



**Propuesta didáctica para el estudio de las relaciones entre el sistema ancestral de medidas
de capacidad y el convencional en el Resguardo Indígena de Tacueyó – Toribío**

José Manuel Tálaga Noscué

Licenciatura en Matemáticas y Física

Director

Mg. Jhonatan Elias Posso Torres

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas

2023



**Propuesta didáctica para el estudio de las relaciones entre el sistema ancestral de medidas
de capacidad y el convencional en el Resguardo Indígena de Tacueyó – Toribío**

José Manuel Tálaga Noscué

Trabajo de grado para optar el título de Licenciado en Matemáticas y Física

Director

Mg. Jhonatan Elias Posso Torres

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas

2023

Agradecimientos

Expreso mis más sinceros agradecimientos a:

Dios por darme la fuerza y la luz en todo este camino de formación.

La Universidad del Valle, por acogerme en su espacio y permitir formarme como profesional en el mundo del conocimiento.

Los profesores, por compartir sus conocimientos y contribuir en mi formación personal y académica.

El profesor, Mg. Jhonatan Elias Posso Torres como tutor del presente trabajo de grado, por sus valiosos aportes, constante acompañamiento, orientación profesional, paciencia y dedicación para llevar a cabo este trabajo de grado.

Mis padres Jose Manuel Tálaga Hilamo y Ilia Noscué por su apoyo en todos estos años de formación.

Mi hermana Francy Tálaga por sus consejos, apoyo, orientación y el ejemplo.

Mis compañeros y compañeras de clase que me brindaron su amistad y estuvieron presentes cuando más los necesitaba.

Resumen

La propuesta desarrollada en este trabajo pretende abordar una problemática en comunidades indígenas, tales como la consideración de saberes matemáticos externos a la comunidad y la creencia de la poca o nula relación de estos saberes con la actividad de medir en las prácticas cotidianas comunitarias. Para abordar esta situación se propuso hacer una revisión documental para recopilar saberes comunitarios, teóricos y conceptuales, los cuales a partir de ciertos rasgos similares pudieran constituirse de forma articulada en una propuesta didáctica como acción pedagógica para trabajarse en la escuela de la comunidad. De acuerdo con lo anterior, se diseñó una secuencia didáctica para séptimo grado con el fin de explorar y articular los conocimientos e instrumentos de medidas de capacidad ancestrales nasa con los conocimientos convencionales, considerando aspectos de lo didáctico, curricular y disciplinar en la educación matemática de tal manera que faciliten procesos de modelación, representación y matematización y dar solución a la problemática en el contexto local abordada en las tareas. Como consideraciones finales se espera que la propuesta juegue un papel importante en los contextos diferenciados, que sea flexible y adaptable no sólo para un contexto indígena, sino para cualquier otro espacio que se quiera implementar la enseñanza de los sistemas y unidades de capacidad, teniendo en cuenta las actividades y prácticas vivenciales de los estudiantes y miembros de ese espacio.

Palabras claves: Etnomodelación, Etnomatemáticas, propuesta didáctica, Pensamiento Métrico, medidas de capacidad.

Abstract

The proposal developed in this work aims to address a problem in indigenous communities, such as the consideration of mathematical knowledge external to the community and the belief in the little or no relationship of this knowledge with the activity of measuring in daily community practices. To address this situation, it was proposed to carry out a documentary review to compile community, theoretical and conceptual knowledge, which based on certain similar features could be articulated into a didactic proposal as a pedagogical action to be worked on in the community school. In accordance with the above, a didactic sequence was designed for seventh grade in order to explore and articulate the knowledge and instruments of ancestral Nasa ability measures with conventional knowledge, considering didactic, curricular and disciplinary aspects in the mathematics education of in such a way that they facilitate modeling, representation and mathematization processes and provide solutions to the problems in the local context addressed in the tasks. As final considerations, it is expected that the proposal plays an important role in differentiated contexts, that it is flexible and adaptable not only for an indigenous context, but for any other space in which the teaching of capacity systems and units is intended to be implemented, taking into account It tells the activities and experiential practices of the students and members of that space.

Keywords: Ethnomodeling, Ethnomathematics, didactic proposal, Metric Thinking, capacity measures.

Contenido

Agradecimientos	3
Resumen	4
Índice de tablas	7
Índice de figuras	7
Introducción.....	8
CAPÍTULO I	11
Planteamiento del problema	11
Objetivos.....	15
Objetivo general	15
Objetivos específicos	15
Antecedentes.....	16
Justificación	20
CAPÍTULO II: Marco teórico	25
2.1 Los sistemas de medidas convencionales	26
2.1.1 Las medidas de capacidad.....	27
2.1.2 Unidades de medida de capacidad	28
2.2 Procesos generales para el desarrollo del pensamiento matemático en la escuela	30
2.2.1 Procesos generales para el desarrollo del pensamiento métrico	31
2.3 La educación matemática realista.....	33
2.4 Las Etnomatemáticas	36
2.4.1 Marcos o enfoques contextuales y metodológicos de las etnomatemáticas	39
2.5 La etnomodelación	42
2.5.1 Etnomodelación como una acción pedagógica	44
2.5.2 La etnomodelación como un conocimiento émico	46
2.5.3 La etnomodelación como un conocimiento ético	46
2.5.4 El conocimiento dialógico en la etnomodelación	47
2.5.5 El conocimiento dialógico y émico en la actividad de medir para el Nasa	48
2.6 Lineamientos y objetivos educativos propios de la comunidad indígena Nasa de Toribío..	50
CAPÍTULO III: Marco Metodológico	53
3.1 Marco contextual de la comunidad indígena Nasa	53

3.2 Fundamentación de la propuesta didáctica.....	54
3.3 Estructura de la propuesta didáctica	58
3.4 La propuesta didáctica para la enseñanza de las medidas de capacidad	64
CAPÍTULO IV: Presentación y análisis de resultados.....	75
4.1 Análisis preliminar	75
CAPÍTULO V: Conclusiones y recomendaciones finales.....	79
5.1 Conclusiones.....	79
5.2 Recomendaciones	81
Referencias	83

Índice de tablas

Tabla 1 Unidades de Medida del Sistema Métrico Decimal.....	27
Tabla 2 Unidades de Medida de Capacidad.....	28
Tabla 3 Articulación de los Referentes en la propuesta didáctica.....	59

Índice de figuras

Figura 1 Regla de Conversión de Unidades de Capacidad.....	29
Figura 2 Síntesis de la Educación Matemática Realista.....	35
Figura 3 Fotografía del calabazo o totumo.....	50
Figura 4 Relación de la Propuesta Didáctica con los Aspectos Teóricos y Conceptuales.....	55

Introducción

A nivel general, las personas en los territorios indígenas como el Nasa, tienen la necesidad de emplear medidas y patrones en sus actividades cotidianas agropecuarias, como por ejemplo: emplear instrumentos y unidades para hallar las medidas en un terreno, determinar las dimensiones de una vivienda, emplear recipientes para medir líquidos, entre otros; también al ser una cultura que principalmente vive en territorios rurales, tiene actividades y conductas propias que le han permitido desenvolverse dentro de ese mismo contexto.

Estas cuestiones tienen un trasfondo muy importante y de discusión, pues en el campo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en contextos como los territorios indígenas, los docentes deben dar trámite a estas cuestiones para propiciar un aprendizaje de las matemáticas sin desconocer ni poner en controversia las formas de medición, patrones, instrumentos y actividades que han realizado los estudiantes en su contexto social y cultural con los trabajados en el aula de clase en la escuela. Es decir, el docente se pone en el papel de mediador entre dos mundos, el del estudiante con su experiencia comunitaria previa y el conocimiento convencional de los saberes disciplinares. En ese orden de ideas, la como función de un profesor de matemáticas se entiende como la de diseñar medios y recursos para trabajar un saber y establecer o plantear una alternativa didáctica que integre el campo conceptual de las matemáticas convencionales con las vividas por el estudiante, que en ocasiones llegan a ser aparentemente diferentes.

Por otra parte, también están las problemáticas que se presentan en el aprendizaje de los estudiantes indígenas Nasa como la poca comprensión y casi nula relación del conocimiento científico con su entorno cultural, lo cual conduce a plantear preguntas como: ¿Qué características debe tener una propuesta didáctica para el estudio de instrumentos y unidades de

medida de capacidad ancestrales del pueblo Nasa y sus equivalentes en el sistema convencional de medidas con estudiantes de la educación básica escolar de la misma comunidad?

En relación con lo anterior, en el presente trabajo de grado y para su desarrollo se consideran 5 capítulos, como son:

El capítulo uno en el cual se aborda la descripción de la problemática central que se vive en los territorios indígenas Nasa, respecto al aprendizaje de las matemáticas y en relación con los sistemas de medidas, los objetivos propuestos en este trabajo para abordar esa problemática y la documentación de algunos estudios previos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas realizados en territorios indígenas que sirven de fundamentos de reflexión y apoyo teórico para el desarrollo de la propuesta.

El capítulo dos que recoge las ideas conceptuales y teóricas que sirven como pilares para el diseño de la propuesta, principalmente los aspectos teóricos acordes a los contextos diferentes, sociales y culturales; en esa medida se articulan tres perspectivas con sus respectivas características etnoeducativas, curriculares y disciplinares. Además, se abordan algunos conceptos y propiedades de los sistemas geométricos, magnitudes y unidades de medida de capacidad convencionales y ancestrales de la comunidad indígena nasa.

El capítulo tres del marco metodológico, plantea la articulación entre los aspectos teóricos, a partir de lo cual se estructura la forma como se piensa y diseña la propuesta didáctica, abordando elementos esenciales del contexto comunitario y de las matemáticas. Lo central de la propuesta comprende el estudio y enseñanza de las unidades de medida de capacidad tanto ancestrales de la cultura Nasa como las unidades de capacidad convencionales y la forma como estas se relacionan. Lo anterior considerando de que estudiantes de grado séptimo no sólo

comprendan las unidades de capacidad desde una visión convencional solamente, sino también desde sus actividades cotidianas y procesos de medición tradicionales a través de las tareas planteadas en la secuencia didáctica.

En el capítulo cuatro se abordan unas consideraciones respecto al análisis de los resultados esperados con la propuesta, como la perspectiva de que sí es importante tener en cuenta y presente el aprendizaje de los conceptos, nociones, equivalencias e instrumentos y demás en las actividades contextualizadas propuestas para los estudiantes. La propuesta presentada no solo tiene en cuenta estos aspectos para su desarrollo, sino también va dirigida al fortalecimiento del pensamiento métrico y los sistemas de medidas, (específicamente la medida de capacidad) haciendo uso de instrumentos (recipientes de uso común y el calabazo) para medir capacidad en un entorno cultural con actividades como el ordeño, la medición y la comercialización de la leche producida en una finca comunitaria.

Para finalizar, en el capítulo cinco se presentan algunas conclusiones y recomendaciones a tener en cuenta fundamentadas en el contexto y el ejercicio de diseño, y lo que se espera cuando la propuesta sea implementada, siempre y cuando el interés sea motivar a los y las estudiantes de grado séptimo de la comunidad indígena Nasa principalmente y otras comunidades, para que se interesen por en el estudio de las medidas no convencionales de capacidad que son de utilidad y a partir de ellas puedan comprender de una manera más directa las convencionales, como también, destacar la importancia de las mismas como herramientas de un mejor aprendizaje, construcción de significados y comprensión de algunos temas tales como el volumen y su similitud con la capacidad en un recipiente.

CAPÍTULO I

Planteamiento del problema

Para las comunidades indígenas, como los Nasa, las matemáticas son consideradas como un saber de los blancos, que sólo se aprende en la escuela, principalmente escribiendo, y que se trata de hacer cuentas con números para los negocios del comercio, tal como lo plantea Parra (2012).

Actualmente, gracias a enfoques teóricos como las Etnomatemáticas¹, se ha logrado cambiar algunos aspectos de la visión de las matemáticas que se tiene en los territorios indígenas, es decir, ya no se perciben como algo ajeno al contexto del territorio indígena. En este sentido, en un estudio realizado por Ávila (2014) se exponen resultados de una investigación realizada en México cuyo objetivo fue conocer cómo los profesores de las escuelas indígenas conciben las etnomatemáticas y la integran en sus clases de matemáticas, en el marco de un programa de formación profesional que promueve que los profesores recuperen los saberes propios de la comunidad para enseñar, a partir de ellos, matemáticas a sus alumnos.

Para reunir la información, se visitaron nueve escuelas primarias indígenas con distintas características lingüísticas, de aislamiento y de organización escolar en los estados de Chiapas, Michoacán y Puebla, los cuales tienen amplia presencia indígena. En el estudio se muestran las formas en que los profesores de las nueve escuelas visitadas conciben las etnomatemáticas y los saberes previos de sus alumnos y cómo esto es integrado en sus clases de matemáticas, arrojando resultados como, por ejemplo, que el saber más visible a los profesores es el vinculado con las

¹ Según D'Ambrosio (2001), la Etnomatemática es el área de la educación que busca reflexionar sobre el conocimiento matemático que se genera a partir de la interacción en un grupo cultural en particular.

unidades y formas de medición y que las formas locales de conteo y ubicación en el espacio, si existen, no son identificadas por los docentes.

A nivel local, en el territorio indígena de Tacueyó – Toribío, surgen algunas cuestiones como las planteadas por los coordinadores pedagógicos del Plan de Vida ²Proyecto Nasa (2015) y autoridades tradicionales del Resguardo de Tacueyó, quienes han manifestado que, desde las distintas disciplinas del conocimiento es preciso promover una formación que responda en defensa de la vida, la integridad cultural y los derechos de los pueblos indígenas de fortalecer el pensamiento tradicional indígena que tiene una visión espiritual del territorio y la naturaleza donde se le ha permitido convivir con ella a lo largo de la historia, sin embargo, esta visión y prácticas culturales están debilitadas por la apropiación de otras ideas basadas en la explotación de la naturaleza y la producción basada en la ganancia individual y el agotamiento de los recursos naturales (Proyecto Nasa, 2015).

En este sentido, otro aspecto de la problemática y en consonancia con el anterior, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los territorios indígenas actualmente es similar al que menciona Moran y Acosta (2015), en su trabajo *La Construcción del Concepto de Medida en el Contexto de la Escuela Indígena "las Aves" de Canoas*, a partir del cual se indica que en muchas escuelas indígenas se presenta una situación poco favorable para la comunidad: la escuela se enfatiza en los procesos de aprendizaje de los estudiantes de tal manera que se forman a un mismo nivel e incluso los mismos tipos de conocimientos y ciertas metodologías como a los estudiantes de las zonas urbanas o grandes ciudades. Es decir, a los niños indígenas se les presentan procesos escolares en los cuales se desvincula de la génesis de los conocimientos

² El Proyecto Nasa, es la organización indígena creada en el año 1980, impulsada por el sacerdote Páez Álvaro Ulcué Chocué, para suplir la necesidad de articulación entre los cabildos, procesos políticos, organizativos y sociales de Toribío, Tacueyó y San Francisco.

ancestrales, los cuales habían comenzado ya a *reconstruir* en su vida cotidiana como parte de la cultura; consecuencia de ello es un aprendizaje poco competente en situaciones de contexto, dificultades en la comprensión de los conceptos matemáticos y déficit de concentración, entre otros.

De manera específica y dada la necesidad de medir como parte de las prácticas cotidianas de la comunidad, en relación con los sistemas de unidades de medida y de manera precisa las unidades de capacidad, se pretende promover una enseñanza donde los conocimientos convencionales de la disciplina y los conocimientos y prácticas del estudiante indígena nasa en su comunidad no registren tensiones notables. De acuerdo con lo anterior, una de las situaciones evidenciadas en los estudiantes indígenas es que se presenta en el uso de ciertas medidas en la casa y la escuela, es decir, el estudiante conoce un instrumento de medida ancestral de la comunidad, como lo es el “calabazo³” donde se miden o se sirven las bebidas en la familia, pero una vez ingresa a la escuela presentan dificultades para relacionar ese instrumento de medida de capacidad tradicional con una medida convencional como el litro, o el caso de medir una distancia en metros, teniendo en cuenta que lo hace anteriormente con la cuarta.

