

Resumen

El propósito de este trabajo fue estudiar el comportamiento mecánico elástico del tallo del bambú y su modelación en elementos finitos lineales. Con el objeto de calcular el módulo de elasticidad longitudinal y circunferencial así como el módulo de rigidez a cortante se realizaron modelos de elementos finitos y se definieron protocolos para los ensayos de flexión, compresión diametral y torsión. Las probetas fueron extraídas de tallos de bambú Mosó, bambú Metake y Guadua. Adicionalmente se usaron modelos micromecánicos para calcular valores del módulo de elasticidad longitudinal y el módulo de elasticidad circunferencial, a partir de las constantes elásticas de la fibra y matriz. El valor promedio encontrado con los modelos micromecánicos para el módulo de elasticidad longitudinal (10.8 GPa) estuvo dentro del rango de valores reportados en la literatura, y para el módulo de elasticidad circunferencial los valores predichos por el modelo (en torno a 2.8 GPa) son aproximadamente el doble de los valores encontrados experimentalmente. En las modelaciones en elementos finitos fueron usados elementos ladrillo de ocho nodos, transversalmente isótropos. La modelación del ensayo de compresión diametral mostró que las imperfecciones en la circunferencia del bambú no ocasionan errores mayores al 7% en los resultados. La modelación de los ensayos de flexión y torsión fue hecha con tres mallas que representaron con distinto grado de exactitud la geometría real de las probetas. El ajuste del módulo de elasticidad longitudinal en el modelo de flexión permitió llegar a una coincidencia entre datos experimentales y numéricos del 88%. El modelo de torsión mostró que las variaciones del momento polar de inercia a lo largo de las probetas, no induce un error mayor al 3% en el cálculo de su módulo de rigidez a partir de datos experimentales. La presencia de los diafragmas nodales en el modelo no aportó una rigidez significativa a torsión o flexión. Las modelaciones hechas con mallas simplificadas de forma cilíndrica reprodujeron acertadamente la respuesta global de los ensayos. Los datos experimentales de un ensayo de flexo – torsión fueron comparados contra resultados del modelo y se encontró una correspondencia de deflexiones de 68%, mientras que para los giros no se presentaron discrepancias mayores al 7%. La investigación dejó de relieve la fuerte anisotropía que exhibe el bambú, las posibilidades que ofrecen los modelos micromecánicos para el estudio

de esta anisotropía y la viabilidad de hacer modelaciones con elementos finitos para entender mejor su comportamiento mecánico.

Palabras clave: Bambú, anisotropía, isotropía transversal, constantes elásticas, modelos micromecánicos, modelación en elementos finitos.

Introducción

El bambú es un material natural compuesto que ha sido utilizado en la construcción con mucho éxito en el mundo entero. En la región suramericana, se viene empleando principalmente en la realización de proyectos de vivienda en Bolivia, Brasil, Colombia, Ecuador y Perú [1]. En Colombia la investigación formal alrededor de este material se ha estimulado después de la construcción de varias obras de considerable envergadura de *Guadua angustifolia* como lo son el pabellón Zeri para Expo-Hannover 2000 y varios puentes con luces de hasta 40 m.

Estudios de diversas partes del mundo han reconocido en el bambú un material anisótropo, heterogéneo [2, 3, 4, 5] que ofrece ventajas económicas en su producción [1,6]. Varios investigadores han catalogado al bambú como un material inteligente [4], cuya estructura interna es gradada funcionalmente para responder de manera óptima a las cargas a que se ve sometido en su entorno natural. En un trabajo reciente [7] se estudia por medio de un modelo en elementos finitos la influencia de la anisotropía y la heterogeneidad del bambú en su respuesta mecánica a la tracción, flexión y torsión. Los autores encuentran que la gradación de las propiedades elásticas a lo largo del espesor de su pared juega un papel importante en la distribución de esfuerzos y en la respuesta global del material para algunas de las condiciones de carga simuladas. Así mismo, concluyen que el modelo anisótropo sometido a tracción presenta una elongación 13% menor que la que presentan los modelos isotrópicos. Esto muestra la relevancia que cobran tanto la anisotropía como la heterogeneidad del bambú en el análisis de su comportamiento mecánico.

En este trabajo se establecen ensayos para encontrar constantes elásticas del bambú que consideran su anisotropía y que han sido poco estudiadas. Los ensayos fueron modelados en elementos finitos para estimar el grado de precisión con el que fueron calculadas las constantes elásticas, obteniéndose una buena relación entre valores experimentales y numéricos. Esta comparación de valores permitió determinar la eficacia de un modelo en elementos finitos para predecir el comportamiento mecánico del tallo de bambú. Se indagó también el potencial que ofrecen los modelos micromecánicos para caracterizar la anisotropía del bambú a partir del conocimiento de las propiedades de sus materiales constituyentes y las variaciones en sus fracciones volumétricas.

Así, el propósito principal de esta investigación fue estudiar el comportamiento mecánico elástico del tallo del bambú y su modelación en elementos finitos lineales. Se presentan los ensayos mecánicos realizados para la obtención de las constantes elásticas así como la confrontación de los resultados de dichos ensayos con modelos de elementos finitos que consideraron la anisotropía del material y sus rasgos geométricos más relevantes. Modelos micromecánicos para materiales compuestos bifásicos fueron también usados para verificar si las constantes elásticas efectivas del bambú pueden ser deducidas a partir de las constantes conocidas de sus materiales constituyentes (fibra y matriz). Una calibración global del modelo en elementos finitos fue hecha mediante la aplicación de una carga combinada de flexo-torsión en una probeta de sección entera con longitud de 1 metro.

Capítulo 1

Descripción del Proyecto

1.1 Definición del Problema

El bambú es un material compuesto con fibras de celulosa embebidas en una matriz de lignina. Es además un material que presenta una gradación continua de sus propiedades físicas y mecánicas a lo largo de su tallo así como dentro de una misma sección transversal [4], es decir, un material funcionalmente gradado (MFG) en sus tres direcciones. Sus rasgos geométricos se asemejan a los de un cilindro con diafragmas transversales separados por distancias variables a lo largo del tallo y variación continua de su diámetro externo, interno y espesor de pared. Siendo el bambú un material compuesto, con propiedades gradadas y geometría irregular, el estudio de su comportamiento mecánico queda en muchos casos por fuera del alcance de las fórmulas tradicionales de la resistencia de materiales y puede requerir de herramientas computacionales – numéricas que tengan la capacidad de incorporar en sus análisis la complejidad de sus características.

1.1.1. Antecedentes del Problema

El estudio del comportamiento mecánico de varios tipos de bambúes tiene varios antecedentes correspondientes a trabajos realizados en muchas partes del mundo. Se listan a continuación en orden cronológico los que se consideran de mayor relevancia para el desarrollo de este trabajo:

- Jansen J. A. (1981) desarrolla en su tesis doctoral un modelo matemático de la célula del bambú para estudiar su comportamiento mecánico bajo carga axial. Este trabajo

considera la anisotropía del bambú y se basa en las propiedades de la celulosa y la lignina reportadas por otros investigadores para calcular propiedades efectivas del bambú [6].

- Amada et al. (1997) estudian la variación del módulo de elasticidad y de la resistencia a tracción del bambú a lo largo del espesor de la pared del tallo. Encuentran una variación exponencial de estas características que asciende de la parte interna de la pared hacia la parte externa. Los autores determinan la variación de la fracción volumétrica de las fibras del bambú tanto dentro de una sección transversal como a lo largo del tallo usando procesamiento digital de imágenes [4].
- Amada, S. y Untao, S. (2001) estudian la tenacidad a la fractura del tallo y de los nodos de bambú. Encontraron que los valores de la tenacidad dependen de la concentración de las fibras y el valor promedio encontrado de $56.8 \text{ Mpa m}^{1/2}$ es mayor que el de una aleación de aluminio [3].
- Ghavami K. y Marinho A. B. (2002) estudian la variación del módulo de elasticidad longitudinal, resistencia a tracción en dirección de las fibras y relación de Poisson en el sentido longitudinal – transversal a distintas alturas del tallo del bambú *Guadua angustifolia* y observaron la influencia que tenía sobre estos valores la presencia o no de los nodos. Deducen ecuaciones experimentales para determinar la variación de la fracción volumétrica de las fibras en la sección transversal de la base, parte media y parte alta del tallo [2].
- Méndez, L. y Vallecilla C. (2003) realizan un estudio sistemático experimental para evaluar el comportamiento de conexiones típicamente usadas en el sistema constructivo Timagua. Encuentran el módulo de elasticidad de la *Guadua angustifolia* usando un ensayo de propagación de onda. Algunos de los resultados experimentales que encuentran no pueden ser satisfactoriamente explicados y sugieren la elaboración de un modelo en elementos finitos para estudiar las conexiones con más detalle [8].
- Paulino, Walters y Nelli (2004) estudian el comportamiento mecánico del bambú por medio de un modelo en elementos finitos. Realizan simulaciones de ensayos a tracción, torsión y flexión y comparan los resultados entre un modelo isótropo con propiedades gradadas, uno anisótropo con propiedades homogéneas y uno isótropo con propiedades

homogéneas. Sus resultados muestran la relevancia tanto de la heterogeneidad como de la anisotropía del bambú en el comportamiento mecánico del bambú [7].

1.1.2. Formulación del Problema

¿Cómo realizar una caracterización de la anisotropía del bambú bajo un esquema de isotropía transversal y calibrar los ensayos mediante un modelo de elementos finitos?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Realizar una caracterización de las constantes elásticas anisótropas del bambú a través de ensayos validados en elementos finitos para el estudio de su comportamiento mecánico.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Determinar valores apropiados de las constantes elásticas de la Guadua que permitan caracterizarla plenamente como un material transversalmente isótropo. La obtención de estas constantes elásticas puede ser realizada sea a través de valores encontrados en la literatura o por medio de ensayos mecánicos.
- Comparar los valores obtenidos de los ensayos mecánicos, con los valores predichos por algunos modelos micromecánicos para compuestos bifásicos de fibras y matriz.
- Hacer modelaciones de elementos finitos usando mallas basadas en la geometría típica de los tallos de bambú que recreen rasgos como la variación de diámetros, cambios de espesores, distancias internodales, diafragmas y radios de curvatura.
- Obtener conclusiones acerca del comportamiento mecánico del bambú con base en los resultados que arroje el modelo calibrado de la simulación de distintos tipos de ensayos.

1.3 Motivación y Justificación

El aprovechamiento en la construcción de materiales naturales como el bambú es una tarea que involucra muchos desafíos que no se presentan cuando se trabaja con materiales convencionales como el concreto o el acero. Así también, el uso de ese tipo de materiales trae consigo muchas ventajas de tipo económico, social, ambiental y hasta estructural por las cuales vale la pena superar dichos desafíos. En el caso del bambú, su utilización presenta ventajas de bajo costo por ser un material ampliamente disponible, ventajas ecológicas al ser una planta de rápido crecimiento cuyo mayor aprovechamiento puede significar una menor depredación de los bosques tropicales que demoran años en desarrollarse y tiene también ventajas estructurales que siguen siendo estudiadas por diversos investigadores alrededor del mundo. No obstante, por tratarse de un material natural, surgen algunas dificultades cuando se le usa en la construcción como la falta de uniformidad en las dimensiones externas de los elementos, ataque de elementos biológicos, alta vulnerabilidad a procesos de mojado y secado, baja durabilidad y baja resistencia al fuego, aunque hoy en día muchas de estas desventajas pueden ser superadas usando los tratamientos adecuados.

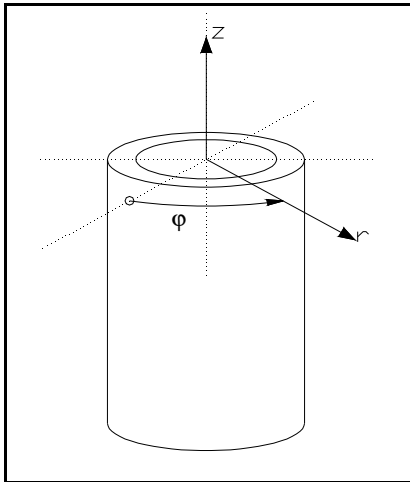
Además de las implicaciones prácticas que surgen en la construcción, el análisis del comportamiento mecánico del bambú también conlleva algunas complejidades debido a que se trata de un material anisótropo, con alto grado de heterogeneidad, alta variabilidad en sus propiedades físico - mecánicas y una geometría hasta cierto punto irregular. Esto hace necesario el desarrollo de técnicas que posibiliten tanto una caracterización confiable del material así como un análisis de su comportamiento mecánico que pueda involucrar todas las características que influyen en su respuesta. Para este fin, es de mucha utilidad un modelo de elementos finitos (MEF) capaz de incorporar en sus cálculos propiedades anisótropas y detalles geométricos que no sería posible incorporar en un análisis mecánico convencional. Un modelo con elementos finitos, además de capturar la respuesta global del bambú, brinda la posibilidad de detallar el comportamiento local de los esfuerzos y deformaciones en cercanías a puntos críticos como conexiones, pasadores, huecos, etc. [7].

La decisión de adelantar esta investigación con tres diversas especies de bambú (*Guadua angustifolia*, *Bambusa Metake* y *Phyllostachys pubescens*) obedece a la necesidad de explorar las diferentes propiedades que ofrecen distintas especies. Se espera también estimular la diversificación de los bambúes en Colombia, donde hasta ahora las plantaciones son casi un monocultivo de la *Guadua* y por tanto la mayoría de las investigaciones giran en torno a esa especie. Dada la variedad geográfica del país, una diversificación de los bambúes en Colombia no solamente es posible sino que es conveniente ya que permitiría aprovechar una variedad aun mayor de las bondades que ofrece esta planta.

1.4 Marco de Referencia

1.4.1 Marco Teórico

Figura 1.1 Direcciones principales en el tallo de *Guadua*.



En una primera simplificación, el bambú puede ser considerado como homogéneo e isótropo. Aunque esto está lejos de ser cierto, esta ha sido una hipótesis que ha resultado ser exitosa en muchas aplicaciones de ingeniería en las que la única constante elástica requerida para calcular las dimensiones adecuadas de una estructura en bambú es un módulo de elasticidad longitudinal. No obstante, para aplicaciones más complejas, puede cobrar relevancia el hecho de que el bambú es realmente un compuesto anisótropo y heterogéneo con fibras de celulosa alineadas en una

matriz de lignina. Dada la alineación de las fibras con la dirección longitudinal del tallo, el bambú puede entonces considerarse como un material ortotrópico, con sus tres planos mutuamente ortogonales definidos como se muestran en la figura 1.1 (i.e. planos zr , $z\phi$, y $r\phi$). La adopción de un sistema de coordenadas cilíndrico obedece a la conveniencia de adaptarse a la geometría típica del bambú.

Figura 1.2 Distribución de las fibras en la pared del tallo de *Guadua*.



Si la distribución de las fibras a través del plano $r\phi$ se considera como aleatoria, entonces se podría decir que el bambú es un material *transversalmente isótropo*, es decir, sus propiedades mecánicas en cualquier dirección contenida en el plano $r\phi$ serían esencialmente las mismas. Sin embargo, una mirada más detallada de su sección transversal (figura 1.2) revela que el arreglo de las fibras no es estrictamente aleatorio, y que en general la densidad de fibras incrementa desde el borde interior de la pared del tallo hacia el borde externo. Algunos estudios han

sugerido que esta distribución de fibras obedece a los esfuerzos que el tallo debe tomar cuando se encuentra en su hábitat natural [2,4]. No obstante, como una segunda simplificación de su compleja estructura, el bambú puede ser considerado como un material transversalmente isótropo y las constantes elásticas derivadas de esta suposición pueden ser usadas para construir un modelo más elaborado de su comportamiento mecánico en el rango elástico.

Comportamiento Transversalmente Isótropo

Las condiciones de simetría que implica la isotropía transversal, conducen a una Ley de Hooke que involucra 9 constantes elásticas de las cuales sólo cinco son independientes [9]. Para los propósitos de este trabajo, las 5 constantes elásticas independientes serán: E_z , E_ϕ , ν_{zr} , $\nu_{r\phi}$ y $G_{z\phi}$. Bajo la hipótesis de isotropía transversal, los índices r y ϕ son intercambiables y las cuatro constantes elásticas restantes involucradas en la Ley de Hooke pueden ser definidas como sigue:

$$E_r = E_\phi, \quad G_{zr} = G_{z\phi}, \quad \nu_{z\phi} = \nu_{zr} \quad \text{y} \quad G_{r\phi} = \frac{E_r}{2(1 + \nu_{r\phi})}.$$

Por tanto, la matriz de flexibilidad $[S]$ de un material transversalmente isótropo puede ser escrita en términos de sus 5 constantes elásticas independientes de la siguiente manera [9]:

$$\{\epsilon\} = [S]\{\sigma\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \epsilon_z \\ \epsilon_r \\ \epsilon_\varphi \\ \gamma_{r\varphi} \\ \gamma_{\varphi z} \\ \gamma_{zr} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_z & -\nu_{zr}/E_z & -\nu_{zr}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ & 1/E_\varphi & -\nu_{r\varphi}/E_\varphi & 0 & 0 & 0 \\ & & 1/E_\varphi & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{2(1+\nu_{r\varphi})}{E_\varphi} & 0 & 0 \\ & \text{Simétrica} & & & 1/G_{z\varphi} & 0 \\ & & & & & 1/G_{z\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_r \\ \sigma_\varphi \\ \tau_{r\varphi} \\ \tau_{\varphi z} \\ \tau_{zr} \end{Bmatrix}$$

La obtención de un módulo de elasticidad longitudinal (E_z) para el bambú ha sido realizada por múltiples autores mediante diversos tipos de ensayos [2,3,8] y la relación de Poisson en el sentido longitudinal – transversal (ν_{zr}) también ha sido estudiada a diferentes alturas del tallo [2]. Sin embargo, la información existente sobre las constantes E_φ , $\nu_{r\varphi}$ y $G_{z\varphi}$ para el bambú es aun escasa o inexistente. En este trabajo se presentarán los ensayos hechos para la determinación de E_z , E_φ y $G_{z\varphi}$, mientras que el valor de $\nu_{r\varphi}$ será asumido igual al valor de ν_{zr} encontrado en la literatura técnica como hipótesis simplificadora.

1.4.2 Marco Conceptual

Con el fin de brindar mayor claridad, en esta sección se harán explícitas las definiciones de algunos de los conceptos que serán usados:

Análisis con elementos finitos: (Definición tomada de la literatura auxiliar del programa Algor [23].) “El análisis por elementos finitos es un método computacional usado para predecir cómo un objeto del mundo real se comportará bajo el efecto de cargas, cambios en temperatura, vibración, etc., en términos de si se va a quebrar, desgastar o si trabajará del modo en que fue diseñado. En otras palabras, permite saber lo que acontecerá con el objeto cuando éste sea utilizado”.

“El método de los elementos finitos trabaja descomponiendo un objeto real en un gran número de elementos, como cubos pequeños por ejemplo. El comportamiento de cada uno de estos pequeños elementos, que posee una forma regular, es fácilmente calculado por una serie de ecuaciones matemáticas que involucran las constantes elásticas del material del que está compuesto el objeto. El método finalmente suma todos los comportamientos individuales de estos pequeños elementos para predecir la respuesta global del objeto. Este método es usado en la actualidad con mucho éxito para estudiar problemas de esfuerzo mecánico, vibración mecánica, transferencia de calor, problemas de fluidos y diversos fenómenos eléctricos y magnéticos”.

Modelos Micromecánicos: (Definición tomada de la referencia [9].) “Son denominados así los modelos que se basan en las propiedades mecánicas, fracciones volumétricas y arreglos geométricos de los materiales constituyentes de un compuesto para estimar las propiedades resultantes del compuesto. En el sentido estricto de la palabra, el concepto micromecánico puede sugerir el estudio del comportamiento mecánico a un nivel molecular o de estructuras cristalinas, pero dado que el término *macromecánico* es comúnmente reservado para referirse al comportamiento de laminados, se ha sugerido entonces que el estudio de los compuestos al nivel de materiales constituyentes sea denominado como *minimecánico*. No obstante la validez del anterior argumento, el término *micromecánico* sigue siendo ampliamente utilizado en la literatura técnica y será el término adoptado en el presente contexto”.

“Idealmente, los modelos micromecánicos deberían permitir predecir las propiedades efectivas de un compuesto a partir del conocimiento de las propiedades y distribución de sus materiales constituyentes. Sin embargo, la experiencia ha demostrado que no es posible sustituir completamente la caracterización experimental de los compuestos y que los modelos pueden presentar serias limitantes para algunos casos. Sin embargo, cuando un modelo ha sido lo suficientemente validado, éste puede hacerse parte de una poderosa metodología de diseño que permite optimizar no sólo el material compuesto, sino también la estructura de la cual hace parte”.

Aspectos de la fisonomía del bambú: Las palabras usadas para referirse a distintas partes del tallo de bambú en ocasiones cambian de país en país o hasta de región en región. Se definirán a continuación los términos que serán usados en este documento para referirse a las distintas partes del tallo de bambú. Esta nomenclatura no es exhaustiva y se limita a aquellas partes del tallo de bambú que pueden afectar su comportamiento mecánico.

a. *Nodos:* Son las protuberancias distribuidas en toda la longitud del bambú. Los nodos presentan diafragmas transversales en la parte interna que han sido reportados como rigidizadores del tallo [4]. Una característica importante de los nodos es que son áreas donde algunas de las fibras longitudinales pierden continuidad, por lo cual se convierten en puntos débiles del tallo [5]. El detalle de un nodo del bambú *Dendrocalamus giganteus* se presenta en la figura 1.3.

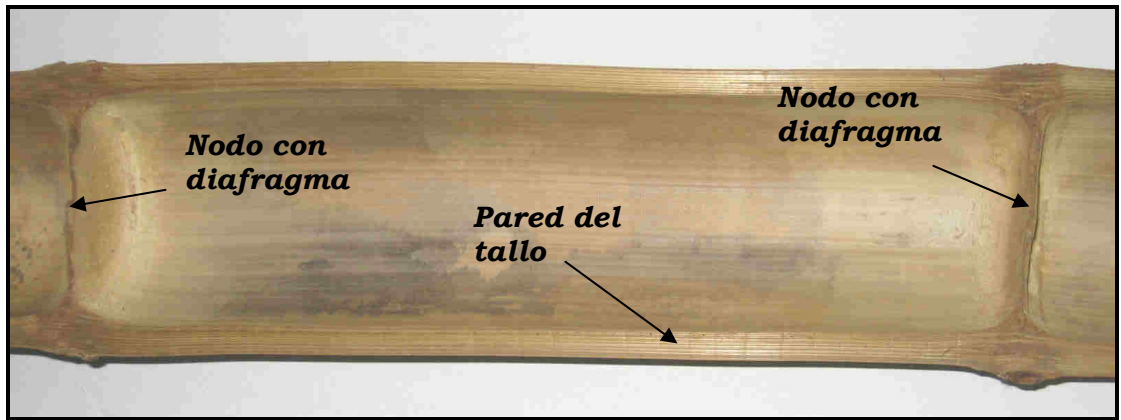
b. *Región Internodal:* Esta es la región que se ubica entre dos nodos consecutivos. Su longitud varía dependiendo de la especie de bambú y de la altura del tallo a la que se encuentre ubicado. Su diámetro es menor que el de los dos nodos adyacentes y presenta poca variación en sus dimensiones a lo largo de su longitud (figura 1.4).

c. *Pared del Bambú:* Hace referencia a la estructura del bambú que rodea la cavidad en la región internodal. En ella las fibras se encuentran alineadas en la dirección longitudinal con una distribución que alcanza su máxima concentración en la parte externa de la pared y disminuye hasta un mínimo en la parte interna. El espesor de la pared del bambú se mantiene aproximadamente constante en las zonas más alejadas de los nodos (figura 1.4).

Figura 1.3 Corte longitudinal de un nodo de la especie *Dendrocalamus giganteus*.



Figura 1.4 Corte longitudinal de un internodo del bambú *Dendrocalamus giganteus*.



Capítulo 2

Caracterización Elástica del Bambú

Para realizar la caracterización elástica del material fue necesario realizar diversos tipos de ensayos. Todas las probetas ensayadas eran provenientes del estado de Sao Paulo en Brasil o del Eje Cafetero en Colombia.

Las tres especies de bambú ensayadas fueron *Bambusa Metake*, *Phyllostachys pubescens* y *Guadua angustifolia*, las cuales de aquí en adelante serán llamadas por sus nombres comunes bambú Metake, bambú Mosó y Guadua, respectivamente. El plan experimental fue el siguiente:

1. Se hicieron ensayos de compresión diametral (sección 2.2) en 49 anillos de Guadua colombiana para determinar sus módulos de elasticidad circunferencial E_{φ} .
2. Fueron ensayadas a flexión y a torsión dos probetas extraídas de tallos provenientes del estado de Sao Paulo en Brasil para determinar valores de E_z y de $G_{z\varphi}$. Estas dos probetas fueron llamadas *Probeta 1* y *Probeta 2*. Los detalles de su proveniencia así como de los ensayos realizados en ellas se encuentran en las secciones 2.1 y 2.3.
3. Doce anillos adicionales fueron cortados del mismo tallo del que fue extraída la *Probeta 2* para obtener valores de E_{φ} representativos de dicha probeta. Los ensayos de compresión diametral sobre estos 12 anillos permitieron además establecer que el valor de E_{φ} obtenido no es influenciado por la longitud del anillo (sección 2.2).

Finalmente, se realizó también un ensayo de flexo – torsión sobre la *Probeta 2* con la finalidad de que sirviera como una calibración del modelo en elementos finitos. Los

detalles de este ensayo así como de la validación con el modelo se encuentran en el capítulo 5.

2.1 Módulo de Elasticidad Axial (E_z)

2.1.1 Referencias de la Literatura

Esta constante elástica es la que con mayor frecuencia se encuentra reportada en la literatura. En la realización de esta investigación, esta constante se determinó mediante ensayos de flexión en probetas de las especies de bambú Metake y Mosó. Adicionalmente se hizo una revisión bibliográfica de valores de E_z obtenidos por diversos métodos y sobre diversas especies de bambú. Algunos de los resultados encontrados en la literatura técnica se mencionan a continuación.

Méndez y Vallecilla [8], realizan un ensayo de propagación de onda a través de elementos de Guadua para obtener su módulo de elasticidad. Utilizan un acelerómetro y un programa de adquisición de datos para medir el tiempo que toma una onda generada por el golpe de un martillo en recorrer una longitud conocida en un segmento de un tallo de Guadua. Usan especímenes con edades entre 1 y 3 años. La confiabilidad del ensayo implementado por los autores es verificada sobre barras de acero y aluminio, encontrando errores inferiores a 5%. El módulo de elasticidad promedio obtenido después de realizar el ensayo sobre 20 probetas distintas es de 13.69 GPa con una desviación estándar de 1.76 Gpa.

