede hacer evidente al momento de la ubicación de los decimales en la recta numérica, debido a que ellos no tienen en cuenta la densidad entre dos números decimales finitos, es decir, no tienen en cuenta el rango de números dentro de dos números decimales teniendo en cuenta el valor posicional, dado que se puede crear la confusión de continuar con la concepción de la representación con números naturales, y en este caso ellos deben tener en cuenta las décimas, centésimas o milésimas, según el caso.

2.3.1.6. Dificultad relacionada con la representación gráfica de los números decimales finitos.

Esta dificultad se caracteriza en la forma en que los estudiantes representan de manera gráfica los números decimales finitos, en este caso, se observará la forma en que representan en el recurso virtual las fracciones decimales a través de fracciones decimales, en el ábaco y en la recta numérica, así como la forma de interpretar estas representaciones gráficas y escribirlas en forma de fracción o número decimal finito, además de tener en cuenta el orden, la densidad y el valor posicional de las cifras que lo componen.

4.3.2 Características de los recursos manipulativos y virtuales.

En el desarrollo de cada una de las actividades planeadas para la sistematización de experiencias de la enseñanza de los números decimales finitos con estudiantes de grado quinto, se han trabajado dos recursos didácticos, los recursos manipulativos y los recursos virtuales.

En el contexto de este trabajo, el recurso que se escogerá para implementar se puede definir como:

Recurso es todo lo que está disponible, lo que permite al profesor refundamentar su actividad, esto abarca recursos materiales (libros de texto, software, preparaciones de cursos, recursos en línea, pizarrón blanco interactivo) y no materiales (interacciones entre docentes o con estudiantes), los recursos aparecen entonces como un resorte y un producto de la actividad docente, el cual se puede considerar como una labor de desarrollo de recursos en el aula y fuera del aula, labor que se puede llamar, la labor de documentación. Gueudet et Trouche (citado en Garzón, Vega, Pabón, Arce & Castrillón. 2013).

En este mismo sentido, los recursos didácticos escogidos para llevar a cabo las actividades con los estudiantes son los Bloques de Dienes y “Los Decimales y el Euro”, quienes pertenecen a la clasificación de los recursos materiales como materiales manipulativos y virtuales.

Figura 12 Clasificación recursos didácticos



Muñoz, C. (2014), p. 17

Dentro de los recursos didácticos materiales se encuentran los estructurados, los ambientales y los manipulativos, este último es el que se utiliza en este trabajo, dado que son aquellos recursos palpables que le permiten a los estudiantes interactuar con ellos e involucrarlos en el aprendizaje de un determinado tema en matemáticas, como lo es en este caso los Bloques de Dienes.

La integración de recursos didácticos en el salón de clases posee ciertas ventajas y desventajas en su implementación, las cuales hay que tener en cuenta dado que pueden posibilitar o limitar la enseñanza y el aprendizaje en los estudiantes al ser manipulados por ellos.

Algunas de las ventajas de la integración de los recursos didácticos al salón de clases mencionadas por Muñoz (2014) son las siguientes:

- Favorece el lado derecho del cerebro en los estudiantes, dado que les permite crear imágenes mentales de la realidad a través de la manipulación del recurso, haciendo que el aprendizaje en matemáticas sea más provechoso.
- Facilita la comprensión, la construcción del pensamiento y se convierte en un medio muy rico y divertido para aprender.
- Construyen sus propias ideas matemáticas a través de la manipulación directa con el material.
- Es un agente motivador, despertando el interés y la curiosidad para el aprendizaje de determinado tema en matemáticas. (p. 20)

Por otro lado, se encuentran las desventajas o limitaciones que puede tener la implementación de recursos didácticos en el aula, como son:

- Los maestros que deseen incluir en sus clases un recurso didáctico deben impartir más tiempo en sus planeaciones, dado que requiere de un conocimiento por parte del profesor en el manejo del recurso didáctico, planear la forma en que lo va a incorporar a sus clases, los objetivos y el tipo de actividad que desea desarrollar con este, debido a que si no se realiza de manera adecuada se puede perder el sentido de la clase y el aprendizaje no será significativo en los estudiantes.
- Requiere más tiempo de dedicación y trabajo dentro del salón de clases.
- Se debe contar con el suficiente material para trabajar con los estudiantes y que este no se convierta en una distracción.
- El costo que requieren algunos de los recursos didácticos.
- Dar la perspectiva de que es una pérdida de tiempo en las clases, sino se utiliza de una manera correcta.

Dentro de los recursos didácticos se encuentran los materiales manipulativos y los materiales virtuales, los primeros son aquellos materiales didácticos creados única y exclusivamente para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes, es por ello que en este trabajo de grado se integran los Bloques de Dienes, el cual es un material que ha sido creado con el fin de dar una comprensión del sistema de numeración decimal a través de su manipulación.

Por otro lado, se encuentran los materiales virtuales, los cuales son todos aquellos materiales manipulativos que se pueden trabajar a través de un ordenador, como celular, computadora o tablet. En este trabajo se tuvo en cuenta un recurso virtual que brinda el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) del Ministerio de Educación y Ciencia de España llamado “**Los Decimales y el €**”, el cual aborda el trabajo de los números decimales finitos a través de su Applet.

Este recurso fue seleccionado debido a las diferentes formas que le ofrece al estudiante para la representación de los números decimales finitos, a través del ábaco, la recta numérica y el trabajo con la cuadrícula (áreas), recursos que han sido catalogados en la dimensión histórica como

aquellos que permiten el trabajo de los números decimales. Así mismo, este recurso les permite a los estudiantes seguir un paso a paso en el aprendizaje de dicho concepto, dado que el recurso comienza por la lectura, escritura y representación gráfica de los números según su valor posicional, para luego pasar a las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

2.3.3. Orquestación Instrumental.

Para el trabajo con recursos manipulativos y virtuales se consideró necesario tener en cuenta la definición de orquestación instrumental, la cual en términos de Trouche es definida como:

La gestión didáctica del sistema de instrumentos a cargo del profesor lo que implica que él tenga en consideración los artefactos (computadores, lápiz y papel, software, calculadoras, entre otros) que se van a incorporar a la clase, así como la intencionalidad didáctica de los mismos, con el objetivo de proporcionar construcciones mentales en los estudiantes acerca de las nociones matemáticas, además el profesor debe tomar decisiones respecto al diseño de la clase y a los criterios que orientan el diseño de las actividades (Santacruz, 2011. Citado por Campo & Meléndez, 2016, p. 17-18).

Es decir, la orquestación instrumental involucra todos aquellos aspectos que se pueden dar en el salón de clases con los estudiantes en la enseñanza de determinado tema al integrar un recurso manipulativo y virtual, en este caso los números decimales finitos con la manipulación los Bloques de Dienes y del Applet “Los decimales y el Euro”.

Respecto a los elementos de la orquestación, se tendrá en cuenta lo expuesto por Pérez (2014), quien hace referencia a que la orquestación instrumental es parcialmente preparada de antemano pero también creada en el lugar mientras se realiza la enseñanza así:

1. Una configuración didáctica es un arreglo de artefactos en el ambiente, o, en otras palabras, una configuración de la ambientación de la enseñanza y los artefactos involucrados en ella.
2. Un modo de explotación de una configuración didáctica es la manera como el profesor decide explotarla para beneficio de sus intenciones didácticas. Incluye las decisiones sobre la forma en

que una actividad es introducida y trabajada, sobre los posibles roles que juegan los artefactos y sobre los esquemas y técnicas a ser desarrollados y establecidos por los estudiantes.

3. Una actuación didáctica involucra las decisiones ad hoc tomadas durante la enseñanza sobre cómo realizar realmente la enseñanza promulgada en la configuración didáctica además de los modos de explotación elegidos.

En otras palabras, los elementos de la orquestación, la configuración didáctica hace referencia a cómo se configuran los objetos o artefactos que se involucran en la enseñanza, los modos de explotación de una configuración didáctica, hace énfasis a la forma como el profesor utiliza y aprovecha la configuración didáctica en pro de cumplir los objetivos propuestos, la actuación didáctica se refiere al funcionamiento de la misma, lo cual depende de las medidas que tome el profesor en el transcurso de la clase.

Los tres elementos de la configuración experimental contribuyen a una adecuada planificación de lo que el profesor pretende realizar, con la intención de que cuando se ponga en escena una determinada actividad, se vea reflejada en la articulación y óptimo funcionamiento de todos y cada uno de los elementos de la clase, así el papel del profesor, es el velar por el buen funcionamiento de ésta, por tanto debe realizar los ajustes correspondientes sobre la marcha hasta lograr los objetivos propuestos.

En cuanto a los tipos de Orquestación Instrumental (Drijvers, Doorman, Boon, Reed, & Gravemeijer, 2010, Citado por Campo & Meléndez, 2016, p. 18-21) se distinguen seis, los cuales se pueden dar por separado o por combinaciones entre algunos, a continuación, se define cada uno de ellos:

- ***Techinal-demo:*** Demostración de las técnicas de la herramienta por parte del profesor. El trabajo del estudiante es generalmente individual. El objetivo es evitar que surjan obstáculos por la falta de experiencia de los estudiantes con los artefactos, incluye el acceso al applet y al Entorno Digital de Matemáticas (EDM), procedimiento para conectar la pantalla al ordenador. Además, incluye la distribución del aula que permita a los estudiantes seguir las construcciones o instrucciones; como modo de explotación,

los profesores pueden demostrar técnicas en una actividad, o utilizar el trabajo de los estudiantes para mostrar una nueva técnica.

- ***Explain-the-screen***: Explicación a toda la clase por parte del profesor, guiada por lo que sucede en la pantalla del ordenador, implica contenido matemático. La explicación va más allá de las técnicas, e implica el contenido matemático; las configuraciones didácticas pueden ser similares a las características del *Techinal-demo*; como modo de explotación, los profesores pueden utilizar el trabajo de los estudiantes como punto de partida para la explicación o iniciar dándole solución a sus propias actividades.
- ***Link-screen-board***: El profesor hace hincapié en la relación entre lo que ocurre en el entorno tecnológico y cómo esto se representa en las matemáticas convencionales (lápiz y papel). Además de facilitar el acceso y proyección EDM (Entorno Digital de Matemáticas); una configuración didáctica, incluye una pizarra que se ajusta de tal manera que tanto la pantalla como tablero son visibles en toda el aula. De manera similar a los tipos de orquestación anteriormente mencionados; en los modos de explotación, los profesores pueden tomar el trabajo del estudiante como punto de partida o comenzar con la actividad propuesta.
- ***Discuss-the-screen***: Discusión con toda la clase de lo que sucede en la pantalla del ordenador. El objetivo es mejorar la génesis instrumental individual y colectiva. Se explota el trabajo previo e individual. Una configuración didáctica incluye el acceso EDM (Entorno Digital de Matemáticas) y los applets que se proyectan, preferiblemente el acceso al trabajo de los estudiantes, y una configuración favorable para la discusión en clase. Como modos de explotación, el trabajo del estudiante, una actividad o un problema recogido por el profesor, puede servir como punto de partida para las retroalimentaciones con los estudiantes.
- ***Spot-and-show***: El razonamiento del estudiante, se pone en primer plano a través de la identificación del trabajo en el EDM, durante la preparación de la lección y su uso en el aula. Además de las características mencionadas anteriormente, una configuración

didáctica incluye el acceso a la EDM durante la preparación de la lección. Como modos de explotación, El profesor puede pedirles a algunos estudiantes que expongan sus razonamientos y los demás debaten respecto a esto.

- ***Sherpa-at-work***: Un determinado estudiante-sherpa, utiliza la tecnología para presentar el trabajo realizado o para llevar a cabo las peticiones del profesor. En las configuraciones didácticas el estudiante puede estar al control del uso de la tecnología. Los demás estudiantes deben ser capaces de seguir las acciones del estudiante y del profesor. El aula debe estar adecuada para que el Sherpa-estudiante pueda tener el control en la utilización de la tecnología, con todos los estudiantes capaces de seguir fácilmente las acciones de ambos, Sherpa-estudiante y el profesor. Como modos de explotación, el profesor puede presentar un trabajo o puede ser explicado por el sherpa-estudiante, o puede plantear preguntas al sherpa-estudiante y pedirle que lleve a cabo acciones específicas en el entorno tecnológico.

En los seis tipos de orquestación instrumental que se acaban de mencionar, se evidencia que los tres primeros, están centrados en el papel que desempeña el profesor, mientras que en los tres restantes hay más participación de los estudiantes, sin embargo, los seis tipos no son aislados si no que guardan una relación; donde la mayoría de los profesores están familiarizados con estas, mientras que otros son más específicos para el uso de la tecnología, y el estudio o la utilización de herramientas en particular.

2.3.4. Criterios de selección de actividades.

Para la planificación de las diferentes actividades al incorporar el uso de los recursos manipulativos y virtuales con los estudiantes de grado quinto con respecto a la enseñanza de los números decimales finitos se tuvo en cuenta:

2.3.4.1. *Diseño de actividades con los Bloques de Dienes.*

Para el trabajo con los Bloques de Dienes se diseñaron unas actividades teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Desde la evolución histórica de los números decimales se tuvo en cuenta la perspectiva de diferentes autores que empezaron el trabajo con los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales, es por ello que se diseñaron actividades que le permitiera a los estudiantes hacer conversiones de fracciones a decimales y viceversa, para así poder observar la relación entre ambas representaciones.
- Las actividades diseñadas bajo el marco contextual de la enseñanza para la comprensión, teniendo en cuenta sus tres fases, la primera correspondiente a la exploración, donde se trabajó las concepciones de los estudiantes con respecto a los números decimales finitos, suma y resta, incorporando los Bloques de Dienes y, la multiplicación y división haciendo uso de las fracciones decimales; la segunda fase correspondiente a la indagación, en donde se trabajó con ayuda del recurso virtual el valor posicional, representación gráfica y operaciones básicas; y por último, la fase de síntesis, trabajada desde el recurso virtual.
- Se tuvo en cuenta el ciclo de aprendizaje de las matemáticas dado por el Bachillerato Internacional (IB), el cual se encuentra relacionado con las tres fases de la enseñanza para la comprensión.
- Las habilidades de la Fase 3 y 4 dadas por el IB para la enseñanza de las matemáticas, teniendo en cuenta la edad y el nivel de escolaridad de los estudiantes en el aprendizaje de los números decimales finitos.
- Enfrentar a los estudiantes a actividades donde se hagan explícitos los errores, dificultades y obstáculos reportados en diferentes estudios sobre el aprendizaje de los números decimales, con el fin de evidenciarlos y determinar si la incorporación de los recursos manipulativos y virtuales ayudan o no a superarlos.

2.3.4.2. Selección de actividades en el recurso virtual.

En este apartado se presenta la estructura y análisis de las actividades presentadas en el recurso virtual y los criterios de selección que se tuvieron en cuenta:

- **Estructura del recurso virtual.**

El recurso con el que se llevó a cabo la implementación de actividades con los estudiantes de grado quinto tiene como nombre “Los Decimales y el Euro”, este recurso hace parte de un compilado de temas que se trabajan en el Applet, los cuales están divididos en dos: “La Medida” y “Fracciones y decimales”, como se observa en la siguiente figura:

Figura 13 *Menú principal del recurso virtual*



Hernán, E. Hernán, L & Carillo, M. (2010). Recuperado de

<http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html> febrero 2016

Este trabajo se enfocará en el trabajo con los números decimales y el euro, el cual posee una serie de unidades con actividades desde el reconocimiento del valor posicional de los decimales finitos como lo son la décima, la centésima, la milésima y el redondeo, así como la realización de las cuatro operaciones básicas con decimales.

Así mismo, cuenta con una zona del profesor donde se da a conocer la intencionalidad del recurso para el trabajo con los números decimales, se brindan pautas claras de la forma de implementarlo, así como las respuestas a cada uno de los ejercicios y test de cada unidad que se trabaja con los estudiantes, además presenta como apoyo una serie de actividades imprimibles para trabajar con ellos.

Por último, cuenta con dos anexos llamados “Sabías que” y “Enlaces”, en el primero muestra 18 datos curiosos a nivel mundial en donde se hace uso de cantidades numéricas con números decimales finitos; y el segundo, muestra diferentes referencias de temas que pueden ser de interés

para consultar con los estudiantes. La distribución de todo lo descrito anteriormente se puede ver en la página principal de los decimales y el euro como se muestra en la siguiente figura:

Figura 14 *Página principal de los Decimales y el Euro*



Hernán, E. Hernán, L & Carillo, M. (2010). Recuperado de

<http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html> febrero 2016

En cada una de las siete unidades que conforman el Applet se cuenta con la siguiente estructura:

- **Contenidos:** se presenta lo que el estudiante debe aprender antes de enfrentarse a cada una de las actividades que plantea la unidad a trabajar, brinda un recorrido a través de ejemplos similares, diferentes formas de representación y lectura de números decimales finitos, según la unidad en la que se encuentre el estudiante.
- **Actividades:** son actividades interactivas relacionadas con el entorno que le permiten al estudiante tener un primer acercamiento con el tema.
- **Práctica:** son una serie de ejercicios interactivos que inician con un ejemplo para mostrar la forma en que los estudiantes deben realizar cada uno de los ejercicios que se le solicitan, así como una retroalimentación de los aciertos y errores que se presentan, al finalizar cada ejercicio se muestra la respuesta correcta. Los estudiantes pueden

realizar tantas veces sea necesario cada ejercicio para obtener todos los aciertos en la unidad al finalizar.

- **Test:** consta de 15 preguntas que ponen en autoevaluación al estudiante sobre cada uno de los ejercicios que ha realizado en la práctica, evidenciando aquellas habilidades y falencias que pudo presentar en el camino, al finalizar si se tienen todos los aciertos, el estudiante obtiene una copa, él puede realizar este test las veces que sea necesario.
- **Ejercicios para imprimir:** son una serie de ejercicios que se resuelven a lápiz y papel, para que el estudiante afiance los conocimientos aprendidos o que ha presentado dificultad en el desarrollo de cada una de las unidades del recurso.

La estructura que maneja el recurso virtual para cada una de las unidades es la siguiente, teniendo en cuenta que cada unidad abarca un tema distinto:

Figura 15 Estructura de las unidades trabajadas por el recurso virtual



Hernán, E. Hernán, L & Carillo, M. (2010). Recuperado de <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html> febrero 2016

Análisis del recurso virtual.

Antes de incorporar este recurso virtual al aula de clase, se tuvo en cuenta la pertinencia y validez que dicho recurso tenía en la enseñanza de los números decimales finitos a través de una serie de dimensiones que plantea Trgalova y Jahn (2013), para evaluar un recurso virtual teniendo en cuenta los siguientes criterios:

1. Dimensión matemática del contenido:

- **Validez: ¿Son las actividades propuestas correctas desde un punto de vista matemático?** Las actividades seleccionadas trabajan las fracciones decimales, a partir del uso de diferentes representaciones, lo cual brinda diferentes acercamientos al estudio de los números decimales finitos. Así mismo, se tuvo en cuenta que estas representaciones les permitieran a los estudiantes realizar conversiones de fracciones a decimales y viceversa.
- **Adecuación al plan de estudios: ¿Son las actividades adecuadas según las limitaciones curriculares e institucionales?** Las actividades propuestas por el recurso se ajustan al marco curricular que se maneja en el Liceo, como lo es la enseñanza para la comprensión, distribuyendo para cada etapa (exploración, indagación, síntesis), una serie de actividades que complementaran la parte que se trabaja con los Bloques de Dienes y teniendo en cuenta el tiempo para el desarrollo de cada una de las clases en las unidades de indagación 2 y 3.
- **Adecuación a los objetivos declarados: ¿Son las actividades adecuadas según los objetivos declarados?** Para dar respuesta a los objetivos propuestos en este trabajo, se observó previamente cada una de las actividades que proponía el recurso virtual, para así escoger aquellas que fueran pertinentes para los estudiantes y les permitieran comprender el concepto de número decimal finito desde el trabajo con las fracciones decimales, sus representaciones gráficas y las operaciones.

2. Dimensión instrumental.

- **Diagramas adecuados: ¿Los diagramas dinámicos corresponden a las actividades propuestas?** Cada uno de los ejercicios que se proponen en la práctica poseen diferentes diagramas, acordes a lo que se plantea cada actividad, esto permite a los estudiantes verlos, entenderlos y manipularlos, según lo solicitado, así mismo el recurso les ofrece al finalizar cada uno de los ejercicios una retroalimentación de su proceso, mostrándoles las respuestas correctas a cada ejercicio. La validación la da inicialmente el medio y en la socialización se validan los procedimientos.
- **Comportamiento de los diagramas: ¿Los diagramas dinámicos se comportan como se espera en la actividad?** Cada uno de los diagramas que presenta este recurso permite el trabajo de los números decimales finitos desde diferentes representaciones tales como: áreas, ábacos y rectas numéricas, para el reconocimiento, el valor posicional, el orden, la densidad y las operaciones entre números decimales finitos.
- **Gestión de limitaciones: ¿Las limitaciones de los diagramas dinámicos son aceptables desde el punto de vista matemático?** Los diagramas poseen ciertas limitaciones que son llevadas a cabo en aquellas que se requiere la manipulación por parte del estudiante como lo es el arrastre, permitiéndoles realizar una sola vez el ejercicio antes de ver la retroalimentación, sin permitir devolverse en su resolución.
- **Gestión de valores numéricos: ¿Las limitaciones en valores numéricos son aceptables, en el sentido que no obstaculicen los objetivos matemáticos de la actividad?** El recurso virtual maneja la escritura de los números decimales finitos por medio del punto, mientras que los estudiantes utilizan la coma decimal para su escritura a lápiz y papel, lo que puede generar errores por parte de los estudiantes, al colocar la respuesta en el recurso virtual haciendo uso de la coma, este lo toma como incorrecto, aunque el resto se encuentre escrito de forma correcta.
- **Funcionalidades especiales: Si los diagramas se basan en macro-construcciones, ¿su modo de funcionamiento se describe con claridad?** Los estudiantes debido a que en su contexto trabajan constantemente con recursos virtuales, se les hace fácil

manipular este recurso, debido a que posee una estructura entendible y con instrucciones de lo que se debe realizar, así como el paso a paso que se les brinda en la ficha que van diligenciando a lo largo del proceso.

