

Anexo No. 5: Descripción de los Videos.

DVD # 1

Sesión 1

Duración Total: 50:58 min

Fecha de grabación: 5 de mayo de 2009

Situación Problema: 1a

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
00. Fernández	Indicaciones del profesor a un estudiante en relación a las rectas perpendiculares de la construcción. El objetivo de la actividad es determinar la cónica que se genera por los puntos de intersección. El profesor le sugiere al estudiante que se apoye en la definición de la cónica seleccionada.
3:25. Ruiz y Rubio	Rubio lee el enunciado del problema, su compañero, Ruíz, dice que es una parábola señalando un vértice. Interviene el observado 1 que les pregunta qué están realizando. Rubio explica que han ocultado la construcción y han trazado una circunferencia. El observador interviene preguntando por qué realizaron una circunferencia. Los estudiantes dicen que ésta ya estaba, la han descubierto al desocultar y piensan que les puede ayudar para determinar el tipo de cónica. El observador les pregunta sobre el siguiente paso o lo que se tiene que saber para resolver el problema. Rubio menciona que lo importante es determinar la relación que guardan los puntos. Dicen que intuitivamente es una <i>parábola</i> y que tienen que demostrarlo. El observador les pregunta cómo pueden probar qué es una parábola, Rubio dice que hallando el vértice podrían dibujarla geométricamente.
5:57 Oviedo y Enríquez	El profesor les solicita a esta pareja de estudiantes que deben realizar la construcción del problema. Les recuerda que deben realizar la conjetura en la hoja de trabajo. Oviedo luego de trazar las rectas perpendiculares, haya los puntos de intersección de las rectas correspondientes utilizando la opción punto de intersección y acercándose al punto. El profesor le sugiere que señale las dos rectas para hallar el punto de intersección, ya que hallarlo acercándose al punto puede ser difícil. El profesor le sugiere que oculte todo. El profesor les pregunta qué tipo de cónica creen qué es, dicen que es una parábola. Los estudiantes determinan el vértice como el punto C , el eje focal como el segmento BC , trazan una circunferencia con centro en C para hallar el foco (F) y la directriz de la supuesta parábola. Descubren que la circunferencia no se mueve, hallan un punto sobre la directriz llamado M , trazan el segmento FM y una

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	perpendicular a la directriz que pase por M (llamémosla r). Luego hallan la mediatriz del segmento FM y encuentran el punto de intersección de la mediatriz y la recta r (llamado P), solicitan el lugar geométrico de punto P cuando se mueve M y esperan que les coincida con la nube de puntos, pero no lo logran. Tratan de mover la circunferencia para que tenga mayor radio y la parábola coincida con la nube de puntos. Realizan nuevamente la construcción.
13:30	El profesor da una instrucción respecto a la construcción. Explica que dado un rectángulo cualesquiera, se construye las perpendiculares que pasen por cada uno de los puntos etiquetados con números en la línea horizontal, luego trazan los puntos de intersección con el segmentos que van desde el punto C a los puntos etiquetados con números en la recta vertical. Sugiere que para hallar los puntos de intersección es importante señalar la recta perpendicular y luego el segmento, por ejemplo señale la recta perpendicular que pasa por 5 (da clic) y luego señale el segmento $C5$. Este método evita imprecisiones en los puntos de intersección próximos al punto C. El profesor les recuerda la pregunta: deben de decir qué cónica es (conjetura) y luego deben probarla algebraicamente. Sí es una parábola deben de ubicar el foco y la directriz y luego construir esa parábola de manera que contenga esos puntos. Si considera qué es una elipse o una hipérbola, debe realizar el mismo procedimiento.
18:13 Salazar y Muñoz	Otra pareja de estudiantes conjetura que la nube de puntos pasa por una elipse y describen el procedimiento al profesor para hallar dicha elipse. Muñoz es quien explica lo que ellos conjeturan. Dice que van a reflejar el rectángulo AC teniendo como eje el segmento CB y BA, para luego reflejar las nubes de puntos y completar la elipse. Es decir que la nube de puntos es un $\frac{1}{4}$ de elipse. Pero dicen que sí solo la reflejan con relación al segmento CB obtendrían una parábola. Luego dicen que para una elipse debo de hallar dos focos, mientras que para una parábola sólo debo de hallar un foco y una directriz. Les parece que es más fácil determinar que es una parábola.
21:21 Fernández	De nuevo el estudiante, Fernández, une los puntos con segmentos y determina el punto C como el vértice de la parábola y supone que el punto B del rectángulo es el foco y halla la directriz trazando una circunferencia de centro C y radio CB. Al tomar la distancia de la directriz a un punto de la nube de puntos y de este punto al supuesto foco, obtiene que estas distancias no son iguales. El profesor le sugiere que continúe con esta idea, que determine un punto f (supuesto foco) sobre el segmento CB (eje focal) y obtenga la recta directriz.
25:05	Otra estudiante Erazo, muestra una parábola que cambia al mover

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
Erazo	los segmentos AD y AB . Al mover la parábola también modifican el rectángulo y en uno de esos intentos coincide la parábola con la nube de puntos. Esta parábola tiene como vértice C y foco B , con estos puntos obtiene la directriz. Con el vértice, foco y directriz construye la parábola. El profesor les aclara que la parábola es independiente del segmento del rectángulo.
30:07 Rodríguez y Narváez	Los estudiantes supusieron que era una parábola, piensan que C es el vértice, porque la nube de puntos parece una mitad de la parábola y la otra mitad está al lado derecho del segmento BC . El profesor le sugiere que obtenga la otra mitad de la parábola con simetría axial. Hallaron el punto medio de BC y lo designaron como el foco, construyeron la parábola y observaron que no pasaba por la nube de puntos. El profesor le sugiere que utilicen un punto sobre objeto sobre BC y halle la parábola. El supuesto foco (F_s) se puede mover por el segmento y se obtienen diversas parábolas. La pareja de estudiantes mueve el foco y logra hallar una que se ajusta a los puntos, pero por tanteo. El profesor le dice que estas construcciones son óptimas, que se ajustan.
37:27 Lema y España	Esta pareja de estudiantes supuso que el punto A del rectángulo es el vértice de una parábola. Luego obtuvieron los otros puntos de la parábola utilizando varias circunferencias con centro el punto de intersección de las rectas perpendiculares y el segmento AB . Los radios van desde este punto de intersección a la nube de puntos. El profesor les pregunta porque no utilizaron la simetría axial para hallar la otra mitad de la parábola. Los estudiantes dicen que creían que la construcción con circunferencias podrían darles otras herramientas para hallar si es o no parábola. El profesor les sugiere que escriban su conjetura en la hoja de trabajo y les indica que deben continuar.
40:28	El profesor le sugiere que deben de enviar el archivo de la construcción, el nombre del archivo es de quienes lo realizaron. El profesor indica que la fase 3 es una tarea para dentro de 8 días. Mañana continúan con esta situación en la sala de informática número 3. Les recomienda traer una memoria USB para guardar los archivos de la construcción.
42:05. Rodríguez	Rodríguez le explica a sus compañeros que ellos supusieron que era una parábola y que el punto C es el vértice. El profesor menciona que varios compañeros señalan que era una elipse o una parábola, les enfatiza escribir las características de la parábola o la elipse. Rodríguez encuentra la otra mitad de la parábola con simetría axial respecto al segmento BC . El foco se encuentra sobre el eje de simetría, por lo que ubica un punto sobre objeto en el segmento BC

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	denominado F_s . Hace una circunferencia con centro en C hasta F_s , con el objetivo de hallar la directriz. El profesor le sugiera que tengan en cuenta la definición de la parábola. La directriz pasa por el punto de intersección de la circunferencia y la recta que pasa por el segmento BC . Trata de mover el punto F_s , pero no lo logra. Parece que la construcción no es similar a la que hizo en su computador. El profesor finaliza la sesión de clase.

DVD # 2

Sesión II

Duración Total: 32:44 min

Fecha de grabación: 6 de mayo de 2009

Situación problema: 1a

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0. Suarez	Los estudiantes han cambiado de idea, es Suarez quien explica su trabajo, ayer pensaban que era una elipse pero en esta clase dicen que es una parábola porque el profesor lo ha dicho. Intentaron con varias curvas y la parábola fue la que les cuadro. Al mover la directriz tratan de que la parábola pase por la nube de puntos. Esta parábola tiene como eje de simetría al segmento BC , pero su vértice no es C , éste varía al mover la directriz. Luego toman la medida de AD que es 8,29 y realiza la siguiente operación $\frac{8,29}{x} = 4,15$, donde 4,15 es la distancia del punto C al foco, de la parábola que coincide con la nube de puntos. Como $x = 2$, eso quiere decir que el foco está en la mitad del segmento BC . El profesor mueve el segmento AD , cambia el rectángulo y la medida del foco. Ahora la razón de la medida del segmento AD y la distancia del vértice al foco no da 2. La razón la obtiene con el uso de la calculadora del Cabri.
6:00. Rubio, Lema y España.	El profesor les aclara que los puntos pasan por una cónica. Los este estudiantes tienen una imagen del libro de Lehmann de la Cisoide de Diocles (p. 44) y han tratado que la nube de puntos se asemeje a esta curva. El profesor les recuerda que la cisoide de Diocles ya se trabajó, pero que esta curva no es una cónica. Les muestra que esta curva tiene un cambio abrupto en C y las cónicas son curvas suaves. Un estudiante dice que podrían ser dos parábolas opuestas con el mismo eje de simetría. El profesor infiere que han trazado la curva,