Lo anterior en vez de ser un complemento para su experiencia, al parecer promueve una imposición de conceptos generalizados y estandarizados para cualquier persona en cualquier lugar y hace que, a nivel de la comunidad indígena ya no se hable más de la cuarta y el calabazo sino del metro y el litro sin lograr ver una relación entre ellas y sin encontrar ninguna respuesta a las dificultades presentes en los estudiantes como debería ser, según lo menciona el Ministerio de Educación Nacional (1998):

³ Conocido también como totumo. Es el fruto de un árbol tropical en forma de calabaza, que se emplea para hacer vasijas y otros recipientes domésticos.

El conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual (p. 14)

Continuando con la misma idea, algunas de las problemáticas a abordar en el resguardo de Tacueyó – Toribío frente a las unidades de medida de capacidad en términos de los sistemas convencionales, es que varios estudiantes del grado séptimo no reconocen la magnitud de capacidad y el establecimiento de equivalencias entre unidades de medida de capacidad y el uso de instrumentos de medición asociados a éstas. Sin embargo, tienen conocimientos de unidades de medidas ancestrales de longitud, superficie, volumen y de capacidad, que desde pequeños en el núcleo familiar han ido conociendo, pero una vez llegan a la escuela, esos conocimientos son opacados por los que curricularmente se enseñan, y en ocasiones, limitados a una serie de algoritmos que no tienen un sentido para ellos, como lo mencionan Moran y Acosta (2015):

Por ello la educación matemática ha de tener en cuenta el contexto cotidiano de los estudiantes, en este ellos desarrollan ciertas habilidades, conceptos y destrezas matemáticas. Sin embargo, es común que en algunas escuelas se enseñe partiendo de algoritmos y problemas que nada o poco tienen que ver con los estudiantes o con su contexto sociocultural o su cotidianidad. Así, es muy probable que ellos no realicen una verdadera construcción de los conceptos matemáticos escolares implicados, y así mismo no tengan una apropiación de los mismos, conceptos que de alguna manera ya están comenzando a ser utilizados en su vida cotidiana. (p. 14)

En la actualidad, según Moran & Acosta Portillo (2015), podemos ver que las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas constituyen objeto de preocupación especial e intensiva, con el aumento del interés por parte de los investigadores sobre este tema, quienes

hacen las mismas cuestiones y comparten las mismas preocupaciones frente a las dificultades de los estudiantes en los niveles educativos. De esta manera, y con el propósito de mostrar la importancia, visibilizar los conocimientos ancestrales de unidades de medida de capacidad de la comunidad Nasa, los instrumentos de medida, las actividades en las que son empleadas, su relación con las unidades de medida de capacidad convencionales y responder a las dificultades mencionadas anteriormente, surge el siguiente interrogante:

¿Cómo realizar una propuesta didáctica donde se posibilite el estudio de las relaciones entre el sistema ancestral de medidas de capacidad del pueblo Nasa y sus equivalentes en el sistema convencional para estudiantes de la educación básica escolar de la misma comunidad?

Objetivos

Objetivo general

Realizar una propuesta didáctica donde se posibilite el estudio de las relaciones entre el sistema ancestral de medidas de capacidad de la comunidad indígena Nasa en Tacueyó-Toribío y el sistema convencional para la continuación de los saberes propios de la comunidad.

Objetivos específicos

- Documentar aspectos ancestrales y convencionales, desde la didáctica de las matemáticas, acerca del estudio y enseñanza de las unidades de medida en comunidades indígenas.
- Articular aspectos esenciales del sistema ancestral de medidas de capacidad y el sistema convencional de medidas para el desarrollo de una propuesta didáctica en el marco de las etnomatemáticas.
- Desarrollar una propuesta didáctica para grado séptimo de la educación básica escolar que articule y facilite el estudio de las relaciones entre el sistema ancestral de medidas de capacidad y el sistema convencional de medidas.

Antecedentes

En el campo de la Didáctica de las Matemáticas se han desarrollado diversas investigaciones, como por ejemplo la enculturación matemática desde una mirada sociocultural propuesta por Bishop, didáctica de las matemáticas para educación infantil de Chamorro y las etnomatemáticas de D`Ambrosio entre otros, que han abordado problemáticas de carácter social, psicológico y cultural, que resultan en este campo, y cada vez se busca alternativas y reflexiones que nos ayuden a suplir las dificultades y generar propuestas pedagógicas acorde a las generaciones y cambios tecnológicos que se van dando de momento.

Estas investigaciones no solo brindan la posibilidad de tener presente distintos factores en el desarrollo y comprensión de las matemáticas en un contexto sociocultural (en este caso el territorio indígena Nasa), sino también de comprender que las matemáticas a pesar de que son universales, no significan que su enseñanza sea igual y se implemente de la misma manera en todas las sociedades y culturas. En esa medida, los docentes tienen la posibilidad de emplear estrategias de enseñanza que sean de carácter diferencial pero que apunten a un mismo objetivo de enseñanza e implementación.

Al respecto, Carabalí (2012) en su trabajo *Patrones de medida no convencionales: el caso de la longitud en el barrio Desepaz del municipio de Santiago de Cali, Colombia*, llevó a cabo una investigación centrado en el tema de los patrones de medidas no convencionales o no escolares de longitud que poseen y manejan algunas comunidades, en la cual, por medio de sus prácticas cotidianas los habitantes utilizan ciertos patrones de medida no convencionales de longitud que representan una parte del legado cultural de sus pueblos y destaca la importancia de tales prácticas, como también el interés en la comunidad para conservarlas a través de la enseñanza a los niños, niñas y jóvenes del sector, para que, de alguna u otra manera, éstas

subsistan y sean utilizadas en el tiempo. Evidencia también una descripción de cómo las personas en su quehacer cotidiano construyen y aplican prácticas que al ser analizadas introducen saberes y lenguajes que reflejan el uso y concepto de las etnomatemáticas.

De lo anterior, Carabalí (2012) concluye que la etnoeducación representa y constituye uno de los elementos fundamentales en el proceso de defensa y conservación del patrimonio inmaterial presente en las distintas comunidades, aplicando el principio de diversidad étnica cultural descrito en el artículo 7 de la Constitución Política de Colombia. Por tal razón, es acertado y necesario prestar atención a las diversas formas de expresión del conocimiento con respecto a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, sabiendo que éstas forman parte de nuestro quehacer cotidiano, y por lo tanto, la aplicación e implementación de las mismas debe estar acorde al contexto y las dinámicas sociales generadas en cada entorno social.

Por otra parte, los materiales didácticos y propuestas de diseño que los docentes implementen en el aula son muy relevantes, como lo es el caso de la investigación de García (2016), que tuvo como objetivo promover y movilizar el aprendizaje del pensamiento métrico, en el orden del proceso de la representación por medio del cambio de la unidad de medida a través de una situación didáctica para estudiantes de grado 6°. Parte de la idea de que cuando se implementan situaciones didácticas en los procesos de aprendizaje es posible movilizar el pensamiento matemático mediante actividades de primera instancia que nos permita diagnosticar, diseñar e implementar en el proceso de enseñanza y aprendizaje del mismo; seguidamente buscó observar y caracterizar el aprendizaje del pensamiento métrico en el orden del proceso de la representación de los saberes a través del cambio de la unidad de medida y llegando a evidenciar logros actitudinales, logros en las operaciones mentales y construcciones cognitivas de validación, y de esta manera, los estudiantes se mostraron seguros y satisfechos porque lograron descubrir, construir y reconstruir todas las actividades superando así todos los obstáculos.

Finalmente, García (2016) concluye que la concepción de situaciones didácticas son factores dinámicos, puesto que es una práctica educativa incluyente en la medida que los estudiantes cuenten con bases de lectura comprensiva y actividades experimentales que le permita reflexionar sobre la esencia de la escuela y los aprendizajes del pensamiento métrico.

En cuanto al Territorio Ancestral Indígena, desde hace varios años, por mandato comunitario se viene implementando la educación propia, en el marco del Proyecto Educativo Comunitario (PEC)⁴, el cual es parte del Sistema Educativo Indígena Propio SEIP⁵; se revitaliza los usos, costumbres, principios, valores y prácticas propias entre los cuales se encuentra la sabiduría ancestral. En esa medida, en el campo de las matemáticas el PEC reconoce la forma como las comunidades realizan procesos de pensamiento matemático, es decir cómo enfrentan su relación con el medio ambiente natural, social y espiritual desde distintas actividades mentales de cuantificación, medición clasificación, ordenamiento, entre otras.

En relación con lo anterior, se destaca la importancia de generar prácticas motivadoras e innovadoras desde una mirada formativa como profesores en formación matemática, como lo es, *Una Propuesta de Formación de Docentes de Matemáticas en Comunidades Indígenas de Mostacilla* (2015), desde donde se invita a los docentes a reflexionar con los estudiantes en el aula de clase sobre el territorio, los valores y la defensa por la vida, que no es ajena a una clase de matemáticas u otros saberes. Muestra un análisis desde la perspectiva de la Etnomatemática en contextos particulares, como el llevado a cabo en un territorio indígena, que requiere de una

⁴ Proyecto educativo comunitario, es la concepción integral de vida y gestión de saberes propios de los pueblos indígenas y comunidades afrocolombianas, que les permite recrear diferentes manifestaciones culturales y opciones de vida.

⁵ El Sistema Educativo Indígena Propio – SEIP: se concibe como un proceso integral, que desde la ley de origen, derecho mayor o derecho propio, contribuye a la permanencia y pervivencia de los pueblos indígenas, para lo cual, se orienta a la implementación de una atención educativa que reúna las siguientes características, en cumplimiento de lo dispuesto en la Ley 21 de 1991: i) que responda a las necesidades particularidades de dichos pueblos ii) que abarque su historia, conocimientos, técnicas, sistemas de valores, aspiraciones sociales, económicas y culturales y iii) que en su ejecución, permita la participación de las respectivas comunidades. (Decreto N.º 1952 del 7-octubre del 2014).

enseñanza de las matemáticas acorde a sus prácticas y necesidades de los estudiantes; una enseñanza que haga énfasis tanto en las directrices curriculares sin llegar a descontextualizar de las dificultades alrededor de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido, explica cómo a partir de las etnomatemáticas, es posible trabajar una propuesta de formación de docentes de matemáticas en comunidades indígenas, dirigida a fortalecer los procesos matemáticos de entornos culturales específicos. Busca fortalecer el pensamiento matemático propio de una comunidad teniendo en cuenta matemáticas propias como herramienta y esboza los lineamientos de una malla curricular para una formación especial de docentes en matemáticas en una propuesta de formación para comunidades indígenas, que surge a raíz de las diversas inquietudes en el desarrollo de las matemáticas en culturas indígenas, específicamente en la cultura del pueblo nasa.

También, como posible solución ante la falta de calidad en la educación matemática al que se ve enfrentado dicho contenido, busca contribuir en la formación de comuneros nasa sensibles ante el entorno cultural, personas conocedoras y poseedoras de un conocimiento propio, un conocimiento que sirva como soporte para la construcción de la educación matemática de calidad e integral, capaces de transformar valores culturales matemáticos propios en fortaleza y no en limitaciones. Docentes que ayuden a transformar su entorno cultural de tal manera que no haya al mismo una pérdida de identidad cultural, ni tampoco una desventaja ante las diferentes formas de conocimiento y saberes de entornos culturales externos (Mostacilla, 2015).

A manera más particular de los territorio indígena Nasa del Cauca, Balanta (2010) recoge una memoria de los distintos seminarios realizados en cada uno de los resguardos indígenas de Huellas-Caloto, Tacueyó, Toribío y San Francisco, y añade algunas lecturas de profundización para la formación de los dinamizadores (profesores) en su trabajo profesional con enfoques a identificar los problemas básicos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a desarrollar

elementos didácticos para el aprendizaje del esquema aditivo y el esquema multiplicativo, como también a trabajar elementos nuevos enfatizados en logros de nivel superior enfocados a la resolución de problemas, y finalmente concluye que si tenemos en cuenta la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, las alternativas pedagógicas que se han formulado, manera como se manifiesta el pensamiento matemático comunitario y sus posibilidades didácticas, podremos avanzar de manera pertinente y conveniente en la construcción etnodidáctica del área, generar propuestas de formación que lleven a la comunidad educativa por un mismo camino, el de revitalizar la vida, la historia, la cultura y la pervivencia de los pueblos indígenas dentro de los territorios.

Cada uno de estos aportes, son muy relevantes para el desarrollo de la propuesta en este trabajo de grado, pues no solo muestran que las matemáticas son importantes para nuestra vida, sino también de poder de reconocerlas en las prácticas vivenciales y aprenderlas a partir de ellas en cualquier contexto; valorar la cultura como entorno de aprendizaje matemático y poder reconocer que en la relación entre las prácticas como escenarios de investigación y reflexión con el conocimiento matemático debe siempre existir la necesidad de los profesores por demostrar a los estudiantes que pueden aprender matemáticas desde sus quehaceres y actividades, para que luego adquieran una concepción formal del mundo que los rodea, tomar sus propias decisiones, valorar su cultura y sus prácticas en el desarrollo de la misma.

Justificación

Las Etnomatemáticas son las “matemáticas practicadas por grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos de profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes”

(D'Ambrosio, 1999, p. 13). De esta manera, el autor nos da a entender y hace visibles otras formas culturales en las que se transmite y produce pensamiento matemático, especificando la importancia de buscar y valorar nuestros conocimientos en matemáticas los cuales pueden estar dados por las prácticas vivenciales dentro del contexto sociocultural, de lo cotidiano y por ende deben responder a las necesidades de la comunidad.

Hablar de lo cotidiano, es pensar que en las actividades están impregnados los saberes y quehaceres propios de la cultura. A cada instante, los individuos están comparando, clasificando, cuantificando, midiendo, explicando, generalizando, infiriendo y, de algún modo, evaluando, usando los instrumentos materiales e intelectuales que son propios de su cultura (D'Ambrosio, 1999, p. 30).

En la misma línea, desde el núcleo del Pensamiento Matemático y Economía Comunitaria se considera de carácter transversal, en tanto que constituye un saber, una forma de pensar la realidad, un lenguaje que nos permite ordenar, numerar, organizar en el espacio, medir, secuenciar la realidad, entre otros aspectos. Toda cultura tiene un saber matemático y estos saberes se expresan en lo que se conoce como etnomatemática.

Quiénes hablan el Nasa Yuwe⁶, encuentran en el lenguaje multitud de cuantificadores y diversos conceptos que expresan el Pensamiento matemático y economía comunitaria⁷ del Nasa, para el conteo, la medida, la variación. Los tejidos, por ejemplo, constituyen un saber y nacer donde la matemática se funde con la espiritualidad, la formación que se da alrededor de la jigma.

⁶ Idioma (lengua) propia del pueblo indígena nasa.

⁷ Se refiere a uno de los núcleos del PEC que aborda la enseñanza del pensamiento matemático de acuerdo a las prácticas y necesidades del indígena nasa.

Las señas que el Kiwe thë⁸ lee en el cuerpo, la armonización, en sí encierran un conocimiento matemático que va más allá de lo material (Proyecto Nasa, 2015).

También, el conocimiento de los ciclos de la naturaleza, el calendario ecológico de los mayores, todo ello expresa también un saber matemático que corre el riesgo de debilitarse si no se valora en la escuela. Las matemáticas son también una herramienta indispensable para la economía, la producción, la organización de la vida social entre otros aspectos; es por ello que es fundamental su buena apropiación, reconociendo que actualmente hay debilidades en la formación matemática de nuestros niños y jóvenes, que ni les gusta la matemática ni saben resolver problemas o razonar matemáticamente, y de allí la importancia de corregir estos aspectos en nuestro trabajo formativo dentro del núcleo, pero no exclusivamente para que los niños mejoren los puntajes en las pruebas Saber, sino para que esa formación les sea útil en su vida.

Por consiguiente, una de las investigaciones sobre el desarrollo del pensamiento matemático en las comunidades indígenas, especialmente la comunidad indígena Nasa, hecha por el Centro Indígena de Investigaciones Interculturales de Tierradentro (CIIT⁹); investigación recogida a partir de los conocimientos expresados por los Nasa de Tierradentro¹⁰ y autoridades, reflexiona sobre la enseñanza de las matemáticas en contextos indígenas Nasa y la manera como esta debe ser percibida. La investigación muestra un avance que permite aproximarse a reflexiones sobre la manera como usamos la matemática en nuestro contexto desde el desarrollo y conceptualización de seis actividades universales

⁸ Considerado como el sabedor ancestral o guía espiritual para relacionar al Nasa armónicamente con la naturaleza; también conocido como médico tradicional en castellano.