Ghavami y Marinho [2], realizan ensayos con extensómetros resistivos para determinar el módulo de elasticidad longitudinal de la Guadua a distintas alturas del tallo. Los ensayos son realizados en especímenes provenientes del estado de Sao Paulo en Brasil de una edad media de tres años. La obtención del módulo de elasticidad es hecha por medio de la aplicación de cargas axiales de tracción y compresión en segmentos de secciones enteras del tallo con nodo y otras sin nodo. Los valores encontrados por los autores en los ensayos de tracción varían entre 11.10 GPa y 18.36 GPa, con un valor medio de 15.11 GPa y para

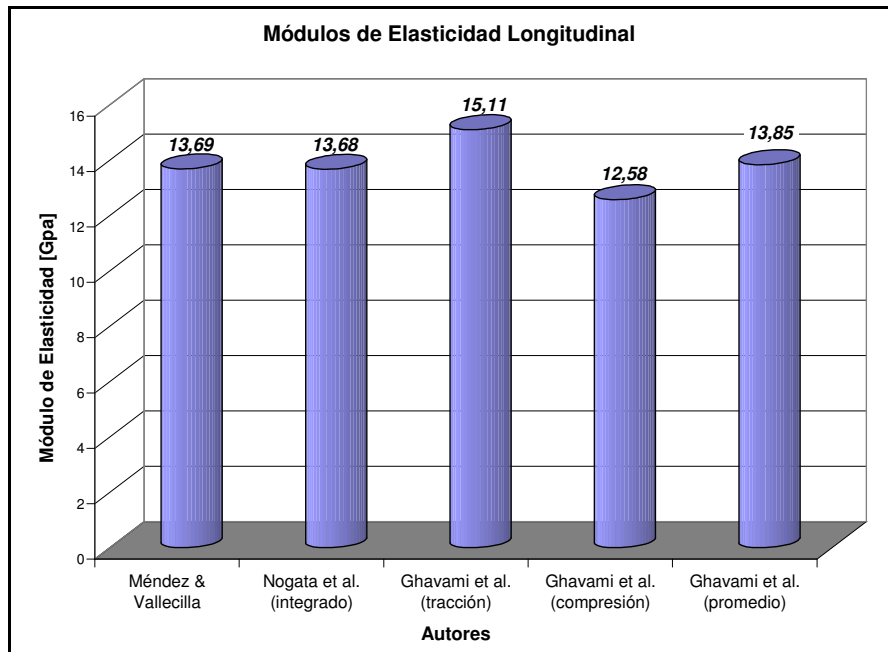
los ensayos de compresión de 9.00 GPa a 15.80 GPa con un valor medio de 12.58 GPa. Se observa que los valores varían sobre rangos amplios y que hay una superposición entre el rango de valores del módulo de elasticidad a compresión y tracción.

Nogata y Takahashi [10] ensayan varios especímenes pequeños de bambú Mosó, cortados de distintas posiciones en el espesor de la pared del tallo. Estos ensayos permiten determinar la variación del módulo de elasticidad a lo ancho de la pared debido a la distribución gradada de las fibras longitudinales. La variación del módulo de elasticidad está dada según los autores por la expresión

$$E(r) = 3.75e^{(2.2r/t)} \quad (1)$$

donde r es la distancia en la dirección radial a partir de la superficie interior y t es el espesor del tallo. Esta expresión da un valor máximo de 33.84 GPa en la pared externa del bambú. La integración de la ecuación 1 desde $r = 0$ hasta $r = t$ es realizada en otro trabajo [7] y se obtiene un valor promedio de 13.68 GPa. Todos los valores anteriormente citados se ilustran en la figura 2.1 con el fin de facilitar su comparación.

Figura 2.1 Módulos de elasticidad longitudinales reportados por varios autores.



En la gráfica se ha incluido el valor promedio de los módulos de elasticidad a tracción y a compresión encontrados por Ghavami y Marinho [2]. Se puede apreciar que existe similitud entre los valores obtenidos por estos autores, 13.69, 13.68 y 13.85 GPa. Esto llama la atención teniendo en cuenta que los autores utilizaron métodos diferentes para llegar a los valores finales y que trabajaron con especies de bambú que crecieron en regiones geográficamente distantes. El valor promedio de estos tres valores es de 13.7 GPa, y será tenido en cuenta como referente de comparación para el valor obtenido con el ensayo de flexión que se describe a continuación.

2.1.2 Formulación Teórica

Una de las formas para hacer una medición indirecta del módulo de elasticidad longitudinal de un material es realizar un ensayo de flexión. Estos ensayos presentan varias posibilidades como pueden ser ensayo de flexión en cuatro, tres o dos puntos o ensayos de flexión con cargas distribuidas. A partir de cualquiera de los anteriores es posible obtener un módulo de elasticidad efectivo a flexión que, según la teoría, para el caso de materiales homogéneos debería ser igual al módulo de elasticidad longitudinal. Sin embargo, es conocido que en este tipo de ensayos, el valor del módulo de elasticidad efectivo obtenido puede verse influenciado por la forma en que se carga la probeta, por la longitud de la misma o por la forma de su sección transversal [16]. Por ejemplo, debido a los aportes de la deflexión por cortante, cuando un ensayo de flexión es realizado con vanos relativamente cortos, el módulo de elasticidad efectivo (E_f) obtenido es menor al módulo de elasticidad longitudinal (E_z) real del material. Conscientes de estas limitaciones, se decidió realizar un ensayo de flexión en una viga en voladizo sujeta a una carga concentrada en su extremo libre.

De acuerdo con la teoría de deflexión de vigas y despreciando la deflexión por cortante, la curva elástica de una viga en voladizo de longitud L sujeta a una carga puntual P en su extremo libre está dada por la siguiente ecuación:

$$v = \frac{Px^2}{6EI}(3L - x) \quad (2)$$

Donde v representa la deflexión en un punto a una distancia x del extremo empotrado de la viga, E es igual al módulo de elasticidad longitudinal del material e I es el momento de inercia de la sección transversal de la viga respecto al eje al cual está siendo flectada. De acuerdo con lo anterior, la deflexión medida a una distancia d del extremo libre de la viga es:

$$v = \frac{Pd^2}{6EI}(3L - d) \quad (3)$$

Operando sobre la ecuación 3 de tal modo que el desplazamiento v quede como la variable independiente y la carga P sea la variable dependiente se llega a la siguiente expresión:

$$P = \frac{6EI}{(3L - d) \cdot d^2} \cdot v \quad (4)$$

Es decir, que si se tiene una curva de carga vs. deflexión de un punto a una distancia d del extremo empotrado de la viga, la pendiente “ s ” de dicha curva debe estar dada por la fracción que multiplica v en la ecuación 4. De modo que siendo conocida la pendiente “ s ”, el módulo de elasticidad efectivo a flexión E_f puede ser calculado por la ecuación 5:

$$E_f = \frac{(3L - d) \cdot d^2}{6I} \cdot s \quad (5)$$

Para el caso de materiales homogéneos, este valor del módulo de elasticidad efectivo a flexión E_f es igual al módulo de elasticidad longitudinal E_z que es el que interesa en este caso. Aunque ya se ha visto que el bambú no es un material homogéneo, será considerado como tal a fines de estimar un valor de E_z a partir del ensayo de flexión.

2.1.3 Métodos y Materiales

Las dos probetas utilizadas recibieron los nombres de *Probeta 1* y *Probeta 2* y pertenecían a las especies de Bambú Metake y Bambú Mosó respectivamente. El curado de ambas

probetas fue hecho primeramente dejando los tallos en posición vertical posterior a su corte dentro del mismo bambusal y posteriormente sometiéndolos a un proceso de inmunización por exposición a humo. Las otras características de estas dos probetas se resumen en el cuadro 2.1. Las mediciones completas de la geometría de ambas probetas están en el anexo 1.

Cuadro 2.1 Características de las Probetas 1 y 2.

Característica	Probeta 1	Probeta 2
Especie	Bambú Metake	Bambú Mosó
Edad de Corte	3-4 años	3-4 años
Lugar de Extracción	Sao Paulo, Brasil	Sao Paulo, Brasil
Altura del local de Extracción	850 m.s.n.m.	850 m.s.n.m.
Longitud de la Probeta	124.5 cm	129.0 cm
Diámetro Externo Promedio	10.1 cm	9.2 cm
Espesor Promedio	0.74 cm	0.89 cm
Número de Internodos	3	4.5
Presencia de Diafragmas Nodales	No	Sí

En el caso de la *Probeta 1*, los diafragmas nodales fueron retirados con una sierra circular con el fin que el tallo de bambú se asemeje más a un tubo y sean aplicables las fórmulas de la mecánica de materiales para ese tipo de geometría. La *Probeta 2* fue ensayada con los diafragmas nodales presentes.

Figura 2.2 Montaje del ensayo de flexión.



El montaje experimental se muestra en la figura 2.2. Se trata de un segmento de sección entera del tallo trabajando como una viga en voladizo a la que se le aplica una carga flectora concentrada en su extremo libre. El empotramiento se hizo con piezas de madera que fueron cortadas de modo que semejaran la curvatura del bambú (figura 2.3). Para mejorar el contacto entre las piezas de madera y el tallo de bambú y evitar concentraciones de esfuerzo, la parte empotrada de la viga de bambú fue recubierta con dos capas de espuma EVA que presenta una dureza similar

a la del caucho. Para la aplicación de la carga, se usó dos semi-anillos de acero que aprisionaron el extremo libre del bambú y que estaban unidos entre sí por dos pernos. Del perno inferior fue colgado un recipiente de madera en el que se depositó la carga flectora (figura 2.4). Los semi-anillos de acero también fueron recubiertos de una espuma de aproximadamente 4 mm de espesor para mejorar el contacto entre éstos y el tallo de bambú.

Figura 2.3 Detalle del empotramiento

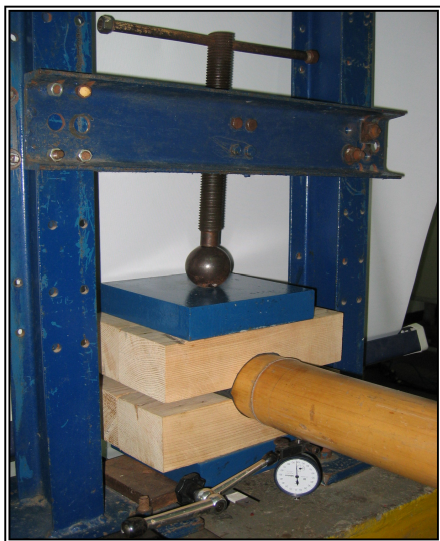


Figura 2.4 Detalle de la aplicación de la carga



Dado que el recipiente de la carga pesaba cerca de 2.7 Kgf, se decidió añadirle pequeñas bolas de plomo a fin de completar su peso en 3 Kgf. Por consiguiente se consideró propicio que la colocación del recipiente como tal fuera tomada como la primera carga que flectaría la viga, es decir, la lectura para el estado de cero carga fue realizada sin la caja de madera que contendría los pesos y la segunda lectura fue hecha después de colgar la caja de madera que ya contenía algunas bolas de plomo con lo cuál completaba un peso de 3 Kgf. Posteriormente, se depositaron sucesivamente en el recipiente de madera bolsas plásticas llenas también de plomo con un peso de 1 Kgf que había sido previamente verificado en una balanza de plato. Tanto para la *Probeta 1* como para la 2 la distancia libre entre el borde del empotramiento y el punto de aplicación de la carga fue de 1.0 m.

La instrumentación para la medición de deflexiones se hizo con un total de 4 comparadores de carátula distribuidos en la longitud de las probetas (figura 2.2). En ambas probetas estos comparadores fueron posicionados a 6, 37, 63 y 94 centímetros de distancia desde la cara del empotramiento y para fines de nomenclatura los comparadores fueron denominados *Comparador 1, 2, 3 y 4* respectivamente. La sensibilidad de los comparadores usados es de una micra y con capacidad de medir deflexiones de hasta 5000 micras (5 mm). No obstante, los datos de deflexión registrados fueron redondeados a una cifra significativa menos, i.e. centésima de milímetro, ya que la lectura en la posición de las micras era muy susceptible a vibraciones en el ambiente o impactos en el suelo y por lo tanto no reflejaba necesariamente las propiedades elásticas del material.

Fueron realizados 4 ensayos de flexión. Un ensayo en la *Probeta 1* y tres ensayos en la *Probeta 2*. El proceso de carga en el ensayo de la *Probeta 1* fue hecho hasta 21 Kgf y en el primer ensayo de flexión en la *Probeta 2* la carga fue llevada hasta 11 Kgf. Posterior a este primer ensayo de flexión, fueron hechos ensayos de torsión y de flexo – torsión en la *Probeta 2* (sección 2.3 y capítulo 5). Con el fin de indagar si estos dos ensayos habían alterado el valor del E_f de la *Probeta 2* así como el de estudiar cómo afecta la tasa de aplicación de la carga el valor de E_f , se hicieron dos ensayos de flexión más. En el primero la carga se aplicó en incrementos de 3 Kgf hasta llegar a 12 Kgf y en el segundo ensayo la

carga fue aplicada en incrementos de 1 Kgf (a excepción de la carga inicial) hasta llegar a 12 Kgf. Para todos los ensayos la luz libre del voladizo fue de 1.0 m. Se hicieron lecturas de carga y descarga con los cuatro comparadores. En los dos últimos ensayos de la *Probeta 2* se usó un comparador adicional para controlar que no se estuviera induciendo una torsión accidental al momento de aplicar la flexión. El montaje para estos dos últimos ensayos se muestra en la figura 2.5. Se observa que en caso de inducir una torsión, el quinto comparador mediría un desplazamiento horizontal en la pieza de madera adherida al extremo libre de la probeta. La precisión de este quinto comparador fue de una centésima de milímetro. El cuadro 2.2 resume las características principales de los ensayos a flexión hechos sobre las *Probetas 1* y 2.

Figura 2.5 Montaje del segundo y tercer ensayo de flexión en la *Probeta 2*.



Cuadro 2.2 Características de los ensayos de flexión en las *Probetas 1* y 2.

Ensayo	Carga Máxima [Kgf/ (N)]	Incrementos de Carga [Kgf/ (N)]	Carga Inicial [Kgf/ (N)]	Control de Torsión
Ensayo en <i>Probeta 1</i>	21 / (205.8)	1 / (9.8)	3 / (29.4)	No
1 ^{er} ensayo <i>Probeta 2</i>	11 / (107.8)	1 / (9.8)	3 / (29.4)	No
2 ^{do} ensayo <i>Probeta 2</i>	12 / (117.6)	3 / (29.4)	3 / (29.4)	Sí
3 ^{er} ensayo <i>Probeta 2</i>	12 / (117.6)	1 / (9.8)	3 / (29.4)	Sí

A la *Probeta 1* le fue dibujada sobre toda su superficie externa una malla cuadriculada que tenía dos finalidades; una era ayudar en la visualización de los patrones de deformación en los ensayos de flexión y torsión en caso que éstos fueran visibles y la segunda era servir como referencia en las mediciones de diámetro hechas a la probeta para su modelación en elementos finitos (sección 4.2). Las líneas dibujadas en la dirección circunferencial fueron hechas con una separación de dos centímetros, decreciendo a un centímetro y llegando hasta medio centímetro conforme se acercaban a los nodos. Lo anterior para medir la mayor variación del diámetro en cercanías al nodo. Las líneas longitudinales fueron dibujadas con una separación aproximada de 2 cm, siendo en total 12 líneas longitudinales uniformemente separadas a lo largo del perímetro de la sección transversal. No obstante durante los ensayos se observó que la malla no facilitó la visualización de algún patrón de deformación en ninguno de los ensayos y por tanto ésta no fue repetida para la *Probeta 2*.

Después de haber finalizado todos los ensayos en la *Probeta 2*, ésta fue partida longitudinalmente por la mitad para hacer las mediciones de espesor necesarias para el cálculo del momento de inercia de la sección transversal.

Aunque finalmente todos los datos de deflexión fueron adquiridos con comparadores de carátula, en un principio se intentó realizar una instrumentación con 25 extensómetros eléctricos en la *Probeta 1* buscando tener más precisión en los datos y lograr un mejor entendimiento del comportamiento del material. Sin embargo, la adquisición de datos con extensómetros no fue exitosa dado que las lecturas de éstos no permanecían estables aun cuando las probetas estaban descargadas. Habiendo hecho ensayos de calibración exitosos con los mismos extensómetros sobre dos barras de acero y después de haber intentado pegar los extensómetros con diversos tipos de adhesivos la opción de los extensómetros fue finalmente descartada. Una posible explicación al por qué la lectura de los extensómetros no estabilizaba se puede encontrar en la referencia [10], donde los autores Nogata y Takahashi demuestran que probetas de bambú recién cortadas que contuvieran aun células vivas son capaces de emitir un impulso eléctrico cuando son sometidas a esfuerzos. Sin embargo, considerando que los conductores de los extensómetros deben estar aislados y

que tanto la *Probeta 1* y *2* ya habían sido sometidas a procesos de inmunización y se supone que todas sus células se encontraban muertas en el momento del ensayo, esta explicación no parece ser muy probable.

2.1.4 Resultados

Los resultados para los cuatro ensayos de flexión revelan linealidad en el comportamiento del bambú. Para todos los ensayos se encontró una deflexión residual en los cuatro comparadores al concluir el proceso de descarga. Las curvas completas de *Fuerza vs. Deflexión* para los cuatro ensayos, así como los valores de temperatura y humedad registrados al inicio y final de cada ensayo con la *Probeta 2* se muestran a continuación y los cuadros con los datos correspondientes se presentan en el anexo 2.

Figura 2.6.a *Fuerza vs. Deflexión. Ensayo de Flexión en Probeta 1.*

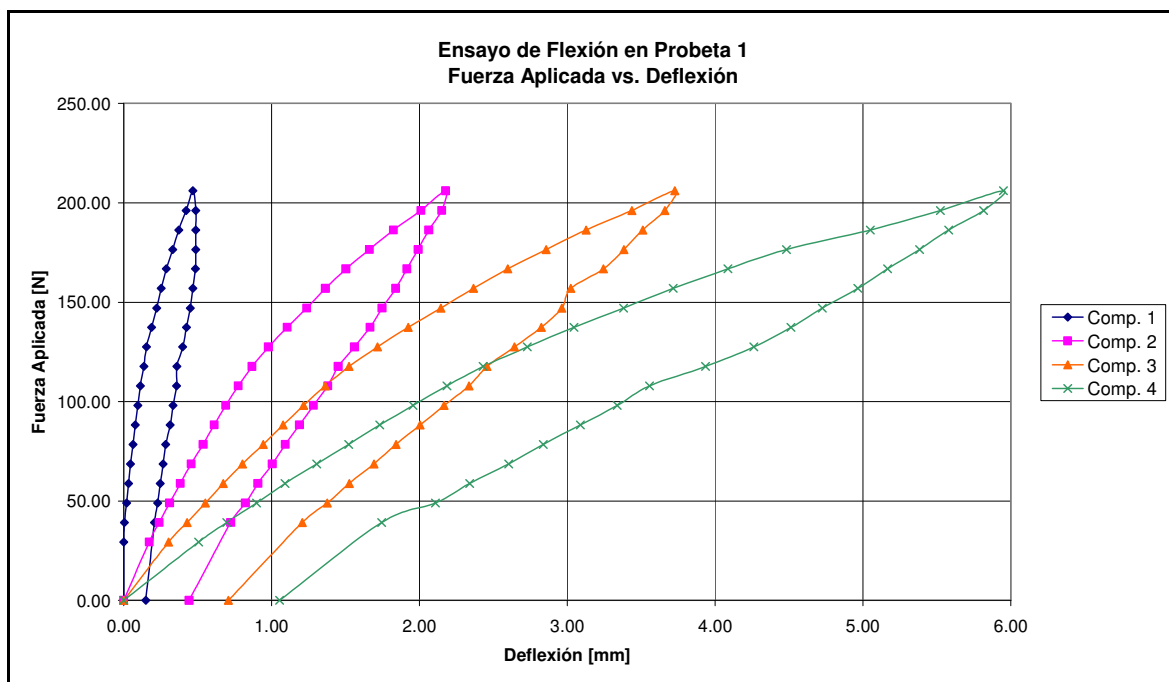


Figura 2.6.b Fuerza vs. Deflexión. Primer Ensayo de Flexión en Probeta 2.

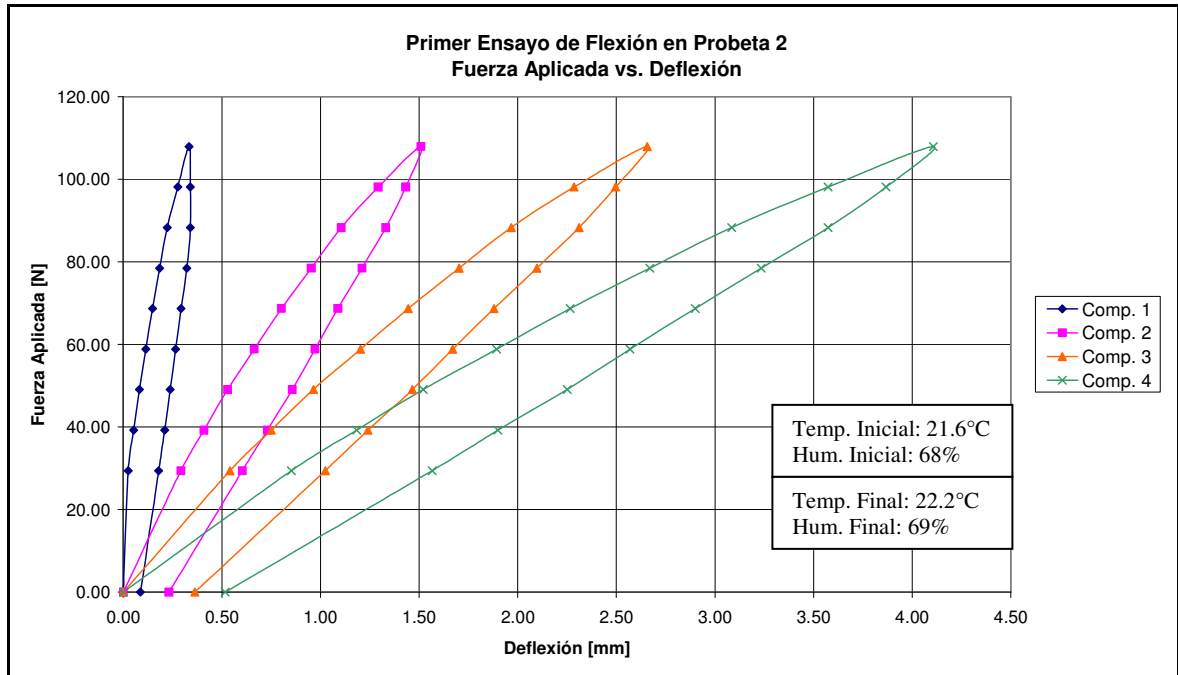


Figura 2.6.c Fuerza vs. Deflexión. Segundo Ensayo de Flexión en Probeta 2.

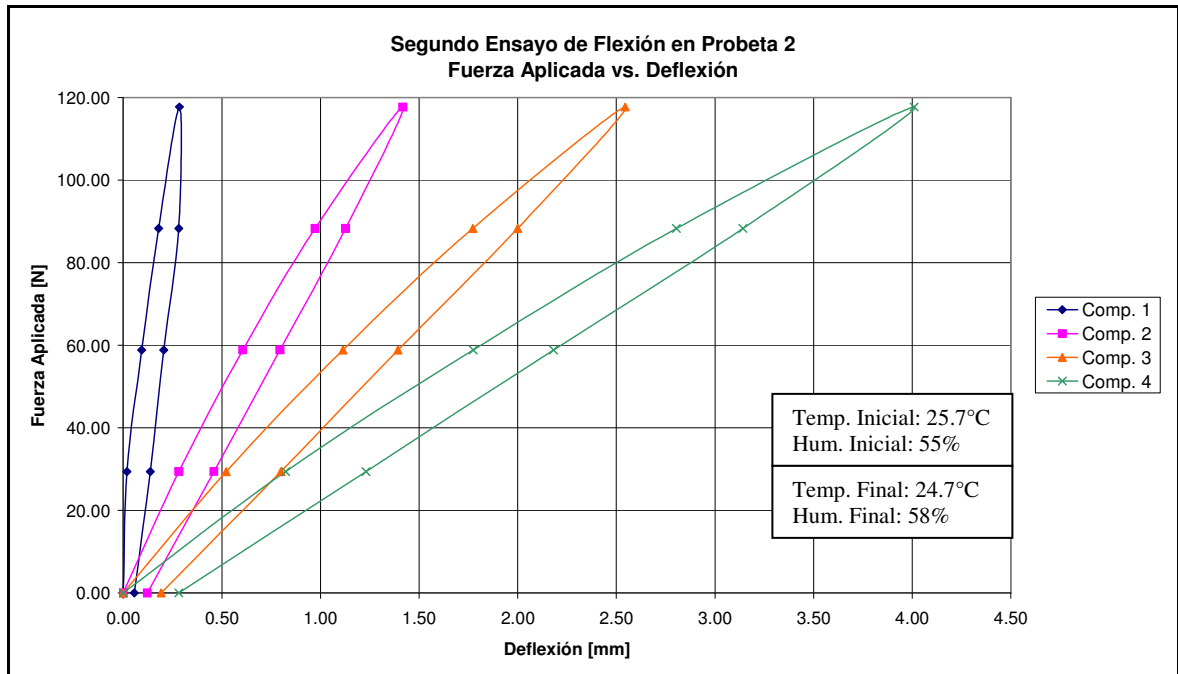
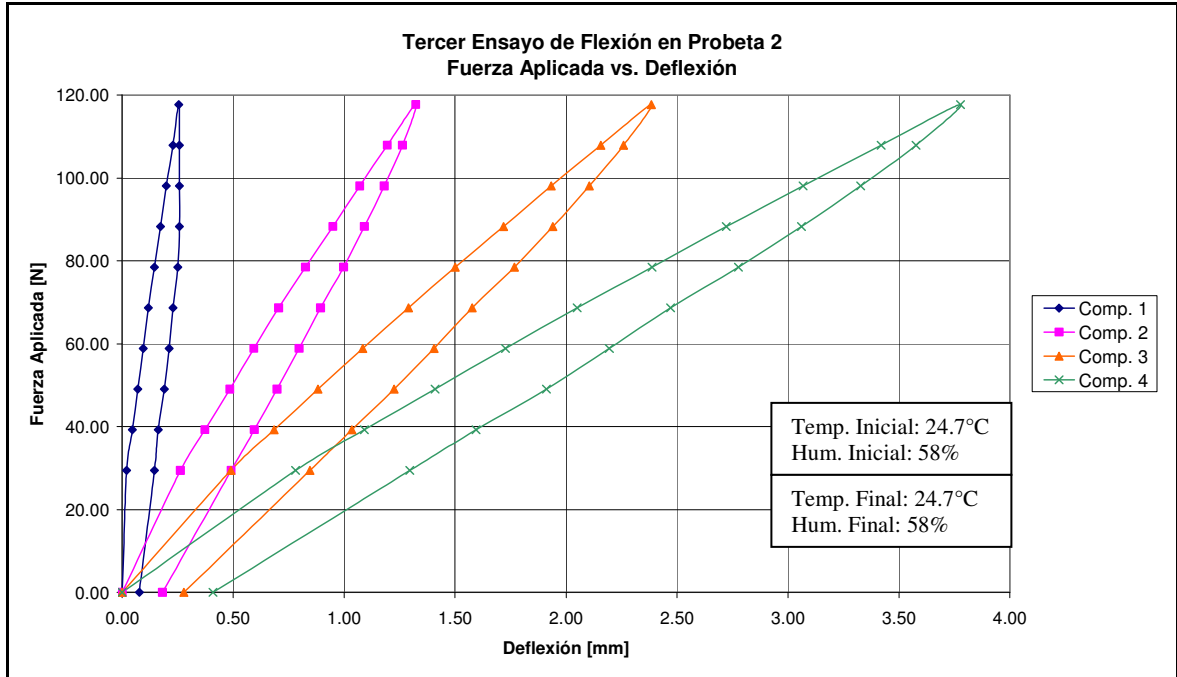


Figura 2.6.d Fuerza vs. Deflexión. Tercer Ensayo de Flexión en Probeta 2.



Las lecturas del comparador para controlar torsión en el segundo y tercer ensayo de la *Probeta 2* (cuadros A.5 y A.6 del Anexo 2) fueron consideradas satisfactorias ya que no presentaron variaciones considerables a medida que se iba aplicando la carga. En el segundo ensayo de la *Probeta 2* la lectura se mantuvo constante para todos los valores de carga excepto al inicio de la descarga cuando registró un movimiento de 2 décimas de milímetro, no obstante se cree que esto pudo haberse debido a factores diferentes a una torsión accidentalmente inducida ya que el comparador no siguió registrando giros significativos. Y en el tercer ensayo de la *Probeta 2* el comparador que controló la torsión registró un desplazamiento de una centésima de milímetro hacia el final de la descarga.