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	utilizando como eje de simetría axial el segmento DC, pero los estudiantes dicen que han utilizado simetría central con respecto al punto de la nube de puntos más cercano al segmento de DC. El profesor le sugiere que tomen como eje de simetría al segmento BC. Los estudiantes mencionan que ya han intentado hacer una parábola pero no lograron que pasara por la nube de puntos.
10:05 Rubio y Lema	Otros estudiantes muestran una parábola con vértice en C, foco en B y eje de simetría BC. Rubio es quien relata lo que han hecho. Obtiene la directriz y construyen la parábola. Al arrastrar AD, la parábola no pasa por la nube de puntos. Lema dice al revisar la siguiente actividad (parábola de Werner), se les ocurre realizar la parábola construyendo varias circunferencias.
13:00 España	El profesor proyecta la actividad, traza nuevamente las perpendiculares y obtiene los puntos de intersección. Luego oculta las líneas perpendiculares y los segmentos que van desde C a los puntos del segmento AD. Utilizando la función cónica señala cinco puntos de la nube de puntos, el programa determina qué es una parábola. El profesor les indica que es necesario construir la parábola sin utilizar la función cónica. Les pregunta sobre el vértice, el eje focal y la ubicación del foco. Con simetría axial respecto al segmento BC obtiene una nube de puntos a la derecha que completaría la parábola. Les recomienda remitirse a la definición de la parábola y aplicarla en la construcción, le solicita a España mencionarla. El profesor construye la directriz, traza dos rectas perpendiculares a la directriz que pase por dos puntos de la nube de puntos. Luego hace una circunferencia con centro en uno de los dos puntos de la nube de puntos cuya radio vaya hasta el punto de intersección de la recta perpendicular y la directriz. Realiza otra circunferencia siguiendo el anterior procedimiento y tomando otro punto de la nube de puntos. Les recuerda que la distancia del punto de la parábola a la directriz es la misma que desde este punto al foco, el foco se ubicaría sobre la circunferencia y sobre el eje focal. Les recomienda utilizar el lugar geométrico para hallar la solución al problema y les menciona el problema de hallar un cuadrado inscrito en un triángulo de Polya.
26:11 Fernández	El estudiante Fernández ha realizado algunas circunferencias, para explicar la construcción recorre a la función de revisión. La primera circunferencia tiene como centro un punto de la nube de puntos, cuyo radio va hasta L (un punto sobre objeto la recta que contiene el segmento CB). Traza el radio de esta circunferencia que pasa por la recta perpendicular al segmento DC, luego traza una recta perpendicular al radio que pasa por su extremo superior. Esta recta es la directriz. Luego traza una circunferencia cuyo radio se obtiene del

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	segmento perpendicular que va de un punto de la nube de puntos a la directriz. Halla dos lugares geométricos, del punto de intersección de las circunferencias al mover el segmento AD y luego con el segmento AB . Luego obtiene el punto de intersección del lugar geométrico secante con el eje focal, al que llama foco.
31:10	Indicaciones del profesor respecto al trabajo que deben realizar y enviar por el campus virtual. Los estudiantes deben realizar la fase 3 para el próximo martes. La fecha máxima de entrega del trabajo es hasta el próximo martes (13 de mayo de 2009).

DVD # 3

Sesión III

Duración Total: 16:10 min

Fecha de grabación: 12 de mayo de 2009

Situación Problema: 1b

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0 López y Yamues	La pareja de estudiantes López y Yamués, describen que han realizado la parábola con la herramienta cónica. El profesor les pregunta cuáles son las razones que determinan matemáticamente el vértice. Un estudiante dice que a medida que A' se mueve hacia abajo, llega a ser el punto que determinan como vértice. Tanto A y A' se aproximan al vértice. El profesor le pregunta al otro estudiante, si entendió lo que el compañero explicó. El otro compañero dice si y explica que en la parábola se debe de obtener el punto simétrico de A' con respecto al eje focal. El profesor le indica que coloque cualquier punto sobre objeto en la cónica llamado M y que obtenga el punto simétrico con relación al eje focal, al que nombra M' . Al arrastrar M , M' también se mueve sobre la cónica. El profesor les pregunta por qué no les funcionó hallar el punto simétrico de O con respecto al vértice, los estudiantes dicen que ellos creían que era el foco pero al construir la parábola no coincide con la obtenida. El profesor les recuerda que en la fase 2 deben hallar una parábola dinámica determinando el vértice, el foco y la directriz.
4:02 Rodríguez y	Rodríguez afirma que es una parábola y el profesor le pregunta por qué la parábola de Werner es una parábola. Él dice que repitió la construcción que utilizaron en la nube de puntos (situación 1a) para

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
Narváez	obtener la parábola. Repite el procedimiento para mostrarle al profesor lo que realizó, oculta algunas rectas y sólo deja la nube de puntos. Determina que V es el vértice porque es una hipótesis en la construcción de Werner. Construyen rectas perpendiculares al eje y luego dos circunferencias cuyo radio va desde un punto de la nube y el punto de intersección de la recta perpendicular y el eje y. Narváez le recuerda que debe realizar la supuesta directriz, perpendicular al eje x, en la directriz denota a M como el punto de intersección entre las dos rectas que se mueve sobre el eje x. Construye nuevamente las circunferencias en relación a la directriz, porque se da cuenta que no coincide con la construcción hecha. Luego obtiene el lugar geométrico del punto de intersección de las circunferencias respecto a M, el foco es el punto de intersección con el eje focal y el lugar geométrico. Oculta la construcción para obtener el foco, con este punto obtiene la directriz. El profesor le sugiere utilizar la macro para realizar la parábola dado el foco y la directriz, pero el estudiante nuevamente repite el procedimiento aludiendo que no tiene la macro para hacer la parábola. El profesor le sugiere que se acostumbre a darle nombre a los objetos y les pregunta por qué esta construcción funciona. El estudiante responde que es por la definición de parábola. El profesor le solicita que le explique la construcción utilizada en la situación 1a. Rodríguez dice que la distancia del foco al punto de la parábola debe ser la misma que del punto de la parábola a la directriz, por lo que el foco sería el punto de intersección con el eje focal y el lugar geométrico. El profesor les sugiere escribir sus respuestas en la hoja de trabajo.

DVD # 4

Sesión III

Duración Total: 22:22 min

Fecha de grabación: 12 de mayo de 2009

Situación Problema: 1b

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0 Oviedo	Los estudiantes explican el teorema de las alturas, han construido 3 triángulos y los han coloreado. Indican que el cuadrado de la medida de VB es igual al producto de la medida de OV y VA (en esta afirmación señalan erróneamente los segmentos, ya que al referirse al

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	segmento VB deberían señalar los segmentos OV y VB'). Afirman haber comprobado la igualdad en la calculadora de Cabri. El profesor interviene señalando que el cuadrado de esta ordenada es igual al producto de estas abscisas, por tanto se podrían denotar como y, x_1 y x_2 respectivamente. Ahora señalan el triángulo OBB', y escriben en la hoja $(OV)x(VB') = (VB)^2$ (Exp1) y retoman que la expresión de una parábola que abre hacia derecha es $x^2 = 4p(y)$, dudan y revisan el libro. Al corregir la expresión escriben $y^2 = 4p(x)$ (Exp2). Ahora comparan la expresiones Exp1 y Exp2, deduce que $(VB)^2 = y^2$ y que $(OV)x(VB') = 4p(x)$, el profesor les pregunta qué es (OV) y (VB'). El estudiante responde que al utilizar el teorema de Pitágoras BB' es $4p$, mide el segmento BB' y divide este valor entre 4 para obtener el valor de p y encontrar el foco. En la construcción realiza un segmento que mide p. El profesor le explica el procedimiento geométrico que se apoya en el Teorema de Tales para dividir un segmento en cuatro partes. El estudiante dice que es más fácil utilizar el punto medio. Luego mide el segmento y obtiene el mismo valor que obtuvo con la calculadora. Utilizando compás trazan una circunferencia con centro en V y obtienen los puntos de intersección de la circunferencia y la recta x, el punto de la derecha lo determinan como el foco. El profesor le sugiere que con el foco encuentren una construcción dinámica que pase por todos los puntos, los estudiantes ocultan la parábola que habían realizado con la función lugar geométrico. El estudiante construye la parábola dado el foco y la directriz. Al realizar la parábola se dan cuenta que no coincide con la nube de puntos. El profesor les sugiere que continúen y les sugiere continuar con la idea.
8:53 Fernández	Otra pareja de estudiantes menciona que realizaron la parábola de la misma manera que la anterior clase y proceden a explicarla. Realizaron una circunferencia con centro en B'' (perteneciente a la nube de puntos) y radio cualquiera. Luego hallan el punto de intersección de la recta que pasa por segmento BB'' y la circunferencia, por ese punto trazan una recta perpendicular. Nuevamente realizan otra circunferencia con radio en D'' y radio hasta el punto de intersección del segmento DD'' y la recta perpendicular. Luego hallan el punto de intersección de las dos rectas y encuentran el lugar geométrico del punto de intersección cuando se mueve la recta perpendicular del segmento BB'' a partir del punto de intersección de la circunferencia y la recta que pasa por el segmento BB''. El profesor les pregunta por qué funciona la construcción que realizaron. Un estudiante responde que en el punto de intersección del lugar geométrico y eje focal, es decir el foco, es donde los puntos de la parábola equidistan del foco y

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	de la directriz, es decir que se cumple la definición de parábola.
12:37	El profesor le sugiere que todo lo que hagan lo escriban en la hoja de trabajo. Esta pareja de estudiante menciona que la expresión de una parábola es $x^2 = 4p(y)$ y dicen que si encuentran p hallan el foco. Han trazado varios triángulos, uno de ellos OAB'. Aplicando el teorema de las alturas, determinan que h^2 sería igual al producto de los lados OV y VB'. El triángulo OAB' está inscrito en una semicircunferencia por lo que sería un triángulo rectángulo y además es isósceles, por lo que la altura pasa por el punto medio de AB'. Luego los lados OV y VB', medirían lo mismo. Así que dicen que $4p$ es igual a OV o VB. Toman el segmento OV y lo dividen en cuatro partes utilizando la función punto medio. Luego trazan una circunferencia con centro en V y radio p, hallan el punto de intersección y lo llaman foco. Los estudiantes suponen que V es el vértice. Luego hallan la parábola con la directriz y con el foco. Al mover la parábola observan que coincide con el lugar geométrico de la parábola de Werner. Si mueven el segmento p, que sería el radio se conserva que la nube de puntos pasa por la parábola que han construido.
17:15 Botina	Botina dice que recurren a la construcción anterior. Para realizar la explicación y muestran los objetos ocultos. Trazan una recta (llamémosla w) paralela a la recta s. Luego trazan una recta perpendicular a la recta w que pase por A. Trazan los círculos con centros A y B que pasen por la recta r y hallan el punto de intersección de los dos círculos. Con este punto de intersección determinan el lugar geométrico. La intersección del lugar geométrico y la recta r es el foco. El profesor les pregunta ¿por qué funciona esta construcción? Botina responde mencionando la definición de parábola.
19:52	Se observan diferentes pantallas del computador de los estudiantes. El profesor les indica que envíen los archivos y los marquen con sus nombres.