⁹ Centro Indígena de Investigaciones Interculturales de Tierradentro (CIIT), es un espacio creado por los cabildos para aprender, acompañar y orientar a la comunidad a través de reflexiones y debates en función de la protección del territorio, la lengua y la identidad cultural (Guejia, et al., 2012).

¹⁰ La cultura de Tierradentro está localizada en las sierras y valles que descienden a lado y lado de un sector de la cordillera central, en los municipios de Inzá, San Andrés, Belalcázar y Vitoncó, en el actual departamento del Cauca.

que son mencionadas por Bishop, y muestran ejemplos de cómo se practican en el territorio Nasa.

De esta manera, Parra (2012), uno de los investigadores del equipo CIIIT, menciona que hay una manera posible para cambiar la concepción de las matemáticas en los pueblos indígenas, que no sea una matemática considerada solo de los blancos, que solo se aprende en la escuela y por lo tanto es ajeno a las prácticas culturales del Nasa; un conocimiento opresivo y explotador, considerado, por lo tanto, como inútil y dañino en algunos casos.

En teoría Parra (2012), propone que se debe buscar una nueva forma para cambiar esa concepción de las matemáticas, cambiarlas por unas matemáticas más incluyentes y no creer en el antiguo modelo de escuela en el que el indígena entraba a perder sus raíces ancestrales, a ser enseñado a obedecer sin reflexionar; sino por el contrario buscar una nueva escuela y una nueva educación en matemáticas, en que los niños indígenas no sean discriminados, y que los jóvenes indígenas puedan saber las matemáticas de aquí del contexto y de allá con respeto, amor y alegría.

En esa medida, una propuesta didáctica para la enseñanza escolar que relacione las unidades de medida tradicionales y convencionales, y que responda a las dificultades mencionadas anteriormente en el planteamiento del problema, tanto de la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento métrico y Sistema de Medidas es un importante aporte a la educación en un contexto sociocultural, puesto que la principal razón más fuerte del aprendizaje es impartida en los escenarios de clase con actores principales como el profesor, conocimiento matemático y el estudiante.

Así mismo, la relación entre las unidades convencionales y tradicionales mediante una propuesta didáctica relacionada con una situación problemática del territorio, propicia una mirada

más inclusiva, motivadora y acorde a las necesidades de los estudiantes dentro de un contexto indígena, como lo es el pueblo Nasa del Resguardo de Tacueyó (Toribío), destaca su importancia y al mismo tiempo recuperar esas prácticas que históricamente han sido empleadas por los ancestros, explorar y conocer distintos mecanismos que se puedan utilizar para la enseñanza y aprendizaje las unidades de medida tradicionales en relación con las unidades de medida convencionales; tratando diferentes dificultades y problemáticas presentadas en la situación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes indígenas del grado séptimo, de la Institución Educativa Agropecuaria Indígena Quintín Lame del Resguardo de Tacueyó.

CAPÍTULO II: Marco teórico

En el presente capítulo se presenta un abordaje teórico - conceptual en relación con el desarrollo del Pensamiento Métrico y los Sistemas de Medidas en estudiantes en la etapa escolar, considerando este como aspecto esencial del Pensamiento Matemático en el cual se desarrollan procesos centrales clave que suscitan la apropiación de las propiedades básicas de los objetos matemáticos, como los relacionados con Sistemas y Unidades de Medida. Es fundamental considerar los aspectos del sistema métrico de medidas de capacidad los cuales en el sistema educativo colombiano están presentados a través de los referentes de calidad educativa como son los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (2006), referentes los cuales también son considerados para el desarrollo del currículo escolar en las instituciones educativas de las comunidades indígenas en Colombia.

Posteriormente, se hará la presentación de los aspectos didácticos que son considerados esenciales, revisando el enfoque de las Etnomatemáticas que son la perspectiva a partir de la cual se formula la propuesta en el marco de la enseñanza en la Comunidad Indígena Nasa. Considerando las Etnomatemáticas, se presentan aspectos centrales del enfoque de la Etnomodelación como aquel a partir del cual se considera la importancia de desarrollar el Pensamiento Métrico y la Educación Matemática Realista, que por su afinidad, nos brinda importantes elementos para el estudio de distintos fenómenos del contexto cercano de los estudiantes a partir de una propuesta didáctica de modelación en consonancia con las necesidades culturales y educativas de la comunidad indígena Nasa.

2.1 Los sistemas de medidas convencionales

Para facilitar la comprensión de los estudios experimentales los científicos han elegido siete magnitudes fundamentales y la unidad base de cada una. Las magnitudes fundamentales son las más básicas. Todas las demás se llaman magnitudes derivadas y se pueden expresar en función de las magnitudes fundamentales.

Las unidades de medida más usuales para medir la longitud, masa, capacidad, tiempo entre otros son las del Sistema Métrico Decimal¹¹. El Sistema Métrico Decimal considera el metro (m) como la unidad principal de longitud, el kilogramo (kg) como la unidad principal de masa y el litro (L) la unidad de capacidad y se utiliza para medir las siguientes magnitudes (Santillana, 1998).

El sistema métrico decimal tiene las siguientes características y se utiliza para medir las siguientes magnitudes presentadas en la siguiente tabla 1:

¹¹ El Sistema Métrico Decimal es el sistema de medida universalmente aceptado, cuyas unidades están relacionadas mediante potencias de 10.

Tabla 1*Unidades de Medida del Sistema Métrico Decimal*

Magnitud	Medida	Unidad básica	Símbolo
Longitud	Distancia que existe entre dos puntos	Metro	m
Capacidad	Cantidad de líquido que contiene un recipiente	Litro	L
Masa	Cantidad de materia de un objeto	Gramo	g
Superficie	Espacio plano de una figura	Metro cuadrado	m ²
Volumen	Espacio que ocupa un objeto	Metro cúbico	m ³

La anterior tabla muestra las magnitudes y unidades de medida más comunes, la cual, la de capacidad es de especial interés en el trabajo, al hacer especial énfasis en las mediciones de líquidos, la unidad y su representación para resolver una situación problemática de producción de leche.

2.1.1 Las medidas de capacidad

Según Chamorro et al. (2005), el trabajo con la magnitud capacidad, se trata, junto con la longitud, la superficie y el volumen, de una magnitud espacial. Físicamente no presenta diferencias con el volumen, pero sus modelizaciones matemáticas son muy distintas: la capacidad es una magnitud lineal y el volumen trilineal. Dispone además de un procedimiento de comparación directa muy elemental: el trasvasado de líquidos entre recipientes.

Chamorro et al. (2005), mencionan que ante dos recipientes de distinta forma es habitual evaluar la concepción de medida de capacidad con niños de determinadas edades. Aunque el

trasvasado de líquidos se haga en su presencia, la percepción visual de la altura predomina sobre la cantidad de líquido. En cuanto a la descomposición y posterior recomposición de la capacidad de un recipiente, al igual que en otras magnitudes, puede provocar juicios erróneos respecto a la conservación de la cantidad; si repartimos el contenido de un recipiente entre otros recipientes, puede que el niño entienda que la cantidad de líquido resultante ya no es la misma.

2.1.2 Unidades de medida de capacidad

Para medir la capacidad, se utilizan unidades dependiendo de la cantidad que se desea medir; para ello, se emplea unidades mayores conocidas como múltiplos del litro; pero, si se trata de un recipiente pequeño se usan las unidades conocidas como submúltiplos del litro. La equivalencia de cada una de ellas con el litro se observa en la siguiente tabla (Santillana, 1998).

Tabla 2

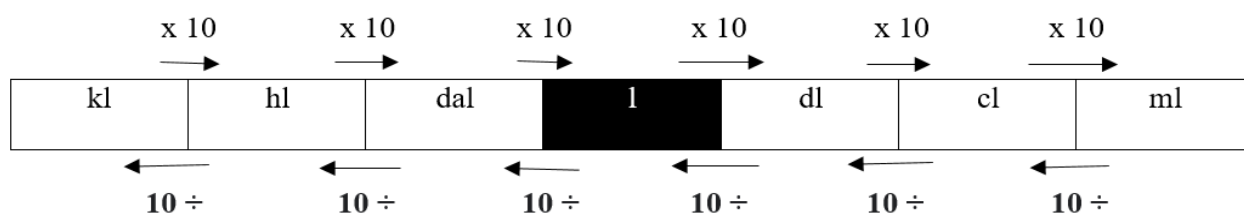
Unidades de Medida de Capacidad

Unidad	Nomenclatura	Equivalencia
Kilolitro	kl	1000 litros
Hectolitro	hl	100 litros
Decalitro	dal	10 litros
Litro	l	1 litro
Decilitro	dl	0.1 litro
Centilitro	cl	0.01 litro
Mililitro	ml	0.001 litro

La unidad principal para medir capacidades es el litro, para expresar las capacidades pequeñas utilizamos los submúltiplos del litro: el decilitro (dl), centilitro (cl) y el mililitro (ml), y para expresar las capacidades grandes utilizamos los múltiplos del litro: el decalitro (dal), hectolitro (hl) y el kilolitro (kl). Para transformar una unidad de capacidad en la unidad inmediatamente inferior o superior, multiplicamos o dividimos por 10 respectivamente como se muestra en la siguiente tabla.

Figura 1

Regla de Conversión de Unidades de Capacidad



Ejemplos de una conversión de unidades de capacidad

- **Ejemplo 1:** ¿Cuántos mililitros son 4 litros?

Solución: para pasar de litros a mililitros, según la regla debemos avanzar 3 espacios hacia la izquierda, por lo tanto, debemos multiplicar el número 4 por el número 10 tres veces. Es decir:

$$4 \times 10 \times 10 \times 10 = 4.000, \text{ por lo que 4 litros equivalen a 4.000 mililitros}$$

- **Ejemplo 2:** ¿Cuántos hectolitros son 35.000 decilitros?

Solución: para pasar los decilitros a hectolitros, según la regla debemos avanzar 3 espacios hacia la derecha, por lo tanto, debemos dividir el número 35.000 por el

número 10 tres veces. Es decir: $\frac{35.000}{10 \times 10 \times 10} = \frac{35.000}{1000} = 35$, por lo que 35.000

decilitros equivalen a 35 hectolitros.

A continuación, dado que el presente trabajo se desarrolla en el marco del diseño de una secuencia para la enseñanza del pensamiento métrico y sistemas de unidades de capacidad en una institución indígena, se mencionan aspectos relevantes para el desarrollo del pensamiento matemático y el pensamiento métrico de acuerdo con lo propuesto en los lineamientos curriculares, referentes de calidad en la educación en el territorio colombiano.

2.2 Procesos generales para el desarrollo del pensamiento matemático en la escuela

Según Brousseau (1998) el desarrollo del pensamiento matemático en la escuela da cuenta de una buena reproducción por parte del alumno de la actividad matemática, lo cual significa que formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías, que los ponga a prueba e intercambie con otros; que reconozca los que están contruidos conforme a la cultura matemática y que tome los que le son útiles para continuar su actividad. Por otro lado, Casabuena y Leonardo (2017), consideran que el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes ha de convertirse en una necesidad para la formación integral de cada uno.

Chamorro (2005) considera que, en la Escuela Infantil, necesariamente, los niños iniciarán la construcción del conocimiento matemático a través de acciones concretas y efectivas sobre objetos reales y probarán la validez o invalidez de sus procedimientos manipulando dichos objetos. Estas acciones le ayudarán a apropiarse de los problemas, a comprender la naturaleza de las cuestiones formuladas, a configurar una representación de la situación propuesta.

De acuerdo con los autores citados anteriormente, el desarrollo del pensamiento matemático en la educación escolar implica los procesos a desarrollar propuestos en los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, especificados en cada uno de los cinco pensamientos propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio y el variacional.

En este sentido, se hará hincapié en uno de los procesos más relevantes dentro de la actividad educativa escolar como lo es *modelar procesos y fenómenos de la realidad*, considerando la gran actividad cotidiana en la comunidad y que favorece el desarrollo de propuestas educativas que las analicen con los estudiantes en formación.

Por otra parte, también se tiene presente las orientaciones curriculares en Colombia, donde encontramos que el pensamiento métrico y sistema de medidas se refiere a la comprensión general que tienen las personas sobre las magnitudes, su cuantificación y su uso con sentido, como también el significado para la comprensión de situaciones en contextos. Se relaciona también con la medida de las cantidades de magnitud, al igual que con la manera de usar los instrumentos de medida (MEN, 1998).

2.2.1 Procesos generales para el desarrollo del pensamiento métrico

El pensamiento métrico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su cuantificación y su uso con sentido y significado para la comprensión de situaciones en contextos. Esto hace que el concepto potente para el desarrollo del pensamiento métrico sea el de magnitud, haciendo énfasis en los siguientes aspectos: la construcción de los

conceptos de cada magnitud, la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, la estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”; la apreciación del rango de las magnitudes, la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, la diferencia entre la unidad y el patrón de medición, la asignación numérica y el papel del trasfondo social de la medición (MEN, 1998).

Estos procesos son importantes destacarlos, debido a que el diseño de la propuesta debe contemplarlo en las tareas a medida que los estudiantes interactúan con sistemas de medidas de capacidad y las equivalencias entre instrumentos convencionales y ancestrales de la comunidad indígena Nasa.

Según los lineamientos curriculares, el pensamiento métrico y sistemas de medidas está estrechamente relacionado con actividades de la vida diaria, como las compras en el supermercado, con la cocina, con los deportes, con la lectura de mapas, con la construcción, etc., posibilitando en los estudiantes la medición y que les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas para la realidad. La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes, hace que éstos encuentren situaciones y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas (MEN, 1998).

Considerando la importancia y manifestación de procesos del pensamiento esenciales para el desarrollo del Pensamiento métrico, a continuación, se abordan algunos de los elementos conceptuales de la Educación Matemática Realista propuesta por Freudenthal (1971), la cual comprende niveles de matematización los cuales son esenciales en el proceso de modelación de los fenómenos de la realidad. Se precisan los niveles de matematización como referentes esenciales para el diseño de la propuesta didáctica que será desarrollada.

2.3 La educación matemática realista

Desde la visión de Freudenthal, según Gravemeijer y Terwel (2000) acerca de la educación matemática realista, se considera que las matemáticas deben ser vistas más que un proceso, como una actividad humana al alcance de todos. El trabajo de Freudenthal, se fundamenta en un número de ideas acerca de cómo la educación matemática obedece a un modelo donde el estudiante es responsable de su aprendizaje, ya que interacciona tanto con el docente como también con los objetos matemáticos. Estas ideas se discuten bajo el encabezamiento de principios de la educación matemática realista y herramientas conceptuales propuestas por Freudenthal.

Como herramientas conceptuales, Freudenthal se refiere que las matemáticas se enseñen para la vida cotidiana, en los problemas cotidianos, que no sea una matemática de conceptos y acabada sin aplicaciones como también debe ser una enseñanza que valore el proceso del alumno en cuanto a la resolución con conocimientos no convencionales. Para ello considera unas herramientas conceptuales para proponer el modelo de la educación matemática realista Bressan (2005).

En primera medida, los contextos y situaciones problemáticas realistas deben ser representables, razonables e imaginables (situación real) en la cual son generadoras de una matematización en la situación ya sea natural o social; es decir, los tipos de contextos es un evento, proposición o una situación problema de la realidad significativa que pueden ser artificiales, reales y matemáticos. Posteriormente, las condiciones de modelos se refieren a un objeto de trabajo que causa una reflexión para explicar, comparar, contrastar y comprobar; estos modelos pueden ser matemáticos, esquemas, diagramas y símbolos. Distingue dos tipos de

modelos, el primero se da en una situación particular donde el estudiante aplica procedimientos para resolver la situación planteada (Modelo de). El segundo corresponde a la práctica o procedimientos que debe realizar el estudiante para resolver la situación (Modelo para).