Las deflexiones residuales al final de cada ensayo fueron perceptibles en los cuatro comparadores. El cuadro 2.3 presenta las deflexiones residuales de cada comparador como porcentajes de la deflexión máxima medida en esa posición. Las deflexiones residuales en el ensayo de la *Probeta 1* fueron mayores que en cualquiera de los tres ensayos en la *Probeta 2*. Esto puede deberse al hecho que la *Probeta 1* estuvo sometida a carga de flexión

durante más tiempo por haber sido la que más se cargó. Lo anterior pudo haber generado un efecto similar al de “*creep*” haciendo que las fibras del bambú continúen acomodándose más allá de su deformación elástica inmediata. La deflexión debida a este reacomodamiento de fibras sería la que no se recuperó al final de la descarga. Esta hipótesis parece verse reforzada por el hecho de que el segundo ensayo en la *Probeta 2* fue el que presentó las menores deflexiones residuales porcentuales. Fue en dicho ensayo en el que la probeta fue cargada en incrementos de 3 Kgf y por tanto estuvo sometida a flexión durante un tiempo menor. La disminución del tiempo durante el cual la probeta estuvo cargada, no habría permitido que ese reacomodamiento de las fibras, y por tanto la deflexión residual, fuera tan significativo.

Cuadro 2.3 Deflexiones residuales como porcentajes de las deflexiones máximas.

Ensayo	Deflexión Residual [%]			
	Comparador 1	Comparador 2	Comparador 3	Comparador 4
<i>Probeta 1</i>	32	20	19	18
1 ^{ero} en <i>Probeta 2</i>	26	15	14	13
2 ^{do} en <i>Probeta 2</i>	20	9	8	7
3 ^{ero} en <i>Probeta 2</i>	30	14	12	11

Para calcular una pendiente de las curvas de *Fuerza vs. Deflexión* se usaron sólo los puntos que guardaron mayor linealidad en el tramo de carga de cada probeta. Las lecturas de deflexión tomadas después de que la carga superaba 118 N (aproximadamente 12 Kgf) parecían escaparse de la linealidad inicial de la curva y por tanto los puntos que superan ese nivel de carga no fueron usados en ninguna de las regresiones. En la realización de todos los ajustes lineales fue descartado también el punto inicial de cero carga y cero deflexión. El cuadro 2.4 resume los resultados de las regresiones lineales y las *Figuras 2.7.a* a la *2.7.d* ilustran los segmentos de las curvas con los que fueron hechas dichas regresiones. Las notaciones Y_0 , S y R^2 (cuadro 2.4) representan el valor de la intersección en el eje vertical, la pendiente y el coeficiente de ajuste respectivamente. Los datos escogidos para hacer el ajuste lineal de los 4 ensayos de flexión se indican en el anexo 2.

Cuadro 2.4 Resumen de los resultados del ajuste lineal para los cuatro ensayos de flexión.

Ensayo	Comparador 1			Comparador 2			Comparador 3			Comparador 4		
	Y_0	S	R^2	Y_0	S	R^2	Y_0	S	R^2	Y_0	S	R^2
Probeta 1	34.3	678	0.99	8.2	130	1.00	7.9	74	1.00	6.9	47	1.00
1 ^{ero} en Probeta 2	25.4	277	0.99	11.7	69	1.00	10.1	40	1.00	9.7	25	1.00
2 ^{do} en Probeta 2	23.1	367	1.00	6.1	85	1.00	5.4	47	1.00	5.4	30	1.00
3 ^{ero} en Probeta 2	22.8	377	1.00	8.8	83	1.00	7.8	47	1.00	7.4	29	1.00

Figura 2.7.a Ajuste Lineal al Ensayo de Flexión en la Probeta 1.

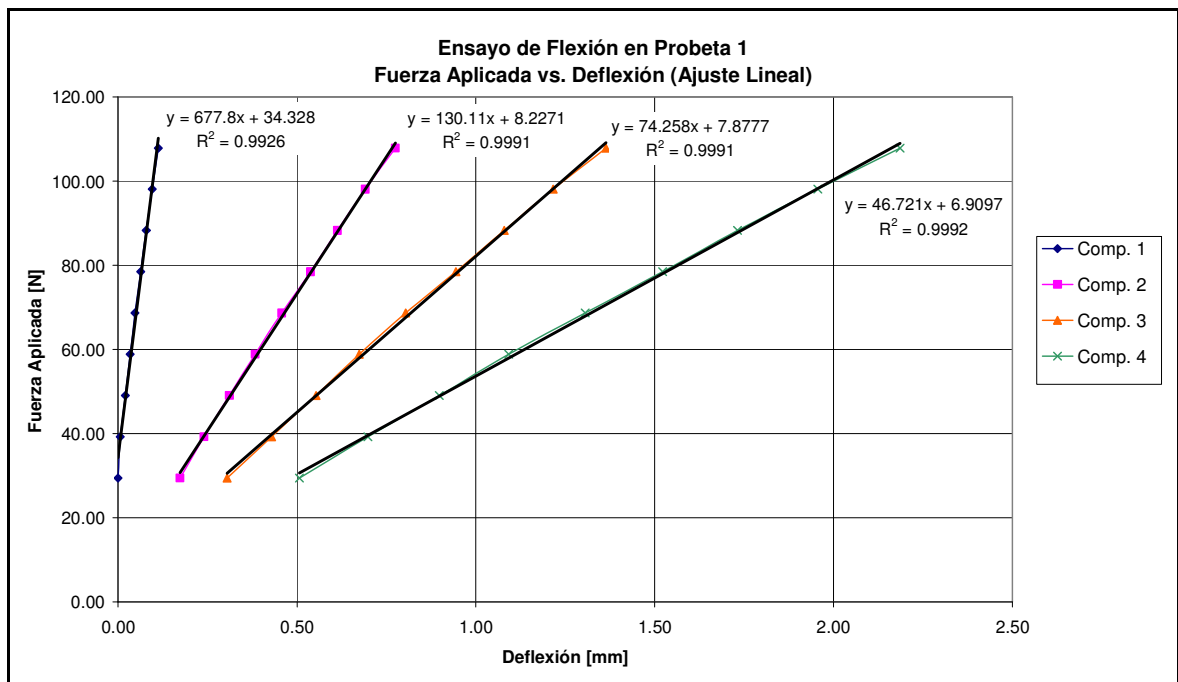


Figura 2.7.b Ajuste Lineal al Primer Ensayo de Flexión en la Probeta 2.

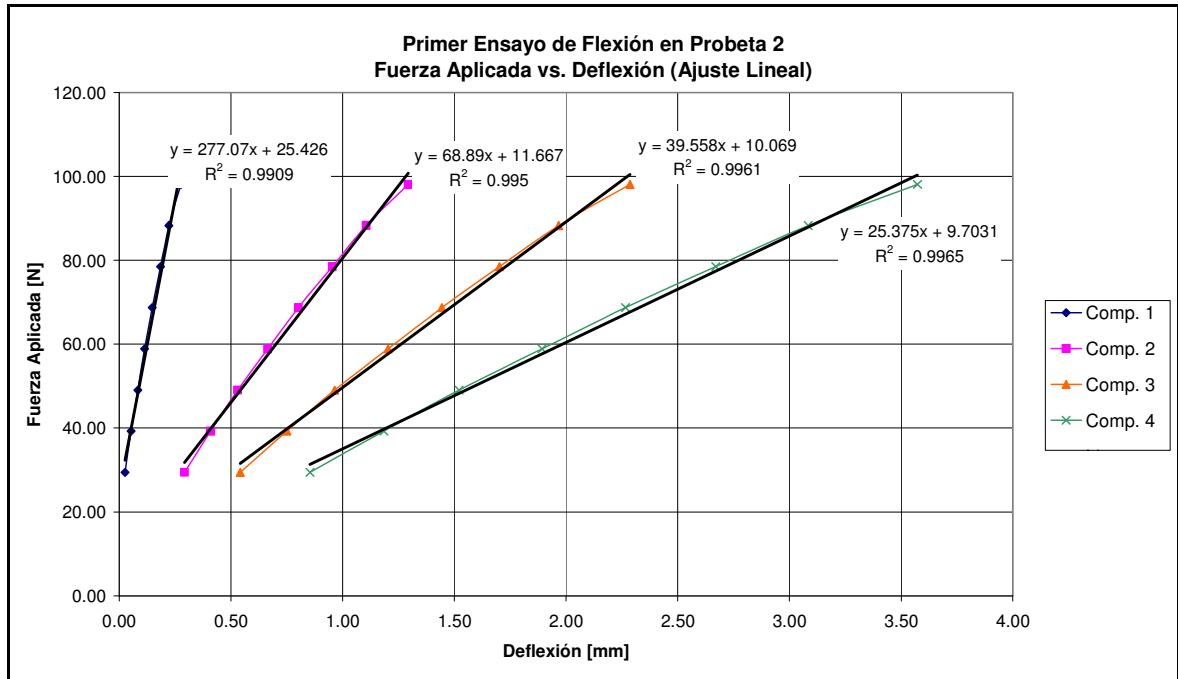


Figura 2.7.c Ajuste Lineal al Segundo Ensayo de Flexión en la Probeta 2.

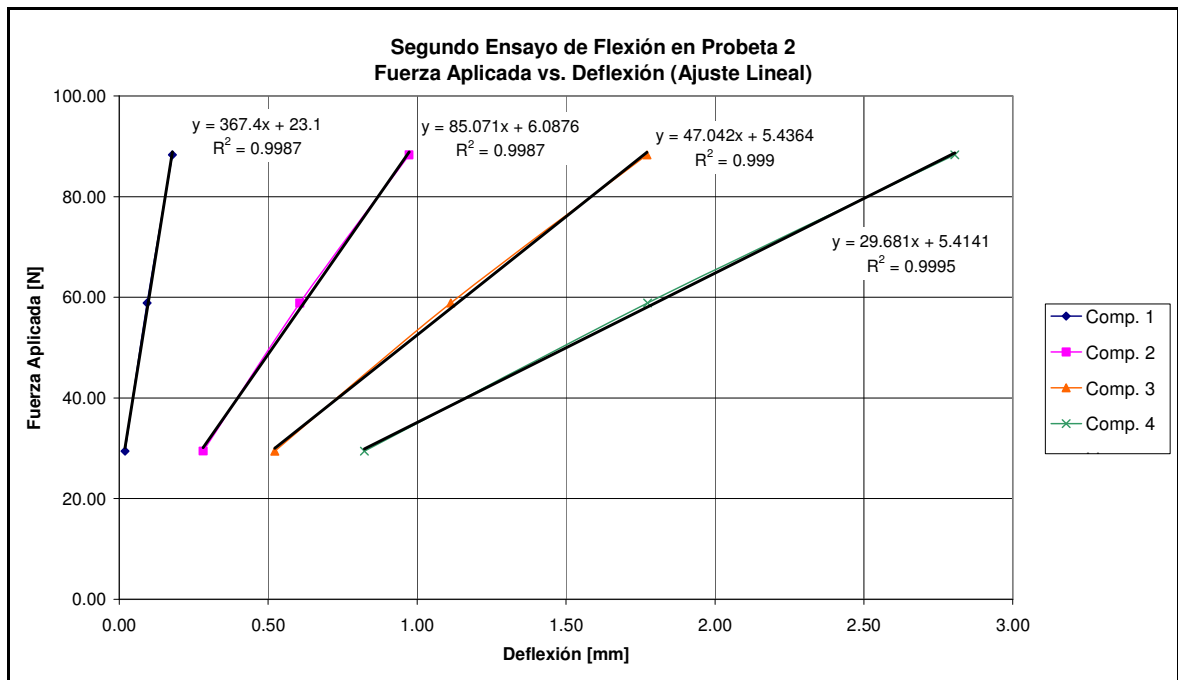
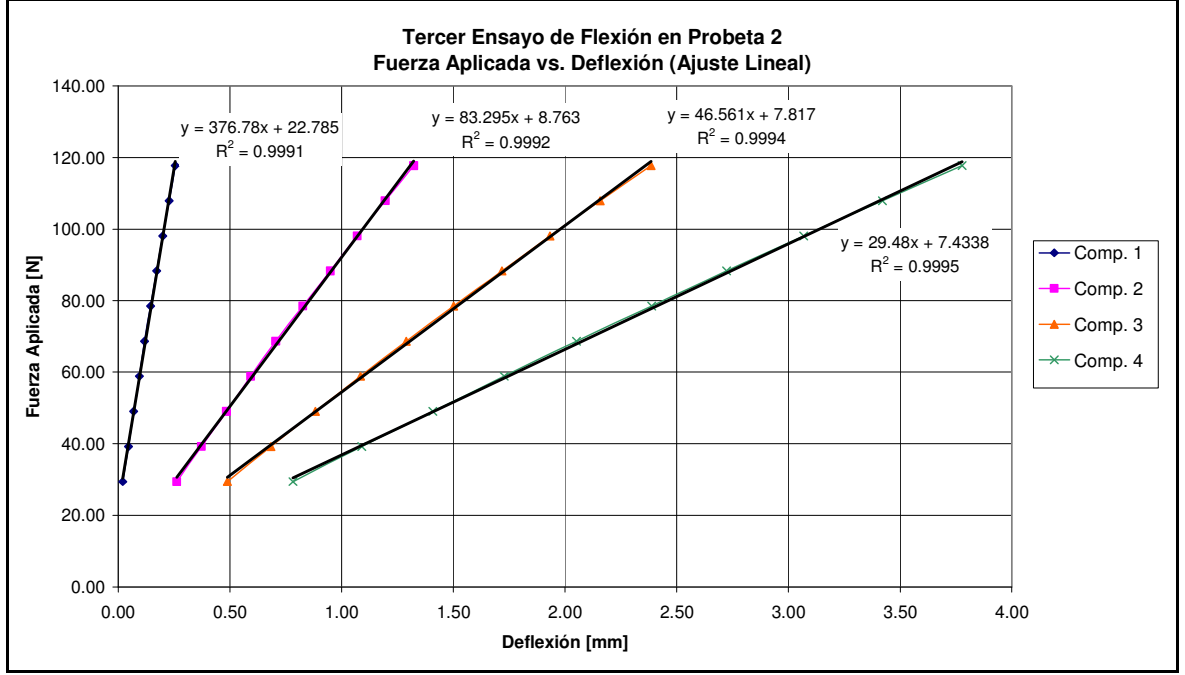


Figura 2.7.d Ajuste Lineal al Tercer Ensayo de Flexión en la Probeta 2.



Los valores de las pendientes, la distancia del empotramiento a la que se encuentra cada comparador y el momento de inercia de la sección transversal fueron usados en la ecuación 5, para calcular los módulos de elasticidad efectivos a flexión E_f de ambas probetas. El momento de inercia I fue calculado según la ecuación 6, que corresponde a una sección tubular con radio externo r_e y radio interno r_i .

$$I = \frac{\pi}{4} (r_e^4 - r_i^4) \quad (6)$$

Dado que los radios externos e internos del bambú presentan variaciones a lo largo del tallo, su momento de inercia también debe presentar variaciones. No obstante fue usado un momento de inercia constante calculado a partir del promedio de lecturas de diámetro y espesor hechas en diferentes puntos de ambas probetas. Posterior al ensayo, a la *Probeta 1* le fueron hechos dos cortes transversales que permitieron establecer el valor del diámetro y del espesor de la probeta en el lugar de los cortes. Y a la *Probeta 2* le fue realizado un corte longitudinal que permitió la medición de seis diámetros externos y seis valores de espesor

correspondientes. Un corte longitudinal no fue hecho en la *Probeta 1* porque ésta había sido instrumentada con 25 extensómetros y un corte de esa naturaleza habría imposibilitado hacer futuras indagaciones sobre el funcionamiento de los mismos (sección 2.1.3) Los valores de diámetro, sus correspondientes medidas de espesor y la distancia desde el empotramiento a la cual fueron medidos se presentan a continuación.

Cuadro 2.5 Diámetros y espesores para cálculo del momento de inercia.

	Distancia desde el empotramiento [cm]	Diámetro Externo [cm]	Espesor [cm]
Probeta 1	0.0	10.2	0.71
	86.0	9.9	0.76
	Promedio:	10.1	0.74
Probeta 2	6.0	9.4	0.94
	17.0	9.3	0.87
	29.0	9.1	0.89
	35.0	9.2	0.91
	46.0	9.1	0.85
	58.0	9.1	0.87
	64.0	9.2	0.92
	75.0	9.1	0.86
	89.0	9.0	0.86
	Promedio:	9.2	0.89

Usando los valores promedio del cuadro 2.5 se calculó el momento de inercia para ambas probetas.

$$I_1 = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{10.1cm}{2} \right)^4 - \left(\frac{10.1cm}{2} - 0.74cm \right)^4 \right] = 239.8cm^4$$

$$I_2 = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{9.2cm}{2} \right)^4 - \left(\frac{9.2cm}{2} - 0.89cm \right)^4 \right] = 202.9cm^4$$

I_1 e I_2 son el momento de inercia de las *Probetas 1* y *2* respectivamente. Con estos valores y usando la fórmula 5 fueron calculados los valores de E_f de ambas probetas. Cada ensayo proporcionó cuatro valores distintos de esta constante, es decir, uno por cada comparador.

Para el caso de un material homogéneo, teóricamente estos cuatro valores deberían ser los mismos. El cuadro 2.6 resume los valores encontrados. E_{f1} , E_{f2} , E_{f3} y E_{f4} representan los módulos de elasticidad efectivos a flexión calculados a partir de los comparadores 1, 2, 3 y 4 respectivamente.

Cuadro 2.6 Módulos efectivos a flexión calculados en los cuatro ensayos.

Ensayo	E_{f1} [GPa]	E_{f2} [GPa]	E_{f3} [GPa]	E_{f4} [GPa]
<i>Probeta 1</i>	0.5	3.3	4.9	5.9
1 ^{ero} en <i>Probeta 2</i>	0.2	2.0	3.1	3.8
2 ^{do} ensayo <i>Probeta 2</i>	0.3	2.5	3.6	4.4
3 ^{ero} ensayo <i>Probeta 2</i>	0.3	2.5	3.6	4.4

2.1.5 Discusión de Resultados

En todos los ensayos las lecturas de los cuatro comparadores denotan una clara tendencia lineal entre la carga y la deflexión. En ninguna de las regresiones lineales R^2 fue menor que 0.99 y en la mayoría de los casos fue 1.00 (cuadro 2.4) En este sentido, el tercer ensayo con la *Probeta 2* fue el que mejor comportamiento mostró, con una alta linealidad en todos sus comparadores y permitiendo hacer la regresión lineal con 10 puntos de *carga – deflexión* de 11 posibles, es decir, sólo se descartó el punto correspondiente al origen. La regresión para el ensayo con la *Probeta 1* fue hecha con 9 puntos de 20 posibles, mientras que las regresiones para el primer y segundo ensayo de la *Probeta 2* fueron hechas con 8 y 3 puntos de 10 y 5 disponibles respectivamente.

Las curvas de deflexión para la *Probeta 1* (figura 2.6.a) comienzan a perder, o por lo menos a cambiar de linealidad, cuando la carga supera aproximadamente los 120 N, pasando a tener una pendiente menor. Trabajos que estudian el comportamiento del bambú *Guadua angustifolia* a tracción y compresión directa muestran que bajo esfuerzos de compresión, la *Guadua* comienza a salir de su zona lineal cuando alcanza esfuerzos de 25 MPa (para tracción suelen ser 100 MPa) [2]. Teniendo dicho valor como referencia, fue calculado el esfuerzo máximo de compresión al que estaba sujeta la *Probeta 1* en el momento en el que

la carga alcanzó los 120 N y luego cuando alcanzó su valor máximo de poco más de 200 N. Para tal fin se usó la fórmula de flexión en vigas dada por la resistencia de materiales y que se presenta a continuación:

$$\sigma = -\frac{M \cdot y}{I} \quad (7)$$

Donde M es el valor del momento interno, y es la distancia desde el eje neutro hasta la fibra donde se mide el esfuerzo e I es el momento de inercia de la sección transversal. Teniendo en cuenta que la longitud del voladizo era de 1.0 m y suponiendo que por tratarse de una sección transversal simétrica el eje neutro estaba ubicado en la mitad, el máximo esfuerzo en la fibra extrema de compresión para 120 N y 200 N puede entonces calcularse como sigue:

$$\sigma_{120N} = -\frac{(120N \cdot 1m) \cdot \left(\frac{10.1cm}{2}\right) \cdot \left(\frac{1m}{100cm}\right)}{239.8cm^4 \cdot \left(\frac{1m}{100cm}\right)^4} = 2.5MPa$$

$$\sigma_{200N} = -\frac{(200N \cdot 1m) \cdot \left(\frac{10.1cm}{2}\right) \cdot \left(\frac{1m}{100cm}\right)}{239.8cm^4 \cdot \left(\frac{1m}{100cm}\right)^4} = 4.2MPa$$

Ambos valores de esfuerzo se encuentran bien por debajo del valor crítico citado de 25 MPa, así que la magnitud del esfuerzo de compresión no parece ser la explicación a la falta de linealidad de la curva en la figura 2.6.a. De hecho, mantener la probeta dentro del rango lineal fue algo buscado en estos ensayos ya que las mismas probetas irían a ser usadas en ensayos de torsión y habría sido inadecuado inducir las a esfuerzos grandes que alteraran sus características elásticas. Quizá entonces la explicación a esta pérdida de linealidad pueda estar en las imperfecciones del empotrado del voladizo. Es probable que una vez superada la carga de 120 N, las condiciones de apoyo hayan empezado a ceder y se haya permitido algo de giro en el extremo fijo de la viga, lo cual habría afectado las lecturas de

deflexión. Fue en base a estas observaciones que se decidió no superar la carga de 120 N en la realización de los ensayos sobre la *Probeta 2*.

El valor de E_f varió (cuadro 2.6) según el comparador a partir del cual se hizo el cálculo. La tendencia que se mantuvo en los 4 ensayos fue que el menor valor de E_f era dado por el comparador 1 (más cercano al empotramiento) y éste aumentaba en los comparadores 2 y 3 hasta llegar al valor más alto de E_f calculado siempre con el comparador 4 (más cercano al extremo libre). Esto probablemente se debe a las deflexiones de cortante que no son consideradas en la fórmula 5. Un parámetro comúnmente usado para evaluar la importancia que pueden tener las deformaciones por cortante en una viga a flexión es la razón de luz libre a altura de la viga L/d , que para este caso fue aproximadamente de 10. Un estudio sobre el porcentaje de deformación por cortante que se presenta en una viga de madera de sección rectangular simplemente apoyada y cargada en el punto central de su luz [16] muestra que el aporte de la deformación por cortante produce cambios significativos en el E_f calculado cuando los valores de L/d son inferiores a 30. Aun más, en ese mismo trabajo los autores muestran que para un valor de L/d igual a 10 el aporte de la deformación por cortante puede ser igual al 50% de la deformación total. Si bien las condiciones de apoyo y los materiales aquí utilizados son diferentes a los del citado trabajo, esos valores de aporte de cortante son un referente importante. Por lo dicho anteriormente, se concluye que **los valores de E_f registrados en el cuadro 2.6 no pueden ser interpretados como una buena estimación del módulo de elasticidad longitudinal E_z del bambú ensayado**, sin embargo, las curvas de *Carga vs. Deflexión* del ensayo en la *Probeta 1* y del primer y tercer ensayo en la *Probeta 2* serán usadas para encontrar un valor de dicha constante mediante una calibración con un modelo en elementos finitos descrita en la sección 4.2.

Hubo una diferencia considerable entre los valores de E_f que se registraron para la *Probeta 2* entre el primer y segundo ensayo (cuadro 2.6). Esta diferencia alcanzó a ser hasta de 0.6 GPa según el comparador 4. En primera instancia podría pensarse que esto obedece a la velocidad con que se aplicó la carga en ambos ensayos, siendo que en el primero se aplicó

con incrementos de 1 Kgf mientras que en el segundo se aplicó en incrementos de 3 Kgf. Sin embargo esta hipótesis queda descartada al observar que los resultados del segundo ensayo son similares a los del tercer ensayo a pesar de que en este último la carga fue nuevamente aplicada con incrementos de 1 Kgf, es decir, **el valor de los incrementos no afectó los resultados**. Considerando que en la realización de los tres ensayos de flexión la *Probeta 2* no fue girada ni reacomodada, y despreciando cualquier influencia que hayan podido ocasionar los cambios de humedad y temperatura entre un ensayo y otro, la explicación a esta diferencia parece estar en la fuerza de confinamiento en el empotramiento durante los dos ensayos. Esta fuerza era regulada manualmente con una manija (figura 2.3) y una célula de carga no fue utilizada para verificar que dicha fuerza se mantuviera aproximadamente constante en todos los ensayos. Es probable que durante la realización del primer ensayo en la *Probeta 2* la fuerza de confinamiento haya sido menor que en el segundo y tercer ensayo, permitiendo algo de giro en la probeta y dando así lugar a una aparente menor rigidez a flexión al igual a como pudo haber sucedido en mayor medida para el ensayo de la *Probeta 1* una vez superados los 120 N.

2.2 Módulos de Elasticidad Circunferencial (E_ϕ)

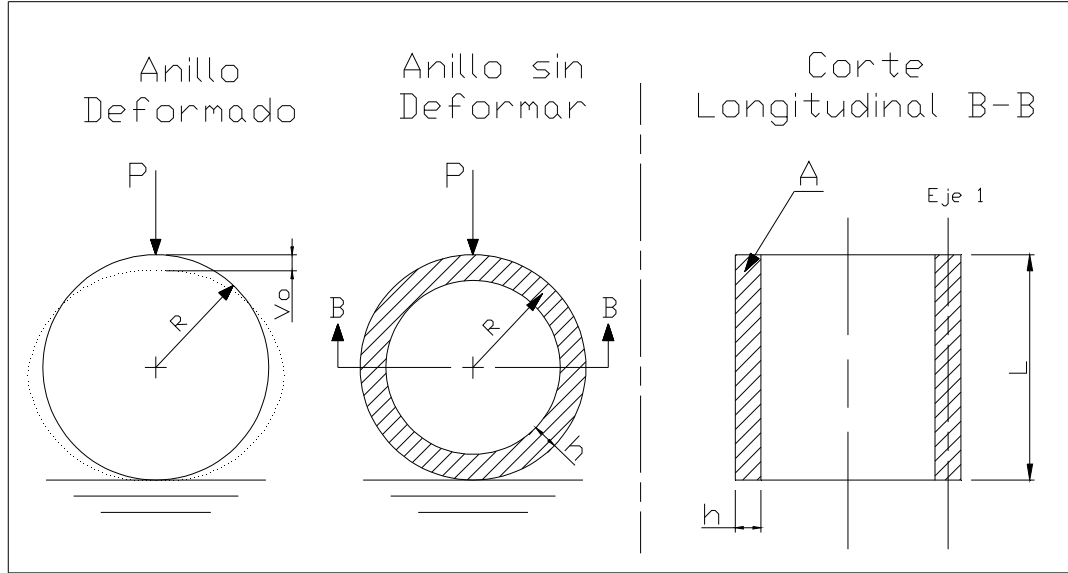
2.2.1 Formulación Teórica

Dada la geometría característica de la Guadua, la realización de un ensayo directo a compresión o a tracción en el sentido circunferencial para hacer una medición de E_ϕ (o E_r) implicaría dificultades experimentales tanto en la aplicación del esfuerzo como en la medición de las deformaciones en esas direcciones. Por tanto, una medición indirecta de esta constante debe ser hecha por medio de otro ensayo. Usando el segundo teorema de Castigliano, se puede obtener una expresión para estimar la deflexión en un anillo cargado con una fuerza diametral de compresión [11]:

$$v_0 = \frac{\pi \cdot PR}{4E_\phi A} + \frac{PR^3}{E_\phi I} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right) + \frac{\pi \cdot PR}{4G_{\phi r} A_s} \quad (8)$$

donde v_0 es la deflexión del anillo, P es la carga, E_ϕ es el módulo de elasticidad circunferencial, R es el radio promedio, A es el área de la sección flectada (con base L y espesor h según se muestra en la figura 2.8), $G_{\phi r}$ es el módulo de rigidez, A_s es el área cortante de “A” e I es el momento de inercia del área “A” respecto al eje 1 que pasa por su centro (figura 2.8).