DVD # 4

Sesión IV

Duración Total: 26:56 min

Fecha de grabación: 13 de mayo de 2009

Situación Problema: 1c

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0 Oviedo y Erazo	Una pareja encuentra que el lugar geométrico de todos los centros de la circunferencia que es tangente a la recta d y pasa por el punto A es una parábola. Mueven la construcción y efectivamente se cumple la condición. El profesor les dice que ya han resuelto el problema y los estudiantes preguntan asombrados qué si ya está resuelto. El profesor les pide que expliquen el procedimiento y lo escriban en la hoja de trabajo. La construcción que realizaron es la siguiente: trazan una recta d y un punto B sobre la recta. Además construyen un punto A fijo. Luego hacen una recta perpendicular que pase por B, para garantizar que la circunferencia sea siempre tangente a la recta d en el punto B. Ahora construyen el segmento BA y luego hacen su mediatriz. El profesor vuelve a preguntarles sobre la recta perpendicular a la recta d, el estudiante explica que como B y A pertenecen a la circunferencia, la distancia de B a C tiene que ser la misma de C a A, menciona el punto de intersección de las mediatrices pero no concreta su idea. El profesor les dice que esta no es la razón, al parecer el estudiante está explicando la necesidad de trazar la mediatriz del segmento BA y hallar el centro de la circunferencia. Se les sugiere realizar aparte la construcción de la circunferencia y la recta tangente. Finalizando la anterior construcción, el estudiante afirma que la tangente de la circunferencia y el radio que pasa por el punto de tangencia forman un ángulo de 90°. El profesor agrega que el centro se encuentra sobre esa recta perpendicular a la tangente. Les sugiere que todo lo que han dicho lo escriban en la hoja de trabajo y les recomienda dar argumentos precisos. Finalizan obteniendo el centro de la circunferencia, por lo que trazan la mediatriz del segmento BA y hallan el punto de intersección de la recta perpendicular a la tangente y la mediatriz.
6:41 Rubio y Lema	Rubio y Lema afirman que es una parábola, sin haber realizado la construcción. El profesor les pregunta sobre las razones de la construcción, en particular de la recta perpendicular a la tangente. Rubio responde que eso es necesario para que la circunferencia se tangente a la recta d. Aparte construyen una recta tangente a la circunferencia para verificar las relaciones entre el radio y la recta tangente. El profesor menciona que existe un teorema que determina que la recta tangente es perpendicular al radio que se traza al punto

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	de tangencia y que en esta recta perpendicular se encuentra el centro de la circunferencia. Para hallar el centro utilizan la mediatriz del segmento AB. El profesor les pregunta por qué se traza la mediatriz, Rubio responde que el centro tiene que equidistar de A y de B. El profesor les remite a leer la hoja de trabajo y les pregunta cuál es el lugar geométrico de los centros de esas circunferencias. Rubio menciona que es una parábola. El profesor les sugiere que continúen su trabajo teniendo en cuenta las otras preguntas.
11:11 Jossa	Jossa inicia de nuevo la construcción, utiliza la función revisar construcción para describir lo que han realizado. El profesor le pregunta por qué construye una perpendicular a la recta tangente, Jossa dice que porque la recta d es tangente a la circunferencia. El profesor le recuerda que existe un teorema que determina que el radio y la recta tangente son perpendiculares. El profesor ahora le pregunta sobre la ubicación del centro de la circunferencia. Jossa responde que el centro de la circunferencia lo halla trazando la mediatriz de AB y encontrando el punto de intersección de la mediatriz y la recta perpendicular a la tangente. El profesor le pregunta por qué es el punto de la intersección el centro, Jossa dice que es el centro porque la circunferencia debe de pasar por A y B. El profesor le sugiere anotar su respuesta en la hoja de trabajo.
14:00	El profesor les sugiere a todos los estudiantes anotar en la hoja de trabajo cuál es el lugar geométrico. La intención es que argumenten matemáticamente y caractericen el lugar geométrico. En las argumentaciones pueden describir sus construcciones. Les recuerda enviar los archivos de la sesión en una carpeta comprimida. A los que ya terminaron se les sugiere iniciar la fase 3.
17:04	Se observan el salón de clase y los trabajos de algunos estudiantes. No se escucha lo que sucede en el salón de clases.
20:28 Botina y Enríquez	Esta pareja de estudiantes han iniciado la fase 2. Han encontrado el foco de la parábola cuando A esta sobre F_1. Para hallarlo trazan una recta perpendicular a la recta d que pase por F_1 (llamémosla w), luego hallan el punto de medio del segmento F_1J (llamémoslo N), siendo J el punto de intersección de la recta perpendicular a la recta d. Nuevamente hallan el punto medio entre F_1 y N (llamémoslo N_1). Con simetría central en F_1, obtienen un punto simétrico a N_1 al que determinan como foco. Por N_1 trazan una recta perpendicular a la recta w, esta recta es la directriz. Con el foco y la directriz construyen una parábola. El profesor les pregunta si F_1 es el foco de todas las parábolas. Los estudiantes dicen que F_1 no es foco, que ellos han encontrado el foco cuando A esta sobre F_1. Los estudiantes preguntan si la fase 2 la pueden responder teniendo en cuenta las

TIEMPO (Min.) Y estudiante grabado	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	respuestas de la fase 3. El profesor les dice que sí, que escriban lo que ellos quieran y se apoyen en la definición de parábola. Les sugiere que muevan A hasta F_1 y hasta M y determinen cuándo es o no es parábola.
24:32 Rodríguez y Narváez	Rodríguez y Narváez están realizando la fase 2. Trazan una recta perpendicular a d , que sería el supuesto eje focal. El profesor le pregunta si d es la directriz, Rodríguez responde que no. Halla el punto de la recta perpendicular y el lugar geométrico y lo designa como el vértice. Rodríguez afirma que F_1 es el foco de todas las parábolas. El profesor les remite nuevamente a la definición de parábola y le sugiere que coloque el punto P'' en la parábola y construya la directriz.

DVD # 5

Sesión IV

Duración Total: 35:53 min

Fecha de grabación: 13 de mayo de 2009

Situación Problema: 1c

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0 Botina y Enríquez	El profesor les solicita a Botina y su compañera describir el procedimiento de la fase 2. Afirman que el lugar geométrico corresponde a una parábola, determinan que el eje focal que no cambia para todas las parábolas, mientras que el vértice varía. Toman dos puntos aleatorios de la parábola y trazan una supuesta directriz paralela a la recta d . A partir de esos dos puntos como centros construyen dos circunferencias tangentes a la supuesta directriz, hallan el punto de intersección de las dos circunferencias y encuentran el lugar geométrico (repiten la construcción de la situación problema 1a). La intersección del lugar geométrico con el eje focal determina el foco. Con el foco encuentran la directriz. El profesor realiza el test del arrastre para verificar los argumentos de las dos estudiantes. Tanto el foco como la directriz de la familia de parábolas se mueven. El profesor felicita a las estudiantes por el procedimiento y los invita a escribirlo en la hoja de trabajo.
7:17 Suarez y Ortega	Esta pareja de estudiantes, entre ellos Suarez, toma como supuesto foco a F_1 y halla la directriz trazando una circunferencia con centro en el vértice (punto de intersección entre eje focal y el lugar geométrico) y radio hasta F_1 . La directriz es paralela a la recta d .

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	Verifican si F_1 es el foco de la parábola realizando la construcción dado el foco y la directriz, encuentran que los dos lugares geométricos no coinciden y que lo único en común es el vértice. El profesor le sugiere que lleve A hasta M y le pregunta si el lugar geométrico es una parábola. Dudan, uno de los estudiantes dice que no es parábola porque es una recta, pero su compañero dice que la parábola se abre totalmente hasta ser una línea recta cumpliendo la definición. Continúan discutiendo, mirando donde estarían los focos y la directriz. Al mover el punto A , el profesor les indica que deben encontrar el foco y la directriz de cada una de las parábolas que se generan.
11:43	El profesor dice que ha notado que están en la fase 3. Les solicita que argumenten sus respuestas, les sugieren que muevan el punto A y determinen cuando es parábola. Es necesario que encuentren el foco y la directriz de la parábola. Les recomienda que tengan en cuenta la definición de parábola.
13:25 Rodríguez y Narváez	Rodríguez ahora argumenta que F_1 no es el foco. El eje focal es la perpendicular a la recta d . Dicen que la recta d no es la directriz de la parábola. Toman dos puntos de la parábola P' y P'' , repiten el procedimiento de la situación 1a. Determinan una supuesta directriz, hacen dos circunferencias con centro en P' y P'' tangentes a la supuesta directriz. Hallan el punto de intersección de las dos circunferencias, obtienen el lugar geométrico y hallan el punto de intersección con el eje focal. Este punto es el foco. Mueven A y observan que el foco se modifica. El profesor los felicita y les pide que completen la fase 3.
18:40 Ayala y Chaucanes	Ayala y Chaucanes explican su construcción con la función revisar construcción. Colocan dos puntos sobre la parábola (llamémosle P' y P''), hallan una recta perpendicular a la recta d que pase F_1 . Ahora trazan otras dos rectas perpendicular a la recta d que pase por P' y P'' . Luego determinan una supuesta directriz. El profesor le sugiere colorear la directriz y les pregunta qué si el foco vive sobre la recta perpendicular a d que pasa F_1 . El estudiante dice que es un eje de simetría. El profesor les dice que al mover A obtienen una familia de parábolas, para cada A hay una parábola y les pregunta si el eje focal es común a todas las parábolas. El estudiante dice que sí porque podrían hallar el punto simétrico de un punto sobre la parábola con respecto al eje focal y este también estaría sobre la parábola. Luego continúan haciendo el procedimiento para hallar el foco, trazan dos circunferencias con centro en P' y P'' tangentes a la directriz. Hallan el lugar geométrico de la intersección de las dos circunferencias cuando mueven la supuesta directriz. El foco estaría en la intersección del lugar geométrico y el eje focal. Su procedimiento es el usado en la situación 1a. Con el foco obtiene la directriz. Ahora