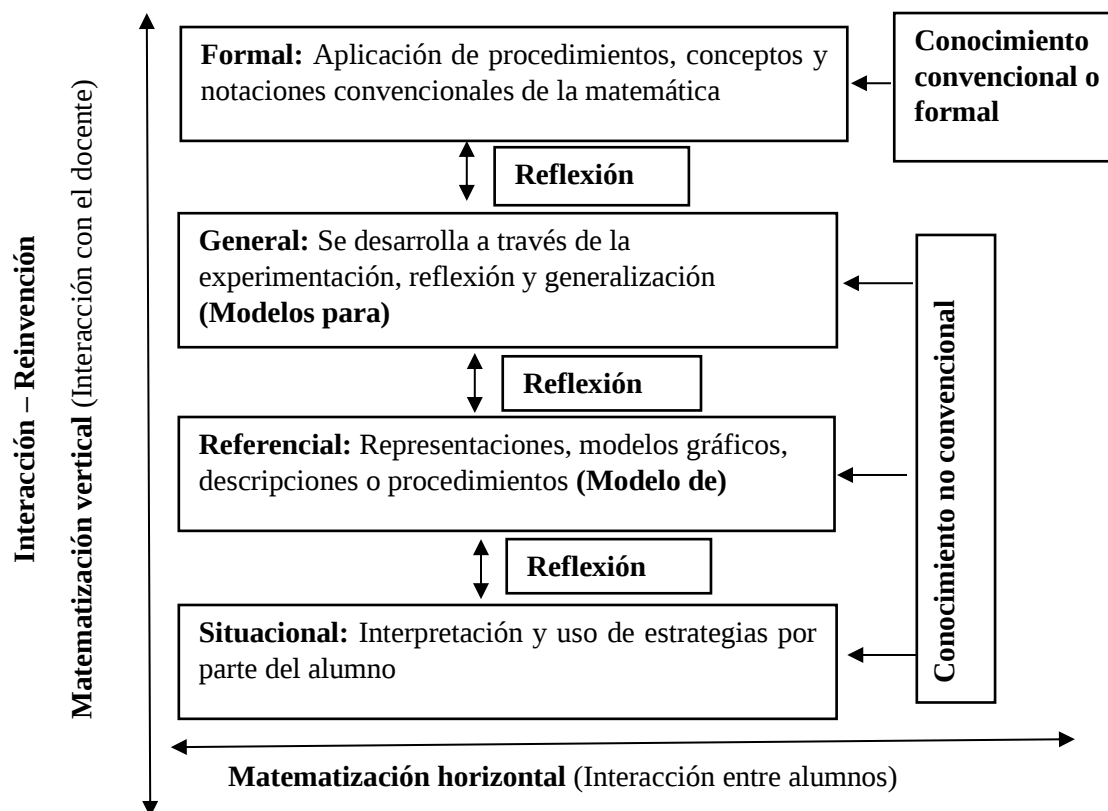
Como tercera herramienta conceptual, Freudenthal menciona al docente como guía, organizador de la interacción para la reinención guiada. Es decir, el docente debe generar una enseñanza interactiva a través de la discusión, cooperación y evaluación para que el estudiante pueda explicar, justificar, acordar y cuestionar para finalmente reflexionar. En cuanto a el aprendizaje de la matemática, se refiere a que debe ser una actividad social no aislada de la cotidianidad de los estudiantes, con interacciones verticales (docente – alumno) e interacciones horizontales (alumno – alumno), además, resalta que debe ser esta interacción de trabajo cooperativo en grupos homogéneos.

Por último, menciona el principio de los niveles, como el pasaje de los conocimientos informales a los formales por parte de los estudiantes, mediante un proceso de matematización progresiva que se da en dos dimensiones (matematización horizontal y vertical), donde las nociones de los estudiantes al enfrentar una situación matemática realista debe progresar a procesos de formalización, mediante los niveles situacional, referencial, general y formal, aunque el autor menciona que no necesariamente son jerárquicos Bressan (2005).

A continuación, se muestra un diagrama que sintetiza la idea de la educación matemática realista, propuesta por Freudenthal y los niveles de matematización con su respectiva descripción, dado que son elementos claves para relacionar las prácticas de los estudiantes, la interacción con entorno cultural y el conocimiento matemático en el desarrollo de cada una de las tareas de la propuesta.

Figura 2

Síntesis de la Educación Matemática Realista



De acuerdo con la gráfica anterior, a continuación, se describirán más a fondo algunos de los aspectos esenciales de los distintos niveles de matemización según la propuesta de Freudenthal:

- **Nivel situacional:** El conocimiento de la situación y las estrategias es utilizado en el contexto de la situación misma apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la experiencia.

- **Nivel referencial:** Aparecen los modelos gráficos, materiales o rotacionales y las descripciones, conceptos y procedimientos que esquematizan el problema, pero siempre referidos a la situación particular.
- **Nivel general:** Se desarrolla a través de la exploración, reflexión y generalización de lo aparecido en el nivel anterior, pero propiciando una focalización matemática sobre las estrategias, que supera la referencia al contexto.
- **Nivel formal:** Se relaciona con el uso de los procedimientos y notaciones convencionales.

Dados los avances y las necesidades en el aprendizaje de las matemáticas propios de las diversas comunidades y considerando la relevancia de lo sociocultural en la apropiación de los conocimientos matemáticos, enfoques como el de las Etnomatemáticas han profundizado en aspectos más puntuales de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en distintos entornos sociales y culturales los cuales a través de sus saberes y conocimientos ancestrales posibilitan la comprensión y la relación de unas matemáticas propias de la cultura o comunidad y que pueden estudiarse en forma armónica con los saberes disciplinares de las matemáticas, rescatando lo relevante y esencial de ellas.

2.4 Las Etnomatemáticas

Las Etnomatemáticas surgen como una herramienta de estudio que, a través de sus diferentes enfoques, trata de entender, explicar y dar cuenta de los diferentes tipos de soluciones a problemas que concierne a las matemáticas, teniendo en cuenta la influencia de la cultura para el desarrollo de procesos matemáticos, e intenta relacionar a la matemática con el contexto socio-cultural, además de dar cabida a nuevos pensamientos que puedan aportar al desarrollo de la

ciencia como tal. A través de las etnomatemáticas se valoran las distintas formas de hacer matemáticas y se trata de crear una relación entre las matemáticas cotidianas y la matemática de academia; aunque más que esto se podría decir que intenta generar un tejido de comunicación entre los modelos de matemáticas propios y los modelos matemáticos universal (Mostacilla, 2015).

De esta manera, abordamos la propuesta desde una mirada de las etnomatemáticas, que nos ayuda a interpretar y tener en cuenta los procesos anteriormente mencionados dentro de un contexto socio-cultural. Uno de los principales autores de esta teoría es el brasileño D'Ambrosio (1999), quien define que la Etnomatemática es “la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos de profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes” (p. 13).

Por otra parte, en una entrevista realizada por Blanco y Parra (2009), el profesor Alan Bishop considera que la etnomatemática realza en que diferentes culturas tienen ideas diferentes y nos habla de cómo la gente desarrolla esas ideas. Así, la relación entre la educación matemática y la etnomatemática tiene que ver más con el cómo las ideas matemáticas se desarrollan en las personas.

Para D'Ambrosio (1999), en todas las culturas en sus actividades se encuentran indicios de una matemática que se puede considerar empírica, es decir conocimientos matemáticos que poseen los individuos desarrollados de manera natural por sus prácticas cotidianas, incluso antes de entrar en la escuela, todos los niños ya tienen conocimientos matemáticos; este conocimiento es considerado etnomatemática. Con esto, el autor quiere decirnos que el conocimiento no es sólo

el resultado de años de estudio, sino también el fruto de las experiencias vividas entre los ciudadanos de los mismos o diferentes grupos sociales.

Considerando así, que una de las primeras fuentes de conocimiento que posee una persona se presenta a través de su contexto sociocultural y teniendo en cuenta que desde los lineamientos curriculares se reconoce la importancia del contexto en los procesos de enseñanza y aprendizaje, en la educación matemática en particular han surgido algunas perspectivas que conciben la importancia del contexto y centran su mirada en los procesos matemáticos implícitos en la cultura, tal es el caso de la etnomatemática.

Para D'Ambrosio (1999), todo ambiente natural y social, que tiene como propósito la comprensión de las diferentes formas de conocer de las distintas culturas en su lucha por la sobrevivencia y trascendencia en el mundo son diferentes escenarios en la Etnomatemática, y por la palabra misma, ha sido comprendida como el estudio de las matemáticas prácticas en diversas culturas y grupos sociales.

Desde manera particular, y desde una mirada general Bruner (1997) asume como primera premisa que la educación no es ajena a la cultura, sino parte de la cultura. Y luego se hace preguntas tales como: ¿qué función tiene la educación en la cultura?, y ¿qué papel juega en las vidas de aquellos que operan dentro de ella?, ¿por qué la educación está situada en la cultura?, ¿cómo lo está?, y ¿cómo este emplazamiento refleja la distribución de poder, estatus y otros beneficios?. En segundo lugar, Bruner considera desde una teoría culturalista, la educación como la manera que la mente se materializa con la cultura y cambia de acuerdo a cuestiones culturalmente obtenidas. Es decir, las concepciones de la mente son producto de una forma social construida de generación en generación de manera simbólica, manteniendo así la forma de vida

de una cultura, lo que significa que la creación de un significado en la mente tiene sus orígenes en la cultura quién aporta ese sistema operativo en la mente.

En secuencia, y enfocado más al aula de clase y al docente con el papel de investigador, Bishop (1988) se enfoca en encontrar o identificar las actividades o procesos que desarrollan las matemáticas, es decir, identificar las actividades equivalentes a la comunicación que dieron lugar al desarrollo de las matemáticas dentro de un contexto sociocultural.

Enfoca a las matemáticas como un producto cultural, resultado de determinadas actividades como lo son contar y medir. Las siguientes dos actividades están relacionadas con la estructuración espacial que dan origen a las ideas geométricas; localizar y diseñar. Sin embargo, como la cultura no se limita a relacionarnos con nuestro entorno físico, se seleccionan dos actividades orientadas a relacionarnos con otros, a definirnos como individuos en un entorno social; jugar y explicar (Bishop, 1988).

2.4.1 Marcos o enfoques contextuales y metodológicos de las etnomatemáticas

Considerando unos de los enfoques en la Etnomatemática, se considera en este trabajo la modelación como un proceso fundamental el cual, a partir del enfoque de la Etnomodelación, cumple con aspectos esenciales para el desarrollo de una propuesta didáctica que promueva la articulación entre los saberes ancestrales y convencionales de los sistemas y unidades de medida de capacidad en el contexto de la comunidad.

2.4.2 La modelación matemática en las etnomatemáticas

Según Villa et al. (2018), la modelación matemática tiene alcances y características importantes que se pueden apreciar en un diseño o situación matemática para los estudiantes,

como lo es promover una participación en actividades necesarias para el aprendizaje del discurso matemático escolar en los estudiantes. También posibilita la motivación por el estudio de las matemáticas y la construcción de una imagen adecuada de las matemáticas en relación con su rol en la sociedad y la cultura; y promueve la producción de conocimientos de los contextos en los cuales se da la actividad de modelación.

Además, en la cotidianidad escolar la modelación se considera como un ambiente de aprendizaje asociado con el estudio, la problematización y la investigación de problemas no matemáticos por medio de las matemáticas. Este tipo de ambientes no solo se constituyen con el fin de aprender matemáticas o desarrollar habilidades inherentes a ellas; también permiten comprender de forma crítica situaciones del mundo circundante por medio de las matemáticas y ofrecer la oportunidad de representar, analizar, modelar y tomar decisiones respecto a la situación que se le atribuye, identificar cantidades variables y constantes, centrar la atención en las que consideren relevantes y construir otras representaciones que modelen la relación entre estas cantidades. Además, la modelación “cobra vida” en el ámbito escolar a través de tareas específicas que se configuran para atender las necesidades de formación de los estudiantes en su contexto educativo. Su configuración involucra descripciones, textos y orientaciones para el desarrollo de prácticas acordes con el ambiente de aprendizaje que se diseñe.

Consecuentemente, la modelación proporciona a los estudiantes una acción pedagógica que conecta los procedimientos matemáticos a las prácticas matemáticas proporcionadas por la adquisición de los conocimientos matemáticos, en las escuelas, a través de la etnomodelación Rosa y Orey (2020).

De esta manera, Villa et al. (2018) consideran que en los ambientes de aprendizaje se desarrollan algunas tareas específicas y que es necesario reconocer tanto la estructura y

características de la misma, puesto que, por una parte, indica que la actividad tiene que ser un problema (no un ejercicio) para los estudiantes. La segunda, precisa que la actividad debe extraerse de contextos cotidianos para los estudiantes o de otras ciencias que no son sólo matemáticas.

A modo de representar uno de los tipos de actividades que los autores precisan de la modelación, se encuentra la tarea basada en enunciados verbales auténticos¹² como una de las actividades de la modelación que proporcionan condiciones para que los estudiantes se involucren en la producción de representaciones matemáticas de situaciones en contexto y obtengan una imagen más amplia de las relaciones entre las matemáticas y la experiencia cotidiana.

Por otra parte, la tarea que incluya representaciones gráficas en una situación de las matemáticas es también considerada una forma de modelación, puesto que apoyan el propósito de aprender un contenido matemático, utilizando herramientas útiles y significativas; como también, los estudiantes pueden identificar cantidades variables y constantes, centrar la atención en consideraciones relevantes y construir otras representaciones.

Otra de las tareas expuesta por los autores es la modelación a través de proyectos¹³. Los proyectos de modelación se diferencian de manera sustancial de las anteriores tareas, pues los proyectos representan una tarea abierta que posibilita desarrollar procesos amplios de indagación

¹² Las tareas auténticas de enunciados verbales en la literatura se han enfocado principalmente en la autenticidad de contexto, es decir, que el contexto de la tarea provenga o evoque una situación semejante a la que ocurre en la experiencia cercana de los sujetos o de alguna profesión, y en la autenticidad de actividad o proceso (Villa et al., 2018).

¹³ La modelación a través de proyectos ha sido defendida porque ofrece situaciones concretas a través de las cuales los estudiantes organizan e interpretan información y datos; describen relaciones matemáticas; enfrenta problemas con soluciones múltiples; reconocen la aplicabilidad de conceptos y procesos matemáticos; analizan e interpretan problemas a través de las matemáticas; comprenden nuevas ideas entre otros (Villa et al., 2018).

y resolución de problemas. Por otra parte, la modelación vista como el desarrollo de proyectos recrea parte de la actividad de los profesionales en matemática aplicada, quienes trabajan en colaboración con otros profesionales para resolver situaciones relevantes en un fenómeno y una comunidad (Villa et al., 2018).

A manera de aterrizar los conceptos de la modelación presentados anteriormente, es importante buscar enfoques metodológicos alternativos de la etnomatemáticas para mostrar formas de ideas matemáticas que se dan en distintos contextos culturales. A continuación, se presentará el enfoque de la Etnomodelación con los aspectos centrales que lo caracterizan y alinean con las necesidades de una propuesta didáctica para la enseñanza en la comunidad indígena Nasa.

2.5 La etnomodelación

Según Rosa y Orey (2018), la etnomodelación como un enfoque metodológico alternativo, puede ser considerada como una aplicación práctica de las etnomatemáticas que agrega la perspectiva cultural a conceptos de modelación matemática. En este contexto, las sofisticadas ideas y procedimientos matemáticos incluyen principios geométricos en trabajos artesanales, conceptos arquitectónicos y prácticas que son encontrados en actividades y artefactos de distintas culturas locales y globales. Estos conceptos están relacionados con las relaciones matemáticas y geométricas que se encuentran en la medición, el cálculo, los juegos, la adivinación, navegación, astronomía y modelación y, también, en una amplia variedad de procedimientos matemáticos y geométricos, tanto como en los artefactos culturales que pueden ser contruidos por medio de la elaboración de etnomodelos.

En el mismo sentido, la etnomodelación es una metodología científica que tiene como característica la organización de las estrategias de enseñanza en una vertiente fundada en la acción pedagógica, que tiene como objetivo la reorganización del currículo matemático, que pretende atender las demandas del mundo moderno. La etnomodelación debe proporcionar a los estudiantes una acción pedagógica que conecte las ideas y procedimientos matemáticos a las prácticas proporcionadas por la adquisición de sistemas alternativos, como, por ejemplo, la matemática académica.