Figura 2.8 Variables involucradas en ensayo de compresión diametral para E_ϕ .



En la ecuación (8), el primer, segundo y tercer término representan la deformación por carga axial, momento flector y fuerza cortante respectivamente. Un análisis paramétrico muestra que mientras la razón radio/espesor (R/h en la figura 2.8) sea mayor que 4.3 y asumiendo que el módulo de rigidez $G_{\phi r}$ no es mayor que la mitad del módulo de elasticidad circunferencial E_ϕ ¹, entonces el término de la deformación por cortante de la ecuación 8 no representa más del 5% de la deflexión total². Estas dos condiciones, consistentes con la geometría real, implican que el mayor porcentaje de deformación es por flexión, dando como resultado la posibilidad de despreciar el tercer término en la ecuación

¹ Esto siempre será cierto mientras la relación de Poisson que relaciona E_ϕ con $G_{\phi r}$ sea mayor que cero.

² El análisis paramétrico se hizo con un código programado en Matlab que se encuentra en el anexo 3.

8 y aun así obtener un resultado razonablemente exacto. La ecuación 8 puede entonces ser reescrita como:

$$v_0 = \frac{\pi \cdot PR}{4E_{\varphi}A} + \frac{PR^3}{E_{\varphi}I} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right). \quad (9)$$

Según la ecuación 9 la deflexión v_0 varía linealmente con la carga P , y la pendiente “ s ” de una curva de *carga vs. deflexión* puede ser escrita en términos de los parámetros elásticos y geométricos del anillo como se muestra en la ecuación 10:

$$s = inv \left[\frac{\pi \cdot R}{4E_{\varphi}A} + \frac{R^3}{E_{\varphi}I} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right) \right]. \quad (10)$$

Así, a partir de un ensayo de compresión diametral de un anillo de bambú, en el que se registre la pendiente “ s ” de la curva *carga vs. deflexión*, el módulo de elasticidad circunferencial puede ser calculado como,

$$E_{\varphi} = \left(\frac{\pi \cdot R}{4A} + \frac{R^3}{I} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right) \right) \cdot s. \quad (12)$$

2.2.2 Métodos y Materiales

Los anillos provinieron de dos fuentes distintas y fueron ensayados con equipos distintos. Un primer grupo de 54 anillos de Guadua fue usado para estudiar la variabilidad de E_{φ} entre tallos de una misma especie así como la variación a lo largo de la altura de un mismo tallo. Los anillos de Guadua fueron cortados con una longitud “ L ” aproximadamente igual a un cuarto de su diámetro y extraídos de seis tallos provenientes de plantaciones en el departamento del Quindío, Colombia. Estos tallos fueron cortados a edades que variaron entre los 3 ½ y 4 ½ años. La inmunización fue hecha por medio de un proceso de inmersión en un derivado del petróleo, según explicó el proveedor. De cada tallo, fueron cortados nueve anillos, tres de la parte baja, media y alta. Sin embargo, después de haber sido

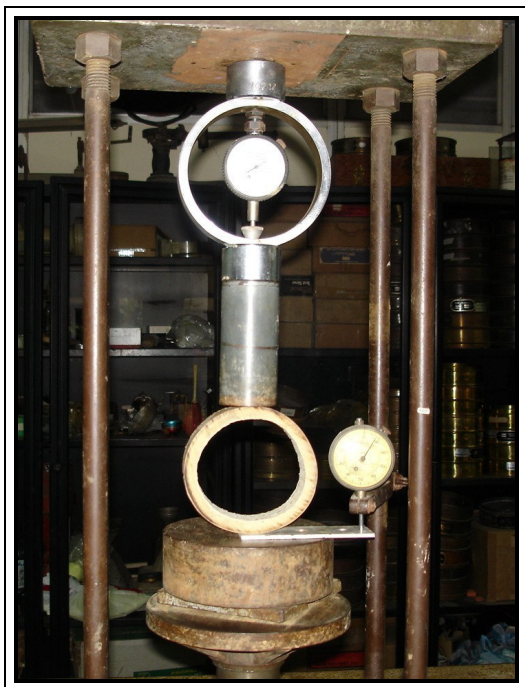
cortados, se observó que 5 anillos provenientes de tallos distintos presentaban rajaduras iniciales en su pared interna, por lo que finalmente 49 de los 54 anillos iniciales fueron ensayados. Tres de los anillos dañados correspondían a la parte baja de un solo tallo, por lo que no fue posible calcular un valor de E_{ϕ} representativo de ese grupo. Los rangos de alturas del tallo a las que fueron extraídos los anillos se presentan en el cuadro 2.7.

Cuadro 2.7 Rangos de alturas (m) de extracción de los anillos de Guadua.

	Tallo 1	Tallo 2	Tallo 3	Tallo 4	Tallo 5	Tallo 6
Alta	4.75 - 5.15	5.70 - 6.10	5.50 - 5.80	5.70 - 6.05	4.00 - 4.50	5.65 - 6.10
Media	2.15 - 2.60	3.30 - 3.65	3.30 - 3.65	3.30 - 3.70	2.20 - 2.65	3.10 - 3.55
Baja	0.95 - 1.35	0.80 - 1.25	0.90 - 1.35	0.85 - 1.30	0.75 - 1.20	0.90 - 1.30

Para el montaje experimental de los anillos de Guadua se usó una máquina de compresión inconfiada para suelos, operada manualmente, de referencia EI25-3602 *Soiltest*. La aplicación de la carga y la medición de la deflexión del anillo fueron medidas con una precisión de 1.50 N y 0.025 mm, respectivamente.

Figura 2.9 Montaje experimental 1.



La figura 2.9 muestra el montaje experimental usado con los anillos de Guadua y que será referido como montaje experimental 1. El ensayo fue controlado por deformación, tomando lecturas de carga cada 0.254 mm para los cuatro primeros anillos ensayados, y luego cada 0.127 mm en los anillos restantes. Este cambio en la frecuencia de las lecturas se hizo con el fin de tener un mayor número de registros para hacer las regresiones lineales. Los anillos fueron comprimidos hasta que se producía una falla, la cual era definida por un retroceso o estabilización en las lecturas de carga. Dado que todos los anillos mantuvieron

su integridad en el momento de la falla, habría sido posible continuar con el proceso de aplicación de la carga después de la falla inicial, pero dado que el propósito del ensayo era sólo calcular la constante elástica, esto no se hizo.

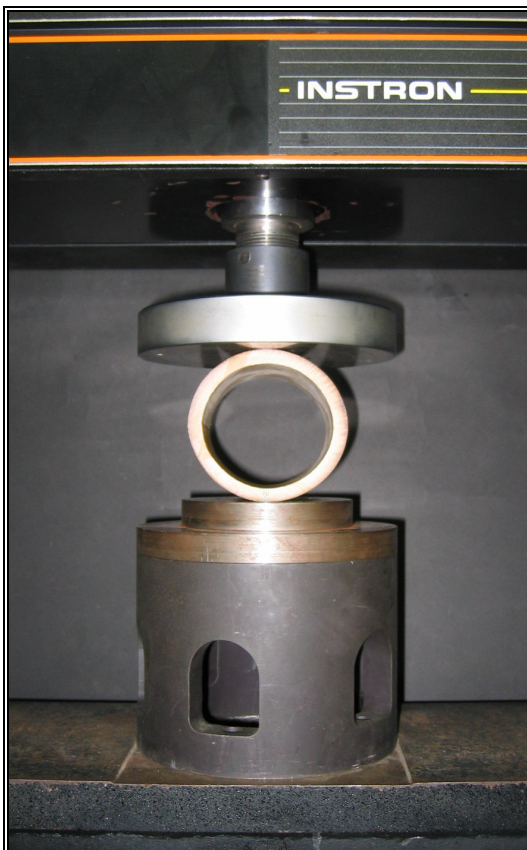
Un segundo grupo de 12 anillos fue extraído del mismo tallo del que se obtuvo la *Probeta 2*, es decir un bambú Mosó. El propósito fue el de obtener un valor de E_{φ} que fuera representativo de la *Probeta 2* y estudiar cómo la variación de la longitud del anillo (L) afectaba el valor obtenido. Los anillos fueron extraídos de la zona del tallo que se encontraba adyacente a la *Probeta 2*, cortando tres anillos con cada una de las siguientes longitudes: Un cuarto, un medio, tres cuartos y una vez la medida del diámetro externo.

Para el montaje experimental de este segundo grupo de anillos se usó una máquina universal operada electrónicamente, de referencia Instron 5500 R. La aplicación de la carga y la medición de la deflexión del anillo fueron medidas con una precisión de 0.1 N y 0.01 mm respectivamente. La velocidad de desplazamiento del cabezal fue de 1 mm/min y la adquisición de datos se hizo cada 2 seg (figura 2.10). Similar a como se procedió para el primer grupo de anillos, éstos fueron cargados hasta que se producía la ruptura de los mismos y la consecuente reducción de carga.

Los rasgos geométricos de ambos grupos de anillos como el diámetro, la longitud (L), y el espesor de pared (h) fueron medidos con precisión de 0.05 mm. Dos diámetros externos, perpendiculares entre si fueron medidos en cada anillo. En los cuatro puntos que definían estos dos diámetros fueron medidos además la longitud del anillo y el espesor de su pared. Los valores promedios de estas cantidades fueron usados en la ecuación 12. Los diámetros externos del primer grupo de anillos varió desde un mínimo de 9.2 cm hasta un máximo de 12.3 cm, mientras que los del segundo grupo, por provenir todos del mismo tallo variaron en un rango mas pequeño desde 8.6 cm hasta 8.9 cm. Para todos los anillos de Guadua, la longitud (L) fue cortada para que fuera aproximadamente un cuarto del diámetro externo. El anexo 4 contiene las mediciones completas de los rasgos geométricos de todos los anillos ensayados así como sus propiedades físicas. La humedad, densidad aparente y densidad real

de los anillos, reportada en dicho anexo fueron calculadas de acuerdo a la norma ISO/DIS 22157 [22].

Figura 2.10 Montaje experimental 2 para el cálculo de E_{φ} .



2.2.3 Resultados Obtenidos y Discusión

Primer Grupo de Anillos

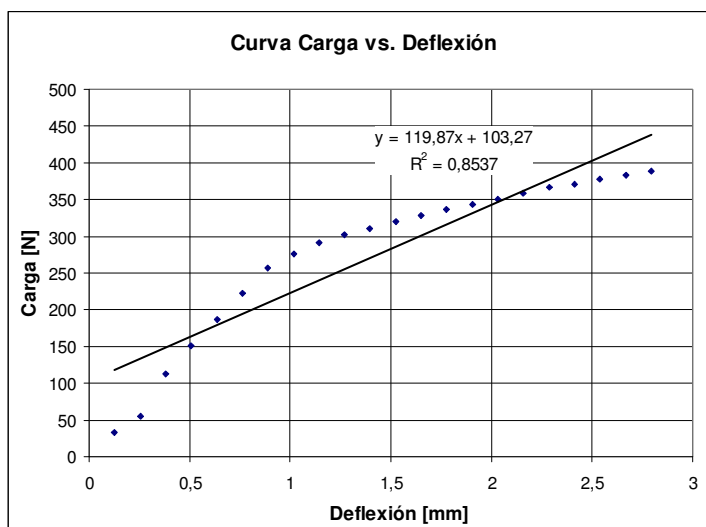
Las curvas de carga vs. deflexión mostraron un rango lineal bien definido, con coeficientes de ajuste (R^2) variando de 0.85 a 0.99. Más aun, sólo dos anillos presentaron coeficientes de ajuste inferiores a 0.93. Las curvas de estos dos anillos mostraron dos pendientes distintas durante el ensayo, como es el caso de un anillo (figura 2.11) extraído de la parte baja de uno de los seis tallos estudiados. No obstante, los datos de estos dos anillos también fueron ajustados a una sola recta para hacer el cálculo de E_{φ} . El cuadro 2.8 presenta un resumen de

los valores promedio de E_φ y sus coeficientes de variación (C.V.) encontradas a las distintas alturas de los tallos. Se observa que para 5 de los 6 tallos hay una tendencia de incremento de E_φ con la altura del tallo y pruebas T de Student para datos pareados (anexo 5) revelaron que *los valores de E_φ de los anillos extraídos de la parte alta de los tallos son estadísticamente mayores a aquellos extraídos de la parte media y que los valores de E_φ de los anillos extraídos de la parte media son a su vez estadísticamente mayores a aquellos extraídos de la parte baja*. Un mayor número de ensayos es recomendable para establecer si esta tendencia de incremento de E_φ a lo largo de la altura del tallo es una regla general en la Guadua o para otras especies de bambú.

Cuadro 2.8 Valores promedio del Módulo de Elasticidad Circunferencial E_φ [Mpa] y Coeficientes de Variación [%].

	Tallo 1		Tallo 2		Tallo 3		Tallo 4		Tallo 5		Tallo 6	
	E_φ	C.V.	E_φ	C.V.	E_φ	C.V.	E_φ	C.V.	E_φ	C.V.	E_φ	C.V.
Alta	608	9.6	675	11.2	352	12.8	332	21.0	721	6.3	455	8.1
Media	466	5.0	573	2.1	222	9.4	218	13.6	482	8.3	337	12.2
Baja	306	7.5	361	12.6	170	3.6	136	26.1	--	--	381	19.4

Figura 2.11 Curva de anillo que exhibe dos pendientes.



El promedio global de E_φ a partir de los 49 anillos fue de 400 MPa con un coeficiente de variación de 44%. Dada esta gran dispersión de datos, no es factible calcular un único valor promedio de todos los valores encontrados y considerarlo como representativo de la Guadua en general o siquiera de los tallos estudiados, por lo

que *para la modelación numérica de un elemento de bambú, lo recomendable sería hacer una determinación del E_ϕ para cada elemento de Guadua en particular o analizar que tanta influencia tiene esta constante en la respuesta de la Guadua a la solicitud de carga que se esté analizando.*

Segundo Grupo de Anillos

Este grupo de anillos presentó coeficientes de ajuste lineal (R^2) aun mejores que los del primer grupo, con valor mínimo de 0.97 y máximo de 1.00. Ninguno de los anillos ensayados exhibió dos pendientes distintas en su curva de carga vs. deflexión, como fue el caso con dos de los anillos del primer grupo. El cuadro 2.9 presenta un resumen de los valores promedio de E_ϕ y sus coeficientes de variación encontradas en las tres probetas que se ensayaron para cada dimensión de longitud.

Cuadro 2.9 Valores de E_ϕ para las probetas de diferente longitud.

	E_ϕ [MPa]	C.V. [%]
$L = D$	1570	10
$L = 3D/4$	1380	8
$L = D/2$	1440	15
$L = D/4$	1400	11
Global	1450	11

No parece mostrar ningún indicio de que haya una relación causal entre el valor de E_ϕ y la longitud de los cuerpos de prueba (cuadro 2.9). Esto fue constatado con una prueba T de Student que reveló que no hay diferencia estadística entre ninguno de los cuatro grupos de anillos estudiados. Se concluye por lo anterior que *la longitud de los anillos entre los rangos aquí estudiados no afecta el valor de E_ϕ calculado.*

El promedio global de 1450 MPa calculado con los 12 anillos es considerablemente mayor a cualquiera de los valores encontrados en los anillos que componían el grupo 1. *Esto pareciera indicar una mayor rigidez en el sentido circunferencial en el bambú Mosó que en la Guadua.* Mayor número de ensayos serán necesarios para verificar lo anterior.

Finalmente, el coeficiente de variación de 11% que se encuentra a partir de los 12 puntos de la muestra se considera aceptable tratándose de un material natural.

2.3 Módulo de Elasticidad a Cortante ($G_{z\varphi}$)

2.3.1 Referencias de la Literatura

El módulo de rigidez a cortante $G_{z\varphi}$ del bambú ha sido aun poco estudiado. Esto puede deberse principalmente a dos motivos: En principio muchas aplicaciones estructurales del bambú sólo requieren el valor de un módulo de elasticidad longitudinal para hacer un apropiado dimensionamiento, y segundo, bajo el enfoque isotrópico un valor de $G_{z\varphi}$ para el bambú podría ser obtenido a partir de la ecuación 13. No obstante, bajo el enfoque de isotropía transversal usado en este trabajo, esta ecuación no tiene validez dado que las constantes elásticas involucradas no corresponden todas al mismo plano de isotropía. Los valores de $G_{z\varphi}$ encontrados a partir de los ensayos de torsión aquí descritos, serán usados junto con los valores de E_z resultantes de la modelación del ensayo a flexión para indagar sobre la magnitud del error en el que se puede incurrir usando la ecuación 13 para calcular $G_{z\varphi}$ en el bambú.

$$G_{z\varphi} = \frac{E_z}{2 \cdot (1 + \nu_{z\varphi})} \quad (13)$$

El único trabajo encontrado en el que se hace una determinación experimental del módulo de rigidez del bambú es el de Sánchez y Prieto [17]. En este trabajo el módulo de rigidez es encontrado haciendo algunas modificaciones a la norma ASTM D 198 elaborada para elementos de madera. El módulo de rigidez es encontrado para varios tallos de Guadua mediante un análisis de deflexiones que considera la deformación por cortante en vigas de diferentes longitudes ensayadas a flexión en cuatro puntos. El resumen de los valores obtenidos de G del citado trabajo se presenta aquí en el cuadro 2.10.

Cuadro 2.10 Valores de G reportados por Sánchez y Prieto [17] para diferentes longitudes de viga.

Luz (m)	No. de Ensayos	Promedio G [MPa]	Desv. Est.[Mpa]	Coef. De Variación
0.5	26	572	263	0.46
1.0	29	647	287	0.44
1.5	31	644	277	0.43
2.0	30	644	280	0.44
2.5	28	637	285	0.45
3.0	28	623	284	0.46

Se observa que el valor promedio de G no tiene mayores variaciones para las distintas longitudes de vigas ensayadas, lo cual es razonable ya que una constante elástica no debe variar por modificaciones en las dimensiones de la probeta. Sin embargo los valores de los coeficientes de variación para cada longitud de vigas son notablemente altos, estando todos por encima del 43%. Lo anterior indica que aun habiendo una buena uniformidad en los valores promedio, la dispersión dentro de cada conjunto de resultados fue alta, reflejo de las grandes variaciones en las propiedades de tejidos y materiales biológicos.

2.3.2 Formulación Teórica

El principio utilizado para estimar el módulo de rigidez³ $G_{z\varphi}$ fue medir el giro φ que sufre un cilindro de bambú cuando es cargado con un torque T y relacionar el valor medido con $G_{z\varphi}$. De acuerdo a la resistencia de materiales, el giro φ de un tubo cilíndrico de sección transversal constante cargado con un torque T puede ser calculado como [12]:

$$\varphi = \frac{T \cdot L}{J \cdot G} \quad (13)$$

donde L es la longitud del tubo que se encuentra sujeta al torque T , J es el momento polar de inercia de la sección transversal y G es el módulo de rigidez del plano perpendicular al eje del tubo que para este caso sería $G_{z\varphi}$. Operando sobre la ecuación 13 de modo que el

³ Módulo a cortante o módulo de cisallamiento son otros nombres comúnmente dados al módulo de rigidez.

giro φ quede como la variable independiente y el torque T sea la variable dependiente se obtiene:

$$T = \frac{J \cdot G_{z\varphi}}{L} \cdot \varphi \quad (14)$$

Es decir, que si se tiene una curva de torque vs. giro de un cilindro elástico, la pendiente “ s ” de dicha curva debe estar dada por la fracción que multiplica φ en la ecuación 14. Siendo conocida la pendiente “ s ”, el módulo de rigidez $G_{z\varphi}$ puede ser calculado por la ecuación 15:

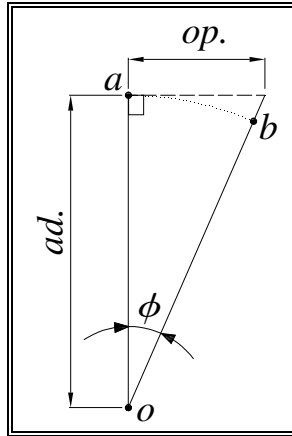
$$G_{z\varphi} = \frac{L}{J} \cdot s \quad (15)$$

Dado que en el montaje experimental no fueron hechas mediciones directas de giros sino de desplazamientos, fue usada una ecuación trigonométrica que permite relacionar los desplazamientos horizontales de un punto con el ángulo de giro con respecto a otro punto de referencia.

La figura 2.12 muestra una recta oa originalmente en posición vertical que es girada un pequeño ángulo φ hasta su posición final ob. La proyección horizontal del arco ab es igual a la distancia op en el esquema, es decir, el lado opuesto del triángulo rectángulo. La distancia op que fue medida durante la realización del ensayo puede ser relacionada con el ángulo de giro φ de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{op.}{ad.}\right) \quad (16)$$

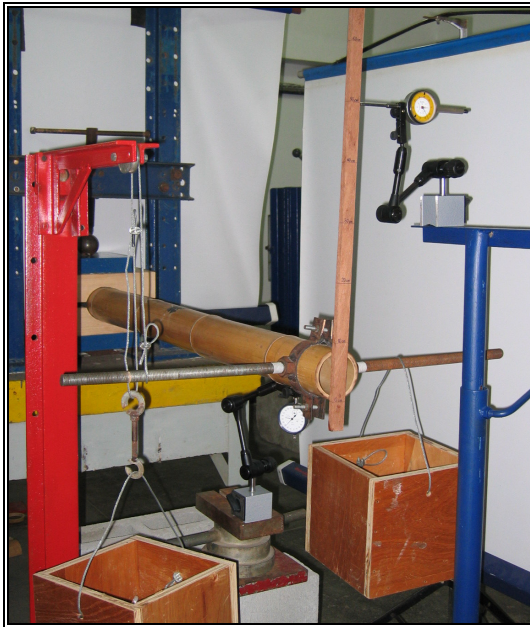
Figura 2.12 Esquema explicativo para la ecuación 16.



2.3.3 Métodos y Materiales

Fueron usadas las mismas dos probetas que fueron ensayadas a flexión (sección 2.1.3), es decir la *Probeta 1* y *Probeta 2*. Para no comprometer la elasticidad del material, fue necesario hacer los ensayos previos de flexión con cargas lo suficientemente pequeñas para asegurar que los esfuerzos estuvieran dentro del rango lineal (sección 2.1.5).

Figura 2.13 Montaje del ensayo de torsión.



El montaje experimental (figura 2.13) consiste en una viga en voladizo sujeta a un torque en su extremo libre. El empotramiento fue hecho de forma idéntica a como fue descrito en la sección 2.1.3 para los ensayos de flexión. En su extremo libre, el montaje conservó los dos semi anillos del ensayo de flexión, pero a éstos les fueron enroscados dos barras de acero de 40 cm de largo y 1.8 cm de diámetro. En una de estas dos barras de acero se colgó directamente una caja de madera que al igual que en el ensayo de flexión tenía un peso de 3 Kgf.

En dicha caja fueron siendo depositados los pesos para aplicar el torque. En la otra barra de acero se colgó otra caja de madera de igual peso al de la primera, y para que ésta ejerciera una carga en sentido opuesto a la de la caja anterior, el cable de la segunda caja fue pasado por una polea que se encontraba suspendida por un brazo metálico. La pretensión del ensayo fue mantener en todo momento ambas cajas con el mismo peso, para así asegurar la aplicación de un torque puro. Sin embargo de antemano ya existían algunas imperfecciones en este balance de pesos, por ejemplo había una fuerza de fricción en la polea que estaba siendo despreciada y la cantidad de cable que sostenía cada caja era diferente. Para verificar que estas imperfecciones no flectaran significativamente la probeta ensayada, acabando con el estado de torsión puro deseado, se colocó un comparador de carátula con sensibilidad de 1 micra en la parte inferior de cada probeta ensayada. Este comparador de control permitiría establecer si el estado de torsión pura estaba siendo realmente aplicado.

Figura 2.14 Falla inducida por hueco para tubo de aluminio.



En los ensayos preliminares, se intentó aplicar el torque no con los semi anillos que sujetan ambas barras sino que se utilizó un solo tubo de aluminio que perforaba el bambú de modo que quedara mitad de la longitud del tubo para cada lado. Sin embargo se observó que la falla se producía en los huecos hechos para pasar el tubo (figura 2.14), por lo que se optó por la alternativa de los semi anillos y las

barras rosqueadas. Una vez fueron instalados los semi anillos las pruebas mostraron que a medida que el momento torsor se incrementaba, se producía un deslizamiento de los anillos sobre la superficie del bambú. Estando claro que la solución al problema era aumentar la fuerza de fricción que había entre el bambú y los anillos, se decidió recubrir ambas superficies con papel de lija para metales. La medida solucionó el problema.

Para medir el torque, fue necesario medir la distancia entre los dos puntos de aplicación del par de fuerzas que lo generaban. Esto se hizo con una cinta métrica milimetrada, pero dado que entre los dos puntos se interponía el bambú, la medición fue hecha proyectando ambos puntos un poco más hacia abajo o hacia arriba. Las imprecisiones que esto induce hace que la incertidumbre real en la medición del brazo del torque no sea de 1 mm, sino que fue estimada en 0.5 cm. El brazo utilizado para aplicar el torque en los ensayos de la *Probeta 1* fue de 55.0 cm, mientras que para la *Probeta 2* el torque fue de 35.0 cm. En la ejecución del ensayo, los pesos fueron siendo depositados en cada caja en incrementos de 1 Kgf excepto por el incremento inicial que estaba dado por la caja con un peso de 3 Kgf. Se procuró que los pesos fueran siendo depositados simultáneamente en las dos cajas. El producto del valor del peso en cada caja por la distancia entre los puntos desde los cuales colgaban dio el torque.

La medición del giro de las probetas se hizo indirectamente. Según se muestra en la figura 2.13, una pieza de madera de aproximadamente 80 cm de longitud y con una sección transversal de 12.2 mm x 23.5 mm fue adherida con cola de contacto a la cara del extremo libre de la probeta. La pieza fue alineada verticalmente con un nivel de mano. Un reloj comparador con precisión de 0.01 mm fue ubicado sobre una base metálica fija y apoyado contra la pieza de madera a una altura que en el caso de la *Probeta 1* fue de 50.0 cm y en el de la *Probeta 2* de 45.5 cm, medida respecto al centro de la sección transversal de la probeta. El comparador fue alineado horizontalmente usando un nivel de mano. La pieza de madera fue dispuesta de modo que el lado más pequeño (de 12.2 mm) quedó en contacto con el cursor del comparador con el objeto de disminuir las deflexiones por causa de la fuerza resistiva (mínima pero existente) del comparador. Los desplazamientos horizontales registrados por el comparador fueron relacionados con el ángulo de giro según la ecuación 16.

En total tanto la *Probeta 1* como la *Probeta 2* fueron ensayadas dos veces. Un primer ensayo estudiando sólo el proceso de carga fue hecho para cada probeta y en el segundo ensayo se realizó el ciclo de carga y descarga para observar las diferencias entre ambas

trayectorias y la deformación residual. En todos los ensayos, los semi anillos que inducían el torque fueron ubicados a 1.0 m de distancia desde el borde del empotramiento, siendo así $L = 1.00\text{ m}$ en la ecuación 15.