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	toman las medidas de foco a un punto de la parábola y de este punto a la directriz, obteniendo las mismas medidas. El profesor les sugiere mover los puntos P' y P'' , para mirar si se altera el foco dándose cuenta que la construcción es independiente del punto que tomaron sobre la parábola. Les solicita escribir lo que han dicho en la hoja de respuesta.
24:50 Lema y Rubio	Lema y su compañera dicen que cuando A coincide con F_1 no es parábola. Están considerando que F_1 es el foco de cualquier parábola, entonces trazan una perpendicular a la recta d que pase por F_1 para hallar el vértice. En el caso de que A coincide con F_1 , el vértice y el foco coincidirían y esto no puede pasar en una parábola. Es parábola cuando A no coincide con F_1 o M . El profesor dice que para cada A del segmento existe una parábola y les pregunta si ya obtuvieron el foco y la directriz. Lema dice que el foco es F_1 para todas las parábolas. El profesor les sugiere aplicar la definición de parábola, haciendo la construcción dado el foco y la directriz. Les pregunta si la distancia de un punto de la parábola es equidistante a la directriz y el foco, la estudiante dice que se cumple para todas las parábolas. El profesor mide los segmentos y le muestra dos puntos de la parábola donde no se cumple lo que afirman. En ese caso el punto A no está sobre los extremos. La estudiante exclama que lo extraño es que los puntos sobre el lado izquierdo son equidistantes.
28:42	El profesor les sugiere que compriman la carpeta de la sesión de clase. La carpeta de la sesión contiene la historia de lo que han trabajado. Les solicita que envíen los archivos al campus virtual de la Universidad. En el caso de no tener internet, deben dejar la carpeta en el escritorio de cada computador. Les solicita entregar la fase 4 dentro de 8 días. El profesor les muestra lo que aparece en el campus virtual, les da las indicaciones de los próximos trabajos a enviar. Les indica que las explicaciones algebraicas las pueden enviar al campus virtual digitando en un editor de texto o la pueden entregar en papel. Problemas con el audio en el video. Interrupción con video de conferencia de la gripe AH1N1.

DVD # 6

Sesión V

Duración Total: 34:58 min

Fecha de grabación: 19 de mayo de 2009

Situación Problema: 2a

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0	Se muestran las indicaciones del profesor para el envío de los archivos y la realización de la situación problema. Se espera que desarrollen la fase 1 y 2 de la situación problema 2a. Los estudiantes deben de guardar la sesión en una carpeta en el escritorio del computador. La fase 3 queda pendiente para entregarla dentro de 8 días. Se les recomienda argumentar sus afirmaciones.
8:39	Se observan los estudiantes trabajando en cada uno de sus computadores. Los estudiantes trazan varias rectas perpendiculares al diámetro de la circunferencia.
16:18	El profesor dice que deben hacer un segmento de recta a , luego sobre una recta colocan un punto sobre ella y luego una circunferencia con radio a . Traza el arco equivalente a una semicircunferencia y se oculta la circunferencia. Cuando se arrastra el segmento a , la circunferencia se mueve. Algunos estudiantes han trazado el segmento a pero no lo relacionan con la circunferencia. El profesor aclara que la recta no es paralela al segmento a . Los estudiantes dicen que en el enunciado no es claro, no se especifica que el segmento a sea el radio de la circunferencia.
20:03	Se observan el trabajo de varias parejas de estudiantes. Usualmente uno lee el enunciado y el otro compañero realiza el procedimiento, se presentan discusiones y aclaraciones entre los estudiantes en relación a los pasos a seguir. Una pareja de estudiantes se encuentran realizando varias circunferencias, sobre dos rectas secantes.
26:19 Muñoz y Salazar	El profesor le pregunta a Muñoz y a Salazar sobre la idea que piensan utilizar. Los estudiantes han realizado una circunferencia de diámetro $2a$, de modo que $\overline{OA}$ mide $2a$. Plantean realizar una circunferencia con las mismas propiedades que la trazada sobre el $\overline{OA}$, sobre el $\overline{A'O}$, de modo que se obtenga la otra nube de puntos simétrica con relación al $\overline{OD'}$, que se completen el lado derecho. La nube de puntos es igual a lado izquierdo. Opinan que por la nube de puntos pasa por una elipse. El profesor les pregunta por qué consideran que es una elipse. El estudiante responde que puede hacer la otra circunferencia con las mismas propiedades. El profesor les recuerda la definición de elipse. El estudiante afirma que la distancia de un foco a la elipse va hacer menor que la distancia entre los dos foco. El profesor realiza un dibujo sobre el papel de una elipse y le explica la desigualdad triangular en relación al triángulo que se forma en la elipse. El profesor le pregunta la razón de utilizar la desigualdad triangular. El estudiante dice que le serviría para determinar que O' y el punto medio de $\overline{A'O}$ podrían ser los focos.
30:39	Muñoz y Salazar han utilizado la herramienta cónica y determina que es una elipse. El profesor le dice que no pueden utilizar la

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
Muñoz Salazar y	herramienta cónica y les pregunta que si están seguros de que es una elipse. El estudiante dice que no es una parábola, porque el punto máximo sería D' pero no da un argumento sobre su afirmación. El profesor les indica que puede ser una parábola que abre hacia abajo como en los primero ejercicios. Pero el estudiante dice no parece una parábola señalando sobre la hoja que la curva parece no siguiera abriéndose. El profesor le pregunta si puede obtener los otros puntos de la elipse y el estudiante dice que sí.
32:50	Se observa el trabajo de otros dos estudiantes, realizan la construcción de una elipse trazando una circunferencia con centro sobre la recta m y radio cualquiera, luego hacen otro segmento con extremo en el punto de la circunferencia donde se formó el radio y hallan su mediatriz. Mueven la circunferencia y tratan de cuadrar la elipse a la nube de puntos.

DVD # 7

Sesión V

Duración Total: 45:55 min

Fecha de grabación: 19 de mayo de 2009

Situación Problema: 2a

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0 Erazo Oviedo y	Se muestra la nube de puntos de Erazo y Oviedo. Al mover el segmento a se observa que la nube de puntos se conserva. El profesor dice que algunos al utilizar cónicas determinan que es una elipse. Le pide a los estudiantes que muestren la construcción de la elipse con la función cónicas y obtienen una que no corresponde. Nuevamente accionan la función cónica y está vez obtienen una hipérbola. El profesor les sugiere que revisen la construcción, para determinar el error y les solicita que no utilicen la función cónica, ya que deben hallar los focos y los ejes focales. La construcción dinámica al arrastrar un punto debe de ir pasando por todos los puntos de la nube de puntos. Les recuerda que tengan en cuenta las construcciones realizadas con las parábolas.
4:21 Botina Enríquez y	Botina y su compañera dicen que encontraron la elipse y dicen la definición de la elipse. Botina sugiere realizarla con cónicas, a pesar de la indicación de realizarse la construcción dinámica. El profesor les recuerda la construcción que realizaron la semana pasada. Dado dos puntos dentro de un círculo, uno de ellos es el centro (F_1) y otro (F_2) se trazan dos segmentos desde estos puntos a un punto M sobre la circunferencia. Luego se traza la mediatriz del $\overline{F_2M}$ y hallan el

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	punto de intersección con el radio $\overline{F_1M}$, lo llaman P. Al mover el punto M se genera una elipse. El profesor le explica las razones por las cuales la construcción es una elipse. Botina afirma que dado los focos podrían obtener la elipse. Utilizan la opción de medida y calculadora para verificar que la suma de las medidas de $\overline{F_2P}$ y $\overline{F_1P}$ permanecen constantes. El profesor le sugiere utilizar la construcción en la solución del problema. El profesor les pregunta sobre el radio de la circunferencia para hallar la construcción de la elipse, les da escoger entre $2a$ a a, las estudiantes determinan que es $2a$.
13:33	El profesor les ofrece una ayuda para resolver la situación. Les corrobora que es una elipse y les sugiere utilizar la definición de elipse. En Cabri ubica dos puntos que serán los focos (F_1 y F_2). Realiza una circunferencia donde el radio es mayor que la distancia entre los focos. Para cerciorarse obtiene la distancia entre F_1 y F_2. Coloca un punto M sobre la circunferencia y traza el segmento que va desde M a F_1, luego traza el segmento que va de M a F_2. Le calcula la mediatriz al segmento $\overline{F_2M}$. Un estudiante pregunta que si M y F_2 son puntos sobre objeto, el profesor determina que M es un punto sobre la circunferencia y F_1 y F_2 son dos puntos cualesquiera. Obtiene el punto E, que se genera entre la intersección de la mediatriz y el segmento $\overline{F_1M}$. Mueve el punto M, y con traza muestra la elipse. El profesor explica porque la suma de las distancias de $\overline{F_2E}$ y $\overline{F_1E}$ permanece constante, para ello pinta de verde estos dos segmentos, obtiene la distancias de los segmentos y realiza la suma que da la longitud del radio de la circunferencia. Luego el profesor escribe que $\overline{F_2E} + \overline{F_1E} = \text{cte}$, $\overline{F_1E} + \overline{ME} = \text{cte}$ ya que $\overline{F_1E} = \overline{ME}$ por ser la mediatriz del segmento $\overline{F_2E}$, señalando las longitudes en las construcción en Cabri que se proyecta en el tablero. En la construcción puntual es necesario ubicar los focos y determinar el radio de la circunferencia. Un estudiante le pregunta qué pasa si la distancia entre F_1 y F_2 es mayor que el radio de la circunferencia, el profesor les indica que no existe elipse. Les recuerda la desigualdad triangular, la suma $\overline{F_2E} + \overline{F_1E}$ es mayor que $\overline{F_1F_2}$. El profesor les indica que en la nube de puntos deben encontrar los focos de la elipse.
24:27 Suarez y Ortega	Se observa el trabajo de Suarez y su compañero. El profesor les indica que no deben utilizar la herramienta cónica. Suarez dice que han encontrado la elipse cuadrándola. El profesor le pide que le explique. Suarez dice que ha colocado dos puntos sobre la recta m, esos puntos serían los focos de la elipse, los mueven hasta que la nube de puntos coincida con la elipse. La construcción que utilizaron es la misma que les explicó el profesor dado los dos focos de la elipse. El profesor le dice que es necesario encontrar una