De esta manera, la etnomodelación se centra en la resolución de problemas de la vida cotidiana, iniciando por la comprensión de los sistemas matemáticos implícitos y alternativos con el objetivo de que los estudiantes y profesores puedan entender la influencia e importancia de las matemáticas en su contexto sociocultural; es decir, una aplicación práctica de la etnomatemática que agrega la perspectiva cultural a conceptos de modelación matemática y una de las posibles estrategias para la enseñanza que posibilitará aproximar y relacionar los saberes escolares y cotidianos. En esta línea, la etnomodelación se entiende como la traducción de las ideas matemáticas locales (de un grupo cultural o pueblo) a un lenguaje matemático institucional, académico y global, considerándose los procedimientos y las prácticas en las que el término *etno*, hace referencia al conocimiento matemático específico desarrollado por los sujetos de grupos culturales distintos (Rosa y Orey, 2017).

Además, la etnomodelación es un enfoque que permite valorar el uso de las etnomatemáticas y la aplicación de herramientas y técnicas de modelación matemática que permite percibir la realidad mediante el uso de diferentes lentes, lo que conduce a una comprensión holística de las matemáticas y provee un enfoque pedagógico adecuado, ya que

contextualiza el conocimiento matemático desarrollado localmente, y estudia los fenómenos matemáticos que se dan en diversos contextos culturales (Rosa y Orey, 2017)

2.5.1 Etnomodelación como una acción pedagógica

Para delinear un camino para la acción pedagógica de la etnomodelación, Rosa y Orey (2020), mencionan la necesidad de:

1) Realizar un trabajo de investigación de campo (etnográfico) para que podamos entender cuáles ideas, procedimientos o prácticas matemáticas presentes en la comunidad, pueden ser considerados como objetos de estudios pedagógicos y traducidos por medio de etnomodelos.

2) Determinar cuál propuesta educacional debe ser considerada para la elaboración de este currículo matemático, que debe estar basado en los problemas y fenómenos enfrentados diariamente por las comunidades locales.

De esta manera, la etnomodelación puede ser interpretada como una acción pedagógica que permite reconocer y presentar las matemáticas presentes en el día a día de los alumnos en situaciones didácticas motivadoras. Las prácticas matemáticas que se refieren a las relaciones numéricas se pueden encontrar en la medición, la clasificación, el cálculo, los juegos, la adivinación, la navegación, la astronomía, la modelación y en una amplia variedad de otros procedimientos matemáticos y geométricos utilizados en la producción de los artefactos culturales (D'Ambrosio, 1990).

Además, el contexto posibilita el desarrollo de una definición de etnomodelación como “la traducción de las ideas matemáticas locales y, también, de los procedimientos y de las prácticas matemáticas en las que el prefijo etno se refiere al conocimiento matemático específico

desarrollado por los miembros de grupos culturales distintos en su entorno.” (Rosa y Orey, 2020, p. 7).

De igual forma, Rosa y Orey (2020), especifican que la manera o forma para llevar a cabo esa relación entre las prácticas de una cultura y las matemáticas, es necesario llevar a cabo un proceso de matematización en dichas prácticas; es decir, la matematización¹⁴ de la realidad, que es elaborada por miembros de grupos culturales distintos entendida como representaciones de la propia realidad que se genera, vía inferencias, con la utilización de modelos mentales basados en los conocimientos matemáticos locales.

Así, partiendo del principio de que la matematización es una de las etapas más importantes de la modelación matemática, pues en esta etapa sucede la traducción de la situación problema para el lenguaje matemático académico, entendemos que la modelación es una de las posibles propuestas para iniciar la acción pedagógica del programa etnomatemáticas demostrando su conexión con la etnomodelación.

Por consiguiente, otro de los aspectos a considerar para el desarrollo de la propuesta es el enfoque de la educación matemática realista, puesto que la propuesta está diseñada no solo para un contexto social y cultural Nasa, sino también pensada en una herramienta para cualquier otro contexto que se quiera trabajar el pensamiento métrico y sistema de medidas.

¹⁴ La matematización puede ser estudiada en la comprensión de las ideas y prácticas matemáticas, Journal of Mathematics and Culture January 2020 14(1) ISSN-1558-5336 7 que considera el contexto cultural en el cual las matemáticas emergen, pues expresan la relación de complementariedad entre las matemáticas y la cultura (Rosa & Orey, 2017)

2.5.2 La etnomodelación como un conocimiento émico

Según Rosa (2019), el conocimiento matemático émico está relacionado con los contenidos y conocimientos matemáticos locales que son importantes para una comunidad. Estos conocimientos son representados como constructos o etnomodelos de acuerdo a las percepciones e interpretaciones consideradas por los miembros de la cultura en actividades cotidianas. La validación de este conocimiento trae consigo una cuestión de consenso de la población local que debe estar de acuerdo con que sus constructos coincidan con las percepciones compartidas y las características de su cultura.

Estos constructos o también llamados etnomodelos son representaciones, descripciones y análisis expresados en términos de las categorías y esquemas conceptuales que se consideran significativos y apropiados para los miembros de grupos culturales distintos, pues están de acuerdo con las percepciones e interpretaciones consideradas apropiadas por la cultura desde adentro.

2.5.3 La etnomodelación como un conocimiento ético

El conocimiento matemático ético está relacionado con las cuentas, las descripciones y el análisis de las ideas, procedimientos y prácticas matemáticas expresadas en términos de las categorías que se consideran significativas y apropiadas por la comunidad de observadores externos Rosa (2019).

Los etnomodelos éticos se basan en la visión de los observadores externos acerca de la realidad que se está modelando con la utilización de las matemáticas académicas. Estos etnomodelos representan cómo esos modeladores piensan que el mundo funciona a través de sistemas tomados de la realidad. Estos etnomodelos son descripciones y análisis de las ideas,

conceptos, procedimientos y prácticas matemáticas expresados en términos de las categorías que se consideran significativas y apropiadas por la comunidad de observadores científicos. Estos etnomodelos deben ser precisos, lógicos, completos, replicables e independientes del observador externo. La validación del conocimiento ético es una cuestión de análisis lógico y empírico, en particular, de que la construcción cumple con los estándares de integralidad y consistencia lógica Rosa y Orey (2020).

En consonancia con lo anterior, otro de los enfoques a considerar para el desarrollo de la propuesta es la educación matemática realista, puesto que la propuesta está diseñada no solo para un contexto social y cultural Nasa, donde se validen los conocimientos matemáticos de la actividad de medir capacidad de la comunidad Nasa en una actividad de recolección de leche, sino también pensada en una herramienta para cualquier otro contexto donde se quieran estudiar diferentes situaciones o fenómenos de la realidad cercana de los estudiantes y en las que se quiera trabajar, por ejemplo, procesos de modelación asociados al pensamiento métrico y los sistema de medidas.

2.5.4 El conocimiento dialógico en la etnomodelación

Este conocimiento, se presenta como interacción entre los conocimientos matemáticos émico y ético entre dos o más culturas diversas en las aulas y miembros de diversos grupos que se encuentran en contextos culturales distintos. El conocimiento matemático local de estos miembros, que se combina con el sistema de conocimiento matemático occidental, resulta en una perspectiva dialógica en la Educación Matemática. El conocimiento dialógico está relacionado con una postura émica, ética desde una visión pluricultural en las ideas y prácticas matemáticas que incluyen principios geométricos en trabajo artesanal, conceptos arquitectónicos y prácticas,

son encontradas en actividades y artefactos de muchas culturas locales y globales y pueden ser traducidas por sistemas de conocimientos matemáticos diferentes Rosa (2019).

2.5.5 El conocimiento dialógico y émico en la actividad de medir para el Nasa

A manera de interpretar el conocimiento y proceso dialógico y émico, desarrollado en la comunidad indígena Nasa respecto a las unidades de medidas, Pancho (2012), menciona que la actividad de medir para el Nasa, es principalmente una acción de comparar lo común que pueden tener las cosas o personas distintas, para poder clasificarlas y decidir cuál es la que tiene la cualidad común que comparamos. La actividad de medir ha estado presente en la vida como conocimiento émico en el pensamiento del Nasa desde la antigüedad, identificando algunas cosas que se pueden medir, los instrumentos de medida y la manera como se mide la temperatura, peso, longitud, capacidad, velocidad, sonido, y luz.

Al considerar que la actividad de medir está presente en las actividades del Nasa, nos muestra diferentes situaciones en la cual el indígena Nasa mide e incluye a demás miembros de generaciones posteriores a hacerlo desde las actividades cotidianas de la familia; por ejemplo cuando se pone la carga a un caballo, se procura que a cada lado lleve el mismo peso, en la distribución de la comida se procura que las porciones sean iguales, para saber cuánta lana se requiere para elaborar una ruana, sombrero o cobija se necesita saber que tan alta es la persona que lo va a usar y generalmente se compara con la estatura de alguien conocido.

De la misma manera, el autor menciona las siguientes unidades ancestrales para medir de manera tradicional en algunas actividades; por ejemplo, la jigra se usa para comercializar los productos. Son elaboradas por la misma comunidad a base del tejido con materiales propios

como la cabuya¹⁵; su característica principal al ser de diferentes tamaños, permite medir cierta cantidad. Por ejemplo, en una jigra grande caben 5 arrobas de maíz, en una mediana caben 2 arrobas de papa y en una pequeña caben 10 libras de arroz. Para medir el tiempo, el nasa nombra con precisión los momentos del día; por ejemplo: observando las distintas posiciones del sol respecto a las montañas y escuchando el canto de algunas aves. Para medir distancias, el Nasa recurre a su propio cuerpo para medir; por ejemplo, para medir la longitud de una mesa se usa la cuarta como la distancia que hay en la mano extendida entre el dedo pulgar y el meñique, y para distancias más grandes usa la brazada equivalente a la distancia que puede cubrir con los brazos.

Para realizar las mediciones de los líquidos se usan diferentes recipientes y que tiene cierta equivalencia con las unidades de capacidad convencional: Por ejemplo, una **taza** es aproximadamente medio litro, tres tazas son una **escudilla**, dos escudillas son un **calabazo** (ver figura 3), la **batea** contiene dos o tres calabazos. De esta manera el autor concluye, que, aunque las cantidades pequeñas se miden de una forma, las grandes de otra y las más grandes de otra forma; al final se pueden establecer relaciones entre ellas e incluso llegar a medir otras cantidades no conocidas (Pancho, 2012).

¹⁵ Conocida también como Agave Sisalana, de nombre común sisal; es una planta utilizada para fines comerciales, cultivada en regiones semiáridas. Se usa principalmente la fibra de las hojas, que se procesan especialmente para fabricar cuerdas, cordeles, sacos, telas y tapetes.

Figura 3

Fotografía del Calabazo o Totumo



A continuación, se abordan algunas orientaciones y lineamientos de la educación propia del municipio de Toribío; aspectos fundamentales para mostrar el porqué es importante el diseño de la propuesta y a que lineamientos de la comunidad obedece.

2.6 Lineamientos y objetivos educativos propios de la comunidad indígena Nasa de Toribío

Para fortalecer los procesos educativos que se desarrollan en los programas del municipio de Toribío. En el 2015 se convocó un grupo de coordinadores etnoeducativos del Proyecto Nasa, los coordinadores de las escuelas y docentes de las diferentes instituciones de los tres resguardos. Se realizaron cuatro encuentros con el objetivo de realizar la construcción de un modelo pedagógico para el Plan de Vida del Proyecto Nasa y se contó con el apoyo del compañero Álvaro Rodríguez de la Fundación Caminos de Identidad para la sistematización de los aportes hechos por los diferentes líderes que participaron a nombre de sus respectivos programas y docentes de los tres resguardos de Toribío (Proyecto Nasa, 2017).

En esa medida se abordaron seis núcleos que integran la malla curricular de todas las áreas y acorde a los lineamientos curriculares. En este trabajo sólo se aborda el núcleo de nuestro interés: Núcleo del Pensamiento Matemático y Economía Comunitaria.

Este núcleo del Pensamiento matemático y economía comunitaria, es de carácter transversal, en tanto constituye un saber, una forma de pensar la realidad, un lenguaje que nos permite ordenar, numerar, organizar en el espacio, medir, secuenciar la realidad, entre otros aspectos contemplados mediante ejes fundamentales del núcleo.

En el campo de las matemáticas, el núcleo hace referencia a las formas como las comunidades realizan procesos de pensamiento matemático, es decir, cómo enfrentan su relación con el medio ambiente, natural, social y cultural teniendo en cuenta las actividades mentales de cuantificación, medición, clasificación y orden abordados desde los ejes del núcleo. Los ejes del núcleo pensamiento matemático y economía comunitaria para la comunidad indígena Nasa son los 5 pensamientos contemplados en los lineamientos curriculares, y contemplan los siguientes objetivos dentro de la comunidad, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general:

- **Objetivo 1:** Desarrollar las capacidades y habilidades de los estudiantes para la representación matemática de la realidad, para pensar matemáticamente y resolver problemas con énfasis en los campos de la producción agrícola, pecuaria, la economía familiar y comunitaria y la vida social.
- **Objetivo 2:** Desarrollar una mejor comprensión del entorno productivo, social, político, desde los saberes matemáticos, de manera que los aprendizajes matemáticos tengan un sentido para el estudiante y aprenda a querer las matemáticas.

- **Objetivo 3:** Desarrollar un sentido crítico, una sistematicidad en el razonamiento matemático y el pensamiento lógico en los estudiantes a partir de su interacción con los conocimientos matemáticos y las prácticas cotidianas (Nasa, 2017).

En este sentido, el núcleo pretende establecer relaciones entre el pensamiento matemático formal y las prácticas o actividades de nasa, que permita construir unas matemáticas flexibles, incluyente, de distinción y de significado, que permita dar relevancia a los conocimientos matemáticos empleados en actividades cotidianas del Nasa, y así; cada vez sea menos distante la brecha entre las matemáticas formales con las matemáticas para el pueblo indígena nasa (Parra, 2012).

Estos aspectos teóricos conceptuales son relevantes para el diseño de la propuesta para la enseñanza del Sistemas y unidades de medida, en particular las unidades de capacidad en una actividad como la recolección de leche en una finca comunitaria del resguardo indígena Nasa. Nos permite comprender que existe una necesidad enseñarles a los estudiantes sobre los problemas de la vida real, empoderarlos para que tomen sus propias decisiones e incluir en ellos una posición crítica de la vida real. Como también, al mismo tiempo, contextualizar las matemáticas en su comunidad con el fin de ayudar a los estudiantes a ser críticos y reflexivos en los conocimientos matemáticos propios de su cultura en relación con los conocimientos científicos, conocimiento que usualmente en términos de Nasa se conoce como “lo de afuera”.

CAPÍTULO III: Marco Metodológico

El ejercicio de diseñar la propuesta constituye un espacio de reflexión académica que converge con el contexto étnico en donde se lleva a cabo la misma con el desarrollo del pensamiento métrico como uno de los aspectos centrales en la enseñanza escolar en el territorio y la consolidación de los avances en didáctica de las matemáticas en el marco de las etnomatemáticas, sus enfoques metodológicos y las matemáticas realistas.

De acuerdo con lo anterior, es esencial destacar que el presente trabajo se desarrollará en el marco descriptivo y de diseño, en la medida en que la propuesta considera la interacción del conocimiento matemático, los conocimientos ancestrales y el contexto cultural de la comunidad indígena Nasa mediante una práctica cotidiana de recolección de leche en una finca comunitaria.

Por otra parte, la propuesta didáctica busca que el estudiante articule los conocimientos disciplinares de las matemáticas en relación con el pensamiento métrico con actividades cotidianas que llevan a cabo con sus familias. Además, la propuesta no solo se diseña para estudiantes del territorio indígena nasa, sino con la idea de que en cualquier otro lugar con características similares se pueda implementar y posibilite el desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medida de capacidad.

3.1 Marco contextual de la comunidad indígena Nasa

El Municipio de Toribío está ubicado al nor-orienté del Departamento del Cauca a una distancia de 123 kilómetros de la capital Popayán y 83 kilómetros de la ciudad de Cali. Cuenta con aproximadamente 34.000 habitantes, de la cual la mayoría son indígenas nasa y un bajo porcentaje mestizos que conviven en el territorio. Sus límites son: por el orienté, el Municipio de Páez y el departamento del Tolima; por el occidente, el Municipio de Caloto; por el norte, el

Municipio de Corinto y por el sur el Municipio de Jambaló. con una extensión de 412 km².