2.3.4 Resultados y Discusión

Se observa una buena correlación lineal ($R^2 > 0.99$) entre momento torsor y ángulo de giro (figuras 2.15 y 2.16) para todo el conjunto de datos (anexo 6). Las regresiones lineales fueron hechas con todos los puntos correspondientes al proceso de carga cada ensayo por observarse una buena linealidad en todo el conjunto de datos. En los segundos ensayos realizados en cada probeta se observa, como era esperado, que la trayectoria de carga difiere ligeramente de la de descarga, acumulando al final un giro residual. Las curvas de los segundos ensayos en cada probeta, también muestran que después de hacer el primer decremento de torque para iniciar la descarga, el bambú no recuperó un giro que fuera perceptible por la instrumentación utilizada.

Figura 2.15.a Momento Torsor vs. Giro con regresión lineal. Primer ensayo de torsión en la Probeta 1.

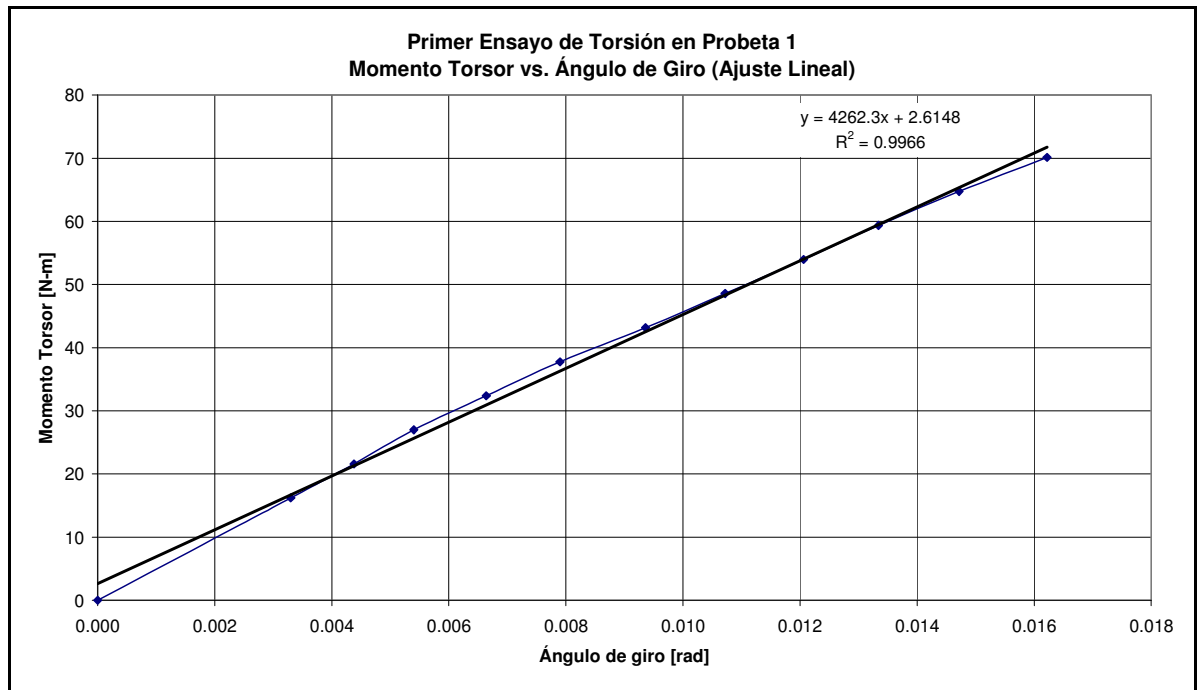


Figura 2.15.b Momento Torsor vs. Giro. Segundo ensayo de torsión en la Probeta 1.

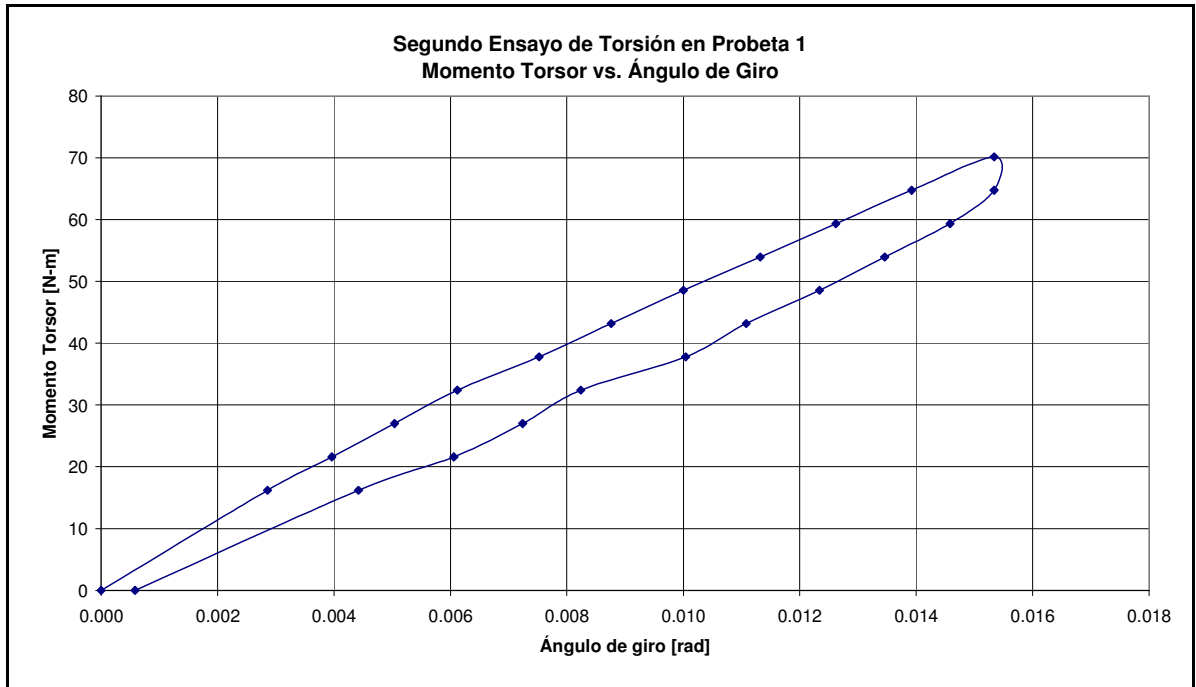


Figura 2.15.c Curva de Momento Torsor vs. Ángulo de Giro con regresión lineal. Primer ensayo de torsión en la Probeta 2.

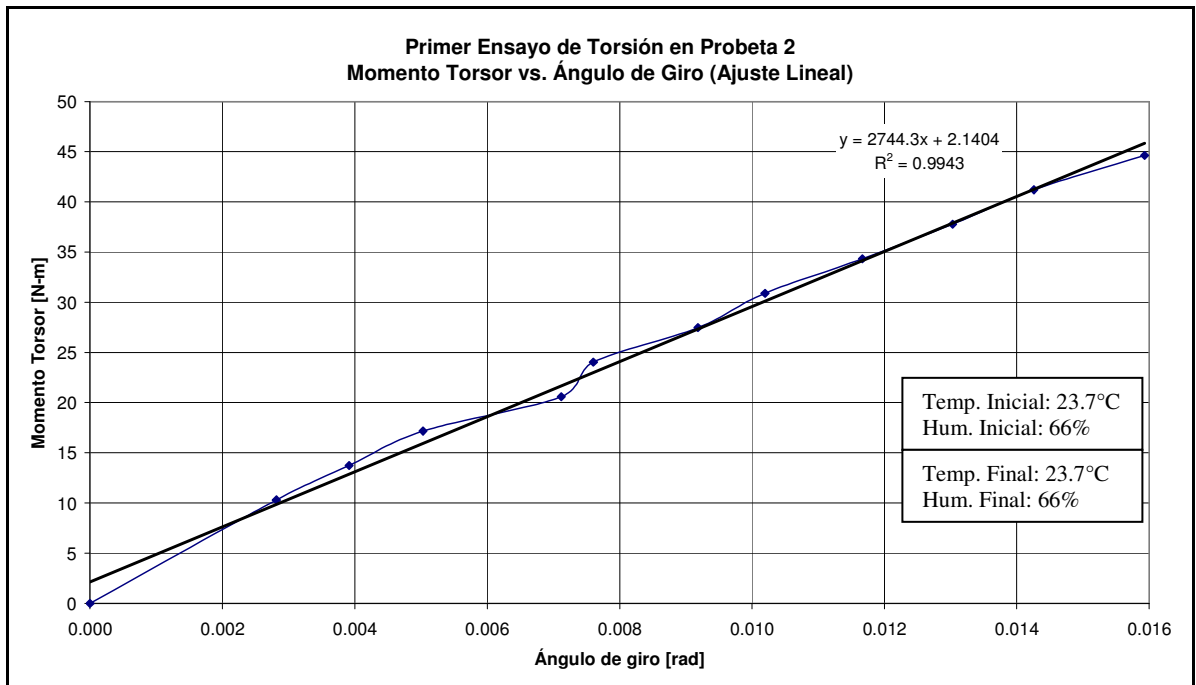
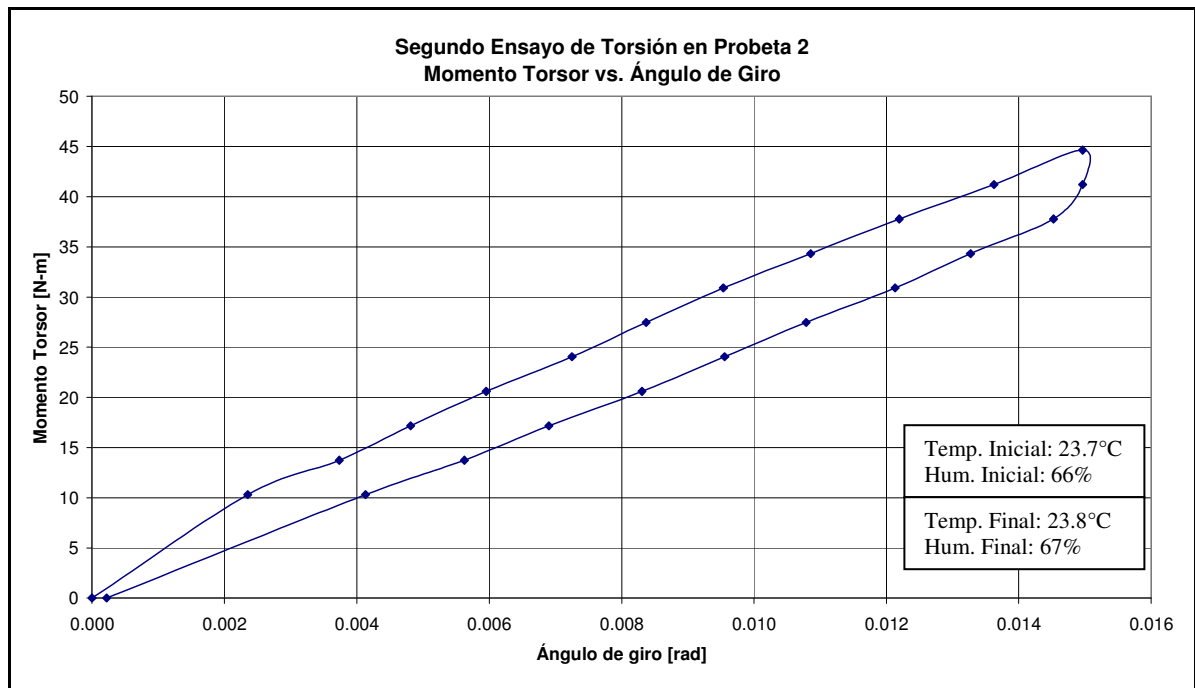


Figura 2.15.d *Momento Torsor vs. Giro. Segundo ensayo de torsión en la Probeta 2.*



En términos absolutos el giro residual del segundo ensayo en la *Probeta 1* no superó 6 diezmilésimas de radián y para la *Probeta 2* no superó 2 diezmilésimas de radián. El cuadro 2.11 muestra estos valores como porcentaje del giro máximo obtenido para cada uno de los dos ensayos. Estos dos valores porcentuales del giro residual son considerablemente menores a los porcentajes de deflexión residual calculados en el ensayo de flexión. Esto podría estar indicando *una mejor capacidad del bambú de regresar a su estado inicial después de haber sido sometida a un torque que después de haber estado bajo un momento flector*.

Cuadro 2.11 *Valores del giro residual como porcentajes del giro máximo medido.*

Ensayo	Giro Residual [%]
2 ^{do} ensayo <i>Probeta 1</i>	4
2 ^{do} ensayo <i>Probeta 2</i>	1

Los datos del comparador de control ubicado en la parte inferior del extremo libre de cada probeta se encuentran en el anexo 6. Las características principales de estos datos se resumen en el cuadro 2.12. Se observa que el rango en el que variaron los desplazamientos medidos por este comparador no supera 0.15 milímetros, lo cuál es una deflexión bastante pequeña comparada con los cerca de 4 mm que flectó la *Probeta 2* durante el ensayo de flexión. Se concluye también que dado que las lecturas de estos comparadores variaron erráticamente (subiendo y bajando aleatoriamente), es probable que estas deflexiones se hayan debido a las imperfecciones que puede presentar el bambú sobre su perímetro y no a una flexión accidentalmente inducida.

Cuadro 2.12. Resumen de datos del comparador de control en los ensayos de torsión.

Ensayo	Lectura Máxima [mm]	Lectura Mínima [mm]	Rango de variación [mm]
1 ^{ero} <i>Probeta 1</i>	0.06	-0.03	0.09
2 ^{do} <i>Probeta 1</i>	0.02	-0.07	0.09
1 ^{ero} <i>Probeta 2</i>	0.07	-0.01	0.08
2 ^{do} <i>Probeta 2</i>	0.04	-0.11	0.15

Las regresiones lineales de la fase de carga del segundo ensayo de la *Probeta 1* y la *Probeta 2*, se ilustran en las figuras 2.16.a y 2.16.b. Los resultados de las 4 regresiones lineales hechas para los ensayos de torsión se muestran en el cuadro 2.13, en donde las notaciones Y_0 , S y R^2 representan el valor de la intersección en el eje vertical, la pendiente y el coeficiente de ajuste respectivamente. Los valores de R^2 fueron todos mayores o iguales a 0.99, lo cual muestra una alta linealidad en los datos obtenidos. En cuanto a los valores de Y_0 , que idealmente deberían ser cero, se observa que éstos también se mantuvieron en valores bajos.

Cuadro 2.13 Resumen de las regresiones lineales para los cuatro ensayos de torsión.

Ensayo	Y_0	S	R^2
1 ^{ero} <i>Probeta 1</i>	2.6	4262	1.00
2 ^{do} <i>Probeta 1</i>	3.3	4468	1.00
1 ^{ero} <i>Probeta 2</i>	2.1	2744	0.99
2 ^{do} <i>Probeta 2</i>	2.6	2888	0.99

Figura 2.16.a *Momento Torsor vs. Giro con regresión lineal. Segundo ensayo de torsión en la Probeta 1.*

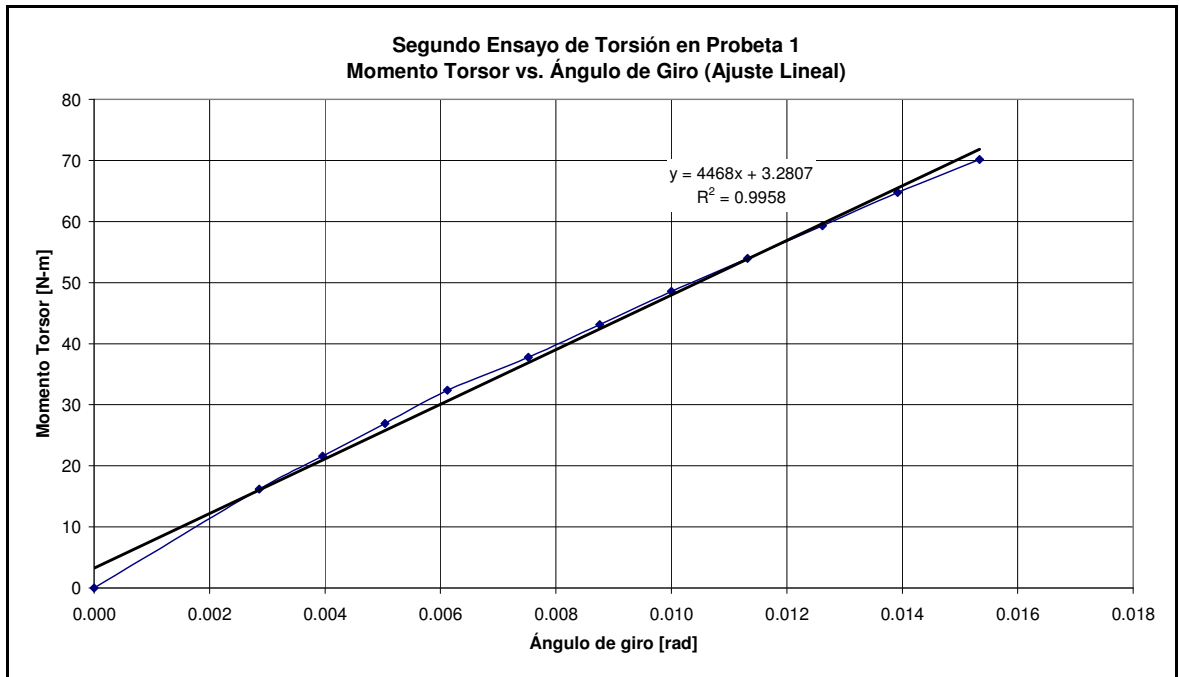
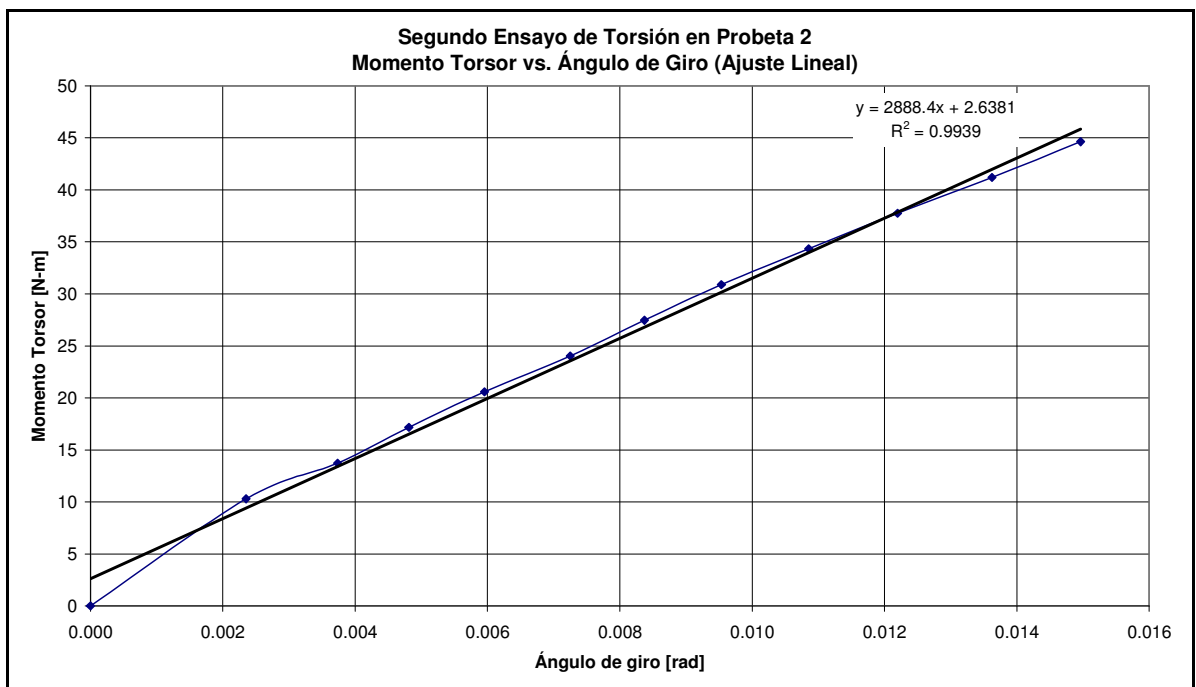


Figura 2.16.b *Momento Torsor vs. Giro con regresión lineal. Segundo ensayo de torsión en la Probeta 2.*



Para el cálculo del módulo de rigidez $G_{z\varphi}$ se usó la ecuación 15. El valor de J fue calculado multiplicando por 2 el momento de inercia de ambas probetas que ya fue encontrado en la sección 2.1.4:

$$J_1 = I_1 \cdot 2 = 239.8cm^4 \cdot 2 = 479.6cm^4$$

$$J_2 = I_2 \cdot 2 = 202.9cm^4 \cdot 2 = 405.8cm^4$$

Donde J_1 e J_2 son el momento polar de inercia de las *Probetas 1* y *2* respectivamente. Estando definida la longitud L igual a 1.0 m y usando las pendientes “ S ” del cuadro 2.13, fueron obtenidos los valores de $G_{z\varphi}$ (cuadro 2.14).

Cuadro 2.14 Valores obtenidos de $G_{z\varphi}$ a partir de los ensayos de torsión.

Ensayo	$G_{z\varphi}$ [MPa]	Incertidumbre [MPa]
1 ^{ero} <i>Probeta 1</i>	890	± 80
2 ^{do} <i>Probeta 1</i>	930	± 90
1 ^{ero} <i>Probeta 2</i>	650	± 70
2 ^{do} <i>Probeta 2</i>	680	± 70

Los resultados muestran que el valor calculado para ambas probetas tuvo una variación inferior al 5% del segundo al primer ensayo. No obstante, esta diferencia no se considera significativa ya que es inferior a la incertidumbre del resultado. La incertidumbre, calculada a través de un análisis simplificado de propagación de errores (anexo 9), es cercana al 10%. Los valores obtenidos fueron del mismo orden de magnitud que los valores promedio de $G_{z\varphi}$ calculados por Sánchez y Prieto [17] (cuadro 2.10).

La *Probeta 1* de bambú Metake obtuvo un módulo de rigidez $G_{z\varphi}$ mayor que el de la *Probeta 2* de bambú Mosó. Sin embargo dos factores impiden concluir que el bambú Metake en general tenga un $G_{z\varphi}$ mayor que el bambú Mosó: Primero, el número de ensayos realizados en esta investigación fue insuficiente para conducir un análisis estadístico que permita llegar a esa conclusión. Y segundo, de acuerdo a como fue explicado en la sección 2.1.3 la *Probeta 2* fue partida por la mitad después de haber sido ensayada para hacer

mediciones de espesor en toda su longitud. Al quedar expuesto el interior de la probeta, fue observado que aunque externamente aparentaba ser una probeta sana, su interior tenía indicios de ataque por insectos (figura 2.17). Por estos dos motivos, se recomienda ***no considerar los valores de $G_{z\phi}$ aquí reportados como representativos para cualquier tallo de bambú Mosó o Metake***, sino sólo representativos de las dos probetas que fueron utilizadas.

Figura 2.17 Señales de ataque de insectos al interior de la Probeta 2.



2.4 Coeficientes de Poisson ν_{zr} y $\nu_{r\phi}$

Según lo expuesto en el marco teórico (sección 1.4.1) las últimas 2 constantes elásticas que faltarían por determinar para caracterizar plenamente un material transversalmente isótropo serían los coeficientes de Poisson ν_{zr} y $\nu_{r\phi}$. Ensayos para la determinación de estas dos constantes no fueron hechos en este trabajo, pero para efectos de la modelación en elementos finitos fueron tomados como referencia de ν_{zr} los valores reportados en la

referencia [2]. El citado trabajo es expuesto brevemente en la siguiente sección. En cuanto al valor de ν_{rz} , éste fue asumido igual a ν_{zr} .

2.4.1 Referencias de la Literatura

Para la determinación de ν_{zr} para el bambú, Ghavami y Marinho [2] usan extensómetros eléctricos en configuración de “L” que fueron adheridos a probetas extraídas a diferentes alturas de tallos de *Guadua angustifolia*. Los tallos eran provenientes del estado de Sao Paulo en Brasil y tenían una edad media de 3 años. Fueron ensayadas probetas con y sin nodo tanto a tracción como a compresión, no obstante, no fueron reportados valores de ν_{zr} a partir de los ensayos de tracción en probetas con nodo por problemas con los extensómetros. Los valores promedio obtenidos se resumen en el cuadro 2.15.

Cuadro 2.15 Valores promedio de ν_{zr} reportados por Ghavami y Marinho.

<i>Parte del Bambú</i>	<i>ν_{zr} por Tracción</i>	<i>ν_{zr} por Compresión</i>
Base sin nodo	0.19	0.27
Base con nodo	--	0.56
Centro sin nodo	0.25	0.36
Centro con nodo	--	0.18
Superior sin nodo	0.33	0.36
Superior con nodo	--	0.33
Promedio	0.26	0.34
Rango de Variación	0.19 – 0.33	0.18 - 0.56

Los resultados muestran que ν_{zr} varía en un rango amplio de valores, imposibilitando escoger un valor único como representativo del bambú. Por tanto, para las modelaciones descritas en el capítulo 4 y 5 se usará inicialmente $\nu_{zr} = 0.31$ que es el promedio de todos los valores del cuadro 2.15.

Capítulo 3

Comparación de Constantes Elásticas con Modelos Micromecánicos

3.1 Introducción

Con el fin de indagar más acerca de las constantes elásticas del bambú, se presentan en este capítulo comparaciones de los valores obtenidos experimentalmente para E_z y E_φ , con los valores que predicen los modelos micromecánicos correspondientes a estas dos constantes elásticas. En los dos modelos se supone que las fibras del compuesto son ortotrópicas mientras que la matriz es isótropa. La ausencia de más datos en la literatura técnica acerca de las propiedades mecánicas ortotrópicas para las fibras individuales del bambú y para la matriz aglutinante, impiden hacer comparaciones similares para las otras tres constantes elásticas presentadas en el capítulo anterior.

3.2 Variación de la fracción volumétrica de las fibras en la pared del tallo de bambú.

Los dos modelos micromecánicos usados para hacer las comparaciones con los valores experimentales requieren el conocimiento de la fracción volumétrica de las fibras y matriz del compuesto. En el caso de bambú, esta fracción volumétrica cambia dentro del espesor de la pared. La determinación analítica de la forma en que cambia esta fracción volumétrica es necesaria para la utilización de los modelos.

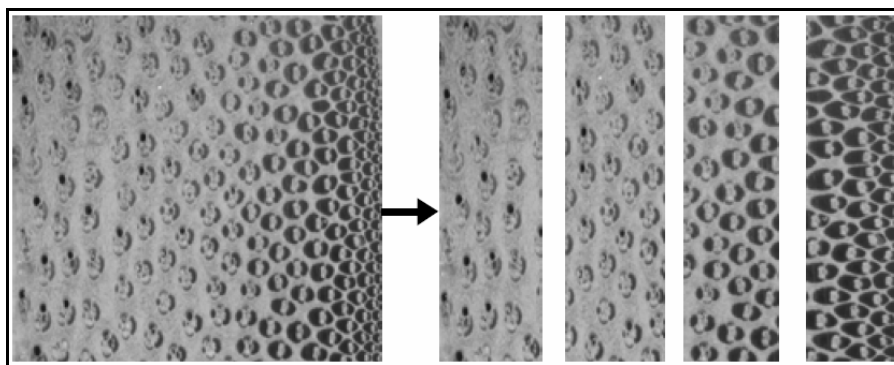
Ghavami y Marinho [2] estudian la variación de la fracción volumétrica de las fibras a lo largo del espesor de la pared así como a lo largo de la altura del tallo del bambú *Guadua angustifolia*. Los resultados obtenidos en ese trabajo, coinciden cualitativamente con resultados obtenidos por otros investigadores para otros tipos de bambú [3, 4], mostrando que la fracción volumétrica de las fibras va desde un mínimo del 15 - 20% en la superficie

interna de la pared hasta un máximo de 60 - 65% en la superficie externa (figura 3.1) y que estos porcentajes presentan alguna variación a lo largo de la altura del tallo. El cuadro 3.1 resume los datos publicados por Ghavami y Marinho. Los valores fueron obtenidos a través de un procesamiento digital de imágenes que determina qué fracción del área de la imagen corresponde a fibra y que fracción corresponde a la matriz. Las fracciones de área fueron igualadas a las fracciones volumétricas asumiendo que éstas se mantienen constantes en la dirección longitudinal.