3. Dimensión didáctica.

- **Gestión del aprendizaje matemático: ¿Los estudiantes se involucran en la actividad propuesta?**

Cada una de las actividades se encuentran pensadas para que el estudiante manipule e interactúe en la resolución de cada uno de los ejercicios, permitiéndoles ir paso a paso en el reconocimiento del valor posicional, lectura y escritura de los números decimales finitos a través de diferentes representaciones, basados en los conocimientos que traen consigo sobre el tema y haciendo uso de diferentes estrategias para solucionarlo, ya sean las dadas por el recurso o propias.

- **¿Proporciona información acerca de las intervenciones de los maestros en el momento de la actividad con los alumnos, de la evolución de las estrategias de los estudiantes, fase de síntesis, validación?**

En relación al profesor, el recurso posee un espacio para él llamado “La zona del profesor”, donde le muestra la forma de llevar a cabo las actividades con los estudiantes, los objetivos de cada una de las unidades del recurso y las respuestas a cada uno de los ejercicios y test que realizan los estudiantes a lo largo de todo el proceso.

- **Gestión instrumentada de los estudiantes: ¿Brinda información acerca de la retroalimentación del software?** El recurso le brinda retroalimentación constante al estudiante en cada uno de los ejercicios propuestos de la unidad, permite identificar los aciertos y errores que cometieron, y poder realizarlos las veces que sean necesarios para lograr toda la cantidad de aciertos posibles, o la copa en el caso de los test.

Esta dimensión aportó significativamente al trabajo de grado desde diferentes aspectos: el primero, permitió crear una rejilla de análisis para las actividades que realizaron los estudiantes a partir de los errores, obstáculos y dificultades que pueden presentar los estudiantes en el aprendizaje de los números decimales finitos, mencionados por diferentes autores; un segundo aspecto, permitió hacer un análisis del recurso virtual y manipulativo para identificar sus características, estructura, ventajas y desventajas de su incorporación en el aula, para así poder crear los criterios de selección de actividades desde los recursos escogidos para integrarlos al aula, teniendo en cuenta los aspectos históricos de los decimales finitos y el aspecto curricular desde la pedagogía que plantea el Liceo los Alpes.

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA.

En este capítulo se presenta como enfoque metodológico la sistematización de experiencias y el método seguido para la misma, posteriormente se da cuenta del punto de partida, las preguntas iniciales y la recuperación del proceso vivido.

3.3. Enfoque metodológico.

Este trabajo de grado se realizó a partir de la sistematización de experiencias la cual es considerada según el Ministerio de Protección Social (2009) como:

Una reconstrucción y reflexión analítica sobre una experiencia, sus actores, las acciones que se realizaron y los contextos en que se dieron. Mediante diferentes mecanismos se interpreta lo sucedido para comprenderlo e identificar aprendizajes. Ello permite obtener conocimientos consistentes y sustentados que pueden ser confrontados con otras experiencias similares y con el conocimiento existente, y así contribuir a una acumulación de conocimientos generados desde y para la práctica. (p. 17)

Esta definición está fundamentada por varios autores, entre ellos el de Jara (1994).

En este sentido, Jara (1994) afirma que el proceso de sistematizar alude a la recuperación de la información de manera ordenada lo que ya saben sobre su experiencia, descubren lo que aún no saben acerca de ella, pero también se les revela lo que aún no saben que ya sabían. Esta metodología permitió tener una comprensión más profunda de la experiencia de enseñanza de los números decimales finitos con estudiantes de grado quinto al hacer uso de recursos manipulativos y virtuales, con el fin de mejorar la propia práctica.

Al considerar que cada experiencia de educación es única e irrepetible por los agentes que intervienen directamente, las relaciones que se establecen y las dinámicas de grupo que se puedan generar, uno de los propósitos de la sistematización de experiencias es extraer las enseñanzas de la propia experiencia para compartirlas con otros. De la misma manera se debe estar atentos para conocer y aprender de la experiencia de otros, de esta manera para que la sistematización sea efectiva se debe interpretar la experiencia y hacerla comunicable.

De este modo se concibe la sistematización de experiencias como aquella interpretación crítica de una o varias experiencias, que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso, cómo se han relacionado entre sí y por qué lo han hecho de ese modo (Jara, 2004).

Una primera aproximación a la experiencia interrelaciona un conjunto de factores tales como el contexto, las situaciones, los objetivos, las percepciones, interpretaciones e intenciones y los resultados. En el proceso de sistematización de experiencias que se llevó a cabo en este trabajo de grado se tuvo en cuenta la propuesta dada por Jara (1994), donde mencionan los pasos que se realizan antes, durante y después de una sistematización, a estos él los llama, la propuesta de cinco tiempos que todo ejercicio de sistematización debería contener, a su vez cada tiempo tiene algunos momentos así:

- A. ***El Punto de partida:*** Haber participado en la experiencia y tener registro de las experiencias.
- B. ***Las preguntas iniciales:*** Definir el objetivo, delimitar el objeto a sistematizar y precisar un eje de sistematización.
- C. ***Recuperación del proceso vivido:*** Reconstruir la historia y ordenar y clasificar la información.
- D. ***La reflexión de fondo:*** Analizar, sintetizar, e interpretar críticamente el proceso
- E. ***Los puntos de llegada:*** Formular conclusiones y comunicar los aprendizajes.

Dichos tiempos tienen una enorme cantidad de variantes en términos de contenido, alcances, niveles de profundidad, duración, instrumentos que se utilizaran y ubicación en el proceso. A continuación, se precisan las características que se consideraron fundamentales en la sistematización de esta experiencia.

3.4. Método seguido para la sistematización de experiencias.

La metodología llevada a cabo a lo largo de este proceso se basó en la propuesta de los cinco tiempos propuesta por Jara (1994), a continuación, se desarrollará los cinco pasos con sus respectivos resultados:

5.4.1 Punto de partida.

Este es el primer tiempo se partió de la experiencia previa de la autora del presente trabajo en el Liceo “**Los Alpes**” en la enseñanza de los números decimales en grado quinto desde el año lectivo 2.013- 2.014, razón por la cual conoce la metodología utilizada en la institución, los recursos que tiene a disposición para el diseño y selección de las actividades de aprendizaje relacionadas con los números decimales.

Por tal motivo se tiene de primera mano la forma cómo se ha abordado la enseñanza de los números decimales desde hace 4 años lectivos, el tipo de actividades propuestas y los recursos que se han empleado para ello, al finalizar cada año se realiza una evaluación identificando las falencias, dificultades y/o aportes que se han presentado en la enseñanza de este campo numérico.

A continuación, se muestra un recorrido de estas experiencias a lo largo de los cuatro años que se ha trabajado en la enseñanza de los números decimales finitos en el Liceo **Los Alpes**.

5.4.1.1 Año lectivo 2013 – 2014

En este periodo se trabajaba la enseñanza de los números decimales en la tercera unidad de indagación, con un método de planeación llamado “Backward Desing”, el cual consiste en realizar la planeación con el diseño hacia atrás, es decir partiendo de la evaluación, y luego escribir los objetivos que se quieren alcanzar con los estudiantes, para ello se utilizaba un cuadro dividido que en su primera parte estaba compuesto por la rúbrica de evaluación y anexo a este en la parte de abajo se encontraban tres columnas que hacían alusión a las tres fases de aprendizaje de las matemáticas que plantea el PEP, el formato que se utilizó para la enseñanza de los números decimales para este año lectivo se muestra a continuación:

Tabla 8 Planeación del componente de número a través del Backward Design.

VALORACIÓN	HONOR	AVANZADO	EMERGENTE	PRE-EMERGENTE
COMPONENTE NÚMERO	Reconoce el concepto de los números decimales y realiza las diferentes operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y problemas entre ellos, utilizando las diferentes reglas y el redondeo de cifras observando las diversas aplicaciones de estos en la vida cotidiana.	Reconoce el concepto de los números decimales y realiza las diferentes operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y problemas entre ellos, utilizando las diferentes reglas y el redondeo de cifras.	Con ayuda de un adulto reconoce el concepto de los números decimales y realiza las diferentes operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y problemas entre ellos, utilizando las diferentes reglas y el redondeo de cifras	Se le dificulta reconocer el concepto de los números decimales y realiza las diferentes operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y problemas entre ellos.
Componente	Comprensiones (Construcción del conocimiento)	Conocimientos (Transferencia de conocimientos)	Son capaces de hacer (Aplicación)	
Número	Ejemplifican decimales hasta las milésimas o menores. Ejemplifican la adición, sustracción, multiplicación y división de decimales.	Números decimales (Concepto, orden, aplicaciones, operaciones, problemas). Redondeo. Leen, escriben, comparan y ordenan decimales hasta las milésimas o menores. ¿Qué son los números decimales? ¿Qué papel juega la coma decimal en este tipo de números? ¿Cómo se realizan operaciones con números decimales? ¿Para qué sirve el redondeo en las cifras decimales? ¿Cómo se relacionan los números decimales con aspectos de la vida diaria?	Utilizan estrategias mentales y escritas para sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones y decimales en situaciones de la vida real. Usan decimales en situaciones de la vida real. Suman y restan decimales en situaciones de la vida real, incluso en relación con el dinero.	

La primera columna muestra el componente en el que se encuentra el tema de los números decimales, el cual es “Número”, la segunda columna llamada comprensiones, abarca la fase 1 (construcción del conocimiento), en ella se menciona el objetivo que los estudiantes debían alcanzar en esta temática, una tercera columna llamada conocimientos, abarca la fase 2 (transferencia de conocimientos), allí se escribe el objetivo y una serie de preguntas planteadas

desde los conceptos del PEP para cada una de las temáticas, en este caso los números decimales, y una cuarta columna llamada “Son capaces de hacer”, abarca la fase 3 (aplicación), donde se escribe la meta final que los estudiantes deben llegar a lograr a lo largo de todo este proceso, pasando por las dos fases anteriores.

En este año lectivo, el área de matemáticas se trabajaba con una duración de seis semanas para cada unidad de indagación, de las cuales se trabajan cinco, dado que la última semana se utilizaba como repaso para la evaluación sumativa del área, dando como resultado que cada uno de los componentes se trabajara en una semana, con una duración de cuatro horas.

Debido al corto tiempo que se tenía para la enseñanza de esta temática, las actividades se debían plantear a partir de actividades exploratorias, las cuales consistían en mostrarle a los estudiantes diferentes cantidades numéricas o situaciones en las que se encontrarán presentes los números decimales, para así conocer que tanto sabían ellos sobre este campo numérico y a partir de lo encontrado pasar a la segunda parte, la cual consistía en explicarle a los estudiantes de forma tradicional cada una de las partes, características, propiedades y operaciones que se podían realizar con los decimales finitos, y así cerrar con un taller que recogiera todo lo explicado, para que ellos pusieran en práctica lo que aprendieron en ese tiempo, teniendo en cuenta que algunos de estos talleres se hacían de manera diferenciada, es decir, diferentes para uno de los grupos conformado en el salón de clases teniendo en cuenta sus habilidades.

Otro aspecto a tener en cuenta es que en este año lectivo los estudiantes no manejaban un cuaderno para el área de matemáticas, esta se trabajaba a través de una parte de un folder, dado que este se encontraba separado en cuatro áreas más, correspondientes a unidad (ciencias y sociales), lenguaje, plan lector y Exhibition. En esta parte del folder correspondiente a matemáticas, se trabajaba todos los componentes, donde solamente se separaban por medio de títulos, cada semana que se cambiaba de tema.

En lo que respecta a recursos, en la enseñanza de los decimales finitos en este año lectivo solamente se trabajaban con talleres para la parte exploratoria y la parte final, haciendo uso de diferentes representaciones, dado que el tiempo no permitía involucrar otros recursos y si se

integraban se corría el riesgo de tomar más tiempo del permitido, haciendo que el componente que seguía se atrasara y fuera más corto el tiempo.

5.4.1.2 Año lectivo 2014 – 2015

En este año se empieza a trabajar con la metodología de “la enseñanza para la comprensión” en la planeación de matemáticas, teniendo en cuenta las cuatro ideas claves que plantea esta, como lo son los tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación, así como lo planteado por el MEN y el IB. En la siguiente tabla se evidencian las cuatro ideas claves, entorno a la enseñanza de los números decimales finitos:

Tabla 9 Planeación desde la enseñanza para la comprensión año 2014 - 2015

META DE COMPRENSIÓN (Número) Statemet: Los números decimales se pueden ejemplificar por medio de operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división en situaciones de la vida cotidiana. Pregunta: ¿Cómo se pueden ejemplificar los números decimales en situaciones de la vida cotidiana?	EXPLORACIÓN - Clasificarán diferentes cantidades numéricas en números naturales y números decimales. -Identificarán las partes de un número decimal por medio de la interacción del siguiente juego haciendo uso de decimales. http://www.primaria.librosvivos.net/archivosCMS/3/3/16/usuarios/103294/9/6EP_Mat_cas_ud2_196/frame_p_rim.swf	What: -Clasificación de números en naturales y decimales. -Identificar las partes de los números decimales. How: -Evaluación informal, socializando la clasificación de los números en la categoría de decimales, así como en la identificación de aspectos importantes de los decimales a través del link interactivo. Lookingforwhat: Identifiquen los números decimales como una categoría del conjunto de los números reales, y que estos poseen unas características que los hacen diferentes a los demás.
	INDAGACIÓN -Indagarán por grupos los tipos de números decimales que se encuentran, dando sus características y ejemplos. -Observarán los procedimientos adecuados para cada una de las siguientes situaciones: 1. Representación de números decimales en la recta numérica y en gráficos. 2. Orden de los números decimales. 3. Operaciones con números decimales (Suma, resta, multiplicación y división). 4. Redondeo y aproximación de números decimales. -Interactuarán con el siguiente link, acerca del orden en los números decimales. http://www.primaria.librosvivos.net/archivosCMS/3/3/16/usuarios/103294/9/4EP_mate_ud7_comparadecimales/frame_prim.swf -Practicarán con los números decimales en sus diferentes categorías en el siguiente link interactivo: http://www.juegoseducativosvindel.com/numeracion_decimal.php -Practicarán en el siguiente link sobre el redondeo de cifras decimales:	Who: Docente – Estudiantes What: -Tipos de números decimales que se pueden encontrar. -Procedimiento adecuado para resolver operaciones entre decimales, y su representación gráfica. -Aplicación de los números decimales a resolución de problemas con números decimales. How: -Rubricas. -Evaluación formal: 1. Indagación de los tipos de números decimales. 2. Interacción con los diferentes links de números decimales. 3. Resolución de problemas a partir de las operaciones entre números decimales. Looking for what: Reconozcan los tipos de números decimales que se encuentran, así como las operaciones básicas que se pueden realizar para la resolución de problemas en situaciones cotidianas.

	http://www.primaria.librosvivos.net/archivosCMS/3/3/16/usuarios/103294/9/5EP_Mat_ud6_redondear_decimales/frame_prim.swf -Por grupos aplicarán las operaciones básicas con decimales en la resolución de diversos problemas relacionados a situaciones cotidianas.	
	SINTESIS -Realizarán de forma diferenciada un taller formativo donde pongan en práctica el uso de números decimales, su representación, su orden y sus operaciones básicas en la resolución de problemas.	Who: Docente – Estudiantes What: -Uso de los números decimales en la resolución de problemas. How: -Rubricas. -Evaluación formal: 1. Resolución del taller formativo con números decimales. -Preguntas de comprensión. -Escalera de retroalimentación. Looking for what: Identifiquen que los números decimales se pueden ejemplificar por medio de operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división en situaciones de la vida cotidiana.

Este formato comienza con la escritura de cada uno de los tópicos generativos que se trabajaran a lo largo de la unidad de indagación, luego para cada uno de los componentes se plantea una meta de comprensión, dada en forma de pregunta y de oración, después de ello, se empieza la planeación desde cada componente, teniendo en cuenta las tres fases:

Fase exploratoria, en la cual se escriben las actividades para dar a conocer a los estudiantes el tema y saber los conocimientos previos de los mismos, en este caso se utilizan dos recursos, el primero un taller donde ellos debían identificar y clasificar números decimales y naturales, se realiza al final una socialización donde los estudiantes justificaran cada una de sus respuestas; así mismo una segunda actividad, en la cual se utiliza un recurso virtual, donde los estudiantes debían ubicar números decimales en la recta numérica.

Fase de indagación, en esta se trabaja una parte de investigación donde los estudiantes consultaron acerca de los números decimales finitos, sus características y ejemplos; luego, una segunda actividad consistía en interactuar con diferentes links para comparar, identificar y redondear decimales finitos, cada una de estas actividades acompañadas de explicaciones por la profesora y socializaciones por parte de los estudiantes.

Fase de síntesis, en esta fase el estudiante debe aplicar lo comprendido del tema en diferentes situaciones, estas actividades se plantearon en dos partes, una de ellas fue la realización de un taller que abarcara todos los aspectos de los decimales finitos vistos en clases, teniendo en cuenta la diferenciación, según las habilidades y fortalezas de los estudiantes en la comprensión de este tema.

Para cada una de estas fases se realiza una evaluación, donde se da respuesta a una serie de preguntas basadas en las experiencias realizadas con los estudiantes, el tema de números decimales se encontraba ubicado en la unidad de indagación tres.

En este año lectivo se aumentó una hora de matemáticas en el horario de clases, pero se continuaba con el mismo tiempo para la enseñanza de cada componente (1 semana), así como el trabajo del área evidenciado a través del folder.

5.4.1.3 Año lectivo 2015 – 2016

En este año se realizó en el secuenciador de contenidos de matemáticas ciertas modificaciones, para ello se realizó una revisión de la ubicación de temas a lo largo de las unidades de indagación y el orden de estos, para que hubiera una secuencia clara en ellos, así mismo se siguió trabajando en el formato de planeación de la enseñanza para la comprensión.

El tema de números decimales se ubicó en la unidad de indagación 2, para así dar una continuidad a los temas que los estudiantes ven en la última unidad de indagación en grado cuarto, fracciones, y en la primera en grado quinto, operaciones con fracciones. La planeación que se llevó a cabo en esta unidad de indagación fue la siguiente:

Tabla 10 Planeación desde la enseñanza para la comprensión año 2015 - 2016

META DE COMPRENSIÓN (Número) Pregunta: ¿Qué función cumplen los números decimales en la vida cotidiana?	EXPLORACIÓN -Clasificarán diferentes cantidades numéricas en números naturales y decimales. -Interactuarán en el siguiente link http://www.primaria.librosvivos.net/archivosCMS/3/3/16/usuarios/103294/9/6EP_Mat_cas_ud2_196/frame_prim.swf Donde deberán pasar por ciertos retos que se resuelven con el uso de números decimales.	Who: Docentes Globalizados What: Conocimientos previos sobre los números decimales. How: Evaluación informal, socializando su clasificación de cada conjunto numérico, así como la interacción con el link.
--	---	--

Statemet: Las operaciones entre números decimales me permiten resolver problemas cotidianos.	INDAGACIÓN -Indagarán por grupos acerca de los números decimales: Grupo 1: características de los decimales. Grupo 2: orden y representación de los decimales. Grupo 3: suma y resta de decimales. Grupo 4: multiplicación y división de decimales. -Observarán los procedimientos adecuados para cada una de las siguientes situaciones: 1. Representación de números decimales en la recta numérica y en gráficos. 2. Orden de los números decimales. 3. Operaciones con números decimales (Suma, resta, multiplicación y división). 4. Redondeo y aproximación de números decimales. -Interactuarán con el siguiente link, acerca del orden en los números decimales. http://www.primaria.librosvivos.net/archivosCMS/3/3/16/usuarios/103294/9/4EP_mate_ud7_comparadecimales/frame_prim.swf -Practicarán con los números decimales en sus diferentes categorías en el siguiente link interactivo: http://www.juegoseducativosvindel.com/numeracion_decimal.php -Practicarán en el siguiente link sobre el redondeo de cifras decimales: http://www.primaria.librosvivos.net/archivosCMS/3/3/16/usuarios/103294/9/5EP_Mat_ud6_redondear_decimales/frame_prim.swf -Por grupos aplicarán las operaciones básicas con decimales en la resolución de diversos problemas relacionados a situaciones cotidianas.	Looking for what: Identifiquen las principales características de los números decimales mediante la interacción directa con ellos. Who: Docentes Globalizados What: Reconocer el orden, representación y operaciones de los números decimales. How: Evaluación formal: -Indagación en grupos sobre las características, orden, representación y operaciones de números decimales. -Resolución de problemas y algoritmos con números decimales. -Interacción con el link y los resultados en su folder. Looking for what: Resuelvan algoritmos con números decimales, teniendo en cuenta el orden, representación, operaciones, aproximación y redondeo.
	SINTESIS -Pondrán en práctica los números decimales en la resolución de problemas cotidianos haciendo uso de estos, mediante un taller formativo que será entregado en forma de trabajo escrito.	Who: Docentes Globalizados What: Aplicar los números decimales en el contexto mediante la resolución de problemas. How: Evaluación formal: -Resolución de problemas en el taller formativo con los números decimales, sus características y operaciones. Looking for what: Las operaciones entre números decimales me permiten resolver problemas cotidianos.

La planeación hecha en la tabla N°10 muestra que algunas de las actividades y recursos en la planeación del año 2014 – 2015 evidenciados en la tabla N°9, fueron retomados de nuevo, debido a que se seguía contando con el mismo tiempo, metodología y uso del folder, además de que se había visto un aporte a la enseñanza de los números decimales, dado que permitía ver este conjunto numérico desde diferentes representaciones.

Al finalizar este año lectivo se realizó de nuevo una revisión del secuenciador de contenidos, se tomaron algunas decisiones sobre ello, una de ellas fue la de aumentar una hora las clases de matemáticas en el horario para poder redistribuir los contenidos de una mejor manera, así como el uso de cuaderno para matemáticas, teniendo en cuenta los componentes que lo conforman.

5.4.1.4 Año lectivo 2016 – 2017

Debido a la revisión del año anterior, para el presente año lectivo el área de matemáticas en grado quinto realizó una distribución del tiempo y de la forma de registrar los conocimientos en esta, la distribución de las 6 horas de matemáticas se realizó de la siguiente manera:

- **Tratamiento de la información:** 1 hora semanal, con su correspondiente cuaderno.
- **Formas y espacios:** 1 hora semanal, con su correspondiente cuaderno.
- **Medición, patrones y funciones, número:** 4 horas semanas y su correspondiente cuaderno.

La planeación correspondiente a este año lectivo fue presentada en el apartado 2.2.4. en la tabla N° 7, en la página 69 del presente trabajo de grado.