Tiene una gran diversidad climática (clima de páramo, frío y templado), que resulta propicia para tener diversidad de cultivos como el café, el plátano, la cebolla y especies ganaderas.

El resguardo de Tacueyó es uno de los tres resguardos que componen el municipio de Toribío. El resguardo consta de 34 veredas y el casco urbano de Tacueyó, con aproximadamente 16.400 habitantes. La Institución Educativa Agropecuaria Indígena Quintín Lame, está ubicada en el casco urbano del resguardo de Tacueyó, cuenta actualmente con un número aproximado de 950 estudiantes de educación básica y media, y alrededor de 400 en primaria. A 10 minutos aproximadamente se encuentra la finca comunitaria Los Alpes de la Institución, donde los estudiantes realizan las prácticas y labores de acuerdo al enfoque agropecuario de la Institución como lo es el cuidado de y manejo de las vacas, cerdos, limpieza de potreros y cultivos de café, la elaboración de abonos orgánicos y manejo de residuos sólidos.

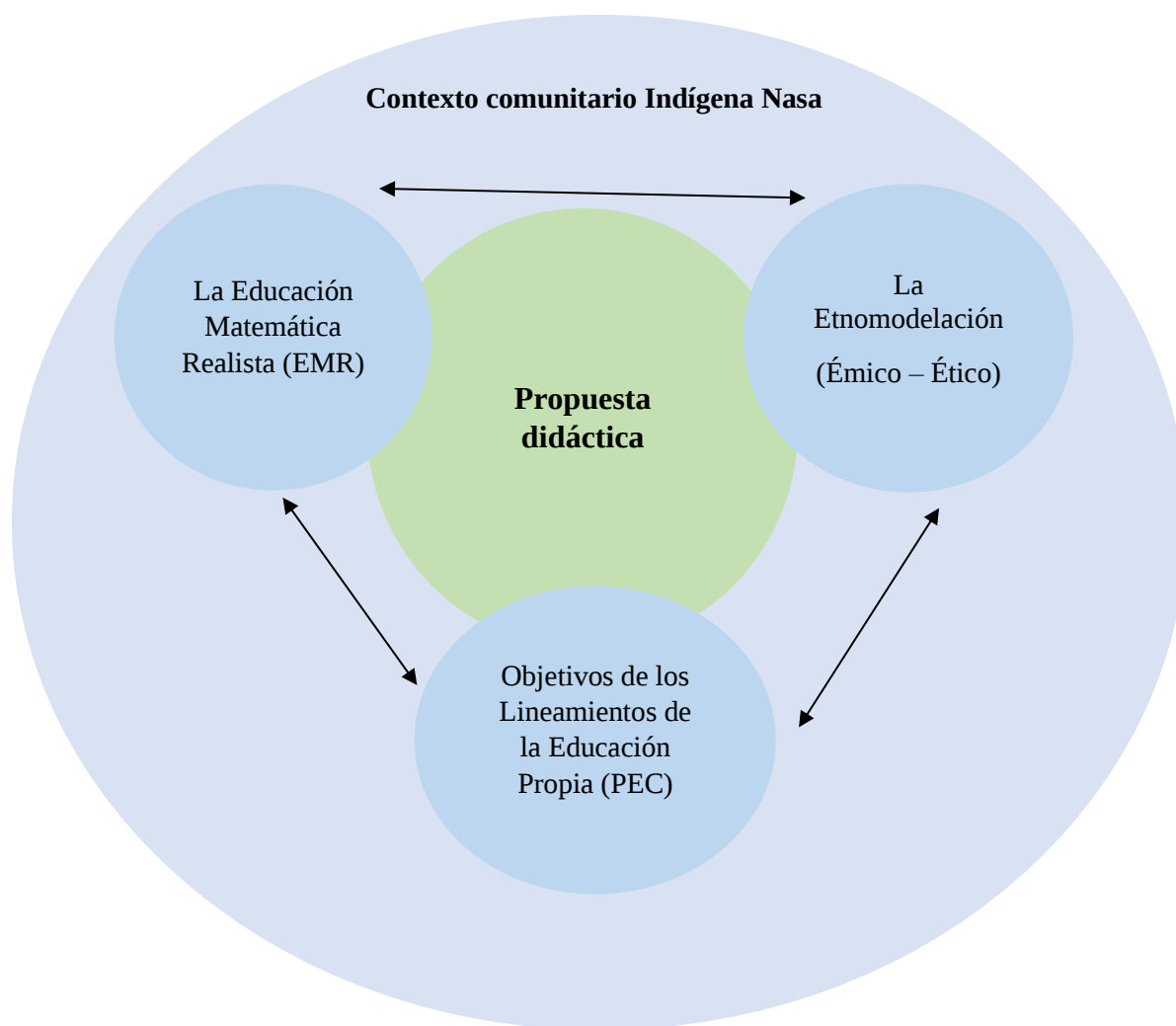
3.2 Fundamentación de la propuesta didáctica

La propuesta didáctica se ha elaborado de acuerdo a una actividad cotidiana para los estudiantes como lo es la recolección de leche en una finca comunitaria de la Institución Educativa Agropecuaria Indígena Quintín Lame, con la intención de mostrar relevancia, que, a partir de actividades relacionadas con el contexto real, es posible llevar a cabo procesos matemáticos de razonamiento, la modelación y la resolución de problemas mediante actividades de uso común con los miembros de una comunidad. A continuación, dado que el diseño corresponde a una propuesta en la cual se articulan diferentes elementos teóricos y conceptuales de las matemáticas realistas como los tres primeros niveles de matematización (situacional, referencial y general), los tipos de conocimientos (émico y ético) propuestos por la

etnomodelacion y los tres objetivos de los lineamientos de la educación propia del municipio de Toribío; a continuación se presenta la forma como estos elementos y referentes están articulados con la propuesta a través de una gráfica y su respectiva explicación o argumentación.

Figura 4

Relación de la Propuesta Didáctica con los Aspectos Teóricos y Conceptuales



La propuesta relaciona una actividad agropecuaria, donde los estudiantes con su experiencia y conocimientos informales, en muchos casos desde la familia (conocimiento émico), son los principales actores directos en cada una de las tareas y que a partir de ellas, puedan

desarrollar un aprendizaje del sistema y unidades de capacidad ancestral y convencional mediante el proceso de matematización, primeramente en interacción entre estudiantes y después con el profesor, para llegar a que los estudiantes no solo reconozcan el contexto y validen su experiencia en la medición de capacidad mediante una actividad de recolección y medida de leche de una finca comunitaria del territorio, sino que también puedan comprender de forma crítica situaciones del mundo real por medio de las matemáticas y que puedan analizar, representar y tomar decisiones de la misma (Nivel referencial y general).

En la actividad cotidiana, el hecho de que el estudiante pueda comparar un instrumento de capacidad ancestral como el calabazo con otros instrumentos convencionales y establecer una equivalencia entre ellos, le permite interactuar, reconocer y vivenciar las matemáticas presentes en la resolución de problemas y modelación de situaciones, como también reconocer el concepto, la medición y el uso de instrumentos de capacidad, y al mismo tiempo, encuentra la historia de la medición ancestral y continuar la ampliación y el perfeccionamiento de su conocimiento matemático en la resolución de problemas y el fortalecimiento de la identidad cultural Nasa (conocimiento émico y ético).

Por otra parte, hablar de una articulación de una propuesta con actividades de la vida diaria y el conocimiento matemático para la enseñanza de los sistemas y unidades de medida, es considerar la situación que se presenta en la comunidad y da cuenta de la proyección que tiene la misma comunidad y los dirigentes sobre lo que se pretende enseñar y trabajar desde el punto de vista de las matemáticas.

En los lineamientos de la educación propia (PEC), la propuesta obedece a los objetivos propuestos en el núcleo de Pensamiento Matemático y Economía comunitaria, pues está diseñada para la enseñanza de las unidades de medida de capacidad mediante una actividad agropecuaria y

usos de instrumentos convencionales propios del territorio, de manera que la distancia entre las matemáticas, actividades cotidianas, el contexto cultural y los lineamientos curriculares sea cada vez menor. Como también, estos mismos objetivos se contrastan a las perspectivas de la Etnomatemática y enfoques metodológicos y didácticos en contextos culturales diferenciados, en el sentido de que la modelación y la etnomodelación matemática buscan también, emplear, caracterizar, analizar y reflexionar en tareas de enseñanza de las matemáticas mediante prácticas vivenciales del contexto del estudiante.

En esta medida, hay unos objetivos y hay unas propuestas trazadas también para lo matemático y con la propuesta se pretende articular los elementos teóricos y conceptuales de estas tres perspectivas para llegar a ser implementada en la resolución de problemas y la modelación en situaciones presentes de la vida cotidiana, así como promover la creación de una sencilla comprensión de los sistemas matemáticos alternativos, como también para que los estudiantes puedan entender mejor y más acerca de la importancia y el papel de las matemáticas en la comunidad indígena Nasa de su contexto a través de etnomodelos émicos y éticos, que vinculen de una u otra forma el patrimonio cultural al desarrollo de las prácticas matemáticas mediante diálogos de saberes conceptuales y ancestrales (conocimiento dialógico).

Por consiguiente, así como la etnomatemáticas, la modelación y etnomodelación buscan reconocer, proponer y caracterizar las matemáticas en las prácticas y actividades del día a día dentro de un grupo cultural; la educación matemática realista por su parte, también señala la importancia que el conocimiento matemático debe conectarse con la realidad, permanecer al alcance de todos los estudiantes y ser de carácter relevante para la sociedad, y a manera de darle una mayor relevancia a la forma de relacionar los conocimientos matemáticos formales con las

actividades de la vida real en la enseñanza de las matemáticas a través de la matematización en los niveles situacional, referencial, general y formal.

3.3 Estructura de la propuesta didáctica

Como se argumentó inicialmente, la propuesta didáctica obedece a la articulación entre los distintos referentes teóricos y conceptuales tenidos en cuenta para este trabajo, los cuales dadas las distintas relaciones por su afinidad en algunos aspectos permitieron establecer distintas tareas y preguntas de la propuesta didáctica en el sentido de que se puedan desarrollar procesos de modelación durante el estudio de las medidas de capacidad ancestrales y convencionales en la comunidad indígena Nasa, como veremos a continuación.

Tabla 3

Articulación de los Referentes en la Propuesta Didáctica

Conocimiento dialógico			
La Educación Matemática Realista (EMR)	La Etnomodelación	Objetivos de los Lineamientos de Educación Propia (PEC)	Propuesta Didáctica
Nivel situacional: El conocimiento de la situación y las estrategias es utilizado en el contexto de la situación misma apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la experiencia.	Conocimiento émico: Está relacionado con las cuentas, las descripciones y el análisis y las prácticas matemáticas que son expresadas en términos de las categorías y esquemas conceptuales que se consideran significativos y apropiados por los miembros de diferentes grupos culturales	Objetivo 1: Desarrollar las capacidades y habilidades de los estudiantes para la representación matemática de la realidad, para pensar matemáticamente y resolver problemas con énfasis en los campos de la producción agrícola, pecuaria, la economía familiar y comunitaria y la vida social. Objetivo 2: Desarrollar una mejor comprensión del entorno productivo, social, político, desde los saberes matemáticos, de manera que los aprendizajes matemáticos tengan un sentido para el estudiante y aprenda a querer las matemáticas.	Tarea 1: Tarea de exploración Pregunta 1 a pregunta 9 Tarea 2: Reconocimiento de los instrumentos de medición de capacidad de uso cotidiano Pregunta 10 a pregunta 14 Tarea 3: Inicio de la recolección de leche Pregunta 15 a pregunta 16
Nivel situacional El conocimiento de la situación y las estrategias es utilizado en el contexto de la situación misma apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la experiencia. Nivel referencial: Aparecen los modelos gráficos, materiales o rotacionales y las descripciones,	Conocimiento émico: Está relacionado con las cuentas, las descripciones y el análisis y las prácticas matemáticas que son expresadas en términos de las categorías y esquemas conceptuales que se consideran significativos y apropiados por los miembros de diferentes grupos culturales. Conocimiento ético: El conocimiento matemático ético está relacionado con	Objetivo 1: Desarrollar las capacidades y habilidades de los estudiantes para la representación matemática de la realidad, para pensar matemáticamente y resolver problemas con énfasis en los campos de la producción agrícola, pecuaria, la economía familiar y comunitaria y la vida social	Tarea 4: Reconocimiento del instrumento de medición de capacidad ancestral (calabazo) Pregunta 17 a pregunta 20 Tarea 5: Acercamiento entre las medidas de capacidad ancestrales y las convencionales. Pregunta 21 a pregunta 23

conceptos y procedimientos que esquematizan el problema, pero siempre referidos a la situación particular.	las cuentas, las descripciones y el análisis de las ideas, procedimientos y prácticas matemáticas expresadas en términos de las categorías que se consideran significativas y apropiadas por la comunidad de observadores externos		
Conocimiento dialógico			
La Educación Matemática Realista (EMR)	La Etnomodelación	Objetivos de los Lineamientos de Educación Propia (PEC)	Propuesta Didáctica
Nivel general: Se desarrolla a través de la exploración, reflexión y generalización de lo aparecido en el nivel anterior, pero propiciando una focalización matemática sobre las estrategias, que supera la referencia al contexto.	Conocimiento émico: Está relacionado con las cuentas, las descripciones y el análisis y las prácticas matemáticas que son expresadas en términos de las categorías y esquemas conceptuales que se consideran significativos y apropiados por los miembros de diferentes grupos culturales. Conocimiento ético: El conocimiento matemático ético está relacionado con las cuentas, las descripciones y el análisis de las ideas, procedimientos y prácticas matemáticas expresadas en términos de las categorías que se consideran significativas y apropiadas por la comunidad de observadores externos	Objetivo 1: Desarrollar las capacidades y habilidades de los estudiantes para la representación matemática de la realidad, para pensar matemáticamente y resolver problemas con énfasis en los campos de la producción agrícola, pecuaria, la economía familiar y comunitaria y la vida social Objetivo 2: Desarrollar una mejor comprensión del entorno productivo, social, político, desde los saberes matemáticos, de manera que los aprendizajes matemáticos tengan un sentido para el estudiante y aprenda a querer las matemáticas. Objetivo 3: Desarrollar un sentido crítico, una sistematicidad en el razonamiento matemático y el pensamiento lógico en los estudiantes a partir de su interacción con los conocimientos matemáticos y las prácticas cotidianas	Tarea 6: Equivalencia en litros (L) y calabazos de recipientes de uso común para distribuir leche. Pregunta 24 a pregunta 25 Tarea 7: Equivalencias entre la capacidad (ml) y el volumen (cm³). Pregunta 26 a pregunta 29 Tarea 8: Brindar respuestas y soluciones a la pregunta problematizadora inicial. Pregunta 30 a pregunta 33

La tabla anterior, muestra la consolidación de manera articulada los aspectos teóricos y conceptuales en cada una de las tareas de la secuencia. La propuesta se diseña en el sentido y de acuerdo a las actividades agropecuarias y actividades cotidianas que realizan los miembros de la comunidad nasa en algunos espacios y los estudiantes en la Institución Educativa Indígena Quintín lame. En ese sentido, la finca Los Alpes, realiza la actividad de ordeño y la distribución de la misma a una empresa comunitaria Lácteos San Luis, donde se realiza la transformación de la misma en queso y yogurt.

De esta manera, se pretende estudiar en esta situación, cómo se llevan a cabo los procesos de modelación, representación y matematización mediante las tareas propuestas, determinado también cómo los niveles de modelación de la educación matemática realista se ajustan y brindan unas características para poder desarrollar las tareas y las preguntas que allí se está mostrando, manteniendo siempre la intención y el sentido de desarrollar unas tareas que implique un proceso de modelación, razonamiento y matematización en los estudiantes, y a partir de esto los estudiantes puedan reconocer la importancia de la economía y las matemáticas presentes en el contexto.