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	construcción exacta y no una que sea blanda o al ojo.
31:15 Muñoz y Salazar	El profesor se acerca a la mesa de trabajo de Muñoz y Salazar. Los estudiantes indican que tiene un supuesto foco (F_1), el profesor les pide que lo arrastren y se observa que la elipse se modifica. La indicación del profesor es que encuentren la única elipse que pasa por todos los puntos de la nube de puntos. El estudiante dice que ya han encontrado F_1 , deciden fijarlo. Hallan F_2 teniendo en cuenta la distancia de F_1 . El profesor les recuerda que por el punto medio entre la distancia entre F_1 y F_2 pasa el eje menor de la elipse. Tratan de mover la elipse, pero no lo logran porque han fijado F_1 . El profesor les dice que encuentren un foco exacto y no al ojo.
35:14 España y Portillo	Se acerca a la mesa de trabajo de España y su compañero. Ellos muestran una elipse que pasa por todos los puntos de la nube de puntos. El profesor les pregunta cómo lograron hallar los supuestos focos. Los estudiantes indican que los focos son F y F' . El profesor les pide que muevan los dos focos, ellos dicen que no se puede mover hasta que se mueve la circunferencia de menor radio. Los estudiantes afirman que han cuadrado a ojo la elipse. El profesor les dice que cuando muevan el segmento a , la nube de puntos también se modifica y la elipse debe pasar por estos puntos. La construcción solicitada debe ser exacta.
39:51 Rodríguez y Narváez	El profesor ahora se acerca a la mesa de trabajo de Rodríguez y Narváez. Rodríguez afirma que si la nube de puntos pasa por una elipse, tiene dos focos. Afirman que O' es un foco. El profesor les pregunta que si están seguros. Rodríguez dice que por el momento no lo han demostrado. El profesor les sugiere que utilicen la estrategia que utilizaron en parábola, los estudiantes responden que no es lo mismo y no la pueden aplicar. Si O' es el foco se traza una circunferencia con centro en O' . Luego se traza un punto sobre la circunferencia llamado M . Los estudiantes no han hallado el otro foco de la elipse y no pueden hallar la mediatriz. Narváez afirma que piensan que O' es el foco porque es invariante al arrastra del segmento a .
43:24	Se observa la construcción de una hipérbola, se realiza el mismo procedimiento de la elipse pero uno de los focos se encuentra por fuera del círculo. Se halla el punto de intersección entre la recta que pasa por el radio del círculo y la mediatriz.

DVD # 8

Sesión VI

Duración Total: 34:14 min

Fecha de grabación: 20 de mayo de 2009

Situación Problema: 2a

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0	El profesor presenta un video sobre la construcción de una elipse. Este video se encuentra en el campus virtual del curso con el nombre de: Video en formato avi sobre Construcción de una Elipse de manera punto por punto. El profesor le sugiere que tengan en cuenta qué es invariante y qué se mueve, qué es $2a$, x y $2a - x$. Les sugiere que bajen en el computador el video y lo realicen en Cabri. El profesor les solicita a los estudiantes que abran el archivo en Cabri que encuentran en el campus virtual con el nombre de: Nube de puntos de la Situación Problema 2a en formato FIG para usar en el AGD. Este archivo lo deben colocar en una carpeta con el nombre de los estudiantes, en el escritorio del computador. Se les solicita guardar la sesión de Cabri.
5:31	Se observan las parejas de trabajo.
9:28 Fernández y Ruíz	El profesor se acerca a la mesa de trabajo de cuatro estudiantes. Ruíz y Fernández muestran los focos de la elipse y su construcción. El profesor pide que arrastren el segmento a para verificar que la construcción permanece a la nube de puntos y efectivamente la construcción permanece a la nube de puntos. Ruíz dice que A y A' son los vértices, y que D' es el un punto máximo. Afirman que la suma distancia de los focos a un punto sobre la elipse es igual a $2a$ y el eje mayor vale $2a$. El profesor les aclara que el eje mayor tiene una longitud de $4a$, ya que en la construcción a es un segmento. Trazan una circunferencia con centro en D' y radio igual a $2a$, la intersección de la circunferencia y la recta m son los focos, porque la suma de las distancia de los focos a D' es igual a $4a$. El profesor les pregunta que si D' es un vértice, Ruíz dice que no y el profesor complementa diciéndole que D' es un extremo del eje menor. Finalmente el profesor les pregunta a los otros compañeros si han entendido el argumento de Ruíz, responden que no y se le solicita a Ruíz volver a explicarles su argumento.
16:25	Se observa el trabajo de una pareja de estudiantes. Han trazado dos circunferencias, hallan el punto de intersección y luego el lugar geométrico de este punto de intersección. Al parecer el resultado de esta construcción no le es útil.
17:31 Portillo	Portillo está realizando la construcción de la elipse dado los focos. Cuando los dos focos están en el mismo lugar se observa una circunferencia. Se discute si una circunferencia es una elipse o si la elipse es una circunferencia. Como la mediatriz es tangente hallan el lugar geométrico del punto de intersección del segmento y su mediatriz. El lugar geométrico es una circunferencia que pasa por los dos vértices de la elipse. El profesor les pregunta sobre la longitud

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	del diámetro de esta circunferencia, responden que es la distancia de los vértices del eje mayor de la elipse. Ahora vuelven al problema y utilizan esta información para hallar los focos. Inician trazando la tangente a la elipse, para ello trazan una recta paralela a m que pase por D' . Trazan la circunferencia con centro en O y radio $\overline{OA}$. Hallan el punto de intersección entre la circunferencia y la recta paralela a m (llamémosla l). Trazan dos rectas perpendiculares a la recta paralela que pasen por el punto de intersección entre la recta l y la circunferencia. El foco es el punto de intersección de esta recta perpendicular y la recta m . Ocultan las construcciones auxiliares para realizar la construcción de la elipse dado los dos focos (la construcción clásica). El profesor les solicita realizar el arrastre del segmento a , de manera que pase por la nube de puntos. Efectivamente continua pasando por la nube de puntos
29:04	El profesor les dice que ya han visto cuatro estrategias de solución al a la situación 2a. Les entrega la situación problema 2b y les recomienda ver el video del campus virtual. Menciona que la situación 2b tiene 3 fases.

DVD # 9

Sesión VI

Duración Total: 31:20 min

Fecha de grabación: 20 de mayo de 2009

Situación Problema: 2b

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0	Se observa el trabajo de una pareja de estudiantes trazando los segmentos desde el punto A hasta 1, 2, 3 (verticales y horizontales) y C y desde el punto A' hasta 1, 2, 3 (verticales y horizontales). Otras parejas de estudiantes continúan realizando la situación 2a. Se escucha las indicaciones del profesor en relación a la situación 2b. Los estudiantes que ya han trazado los segmentos en el archivo de Cabri 2b, encuentran los puntos de intersección de los segmentos. Conjeturan que es una elipse.
7:30 Rodríguez y Narváez	Rodríguez y su compañera ya han trazado los segmentos y los puntos de intersección. Encuentran el punto medio de A hasta A' . Trazan el segmento desde O a B . Ocultan los segmentos y solo dejan la nube de puntos. Se observan las diferentes mesas de trabajo. Se escucha que el profesor dice que la nube de puntos parece pasar por una elipse. Una pareja de estudiantes observa el video de la construcción

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	puntual de la elipse.
11:14 Ruíz y Fernández	Ruíz y Fernández presentan su trabajo al profesor. Utilizan la misma estrategia que en el problema anterior. Trazan la circunferencia de centro en O que pasa por los puntos A y A' . Trazan una recta paralela a $\overline{AA'}$ y hallan los puntos de intersección con la circunferencia. A esta recta paralela a $\overline{AA'}$ y por los puntos de intersección con la circunferencia, trazan dos rectas perpendiculares. Los focos son los puntos de intersección de las rectas perpendiculares con $\overline{AA'}$. Con estos focos obtienen la elipse que pasa por la nube de puntos. El profesor les pregunta si la construcción pasa el test del arrastre, los estudiantes dicen que sí y mueven $\overline{AA'}$. Observan que para ciertos valores de la medida $\overline{AA'}$ no se genera la elipse y dicen que cuando los lados $\overline{AA'}$ y $\overline{A'C}$ del rectángulo son congruentes se forma una circunferencia. El profesor les sugiere a los estudiantes que realicen la situación 2c, les muestra el video y les dice que esa es otra manera de realizar la elipse y resolver el problema.
18:40	Se observan las diferentes mesas de trabajo en la sala de computadores.
20:53 Rubio y Lema	Rubio y Lema dicen que han trazado una circunferencia con centro en O y radio hasta A' . Trazan el punto simétrico de B con respecto O y lo llaman A_1 . Trazan una recta paralela al eje focal que pase por A_1 . El profesor les pregunta por qué deben trazar esta recta paralela. Dicen que la recta debe ser tangente, porque toca en un sólo punto a la elipse. Trazan dos perpendiculares a esta recta tangente y en la intersección de estas rectas con el eje focal se hallan los focos. Omiten decir que las recta perpendiculares se trazan en el punto de intersección de la circunferencia y la recta que pasa por A_1 . Luego realicen la construcción de la elipse dado sus focos.
23:52 Jossa	Jossa señala los focos y les da coordenadas. Lo mismo que al punto B y uno de los puntos de la nube de puntos. Ubica el plano cartesiano de manera que el origen coincidiera con el punto O . Utiliza la expresión algebraica de la elipse (*) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, determina que el valor de b corresponde a la abscisa de las coordenadas del punto B . Despejando la ecuación (*) se podría obtener el valor de a . El profesor le dice que ya lo conoce teniendo en cuenta el semieje mayor. Con el valor de a y b puede obtener c de la ecuación $b^2 = a^2 - c^2$. Con la calculadora obtiene el valor de c , y como los focos se encuentran a una distancia $(c, 0)$ o $(-c, 0)$ utiliza el compás para hacer un círculo y hallar los dos focos. El estudiante dice que sólo tiene el radio de la circunferencia pero que aun no ha realizado la elipse.
26:28	El profesor explica el video de la construcción de la elipse, dice que

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	lo que se hace es trazar circunferencias cuando se tienen los focos. Explica que el segmento $2a$ es la distancia entre los vértices del eje mayor de la elipse, el x es el radio de la circunferencia con centro en F_1 y $2a - x$ es el radio de la circunferencia con centro en F_2 . Estas circunferencias varían su radio. La elipse se forma a partir de los puntos de intersección con las circunferencias. Esta construcción les puede ser útil para resolver el problema. El profesor menciona que existen otras soluciones que ya han realizado algunos estudiantes algunas algebraicamente.
28:07	Dos estudiantes presentan su construcción. Trazan una circunferencia que corta a $\overline{AA'}$, estos puntos de intersección son dos focos. Trazan otra circunferencia con centro en F_1 y radio mayor a $\overline{F_1A'}$. Con esta circunferencia trazan una elipse cualquiera. Mueven la primera circunferencia tratando de cuadrar la elipse, como no lo consiguen mueven la segunda circunferencia logrando ajustar la nube de puntos a la elipse.