La metodología sigue siendo la enseñanza para la comprensión, los números decimales se abordan en la unidad de indagación 2 y 3, se inicia a partir de las fracciones decimales y de la manipulación de material concreto para posteriormente interactuar con las actividades en el recurso virtual.

5.4.2 Las preguntas iniciales.

Luego de tener la información recolectada de las experiencias anteriores y conociendo que se quiere sistematizar la enseñanza de los números decimales finitos con estudiantes de grado quinto, en este segundo tiempo se pasa a orientar este proceso a partir de tres puntos esenciales: la definición, delimitación y precisión de la sistematización.

Es importante considerar la concepción que se tiene acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la mayoría de las personas afirman que es la materia más difícil (estudiante y padres de familia) del currículo escolar, igualmente los resultados muestran que la mayoría de los

estudiantes presentan dificultad en la precisión de las operaciones en los diferentes conjuntos numéricos y en su aplicación en la solución de problemas. Como lo menciona Gómez – Chacón (2006):

Los comportamientos y las acciones de los estudiantes que participan en las experiencias de aprendizaje organizadas en el aula de clases se ven afectados por las creencias de los docentes, de sus compañeros, padres o representantes y por la de otros actores en su entorno. Además, “para un desarrollo óptimo de la dimensión afectiva son necesarias situaciones que posibiliten el descubrimiento y la liberación de creencias limitativas del estudiante, la incorporación de experiencias vitales, así como la estimación y el afecto como vehículos del conocimiento matemático” (Gómez – Chacón, 2000)

Chamorro (2003) afirma que un momento importante en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Básica Primaria se presenta con la introducción de las fracciones, decimales y razón. La importancia de este hecho radica en que hay que pensar en relaciones entre cantidades, en el uso de nuevos sistemas de símbolos para representar dichas relaciones y en la ampliación del sistema de numeración decimal.

De ahí la importancia de reflexionar sobre el tipo de actividades y recursos utilizados para abordar el estudio de los números decimales finitos en grado quinto, cuyo objetivo es:

- Identificar los aportes y limitaciones de la implementación de recursos manipulativos y virtuales en la enseñanza de los números decimales finitos con los estudiantes de grado quinto.

Se espera dar cuenta del proceso de enseñanza de los números decimales finitos, al incorporar recursos manipulativos y virtuales que permitan integrar diferentes tipos de representación, conocer el significado de los números decimales a partir de la relación parte de un todo (fracciones decimales), logrando una familiarización de los estudiantes con nuevos símbolos y nuevas exigencias cognitivas desde las actividades propuestas. Por lo tanto, la sistematización se realizó teniendo en cuenta como eje:

- El tipo de actividades que se favorecen con los recursos manipulativos y virtuales seleccionados, teniendo en cuenta las comprensiones que se quieren lograr con los estudiantes al incorporarlos para el estudio de los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales.
- La interacción de los estudiantes con los recursos manipulativos y virtuales para desarrollar las actividades propuestas y observar cuales son aquellos aportes y limitaciones de cada uno en el desarrollo de las actividades propuestas y como apoyo a la enseñanza de los números decimales finitos.
- Identificar los errores, dificultades y obstáculos que se evidencian al realizar las actividades propuestas con los recursos manipulativos y virtuales, dado que permitirá observar aquellos que están sustentados teóricamente y que están relacionados con la enseñanza de los números decimales finitos.

Estos puntos que se tienen como eje de la sistematización permitirán repensar cada uno de los aspectos que se encuentran involucrados en el proceso de enseñanza de los números decimales finitos, al incorporar los recursos manipulativos y virtuales seleccionados.

3.4.3. Recuperación del proceso vivido.

La sistematización de esta experiencia se realizó en el Liceo los Alpes, durante los meses de noviembre, diciembre de 2016, enero y febrero de 2017, con 6 intervenciones en el aula de clases con los estudiantes de grado quinto, durante las unidades de indagación 2 y 3, las cuales se distribuyeron de la siguiente manera:

- Fase de exploración: 3 intervenciones de dos horas de clase cada una, es decir en total 6 horas en total.
- Fase de indagación: 2 intervenciones de dos horas cada una, en total 4 horas.
- Fase de síntesis: 1 intervención de 3 horas.

En cada una de estas intervenciones se utilizaron fichas escritas y/o virtuales donde los estudiantes debían registrar sus procedimientos y resultados de las actividades desarrolladas. Así mismo, cada una de las sesiones contó con intervenciones orales, donde se socializaron las opiniones, ideas y formas de resolver cada uno de los retos por parte de los estudiantes.

Para el registro de lo sucedido en cada una de las intervenciones con los estudiantes se utilizó un formato de registro, que Jara (1994) da como recurso para la sistematización, a continuación, se organiza en una tabla la parte introductoria de cada intervención realizada en cada fase:

Tabla 11 Resumen de intervenciones con estudiantes para la enseñanza de los decimales finitos.

Docente: Claudia Salazar	Fase Exploratoria	Fase de Indagación	Fase de Síntesis
¿Qué se hizo?	- Nº1: Se realizó la exploración del valor posicional, la escritura y lectura de los números decimales finitos al integrar los bloques de Dienes. - Nº2: Se realizó la exploración de operaciones de suma y resta con números decimales finitos, haciendo uso de los Bloques de Dienes y la tabla de valor posicional. - Nº3: Se realizó la exploración de operaciones de multiplicación y división con números decimales finitos a través de las fracciones decimales.	- Nº1: Se realizó la indagación de los números decimales finitos haciendo uso del recurso virtual “Los decimales y el Euro”, en especial de algunas actividades propuestas para la representación de las décimas, las centésimas y milésimas. - Nº2: Se realizó la indagación de las operaciones con números decimales finitos haciendo uso del recurso virtual “Los decimales y el Euro”, referido a las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.	Se realizó el cierre de todo el proceso mediante la realización los siguientes test por medio del recurso virtual “Los decimales y el Euro”: Décimas, centésimas, milésimas y redondeo, sumas y restas, multiplicación y división.
¿Dónde se realizó?	Salón de grado Quinto.	Sala de TIC y audiovisuales.	Sala de TIC.
¿Quiénes (y cuántos) participaron?	-Nº1: 16 estudiantes, 1 docente y 1 camarógrafo. - Nº2: 15 estudiantes y 1 docente.	- Nº1: 14 estudiantes y 1 docente. - Nº2: 16 estudiantes y 1 docente.	11 estudiantes y 1 docente.

	- N°3: 14 estudiantes y 1 docente.		
Duración de la actividad	2 horas cada una de las sesiones.	2 horas cada una de las sesiones.	1 hora y media.
Breve descripción de la actividad.			
Para las seis intervenciones que se realizaron con los estudiantes desde sus distintas fases de la enseñanza para la comprensión, se tuvieron en cuenta las siguientes organizaciones, teniendo en cuenta la orquestación instrumental: - Technical Demo: Se presenta cuando la profesora organiza los grupos focales de acuerdo a las habilidades de cada uno de los estudiantes y explica cómo utilizar el material entregado (fichas y bloques de Dienes), así como el ingreso al campus virtual para acceder al recurso virtual. - Spot and show: Se da cuando los estudiantes realizan cada uno de los retos con los recursos manipulativos y virtuales de manera grupal o individual, también se utiliza en las intervenciones de los estudiantes en el proceso de resolución de las fichas y en la socialización final cuando muestran sus razonamientos. - Discuss the screen: Este tipo de orquestación se presenta al proyectar los retos del recurso virtual en una pantalla, para así socializar las respuestas de los estudiantes y poder observar aquellas dificultades que se pudieron presentar a lo largo del proceso. - Link screen board: Se presenta al momento de tener en cuenta la relación entre lo que el estudiante realiza virtualmente y con lápiz y papel, lo cual se presentó al subirles una ficha a la plataforma institucional con los retos realizados en el recurso virtual, para así poder tener registro de las fortalezas y debilidades que se presentan a lo largo del proceso de enseñanza. - Explain the screen: Se presenta cuando la profesora interviene aclarando y explicando de acuerdo a los aportes orales de los estudiantes la manera correcta de realizarlo y hace explícito el conocimiento matemático involucrado, lo que le permite observar aquellas fortalezas y debilidades del proceso vivido por los estudiantes.			

5.4.3.1 Fase de Exploración de los Números decimales finitos al incorporar los Bloques de Dienes.

Se inicia la intervención explicándoles a los estudiantes el tipo de material que le será entregado para la clase, entre ellos el recurso manipulativo llamado Bloques de Dienes, donde se les menciona que es un recurso que les servirá para la representación de los números decimales finitos y que a medida que avancen en la ficha de trabajo, podrán identificar el significado de cada uno de los bloques, asociándolo a un valor posicional del número decimal.

Luego, se les entrega la ficha de la fase de exploración la cual consta de una historia contextualizada al salón de clases, en ella se presentó una situación sobre cómo empezar la enseñanza de los números decimales finitos con los estudiantes a partir de la utilización de diferentes representaciones de las fracciones decimales.

En la segunda parte de la ficha, se mostró el cuadro de valor posicional de los números decimales finitos, donde se pudo ver la relación entre la posición y cada uno de los bloques que conforma este recurso manipulativo, luego se le muestra al estudiante la forma de representar un número decimal finito haciendo uso del recurso y su forma de escribirlo en un lenguaje natural.

Al terminar la introducción, se pasa a los retos, esta ficha se encuentra conformada por cinco retos que abarcaban la representación de números decimales finitos con los Bloques de Dienes, su escritura en lenguaje natural y numérico, así como su representación por medio de fracciones decimales. (Ver Anexo 1).

A continuación, se presentan los objetivos establecidos en la planeación previa de la actividad:

- **Objetivos predefinidos:** los objetivos de esta actividad son:
 - Representar y escribir números decimales finitos haciendo uso de los Bloques de Dienes.
 - Escribir números decimales según el valor posicional de sus cifras.
 - Interpretar lenguaje natural y transformarlo a lenguaje formal.
 - Relacionar los números decimales finitos con las fracciones decimales.
 - Convertir fracciones decimales en números decimales finitos.
- **Resultados alcanzados**
 - **En relación a los objetivos:** En el transcurso de esta actividad se pudo evidenciar las siguientes fortalezas y limitaciones de los estudiantes a lo largo del proceso:

Fortalezas

A lo largo de la solución de cada uno de los retos de esta primera fase de exploración relacionada con el reconocimiento de los números decimales finitos a través de los Bloques de Dienes los estudiantes presentaron las siguientes fortalezas:

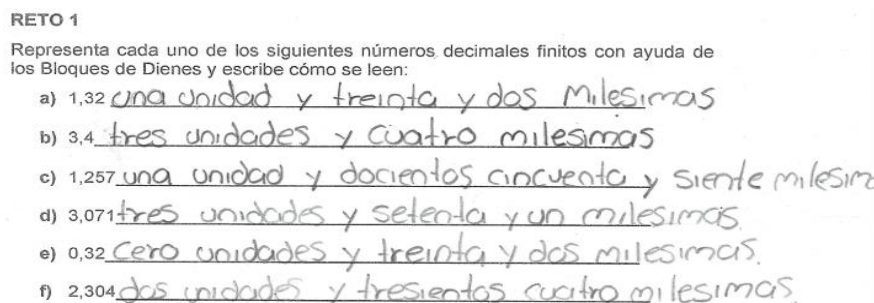
- 11 de 16 estudiantes realizaron la escritura de cada uno de los números decimales finitos teniendo en cuenta su valor posicional, logrando identificar su parte entera y decimal.
- 13 de 16 estudiantes lograron relacionar los Bloques de Dienes con la escritura de los números decimales finitos, porque reconocieron cada uno de los bloques representaba una posición en el número.
- 14 de 16 estudiantes realizaron de manera correcta la conversión de los decimales finitos a fracciones decimales, dado que asociaban la parte decimal con la cantidad de ceros en el denominador de la fracción según su lectura.

Limitaciones

A lo largo de la resolución de cada uno de los retos estudiantes presentaron las siguientes limitaciones:

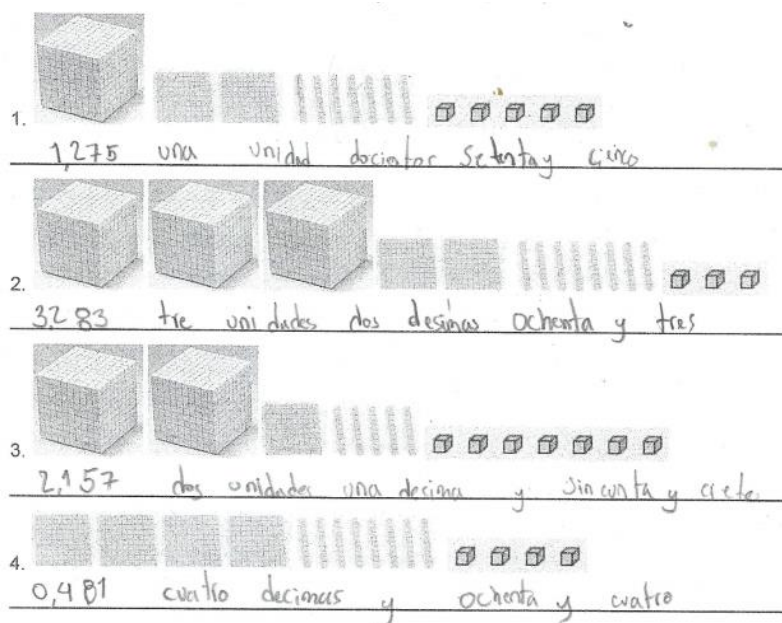
- 5 de 16 estudiantes cometieron el error de lectura y escritura de decimales finitos, dado que no lograron escribir correctamente los números que se encontraban en lenguaje natural porque escribían al finalizar la palabra “milésima”, esto muestra que asocian la parte decimal con dicha palabra sin tener en cuenta la cantidad de cifras decimales de los números, como se evidencia en la siguiente figura:

Figura 16 Respuesta al reto 1, escritura de decimales finitos, fase de exploración



- 3 de 16 estudiantes cometieron el error de escritura del valor posicional de la última cifra como se muestra a continuación:

Figura 17 Respuesta al reto 2, lectura de números decimales finitos en Bloques de Dienes, fase de exploración



- 15 de 16 estudiantes tuvieron el error de lectura y escritura, y del cero, al momento del paso de lenguaje natural al numérico de los decimales finitos, dado que no tuvieron en cuenta los ceros intermedios que se debían manejar en los puntos d y e como se puede observar en el siguiente registro:

Figura 18 Respuesta al reto 3, escritura en lenguaje formal de decimales finitos, fase de exploración

RETO 3

Escribe cada uno de los siguientes enunciados en forma de número decimal:

- Cuarenta y ocho unidades, trescientos sesenta y cinco milésimos. 48,345
- Ocho unidades, cincuenta centésimas. 8,50
- Cero unidades, dos décimas. 0,2
- Cero unidades, seis milésimas. 0,6
- Dieciocho unidades, tres centésimas. 18,3
- Treinta y siete unidades, cuatrocientas ochenta milésimas. 37,480

- 7 de 16 estudiantes presentaron error al convertir de fracción decimal a números decimales finitos y viceversa, dado que escribían todos los números con tres cifras decimales agregando ceros o cifras de manera inadecuada como se muestra en los puntos c, d y e de la figura 18 y todas las fracciones decimales con denominador cien como se muestra en la figura 19:

Figura 19 Respuesta al reto 4 centésimas, fase de exploración

	54,06 = cincuenta y cuatro unidades y seis centésimas.	$\frac{5406}{100}$	$\cdot \frac{4}{100}$
a) 0,4	Cero unidades y Cuatro centésimas	$\frac{4}{100}$	$\frac{4}{100}$
b) 3,08	Tres unidades y ocho centésimas	$\frac{308}{100}$	$\frac{308}{100}$
c) 14,012	catorce unidades y doce centésimas	$\frac{14012}{100}$	$\frac{14012}{100}$
d) 125,003	cento veinticinco y tres centésimas	$\frac{125003}{100}$	$\frac{125003}{100}$
e) 5,013	Cinco unidades y Trece centésimas	$\frac{5013}{100}$	$\frac{5013}{100}$
f) 2,25	dos unidades y Veinticinco centésimas	$\frac{225}{100}$	$\frac{225}{100}$
g) 12,25	doce unidades y Veinticinco centésimas	$\frac{1225}{100}$	$\frac{1225}{100}$
h) 18,02	Dieciocho unidades y dos centésimas	$\frac{1802}{100}$	$\frac{1802}{100}$

Figura 20 Respuesta al reto 5 milésimas, fase de exploración

RETO 5

Escribe cada una de las siguientes fracciones como números decimales finitos y representa su resultado a través de los Bloques de Dienes:

a) $\frac{4}{10}$

b) $\frac{7}{10}$

c) $\frac{16}{100}$

d) $\frac{11}{100}$

e) $\frac{328}{100}$

f) $\frac{2384}{1000}$

g) $\frac{1289}{1000}$

h) $\frac{529}{1000}$

a) 0,400

D) 0,011

g) 1,289

b) 0,700

e) 0,328

h) 0,529

c) 0,016

f) 2,384

- Un estudiante de 16 presentó error al momento de convertir de decimal finito a fracción y viceversa, dado que asumió la parte entera como el numerador y la parte decimal como denominador, como se muestra en el siguiente registro:

Figura 21 Respuesta al reto 4 fracción decimal, fase de exploración

54, 06 = cincuenta y cuatro unidades y seis centésimas. $\frac{5406}{100}$

a) 0,4 =	<u>cero unidades y cuatro</u>	$\frac{4}{10}$
b) 3,08 =	<u>Tres unidades y ocho</u>	$\frac{308}{100}$
c) 14,012 =	<u>catorce unidades y doce</u>	$\frac{14012}{1000}$
d) 125,003 =	<u>ciento veinticinco unidades y tres</u>	$\frac{125003}{1000}$
e) 5,013 =	<u>cinco unidades y trece</u>	$\frac{5013}{1000}$
f) 2,25 =	<u>dos unidades y veinticinco</u>	$\frac{225}{100}$
g) 12,25 =	<u>doce unidades y veinticinco</u>	$\frac{1225}{100}$
h) 18,02 =	<u>dieciocho unidades y dos</u>	$\frac{1802}{100}$

Figura 22 Respuesta al reto 5 parte entera y decimal, fase de exploración

a) $\frac{4}{10}$	b) $\frac{7}{10}$	c) $\frac{16}{100}$	d) $\frac{11}{100}$	e) $\frac{328}{100}$
	f) $\frac{2384}{1000}$	g) $\frac{1289}{1000}$	h) $\frac{529}{1000}$	

a) 4,10
 b) 7,10
 c) 16,100
 d) 11,100

- Un estudiante de 16 presentó error al momento de la escritura del número decimal finito en la fracción, debido a que en el numerador de la fracción incluyó la coma decimal,

sin tener en cuenta que al realizar la conversión desaparece y se tiene en cuenta al momento de colocar los ceros en el denominador, como se ve en el siguiente registro:

Figura 23 Respuesta al reto 4 coloca coma en la fracción, fase de exploración

54, 06 = cincuenta y cuatro unidades y seis centésimas. $\frac{5406}{100}$

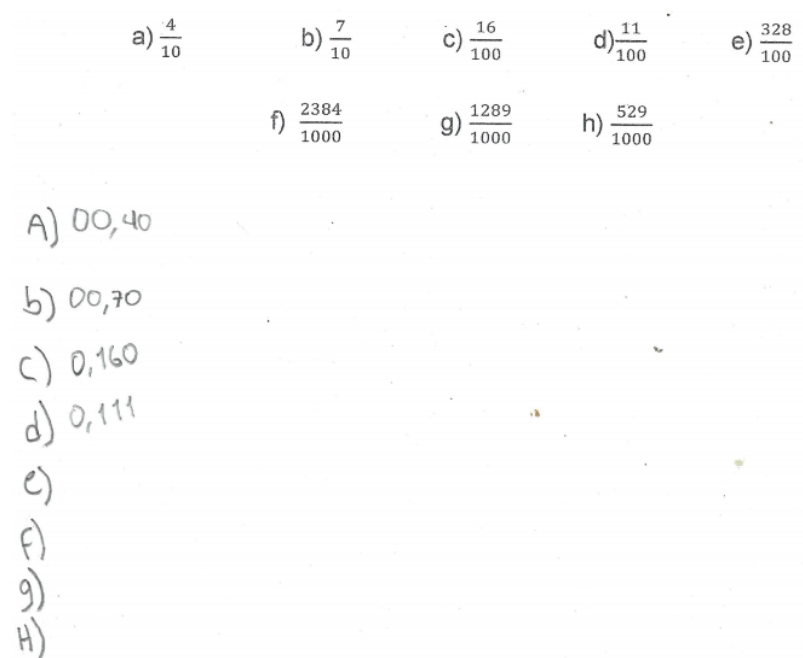
a) 0,4	cero unidades y cuatro decimas	$\frac{04}{10}$
b) 3,08	tres unidades y ocho decimas	$\frac{308}{10}$
c) 14,012	Catorce unidades y doce milésimas	$\frac{14012}{1000}$
d) 125,003	ciento veinticinco unidades y tres milésimas	$\frac{125003}{1000}$
e) 5,013	cinco unidades y trece milésimas	$\frac{5013}{1000}$
f) 2,25	dos unidades y veinticinco decimas	$\frac{225}{10}$
g) 12,25	doce unidades y veinticinco milésimas	$\frac{1225}{1000}$
h) 18,02	dieciocho unidades y dos milésimas	$\frac{1802}{1000}$

- 8 de 16 estudiantes presentaron el reto 4 y 5 incompleto o sin realizar, debido a que no manejaron un buen tiempo de realización de la actividad, como se observa a continuación:

Figura 24 Respuesta al reto 4 incompleto o sin realizar, fase de exploración

54, 06 = cincuenta y cuatro unidades y seis centésimas. $\frac{5406}{100}$

a) 0,4	Cero unidades y cuatro decimas	$\frac{04}{10}$
b) 3,08	Tres unidades, Cero decimas y ocho centésimas	
c) 14,012	Catorce unidades, Cero decimas y doce centésimas	
d) 125,003	Ciento veinticinco unidades, Cero decimas, Cero centésimas y Tres milésimas	
e) 5,013		
f) 2,25		
g) 12,25		
h) 18,02		

Figura 25 Respuesta al reto 5 incompleto o sin realizar, fase de exploración

Observaciones sobre la actividad

En esta actividad se pudo observar que a los estudiantes se les facilita la asociación de los Bloques de Dienes con la escritura de los números decimales finitos, teniendo en cuenta su valor posicional.