En la tarea 1, el estudiante realiza la respectiva actividad de exploración con los miembros encargados de la finca a través de preguntas orientadoras con el fin de reconocer el contexto y recolectar información útil de la finca Los Alpes y luego continuar con el desarrollo de las siguientes tareas. En esta tarea involucra el conocimiento émico al relacionar los conocimientos referentes al manejo de vacas, cuantificación de la producción de leche en la finca y el tiempo de ordeño de las vacas, por ejemplo. Respecto al nivel situacional los estudiantes reconocen el contexto particular de la finca complementado su información con su experiencia, pues muchos estudiantes y sus familias tienen fincas ganaderas. De igual forma, los objetivos 1 y 2 de los

lineamientos de educación propia, pues emplean una características y generalización del entorno productivo de la comunidad que más tarde le permitan representar, resolver y comprender una situación matemática.

De la misma forma en la tarea 2, el estudiante realiza procesos de reconocimiento de los instrumentos de medición de líquidos, que en muchas ocasiones son empleados en sus familias, con la idea de que puedan reconocerlos, mencionar donde se utilizan y realizar algunas comparaciones entre ellos; por lo tanto relaciona el conocimiento émico, los objetivos en cuanto a reconocer su contexto y el nivel situacional al considerar conocimientos informales de los recipientes de acuerdo a su experiencia. En la tarea 3. Los estudiantes emplean sus conocimientos previos, las orientaciones de la finca, como también la información de las anteriores dos tareas para interactuar directamente con el proceso de ordeño; en esa medida, se apropian de los conocimientos de las prácticas del entorno productivo y comparten ideas entre estudiantes.

En la tarea 4, los estudiantes realizan el reconocimiento de un instrumento de medida de capacidad tradicional (calabazo), de manera que para algunos puede ser nuevo como para otro conocido, la intención es que los reconozcan como un recipiente y lo puedan tomar como un referente o modelo (nivel referencial) y puedan clasificarlo de acuerdo a su concepción de tamaño y como una idea de capacidad. Idea que más adelante van a corroborar matemáticamente en la tarea 5 al asemejar a una representación de un cuerpo redondo con un volumen dado (conocimiento ético). En la tarea 5, los estudiantes hacen el acercamiento de las medidas tradicionales con las convencionales, por medio del volumen en términos de similitud de capacidad en el recipiente llegando a comparar estos instrumentos con medidas de capacidad en otros recipientes ya conocidos en litros. Por lo tanto, los estudiantes, aparte de tener un nivel de matematización situacional y referencial, deben tener presente el conocimiento émico en cuanto a

manejo, comparación y usos de los recipientes, pero además del conocimiento ético en las representaciones geométricas de los recipientes.

En la tarea 6, el objetivo de desarrollar las capacidades y habilidades en los estudiantes comparar las medidas de capacidad ancestrales con las convencionales se torna más relevante, pues no solo se pretende que el estudiante haya comprendido el concepto de capacidad y los instrumentos, sino también de que pueda relacionar el instrumento calabazo con cualquier otro recipiente en unidades convencionales y establecer su equivalencia, haciendo uso de los conocimientos teóricos y características del sistema y unidades de medida del pensamiento métrico. En la tarea 7, el estudiante debe desarrollar el sentido crítico (nivel general de matematización), y describir matemáticamente, haciendo uso del razonamiento lógico para, procesos de modelación y ejercitar procedimientos y algoritmos para luego, realizar el respectivo análisis de los procedimientos realizados para la comprensión del concepto de volumen por medio de la capacidad en un recipiente.

Finalmente, en la tarea 8, el estudiante después de realizar varios procesos de modelación y matematización en cada una de las tareas de la propuesta con las medidas de capacidad, se espera que pueda resolver de manera crítica, reflexiva la problemática inicialmente planteada.

A continuación, se presenta la propuesta didáctica diseñada en este trabajo de grado y contemplada conceptualmente con los aspectos teóricos y referenciales anteriormente mencionados.

3.4 La propuesta didáctica para la enseñanza de las medidas de capacidad

Nombre de la secuencia	Manejo y uso de recipientes ancestrales y convencionales para la recolección y medida de leche en la finca Los Alpes
Institución	Institución Educativa Agropecuaria Indígena Quintín Lame
Unidad temática	Unidades de medida
Pensamiento	Métrico y sistema de medidas
Asignatura	Geometría
Grado	Séptimo
Número de sesiones	3
Tiempo por sesión	2 horas
Nombre del profesor	José Manuel Tálaga Noscue
Materiales	- Recipientes de uso común (ver tabla 1) - Calabazos de diferentes tamaños y de forma esférica en lo posible - Útiles escolares - Cinta métrica - Cinta de enmascarar - 1 recipiente para medir líquidos graduado en mililitros (ml)

Manejo y uso de recipientes ancestrales y convencionales en la recolección de leche en la finca Los Alpes

Lee con atención la siguiente información:

La empresa comunitaria Lácteos San Luis requiere para la comercialización y producción de quesos y yogurt, el abastecimiento de 3360 litros de leche semanales; abastecimiento realizado por cinco fincas comunitarias del resguardo de Tacueyó. De acuerdo con lo anterior, la finca Los Alpes de la Institución Educativa Quintín Lame, que hace parte de sus proveedores, necesita suministrar a la empresa comunitaria como mínimo 672 litros de leche semanales.

El administrador de la finca los Alpes desea saber si es posible cumplir con la solicitud hecha por la empresa comunitaria, dada la producción lechera actual. Al respecto le surgen interrogantes como:

- 1) ¿Puede la finca Los Alpes cumplir con el requerimiento de cantidad de leche solicitada por la empresa comunitaria de lácteos?
- 2) ¿Qué cantidad de leche se debe recolectar, por día, en la finca Los Alpes de la IE Quintín Lame para cumplir con la cuota requerida?
- 3) Si lo anterior es posible, ¿En cuánto tiempo la finca Los Alpes puede recolectar la cantidad de leche requerida?

Para responder las preguntas anteriores, a continuación, analizaremos algunos aspectos y responderemos las cuestiones propuestas:

Tarea 1: Exploración

Para empezar, debes realizar al personal encargado de la finca Los Alpes las preguntas 1 hasta la 6. Luego, con la información obtenida responde las preguntas 7 a 9:

- 1) ¿Cuántas personas trabajan en el proceso de producción de leche?

R// _____

- 2) ¿Cuántas vacas lecheras hay en producción en el momento, en la finca?

R// _____

- 3) ¿Cuánto tiempo demora ordeñar una vaca?

R// _____

- 4) ¿Cuánta cantidad de leche se recolecta en un día en la finca los Alpes?

R// _____

- 5) ¿Cuáles recipientes se usan para recolectar la leche durante el ordeño?

R// _____

- 6) ¿Qué tipo de instrumentos o recipientes se usan para medir la cantidad de leche recolectada en la finca los Alpes?

R// _____

Con la información que obtuviste anteriormente, responde:

7) ¿Cuánta leche producen, en promedio, dos vacas al día?

R// _____

8) ¿Cuánto tiempo demora, en promedio, ordeñar dos vacas en un día completo?

R// _____

9) ¿Cuánto tiempo demora, en promedio, ordeñar todas las vacas en un día?

R// _____

Tarea 2: Reconocimiento de los instrumentos de medición de capacidad de uso cotidiano

Para llevar a cabo la tarea 2 y con ayuda del docente, se requiere disponer de varios recipientes de uso común para almacenamiento de líquidos, como por ejemplo los que se presentan en la siguiente tabla u otros disponibles.

Posteriormente, analiza los recipientes en las imágenes de la siguiente tabla y los que el docente te ha compartido y luego responde las preguntas:

#	1	2	3	4
Recipiente				

Tabla 1

A partir de los recipientes presentados en la tabla, contesta:

10) Escribe en los nombres de cada recipiente:

R// _____

11) Describe el uso frecuente que se les da a los recipientes anteriores:

R// _____

12) ¿En cuál de ellos se puede almacenar o verter más líquido? Explica tu respuesta.

- a) El recipiente 1
- b) El recipiente 2
- c) El recipiente 3
- d) El recipiente 4

R// _____

13) ¿Cuál de ellos es más conveniente para recolectar de manera precisa la leche que produce una sola vaca en un ordeño? Explica tu respuesta.

R// _____

13) Si tenemos un recipiente como el segundo del cuadro, lleno de leche, ¿Cuántos de estos se necesitaría para llenar el cuarto recipiente?

R// _____

14) ¿Qué procedimiento u operación matemática se debe emplear para determinar la capacidad del recipiente 4 en comparación con el recipiente 1? Explica tu respuesta.

R// _____

Tarea 3: Inicio de la actividad de recolección de leche (Actividad en parejas)

Teniendo en cuenta la información e instrumentos de la tarea 1 y 2, el procedimiento y protocolos de la finca Los Alpes y siguiendo las instrucciones del docente, inicia el ordeño de las vacas.

Luego de que cada estudiante realice la actividad, analiza las cantidades de leche recolectada y escribe toda la información a partir de las siguientes preguntas:

15) Registra la cantidad de leche recolectada de una vaca, después del ordeño, empleando los recipientes anteriormente presentados:

R// _____

16) Intercambia información con tus compañeros sobre la leche obtenida después del ordeño de cada vaca y usa la siguiente tabla para registrar todos los datos.

# de parejas de estudiantes	Cantidad de leche recolectada en una vaca
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Total	

Tarea 4: Reconocimiento del instrumento de medición de capacidad ancestral (calabazo)

A continuación, estudiaremos aspectos de instrumentos de medida ancestrales que se han empleado para medir capacidad.

Analiza la siguiente información y responde las preguntas 17 y 18:

17) ¿Qué es un calabazo o totumo?

R// _____

18) ¿Para qué sirve un calabazo en el uso cotidiano?

R// _____

Luego, el docente presentará al grupo de estudiantes varios recipientes “calabazo o totumo” (5 como mínimo) de diferentes tamaños. Usa la siguiente tabla para clasificarlos marcando con una x en la casilla donde corresponda, según su tamaño:

Recipiente	Pequeño	Mediano	Grande	Muy grande
Calabazo 1				
Calabazo 2				
Calabazo 3				
Calabazo 4				
Calabazo 5				

Ahora, emplea un calabazo para realizar el ejercicio y responde:

19) ¿Con cuántos calabazos se llena una cubeta?

R// _____

20) ¿Cuántos calabazos se llenan con la leche producida por una vaca?

R// _____

Tarea 5: Acercamiento entre las medidas de capacidad ancestrales y las convencionales

En la siguiente tarea se debe disponer de los calabazos (totumo) de la tarea #4, de distintos tamaños y de un recipiente graduado en mililitros. Luego, marca cada uno de los calabazos disponibles con números del 1 al 5 o dependiendo del número de calabazos a utilizar:

Ejemplo: en la siguiente gráfica, el calabazo tiene su respectiva marca numérica.



21) Llena el calabazo #1 con agua y trasvasa el líquido al recipiente graduado en mililitros para determinar cuánta agua contiene este. Luego, realiza el mismo ejercicio con los demás calabazos.

A continuación, diligencia la siguiente tabla con los datos obtenidos.

Medida de capacidad en los calabazos	
Calabazos	Mililitros (ml)
Calabazo 1	
Calabazo 2	
Calabazo 3	
Calabazo 4	
Calabazo 5	

22) Si hay un recipiente, lleno de agua, con capacidad de 3000 mililitros ¿Cuántos calabazos del #1 se pueden llenar con el total de agua?

R// _____

- 23) Si hay tres calabazos del #2, con la misma capacidad, llenos de agua, ¿Cuántos recipientes de 1000 mililitros se pueden llenar?

R// _____

Tarea 6: Trabajo de equivalencias de medidas de recipientes ancestrales y convencionales

En esta tarea se pretende que el estudiante compruebe la equivalencia de la capacidad de los calabazos en mililitros con la capacidad en litros de recipientes más grandes de manera experimental con el trasvase y luego hacerlo matemáticamente mediante una operación:

- 24) Con la respectiva información presentada en la siguiente tabla, selecciona un calabazo y calcula la equivalencia con cada uno de los recipientes realizando trasvasado, luego, completa la columna correspondiente a la Medida en calabazos en la tabla con la información encontrada.

Recipientes	Medida en en litros (L)	Medida en calabazos
	40	
	5	

	20	
---	----	--

25) Explica si hay alguna forma o procedimiento matemático para calcular las equivalencias en cada caso sin que haya que realizar el trasvasado.

R// _____

Tarea 7: Equivalencias entre la capacidad (ml) y el volumen (cm^3)

En la presente tarea, se analiza el volumen del calabazo, mediante la capacidad. Diligencia la tabla a partir de las preguntas 26 a 28:

Relación entre el volumen y la capacidad de los calabazos			
Calabazos	Mililitros	Volumen 1 (cm^3)	Volumen 2 (cm^3)
Calabazo 1			
Calabazo 2			
Calabazo 3			

26) Complete la columna de capacidad en la tabla, en mililitros (columna 2), con los datos hallados en la tabla de la tarea 5.

27) Complete la columna de **volumen 1** en cm^3 de cada uno de los calabazos teniendo en cuenta la relación capacidad y volumen de un recipiente $1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$, de acuerdo con el siguiente ejemplo:

Ejemplo: Un recipiente que tiene una capacidad de 600 ml, como se tiene la relación $1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$, por lo tanto, su volumen es 600 cm^3 .

28) Complete la columna de **volumen 2** en cm^3 de cada calabazo, usando una cinta métrica para medir el radio de cada uno de los calabazos y utilizando la fórmula $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$, donde V es el volumen de una esfera y r = radio. El radio de la esfera se puede determinar haciendo uso de la longitud de la circunferencia (C) en relación con el radio, es decir, $C = 2\pi \cdot r$. Por lo tanto, $r = C/2\pi$. Como en el siguiente ejemplo:

Ejemplo: vamos a calcular el volumen asemejado a una esfera el siguiente calabazo, medimos la longitud de la circunferencia con la cinta métrica de la siguiente manera (ver imagen).



En la imagen se puede apreciar, que $C = 49.5 \text{ cm}$ aproximadamente, por lo tanto, el radio es $r = (49.5 \text{ cm})/2\pi = 7.88 \text{ cm}$.

Ahora se procede a calcular el volumen usando la fórmula $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$.

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot (7.88 \text{ cm})^3 = V = \frac{4}{3}\pi \cdot (489 \text{ cm}^3) = 2047 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, el volumen del calabazo es $V = 2047 \text{ cm}^3$

29) Compara los resultados escritos en cada fila de las columnas de **volumen 1** y su correspondiente en **volumen 2**. ¿son diferentes o iguales? Explica su respuesta.

R// _____

Tarea 8: Solución a la pregunta problematizadora inicial

Analizando la información obtenida a través de los procedimientos y de acuerdo con la producción de leche en la finca Los Alpes, responde:

30) Si en un día se recogen en la finca los Alpes 40 litros de leche, ¿qué cantidad de leche se saca en una semana (7 días)?

R// _____

31) ¿Cómo podemos establecer la cantidad total de leche requerida por la empresa comunitaria Lácteos San Luis en términos de la capacidad el calabazo #1?

R// _____

32) Determina el promedio de la leche producida por día e indica si la finca Los Alpes puede cumplir con el requerimiento de la empresa comunitaria.

R// _____

33) ¿En cuánto tiempo la finca Los Alpes puede recolectar la cantidad de leche requerida?

R// _____

CAPÍTULO IV: Presentación y análisis de resultados

A continuación, se desarrollará un análisis preliminar de la propuesta didáctica para el estudio de las relaciones entre instrumentos y unidades de medida de capacidad ancestrales y los sistemas de medida convencionales, considerando lo que se espera que se pueda llevar a cabo por parte de los estudiantes e incluso algunos aportes para el docente que implemente esta propuesta. En este sentido, teniendo en cuenta la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995), la cual implica unas fases de desarrollo y análisis de una propuesta metodológica, se considerará la primera fase y se procederá a desarrollar un *análisis preliminar* el cual permita identificar y reflexionar sobre los alcances que se esperan de la implementación dado que este trabajo implica el desarrollo de una propuesta didáctica para trabajar en el aula con estudiantes de la comunidad indígena Nasa.