DVD # 10

Sesión VII

Duración Total: 30:11

Fecha de grabación: 26 de mayo de 2009

Situación Problema: 2c

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0	El profesor da las indicaciones sobre lo que deben enviar al campus virtual. Les recuerda que deben guardar la sesión en una carpeta cuyo nombre es la fecha y el nombre de cada estudiante. Para efectuar el envío deben comprimir la carpeta. Les pide que bajen el archivo llamado “los tres objetos dados en formato FIG para el Problema de Apolonio” que se encuentra en el campus virtual. Este archivo lo deben guardar en la carpeta que han creado. El profesor le solicita que respondan la pregunta ¿Cuál es el Lugar Geométrico que describen los centros de las circunferencias tangentes internas? en el archivo de Cabri utilizando la función texto. Les solicita que la fase 4 la deben entregar la próxima semana.
8:14	Se observan las parejas de trabajo. Algunos estudiantes leen y comparan los datos de la hoja de trabajo con la figura en el archivo de Cabri.
10:15	Indicaciones del profesor en relación a las últimas sesiones de trabajo

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	y la realización del examen final.
13:11	Se observa el trabajo de una pareja de estudiantes, al mover el punto B han encontrado la circunferencia tangente a la circunferencia C que pasa por P .
13:49 Rodríguez y Narváez	Se observa la mesa de trabajo de Rodríguez y Narváez. Están escribiendo una posible conjetura en su archivo de Cabri. Se continúan observando las diferentes mesas de trabajo, los estudiantes leen su hoja de trabajo.
19:55 Rubio y Lema	Rubio y Lema, dicen que el lugar geométrico es una elipse, determinan que los focos son el punto O y P . Dicen que deben sacar la mediatriz de $\overline{BP}$ para hallar la construcción dinámica que pase por el lugar geométrico.
21:32	El profesor se acerca a la mesa de trabajo, los estudiantes ya han obtenido la respuesta y quieren validarla con el profesor. Mueven la circunferencia tangente y dicen que el lugar geométrico de los centros de estas circunferencias es una elipse. Los focos son los puntos O y P , y la circunferencia C es focal con centro en O , es decir la que determina la elipse. Realizan la construcción de la elipse dado dos focos teniendo en cuenta la circunferencia C . Dice que es una elipse porque al realizar la construcción usual o clásica, ésta pasa por el lugar geométrico de los centros de la circunferencia tangente a la circunferencia C . Muestran que al ampliar el radio de la circunferencia C , la elipse se conserva.
26:46 Oviedo y Erazo	Los estudiantes dicen que es una elipse, arrastran el punto B . Han medido la distancia del centro de la circunferencia tangente a los puntos O y P , la suma de estos dos segmentos da igual a $\overline{OB}$. El profesor les sugiere que no tienen necesidad de medir, solo que tengan en cuenta la mediatriz de $\overline{BP}$.

DVD # 11

Sesión VII

Duración Total: 45:13

Fecha de grabación: 26 de mayo de 2009

Situación Problema: 2c

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0	Se observan las mesas de trabajo y las construcciones.
2:18	Una pareja de estudiantes le dicen al profesor que están utilizando la construcción clásica de la elipse y la que sugieren en la situación 2c.

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	Las estudiantes han sacado la ecuación del lugar geométrico y afirman que es una elipse, el profesor les pregunta ¿por qué es una elipse el lugar geométrico?, también les pregunta sobre los términos de la expresión algebraica y les sugiere revisar en el libro de Lehmann.
4:08	Se observan las mesas de trabajos. Una pareja de estudiantes escribe su respuesta en el archivo de Cabri.
6:10 Oviedo y Erazo	El profesor se encuentra en la mesa de trabajo de Oviedo y Erazo, ellos dicen que ven cosas raras. Esta pareja de estudiantes están realizando la fase 2 de la situación problema 2c. El profesor le sugiere borrar el lugar geométrico y activar la traza del punto P cuando mueve Q , los estudiantes dicen que es una elipse rara porque F_1 coinciden con el vértice. Luego dicen que F_1 no sería foco. El profesor le sugiere que arrastren M , observan que el lugar geométrico cambia. Hallan los vértices del eje focal, observan que los focos no están a la misma distancia de los vértices (miden estas distancias). El profesor le sugiere que halle el punto medio de $\overline{F_2Q}$, mueven M hasta que coincide con el punto medio. Los estudiantes dicen que sólo sería elipse cuando M sea el punto medio de $\overline{F_2Q}$ y cuando M no pasa por el punto medio no es una elipse. El profesor le sugiere que continúen con la fase 3.
11:28	El profesor se acerca a la mesa de trabajo de otros dos estudiantes. El profesor le sugiere que arrastren M . Los estudiantes dicen que la figura es una elipse cuando coincide con el punto medio, pero de lo contrario no. Han medido las distancias de los focos a un punto sobre la curva, obteniendo la suma de estas medidas y han hallado el punto medio de $\overline{F_2Q}$. Se dan cuenta de que cuando M esta en el punto medio la suma es constante, de lo contrario varia. El profesor le sugiere que continúe con la fase 3. Los estudiantes preguntan por el nombre que podrían darle a la curva, el profesor les dice que no tienen un nombre en particular y podrían darle el que quieran.
13:29	Esta pareja de estudiantes se encuentra en la fase 2, dicen que la curva no es una elipse y se remiten a la definición de elipse. Obtienen la suma de las medidas de los segmentos de los focos a un punto sobre la curva. Al mover el punto M se dan cuenta que no se conserva constante la suma de estas medidas contradiciendo la definición de elipse. También observan que la forma es diferente a la de la elipse.
15:08 Botina y Enríquez	El profesor le solicita que le muestren la construcción utilizando revisar construcción a Botina y su compañera. Les solicita que muevan el punto medio para verificar que no sea el punto medio. Las estudiantes dicen que la curva no es una elipse. Utilizan la medida y calculadora para hallar la suma de las distancias de los focos a un punto sobre la curva, se dan cuenta que la suma no permanece

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	constante. Trazan una recta por los focos para hallar los vértices que serían los puntos de intersección de la recta con la curva. Halla el punto medio de $\overline{F_2Q}$ y llevan a M a este punto. Utilizan cónica y verifican que es una elipse. Colocan un punto P sobre el eje focal mayor, trazan dos circunferencias con centro en los vértices, la intersección de las circunferencias pasa por la elipse. El profesor le pregunta que sucede cuando M no pasa por el punto medio. Las estudiantes dicen que los puntos de intersección de las circunferencias ya no pasan por la curva. Dicen que cuando M pasa por el punto medio, la recta perpendicular a $\overline{F_2Q}$ es mediatriz y por tanto las distancia de $\overline{F_2P}$ y de $\overline{PQ}$ serían iguales. El profesor les pregunta que la construcción del video genera una elipse, las estudiantes dicen que no pero el profesor les pide hallar el lugar geométrico de las intersecciones de las circunferencias. Dicen que es elipse cuando coinciden las dos construcciones.
21:38 Ortega y López	Ortega y López están en la fase 1. Determinan que el lugar geométrico de los centros de la circunferencia tangente es una elipse. El profesor les solicita que expliquen por qué es una circunferencia. Dicen que $\overline{OQ}$ y $\overline{QB}$ permanecen constantes porque forman el radio de una circunferencia. Encuentran que el centro de la circunferencia tangente pasa por la mediatriz de $\overline{PB}$, entonces $\overline{QB} = \overline{QP}$. De allí se deduce que $\overline{OQ} + \overline{QP} = \overline{OB} = cte$, cumpliéndose la definición de la elipse. El profesor les sugiere abrir un archivo nuevo para continuar con la fase 2.
24:08 Rubio y Lema	Rubio y Lema se encuentran en la fase 2. El profesor les pregunta ¿qué figura es? Responden que es una figura rara y que sólo es una elipse cuando M esta en el punto medio de $\overline{F_2Q}$. Las otras figuras no cumplen con la definición. El profesor les pregunta si están seguros de que no sea una elipse. Lema responden diciendo que la suma de la distancia de $\overline{F_1P}$ y $\overline{F_2P}$ es igual a $\overline{F_1Q}$ sólo cuando el punto M esta en el punto medio de $\overline{F_2Q}$. Los estudiantes tienen las medidas de los segmentos y la suma de estas distancias. Rubio y Lema discuten las razones que justifican que no todas las curvas sean elipses, antes de escribirlas en la hoja de trabajo.
27:01 Rodríguez y Narváez	Rodríguez y Narváez muestran la fase 1, dicen que el lugar geométrico de los centros de la circunferencia tangente es una elipse. El profesor les solicita que le expliquen por qué es una elipse. Rodríguez dice que O y P son los focos, ya que la mediatriz de $\overline{BP}$ pasa por el centro de la circunferencia tangente. El profesor les dice que se basan en lo visual, Narváez dice que no, que han tenido en cuenta la definición de la elipse. Dice además que la distancia de B al centro de la circunferencia es la misma que de P al centro, por la definición de la mediatriz. Luego la distancia de O al centro de la