Los estudiantes también muestran un mejor acercamiento a la conversión de números decimales finitos a fracciones decimales, mientras que en la conversión de fracciones decimales a números decimales finitos presentan mayor dificultad.

Se pudo evidenciar que en los retos 1 y 2 los estudiantes presentaron un mayor éxito, debido a que había una manipulación de los Bloques de Dienes para su solución, mientras que en los retos 3, 4 y 5 presentaron una mayor cantidad de errores referidos a: la conversión de los números decimales de lenguaje natural a lenguaje formal; la conversión de números decimales finitos a fracciones decimales y la conversión de fracciones decimales a números decimales finitos respectivamente, porque en dichos retos no se utilizó el material manipulativo lo cual dificultó su comprensión y su correcto desarrollo, varios de los errores se debe a que los estudiantes no tienen el concepto de fracción.

Así mismo, es necesario que cada uno de los estudiantes tenga su propio material para la solución de sus retos, dado que en algunas ocasiones se perdía el trabajo en equipo y el material pasaba a ser un motivo de discordia entre sus integrantes. En el mismo sentido, hay que seguir trabajando en la parte de separar un recurso manipulativo como juego, dado que algunos estudiantes lo tomaron para realizar otras actividades ajenas a lo que se estaba realizando en ese momento, como lo fueron armar torres o figuras con ellas.

Finalmente, se puede afirmar que los estudiantes comprendieron la representación de los números decimales a través de los Bloques de Dienes, teniendo en cuenta la relación de cada bloque con el valor posicional.

Documentos de referencia (diseños, transcripciones, programa, material utilizado)

Para el desarrollo de esta actividad se utilizó un diseño de ficha compuesta por 5 retos exploratorios sobre el valor posicional y representación de los números decimales finitos, así mismo se utilizaron los Bloques de Dienes como ayuda para la solución de algunos de estos retos. (Ver Anexo N° 1)

5.4.3.2 Fase de Indagación números decimales finitos.

Para la realización de esta fase, se implementó una ficha que estaba compuesta por una introducción donde se le presentaba al estudiante el link del recurso virtual con el que debía trabajar, para luego empezar con cada uno de los 4 retos propuestos. Cada uno de estos retos correspondía a una actividad del link, se les brindaba el paso a paso de lo que se debía realizar en este y una parte donde los estudiantes colocaban el resultado de sus aciertos logrados en el recurso virtual. (Anexo 2)

También se entregó una ficha con los ejercicios del recurso virtual, para tener el registro de los estudiantes de manera más detallada y así poder observar sus fortalezas y debilidades en la solución de cada uno de los retos.

Objetivos predefinidos: los objetivos de esta actividad son:

- Identificar la escritura y representación gráfica de los números decimales finitos hasta las décimas.
- Identificar la escritura y representación gráfica de los números decimales finitos hasta las centésimas.
- Identificar la escritura y representación gráfica de los números decimales finitos hasta las milésimas.
- Identificar el redondeo de números decimales finitos hasta las centésimas.

Resultados alcanzados

- **En relación a los objetivos:** En el transcurso de esta actividad se pudieron evidenciar las siguientes fortalezas y limitaciones de los estudiantes:

Fortalezas

A lo largo de la solución de cada uno de los retos de la fase de indagación relacionada con el reconocimiento de los números decimales finitos a través del recurso virtual “Los decimales y el Euro”, los estudiantes presentaron las siguientes fortalezas:

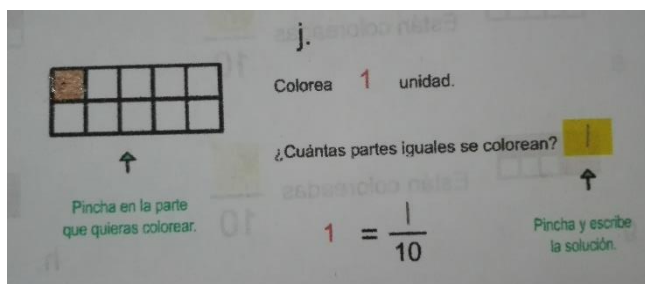
- Todos los estudiantes establecieron una relación entre la representación gráfica de los números decimales finitos hasta las décimas, a través de áreas con su escritura en fracción decimal.
- Los estudiantes lograron hacer lectura, interpretación, escritura y representación de los números decimales finitos con décimas, centésimas y milésimas, a través del ábaco, identificando la parte entera y la parte decimal de cada uno, así como la ubicación de las cifras con su respectivo valor posicional, a continuación, se relaciona la cantidad de estudiantes que presentaron las fortalezas: 10 de 14 estudiantes realizaron escritura de los números representados en el ábaco hasta las décimas, 11 hasta las centésimas y 9 hasta las milésimas; así mismo, 12 de 14 representaron en el ábaco los decimales finitos dados hasta las décimas, 12 hasta las centésimas y 11 hasta las milésimas.

Limitaciones

En la solución de cada uno de los retos de la fase de indagación relacionada con el reconocimiento de los números decimales finitos, los estudiantes presentaron las siguientes limitaciones:

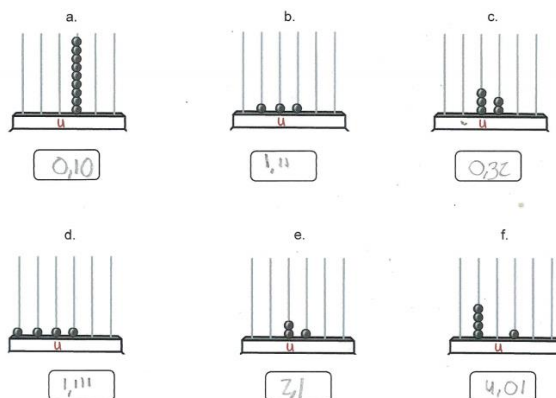
- 6 de 14 estudiantes presentaron dificultad en dar respuesta al punto j de la actividad, dado que los estudiantes colorearon una décima en la figura, cuando el número dado representaba una unidad completa, haciendo presente la dificultad en la representación gráfica de los decimales finitos, como se muestra en la siguiente figura:

Figura 26 Dificultad en la representación gráfica de números decimales finitos. Reto 1. Fase de indagación



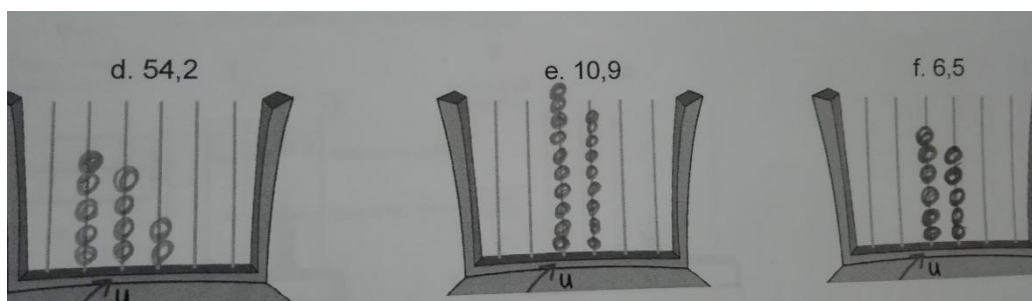
- 3 de 14 estudiantes presentaron error de lectura y escritura (valor posicional) de los decimales finitos, dado que en el punto a de la actividad, la cantidad de bolitas era considerada como una decena, y en el punto d, realizaban la lectura incorrecta del número representado, haciendo que la escritura del decimal finito no fuera la correspondiente a la representación, como se observa a continuación:

Figura 27 Error en la lectura y escritura de decimales finitos en el ábaco. Reto 3. Décimas. Fase de indagación



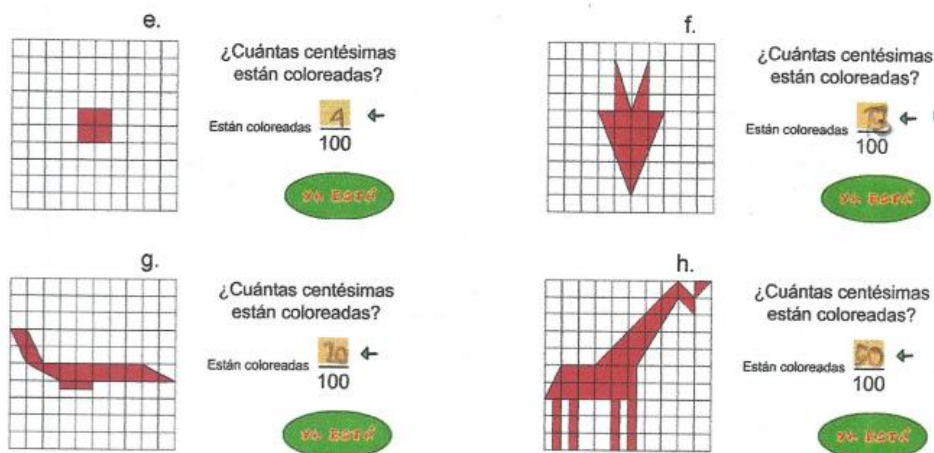
- Se observó que uno de los estudiantes no tuvo en cuenta el valor posicional de las cifras que se encontraba en la parte entera de las decenas y fue representada en una sola varilla del ábaco, la correspondiente a las unidades, presentando la dificultad en la representación en el ábaco de los decimales finitos en el punto *e* de la actividad, que se muestra en la siguiente figura:

Figura 28 Error de ubicación de decimales finitos en el ábaco. Reto 4. Décimas. Fase de indagación



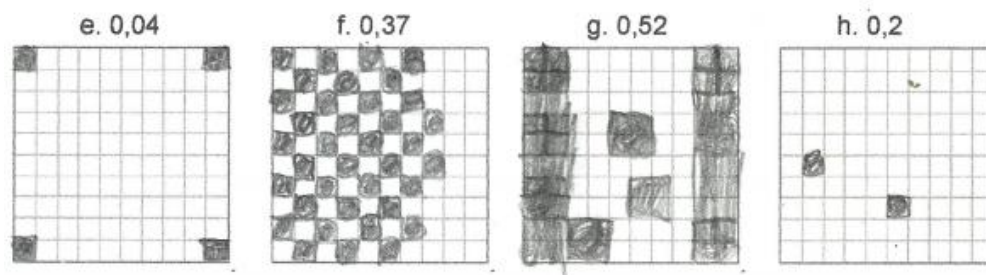
- 11 de 14 estudiantes presentaron error de lectura y escritura de números decimales finitos porque no lograron identificar el patrón de medida para realizar el conteo de las partes coloreadas de la figura que estaba representada en el recurso, presentándose más este error en aquellas figuras que tenían patrones de medida incompletos, como se observa a continuación:

Figura 29 Error de lectura y escritura de decimales finitos en la cuadrícula. Reto 1. Centésimas. Fase de indagación



- 9 de 14 estudiantes presentaron error de lectura y escritura de números decimales finitos, así como la dificultad en la representación gráfica de decimales, debido a que, en uno de los puntos del reto, los estudiantes tomaron el número decimal hasta las décimas, sin tener en cuenta el patrón que se estaba trabajando en la actividad y lo representó de esa manera, como se muestra en el punto h de la siguiente figura:

Figura 30 Dificultad en la representación gráfica de centésimas. Fase de indagación



- 6 de 14 estudiantes presentan el error de lectura y escritura (valor posicional) de los decimales finitos, porque los estudiantes escriben la coma decimal en el lugar incorrecto, es decir, considera que la coma siempre va después del primer número como se observa en la figura 31, sin tener en cuenta el resto de los números que lo conforman y el valor posicional de ellos; así mismo, en la figura 32 se observa que el estudiante omite la coma decimal cuando la parte entera es cero así:

Figura 31 Error en la lectura y escritura de decimales en el ábaco hasta las centésimas. Reto 3. Fase de indagación

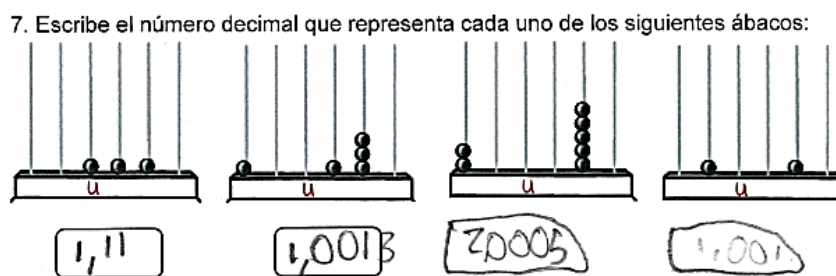
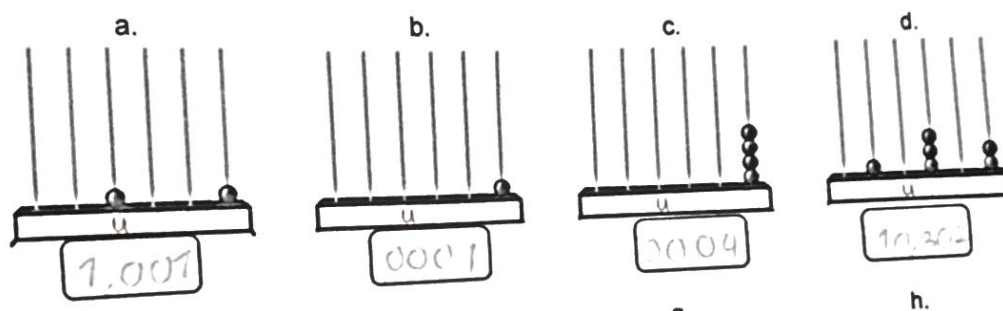
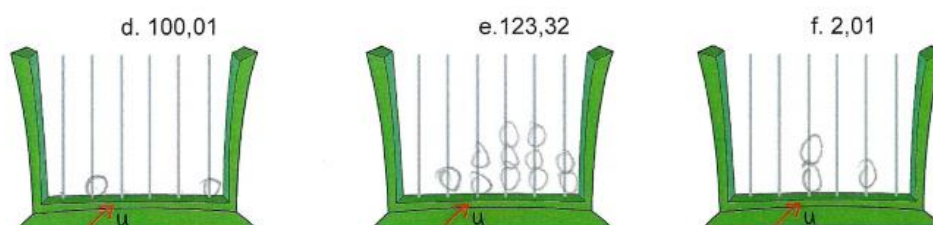


Figura 32 Error en la lectura y escritura de decimales en el ábaco hasta las milésimas. Reto 2. Fase de indagación



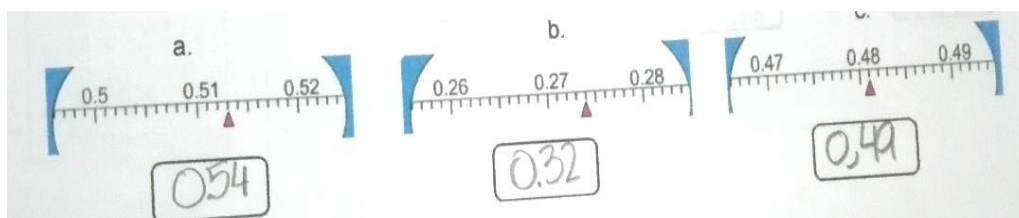
- 2 de 14 estudiantes presentan la dificultad en la representación gráfica de los decimales finitos cuando tenían que representar números que tenían en su parte entera hasta las centenas, dado que ubicaban en el ábaco las bolitas en la varilla equivocada, sin tener en cuenta el valor que representaba cada una de las cifras, como se observa en el punto e del reto 4:

Figura 33 Dificultad en la representación gráfica de centésimas en el ábaco. Reto 4. Fase de indagación



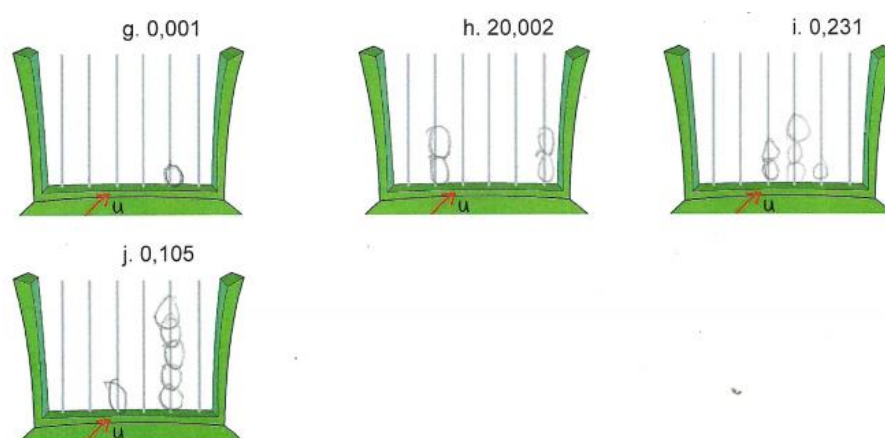
- 8 de 14 estudiantes presentaron errores de lectura, escritura y la dificultad en la representación en la recta numérica de números decimales finitos, dado que ellos no tomaron en cuenta el rango que se les mostraba en esta recta, la cual se encontraba con decimales hasta las centésimas, por lo cual los estudiantes asumieron que el número indicado también sería en centésimas, sin tener en cuenta el valor posicional de las cifras de los decimales que se encontraban representados gráficamente, lo anterior se puede observar en la siguiente figura:

Figura 34 Dificultad en la representación de milésimas en la recta numérica. Reto 1. Fase de indagación



- 2 de 14 estudiantes presentaron error de lectura y escritura, y dificultad de representación de los decimales, debido a que cuando los números decimales que se le daba al estudiante contenían en su parte entera el número cero, lo asumían como un número natural y representaban en el ábaco el número desde las décimas y no desde la parte entera, como se observa en los puntos i y j de la actividad:

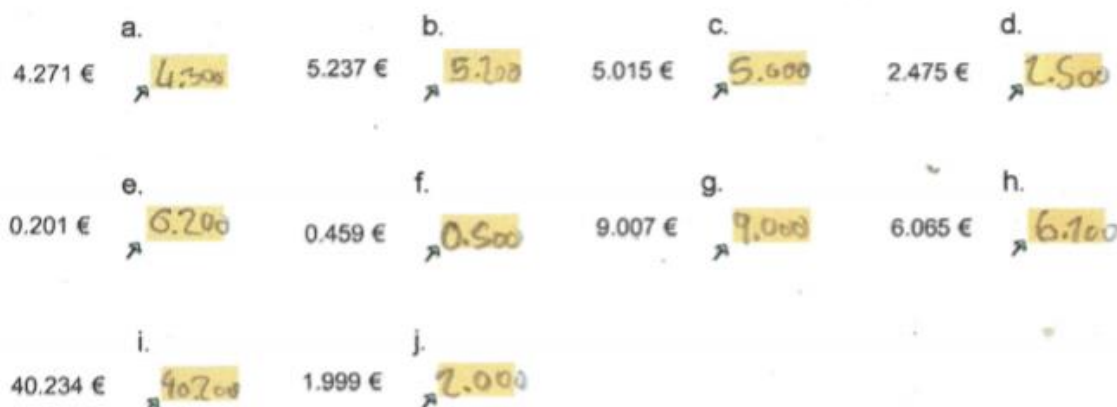
Figura 35 Dificultad de representación de decimales finitos hasta las milésimas en el ábaco. Recto 3. Fase de indagación



- 2 de 14 estudiantes presentaron error de lectura, escritura y el obstáculo de la densidad de los decimales finitos al momento de seguir la regla de redondeo y aplicarla a cada una de las actividades que proponía el reto de manera errónea, dado que ubicaban la coma en otra posición, dejaban los números iguales o escribieron números que no se encontraban dentro del rango del decimal dado, como se observa a continuación:

Figura 36 *Obstáculo de densidad en el redondeo de decimales finitos. Reto 2. Fase de indagación*

13. Redondea cada uno de los siguientes números a centésimas:



Observaciones sobre la actividad

A lo largo del desarrollo de la actividad se pudo observar que a los estudiantes se les dificulta la lectura de números decimales finitos cuando se encuentran representados por áreas y las figuras se encuentran incompletas, porque no logran unir las partes coloreadas para completar la unidad patrón dada.

En relación a la representación en la recta numérica y en el ábaco, algunos estudiantes tuvieron dificultad en la lectura y escritura de los números decimales finitos, porque no tienen en cuenta la unidad dada para establecer el orden, la densidad en el caso de la recta numérica y el valor posicional de cada una de las cifras que conforman los números dados.

Por último, en relación al redondeo de números decimales finitos se pudo observar que a los estudiantes les cuesta tener en cuenta la regla de densidad, dado que deben identificar el rango de números que se encuentran entre los dos números decimales finitos ubicados en la recta numérica, la mayoría de los estudiantes obviaron o no leyeron esta información. En este caso había que tener en cuenta el valor que tiene cada cifra en los números dados para así realizar el redondeo correspondiente.

Lo anterior evidencia que para lograr que los estudiantes realicen con éxito las actividades en la recta numérica, de áreas y de redondeo, es fundamental la intervención de la profesora para identificar los razonamientos de los estudiantes y hacer explícitas las estrategias que deben emplear para su solución.

Documentos de referencia (diseños, transcripciones, programa, material utilizado)

Para el desarrollo de esta actividad se utilizó un diseño de ficha compuesta por 4 retos, donde cada uno correspondía a un punto del link. (Ver Anexo N°2).

El programa utilizado en este caso fue un recurso virtual dado por la NTIC llamado, Los decimales y el Euro.

<http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menuu3.html>

5.4.3.3 Fase de Exploración suma y resta con números decimales finitos.

Para el desarrollo de las actividades correspondientes a la enseñanza de las operaciones básicas con los números decimales, se decidió dividirla en dos partes, una parte corresponde a la suma y resta, la cual está conformada por una ficha que continúa con la contextualización trabajada en el Anexo N°1, en ella se brinda una explicación de cómo se trabaja la suma con la representación gráfica de los Bloques de Dienes y su escritura en lenguaje natural y formal.

La ficha se distribuye en tres retos con diversas actividades relacionadas a la suma y resta de números decimales finitos haciendo uso de los Bloques de Dienes. (Ver Anexo N° 3)

Breve descripción de la actividad

Los estudiantes realizan los retos y al terminar esta primera parte se propuso una actividad adicional con los Bloques de Dienes que consistió en:

- Distribuir los Bloques de Dienes en cada uno de los grupos focales conformados en el salón de clases.
- Repartir los Bloques de manera libre entre los integrantes del grupo focal, de tal manera que todo quede totalmente distribuido.