Cuadro 3.1 Variación de la fracción volumétrica de las fibras a lo largo del espesor para muestras extraídas en las partes baja, media y alta [2].

Posición Relativa (X)	V _f [%] Parte Baja	V _f [%] Parte Media	V _f [%] Parte Alta
0,0625	15,07	18,61	9,65
0,1875	16,76	15,93	9,17
0,3125	15,65	12,87	10,37
0,4375	17,62	16,75	10,90
0,5625	23,12	20,63	17,36
0,6875	33,83	33,58	21,12
0,8125	48,20	47,65	45,29
0,9375	56,15	52,31	53,32

Figura 3.1 Variación de la fracción volumétrica de las fibras a lo largo del espesor del tallo del bambú *Guadua angustifolia* [2].



Los valores de la primera columna del cuadro 3.1 corresponden a una variable de posición relativa que representa la razón entre la distancia desde el borde interno a la que se mide fracción volumétrica y el espesor total de la muestra. Los valores de las columnas

correspondientes a las fracciones volumétricas de las fibras en las partes baja, media y alta fueron ajustados a un polinomio de segundo orden obteniendo buenos coeficientes de ajuste:

$$\text{Parte Baja: } VF_B(x) = 80.539x^2 - 32.458x + 17.79 \quad R^2 = 0.9842 \quad (17.a)$$

$$\text{Parte Media: } VF_M(x) = 89.066x^2 - 45.2x + 20.318 \quad R^2 = 0.9634 \quad (17.b)$$

$$\text{Parte Alta: } VF_A(x) = 98.842x^2 - 48.842x + 13.75 \quad R^2 = 0.9625 \quad (17.c)$$

Donde VF_B , VF_M y VF_A , son las fracciones volumétricas porcentuales de las fibras para las partes baja, media y alta del tallo respectivamente.

3.3 Modelo micromecánico para el módulo de elasticidad longitudinal (E_z)

Con el fin de verificar los valores de E_z obtenidos por los diversos autores, así como el que fue obtenido mediante el ensayo a flexión hecho en el desarrollo de esta investigación, se usó un modelo micromecánico que predice el módulo de elasticidad longitudinal de un compuesto en función del módulo de elasticidad longitudinal de las fibras y matriz del compuesto así como de la fracción volumétrica de las fibras. El modelo, comúnmente conocido como *regla de las mezclas* se encuentra reportado en varios libros de materiales compuestos [9] de la siguiente manera:

$$E_Z = E_{f1} \cdot v_f + E_m \cdot v_m = E_{f1} \cdot v_f + E_m \cdot (1 - v_f) \quad (18.a)$$

donde E_{f1} representa el módulo de elasticidad de las fibras en la dirección longitudinal, E_m es el módulo de elasticidad de la matriz y v_f es la fracción volumétrica de las fibras en el compuesto. En la ecuación 18.a se supone que el compuesto tiene sólo dos materiales constituyentes: fibras y matriz, siendo la fibra ortotrópica y la matriz isotrópica. Modificando la ecuación 18.a para considerar la variación de la fracción volumétrica de las fibras se obtiene:

$$E_Z(x) = E_{f1} \cdot v_f(x) + E_m \cdot (1 - v_f(x)) \quad (18.b)$$

El valor de E_m fue reportado por Amada y Untao [3] como de 2 GPa, y aunque los autores no especifican cómo obtuvieron dicho valor, será usado aquí como referencia. En cuanto al valor de E_{fl} , Mohan y Roa [13] reportaron el módulo de elasticidad longitudinal de fibras de bambú extraídas por medios mecánicos en 35.91 GPa. Habiendo ya establecido valores para E_m y E_{fl} , las ecuaciones 17 pueden reemplazar a $v_f(x)$ en la ecuación 18.b y la expresión resultante ser integrada de 1 a 0 para obtener un valor medio que representa el módulo de elasticidad longitudinal efectivo de la Guadua en unidades de GPa a distintas alturas del tallo según se muestra en la ecuación 18.c.

$$\overline{E}_{Zi} [GPa] = \int_0^1 [35.91 \cdot VF_i(x) + 2 \cdot (1 - VF_i(x))] dx \quad (18.c)$$

donde i es un subíndice que denota parte baja (B), media (M) o alta (A) y $\overline{E}_{Zi}$ es el módulo de elasticidad longitudinal efectivo para la parte denotada por el subíndice. Los resultados de la integración de la ecuación 18.c, sustituyendo en ella las ecuaciones 17.a, 17.b y 17.c se muestran en el cuadro 3.2.

Cuadro 3.2 Módulos de elasticidad longitudinales efectivos calculados de la integración de la ecuación 18.c para las partes baja, media y alta del tallo.

Posición	Módulo [GPa]	Normalizado [-]
E_{ZB}	11.63	1.00
E_{ZM}	11.29	0.97
E_{ZA}	9.55	0.82
E_{PROM}	10.82	0.93

Se muestra en la segunda columna el valor del módulo de elasticidad longitudinal efectivo y en la tercera columna los valores absolutos normalizados respecto al módulo efectivo de la parte baja. Se observa que los valores que predice el modelo micromecánico son en general inferiores por 2 GPa a los previamente citados (sección 2.1.1), siendo el módulo E_z promedio predicho por el modelo (10.82 GPa) igual al 79% del módulo de elasticidad que fue escogido como representativo de los reportados por diversos autores (13.7 GPa). Teniendo en cuenta que las ecuaciones para la determinación de la variación de la fracción

volumétrica de las fibras, el E_z experimental del bambú, el valor de E_{fl} y el valor de E_m fueron todos obtenidos de fuentes distintas y por ende de diferentes tallos y en ocasiones de distintas especies, ***la predicción hecha por el modelo micromecánico se considera coherente con los valores experimentales.***

Dado que de todas las variables usadas en los cálculos anteriores, la que mayor incertidumbre presenta es el módulo de elasticidad de la matriz, se repitió la integración de la ecuación 18.c usando la ecuación 17.a, y se encontró que conservando el valor de E_{fl} constante en 35.91 GPa, la operación da valores ligeramente superiores a 13 GPa cuando el módulo de elasticidad de la matriz se supone igual a 4 GPa. Lo anterior, aunque no permite concluir que 4 GPa sea el verdadero valor para E_m , si sugiere que dicho módulo puede estar siendo subestimado.

Los valores normalizados de E_z respecto a la parte baja del tallo (tercera columna del cuadro 3.2) predicen una reducción de casi el 20% en el valor de la parte alta con respecto al de la parte baja. En un estudio de la variación del módulo de elasticidad de la *Guadua angustifolia* a lo largo de la altura del tallo [2] se encuentra que las probetas exhiben un patrón de incremento de E_z conforme aumenta la altura del tallo a la que eran extraídas. Lo anterior es contrario a lo que predice el modelo y una explicación para esta aparente incoherencia puede ser la diferencia de edad de aproximadamente un año entre las fibras y matriz de la parte baja con respecto a las de la parte alta, siendo las de la parte alta las más jóvenes. Esta diferencia de edad podría influir en sus propiedades mecánicas y ser la causante de las diferencias entre los valores medidos de E_z a distintas alturas.

3.4 Modelo micromecánico para el módulo de elasticidad circunferencial (E_ϕ)

El modelo micromecánico usado para la estimación del módulo de elasticidad circunferencial fue tomado de la referencia [9], y se presenta aquí en la ecuación 19.a,

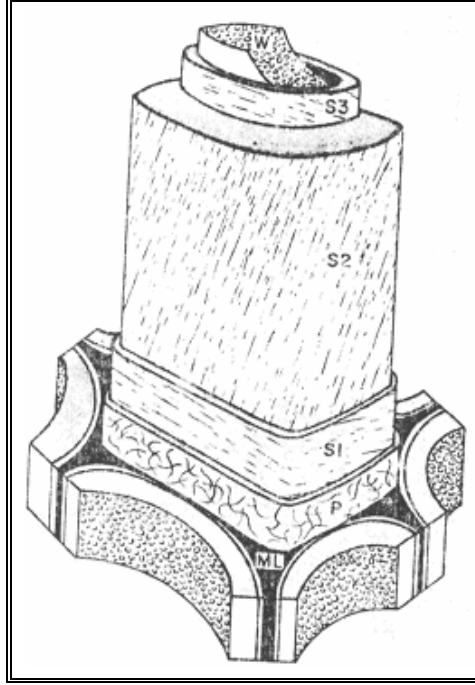
$$E_{\varphi} = E_m \left[\left(1 - \sqrt{v_f}\right) + \frac{\sqrt{v_f}}{1 - \sqrt{v_f} \left(1 - \frac{E_m}{E_{f2}}\right)} \right] \quad (19.a)$$

donde, E_{φ} es el módulo de elasticidad efectivo del compuesto en la dirección transversal a las fibras y E_{f2} es el módulo de elasticidad de las fibras en la dirección transversal. La modificación de la ecuación 19.a para considerar la variación de la fracción volumétrica de las fibras da como resultado la ecuación 19.b.

$$E_{\varphi}(x) = E_m \left[\left(1 - \sqrt{v_f(x)}\right) + \frac{\sqrt{v_f(x)}}{1 - \sqrt{v_f(x)} \left(1 - \frac{E_m}{E_{f2}}\right)} \right] \quad (19.b)$$

La ecuación 19.b se puede integrar a lo largo de todo el espesor del tallo de Guadua para encontrar un valor medio para esta constante. Para la integración son necesarios los valores de E_m y E_{f2} . El valor de E_m se conservará igual a 2 GPa. En cuanto a E_{f2} , no se encontró en la literatura ningún valor reportado, por lo que se tuvieron que hacer algunas hipótesis sobre este valor. Las propiedades mecánicas de las fibras naturales son función del ángulo de inclinación de las microfibras que las componen [14]. Smook [15], reportó el esquema de una fibra de madera blanda que es mostrado aquí en la figura 3.2. De acuerdo a su explicación, la capa S2 es la que ocupa la mayor parte del volumen de la fibra y en ella las microfibras se encuentran orientadas predominantemente en la dirección longitudinal, por lo que es de esperar que E_{f1} sea considerablemente mayor a E_{f2} . Es con base en esa observación, que será tomada como hipótesis de trabajo, se supondrá que E_{f2} es igual al 30% de E_{f1} . Tomando como referencia el valor de 35.91 GPa de E_{f1} usado en la sección anterior, E_{f2} será tomado como 10.8 GPa.

Figura 3.2 Estructura de una fibra de madera blanda. Fuente: Smook [15].



Usando los valores de E_{f2} y de E_m ya mencionados y haciendo una integración desde 0 a 1 de la ecuación 19.b se obtiene la ecuación 19.c, de donde se derivan los valores para el módulo de elasticidad circunferencial efectivo en las partes baja, media y alta del tallo de bambú.

$$\bar{E}_{\varphi i} = \int_0^1 2 GPa \left[(1 - \sqrt{VF_i(x)}) + \frac{\sqrt{VF_i(x)}}{1 - \sqrt{VF_i(x)} \left(1 - \frac{2 GPa}{10.8 GPa} \right)} \right] dx \quad (19.c)$$

Donde $\bar{E}_{\varphi i}$ es el módulo de elasticidad circunferencial efectivo para alguna de las partes denotada por el subíndice i . Los resultados de la integración de la ecuación 19.c, sustituyendo en ella las ecuaciones 17.a, 17.b y 17.c se muestran en el cuadro 3.3.

Cuadro 3.3 Módulos de elasticidad circunferenciales efectivos calculados de la integración de la ecuación 19.c para las partes baja, media y alta del tallo.

Posición	Módulo [GPa]	Normalizado [-]
$E_{\varphi B}$	2.93	1.00
$E_{\varphi M}$	2.88	0.98
$E_{\varphi A}$	2.71	0.92

La tercera columna contiene los valores absolutos normalizados respecto al módulo efectivo de la parte baja. Se observa en primera instancia que los valores que predice el modelo micromecánico son de un orden de magnitud mayor que los del cuadro 2.8 obtenidos para la Guadua y aproximadamente el doble a los del cuadro 2.9 que corresponden al bambú Mosó (sección 2.2.3). Dado que el modelo micromecánico empleado para hacer este análisis ha sido ya verificado por otros autores [9] mostrando un comportamiento satisfactorio, se descarta una posible falencia del modelo como explicación de la discrepancia entre valores teóricos y experimentales. El motivo de esta diferencia podría ser por tanto los valores usados para E_m y E_{f2} ya que la incertidumbre es alta en ambas constantes elásticas.

El modelo micromecánico, al contrario de lo que dicen los datos experimentales, no predice un incremento en el valor de E_{φ} a lo largo de la altura del tallo de Guadua (cuadro 2.8). De hecho predice una leve caída en dicho valor, siendo $E_{\varphi A}$ igual al 92% de $E_{\varphi B}$. De lo anterior se concluye que *las variaciones de la mesoestructura de la Guadua a lo largo de su altura no generan grandes cambios de E_{φ} , y que los cambios en esta constante detectados experimentalmente (cuadro 2.8), se deben a otro tipo de factores distintos a la configuración de la mesoestructura*. Estos factores pueden ser propiedades mecánicas diferentes de fibras y matriz a distintas alturas del tallo. Nuevamente debe tenerse presente que puede haber una diferencia de edad de aproximadamente un año entre las fibras y matriz de la parte baja con respecto a las de la parte alta. Esta diferencia de edad podría influir en sus propiedades mecánicas y ser la causante de las diferencias entre los valores medidos de E_{φ} a distintas alturas.

Capítulo 4

Modelación de los Ensayos en Elementos Finitos

4.1 Introducción

Las formulaciones teóricas que sustentan los ensayos descritos en el capítulo 2 están basadas en algunas premisas que no se cumplen a cabalidad en el diseño de los montajes experimentales. Por un lado suponen geometrías perfectas (cilindros y anillos) sin consideración de algunos rasgos típicos del bambú como la variación de diámetros, espesores y presencia de nodos. Por otro lado, por haberse usado formulaciones teóricas que involucran una sola constante elástica, resta por saber si la anisotropía del bambú afecta la validez de los resultados. Por lo anterior resulta conveniente verificar la validez de dichos ensayos con un modelo de elementos finitos en el que se puedan incorporar los rasgos geométricos del bambú, su anisotropía y las condiciones de frontera y carga reales del ensayo. Más aun, en el caso del ensayo de flexión fue visto en la sección 2.1 que las ecuaciones utilizadas no permitieron llegar a resultados satisfactorios de E_z , por lo que en ese caso la modelación se hace no con fines de validar el ensayo, sino buscando encontrar un valor de E_z a partir de los datos adquiridos en el mismo. Este capítulo presenta la modelación de los ensayos realizados para obtener los valores de E_z , E_ϕ y $G_{z\phi}$. Los resultados obtenidos permitieron validar los ensayos de torsión y compresión diametral así como llegar a valores del E_z de las *Probetas 1* y *2*.

4.2 Modelación de los Ensayos de Flexión en las Probetas 1 y 2 para la obtención de E_z

4.2.1 Geometría de las mallas

Para la modelación de ambas probetas fueron usadas mallas estructuradas construidas a partir de sus mediciones. En el caso de los diámetros externos, éstos fueron dados por las mediciones que se hicieron a lo largo de su longitud (anexo 1). Para definir los espesores de pared en cada una de las probetas se usaron dos aproximaciones distintas. En el caso de la *Probeta 1* se usó un espesor constante promedio igual a 0.74 cm (cuadro 2.5). En cuanto a la *Probeta 2*, dado que a ésta se le hizo un corte longitudinal después de haber realizado los ensayos (sección 2.1.4), los espesores fueron medidos en toda su longitud en las mismas posiciones donde ya habían sido medidos los diámetros, estos espesores fueron usados en la construcción de la malla. Las mediciones de diámetro fueron hechas en general a 2.0 cm de separación en las regiones internodales. En cercanías a los nodos esta distancia se redujo gradualmente, pasando a ser de 1 cm hasta que las tres o cuatro mediciones más cercanas a los nodos eran tomadas cada 0.5 cm. Estas mismas distancias fueron usadas para discretizar las mallas en el sentido longitudinal, lo cual conlleva la ventaja de no utilizar elementos de tamaños muy dispares uno contiguo al otro. La figura 4.1.a muestra un detalle de la malla de la *Probeta 2* en cercanías al nodo. Hacer toda la malla con la misma densidad que en la región nodal era posible, sin embargo esto habría implicado un aumento sustancial en el tiempo computacional y habría violado un principio básico de modelación con elementos finitos que es; *usar la malla menos densa que pueda capturar el comportamiento físico dominante del sistema* [18].

Figura 4.1.a Detalle de la malla de la *Probeta 2* en la región nodal.

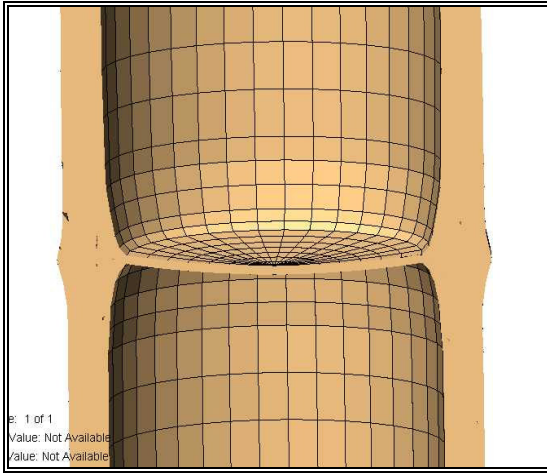


Figura 4.1.b Fotografía de la región nodal correspondiente a la Figura 4.1.a



Los diafragmas nodales no fueron modelados en la *Probeta 1* ya que habían sido retirados para que su geometría se asemejara más a la de un cilindro perfecto (sección 2.1.3). En la *Probeta 2*, el espesor de los diafragmas fue modelado con un valor promedio de 1.9 mm y de forma cóncava con un radio de curvatura de 25 cm. La figura 4.1.b muestra una fotografía de la región nodal real correspondiente a la malla de la figura 4.1.a.

Aparte de modelar las geometrías reales de cada probeta, se hicieron también dos mallas adicionales de la *Probeta 2* con las que se estudió qué tan relevante era el efecto que ejercían los rasgos geométricos típicos del bambú. La primera de estas mallas adicionales conservó todas las características de la malla original a excepción de los diafragmas nodales, los cuales fueron removidos, y la segunda malla adicional fue modelada como un tubo perfecto, sin variación de diámetros o espesor. El diámetro y el espesor constante de esta última malla fueron de 9.2 cm y 0.89 cm respectivamente, según los valores promedio de la *Probeta 2* que fueron reportados en el cuadro 2.5. Con estas dos mallas adicionales fue modelado el tercer ensayo a flexión de la *Probeta 2* y las deflexiones obtenidas fueron comparadas a aquellas dadas por la malla original que hacía una representación más fiel de la geometría de la probeta. Las mismas mallas fueron también usadas para modelar los ensayos de torsión.

Cuadro 4.1 Características principales de las 4 mallas usadas para modelar ensayos de flexión y torsión.

Malla	Descripción	Número de Nodos	Número de Elementos
1	Probeta 1	14,184	10,692
2	Probeta 2	24,495	18,936
3	Probeta 2 –Malla sin tabiques	20,700	16,056
4	Probeta 2 –Cilindro perfecto	19,296	14,364

4.2.2 Características de los elementos y material usado.

Para la modelación de todos los ensayos fue usado el programa comercial de elementos finitos ALGOR. Se usaron elementos tipo ladrillo transversalmente isótropos de ocho nodos sin incluir nodos intermedios en las aristas. La inclusión de nodos intermedios resulta conveniente cuando se esperan cambios grandes de esfuerzo de un elemento a otro, sin embargo éstos acarrearán también un incremento en el tiempo computacional. Dado que en un ensayo de flexión no se prevén altos gradientes de esfuerzo, se decidió prescindir de estos nodos intermedios. Lo anterior teniendo en cuenta otro principio básico en la modelación; *usar siempre el elemento más sencillo que sea capaz de reproducir adecuadamente la variación de esfuerzos* [18].

Las constantes elásticas usadas en la modelación fueron las obtenidas a partir de los ensayos descritos en el capítulo 2. Para el valor de E_z se usó un valor inicial de 13.7 GPa de acuerdo al valor de referencia citado en la sección 2.1.1. Este módulo fue ajustado hasta lograr un mayor ajuste entre el modelo y los datos experimentales. Dado que no se tenían datos experimentales de los coeficientes de Poisson para ninguna de las dos probetas, se supuso un valor de 0.31 para estas constantes (sección 2.4.1). En el caso de $G_{z\phi}$ fue usado el valor obtenido a partir del segundo ensayo de torsión hecho con cada probeta (cuadro 2.14). En cuanto al valor de E_ϕ para la *Probeta 1*, dado que no se conocía un valor experimental, fue tomado igual a 1 GPa. El cuadro 4.2 resume las constantes elásticas iniciales que fueron usadas para modelar ambas probetas.

Cuadro 4.2 Constantes elásticas iniciales usadas para modelar los ensayos a flexión.

Constante Elástica	Probeta 1	Probeta 2
E_z	13.7 GPa	13.7 GPa
E_φ	1.00 GPa	1.45 GPa
$G_{z\varphi}$	930 MPa	680 MPa
ν_{zr}	0.31	0.31
$\nu_{r\varphi}$	0.31	0.31

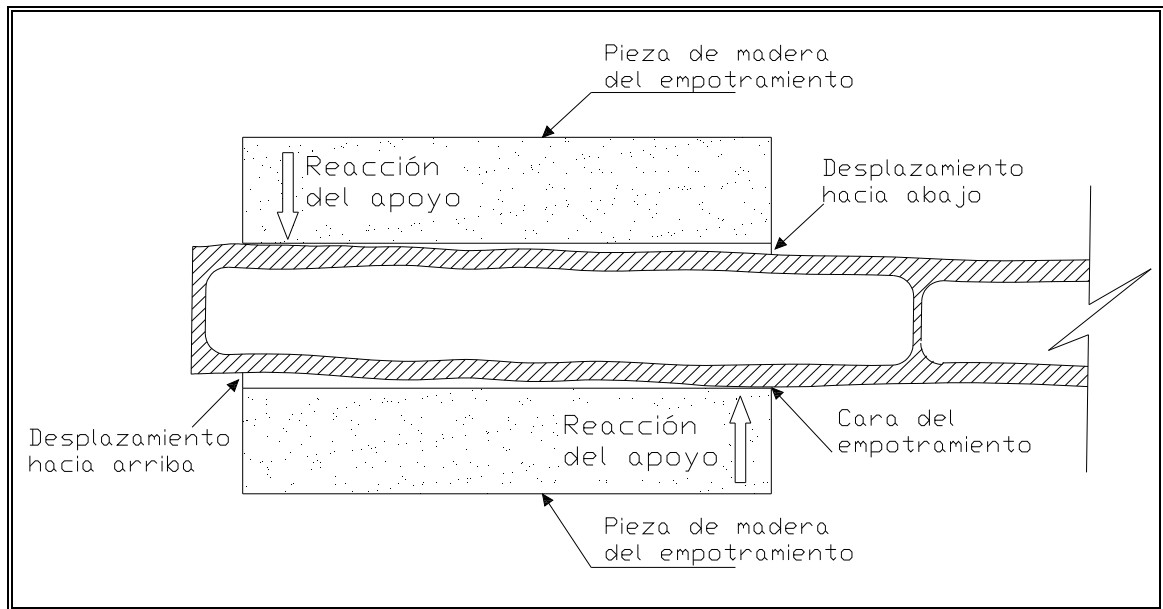
4.2.3 Condiciones de Borde

Condiciones de apoyo

Un empotramiento perfecto debería restringir cualquier desplazamiento o giro en el apoyo. Para el caso del ensayo realizado, esto debería verse reflejado en una restricción de cualquier desplazamiento de todos los nodos externos de la malla que correspondan a puntos de la probeta que estuvieron en contacto con las piezas de madera que formaban el empotramiento (figura 2.3). Sin embargo, al detallar el comportamiento de las probetas bajo flexión, se observó que la parte superior delantera del segmento empotrado tiene libertad para desplazarse hacia abajo, mientras que la parte inferior trasera tiene libertad para desplazarse hacia arriba según se muestra en la figura 4.2, donde estas libertades de desplazamiento se han exagerado para fines ilustrativos. Si bien estos desplazamientos eran apenas perceptibles, habría sido incongruente con las condiciones reales experimentales, restringir el desplazamiento de dichos nodos en el modelo. Más aun, las observaciones hechas durante la realización de los ensayos indicaban que las únicas zonas de la probeta cuyo desplazamiento estaba siendo efectivamente restringido eran aquellas donde se han dibujado las reacciones del apoyo (figura 4.2). Para determinar la relevancia de esta observación se hicieron tres modelaciones previas en la malla 2 usando las constantes elásticas del cuadro 4.2 y aplicando una carga flectora de 90 N en 18 nodos ubicados a 1 metro de distancia desde la cara del empotramiento. La distribución de la carga en 18 nodos en lugar de aplicarla en uno solo, evita concentraciones de esfuerzo y deformaciones locales excesivas. La forma de modelar el empotramiento se modificó en las tres simulaciones y se midieron los desplazamientos en los nodos en los que fueron hechas las mediciones experimentales con los comparadores. Es decir, los nodos que estaban en la parte inferior de

la malla, ubicados a 6, 37, 63 y 94 cm de distancia desde la cara del empotramiento. Las lecturas de desplazamientos en estos nodos seguirán siendo referidas como lecturas de comparadores 1, 2, 3 ó 4 según corresponda y cuando haya posibilidad de ambigüedad entre los comparadores físicos reales y las lecturas de los nodos en el modelo, a éstos últimos se les llamará comparadores virtuales.

Figura 4.2 Detalle de los desplazamientos en el empotramiento.



Las tres condiciones de apoyo modeladas fueron (figuras 4.3.a, b y c):

- Condición de Apoyo 1: Restricción total de desplazamientos en todos los nodos ubicados en posiciones que hacían contacto con las piezas de madera.
- Condición de Apoyo 2: Restricción total de desplazamientos de la mitad superior trasera y la mitad inferior delantera de los nodos que estaban en el segmento que hacía contacto con las piezas de madera.
- Condición de Apoyo 3: Restricción total de desplazamientos sólo de aquellos nodos que se encontraban en la zona donde fue dibujada la reacción del apoyo en la figura 4.2.

Figura 4.3.a Condición de Apoyo 1 – Restricción de todos los nodos en la zona del empotramiento.

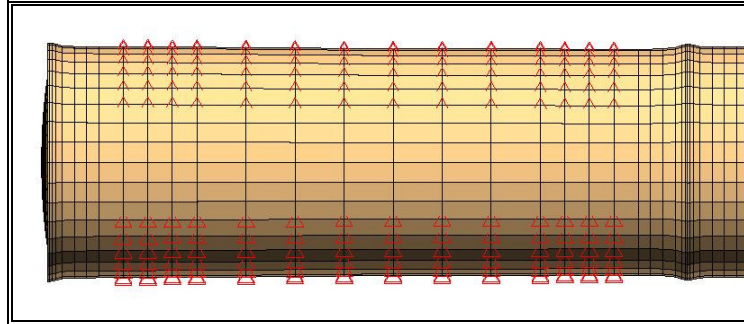


Figura 4.3.b Condición de Apoyo 2 – Restricción de la mitad de los nodos en la zona del empotramiento.