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	circunferencia tangente más la distancia de P al centro de la circunferencia tangente es constante. En este caso no midieron, por tener la mediatriz. En la fase 2, Rodríguez dice que solo es un elipse cuando M es el punto medio de $\overline{F_2Q}$. En los otros casos es una curva rara, como una cardiode (Laura les ha dicho). Dicen que utilizaron las medidas para decir que las otras curvas no son elipses, teniendo en cuenta que F_1 y F_2 son focos: Midieron $\overline{PQ}$ y $\overline{PF_2}$. Rodríguez dice que F_1 y F_2 ya no serían los focos. El profesor les pregunta si podrían hallar otros focos, no responden. Utilizan la herramienta cónica, marcan cinco puntos en el lugar geométrico y la curva azul (cónica) no coincide con la roja. El profesor le solicita arrastrar M , encuentran que ambas curvas coinciden cuando M es el punto medio. Cuando M se acerca F_2 la cónica (curva azul) se desaparece.
33:01	Se escucha la discusión de dos estudiantes determinando si la curva es una elipse. Estos estudiantes se encuentran en la fase 2. Colocan un punto sobre el lugar geométrico trazan dos segmentos que vayan a este punto desde F_1 y F_2 . Obtienen sus medidas y las suman. Mueven el punto sobre el lugar geométrico y determinan que no es una elipse porque la suma varía. Uno de ellos dicen que F_1 y F_2 no son los focos, dudando de que no sea una elipse.
35:32	Se escuchan las indicaciones del profesor en relación a las fases de la situación problema 2c.
36:16 Portilla y Nazareno	Portilla y Nazareno están en la fase 2, ellas piensan que el lugar geométrico es una elipse. Para probarlo utilizan la definición de elipse. El profesor les pregunta sobre la expresión algebraica, omiten la respuesta vuelven a mencionar la definición de la elipse. El profesor les pregunta que si siempre se cumple y dicen que en este ejemplo no se cumple, porque la distancia no es igual y además tiene que ser constante la suma. Utilizan la medida del programa Cabri y obtienen la suma con la calculadora de Cabri. El profesor verifica que la sesión se esté guardando. Las estudiantes dicen que al mover M no siempre es una elipse. El profesor vuelve a la expresión algebraica y les pregunta que si es una la ecuación de una elipse. El profesor le sugiere que se fijen cuando es x^2 . Mueven M y dicen que cuando M llega a Q aparece el término x^2 , en ese caso el lugar geométrico es una circunferencia. El profesor le pregunta en qué momento es elipse. Dicen que en ningún punto el lugar geométrico es elipse.
40:35	Se observan las parejas de trabajo en la sala de computadores. Dos estudiantes discuten cuándo la curva es elipse, dicen que cuando M está en el punto medio del segmento $\overline{F_2Q}$. Se preguntan por qué varía la curva. Rubio y Lema terminaron pero no encuentran donde guardaron la sesión.

DVD # 12

Sesión VII y VIII

Duración Total: 30:05 min.

Fecha de grabación: 26 de mayo de 2009 y 27 de mayo de 2009

Situación Problema: 2c y 3a

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0	Las estudiantes afirman que al mover el punto M , cambia el lugar geométrico. El profesor les pregunta si el lugar geométrico es una elipse, la estudiante dice que se asemeja pero que no lo es. El profesor centra la atención en el grado de las expresiones de los lugares geométricos generados. El profesor les pregunta cuándo el lugar geométrico arroja un polinomio cuadrático que tenga el monomio x^2 , al mover M determinan que para que cumpla la condición es necesario que sea una circunferencia. El profesor les pregunta si en esos posibles lugares se pueden obtener una elipse y les recomienda continuar la exploración.
7:40	Se observan las diferentes mesas de trabajo.
10:09	Dos estudiantes afirman que el lugar geométrico es una elipse cuando M es punto medio del segmento QF^2 y por tanto la recta perpendicular es mediatriz. Para cerciorarse hallan el punto medio y mueven M hacia él. Se preguntan por las razones de la variación. En la pantalla tienen dos medidas que comparan, pero no se indica a que magnitudes corresponden.
11:24	Los estudiantes se retiran de la sala finaliza la situación 2c
12:30	Inicia la situación 2c, el profesor presenta un video en youtube sobre una experiencia en Italia con el uso del Cabri y les habla sobre las expectativas de su trabajo de investigación.
16:52	Explicaciones del profesor para realizar la situación 3a. Se traza una semirrecta desde P a un S_1 sobre el eje x y dado un segmento de recta k se traza una circunferencia con centro S_1 y radio congruente a k . El punto de intersección de la circunferencia con el eje x , a la derecha, se denota como Q_1 , se traza una recta perpendicular por Q_1 y se halla el punto de intersección entre esta recta y la semirrecta, este punto se denota como M_1 . Se oculta toda la construcción y sólo se deja M_1 . Realiza el mismo procedimiento con otra semirrecta que pase por P y S_2 para hallar un M_2 .
21:22	Se observan las mesas de trabajo. El profesor sugiere que tengan en cuenta el punto de intersección con la recta perpendicular al eje x (los puntos Q_n). Cuando las etiquetas se apeñuscan, se recomienda arrastrar k . Sugiere reunir los puntos con segmentos de recta y entre puntos tenga, más va a ver lo que sucede.

DVD # 13

Sesión VIII

Duración Total: 32:31 min.

Fecha de grabación: 27 de mayo de 2009

Situación Problema: 3a

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0	Se observa que una pareja de estudiante ha hallado otros puntos, que no corresponden a lo solicitado. Un compañero les explica cómo deben realizar el procedimiento.
1:28 Oviedo y Yamues	Oviedo y Yamues, mueven una circunferencia y observan variaciones en las dos ramas de la hipérbola.
2:11 Ruíz y Fernández	Ruíz y Fernández obtuvieron la curva utilizando cónicas, con el fin de mirar que datos podían obtener. El profesor les pregunta qué tipo de curva es, sus afirmaciones descartan que sea una elipse o una parábola, el profesor les afirma que es una hipérbola equilátera y les sugiere hallar el rectángulo, para el cual deberán hallar los conjugados y los focos. Con estos datos pueden construir la curva.
5:08 Oviedo y Yamues	El profesor le sugiere a Oviedo y Yamues mostrar el proceso, los estudiantes han hecho una circunferencia cualesquiera y la colocan el centro sobre P . Buscan un punto que no encuentran. El profesor les pregunta lo que ellos van a hacer y dicen que quieren hacer una hipérbola con un foco cualesquiera y que luego van cuadrar a la nube de puntos. Los estudiantes relatan la construcción de la hipérbola. El profesor les dice que si los puntos pasan por una hipérbola, harían falta los otros puntos que pasan por la otra rama de la hipérbola. Los estudiantes intentan cuadrar la hipérbola moviendo el foco. El profesor mueve la circunferencia para mostrarle los cambios de la hipérbola. Los estudiantes dicen que quieren cuadrarla para hallar la circunferencia focal y los focos.
15:12	Este estudiante dice que el último punto Q_9 estaría sobre el 1 del eje x . El profesor les pregunta qué tipo de cónica es, los estudiantes dicen que no es una hipérbola porque no es infinita, sólo se extendería a la izquierda hasta el punto de M_9 . Descartan que sea una circunferencia y quieren probar que es una elipse. Realizan la construcción y esperan cuadrarla a los puntos. Entonces el profesor les dice que es una parábola, porque si no es elipse e hipérbola entonces sí es una cónica deberá ser parábola. Los estudiantes dicen que no es una parábola porque tampoco sería infinita. Afirman que es una elipse y que puede ser que la construcción no está bien realizada. El profesor les pregunta, si saben construir una hipérbola y les explica el

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	procedimiento. Los estudiantes dicen que ya conocen el procedimiento y junto al profesor relatan la construcción. En la construcción de la hipérbola pueden obtener la elipse al mover el foco.
27:46 España y Portillo	El profesor habla con España y Portillo. El profesor le solicita mover k para mirar los puntos. Hallaron los puntos simétricos de la nube de puntos a partir de una recta. El profesor les pregunta como sacaron esta recta. Dicen que realizaron una construcción de la hipérbola para determinar esta recta. Los estudiantes y el profesor realizan la construcción de la hipérbola dado un foco y una circunferencia. Al mover el foco obtienen una hipérbola y una elipse. Regresan a la situación anterior. El profesor les pregunta para que son esas circunferencias y deduce que van hallar los focos para luego devolverse y realizar la construcción de la hipérbola. Los estudiantes dicen que la circunferencia de radio mayor es una cualesquier. Luego deducen que el radio de la circunferencia mayor es igual al diámetro de la otra circunferencia. Dicen que los vértices son M_6 y P , hallan el punto medio y por este la recta perpendicular al segmento $\overline{M_6P}$.

DVD # 14

Sesión IX

Duración Total: parte 1 27:51 min

Fecha de grabación: 30 de mayo de 2009

Situación Problema: 3b

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:0	Se observa la construcción de una pareja de estudiantes de una hipérbola. El profesor le sugiere rellenar el triángulo isósceles que han hallado y les pregunta si siempre va a ser un triángulo isósceles, los estudiantes dicen que siempre es isósceles por la mediatriz, lo mueven y corroboran su afirmación. Luego dicen que si a la medida $\overline{PF_2}$ se le resta la medida de $\overline{PF_1}$ obtienen la medida del diámetro de la circunferencia tangente a los vértices de la hipérbola, justificando con ello que la circunferencia permanece con radio constante. Volviendo al problema ahora los estudiantes retoman los datos de la anterior construcción para resolver 3b. Sin embargo la construcción realizada no les concuerda con los datos. Así que le explican al profesor una nueva idea. Dicen que la mediatriz siempre es tangente a la hipérbola, el profesor les pregunta por qué saben que es tangente, ellos afirman que lo ven. El profesor les sugiere que cambien el color de la recta tangente y le muestra que siempre lo es, aún cuando $\overline{F_2}$