- Escribir el número decimal finito que cada uno de los estudiantes identificó con los Bloques de Dienes correspondientes.
- Realizar la suma de todos los números decimales finitos que cada grupo focal logro identificar en cada uno de los estudiantes que lo conforman.
- Mostrar las operaciones y el resultado de la suma total de todos los números conformados en el grupo focal, para ello se escoge un representante que saliera al tablero.
- Realizar un debate sobre la comparación de cada uno de los totales que brindó cada uno de los grupos focales.

Objetivos predefinidos: los objetivos de esta actividad son:

- Realizar sumas y restas con números decimales finitos a través de los Bloques de Dienes.
- Representar resultados de sumas y restas de números decimales finitos a través de fracciones decimales.
- Realizar sumas y restas con números decimales finitos a través del cuadro de valor posicional.

Resultados alcanzados

En el transcurso de esta actividad se pudieron evidenciar las siguientes fortalezas y limitaciones de los estudiantes de acuerdo a los objetivos predefinidos:

Fortalezas

Los estudiantes presentaron las siguientes fortalezas en cada uno de los retos de la fase de exploración de las operaciones de suma y resta de decimales finitos con los Bloques de Dienes:

- 13 de 15 estudiantes presentaron fortaleza en la realización de sumas y restas con decimales finitos, haciendo uso de la representación gráfica de los Bloques de Dienes, lo que les permitió manejar el valor posicional de cada una de las cifras que conformaban los números dados en la ficha y ubicándolos para poder realizar el algoritmo de suma y resta.

- La mayoría de los estudiantes presentan habilidad en ubicar los números decimales finitos que se les da para las operaciones de suma y resta a través de la tabla de valor posicional, dado que así los estudiantes pudieron observar el valor, la posición y la estructura de los decimales finitos y operarlos de la manera adecuada.

Limitaciones

Los estudiantes a lo largo del proceso de resolución de los retos con sumas y resta de números decimales presentaron las siguientes limitaciones:

- 9 de 15 estudiantes presentaron el error de lectura y escritura de decimales finitos al momento de realizar la conversión de los resultados de las operaciones a fracciones decimales, dado que escribían en el numerador el número decimal finito acompañado de su coma, así mismo en el denominador no tenían en cuenta la cantidad de cifras decimales para escribir el número en base diez correspondiente, como se observa a continuación:

Figura 37 *Error en la conversión de decimales a fracción decimal en la suma. Reto 2.*
Exploración suma y resta de decimales finitos

a. $1,625 + 3,24$
 Resultado en número decimal: 4,865
 Resultado en fracción decimal: $\frac{4,865}{1000}$

b. $2,904 + 2,3$
 Resultado en número decimal: 4,9
 Resultado en fracción decimal: $\frac{4,9}{10}$

c. $0,50 + 4,062$
 Resultado en número decimal: 4,562
 Resultado en fracción decimal: $\frac{4,562}{1000}$

d. $5,35 - 0,14$
 Resultado en número decimal: 5,21
 Resultado en fracción decimal: $\frac{5,21}{100}$

- 15 de 15 estudiantes presentaron error en la solución de sumas y restas con números decimales finitos porque los estudiantes resolvían el algoritmo de izquierda a derecha, además no tenían en cuenta el valor posicional de las cifras al momento de realizar la

operación, esto se observó en las sumas, porque los sumandos no tenían la misma cantidad de cifras decimales y no se tenía en cuenta la posición de la coma decimal. Así mismo presentaron error en las restas prestando, como se observa en las siguientes figuras:

Figura 38 Error en la solución de sumas y restas con decimales finitos. Reto 2. Exploración suma y resta de decimales finitos

a. $1,625 + 3,24$
 Resultado en número decimal: $\frac{1949}{1000}$ $\begin{array}{r} 1,625 \\ + 3,24 \\ \hline 1949 \end{array}$
 Resultado en fracción decimal: $\frac{1949}{100}$

b. $2,904 + 2,3$
 Resultado en número decimal: $\frac{2927}{1000}$ $\begin{array}{r} 2,904 \\ + 2,3 \\ \hline 2927 \end{array}$
 Resultado en fracción decimal: $\frac{2927}{100}$

c. $0,50 + 4,062$
 Resultado en número decimal: $\frac{4112}{100}$ $\begin{array}{r} 4,062 \\ + 0,50 \\ \hline 4112 \end{array}$
 Resultado en fracción decimal: $\frac{4112}{100}$

d. $5,35 - 0,14$
 Resultado en número decimal: $\frac{521}{100}$ $\begin{array}{r} 5,35 \\ - 0,14 \\ \hline 521 \end{array}$
 Resultado en fracción decimal: _____

Figura 39 Error en la lectura y escritura de decimales finitos en el cuadro posicional. Reto 3. Exploración suma y resta de decimales finitos

a. $3,46 + 9,8$

Unidades	Coma	Décimas	Centésimas	Milésimas
	,			
3	,	4	6	
9	,	8		
12	,	2	7	

Lectura de resultado: doce unidades y veinti siete centésimas.

b. $106,908 + 97,007$

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas
			,			
1	0	6	,	9	0	8
9	9	7	,	0	0	7
2	0	3	,	9	0	5

Lectura de resultado: doscientos tres unidades y novecientos cincuenta y cinco milésimas.

c. $953,46 + 47,8$

- Un estudiante presenta error de reconocimiento del cero, cuando al escribir una de las respuestas de las operaciones en forma de fracción decimal escribió el cero al inicio lo cual no es necesario, como se observa a continuación:

Figura 40 Error en el reconocimiento del cero en las fracciones decimales. Reto 2. Exploración suma y resta de decimales finitos

d. $5,35 - 0,14$
 Resultado en número decimal: 0,21
 Resultado en fracción decimal: $\frac{021}{100}$

- 7 de 15 estudiantes presentaron error en el reconocimiento del cero en las operaciones con decimales finitos, dado que dos de las restas que se proponían no tenían la misma cantidad de cifras en su parte decimal, los estudiantes no igualaron con ceros la parte decimal para realizar dichas operaciones y restaron sin realizar la descomposición, como se observa en la figura:

Figura 41 Error en el reconocimiento del cero en la suma y resta de decimales. Reto 3. Exploración suma y resta de decimales finitos

f. $124,3 - 48,25$

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas
1	2	4	,	3		
	4	8	,	2	5	
1	2	4	,	2	5	

Lectura de resultado: ciento veinticuatro coma quince centésimas

Actividad Adicional: Los estudiantes realizaron una actividad adicional a la propuesta en la ficha, en esta actividad debían repartirse todos los Bloques de Dienes entre los cuatro estudiantes que conformaban cada grupo, escribir en una hoja los números decimales finitos formados por cada uno, salir al tablero para escribirlos y realizar la respectiva suma.

En esta actividad se pudo observar que, al momento de repartir el material entre los integrantes del grupo, algunos tenían parte del material en el piso y por tanto no tenían la cantidad entregada inicialmente.

Cada grupo nombró un líder para salir al tablero y escribir los cuatro números representados y su respectiva suma, los resultados fueron los siguientes:

- Grupo 1: $0,30 + 0,090 + 0,007 + 5,000 = 5,397$
- Grupo 2: $1,001 + 1,042 + 1,212 + 2,343 = 5,598$

- Grupo 3: $2,231 + 1,132 + 1,113 + 1,122 = 5,999$
- Grupo 4: $1,123 + 2,132 + 1,122 + 1,222 = 5,999$

Al finalizar la actividad, los grupos llegaron a la conclusión de que todos debían llegar al mismo resultado, dado que todos tenían la misma cantidad de material y que no importaba los números decimales finitos que se formarían, la suma final debía ser 5,999.

Observaciones sobre la actividad

En esta actividad se pudo observar que el papel que cumple el recurso manipulativo ya sea de forma física o gráfica es importante para los estudiantes, dado que de esta manera les resulta más sencillo resolver las operaciones de suma y resta, como se pudo observar en los anteriores resultados en aquellos retos que no se hacía uso de este recurso, se presentaba la mayor cantidad de estudiantes con errores en las operaciones.

Por otro lado, la forma en que los estudiantes realizan los algoritmos de la suma y resta con decimales finitos es poco adecuada, dado que la realizan de izquierda a derecha y cuando estas necesitan de otro tipo de agrupación, sus resultados no son los correctos.

Así mismo, el recurso físico dado a los estudiantes limita la cantidad de números que puede llevar las partes enteras y decimales, de un decimal finito dado, debido a que si al estudiante se le da un número que no pueda representar por medio de los Bloques su resultado se vería afectado, igualmente es necesario que cada estudiante tenga su propio material, dado que lo requiere para la solución de las operaciones y puede llegar a ser un motivo de discordia entre compañeros, al querer manejarlos todos al mismo tiempo. Además, se observó, que en el reto en que los estudiantes debían usar los Bloques para las sumas y restas, evitaban su uso y solamente realizaban el algoritmo para llegar a su resultado final.

Documentos de referencia (diseños, transcripciones, programa, material utilizado)

Para el desarrollo de esta actividad se utilizó una ficha compuesta por 3 retos, donde se proponían sumas y restas de números decimales finitos, teniendo en cuenta su valor posicional,

escritura, conversión a fracción decimal y representación gráfica, a través del uso de los Bloques de Dienes. (Ver Anexo N°3)

5.4.3.4 Fase de Exploración multiplicación y división números decimales finitos.

Para esta segunda parte de actividades con las operaciones de números decimales finitos, correspondiente a la multiplicación y división, se trabajó con una ficha que continuaba con el mismo contexto presentado en las fichas anteriores, se explicaba cómo realizar la multiplicación de decimales finitos a partir de dos métodos: por fracciones decimales y el método tradicional y la división de números decimales a través de las fracciones decimales, luego de cada explicación se proponían los retos (ver Anexo N°4).

Los objetivos establecidos en la planeación previa de la actividad se presentan a continuación:

Objetivos predefinidos: los objetivos de esta actividad son:

- Identificar y utilizar los métodos de resolución de multiplicaciones haciendo uso de números decimales finitos.
- Identificar y utilizar el método de resolución de divisiones de números decimales finitos a través de las fracciones decimales.

Resultados alcanzados

Las fortalezas y limitaciones identificados en el transcurso la actividad de exploración de la multiplicación y división con números decimales finitos se presentan a continuación:

Fortalezas

En la solución de cada uno de los retos de la fase de exploración de las operaciones de multiplicación y división de decimales finitos los estudiantes presentaron las siguientes fortalezas:

- Los estudiantes comprendieron la forma de solución de multiplicaciones y divisiones de decimales finitos, haciendo uso de las fracciones decimales, prefiriendo este método para resolver los diferentes problemas que se les proponían, así como en su evaluación final de la unidad.

Limitaciones

Los estudiantes presentaron las siguientes limitaciones en la solución de los retos de multiplicación y división con números decimales finitos:

- 4 de 14 estudiantes presentaron error en la lectura y escritura de los números decimales finitos al momento de conservar la coma decimal en el numerador de la fracción al convertir el decimal a esta forma, como se observa en la figura:

Figura 42 Error en el posicionamiento de la coma en la fracción decimal. Reto 1. Exploración multiplicación de decimales finitos

b. $762,5 \times 2,20$	
Método Fracciones Decimales	Método Tradicional (Prueba)
$\frac{7625}{10} \times \frac{220}{100} = \frac{1677500}{1000}$ 1677.500	$\begin{array}{r} 7625 \\ \times 220 \\ \hline 0000 \\ 152500 \\ + 152500 \\ \hline 1677500 \end{array}$

- 11 de 14 estudiantes presentaron error en la solución de multiplicaciones con números decimales finitos al escribir los resultados de la multiplicación en ambos métodos sin la coma decimal, haciendo que este se lea como número natural y no como decimal, como se observa a continuación:

Figura 43 Error en la escritura de decimales en el resultado de la multiplicación. Reto 2. Exploración multiplicación de decimales finitos.

b. $762,5 \times 2,20$	
Método Fracciones Decimales	Método Tradicional (Prueba)
$\frac{7625}{10} \times \frac{220}{100} = \frac{137500}{1000} = 137500$	$\begin{array}{r} 7625 \\ \times 220 \\ \hline 000 \\ 1250 \\ + 1250 \\ \hline 137500 \end{array}$

c. $456,1 \times 0,12$	
Método Fracciones Decimales	Método Tradicional (Prueba)
$\frac{4561}{10} \times \frac{12}{100} = \frac{54732}{1000} = 54732$	$\begin{array}{r} 4561 \\ \times 012 \\ \hline 4122 \\ + 4561 \\ \hline 54732 \end{array}$

- 8 de 14 estudiantes presentaron error en la solución de divisiones con decimales finitos al momento de realizar la división de forma tradicional con los resultados de operar las fracciones decimales, dado que ellos comienzan la división y en el proceso presentan confusiones y paran donde lo creen conveniente, como se observa en la figura:

Figura 44 Error en la solución de divisiones con decimales finitos. Reto 1. Exploración división de decimales finitos

c. $6,9 / 7,4$	
Método Fracciones Decimales	División
$\frac{69}{10} \div \frac{74}{10} = \frac{69}{10} \times \frac{10}{74}$ $\frac{69 \times 10}{10 \times 74} = \frac{690}{490}$	$\begin{array}{r} 674 \overline{) 69} \\ - 69 \\ \hline 000 \\ - 483 \\ \hline 074 \end{array}$
d. $0,15 / 5,4$	
Método Fracciones Decimales	División
$\frac{015}{100} \div \frac{54}{10} = \frac{015}{100} \times \frac{10}{54}$ $\frac{015 \times 10}{100 \times 54} = \frac{150}{5400}$	$\begin{array}{r} 5400 \overline{) 150} \\ - 450 \\ \hline 0900 \\ - 900 \\ \hline 000 \end{array}$

Observaciones sobre la actividad

A lo largo del desarrollo de la actividad se pudo observar que los estudiantes tuvieron confusiones para la solución del algoritmo de división, dado que representaron las cantidades en forma de fracciones decimales y al momento de hacer la división no lograban terminar el procedimiento, así mismo se puede observar que los estudiantes continúan con dificultades de división con números naturales y lo hacen extensivo a los decimales, es por ello que es necesario que ellos practiquen previamente a la realización de la actividad.

Del mismo modo, algunos estudiantes manifestaron que les pareció más sencillo realizar las multiplicaciones por medio de las fracciones decimales, mientras que otros prefirieron el método tradicional, algo que se pudo evidenciar al momento de realizar la evaluación sumativa final de la unidad, donde se les dio la libertad de escoger cualquiera de los dos métodos y ellos prefirieron el de las fracciones decimales.

En esta actividad no se utilizaron los Bloques de Dienes, debido a que en primer lugar se necesitaba más material y el procedimiento de solución de la multiplicación y la división era difícil realizarlo con ayuda de este material.

Documentos de referencia (diseños, transcripciones, programa, material utilizado)

Para el desarrollo de esta actividad se utilizó un diseño de ficha compuesta por 2 retos (ver Anexo N°4), donde se trabajaban las multiplicaciones y divisiones de números decimales finitos, teniendo en cuenta sus procedimientos, como de fracciones decimales para ambos, y el tradicional para la multiplicación.

5.4.3.5 Fase de Indagación operaciones con números decimales finitos.

Para esta fase de indagación con operaciones de números decimales finitos se trabajó una ficha que estaba estructurada por tres retos divididos así: un primer reto para suma y resta, un segundo reto para multiplicación y un tercer reto para división, se explicaba el paso a paso de las actividades que debían realizar en el recurso virtual y los estudiantes debían registrar la cantidad de aciertos. (Ver Anexo N°5)

Complementario a esta ficha, se aplicó otra que presentaba cada una de las actividades que los estudiantes habían realizado en el recurso virtual para tener el registro de los procesos de cada estudiante y poder realizar el correspondiente análisis.

Los objetivos establecidos en la planeación previa de la actividad se presentan a continuación:

Objetivos predefinidos: los objetivos de esta actividad son:

- Identificar los números que permiten cumplir la operación con números decimales.
- Realizar las operaciones con números decimales finitos a través de la recta numérica.
- Realizar multiplicaciones con números decimales finitos.
- Representar en el ábaco los resultados de multiplicación entre decimales.
- Representar en el ábaco los resultados de división entre decimales.

Resultados alcanzados

Los estudiantes presentaron las siguientes fortalezas y limitaciones en el transcurso de la actividad con operaciones de los números decimales a través del recurso virtual:

Fortalezas

A lo largo de la solución de cada uno de los retos de la fase de indagación con las operaciones de los números decimales finitos no se evidenciaron fortalezas en los estudiantes.

Limitaciones

En la solución de los retos con las operaciones de los números decimales finitos los estudiantes presentaron las siguientes limitaciones:

- 16 de 16 estudiantes presentaron error en la solución de operaciones de decimales finitos cuando no lograron identificar los números correctos que hacían posible el resultado de operaciones que el reto les presentaba, dicho error se daba más en la resta cuando era necesario descomponer, como se muestra a continuación;

Figura 45 Error en la solución de sumas y restas con decimales finitos en el recurso virtual.
Reto 1. Indagación operaciones con decimales finitos

a.

3	0	8	4	.	0	4							
+	1	1	1	2	.	5	3						
							4	0	9	6	.	5	7

b.

8	5	7	4	.	3	1	5								
-	1	2		8	.	1	6	4							
								7	3	6	4	.	1	5	8

c.

0	0	0	9	.	0	5	2								
+	0	0	0	0	.	0	5	8							
								0	1	0	0	.	0	1	1

d.

4	0	0	.	0	0	9								
-	2	0	0	.	1	0	0							
							2	9	9	9	.	9	9	9

Figura 46 Error en la solución de multiplicaciones de decimales finitos en el recurso virtual.
Reto 3. Indagación operaciones con decimales finitos

a.
$$\begin{array}{r} 7.009 \\ \times 3. \\ \hline 14006 \\ 21009 \\ \hline 221096 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 6.302 \\ \times 0.009 \\ \hline 25208 \\ 6302 \\ \hline 88228 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 10.4 \\ \times 0.22 \\ \hline 248 \\ 124 \\ \hline 1488 \end{array}$$

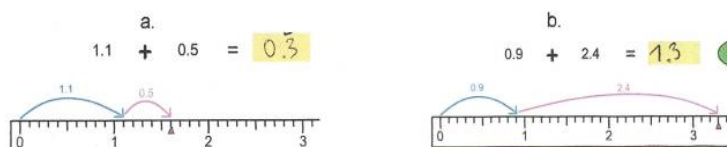
- 16 de 16 estudiantes presentaron error en el reconocimiento del cero en las operaciones con números decimales finitos al momento de realizar la operación de restas que requerían descomposición, dado que dejaban el mismo número que se encontraba en el sustraendo, haciendo que el cero no tomara valor, como se observa en la figura:

Figura 47 Error en el reconocimiento del cero en las restas con decimales en el recurso virtual.
Reto 1. Indagación operaciones con decimales finitos

d.
$$\begin{array}{r} 4909.099 \\ - 2090.100 \\ \hline 2999.999 \end{array}$$

- 9 de 16 estudiantes presentaron error en la solución de operaciones de decimales finitos al momento de realizar los algoritmos presentados en el reto, dado que al momento de realizar las sumas con ayuda de la recta numérica no tenían en cuenta que el resultado se encontraba señalado en ella, los estudiantes realizaron otro procedimiento y dieron un resultado erróneo, como se muestra a continuación:

Figura 48 Error en la solución de sumas en la recta numérica. Reto 2. Indagación operaciones con decimales finitos



- Los estudiantes presentaron error en la lectura, escritura, solución de operaciones, reconocimiento del cero y la dificultad en la representación gráfica de los decimales finitos

al momento de realizar la representación de los resultados de las multiplicaciones y las divisiones en el ábaco, debido a que no tienen en cuenta los ceros que están involucrados en los decimales dados, así como en la forma en que lo están representando, haciendo una lectura e interpretación errónea de las cifras con su valor posicional, 6 de 16 estudiantes lo presentaron en la multiplicación y 8 de 16 en la división, como se presenta en la Figura 51 y 52:

Figura 49 Error en la representación de resultados de las multiplicaciones de decimales en el ábaco. Reto 4. Indagación operaciones con decimales finitos

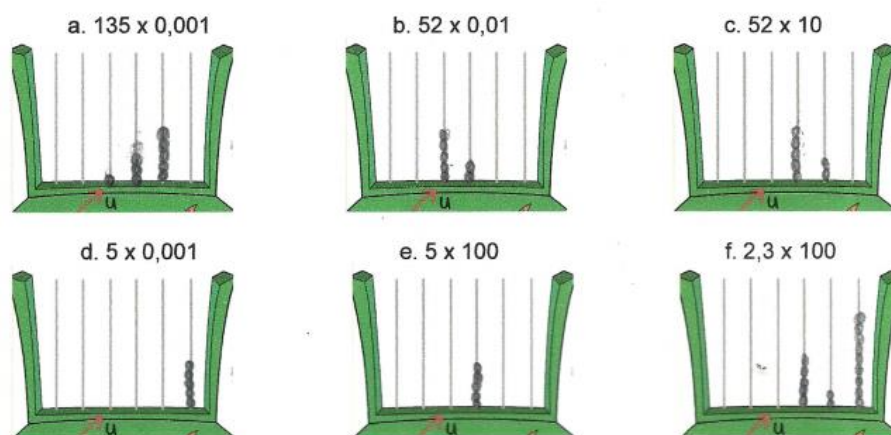
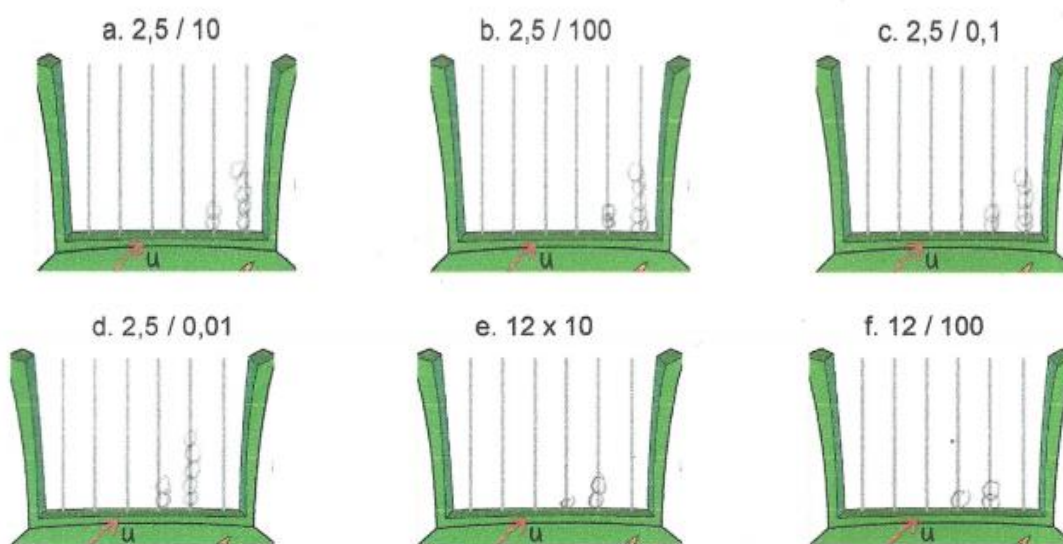


Figura 50 Error en la representación de resultados de las divisiones de decimales en el ábaco. Reto 5. Indagación operaciones con decimales finitos



Observaciones sobre la actividad

A lo largo de la actividad se pudo observar que los estudiantes presentan limitaciones en la realización de las operaciones básicas de números decimales finitos con ayuda del recurso virtual, debido a que habían realizado las multiplicaciones y divisiones por medio de las fracciones decimales y debían hacer un procedimiento para llegar a la respuesta, para hacer este procedimiento debían tener a mano lápiz y papel o algún otro recurso que les permitiera realizar las operaciones y ellos no los tenían a disposición, por lo que algunos de ellos optaron por escribir una respuesta según lo que creían, otros veían la respuesta y se devolvían en el recurso para obtener aciertos sin entender.