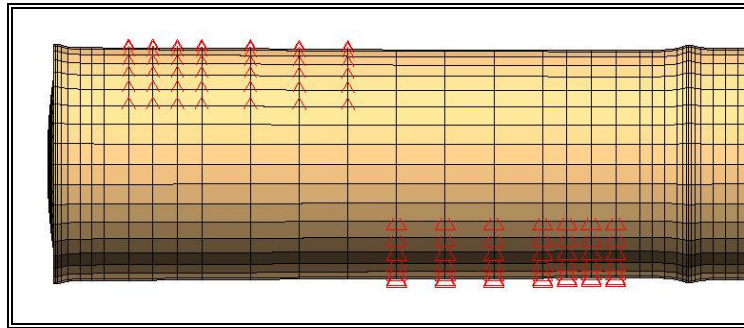
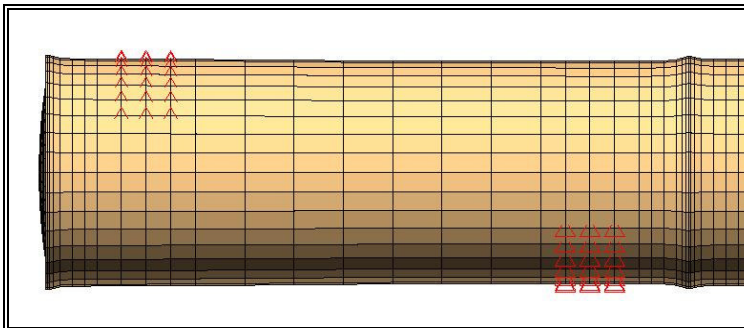


Figura 4.3.c Condición de Apoyo 3 – Restricción de nodos en la zona de reacciones del empotramiento.



Se observa que la forma como sea modelado el empotramiento tiene un efecto considerable en las deflexiones resultantes del modelo (cuadro 4.3). Por ejemplo, cuando se pasó de la

condición de apoyo 1 a la 2, se produjo un incremento del 14% en la lectura del comparador 4 y un incremento del 50 % en la lectura del comparador 1 situado más cercano al apoyo. Cuando se cambió de la condición de apoyo 2 a la 3, los cambios en los valores de las deflexiones fueron menores pero aun considerables. Se pasó a tener un incremento del 6% en la lectura del comparador 4 y un incremento del 33 % en la lectura del comparador 1. Estos resultados revelan la importancia de definir adecuadamente las condiciones del apoyo en el modelo y dan una idea del orden de magnitud de las diferencias que se pueden obtener de modelar el empotramiento de una u otra manera. Finalmente, **siendo consistentes con lo que fue observado durante la realización de los ensayos reales, se optó por modelar el empotramiento con la condición de apoyo 3**. Todos los demás nodos de la malla tanto de la *Probeta 1* como de la *Probeta 2* tuvieron todos sus grados de libertad sin restricciones.

Cuadro 4.3 Deflexiones con condiciones de apoyo 1, 2 y 3 e incrementos porcentuales respecto a la lectura con la condición de apoyo anterior.

Condición de Apoyo	Deflexiones Verticales [mm] / Incrementos [%]			
	Comparador 1	Comparador 2	Comparador 3	Comparador 4
Apoyo 1	0.02 / --	0.32 / --	0.78 / --	1.48 / --
Apoyo 2	0.03 / 50	0.40 / 25	0.92 / 18	1.68 / 14
Apoyo 3	0.04 / 33	0.44 / 10	0.99 / 8	1.78 / 6

Condiciones de carga

Según fue explicado en la sección 2.1.3, la carga flectora fue aplicada a la probeta a través de dos semi anillos que aprisionaban su extremo libre a una distancia de 1 metro desde la cara del empotramiento (figura 2.4). Una modelación exacta de la forma en que la fuerza estaba siendo transmitida a la probeta habría requerido la determinación del campo de esfuerzos de contacto entre los semi anillos de acero y el bambú. Lo anterior, sin embargo, puede resultar innecesario ya que el principio de Saint Venant establece que “*los efectos localizados causantes por cualquier carga actuante sobre un cuerpo, serán disipados en regiones suficientemente alejadas de la ubicación de las cargas*” [12]. Lo anterior fue verificado modelando la carga flectora en la malla 2 de tres formas diferentes (figuras 4.4.a, b y c). Se observó que para cargas estáticamente equivalentes no se producían cambios

apreciables en las deflexiones de la viga. Finalmente la carga fue aplicada cargando 18 nodos ubicados en la parte superior de la probeta y cuya fuerza resultante se ubica a 1.0 m de distancia de la cara del empotramiento (figura 4.4.a).

Figura 4.4.a 18 nodos cargados en la parte superior.

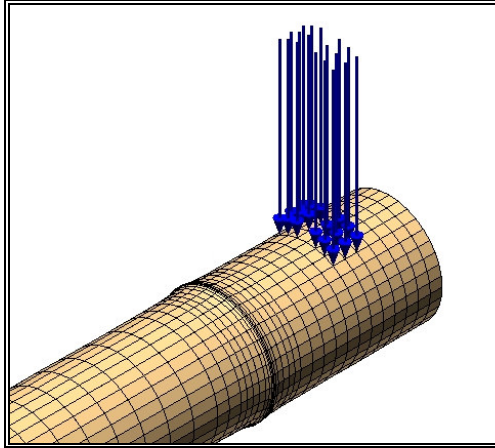


Figura 4.4.b Variación sinusoidal de la carga.

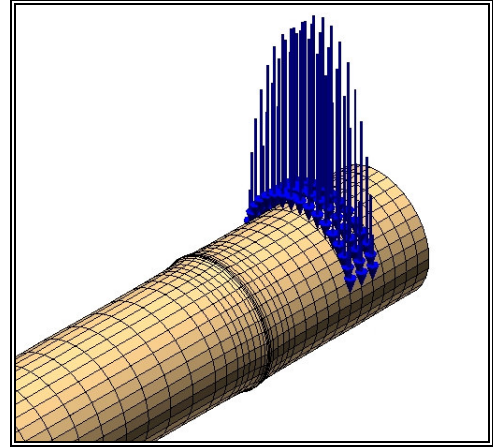
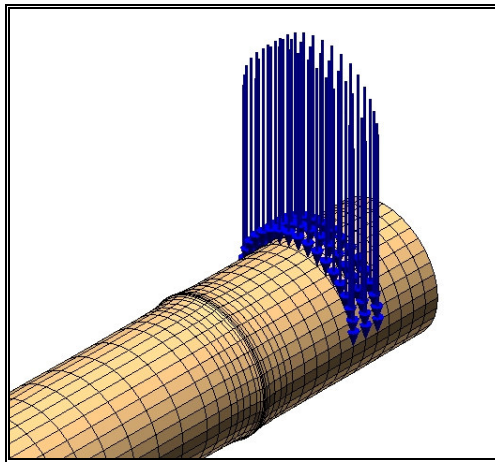


Figura 4.4.c Carga constante en todos los nodos.



4.2.4 Simulación de los Ensayos

Mallas 1 y 2

Para la modelación de los ensayos de flexión fueron usados los resultados del primer ensayo de flexión en la *Probeta 1* y del primer y tercer ensayo en la *Probeta 2*. Más específicamente, se usaron los puntos de carga - deflexión con los que se hizo la regresión lineal (figuras 2.7.a, 2.7.b y 2.7.d). Estas figuras revelan que las rectas de ajuste de los datos experimentales no pasan por el origen de coordenadas (Y_0 distinto de cero en el cuadro 2.4). Dado que esto es una contradicción a la elasticidad con que trabaja el modelo, fueron generados nuevos datos experimentales usando sólo las pendientes de las regresiones lineales que habían sido obtenidas para cada comparador y haciendo igual a cero la intersección Y_0 de la recta de ajuste. A partir de estas pendientes fue generado un nuevo valor de deflexión correspondiente para cada uno de los valores de carga (anexo 7) con los que se hizo la regresión lineal de los ensayos modelados. Con lo anterior, se logra que los nuevos datos sigan siendo representativos de la elasticidad del material, ya que fueron generados con la misma pendiente, y al tener cero deflexión para cero carga, se evitan discrepancias iniciales con el modelo que puedan dificultar su calibración.

De acuerdo a lo mencionado en la sección 4.2.1, se hizo primero una simulación del ensayo de flexión en la *Probeta 1* y del primer y tercer ensayo de flexión en la *Probeta 2* usando las mallas 1 y 2 respectivamente con las constantes elásticas del cuadro 4.2. A partir de esos resultados se hizo un proceso de ajuste en el que se varió únicamente el valor de E_z hasta lograr una coincidencia entre los valores experimentales del comparador 4 y los valores numéricos en el comparador virtual correspondiente. Un ajuste usando las lecturas de cualquiera de los otros tres comparadores también habría sido posible, pero se observó que se generaban mayores discrepancias entre los comparadores experimentales y virtuales restantes. Esto puede deberse a que es el comparador 4 el que mejor refleja el comportamiento global de la probeta. Los valores de E_z resultantes de este proceso de ajuste para los tres ensayos, así como la comparación entre las deflexiones experimentales y las predichas por el modelo se muestran en las figura 4.5 a la 4.7, donde las rectas rojas

representan los datos experimentales generados a partir de las regresiones lineales y las rectas verdes representan los datos obtenidos a partir del modelo. El mejor ajuste del ensayo de la *Probeta 1*, fue obtenido con E_z igual a 7.5 GPa, el del primer ensayo de la *Probeta 2* fue con E_z igual a 4.7 GPa y el del tercer ensayo fue con E_z igual 5.6 GPa.

Dado que había incertidumbre sobre el valor de algunas de las constantes elásticas que habían sido usadas para simular el ensayo, fueron hechas modelaciones adicionales en la malla 1 con una carga de 107.9 N y variando una a una todas las constantes elásticas menos E_z . Las deflexiones resultantes no mostraron variaciones mayores a una centésima de milímetro excepto cuando se varió $G_{z\phi}$ (cuadro 4.4). Como referencia fueron usadas las deflexiones de la malla 1 correspondientes a la carga de 107.9 N que se muestran en la figura 4.5. Para cada una de estas modelaciones el valor de E_z se conservó constante en 7.49 GPa y las otras constantes elásticas conservaron los valores del cuadro 4.2, excepto por la constante que se estuviera modificando, cuyo valor se muestra en el cuadro 4.4. Estos resultados ilustran el aporte de las deflexiones por cortante en la respuesta global de la probeta según fue discutido en la sección 2.1.5.

Cuadro 4.4 Análisis paramétrico para determinar la importancia de variaciones en constantes elásticas distintas a E_z en la respuesta de la *Probeta 1* a flexión.

	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4	Cte. Modif.
<i>Referencia</i>	0.04	0.57	1.30	2.31	--
<i>Variando otras constantes elásticas</i>	0.03	0.58	1.32	2.30	$E_\phi=0.5GPa$
	0.04	0.57	1.29	2.31	$E_\phi=1.5GPa$
	0.04	0.57	1.30	2.31	$\nu_{r\phi}=0.1$
	0.04	0.57	1.30	2.31	$\nu_{r\phi}=0.4$
	0.03	0.57	1.31	2.32	$\nu_{zr}=0.1$
	0.04	0.57	1.30	2.31	$\nu_{zr}=0.4$
	0.04	0.62	1.38	2.43	$G_{z\phi}=500 MPa$
	0.03	0.55	1.26	2.25	$G_{z\phi}=1500 MPa$

Figura 4.5 Datos experimentales y resultados de la modelación. (Probeta 1 – Malla 1)

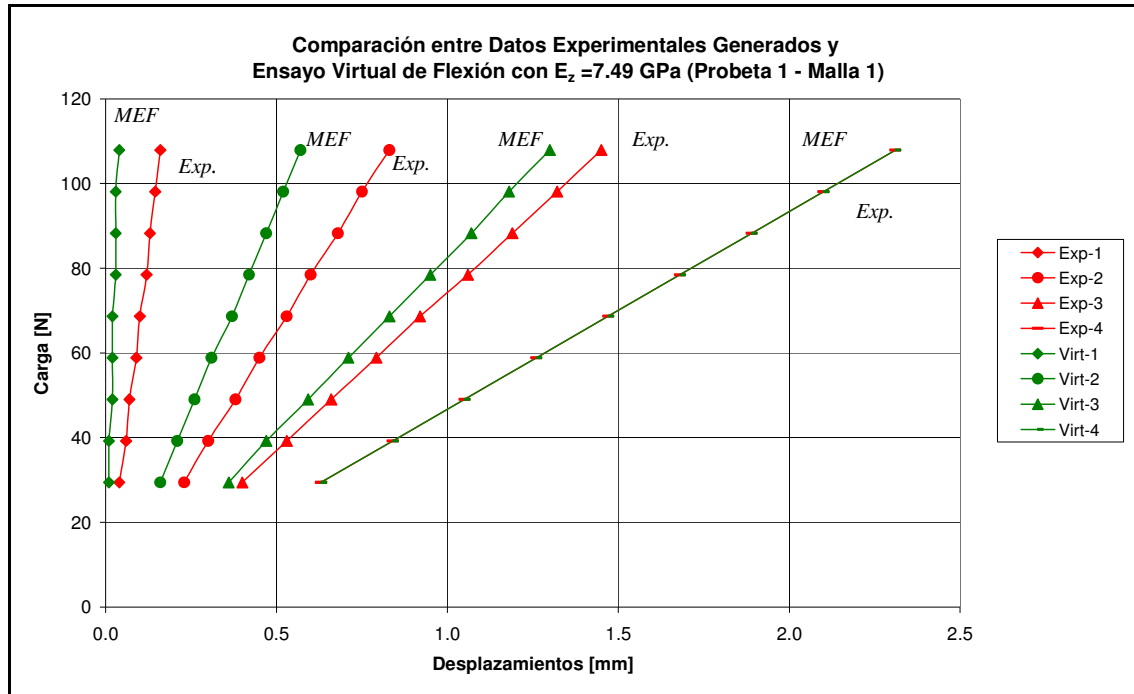


Figura 4.6 Datos experimentales y resultados de la modelación. (Primer ensayo de la Probeta 2 – Malla 2)

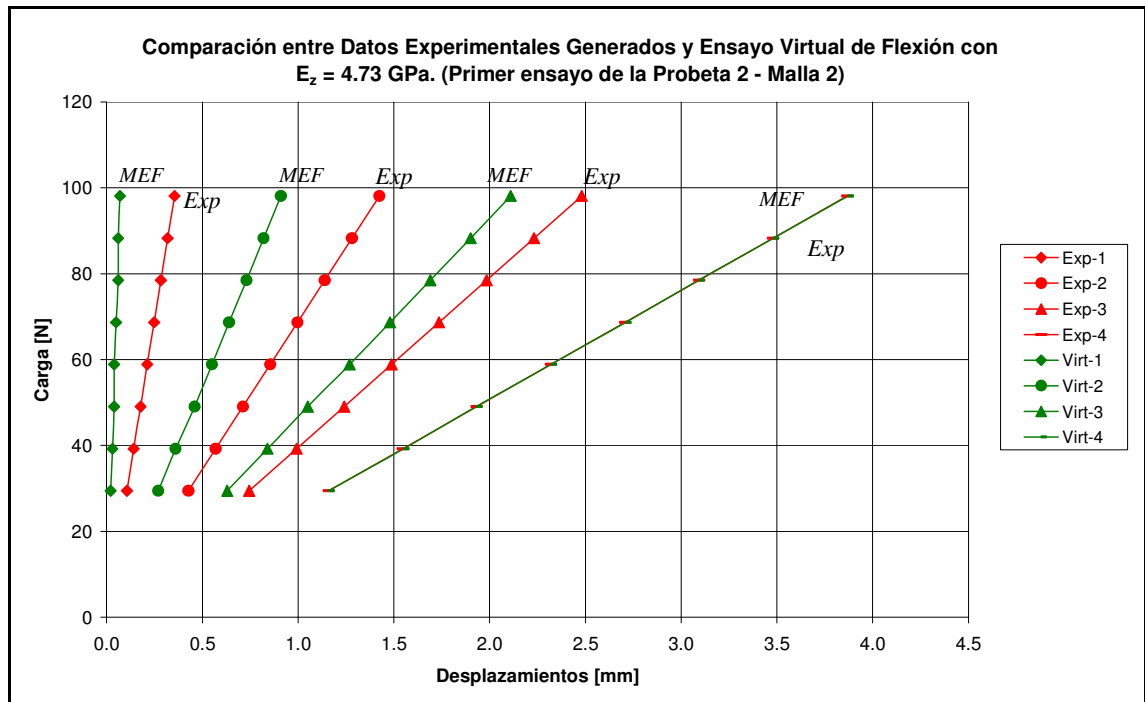
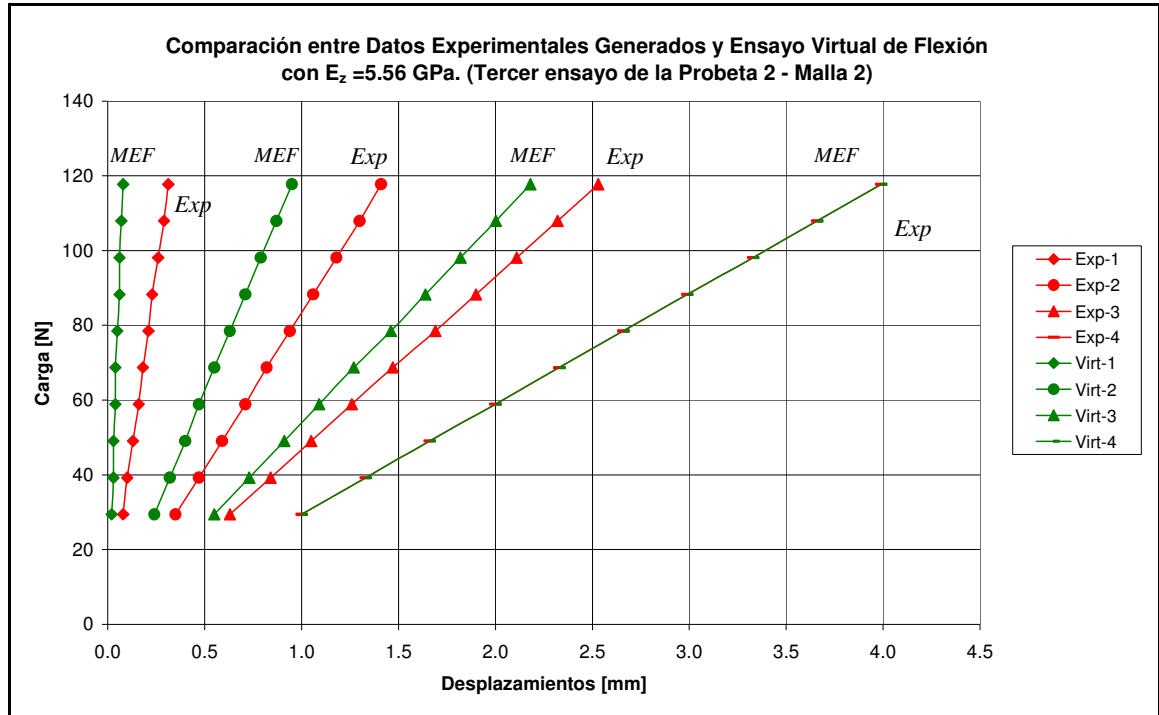


Figura 4.7 Datos experimentales y resultados de la modelación. (Tercer ensayo de la Probeta 2 – Malla 2)



Mallas 3 y 4

En los modelos con las mallas 3 y 4 se usó una carga de 117.7 N y las constantes elásticas del cuadro 4.2 pero con E_z igual 5.6 GPa, según fue concluido de la modelación del tercer ensayo de flexión con la malla 2. Las deflexiones resultantes en ambas mallas fueron comparadas a las deflexiones resultantes de la malla 2 correspondientes a la carga de 117.7 N que se muestran en la figura 4.7. El cuadro 4.5 muestra los resultados obtenidos, así como los incrementos o decrementos porcentuales en las deflexiones de las mallas 3 y 4 respecto a las deflexiones de la malla 2.

Cuadro 4.5 Deflexiones en las Mallas 2, 3 y 4 para una carga de 117.7 N y cambios porcentuales respecto a la malla 2.

Malla	Deflexiones [mm] / Incrementos [%]			
	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4
2	0.08 / --	0.95 / --	2.18 / --	3.99 / --
3	0.07 / -13	0.96 / 1	2.19 / 0	4.00 / 0
4	0.07 / -13	1.00 / 5	2.28 / 5	4.13 / 4

4.2.5 Discusión de Resultados

Las figuras 4.5 a la 4.7 muestran que los datos experimentales y los del modelo guardan coherencia para todos los comparadores. La concordancia perfecta entre los datos del cuarto comparador obedece a que fue con esos datos con los que se hizo la calibración, y dado que estaba garantizada la linealidad del modelo y de los datos experimentales generados, era esperado que no se presentaran discrepancias en los datos de este comparador. Para tener una mejor noción de qué tan bueno es el ajuste entre los valores experimentales y los del modelo, puede hallarse la razón entre la suma de las deflexiones dadas por los cuatro comparadores virtuales para cualquier valor de carga y la suma de las deflexiones dadas por los cuatro comparadores experimentales para ese mismo valor de carga. Por tratarse de datos lineales, esta razón es constante para cualquier valor de carga escogido. Los valores de dichas razones para la simulación con la malla 1 fue de 0.89, mientras que para el primer y tercer ensayo simulado de la *Probeta 2* fueron de 0.86 y 0.88 respectivamente, por lo que se considera que ***la capacidad del modelo para reproducir la respuesta de las vigas en voladizo es satisfactoria.***

Las simulaciones del primer y tercer ensayo de flexión en la *Probeta 2* dieron como resultados valores de E_z diferentes en un 17% (4.7 GPa y 5.6 GPa). El cuadro 2.6 ya había mostrado que los módulos de elasticidad efectivos a flexión calculados a partir del tercer ensayo eran mayores que los calculados en el primer ensayo y en la sección 2.1.5 se concluyó que la causa más probable para estas diferencias radicaba en la fuerza que se estaba ejerciendo para empotrar la *Probeta 2* durante la realización de los ensayos. Un control más riguroso de la fuerza del empotramiento se recomienda para obtener una mejor

homogeneidad en los resultados del ensayo. Dicho control puede ser hecho con una célula de carga que permita monitorear que la fuerza de empotramiento se mantenga aproximadamente constante para todos los ensayos. Imperfecciones en el empotramiento que no sean consideradas en las modelaciones del ensayo conducirán a una subestimación del módulo de elasticidad longitudinal real de las probetas.

El valor de E_z encontrado para la *Probeta 1*, de 7.5 GPa se encuentra dentro del rango de valores reportados en la literatura. Ghavami y Marinho [21] citaron valores de 5.6 GPa a partir de ensayos a compresión y de 15.3 GPa para ensayos de tracción. En cuanto a la *Probeta 2* de bambú Mosó, para la cual se calculó E_z igual a 4.7 GPa y 5.6 GPa, se encuentra que estos valores también son semejantes a los reportados por otros autores. Vargas et al. [19] reportaron para el bambú Mosó un módulo de elasticidad efectivo a flexión de 6.87 GPa obtenido a partir de pequeñas probetas planas de sección transversal rectangular. Chung y Yu [20] también realizaron trabajos de caracterización en la especie bambú Mosó, realizando ensayos de flexión en tres puntos usando una luz libre de 1.0 metro y obtuvieron valores de E_z que variaron desde 2.2 GPa hasta 16.1 GPa. Se concluye entonces que aunque los valores encontrados son menores a los citados en la sección 2.1.1 (cerca de 13.7 GPa), éstos son semejantes a valores reportados por otros autores.

No fueron apreciados cambios significativos en la respuesta del sistema al variar el valor de las otras constantes elásticas sobre rangos amplios (cuadro 4.4), lo cual confirma que la respuesta de las probetas en voladizo está gobernada básicamente por el valor de las constantes E_z y $G_{z\phi}$. Los cambios apreciables en los valores de las deflexiones al hacer variaciones en $G_{z\phi}$ son producto de la importancia que tiene el aporte de deflexión por cortante en el sistema.

En cuanto a los resultados de las modelaciones con las mallas 3 y 4, el cuadro 4.5 muestra que no se presentaron grandes diferencias al hacer la modelación del ensayo sin la presencia de los diafragmas nodales. Es decir, *los diafragmas no ayudaron a rigidizar el*

sistema. A su vez, la modelación con la malla 4 tampoco mostró grandes cambios respecto a la modelación con la malla 2, obteniéndose apenas diferencias porcentuales no mayores al 5% en los comparadores 2, 3 y 4 y una diferencia porcentual del 13 % en el comparador 1 pero que en términos absolutos es igual a una centésima de milímetro. Teniendo en cuenta que las discrepancias fueron pequeñas, que la malla 4 tenía la geometría de un cilindro perfecto, que fue hecha en base a un número mucho menor de mediciones de espesor y diámetro que la malla 2 y que su generación en el computador es mucho más simplificada, se concluye que *para estudiar la respuesta global de una viga en voladizo de bambú sujeta a flexión, es aceptable la utilización de una malla con forma de cilindro perfecto y de diámetro y espesor constante.*

Finalmente, se observa que la utilización de los valores de E_z aquí obtenidos para ambas probetas, junto con los valores de ν_{zr} (en este caso igual a $\nu_{z\phi}$) que fueron tomados iguales a 0.31, para calcular un valor de $G_{z\phi}$ usando la ecuación 13 (válida para materiales isótropos), conduce a una sobreestimación cercana al 300% respecto a los valores de $G_{z\phi}$ encontrados experimentalmente a través de los ensayos de torsión y que fueron de 930 MPa para la *Probeta 1* y 680 MPa para la *Probeta 2*.

$$\text{Probeta 1: } G_{z\phi} = \frac{E_z}{2 \cdot (1 + \nu_{z\phi})} = \frac{7.5GPa}{2 \cdot (1 + 0.31)} = 2.9GPa$$

$$\text{Probeta 2: } G_{z\phi} = \frac{E_z}{2 \cdot (1 + \nu_{z\phi})} = \frac{5.6GPa}{2 \cdot (1 + 0.31)} = 2.1GPa$$

4.3 Modelación de los Ensayos de Compresión Diametral

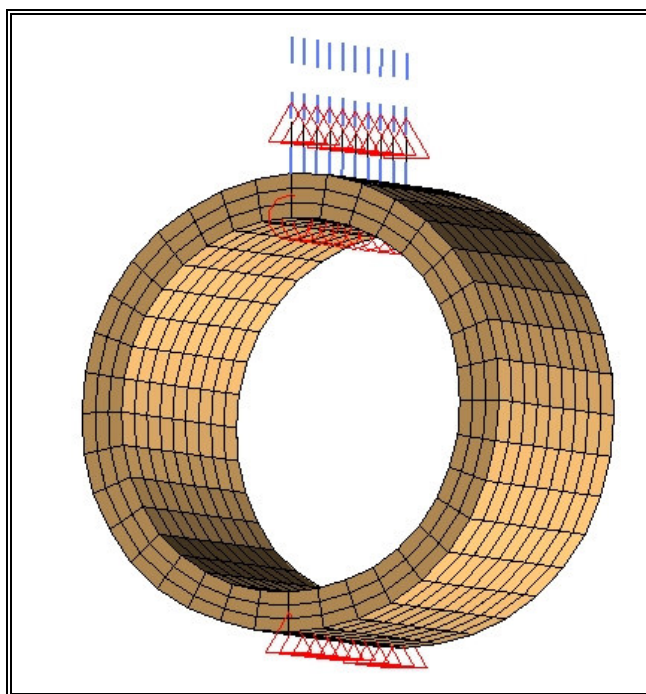
4.3.1 Geometría de las mallas

La geometría de las mallas utilizadas para la modelación del ensayo de compresión diametral, fueron generadas a partir de cuatro de los anillos de bambú Mosó sobre los que se hizo el experimento. Cada uno de estos anillos tenía una longitud en el sentido paralelo a

las fibras que correspondía a un cuarto, un medio, tres cuartos y una vez el valor de su diámetro. Siendo fiel a la geometría de los cuatro anillos, el perfil de la sección transversal de cada uno de ellos fue calcado en un papel cuya imagen fue digitalizada y la malla construida sobre el perfil digitalizado. De esta forma se logró captar en la malla las variaciones de espesor que presentaban los anillos en torno a su circunferencia, así como las irregularidades de su contorno ya que éstos no eran perfectamente circulares.