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	está dentro de la circunferencia. El estudiante afirma que si lograra obtener la recta tangente que no pasara por el vértice podría obtener el foco F_2 y la circunferencia tangente a los vértices. El profesor les sugiere que apliquen estas ideas y que posteriormente le muestren los resultados.
4:59 Suarez	Suarez comenta su construcción, quiere encontrar una construcción blanda para hallar una robusta. La construcción blanda es una recta que pase por el punto R y O . Esa recta es un eje focal, porque pasa por los dos supuestos focos. Determinan a F_1 sobre esta recta y luego hallan F_2 con simetría central. Luego hacen una hipérbola con una circunferencia con radio cualquiera. Luego trazan una recta que pase por F_1 y el punto P (un punto sobre la circunferencia). Obtienen la mediatriz entre F_2 y P , hallan el lugar geométrico entre la recta que pasa por F_1 y P y la mediatriz entre P y F_2 . Tratan de cuadrar este lugar geométrico con la nube de puntos. Luego conjeturan que es una hipérbola, desconociéndose algunos datos de la cónica. La monitora, Laura, le sugiere que tengan en cuenta la relación entre el primer foco y el diámetro de la circunferencia focal.
9:32 Muñoz	Los estudiantes relatan que están buscando los focos teniendo en cuenta la construcción anterior (ayer) y la relación de que $AH \times AP$ nos va a dar una constante. El profesor le sugiere que miren la página 201 del libro. El estudiante dice que tomó esa información para hallar el eje focal. Muñoz dice que cuando se abre y cierra la rama de la hipérbola, va a cambiar proporcionalmente, pregunta si se podría decir la excentricidad. El profesor dice que no es la excentricidad pero le pregunta sobre lo que está diciendo de la excentricidad. Muñoz dice que la excentricidad es c/a , pero el profesor dice que c es la distancia del centro al foco y como no tienen los focos no pueden hallar c . Los estudiantes dicen que están hallando los focos.
11:33	Los estudiantes afirman que la hipérbola es equilátera, entonces dicen que el eje conjugado es igual al eje transverso. El profesor le pregunta por el eje focal, en este caso el eje focal es la bisectriz del rectángulo. Hallan las medidas de los ángulos que bisecan el eje focal, obteniendo una medida de 45° . Deduce que a es igual b , por lo que $c^2 = a^2 + b^2$, por la relación pitagórica. Hacen una circunferencia con compás con radio igual a c y centro en O . Luego hallan los focos en la intersección de esta circunferencia y el eje focal. El profesor le sugiere que con los focos encuentren el lugar geométrico, de manera que quede sobre los puntos hallados en la situación 3b.
15:23	Esta pareja de estudiantes deducen que la hipérbola es equilátera porque al multiplicar x por y da una constante, por definición esta es un caso particular de una hipérbola equilátera. Dicen que han hecho una construcción auxiliar para mirar si coinciden, la explican con la

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
	opción revisar construcción. Trazan una recta paralela a y que pase por el punto 1 y una recta paralela a x que por 1. Desde el origen al punto de intersección de estas rectas, trazan una recta cuyo ángulo con el eje x mide 45°. Hallan el punto de intersección con la nube de puntos de la situación y con respecto a O encuentran su simétrico (hallan los vértices de las hipérbolas). Luego trazan una circunferencia con radio cualesquiera y centro en un vértice. El profesor le pregunta como hallan los focos y los estudiantes dicen que utilizan la fórmula. Hallan el rectángulo, de manera que a es igual b. Dicen que $c^2 = a^2 + b^2$ y trazan una circunferencia con centro en O y radio c. Los puntos de intersección con el eje focal y esta circunferencia son los focos. Luego obtiene la hipérbola con estos datos.
20:26	Se observan las mesas de trabajo.
21:43	Esta pareja de estudiantes dicen que han trazado una circunferencia con centro en un supuesto foco y radio hasta el vértice de la otra rama de la hipérbola. Luego colocan un punto sobre objeto sobre la circunferencia llamado M, luego trazan los segmentos de este punto a los focos y hallan la mediatriz de M y uno de los focos (llamémosle F_1). Hallan el punto de intersección del segmento $\overline{MF_2}$ y la mediatriz, y al mover el punto M intentan que pase por la nube de puntos.
24:33	Explicación de profesor a dos parejas de estudiantes en relación a la construcción de la hipérbola, les sugiere que tengan en cuenta la construcción de la situación anterior.
25:02 Iguad	Iguad relata que halló la bisectriz del ángulo de 90° formado por los ejes coordenados y ese el eje focal. El profesor le sugiere que lea la página 201 del libro sobre hipérbola equiláteras. El profesor le pregunta por los vértices, dice que son los puntos de intersección del lugar geométrico y la bisectriz. Han hallado unos focos que no se pueden arrastrar. Han trazado una circunferencia con igual radio a la circunferencia ABC con centro en uno de los focos (Interferencia de ruido externo, poco se escucha)

DVD # 14**Sesión IX****Duración Total:** 26:13 min**Fecha de grabación:** 30 de mayo de 2009**Situación Problema:** 3b

TIEMPO (Min.)	ACTIVIDADES , INTERVENCIONES Y COMENTARIOS
0:00 Enríquez y Botina	El profesor les sugiere a Enríquez y a su compañera que empleen las construcciones de cónicas y traten de superponerla a la nube de puntos para que encuentren los focos. Han hallado el eje focal y sobre este colocan un supuesto foco y con simetría central obtienen el otro foco. Luego arrastran el foco hasta que coincida con la nube de puntos y se devuelven.
2:11	La observadora, les pregunta a una pareja de estudiantes sobre cómo habían realizado la construcción. Ellas relatan que lo primero que han realizado es obtener las coordenadas del foco, los vértices y el centro. Realizan una circunferencia con centro en F' y radio $2a$, donde a es 3,14. Laura les pregunta cómo obtuvieron esos puntos señalando el foco y el vértice. Dicen que suponiendo que R es el vértice de la hipérbola, con centro en R y radio 3,14, trazaron una recta que pasa por R y por el origen. Dado que a es igual b se obtienen los vértices y los focos. Luego unen el segmento del otro foco (F) con G y trazan una recta entre F' hasta G . Trazan la mediatriz del segmento $\overline{FG}$ y el punto de intersección de las dos rectas genera el lugar geométrico. Laura les pregunta si coinciden los dos lugares geométricos, las estudiantes dicen que sólo cuando el punto P de la circunferencia ABH coincide con su centro.
4:34 Fernández	Fernández dice que utilizando la herramienta cónica se ha dado cuenta que los puntos pasan por una hipérbola equilátera. Entonces debe encontrar los vértices, para ello utiliza una recta bisectriz de los ejes. Luego halla el punto de intersección de la bisectriz y el lugar geométrico, un supuesto vértice. Como el origen de coordenadas es el centro de la hipérbola. Se traza una circunferencia de radio con centro en O hasta el vértice. Luego se traza una perpendicular a la bisectriz que pase por O . Luego el punto de intersección de la recta perpendicular y la circunferencia es el punto T . Luego por el teorema de Pitágoras se puede hallar el segmento de T hasta el vértice. De allí utilizando la definición y con la longitud de este segmento, puede trazar una circunferencia en centro en O . Los puntos de intersección de la circunferencia con el eje focal nos determinan los focos. Posteriormente realizan la construcción de una hipérbola.

6:44 Lema y Rubio	Lema y Rubio explican cómo llegaron a descubrir los focos, vértices y el centro. Dicen que lo primero que descubrieron es que es una hipérbola equilátera, entonces el eje focal tiene una inclinación con relación al eje x de 45° . Con estos datos obtienen el eje focal y hallan los vértices con la intersección con el lugar geométrico. Luego encuentran los otros puntos. Han trazado un rectángulo con lados paralelos al eje x y y , el profesor les aclara que el rectángulo debe tener los vértices sobre los ejes para hallar las asíntotas y les pregunta cuáles son las asíntotas y responden que son los ejes. Rubio señala sobre el dibujo cuál va a ser el radio de la nueva circunferencia de manera que se puedan hallar los focos, con estos datos realizan la construcción de la hipérbola.
8:20	La estudiante muestra los vértices y el centro. Trazan un circunferencia que va desde el origen hasta V_2 . Luego traza la perpendicular al eje focal, une los puntos de intersección entre las dos rectas y la circunferencia. La distancia de ese segmento entre los puntos de intersección le permite trazar una circunferencia con centro en el origen que determina un foco sobre el eje focal. Con simetría central con relación al origen de coordenadas haya el otro foco. Con esos dos focos se encuentran la hipérbola. El profesor le sugiere mostrar la construcción donde se utiliza la mediatriz, pero la estudiante dice que han utilizado la segunda construcción que le enseñaron ayer, dado el foco y un punto A.
13:34	Explicaciones del profesor sobre la culminación del trabajo. Indicaciones para que los estudiantes escriban lo que han realizado.
14:17 Rodríguez y Narváez	Rodríguez y Narváez dicen que cuando el punto P esta sobre el centro del círculo el rectángulo se convierte en un cuadrado. El rectángulo es el que está formado por un vértice de la hipérbola y el origen de coordenadas y sus lados son paralelos a los ejes. El profesor le pregunta que sucede cuando P esta sobre la circunferencia, dicen que los puntos P , G y H coinciden. El profesor les indica que miren la hipérbola, ellos detectan que la hipérbola se hace más cercana a los ejes de coordenadas. El profesor les pide que realicen la construcción de la hipérbola, sus vértices, focos y el centro. Indican que no saben qué valores operar si con la circunferencia o la hipérbola y que los valores no coinciden. Dicen que han realizado la construcción tres veces y como es equilátera podrían hallar el valor de A .
16:24	Este estudiante ha realizado con la función cónica la curva y luego obtiene la ecuación. El profesor le pregunta cómo ha hallado los focos, dice que encontrando la ecuación con la función ecuación y coordenadas, luego despeja a , b y con ella obtiene c . El profesor le sugiere que tenga en cuenta que la ecuación está en relación a los primeros ejes y no a los ejes rotados. Dicen que los ejes han rotado 45° , tratan de mostrar el procedimiento, por tanto la ecuación es teniendo en cuenta la rotación del eje. Halla los focos realizando

	algunas operaciones con la ecuación, escribiéndola de la forma canónica. Muestra su procedimiento realizado en lápiz y papel. El profesor le pregunta cómo ha ubicado el foco, responde que la distancia la ha hallado con la ecuación, la ha escrito y con la función número y utilizando compás, encuentra el foco como punto de intersección.
22:34 Lema y Rubio	Lema y Rubio muestran un cuadrado para hallar los focos. Primero realizaron un cuadrado pequeño y luego el cuadrado grande. El profesor les pregunta cómo hallaron los focos, dicen que han trazado una circunferencia circunscrita al cuadrado de mayor área cuya intersección con el eje focal determina el foco. El profesor les solicita mover una circunferencia para mirar que se mueve.
23:31	Se observan las mesas de trabajo. Algunos de ellos realizan una consulta en el campus virtual.