También se observa la debilidad para realizar operaciones abreviadas que involucren números decimales finitos, como se pudo observar en los retos donde debían representar en el ábaco los resultados de multiplicaciones y divisiones, así mismo se observó que esta dificultad viene del trabajo con números naturales y se extiende a los decimales.

Se observa que para la solución de los retos de sumas y restas con números decimales finitos presentan más fortalezas, aunque aún se les dificulta tener en cuenta el valor posicional de las cifras que componen el número dado en cada reto.

Teniendo en cuenta estos errores y dificultades que presentaron los estudiantes en las operaciones de multiplicación y división en el recurso virtual, es importante que los estudiantes afiancen ciertos conceptos previamente que les permita desarrollar las actividades.

Documentos de referencia (diseños, transcripciones, programa, material utilizado)

Para el desarrollo de esta actividad se utilizó una ficha compuesta por 5 retos (ver Anexo N°5), en la que se mostraba el paso a paso que debían realizar los estudiantes por cada reto del link, haciendo uso de las operaciones con números decimales finitos, así mismo se les dio una ficha para escribir las respuestas a cada uno de los puntos y poder identificar los errores cometidos por los estudiantes. El programa utilizado en este caso fue un recurso virtual dado por la NTIC llamado, Los decimales y el Euro.

5.4.3.6 Fase de Síntesis números decimales finitos.

En esta última fase de todo el proceso de enseñanza de los números decimales finitos, se realizó una ficha que está compuesta por 4 retos, donde cada uno de ellos correspondía a un test sobre cada uno de los aspectos vistos sobre los decimales a lo largo del trabajo con el recurso virtual, en esta ficha, registraban sus aciertos y escribían su logro a través de una copa de campeón, la cual se lograba si acertaba en todas las actividades de cada test. (Ver Anexo N°6).

Los objetivos establecidos en la planeación previa de la actividad se presentan a continuación:

Objetivos predefinidos: los objetivos de esta actividad son:

- Identificar el orden, lectura y escritura de números decimales finitos.
- Interpretación de números decimales finitos representados en el ábaco.
- Escribir números decimales teniendo en cuenta su orden.
- Redondear números decimales finitos en sus centésimas.
- Sumar números decimales finitos.
- Multiplicar números decimales finitos.
- Dividir números decimales finitos.

Resultados alcanzados

Los estudiantes realizaron cuatro test, uno correspondiente al valor posicional y redondeo de números decimales finitos, el segundo relacionado a la suma y resta, el tercero a la multiplicación y el cuarto a la división. En cada uno de estos test constaba de 15 retos, para lograr una copa debían tener todos los aciertos en cada uno de ellos, en este caso las actividades no se podían seleccionar, los estudiantes debían realizarlas todas, y se pudo observar que dentro de ellas se encontraban problemas descontextualizados, porque se trabajaban con un tipo de moneda diferente a la que ellos manejan, en este caso las actividades se encontraban con números decimales que hacían alusión a los Euros.

En este caso, los resultados no se muestran en forma de objetivos, debido a que los estudiantes solamente realizaron los test sin un registro escrito de los resultados, solamente se evidenciaron los errores a través de la socialización posterior a la realización de la actividad.

Test 1: Décimas, centésimas, milésimas y redondeo.

En este primer test, se encontraban 2 actividades descontextualizadas (moneda Euro), por lo cual algunos optaron por no realizarla y otros aplicaron el método del ensayo – error, así mismo se encontraban actividades de lectura de números decimales finitos representados en el ábaco, actividades de orden y escritura y de redondeo a las centésimas.

Los estudiantes tuvieron el obstáculo de la densidad, dado que mostraron en el reto el poco reconocimiento del rango de numérico entre los números decimales finitos dados, pues no tenían en cuenta la densidad de estos, ni el valor posicional de las cifras, uno de esos retos es el siguiente:

Figura 51 *Obstáculo en la densidad en el orden de decimales finitos. Pregunta 1. Test 1. Síntesis números decimales finitos*

PREGUNTA 1 .

¿Están ordenados los números 0.1, 1, 0.12 de menor a mayor?

sí no

☒ ☐

Otro obstáculo presentado fue en el reto en que los estudiantes debían realizar redondeo de los decimales dados a la cifra de las centésimas, siguiendo el mismo orden del reto anterior, dado que no tenían en cuenta la densidad de los decimales, el rango numérico entre los decimales finitos dados. Uno de los retos de redondeo fue el siguiente:

Figura 52 *Obstáculo en el redondeo de decimales a la centésima. Pregunta 10. Test 1. Síntesis números decimales finitos*

PREGUNTA 10 .

¿Cuál de los números es el redondeo a centésimas de 3.218?

3.28 3.22 3.21

☐ ☐ ☒

Un tercer obstáculo se presentó al momento de escribir los números anteriores y siguientes de números decimales finitos dados en los retos, dado que omitían el valor posicional de sus cifras y la densidad de estos. Uno de los retos planteados fue el siguiente:

Figura 53 *Obstáculo en el reconocimiento de la densidad entre dos decimales finitos. Pregunta 9. Test 1. Síntesis números decimales finitos*

PREGUNTA 9 .

Con solo décimas centésimas y milésimas escribe los números anterior y siguiente de 0.09

0.08 0.010

Test 2: Suma y Resta.

En este segundo test, se plantearon 7 problemas relacionados con el Euro, por lo cual algunos de los estudiantes optaron por no realizarlo y otros probaron el método del ensayo – error para así poder lograr la copa, así mismo se encontraban 6 retos relacionados a la solución de algoritmos y problemas con suma de números decimales finitos y 2 relacionados a la resta.

Con los estudiantes se presentó el error en las operaciones con decimales finitos, dado que no se lograba obtener precisión en los resultados de las restas con los números presentados. En la siguiente pregunta:

Figura 54 *Error en la precisión de las soluciones a restas con decimales. Pregunta 12. Test 2. Síntesis números decimales finitos*

PREGUNTA 12 .

Completa $1.001 - 0.009$

1.008

Test 3: Multiplicación.

En este tercer test, se encontraban 4 problemas descontextualizados y 11 relacionados a la solución de algoritmos y problemas con multiplicación de números decimales finitos.

Algunos de los errores que se presentaron fue al momento de la solución de los problemas y algoritmos con multiplicación, debido a que para llegar a su respuesta debían hacer uso de una hoja para realizar el procedimiento y llegar al resultado, algunos de ellos tenían este recurso y lo realizaron, mientras que otros realizaron cálculos mentales y colocaban el resultado que les parecía acorde a cada reto.

Test 4: División.

En este cuarto test, se encontraban 4 problemas descontextualizados y 12 relacionados a la solución de algoritmos y problemas con división de números decimales finitos.

En el mismo sentido del test de multiplicación, los estudiantes presentaron errores al momento de no tener una hoja como recurso para resolver las divisiones que se le solicitaban, además ellos anteriormente las habían resuelto por el método de las fracciones decimales y para ello se requiere de un procedimiento y como no poseían este recurso optaron por el ensayo – error con cálculos mentales y escribieron el resultado que les parecía correcto.

Observaciones sobre la actividad

A lo largo del desarrollo de la actividad se pudo observar que los estudiantes tienen facilidad para representar números decimales finitos según su valor posicional en las diferentes representaciones que se les da en el recurso virtual, mientras que para la realización de las operaciones básicas se les hace más fácil con la parte escrita.

Esto se pudo observar, debido a que al finalizar cada uno de los test los estudiantes que tuvieran todas sus respuestas correctas obtenían una copa, en este caso ninguno de ellos pudo obtenerla, primero porque algunos de los problemas que se planteaban allí se encontraban en otro contexto

(euros) y el segundo aspecto por la solución de las operaciones, dado que a ellos les pareció más sencillo realizar las multiplicaciones y divisiones por el método de las fracciones decimales.

Documentos de referencia (diseños, transcripciones, programa, material utilizado)

Para el desarrollo de esta actividad se utilizó un diseño de ficha compuesta por 4 retos, (ver Anexo N°6), donde cada uno correspondía a un test, acerca del valor posicional de los números decimales finitos y sus operaciones básicas.

El programa utilizado en este caso fue un recurso virtual dado por la NTIC llamado, Los decimales y el Euro.

5.4.4 Reflexiones finales

En este apartado se presentan los dos últimos pasos del proceso de sistematización de experiencias propuesto por Jara (1994) que corresponden a la reflexión de fondo y los puntos de llegada, para ello se realizó un análisis crítico de la implementación para identificar los errores, dificultades y obstáculos que presentaron los estudiantes al incorporar el recurso manipulativo y virtual en la enseñanza de los números decimales finitos.

5.4.4.1 La reflexión de fondo: ¿Por qué pasó lo que pasó?

La revisión de la evolución histórica de la enseñanza de los números decimales permitió identificar las fracciones decimales como un contexto adecuado para acercar a los estudiantes a la escritura y lectura de números decimales finitos, puesto que dichas fracciones fueron representadas con los Bloques de Dienes, así el estudiante logró identificar y representar la parte entera del número a partir de un cubo y la parte decimal utilizando la placa, la barra y el cubito, la manipulación de estos bloques le permitieron al estudiante crear imágenes mentales que facilitaron la comprensión y construcción del pensamiento matemático en un medio motivador para el aprendizaje.

Una vez realizada la manipulación con el material concreto se trabajó de manera gráfica la representación, lectura y escritura de los números decimales finitos tanto en las fichas de trabajo como en la interacción con el recurso virtual “Los Decimales y el Euro”, la transición del material

concreto a la representación virtual fue importante para que los estudiantes comprendieran la simbolización de los números decimales finitos.

En la metodología propuesta en el Liceo los Alpes los estudiantes construyen su conocimiento a partir de tres fases: la fase de exploración, la fase de indagación y la fase de síntesis. Los recursos seleccionados para representar los números decimales finitos fueron distribuidos en las fases logrando que el primer acercamiento se diera a partir de la exploración con los Bloques de Dienes para representar los números decimales y realizar sumas y restas con material concreto; en la fase de indagación se trabajó con la representación gráfica, incluyendo la formalización del simbolismo a través de la tabla de valor posicional, la recta numérica, el ábaco y la representación gráfica de fracciones decimales; en la fase de síntesis, los estudiantes debieron mostrar lo aprendido en las fases anteriores en la realización del test propuesto en el recurso virtual, a continuación se presentan los aportes y limitaciones en cada una de las fases al incorporar estos recursos.

5.4.4.2 Aportes en el proceso de enseñanza de los números decimales finitos.

Al aplicar cada una de las actividades con los estudiantes al incorporar el recurso manipulativo (Bloques de Dienes) y el virtual (Los Decimales y el Euro), se pudo observar los siguientes aportes:

- Los Bloques de Dienes, les permitieron a los estudiantes identificar el valor posicional de cada una las cifras del número decimal finito, relacionando cada una de ellas con un bloque, haciendo que la representación e interpretación de estos números fuera más sencilla.
- Los Bloques de Dienes les permitieron a los estudiantes acercarse a la lectura y escritura de números decimales, para ello identificaron que la placa correspondía a la décima parte de la unidad $\frac{1}{10}$, la barra a la centésima parte $\frac{1}{100}$ y el cubito a la milésima parte $\frac{1}{1000}$.
- Los Bloques de Dienes les permitió a los estudiantes representar y operar sumas y restas con números decimales finitos, teniendo en cuenta el valor de cada uno de los bloques.
- La incorporación de un recurso manipulativo al aula de clases les permitió a los estudiantes una comprensión de los números decimales más fructífera que la alcanzada en los años anteriores, esto se pudo evidenciar en la evaluación sumativa de las unidades de indagación 2 y 3, al observar que los estudiantes tuvieron facilidad en la escritura y lectura de

decimales finitos teniendo en cuenta su valor posicional, así como en la conversión de decimales a fracciones y viceversa.

- Se logró un mejor aprovechamiento del tiempo para desarrollar cada una de las unidades de indagación propuestas en el Liceo para grado quinto.
- El recurso virtual les permitió a los estudiantes trabajar los números decimales finitos desde diferentes representaciones, como el ábaco, la cuadrícula para el cálculo de áreas y la recta numérica, lo que les brindó diferentes acercamientos a dichos números desde la lectura y escritura.
- El trabajar de forma alternada el recurso manipulativo y virtual, a través de las diferentes actividades haciendo uso de la enseñanza para la comprensión les permitió a los estudiantes aplicar la información adquirida con material concreto, representación gráfica y lenguaje formal.

5.4.4.3 Limitaciones en el proceso de enseñanza de los números decimales finitos.

En el proceso de enseñanza de los números decimales finitos por medio del recurso manipulativo y virtual, se pudieron observar las siguientes limitaciones:

- El trabajo con los Bloques de Dienes se realizó de manera grupal, por lo que en algunas ocasiones hubo discordia entre los compañeros del grupo para la realización de la representación de los decimales finitos a través de este, dado que todos querían hacerlo al tiempo.
- La cantidad de material dado para cada grupo fue limitada, por lo cual los números y operaciones con decimales propuestos debieron tener en cuenta la cantidad de material disponible para su realización.
- El recurso virtual no permitió la recuperación de las respuestas y del proceso que llevó a cabo el estudiante al resolver cada uno de los ejercicios, por lo que adicional a la manipulación del recurso virtual los estudiantes debieron escribir el procedimiento y respuesta que realizaron en una ficha anexa.
- El recurso virtual le permitió al estudiante devolverse al menú principal las veces que quisieran, por lo que cada vez que cometían un error, veían el resultado, se devolvían y escribían el correcto sin reflexionar sobre la retroalimentación del recurso.

- Algunas de las actividades del recurso virtual se encontraban descontextualizadas, dado que manejaban dentro de ellas la moneda del euro, algo con lo que estudiantes no estaban familiarizados dentro de su contexto, por lo que se realizó una selección de actividades relacionadas a la enseñanza de los números decimales en diferentes representaciones, aunque esta selección no se pudo continuar en el test final de la fase de síntesis y los estudiantes tuvieron que realizar todas las actividades propuestas en el test.

5.5 Los puntos de llegada.

En este apartado se presentan las conclusiones de la sistematización de experiencia realizada con los estudiantes de grado quinto, se formulan ajustes y nuevas rutas para la enseñanza de los números decimales finitos en el próximo año lectivo, de acuerdo a los aportes y limitaciones mencionados anteriormente.

5.5.1 Conclusiones de la sistematización.

El proceso de sistematizar una experiencia de enseñanza de los números decimales finitos al incorporar un recurso manipulativo y virtual con los estudiantes del grado quinto del Liceo Los Alpes arrojó los siguientes resultados:

El punto de partida sirvió para identificar el recorrido realizado en la enseñanza de los números decimales en el Liceo los Alpes durante los últimos cuatro años, lo cual permitió observar las formas de planeación, las estrategias, actividades y recursos que se utilizaron con los estudiantes para lograr dicha comprensión, esto permitió establecer los aportes y/o limitaciones para tomar decisiones sobre la forma de enseñanza e incorporar recursos en beneficio del aprendizaje de los estudiantes.

Una de las decisiones tomadas fue en el manejo del tiempo en las clases de matemáticas, haciendo una distribución horaria donde se trabajarán los componentes de Tratamiento de la Información, así como el de Formas y Espacios de manera separada, para así poderle dar más énfasis a los otros componentes (Medición, Patrones y Funciones, Número) desde el área de matemáticas y trabajarlos de una forma en que se pudieran crear actividades más significativas desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión. Otra decisión fue la de incorporar recursos

que ayudarán a minimizar los errores, dificultades y obstáculos que los estudiantes presentan en el aprendizaje de los números decimales finitos, debido a que el análisis realizado de los años anteriores evidenció cómo los recursos escogidos aportaron o limitaron este proceso, es por ello que se decidió incorporar un recurso manipulativo y virtual que permitiera trabajar dicho concepto desde las fracciones decimales y desde las diversas representaciones que a través de la historia se han catalogado como recursos para la enseñanza de los decimales, adaptándolos a la metodología del Bachillerato Internacional y a la forma de planeación dada por la Enseñanza para la Comprensión.

La recuperación del proceso vivido permitió en esta sistematización evidenciar el recorrido que vivieron los estudiantes desde el inicio hasta el final de las seis intervenciones, haciendo el análisis de los errores, dificultades y obstáculos que presentaron los estudiantes en el aprendizaje de los números decimales finitos, comenzando por el registro de cada una de las sesiones que se trabajaron desde cada una de las fases que se encuentran en la Idea Clave 3 (desempeños de comprensión) del marco de la Enseñanza para la Comprensión, teniendo en cuenta el desarrollo de cada una, el espacio en el que se desarrolla, las personas que intervinieron, su duración y la organización de estas sesiones desde la orquestación instrumental.

Las intervenciones realizadas con los estudiantes se organizaron desde las tres fases: la fase de exploración, la fase de indagación y la fase de síntesis. En cada una de ellas había un tema a trabajar y un recurso para llevar a cabo las actividades propuestas. En el caso de la fase de exploración se trabajaron los temas de lectura, escritura, fracciones decimales, suma y resta entre números decimales finitos con la incorporación de los Bloques de Dientes, y para el caso de la multiplicación y división desde las fracciones decimales. Desde la fase de indagación, se trabajaron las diferentes representaciones de números decimales finitos a través del recurso virtual de manera individual aquí los estudiantes ponían en práctica lo aprendido en la fase exploratoria y construían su conocimiento matemático relacionado a la lectura, escritura y operaciones entre decimales finitos. Y por último en la fase de síntesis, los estudiantes se enfrentaron a la aplicación de lo que aprendieron a lo largo de este proceso, a través de un test que ofrecía el recurso virtual.

En cada una de las intervenciones realizadas con los estudiantes se analizaron los resultados alcanzados a la luz de los objetivos predefinidos de cada sesión, mostrando el análisis de las actividades realizadas en cada fase, dando a conocer las fortalezas que presentaron en relación a la comprensión del tema y aquellas limitaciones que se presentaron en el proceso haciendo el análisis desde el registro fotográfico de la ficha del estudiante mostrando el error, la dificultad o el obstáculo que había presentado en el proceso de aprendizaje de los números decimales finitos.

Desde las fortalezas, se pudo observar cómo la realización de diferentes actividades con el recurso manipulativo y virtual ayudo a los estudiantes a comprender la lectura, escritura y el valor posicional de los números decimales finitos desde el trabajo con las fracciones decimales y las diferentes representaciones concretas y gráficas que se trabajaron con estos, evidenciando mejores resultados que los años anteriores cuando no se habían incorporado de este tipo de recursos.

Desde las limitaciones, se pudo observar cómo la restricción de la cantidad de material y el trabajo en grupo con los Bloques de Dienes limitaron un poco el proceso de enseñanza de los números decimales finitos, debido a que los estudiantes no integraban este recurso para la realización de todas las actividades por el hecho de que otros compañeros lo estaban utilizando o no les alcanzaba. Así mismo, desde el recurso virtual se observaron limitaciones como la recolección de los registros de los estudiantes, debido a que este no permitía conocer el proceso y las respuestas de cada uno de ellos, por lo que se requería tener un registro anexo a lápiz y papel para poder hacer el análisis de las actividades realizadas.

Otra limitación, se encuentra relacionada al tipo de actividades que se encontraban en el recurso, dado que algunas de ellas se encontraban descontextualizadas, mostrándoles a los estudiantes problemas en las que se hacía uso de la moneda del Euro. En algunas actividades se pudieron seleccionar aquellas que se encontraban acordes, pero en la parte del test no se podía hacer esta elección, por lo que los estudiantes debían de realizarlas y muchos de ellos optaron por saltarlas o hacer ensayo-error para encontrar la respuesta.

Teniendo en cuenta todo el proceso realizado en la sistematización de experiencias y los resultados recolectados de las intervenciones con los estudiantes en el proceso de la enseñanza de

los números decimales finitos con estudiantes de grado quinto, se llega al último punto donde se formulan aquellas modificaciones y nuevas rutas de acción que se van a tener en cuenta para una próxima intervención en el salón de clases en el siguiente año lectivo, mostrando una reflexión sobre la forma de distribuir los temas en la planeación, el tiempo a disposición, la distribución de las actividades y los recursos que se van a utilizar. Así mismo, se observa el impacto que este tipo de trabajo tuvo en la comunidad educativa del Liceo los Alpes, mostrándole a los profesores de matemáticas los resultados de la estrategia de enseñanza implementada para el aprendizaje de los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales a través de la incorporación de un recurso manipulativo y virtual en estudiantes de grado quinto.