4.1 Análisis preliminar

Con la implementación de la propuesta, se espera que los estudiantes se apoyen de los conocimientos matemáticos más formales y elementos centrales correspondientes al desarrollo de los sistemas y unidades de medida propuestos, en particular el de capacidad. Como también, que puedan articular esos conocimientos con las prácticas ancestrales de medición del territorio indígena Nasa, que se pueda dar una posibilidad de comprensión en los estudiantes tanto de la medición, uso de instrumentos como también el reconocimiento de las prácticas ancestrales de medición de capacidad en relación con las matemáticas; y al ser percibidas en una actividad de modelación, ejecución y matematización por medio de una actividad dentro de su comunidad, puedan llegar a considerarse un conocimiento enriquecedor dentro de un contexto y dentro de una actividad social y cultural (patrimonio cultural).

Que la propuesta pueda ser percibida por los estudiantes y miembros que interactúan en ella como herramienta y elemento fundamental para adaptarse a un mundo cambiante, que no haya distancia entre el conocimiento ancestral y las prácticas culturales con el conocimiento científico, sino como un complemento entre de contenidos matemáticos sobre otros ya existentes, mediante el proceso de interacción de enseñanza determinado por el maestro, los mismos estudiantes, familia y de más; es decir, que el aprendizaje sea considerado por los estudiantes como un proceso constructivo que requiere de tiempo en contextos en los que esos contenidos tengan sentido.

Además, que las matemáticas sean consideradas como parte fundamental, un proceso y una herramienta que propone en juego los argumentos, consideraciones e importancia de las prácticas en un contexto social y cultural, que, a su vez, el ejercicio de cada una de las tareas de la propuesta, promueva principalmente un valor formativo tanto para desarrollar capacidades de razonamiento lógico y pensamiento formal, como también capacidad de organización; modelación y solución de problemas. Además, si el profesor facilita el medio, en el cual el estudiante construye su conocimiento, a través del planteamiento de situaciones el cual el estudiante interactúa con el medio aplicando sus conocimientos previos, puede avanzar en los niveles de sistematización en la medida que el estudiante participe del proceso y pueda compartir sus ideas o experiencias en la construcción del conocimiento matemático mediante la resolución de cada una de las tareas de la propuesta como se menciona a continuación.

En la tarea 1, se espera que los estudiantes al realizar esta tarea, puedan reconocer el contexto de la finca Los Alpes mediante preguntas orientadoras sobre la producción, recipientes de recolección, almacenamiento y distribución de la leche, como también, promover la capacidad en el estudiante de recolectar información e identificar datos que le son útiles para posteriores

preguntas. En cuanto a los resultados por parte de los estudiantes que se puedan dar a desarrollar la tarea, es una buena comunicación, observación y registro de información de acuerdo a su interpretación.

En la tarea 2, los estudiantes validan sus conocimientos previos en el reconocimiento de los recipientes de uso común para recolectar líquidos, como también la identificación de algunas relaciones entre ellos y la idea de capacidad en términos de almacenamiento de mayor cantidad si el recipiente es de tamaño considerable o viceversa. Por parte del estudiante se espera unas respuestas puntuales de reconocimiento y uso de los recipientes presentados en la tarea de acuerdo a su experiencia cotidiana.

En la tarea 3, los estudiantes deberán poner en práctica los conocimientos agropecuarios informales en cuanto al ordeño, como también estará en juego la comunicación constante y el trabajo en equipo. Posteriormente, el estudiante debe dar respuesta a la cuantificación de la cantidad de leche como también la organización y generalización de la información.

En la tarea 4, los estudiantes experimentan la concepción o validan conocimientos previos con el recipiente tradicional (el calabazo o totumo), para algunos estudiantes puede ser un instrumento nuevo, como para otros no. Se tendría distintas respuestas dependiendo de su experiencia con el uso y concepción que tengan acerca del calabazo.

En la tarea 5, mediante el trasvase de agua entre los calabazos y un recipiente graduado, los estudiantes formalizan la idea de capacidad y unidades de medida en el mismo. Por consiguiente, se espera que el estudiante pueda reconocer la forma como podemos relacionar las unidades y el concepto de capacidad con la medida de la cantidad de agua en un recipiente.

En la tarea 6, los estudiantes no solo trabajan la medida de capacidad del calabazo, sino que lo relacionan con otros instrumentos convencionales de uso común. Identificarán el proceso de conversión de unidades matemáticamente para relacionar y comparar la capacidad del calabazo con los otros recipientes. Se espera argumentaciones por parte del estudiante para validar o refutar sus afirmaciones que se le presenten en el momento, como también la capacidad para justificarlo con el uso de rozamientos y procesos matemáticos como la multiplicación y el sistema decimal.

En la tarea 7, los estudiantes relacionarán directamente su experiencia de la medición de líquidos en el calabazo con el volumen de un cuerpo geométrico, en este caso una esfera. La comparación puede permitirle al estudiante comprender que la capacidad de un recipiente mediante el trasvase de agua con el volumen del mismo tiene una similitud muy cercana y el uso de los conceptos geométricos se validan en experiencias reales y de cómo a partir de unos procesos los lleva a comprender otros. Se espera que el estudiante pueda responder y argumentar que tanto la capacidad como el volumen relacionan medidas similares en cuerpos tridimensionales.

Finalmente, en la tarea 8, los estudiantes responderán a la pregunta de la problemática inicial de la propuesta de manera argumentativa y crítica, como también el reconocimiento de las unidades e instrumentos para medir líquidos de manera ancestral, podrán comprender de la importancia de que un recipiente como el calabazo se puede calibrar y usar como cualquier otro recipiente para medir líquidos (experiencia que ya tenían de manera empírica los mayores Nasas), sólo que ahora la matemáticas lo permite de una manera más precisa.

CAPÍTULO V: Conclusiones y recomendaciones finales

5.1 Conclusiones

El diseño de la propuesta didáctica respecto al objetivo específico uno, consideró la fundamentación de los sistemas y unidades de medida de capacidad de la comunidad indígena nasa, puesto que no sólo articula los conocimientos ancestrales y convencionales, sino que posibilita una diálogo armónico de saberes entre aspectos teóricos y conceptuales con las prácticas, conocimientos y tradiciones del nasa, de manera que permitió interpretar la importancia, implementación y formalización de las matemáticas en la enseñanza a partir de una actividad cotidiana del territorio indígena, como lo es la recolección, almacenamiento y comercialización producción de leche en una finca comunitaria. Por otro lado, se pudo analizar la forma como a partir de diferentes puntos de vista y objetos matemáticos ya se han adelantado diversos trabajos de investigación que han enriquecido las reflexiones sobre las relaciones entre los saberes ancestrales, sus prácticas y los saberes disciplinares de las matemáticas con todo lo que implican las propiedades y características fundamentales de determinados objetos matemáticos.

Respecto al segundo objetivo específico, se consideraron elementos esenciales y procesos en cada una de las tareas, procesos no solo matemáticos conceptuales, sino teóricos prácticos de estudios formalizados como la etnomodelación, la educación matemática realista y lineamientos de la educación propia para hacer una articulación de los elementos conceptuales de los sistemas de medidas ancestrales y convencionales mediante y en relación con una actividad real dentro del contexto del estudiante como propuesta didáctica. Los aportes de cada una de las perspectivas y enfoques teóricos enriquecen los elementos que dan sentido a la propuesta didáctica,

proporcionando un número de tareas y cuestiones dirigidas al estudio de las relaciones entre saberes ancestrales y convencionales, pero que incluso pueden llegar a ser objeto de una reflexión académica profunda a partir de las implementaciones que se puedan desarrollar en la escuela.

Respecto al objetivo número 3, la propuesta didáctica con cada una de las tareas da cuenta del desarrollo de una secuencia de estudio, que permite reconocer y relacionar las medidas de los recipientes ancestrales como el calabazo con los recipientes de uso cotidiano mediante el uso de procesos de modelación y matematización en actividades y espacios que la comunidad tiene, en este caso, las producciones agropecuarias del municipio de Toribío. En este sentido, la estructura de las tareas y preguntas tienen el sentido del estudio mencionado, pero si se diera la posibilidad de distintos análisis críticos pudieran plantearse otros elementos o estructura que pudiera ser más efectiva en cuanto al propósito de la propuesta didáctica.

Para finalizar, respecto al objetivo general de realizar una propuesta didáctica para el estudio de las relaciones entre el sistema ancestral de medidas articuladas con el sistema convencional de medidas, mediante los aspectos considerados en los tres objetivos anteriormente, con el fin de que los estudiantes no solo reconozcan el sistema y unidades de medida de capacidad en una aula de clase, sino de manera más vivencial en un contexto sociocultural mediante una problemática real, de manera que experimenten, valoren, argumenten y validen sus percepciones culturales. La propuesta desde el proyecto educativo comunitario (PEC) de Toribío es acorde a lo que este propone, puesto obedece un modelo de enseñanza y resolución de problemas desde la parte cultural, social y comunitario de manera que ayuda a potenciar un modelo de educación propia donde el estudiante comprenda el significado del conocimiento matemático a partir de sus prácticas sociales y culturales.

Por otra parte, como consideración personal y de acuerdo a la experiencia formativa, es importante destacar que al pasar del tiempo y los avances que han llegado consigo, han surgido nuevas situaciones y factores que influyen de una u otra manera en la enseñanza y el aprendizaje, razón por la cual el docente debe estar preparado para percibir y adaptarse al cambio y adecuar su rol en el contexto determinado. Además, reconocer que hay situaciones sociales y culturales que determinan un resultado en los estudiantes y docentes, y que las debemos saber llevar, puesto que ya sea de manera directa o indirecta van a estar presentes en el ámbito académico y en el aprendizaje, como lo es, la familia, las condiciones sociales, políticas y culturales, hasta algo tan puntual como nuestras acciones pedagógicas y efectos que generamos en nuestros estudiantes. Esto se evidencia y se ve reflejado en las respuestas y actitudes al igual con las intenciones que lo hacen y demuestran los estudiantes dentro y fuera del aula.

5.2 Recomendaciones

El ejercicio de diseño de la propuesta didáctica facilitó la comprensión de algunos aspectos que deben ponerse en consideración, como la importancia y posibilidad de adaptar el material propuesto a cualquier contexto, esto es, promover que se reconozca las actividades y espacios diferentes al aula como propicios para reflexionar desde un punto de vista analítico, didáctico y cultural. También, que los estudiantes vean a las matemáticas como una forma de representación y herramienta de razonamiento para la resolución de problemas. En ese sentido que no solo se pueda considerar el aprendizaje como una construcción formal en el aula de clase, sino también como una oportunidad de articular las experiencias con la importancia y la necesidad de interpretar el contexto, donde el papel del profesor es de investigador, pues así como se pretende generar un espacio de aprendizaje para evidenciar el nivel de aprendizaje

mediante la interacción en los estudiantes y el docente, se debe procurar de no darle percepciones propias al estudiante para evitar concepciones ajenas en ellos.

Para el análisis de la situación de la propuesta, es necesario tener en cuenta las percepciones iniciales y finales en el estudiante por cada tarea, para así mismo evaluar el desarrollo de la misma y mirar la línea hacia los objetivos previstos en la propuesta. Se debe también, analizar al estudiante las posibilidades de acción, decisión, control y validación de sus acciones cuando trabaja independientemente del profesor para prever en lo posible, los comportamientos y concepciones que los lleve hacia otro lado. Por otra parte, controlar sus conductas y percepciones es asegurarse que, si se producen los comportamientos, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento pretendido por el aprendizaje en el desarrollo de las tareas anteriores.

Referencias

- Ávila, A. (2014). La etnomatemática en la educación indígena: así se concibe, así se pone en práctica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 19-49.
- Ana Bressan, (2005). Los principios de la educación matemática realista
- Bishop, A. (2008). *Enculturación Matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Cambridge. Recuperado el 22 de abril de https://www.google.com.co/books/edition/El_juego_como_estrategia_did%C3%A1ctica/BST6QQFtKKwC?hl=es&gbpv=1&printsec=frontcover
- Artigue, M. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá.
- Blanco, H., & Parra Sánchez, A. I. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.
- Bruner, J. (1997). *La Educación, Puerta de la Cultura. Cultura, Mente y Educación*. Paidós, Barcelona.
- Casabuena, N., y Leonardo. (2017). *El pensamiento matemático: una herramienta necesaria en la formación*. La Habana, Cuba: VARONA.
- Chamorro, C., Belmote, J. M., Ruiz, L., y Vecino, F. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid - España: Pearson Educación S.A.
- Carabalí, J. S. (2012). Patrones de medida no convencionales: el caso de la longitud en el barrio Desepaz del municipio de Santiago de Cali, Colombia. Santiago de Cali. Recuperado el 23 de abril de 2023 de <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/4489>
- D'Ambrosio, U. (1999). *Etnomatemáticas entre las tradiciones y la modernidad*. Recuperado el 25 de abril de 2023 de <http://funes.uniandes.edu.co/14898/1/Lopez2019Etnomatematicas.pdf>
- Gallo, J. M. (2006). *Módulo 3: Pensamiento Métrico y Sistemas de medidas*. Medellín - Antioquia: Artes y Letras Ltda.
- Gravemeijer, K. P. E., & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal, un matemático en Didáctica y teoría curricular. *Journal of Curriculum Studies*, 32(6), 777-796. <https://doi.org/10.1080/00220270050167170>
- Ministerio de Educación de Colombia (1994). *Ley general de educación*. Recuperado el 24 de abril de 2023 de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Santa Fe de Bogotá. Recuperado el 26 de abril de 2023 de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

- Morán, J. A., y Acosta, D. (2015). La Construcción del Concepto de Medida en el Contexto de la Escuela Indígena "las Aves" de Canoas. Santiago de Cali: Universidad del Valle. Recuperado el 26 de abril de 2023 de <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/8698/3469-0510694.pdf?sequence=1>
- Mostacilla, D. A. (2015). Una Propuesta de Formación de Docentes de Matemáticas en Comunidades Indígenas. Santiago de Cali. Recuperado el 26 de abril de 2023 de <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/9324?mode=simple>
- Parra, A. (2012). Nasa fxi`zenxite`, isa wejxasa` na`tha`w atxaha` Matemáticas en el mundo nasa: Municipio de Tierradentro: El Fuego Azul.
- Posso, L. M. (2016). Situaciones didácticas para el aprendizaje del cambio de la unidad de medida en estudiantes de grado 6° de la I. E. Técnico Industrial Antonio José Camacho. Santiago de Cali. (Universidad ICESI, Ed.) Recuperado el 20 de abril de 2023 de <http://funes.uniandes.edu.co/11092/1/Posso2016Situaciones.pdf>
- Proyecto Nasa (2015). El Camino del Corazón: Modelo Pedagógico del Plan de Vida Proyecto Nasa. Toribío-Tulpa CECIDIC.
- Proyecto Nasa (2017). Fundamentación de los Núcleos del PEC – Educación Formal. Toribío.
- Rico, L. (2000). La Didáctica de la Matemática: Fundamentos Didácticos de las Áreas Curriculares. Madrid: Síntesis.
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2012). El campo de investigación en etnomodelación: los enfoques émicos, éticos y dialécticos. Educación en investigación.
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2020). La matematización de las prácticas matemáticas por medio de las perspectivas étnica, ética y dialógica de la Etnomatemática. Recuperado el 20 de abril de 2023 <http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/14503>
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2017). Etnomodelación: El arte de traducir prácticas matemáticas locales. Sao Paulo: Librería de física.
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2018). Un enfoque etnomatemático de la modelación a través de la Etnomodelación. Sao Paulo: Librería de física.
- Rosa, M. (2019). Glocalización y educación matemática: Sobre el dinamismo de los encuentros entre las culturas. Universidad de Federal de Ouro Preto, Brasil.
- Santillana. (1998). Matemáticas: 5 de primaria. Ediciones Santillana.
- Villa, J. A., Castrillón, A., & Sánchez, J. (2018). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemática. Recuperado el 20 de abril de 2023 de <https://www.redalyc.org/pdf/4459/445955647011.pdf>
- Zoraida Balanta, M. A. (2010). Núcleo de pensamiento matemático comunitario-Proyecto Educativo Comunitario PEC. Memorias de los seminarios-talleres realizados por los

profesores de los Resguardos Indígenas de Huellas-Caloto, Tacueyó, Toribío y San Francisco. Proyecto Nasa y Proyecto Integral.