5.5.2 Decisiones y nuevas rutas de acción.

De acuerdo a los análisis y resultados de cada una de las actividades implementadas con los estudiantes en la enseñanza de los números decimales finitos, se hace necesario para el próximo año lectivo 2017 – 2018 el crear una nueva ruta de acción con respecto a la distribución y secuencia de las actividades a llevar a cabo con ellos, incorporando un recurso manipulativo y virtual, teniendo en cuenta las tres etapas que se plantean en el marco conceptual de *la Enseñanza para la Comprensión* y se utilizan para la planeación institucional, realizándolas durante dos unidades de indagación (segunda y tercera) como se muestra a continuación:

El reconocimiento, lectura y escritura de números decimales se trabajará en la segunda unidad de indagación y las operaciones se dejarán para abordarlas en la tercera unidad de indagación así:

SEGUNDA UNIDAD DE INDAGACIÓN

- **Etapas de Exploración:** Actividades de manipulación con los Bloques de Dienes para el reconocimiento del valor posicional, lectura y escritura de números decimales hasta las milésimas desde las fracciones decimales.
- **Etapas de Indagación:** Actividades del recurso virtual “Los Decimales y el Euro”: las décimas, centésimas, milésimas y redondeo, trabajando algunos de los ítems que se plantean en la zona del profesor, como lo son la revisión de contenidos y la práctica, teniendo en cuenta que estas se encuentran más contextualizadas para el estudiante.

- **Etapas de Síntesis:** Selección de ejercicios de las actividades imprimibles que promueve el recurso virtual, dado que este es el último paso en la ruta que propone dicho recurso, y les permitirá a los estudiantes aplicar los conocimientos adquiridos en el proceso de enseñanza de los números decimales finitos haciendo uso tanto de los Bloques de Dienes como del recurso virtual con sus diferentes representaciones.

TERCERA UNIDAD DE INDAGACIÓN

- **Etapas de Exploración:** Actividades de manipulación con los Bloques de Dienes para las operaciones de suma y resta. Y para las operaciones de multiplicación y división se trabajará desde las fracciones decimales.
- **Etapas de Indagación:** Actividades del recurso virtual “Los Decimales y el Euro”: suma, resta, multiplicación y división, trabajando algunos de los ítems que se plantean en la zona del profesor, como lo son la revisión de contenidos y la práctica.
- **Etapas de Síntesis:** Selección de ejercicios de las actividades imprimibles que promueve el recurso virtual, dado que este es el último paso en la ruta que propone dicho recurso, y les permitirá a los estudiantes aplicar los conocimientos adquiridos en el proceso de enseñanza de los números decimales finitos haciendo uso tanto de los Bloques de Dienes como del recurso virtual con sus diferentes representaciones.

En cuanto a la limitación planteada con la cantidad de material disponible se va a remediar cambiando el valor que toma la placa, la barra y el cubito: La parte entera, es decir la unidad, se trabajará con la placa, las décimas con la barra y las centésimas con el cubito. Esto permitirá la creación del material por parte de cada estudiante y trabajar de manera individual con su recurso, así mismo esta decisión le permitirá al profesor realizar un mejor seguimiento a los estudiantes para establecer los errores, aportes o limitaciones que se puedan presentar en el proceso de enseñanza.

- Para el año lectivo 2017 – 2018 se asignaron siete horas para las clases de matemáticas, las cuales se distribuirán durante las seis semanas que duran cada unidad de indagación, teniendo en cuenta que los componentes de Tratamiento de la Información y, Formas y Espacios, se trabajan por separado de los otros componentes así:

- Tratamiento de la información: 1 hora semanal, 6 horas totales en la unidad.
- Medición: 5 horas por semana, 10 horas totales en la unidad.
- Formas y espacios: 1 hora semanal, 6 horas totales en la unidad.
- Patrones y funciones: 5 horas por semana, 10 horas totales en la unidad.
- Número: 5 horas por semana, 10 horas totales en la unidad.

La enseñanza de los números decimales finitos se realizará durante dos unidades con 20 horas en total, el tiempo será distribuido de tal forma que se alcancen a ejecutar las actividades, se realice la socialización, la retroalimentación y revisión de manera conjunta de la profesora con los estudiantes.

- Para poder remediar la limitación que los estudiantes presentaron con respecto al algoritmo de la división al momento de dar el resultado final del cociente entre dos números decimales finitos, se espera poder utilizar el método de división planteado en el apartado 2.1.4.7 para realizar la conversión de las fracciones a números decimales, esto permitiría encontrar equivalencias sin necesidad de hacer la división entre números naturales. Cabe aclarar que dicho procedimiento no fue aplicado porque surgió de las observaciones realizadas por los evaluadores.

5.5.3 Comunicar los aprendizajes.

Luego de haber realizado la sistematización de experiencias desde mi propia práctica, teniendo en cuenta la metodología, los estudiantes y el contexto trabajados en años anteriores, se ve la importancia de repensar nuestras prácticas como docentes, hacer una autoevaluación y retroalimentación del método de enseñanza de determinado tema en nuestro salón de clases, dado que así podremos observar aquellos errores y aportes que cada una de las actividades trae en la comprensión de los estudiantes y seguir mejorando estas día a día.

Este trabajo fue socializado a los docentes de matemáticas del Liceo, los cuales se encuentran en la sección del bachillerato (PAI) de la siguiente manera:

- Se partió de la pregunta ¿Cómo enseñas los números decimales?, para lo cual dieron respuesta que parten de las fracciones, explicándoles como dividir las y mencionando que,

así como en el número mixto hay partes enteras, hay otra parte que no alcanza a ser una unidad.

- Teniendo en cuenta la respuesta anterior, se les preguntó ¿Cómo trabajas las fracciones decimales?, a lo cual mencionan que primero les muestran las fracciones, las dividen y luego les explican el papel que juegan los ceros en el denominador.
- Una tercera pregunta fue encaminada al proceso de la multiplicación y la división, donde comentan que explican cada uno de los métodos con sus debidos procedimientos. Teniendo en cuenta ello se les pregunta ¿Utilizan las fracciones decimales para las operaciones de multiplicación y división de números decimales finitos?, a lo cual responden que no.
- La última pregunta fue, ¿Conoces algún recurso manipulativo o virtual para la enseñanza de los números decimales finitos?, a lo cual respondieron que no conocían alguno, debido a que no se han dado a la tarea de buscar.

Estas respuestas muestran como esta sistematización de experiencias aporta al Liceo en la enseñanza de las matemáticas, dado que se implementa la metodología de las fracciones decimales, la lectura, escritura, operaciones y diferentes representaciones de los números decimales finitos a través de la incorporación de un recurso manipulativo y virtual que no ha sido trabajado por los otros docentes de la institución. Este trabajo les muestra una posible propuesta de cómo enseñar decimales a través de diferentes recursos.

CAPÍTULO IV

4. CONCLUSIONES

En este apartado se presentan los principales aportes y reflexiones del trabajo realizado frente a la enseñanza de los números decimales finitos a partir de la incorporación de un recurso manipulativo y virtual con los estudiantes de grado quinto en el Liceo los Alpes bajo en contexto del Bachillerato Internacional así:

Uno de los propósitos del presente trabajo fue promover la búsqueda de diferentes estrategias que favorecieran el aprendizaje de los números decimales finitos al incorporar los bloques de Dienes y el recurso virtual “Los Decimales y el Euro” para el manejo de diferentes sistemas de representación que les permitieran a los estudiantes comprender la lectura, escritura y las operaciones de dicho concepto.

En cuanto a la pregunta de investigación la sistematización permitió identificar los aportes y limitaciones de cada recurso incorporado en el desarrollo de las actividades propuesta. Con relación al recurso manipulativo, este permitió la representación de los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales, asignando un bloque a cada valor posicional (unidades, decimas, centésimas y milésimas) facilitando la lectura y escritura de números decimales, los estudiantes lograron involucrarse con lo propuesto e incorporar el material para el primer acercamiento al estudio de este conjunto numérico.

Por otro lado, el recurso virtual favoreció el trabajo de los números decimales finitos desde diferentes representaciones (cuadrícula, ábaco y recta numérica), la representación de áreas en la cuadrícula toma también como referente las fracciones decimales, lo cual les permitió a los estudiantes pasar de una representación concreta a una gráfica para posteriormente representar los números de forma simbólica.

La revisión de los aportes de diferentes autores con respecto a los errores, dificultades y obstáculos permitió crear una rejilla de análisis para las actividades implementadas con los estudiantes de grado quinto y poder determinar si la incorporación de los recursos favorecía la superación de dichos errores, dificultades y obstáculos. El análisis arrojó como resultado que el recurso manipulativo disminuye la cantidad de errores y dificultades de los estudiantes en cuanto

a la lectura y escritura de los números decimales, el recurso virtual le permite al estudiante contar con una variedad de representaciones para comprender el significado de la expresión decimal.

Una de las dificultades encontradas con el recurso manipulativo fue la cantidad de material con la que se disponía para cada grupo focal en el salón de clases y la utilización del material para el desarrollo del trabajo de manera colaborativa. Así mismo, los tipos de errores, dificultades y obstáculos presentados por los estudiantes al incorporar el recurso virtual se pudieron superar de manera parcial, porque cada vez que ellos realizaban un reto memorizaban la solución sin reflexionar sobre el error cometido y la manera correcta de resolverlo. Una dificultad que adicionó el recurso virtual fue la propuesta de algunas actividades descontextualizadas al trabajar con el Euro, y para el análisis del proceso de los estudiantes dicho recurso no permitía guardar las respuestas dadas por los estudiantes, por lo tanto, debió hacerse un trabajo paralelo a lápiz y papel.

La metodología de la sistematización de experiencias y la propuesta de los cinco tiempos mencionada por Jara (1994), permitió en este trabajo de grado hacer un análisis minucioso del proceso de enseñanza de los números decimales finitos con estudiantes de grado quinto, partiendo de la problemática y del objetivo de la sistematización, debido a que este ha sido un concepto difícil de comprender para ellos, luego se observó el recorrido que año tras año se ha tenido en la enseñanza de dicho concepto para identificar su evolución y realizar un plan de mejoramiento continuo de acuerdo a los resultados obtenidos. La recuperación del proceso vivido permitió observar las fortalezas y limitaciones de las actividades implementadas con los estudiantes, identificando los errores, obstáculos y dificultades que presentaron en el proceso. Finalmente, la socialización del trabajo realizado con los demás docentes del Liceo, permitió conocer la manera en que ellos enseñan los números decimales y presentarles una propuesta a partir de diferentes recursos (manipulativo y virtual) que abordan diferentes representaciones de dicho concepto y una manera de evaluar las prácticas de aula para tomar decisiones y nuevas rutas de acción en pro del aprendizaje de los estudiantes.

La fundamentación de las actividades se dio a partir de la aproximación histórica, curricular y didáctica de los números decimales finitos, el recorrido histórico permitió identificar las fracciones decimales como un contexto propicio para iniciar el trabajo con expresiones decimales desde la

representación concreta y gráfica, para facilitar la lectura y escritura desde su valor posicional y la realización de las operaciones básicas. Así mismo, esta dimensión permitió identificar los diferentes procedimientos que se utilizan para las conversiones de números decimales finitos a fracción y viceversa.

La articulación desde los referentes del Ministerio de Educación Nacional y el Bachillerato Internacional, permitieron ejecutar la planeación institucional desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión, teniendo en cuenta lo propuesto en la idea clave 3 (desempeños de comprensión), desde las fases de exploración, indagación y síntesis, dichas fases motivaron la selección de los recursos para utilizarlos en cada una de ellas, de esta manera se parte del material concreto donde se brinda a los estudiantes la posibilidad de manipular y representar números decimales finitos con los Bloques de Dienes desde su valor posicional y las fracciones decimales. En la fase de indagación, los estudiantes interactuaban con el recurso virtual, el cual les brindaba la oportunidad de reconocer las diferentes formas de representación y de ponerlos en práctica a través de las actividades propuestas, conectándolo con lo trabajado en la fase de exploración. En la fase de síntesis, se retomaron los test propuestos en el recurso virtual para conocer lo aprendido a través del proceso. En el desarrollo de cada fase fue fundamental la socialización de las respuestas para identificar los procedimientos válidos y corregir los errores que presentaron los estudiantes en el proceso.

Desde el referente didáctico, fue importante la organización de los estudiantes en el aula de clases teniendo en cuenta los diferentes momentos y los tipos de intervenciones que se esperaban por parte del estudiante y el profesor, para ello se tuvo en cuenta los tipos de orquestación instrumental, los cuales se organizaron de acuerdo a cada una de las intervenciones que se tuvieron con los estudiantes en el aula, empezando con una explicación del trabajo a realizar con el recurso y las fichas, luego los estudiantes resuelven las actividades de manera individual interactuando y explorando los recursos puestos a disposición para la construcción de sus conocimientos matemáticos, los cuales se dan a conocer mediante la socialización al finalizar cada sesión y el profesor interviene de acuerdo a los aportes de los estudiantes clarificando y resaltando las estrategias adecuadas.

Es importante resaltar que el recurso virtual favorecía la proyección de las actividades a todo el grupo y los estudiantes podían salir a mostrar su respuesta y procedimiento realizado, con el recurso manipulativo los estudiantes debían realizar la lectura en cada ficha y dar su solución y justificación de manera oral. Visto desde la metodología del Bachillerato Internacional, esta organización desde la orquestación instrumental permitió una poca intervención del profesor, brindando al estudiante autonomía en su aprendizaje.

En el desarrollo de toda la propuesta los errores más frecuentes que se evidenciaron en los estudiantes están relacionado con el reconocimiento del cero, puesto que ignoran el cero cuando se encuentra al inicio de una expresión decimal o colocan el cero al inicio de un número natural al realizar una conversión a fracción decimal. Y con la realización de operaciones entre números decimales, puesto que no se tiene en cuenta el valor posicional de los números y se tiene dificultad en la precisión y el desarrollo del algoritmo de la multiplicación y la división.

Una de las dificultades encontradas fue la identificación de la expresión decimal dada una representación gráfica en una cuadrícula, porque los estudiantes no tienen en cuenta el valor posicional para escribir el número que representa la parte coloreada según la gráfica dada.

Uno de los obstáculos presentes en la construcción del conjunto de los números decimales es la densidad de ello, la cual se abordó desde la representación en la recta numérica, sin embargo, no fue clara dicha representación para determinar que entre dos números decimales se pueden encontrar infinitos números decimales.

Uno de los aportes de este trabajo a la práctica docente fue mostrar cómo a través de la sistematización de una experiencia, se pueden evidenciar las fortalezas y limitaciones en el proceso de la enseñanza de un determinado tema, haciendo una reflexión crítica de las experiencias, planeación, diseño de actividades y selección de recursos que aporten al aprendizaje de los estudiantes, teniendo en cuenta el contexto estudiantil e institucional con el que se trabaja. Así mismo, al finalizar la experiencia permitió evaluar el aprendizaje de los estudiantes, observar todos aquellos aspectos que se encuentran relacionados con la enseñanza y que afecta su aprendizaje para tomar nuevas rutas de acción, reestructurar y mejorar este proceso para las intervenciones

posteriores, al implementar nuevos recursos que le permita al estudiante ser responsable de su propio aprendizaje.

Queda abierta la posibilidad de realizar ajustes a la propuesta de enseñanza de los números decimales finitos con los estudiantes de grado quinto presentada en este trabajo, así como la posibilidad de realizar nuevas sistematizaciones en la enseñanza de las matemáticas al incorporar diferentes recursos manipulativos y/o virtuales de diferentes temas, existen alternativas como la presentada en la página del INTEF en su “Histórico de Recursos” el cual se puede encontrar en el siguiente link: <http://educalab.es/recursos/historico/primaria/matematicas> y en otras donde se encuentren recursos validados.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Avila, A. (2013). *Conocimientos en construcción sobre los números decimales: los resultados de un acercamiento conceptual*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, volumen 18, p. 29-59.

Avila, A., Garcia, S. (2008). *Los decimales: más que una escritura*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Primera Edición. Distrito Federal, México.

Avila, A., Garcia, S. (2008). *Los decimales: más que una escritura*. [Figura]

Avila, A. (2008). *Los profesores y los decimales. Conocimientos y creencias acerca de un contenido de saber cuasi invisible*. Educación Matemática, volumen 20, número 2, p. 5-33. Distrito Federal, México. Grupo Santillana.

Broitman, C., Itzcovich, H & Quaranta, M. (2003). La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, volumen 6, número 001. Distrito Federal, México. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Blythe, T. (1999). *La enseñanza para la comprensión, guía para el docente*. Volumen 2 de Redes en Educación. Distrito federal, México. Editorial Paidós.

Blythe, T. (1999). *La enseñanza para la comprensión, guía para el docente*. Marco conceptual de la enseñanza para la comprensión [Figura].

- Castro, E. (2001). Didáctica de la matemática en la Educación Primaria. *Números Decimales*. (pp. 326, 327). España. Editorial Síntesis.
- Castro, E. (2001). Didáctica de la matemática en la Educación Primaria. *Números Decimales*. [Figura].
- Centeno, J. (1988). Dificultades, errores, conflictos y obstáculos. *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* (pp. 136-138). España. Editorial Síntesis.
- Cid, E. Godino, J & Batanero, C. (2002). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Proyecto Edumat – Maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. Granada.
- CIER – SUR. (2016). *Política de Innovación Educativa*. Observatorio de Innovación Educativa en Colombia. Recuperado el 30 de octubre de 2016 del link <http://observatorioedutic.co/politica-innovacion-educativa>. Universidad del Valle. Santiago de Cali, Colombia.
- Garzón, D. Vega, M. Pabón, O. Arce, J. & Castrillón, G. (2013). *Recursos pedagógicos y enseñanza de la geometría: una perspectiva al estudio del desarrollo profesional del profesor de matemáticas*. (Libro no publicado). Grupo de Educación Matemática. Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle. Santiago de Cali, Colombia.
- Gómez, B. (2010). *Concepciones de los números decimales*. Revista de Investigación en Educación, (8), 97 – 107. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia. España.

Gómez, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Volumen 83 de Educación Hoy Estudios. Madrid. Editorial Narcea ediciones.

Gómez, I. (2006). *Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase*. Enseñanza de las ciencias. Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid. Madrid, España.

González, M. (2010). *Recursos, material didáctico y juegos pasatiempos para matemáticas infantil, primaria y ESO: consideraciones generales*.

Hernán, E. Hernán, L & Carillo, M. (2010). *Los Decimales y el Euro*. Página web recuperada de <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/indice.htm>.

Hernán, E. Hernán, L & Carillo, M. (2010). *Los Decimales y el Euro* [Figura]. Recuperada de <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/indice.htm>.

Jara, O. (1994). *Para sistematizar experiencias. Una propuesta teórica y práctica*. Primera Edición. Perú. Tarea Asociación de Publicaciones Educativas.

Liceo los Alpes. (2016). *Manual de Convivencia del Liceo los Alpes Año Lectivo 2016- 2017*. Santiago de Cali, Colombia.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. *¿Qué es el INTEF?* Página web recuperada de <http://educalab.es/intef/introduccion>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. *Histórico de Recursos – Matemáticas*. Página web recuperada de <http://educalab.es/recursos/historico/primaria/matematicas>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2017). *Números Decimales, Proyecto Gauss*. [Figura]. Recuperado de http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/sites/default/files/recursos/decimales/html/actividad_2.html

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. MEN. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. MEN [Figura]

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas*. MEN. Bogotá, Colombia.

Ministerio de la Protección Social. (2009). *Guía de Sistematización de Experiencias: Haciendo memoria de las Redes Sociales de Apoyo (RSA)*. Consejería Presidencial de Programas Especiales. Bogotá, Colombia.

Moñino, V. (2013). *Dificultades en el aprendizaje de los números decimales*. (Trabajo de grado para obtener el grado en maestro de Educación Primaria), Universidad Pública de Navarra. España.

Muñoz, C. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. (Trabajo de grado para obtener el título en Grado en Educación Primaria), Universidad de la Rioja. España. Servicio de Publicaciones.

Muñoz, C. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. Clasificación de los recursos didácticos [Figura].

Organización del Bachillerato Internacional. (2009). *Secuenciación de Contenidos de Matemáticas*. Versión en español del documento *Mathematics scope and sequence*. Programa de la Escuela Primaria (PEP). Reino Unido.

Organización del Bachillerato Internacional. (2009). *Secuenciación de Contenidos de Matemáticas*. Versión en español del documento *Mathematics scope and sequence*. Ciclo de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes según el IB [Figura].

Organización del Bachillerato Internacional. (2013). *¿Qué es la Educación del IB?* Reino Unido.

Organización del Bachillerato Internacional. *Plataforma My IB*. Página web recuperada de <https://internationalbaccalaureate.force.com/ibportal/>

Pérez, C. (2014). *Enfoques teóricos en investigación para la integración de la tecnología digital en la Educación Matemática*. Revista electrónica “Perspectiva Educacional. Formación de profesores”, p. 129 – 150. Recuperado de <http://www.perspectivaeducacional.cl/index.php/peducacional/article/viewFile/200/117>.

Sánchez, F. (2012). *Propuesta para la enseñanza de la conversión de números decimales a fraccionarios y viceversa en el conjunto de los racionales, para estudiantes de grado 7 de educación básica*. (Trabajo de grado para obtener el título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales), Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.

Trgalova', J. & Jahn, A. (2013). *Quality issue in the design and use of resources by mathematics teachers*. Volumen 45. ZDM, Mathematics Education. p. 973 – 986. Publicado por Springer Berlin Heidelberg.

8 ANEXOS

En este apartado se presentan como anexos las actividades que se trabajaron con los estudiantes desde cada una de las fases de la enseñanza para la comprensión.

8.1 Anexo 1: Ficha de Exploración Números Decimales Finitos con Bloques de Dienes

En el salón de clases se le solicitó a cada grupo de estudiantes que mostraran una forma distinta de representar los números decimales a través de fracciones decimales. Cada grupo escogió un método distinto y lo socializó a sus demás compañeros.

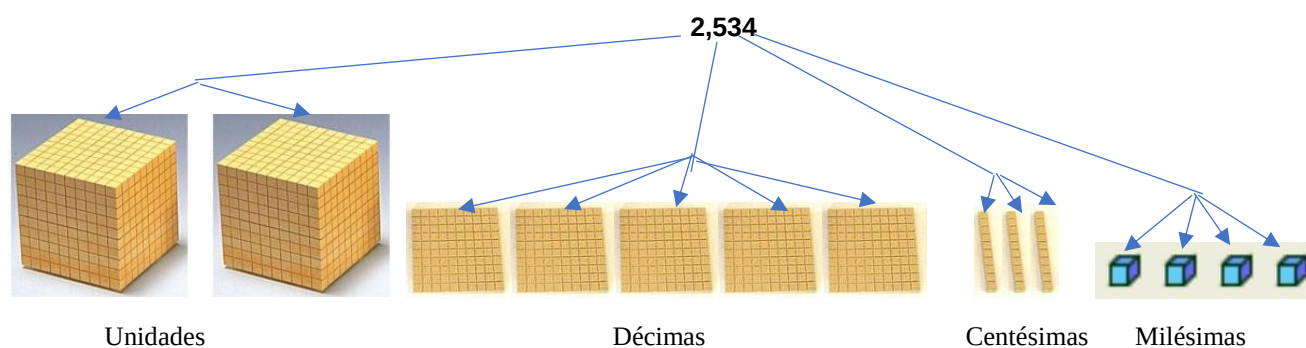
Entre los métodos encontrados por los estudiantes se encontraron la regla, el ábaco, las cuadrículas y los Bloques de Dienes. A la profesora le llamó la atención el último material, dado que no conocía la forma de representar los decimales a través de este recurso, por ello le pidió a este grupo que explicara a sus demás compañeros el procedimiento necesario para trabajar con este conjunto numérico.

Los estudiantes empezaron explicando que este recurso servía para representar números decimales finitos y que cada una de las figuras que lo conformaban tenían una equivalencia con respecto al valor posicional de las cifras, permitiendo así escribir y operar números decimales. Ellos explicaron la equivalencia de cada pieza con el valor de posición que corresponde de la siguiente manera:

UNIDAD	DÉCIMA	CENTÉSIMA	MILÉSIMA
			

Luego de explicar la equivalencia de cada pieza del material, el grupo de estudiantes le muestran el siguiente ejemplo a sus demás compañeros:

Ejemplo: Representa el siguiente número decimal finito en los Bloques de Dienes



Lectura: Dos unidades y quinientos treinta y cuatro milésimas.

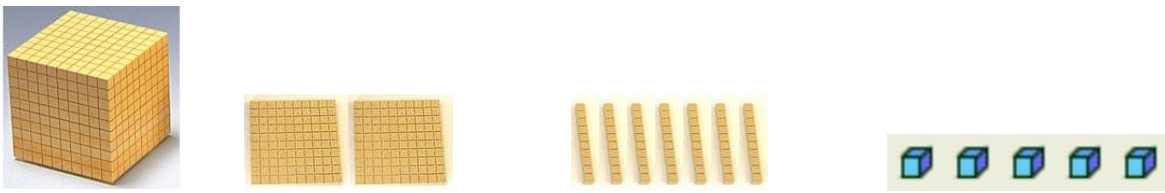
RETO 1

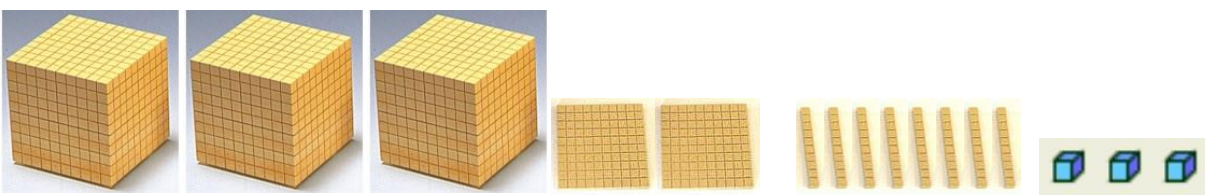
Representa cada uno de los siguientes números decimales finitos con ayuda de los Bloques de Dienes y escribe cómo se leen:

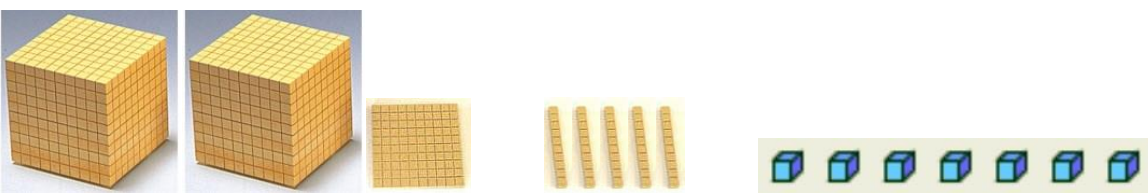
- a) 1,32 _____
 b) 3,4 _____
 c) 1,257 _____
 d) 3,071 _____
 e) 0,32 _____
 f) 2,304 _____

RETO 2

Escribe los números decimales que representan cada una de las siguientes cantidades representadas en los Bloques de Dienes y cómo se leen.

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

RETO 3

Escribe cada uno de los siguientes enunciados en forma de número decimal:

- a) Cuarenta y ocho unidades, trescientos sesenta y cinco milésimos. _____
- b) Ocho unidades, cincuenta centésimas. _____
- c) Dos décimas. _____
- d) Seis milésimas. _____
- e) Dieciocho unidades, tres centésimas. _____
- f) Treinta y siete unidades, cuatrocientas ochenta milésimas. _____

RETO 4:

Escribe cómo se lee cada número decimal y represéntalo como fracción decimal, teniendo en cuenta el siguiente ejemplo:

54, 06 = cincuenta y cuatro unidades y seis centésimas. $\frac{5406}{100}$

- a) 0,4 _____
- b) 3,08 _____
- c) 14,012 _____
- d) 125,003 _____
- e) 5,013 _____
- f) 2,25 _____
- g) 12,25 _____
- h) 18,02 _____

RETO 5

Escribe cada una de las siguientes fracciones como números decimales finitos y representa su resultado a través de los Bloques de Dienes:

- a) $\frac{4}{10}$
- b) $\frac{7}{10}$
- c) $\frac{16}{100}$
- d) $\frac{11}{100}$
- e) $\frac{328}{100}$
- f) $\frac{2384}{1000}$
- g) $\frac{1289}{1000}$
- h) $\frac{529}{1000}$

8.2 Anexo 2: Ficha de Indagación Números Decimales

Con ayuda del siguiente recurso virtual presentado en el link que se muestra a continuación <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html>, resuelve los ejercicios sobre números decimales finitos que te soliciten.

A continuación, encontrarás 4 retos, lee y aplica cada uno de los pasos que se te muestran en cada reto.

RETO 1: DÉCIMAS

PARTE 1:

Pasos:

1. En la parte de práctica da click en el primer ejercicio llamado “Las áreas”.



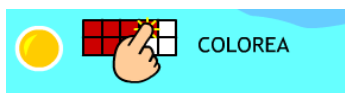
2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el primer ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 2

Pasos:

1. Da click en el segundo ejercicio llamado “Colorea”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el segundo ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 3

Pasos:

1. Da click en el tercer ejercicio llamado “Ábaco 1”.



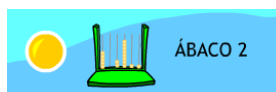
2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el tercer ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 4

Pasos:

1. Da click en el cuarto ejercicio llamado “Ábaco 2”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el cuarto ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

RETO 2: CENTÉSIMAS

PARTE 1:

Pasos:

1. En la parte de práctica da click en el primer ejercicio llamado “Las áreas”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el primer ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 2

Pasos:

1. Da click en el segundo ejercicio llamado “Colorea”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el segundo ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 3

Pasos:

1. Da click en el tercer ejercicio llamado “Ábaco 1”.



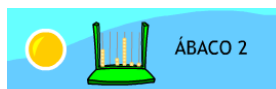
2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el tercer ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 4

Pasos:

1. Da click en el cuarto ejercicio llamado “Ábaco 2”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el cuarto ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

RETO 3: MILÉSIMAS

PARTE 1:

Pasos:

1. En la parte de práctica da click en el primer ejercicio llamado “La recta real”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el primer ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 2:

Pasos:

1. Da click en el segundo ejercicio llamado “Ábaco 1”.



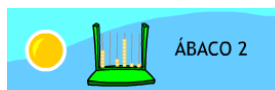
2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el segundo ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 3

Pasos:

1. Da click en el tercer ejercicio llamado “Ábaco 2”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el tercer ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

RETO 4: DÉCIMAS, CENTÉSIMAS, MILÉSIMAS, REDONDEO

PARTE 1:

Pasos:

1. Da click en el segundo ejercicio llamado “Recta real”.

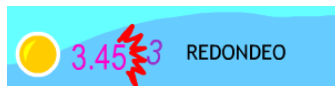


2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el segundo ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 2**Pasos:**

1. Da click en el tercer ejercicio llamado “Redondeo”.



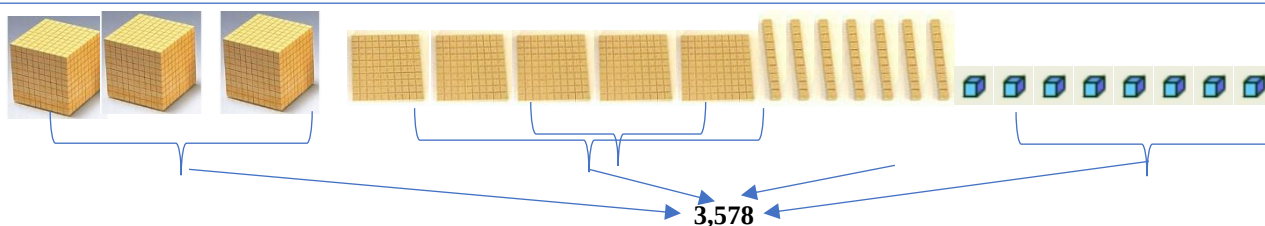
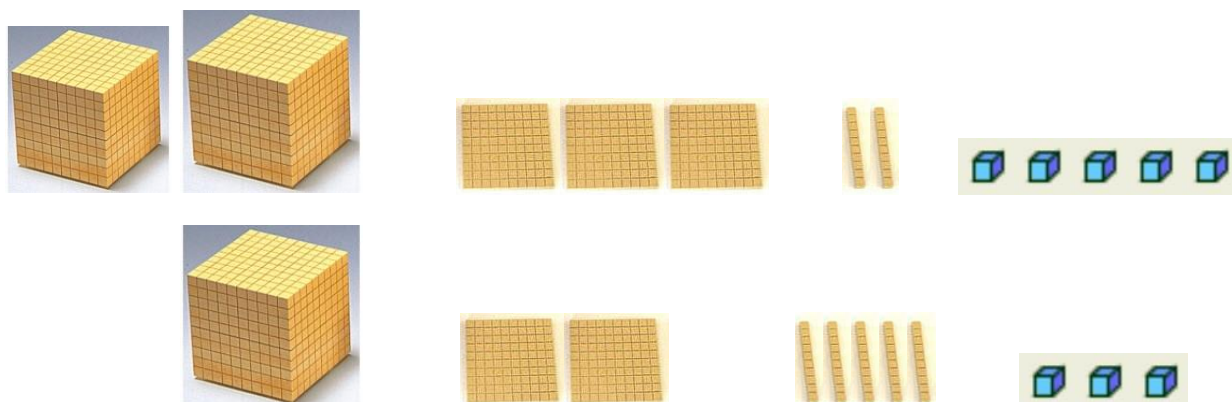
2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el tercer ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

8.3 Anexo 3: Ficha de Exploración Suma y Resta con números decimales finitos

Luego de que los estudiantes le explicaron a la profesora como se representaban los números decimales a través de los Bloques de Dienes, se pasó a la realización de diferentes operaciones de suma y resta, haciendo uso de este recurso, así como su representación a través de las fracciones decimales, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Carlos representó con los Bloques de Dienes el número 2,325 y Marcela el número 1,253, para sumar los dos números unieron los Bloques de Dienes como se muestra en el siguiente gráfico:



El resultado obtenido fue:

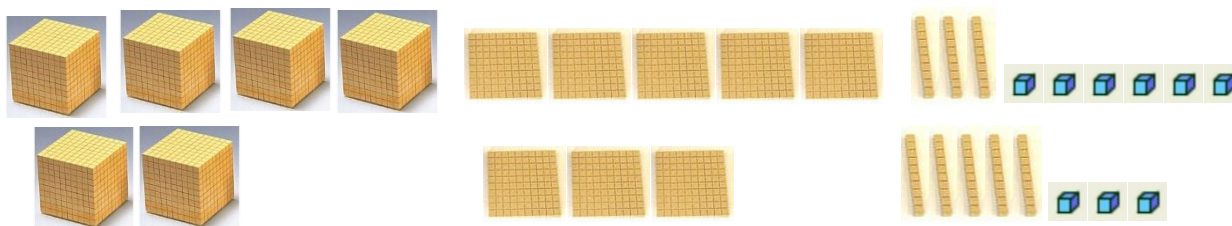
Tres unidades y quinientos setenta y ocho milésimas

Teniendo en cuenta el anterior ejemplo, se plantean unos retos, los cuales deberás de resolver a continuación:

Reto 1:

Identifica los números decimales representados con los Bloques de Dienes y realiza la operación indicada, escribiendo en forma de número decimal el resultado obtenido.

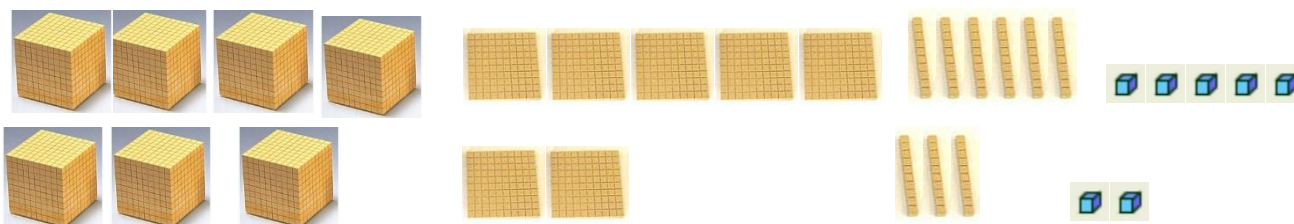
a. Suma los números decimales finitos representados en los Bloques de Dienes



Números decimales: _____

Resultado: _____

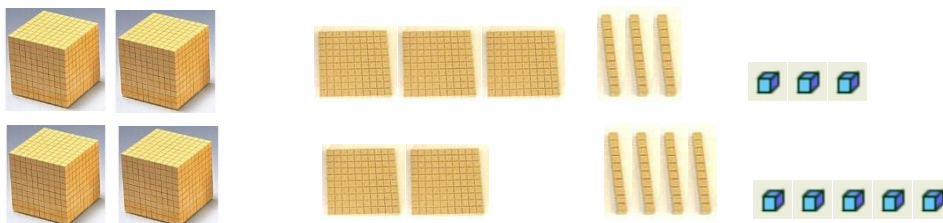
b. Resta los números decimales finitos representados en los Bloques de Dienes



Números decimales: _____

Resultado: _____

c. Suma los números decimales finitos representados en los Bloques de Dienes



Números decimales: _____

Resultado: _____

Un número decimal se puede representar por medio de fracción decimal de la siguiente manera:

$$95,976 = \frac{95976}{1000}$$

De acuerdo a ello, realiza el siguiente reto.

Reto 2

Realiza las siguientes sumas y restas haciendo uso de los Bloques de Dienes, luego escribe su resultado en número decimal y en fracción decimal.

a. $1,625 + 3,24$

Resultado en número decimal: _____

Resultado en fracción decimal: _____

b. $2,904 + 2,3$

Resultado en número decimal: _____

Resultado en fracción decimal: _____

c. $0,50 + 4,062$

Resultado en número decimal: _____

Resultado en fracción decimal: _____

d. $5,35 - 0,14$

Resultado en número decimal: _____

Resultado en fracción decimal: _____

e. $4,9 - 2,5$

Resultado en número decimal: _____

Resultado en fracción decimal: _____

f. $3,974 - 1,652$

Resultado en número decimal: _____

Resultado en fracción decimal: _____

Reto 3

Teniendo en cuenta el valor posicional de cada uno de los siguientes números decimales, realiza las sumas y restas correspondientes; además escribe cómo se lee su resultado.

a. $3,46 + 9,8$

Unidades	Coma ,	Décimas	Centésimas	Milésimas
				

Lectura de resultado: _____

b. $106,908 + 97,007$

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

c. $953,46 + 47,8\ 007$

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

d. $28,45 + 87,5\ 007$

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

e. $6,37+57,7007$

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

f. $124,3 - 48,25007$

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

g. $316,52 - 308,7007$

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

h. 90,326 - 14,276

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

i. 110,4 - 82,896

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

j. 117,04 - 89,04

Centena	decenas	unidades	coma	décimas	centésimas	milésimas

Lectura de resultado: _____

8.4 Anexo 4: Ficha de Exploración Multiplicación y División con números decimales finitos

Luego de que los estudiantes le explicaron a la profesora como se realizaban las operaciones de suma y resta con decimales, haciendo uso de los Bloques de Dienes, ellos pasaron a explicar cómo se realizaba las operaciones de multiplicación y división, en este caso haciendo uso de las fracciones decimales, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Juan escribió el número 2,5 y Daniela el número 13,8 y procedieron a multiplicar sus cantidades de la siguiente manera:

$$2,5 \times 13,8$$

$$\frac{25}{10} \times \frac{138}{10} = \frac{25 \times 138}{10 \times 10} = \frac{3450}{100} = 34,50$$

Para comprobar si su resultado es correcto, probaron con el método tradicional de multiplicación de la siguiente manera:

	1	3,	8
	x	2,	5
	6	9	0
2	7	6	
3	4,	5	0

El resultado es 3450 y debido a que los números iniciales tienen dos cifras decimales se corre dos lugares la coma (,) dando como resultado 34,50

Teniendo en cuenta el ejemplo anterior, resuelve el siguiente reto haciendo uso de la multiplicación de decimales por medio de fracciones decimales:

RETO 1

Realiza las siguientes multiplicaciones entre números decimales haciendo uso de las fracciones decimales y comprobando su resultado por el método tradicional:

a. $6,8 \times 3,08$

Método Fracciones Decimales	Método Tradicional (Prueba)

b. $762,5 \times 2,20$

Método Fracciones Decimales	Método Tradicional (Prueba)

c. $456,1 \times 0,12$

Método Fracciones Decimales	Método Tradicional (Prueba)

d. $2,28 \times 0,6$

Método Fracciones Decimales	Método Tradicional (Prueba)

e. $6,02 \times 3,1$

Método Fracciones Decimales	Método Tradicional (Prueba)

Luego de observar la multiplicación de decimales, pasaremos a mostrar el procedimiento que se realiza para la división, teniendo en cuenta el mismo ejemplo dado por los estudiantes:

Juan escribió el número 2,5 y Daniela el número 13,8 y procedieron a dividir sus cantidades de la siguiente manera:

$2,5 / 13,8$

$$\frac{25}{10} / \frac{138}{10} = \frac{25}{10} \times \frac{10}{138} = \frac{25 \times 10}{10 \times 138} = \frac{250}{1380} =$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 1120 \overline{) 1380} \\ \underline{160} \\ 22 \end{array} \quad \begin{array}{l} 138 \\ 0,181 \end{array} \quad \text{El resultado es } 0,181$$

Teniendo en cuenta el ejemplo anterior, resuelve el siguiente reto haciendo uso de la división de decimales por medio de fracciones decimales:

RETO 2

Realiza las siguientes divisiones entre números decimales haciendo uso de las fracciones decimales y realizando su respectiva división:

a. $3,16 / 0,25$

Método Fracciones Decimales	División

b. $25,8 / 1,02$

Método Fracciones Decimales	División

c. $6,9 / 7,4$

Método Fracciones Decimales	División

d. $0,15 / 5,4$

Método Fracciones Decimales	División

e. $8,1 / 2,9$

Método Fracciones Decimales	División

8.5 Anexo 5: Ficha de Indagación Operaciones con números decimales finitos

Con ayuda del siguiente recurso virtual presentado en el link que se muestra a continuación <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menu.html>, resuelve los ejercicios sobre números decimales finitos que te soliciten.

A continuación, encontrarás 3 retos, lee y aplica cada uno de los pasos que se te muestran en cada reto.

RETO 1: SUMA Y RESTA

PARTE 1:

Pasos:

1. En la parte de práctica da click en el ejercicio llamado “Sumas y Restas”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el ejercicio.

3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 2**Pasos:**

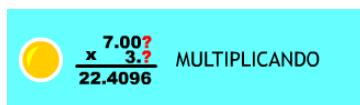
1. Da click en el ejercicio llamado “La Regla”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el ejercicio.
3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

RETO 2: MULTIPLICACIÓN**PARTE 1:****Pasos:**

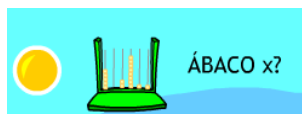
1. Da click en el ejercicio llamado “Multiplicando”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el ejercicio.
3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

PARTE 2**Pasos:**

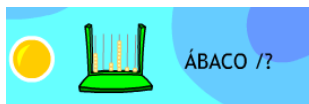
1. Da click en el ejercicio llamado “Ábaco x”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el ejercicio.
3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

RETO 3: DIVISIÓN**PARTE 1:****Pasos:**

1. En la parte de práctica da click en el ejercicio llamado “Ábaco /?”.



2. Resuelve cada una de las actividades que te plantea el ejercicio.
3. Escribe la cantidad de aciertos que lograste. _____

8.6 Anexo 6: Ficha de Síntesis números decimales finitos (Test)

Luego de que los estudiantes estudiaron las principales características y operaciones de los números decimales, quieren aplicar lo que aprendieron en cada uno de ellas, es por eso que realizarán una serie de test donde trabajen números decimales en sus diferentes representaciones.

Ingresa al siguiente link: <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/decimales/menuu1.html>

Realiza los siguientes retos siguiendo las indicaciones que se te dan a continuación:

RETO 1 “Décimas, centésimas, milésimas y redondeo”

1. Da click en “Décimas, centésimas, milésimas y redondeo”.



2. Entra a test.



3. Realiza cada uno de los puntos que se te piden en el test.
4. ¿Cuántos aciertos tuviste? _____
5. ¿Lograste la copa de campeón? _____

RETO 2 “Suma y Resta”

1. Da click en “Suma y Resta”.



2. Entra a test.



3. Realiza cada uno de los puntos que se te piden en el test.
4. ¿Cuántos aciertos tuviste? _____
5. ¿Lograste la copa de campeón? _____

RETO 3 “Multiplicación”

1. Da click en “Multiplicación”.



2. Entra a test.



3. Realiza cada uno de los puntos que se te piden en el test.
4. ¿Cuántos aciertos tuviste? _____
5. ¿Lograste la copa de campeón? _____

RETO 4 “División”

1. Da click en “División”.



2. Entra a test.



3. Realiza cada uno de los puntos que se te piden en el test.
4. ¿Cuántos aciertos tuviste? _____
5. ¿Lograste la copa de campeón? _____

¿Cuántas copas de campeón obtuviste en la realización de todos los test? _____