En la dirección circunferencial, cada malla estaba discretizada en 36 divisiones. En cuanto a la dirección radial, el espesor fue dividido en tres segmentos iguales y el número de divisiones en el sentido longitudinal dependía de la longitud de cada anillo, pero en general tenían un tamaño de medio centímetro. La figura 4.8 muestra la malla utilizada para la modelación del anillo con longitud igual a la mitad de su diámetro y el cuadro 4.6 resume los rasgos principales de las 4 mallas usadas.

Figura 4.8 Malla utilizada para la modelación del anillo con $L = D/2$, condiciones de apoyo y condiciones de carga.



Cuadro 4.6 Características de las mallas usadas para modelar la compresión diametral.

Malla	Diámetro Promedio [cm]	Longitud [cm]	Espesor Promedio [mm]	Número de Nodos	Número de Elementos
1	8.61	8.96 (D)	7.79	2736	1944
2	8.67	6.73 ($3D/4$)	8.37	2016	1404
3	8.79	4.63 ($D/2$)	8.14	1440	972
4	8.56	2.38 ($D/4$)	7.81	864	540

4.3.2 Características de los elementos y material usado.

Los elementos usados para la modelación de este ensayo fueron iguales a los usados para el ensayo de flexión (sección 4.2.2), es decir, elementos ladrillo de ocho nodos, transversalmente isótropos. Las constantes elásticas utilizadas son las que se indican en el cuadro 4.2 para la *Probeta 2*, siendo la única diferencia que E_z fue definido igual a 5.6 GPa, según se concluyó de la modelación del tercer ensayo de flexión para la *Probeta 2*.

4.3.3 Condiciones de Borde

Condiciones de apoyo

Siendo consistentes con el montaje experimental del ensayo (figura 2.10), fue restringido cualquier desplazamiento de los nodos de la parte inferior de cada uno de los cuatro anillos. Dado que no es posible restringir el giro en elementos ladrillo, la estabilidad lateral del sistema se obtuvo restringiendo cualquier desplazamiento horizontal en aquellos nodos ubicados en la superficie interna a la zona de aplicación de la carga (figura 4.8).

Condiciones de carga

El montaje experimental (figura 2.10) muestra que dada la rigidez del disco de aplicación de carga de la máquina de ensayo, es de esperar que todos los puntos que están en contacto con dicho disco tengan el mismo valor de desplazamiento vertical. Para simular esto, en el modelo se aplicó un mismo desplazamiento prescrito a todos los nodos de la parte superior de cada anillo. El valor de este desplazamiento prescrito fue de 2 mm para los cuatro anillos modelados (figura 4.8).

4.3.4 Simulación de los Ensayos y Discusión de Resultados

En la simulación de cada ensayo fue medida la suma de las fuerzas de reacción vertical en cada uno de los apoyos inferiores de los anillos cuando se aplicaba el desplazamiento de 2 mm. El valor de esta suma de fuerzas verticales, el desplazamiento de 2 mm, y los rasgos geométricos promedios de cada anillo (cuadro 4.6), fueron usados en la ecuación 9 para hallar un valor de E_ϕ que fue comparado con el valor de E_ϕ que había sido definido en el modelo, es decir 1.45 GPa. Los resultados de la reacción vertical y del E_ϕ inducido a partir de ella para los cuatro anillos modelados se muestran en el cuadro 4.7. La última columna indica el error porcentual del E_ϕ inducido respecto a 1.45 GPa.

Cuadro 4.7 Resultados de la modelación en los cuatro anillos.

Malla	Longitud	Reacción Vertical [N]	E_ϕ Inducido [GPa]	Error Porcentual [%]
1	$L = D$	1197.4	1.55	6.6
2	$L = 3D/4$	1052.3	1.46	0.7
3	$L = D/2$	594.8	1.37	5.4
4	$L = D/4$	312.4	1.47	1.3

Los resultados muestran que los valores calculados de E_ϕ son bastante parecidos al valor que estaba definido en el modelo. No se advierte ninguna correlación entre la magnitud del error porcentual obtenido y la longitud del anillo. El mayor error porcentual correspondió al anillo de mayor longitud, sin embargo, el error más bajo se produjo en el anillo de segunda mayor longitud. Esto hace concluir que el valor del error dependió de otros factores como pudo haber sido la redondez del anillo y no de la longitud del mismo. Habiéndose encontrado que el error varió en un rango de valores relativamente bajos, de 0.7% a 6.6%, se concluye que *la confiabilidad del ensayo de compresión diametral para determinar el valor de E_ϕ en los anillos de bambú Mosó aquí usados es satisfactoria.*

4.4 Modelación de los Ensayos de Torsión en las *Probetas 1* y *2* para el cálculo de $G_{z\phi}$

4.4.1 Geometría de las mallas

La modelación de los ensayos de torsión se hizo con las mismas cuatro mallas usadas en la modelación de la flexión (cuadro 4.1). Los motivos que justificaron la utilización de estas mallas corresponden a los ya expuestos en la sección 4.2.1.

4.4.2 Características de los elementos y material usado.

Al igual que en la modelación de la flexión y la compresión diametral, fueron usados elementos tipo ladrillo de ocho nodos, transversalmente isótropos. Las constantes elásticas utilizadas son las que se indican en el cuadro 4.2 para las probetas 1 y 2, siendo la única diferencia que E_z fue definido igual a 7.5 GPa para la *Probeta 1* e igual a 5.6 GPa para la *Probeta 2* según se concluyó de la modelación del tercer ensayo de flexión.

4.4.3 Condiciones de Borde

Condiciones de apoyo

El montaje experimental utilizado para empotrar la viga al someterla a torsión, fue el mismo que el utilizado al someterla a flexión. No obstante, las condiciones de apoyo usadas en ambos modelos fueron diferentes, ya que durante la realización del ensayo de torsión se observó que el empotramiento utilizado fue bastante efectivo para prevenir el giro de la parte del bambú que estaba en contacto con las piezas de madera. Por lo anterior, se decidió restringir los desplazamientos en cualquier dirección de todos los nodos externos de la malla ubicados en puntos de las probetas que estuvieron en contacto con las piezas de madera. Esto corresponde a la condición de apoyo que está ilustrada en la figura 4.3.a. Fueron 390 nodos con desplazamiento restringido en las 3 direcciones.

Condiciones de carga

Por haberse usado elementos ladrillo en la conformación de las mallas, no fue posible aplicar momentos a los nodos para inducir la torsión. En lugar de eso fueron usados pares

de fuerza cuyas líneas de acción se orientaban en sentido perpendicular al eje longitudinal del bambú y tangentes a la superficie en la que estaban actuando. Similar a la aplicación de la carga para flexión, existen varias alternativas para aplicar el torque en el modelo (figuras 4.9.a y 4.9.b). Sin embargo, fue visto nuevamente que si los torques aplicados son estáticamente equivalentes, la forma de aplicación de la carga no afecta la respuesta del modelo (Principio de Saint Venant).

Figura 4.9.a Condición de Carga 1 del ensayo de Torsión.

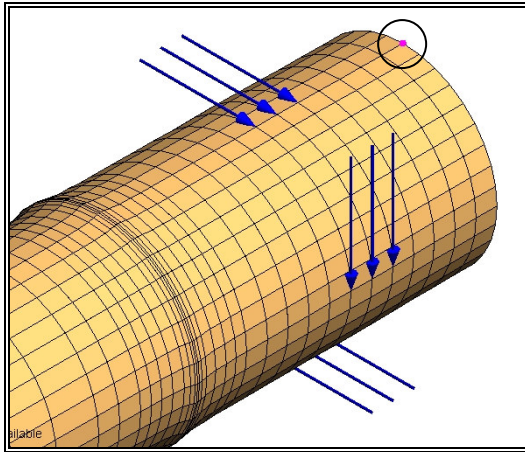
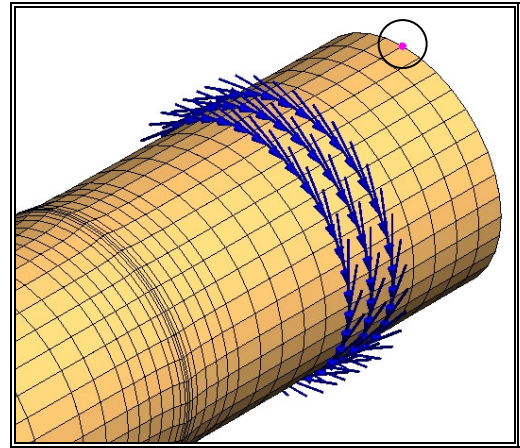


Figura 4.9.b Condición de Carga 2 del ensayo de Torsión.



Finalmente para la simulación de los ensayos fue escogida la condición de carga ilustrada en la figura 4.9.a, que consiste en 6 pares de fuerza generados a partir de cargas aplicadas en 12 nodos.

4.4.4 Simulación de los Ensayos y Discusión de Resultados

El procedimiento usado para la modelación del ensayo de torsión fue análogo al del ensayo de compresión diametral. Es decir, las modelaciones fueron hechas con el objetivo de validar el ensayo y no de encontrar el valor de una constante elástica como fue el caso del ensayo a flexión. Para la modelación de cada una de las mallas se usó un mismo torque de 100 N-m y se midió el desplazamiento horizontal del nodo de control indicado en las figuras 4.9. El giro total ϕ fue calculado a partir de este desplazamiento horizontal usando

la ecuación 16, donde el valor del lado opuesto estuvo dado por el desplazamiento horizontal del nodo y el del lado adyacente por el valor del radio externo en el extremo libre de la probeta. Una vez calculado el valor de φ , éste fue usado en la ecuación 14 para hallar un valor de $G_{z\varphi}$. Finalmente, este valor calculado fue comparado con el valor $G_{z\varphi}$ que había sido definido en el modelo y que para el caso de la malla 1 fue de 930 MPa, mientras que para las mallas 2, 3 y 4, que modelaron la *Probeta 2*, fue de 680 MPa. En la utilización de la ecuación 14 para calcular el valor de $G_{z\varphi}$ fue usado un valor de L igual a 1.0 m, un torque T de 100 N-m y valores de J que según fue expuesto en 2.3.4, para la *Probeta 1* fue de 479.6 cm⁴ y para la *Probeta 2* fue de 405.8 cm⁴. El cuadro 4.8 presenta el valor del desplazamiento horizontal del nodo de control, la constante $G_{z\varphi}$ calculada a partir de cada modelación y el error porcentual respecto al valor de $G_{z\varphi}$ que estaba definido en cada modelo.

Cuadro 4.8 Resultados de la modelación de torsión en las cuatro mallas.

Malla	Desp. Horizontal [mm]	$G_{z\varphi}$ Calculado [MPa]	Error Porcentual [%]
1	1.15	927	< 0.1%
2	1.68	659	3%
3	1.68	659	3%
4	1.71	660	3%

Los resultados muestran que los valores de $G_{z\varphi}$ calculados a partir de la respuesta de los modelos son muy parecidos a los que estaban efectivamente definidos en el modelo. Para el caso de la malla 1 la discrepancia entre los dos valores de $G_{z\varphi}$ fue apenas perceptible y en el caso de las mallas restantes el error no fue superior a 3%. Cabe destacar que este error de 3% se mantuvo también para la malla 4, en la cual por tratarse de un cilindro perfecto se habría podido esperar que el error porcentual fuera más cercano a cero, no obstante los resultados para esta malla se consideran aceptables. Por lo anterior se concluye que *la metodología del ensayo a torsión así como la formulación teórica presentadas en la sección 2.3 son aceptables para calcular el valor de $G_{z\varphi}$ aun en un tubo con ligeras imperfecciones como el bambú.*

El desplazamiento horizontal del nodo de control no tuvo un cambio apreciable entre las mallas 2 y 3. Dado que la única diferencia entre estas dos mallas fue la presencia de diafragmas nodales, esto indica que *dichos diafragmas no contribuyen a rigidizar el tallo de bambú cuando éste es sometido a torsión*. En cuanto a la malla 4, se observa que el desplazamiento horizontal del nodo de control presentó tan sólo una diferencia 3 centésimas de mm respecto a las dos mallas anteriores. En términos porcentuales esto equivale a 1.8%, lo cual puede ser despreciable si se tiene en cuenta que se trata de un material de origen natural y con heterogeneidad en sus propiedades. Por tanto, similar a lo observado para la modelación de los ensayos a flexión, se concluye que *para estudiar la respuesta global de una viga en voladizo de bambú sujeta a torsión, es aceptable la utilización de una malla con forma de cilindro perfecto de diámetro y espesor constante*.

Capítulo 5

Ensayo de Calibración del Modelo (Flexo - Torsión)

5.1 Introducción

Con el fin de establecer la capacidad del modelo para predecir la respuesta de una probeta de bambú cuando se encuentra sometida a cargas combinadas, se realizó un ensayo de flexo torsión en la *Probeta 2* de bambú Mosó. Se optó por usar la *Probeta 2* y no la *1*, dado que sobre ésta última no se habían hecho ensayos de caracterización de la constante E_{φ} . Este capítulo describe las condiciones experimentales para la realización del ensayo de flexo torsión así como las consideraciones hechas en el proceso de la modelación del modelo. Las condiciones de apoyo fueron la principal variable con la cual se realizó la calibración del ensayo, logrando al final una coincidencia de resultados que fue cuantificada en 68% para las deflexiones y 93% para los giros.

5.2 Ensayo de Flexo - Torsión

5.2.1 Métodos y Materiales

Para la realización del ensayo de flexo – torsión fue usada la *Probeta 2* que se encuentra descrita en detalle en la sección 2.1.3. El montaje experimental fue similar al del ensayo de torsión, pero en este caso se aplicó una sola carga excéntrica a una distancia de 35 cm del centro de la sección transversal de la probeta (figura 5.1). El empotramiento se conservó igual al de los ensayos de flexión y torsión pura. Para la aplicación de la carga se usó el mismo recipiente de madera que ya había sido usado en los ensayos de flexión y torsión. Se

realizaron mediciones tanto en el proceso de carga como de descarga. Los incrementos de carga fueron de 1 Kgf, a excepción del primer incremento que estaba dado por el recipiente mismo y que tenía un peso de 3 Kgf. La carga máxima aplicada fue de 11 Kgf, la cual indujo un momento torsor de 3.85 Kgf-m. La distancia entre el punto de aplicación de la carga y la cara del empotramiento se conservó igual a 1.0 m. Las mediciones de deflexiones y giros se hicieron usando los mismos comparadores y en las mismas posiciones que en los ensayos de flexión y torsión. Es decir, 5 comparadores en total; 4 para controlar las deflexiones verticales y uno para medir el giro.

Figura 5.1 Montaje del ensayo de flexo - torsión en la Probeta 2.



5.2.2 Resultados y Discusión

Las curvas de deflexiones y de giro (figuras 5.2.a, 5.2.b) muestran que la linealidad del sistema se conserva bajo la acción de cargas combinadas, lo cual era esperado teniendo en cuenta que se está trabajando dentro del límite lineal elástico del material. Se observa también que todos los comparadores presentaron una deformación residual al final de la descarga y se mantuvo la tendencia de que dicha deformación residual fuera menor, en términos porcentuales, para la torsión que para la flexión.

Figura 5.2.a Fuerza vs. Deflexión. Ensayo de flexo – torsión.

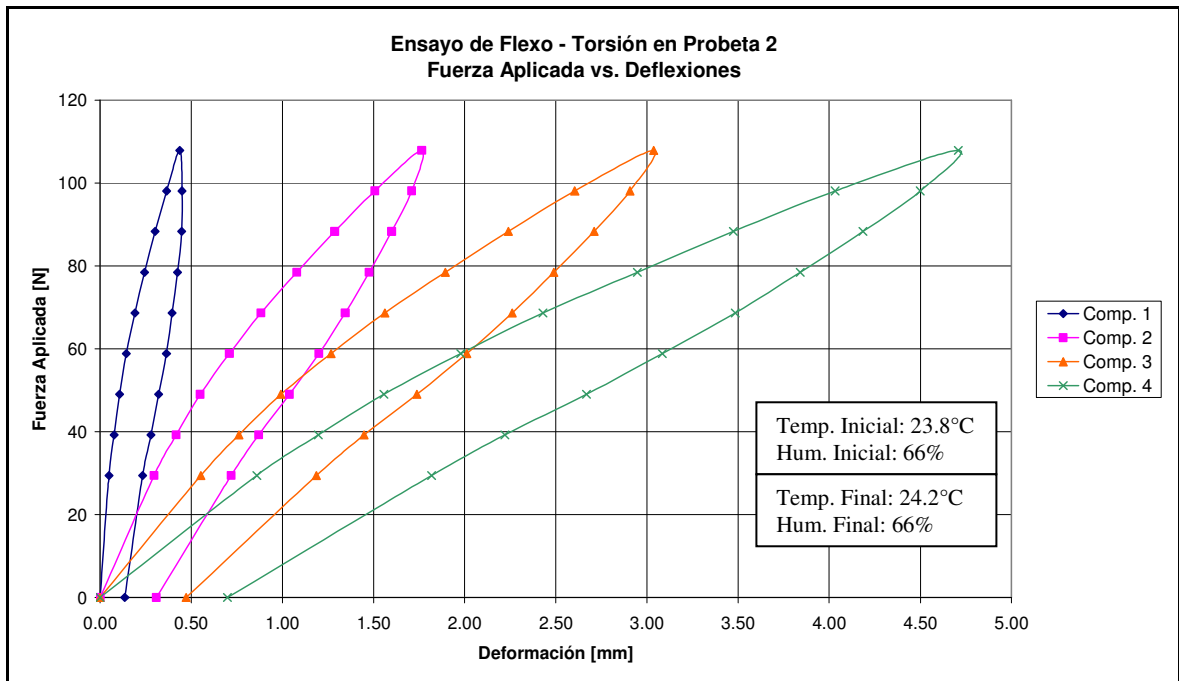
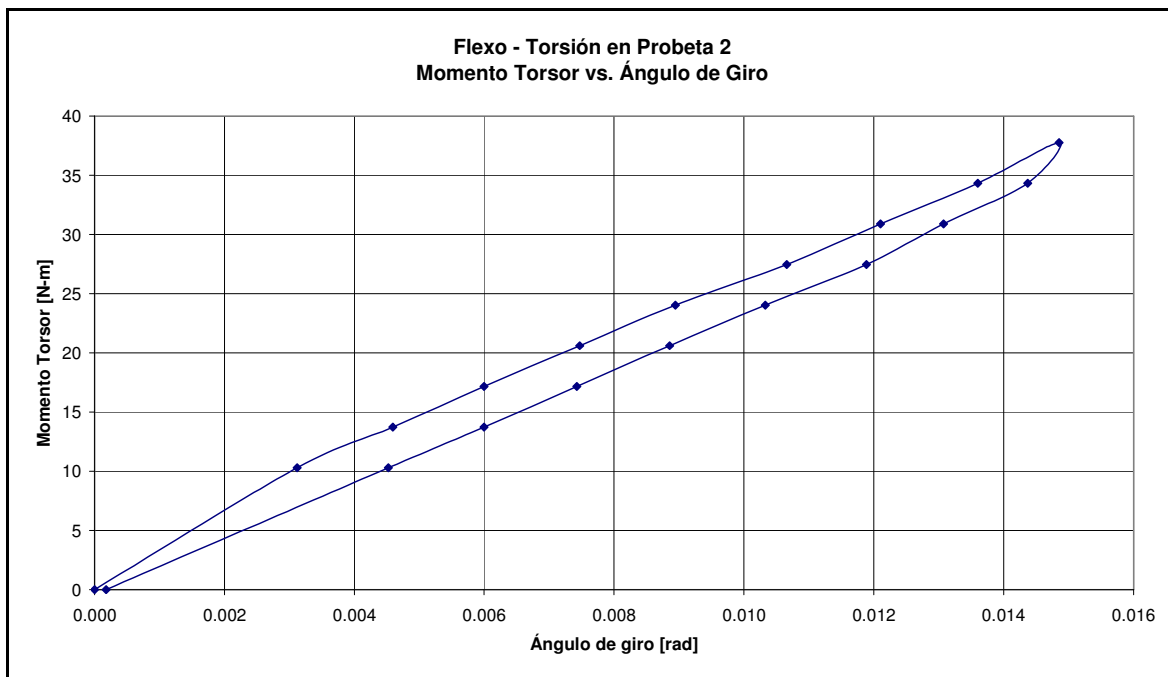


Figura 5.2.b *Momento Torsor vs. Giro. Ensayo de flexo – torsión.*



De forma análoga a como se procedió en los ensayos de flexión y torsión individuales, fueron escogidos los puntos de deflexión y giro que estuvieran dentro de la parte más recta de cada curva para hacer las regresiones lineales correspondientes. Las figuras 5.3.a y 5.3.b ilustran los segmentos de curva con los que fueron hechas las regresiones lineales y en el cuadro 5.1 se resumen los resultados de dichas regresiones.

Cuadro 5.1 *Resumen del ajuste lineal para el ensayo de flexo - torsión.*

Comparador	Parámetro		
	Y_0	S	R^2
Comparador 1	27.9	199.7	0.99
Comparador 2	19.7	53.3	0.99
Comparador 3	17.6	31.6	0.99
Comparador 4	17.0	20.5	0.99
Comparador de Torsión	3.2	2304	1.00

Figura 5.3.a Ajuste lineal a las deflexiones del ensayo de flexo – torsión.

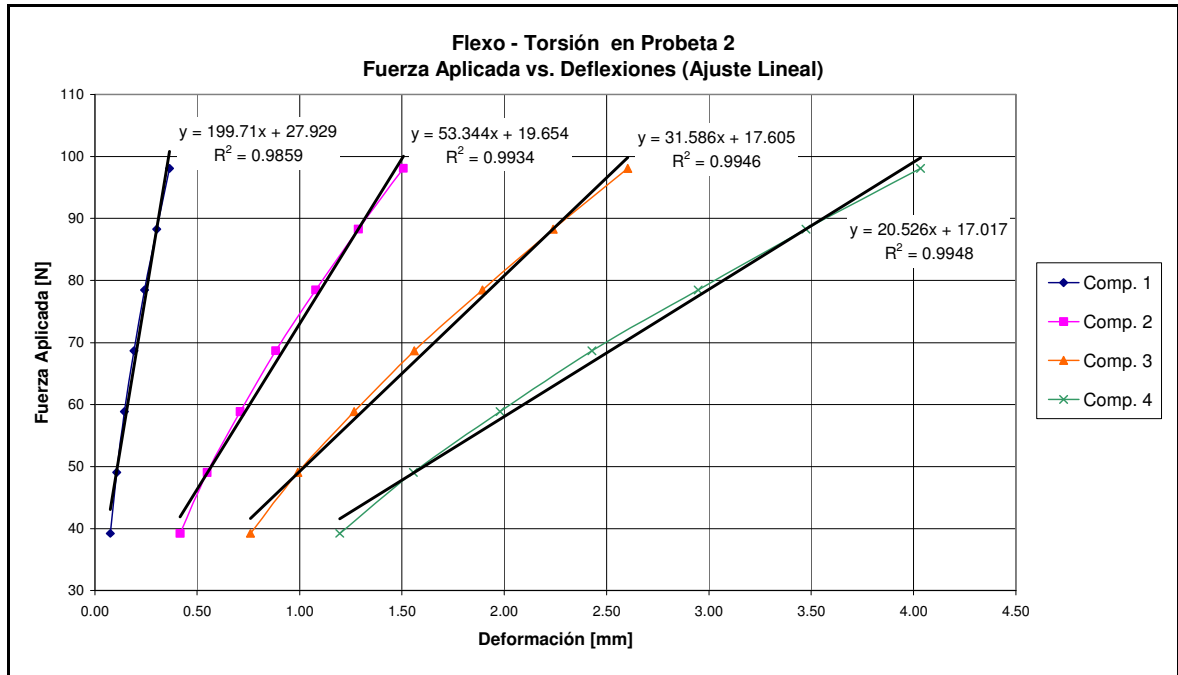
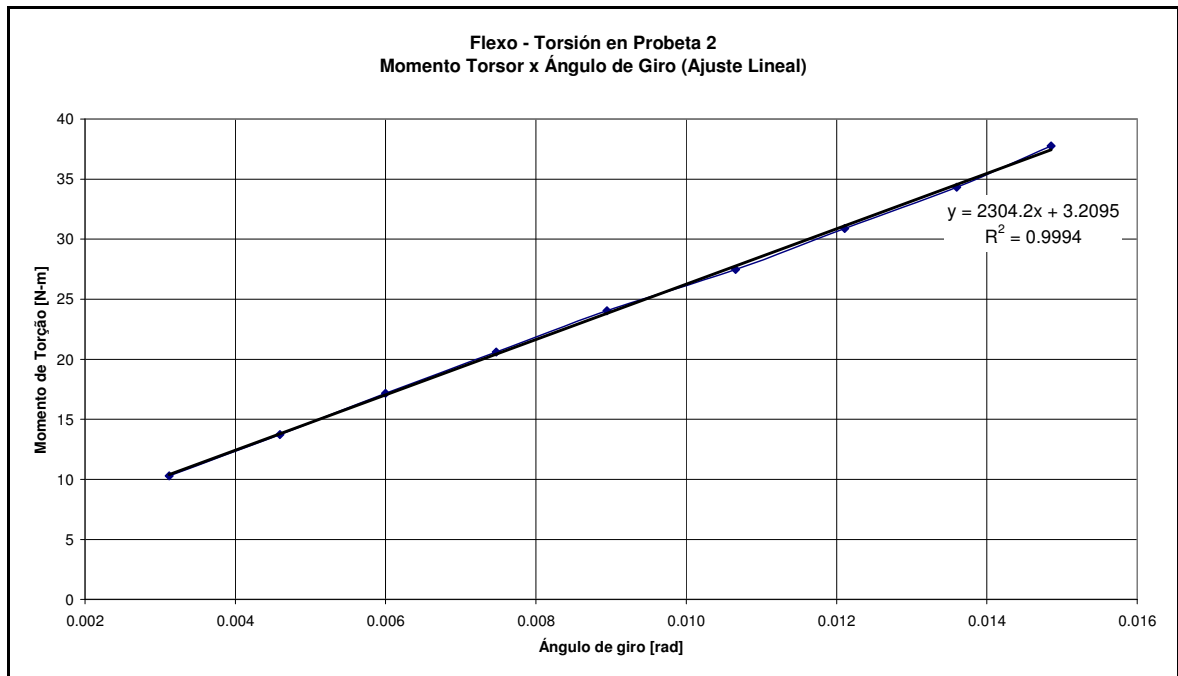


Figura 5.3.b Ajuste lineal a los giros del ensayo de flexo – torsión.



Los ajustes lineales fueron muy cercanos a 1 para todos los casos (cuadro 5.1), lo cual indica que la linealidad de las propiedades en la *Probeta 2* se mantuvo aun después de haber estado sometida a flexión y torsión pura. A partir de los valores de las pendientes “S” obtenidas, fueron calculados nuevamente módulos de elasticidad efectivos a flexión E_f y un módulo de rigidez $G_{z\varphi}$ de la misma manera en que fueron calculados en las secciones 2.1.4 y 2.3.4 (cuadro 5.2).

Cuadro 5.2 Módulos efectivos a flexión E_f y $G_{z\varphi}$ encontrado a partir del ensayo de flexo-torsión.

Comparador	Valor	Decremento [%]
Comparador 1 - E_f	0.2 GPa	0
Comparador 2 - E_f	1.6 GPa	20
Comparador 3 - E_f	2.5 GPa	19
Comparador 4 - E_f	3.1 GPa	18
Comparador de Torsión - $G_{z\varphi}$	580 MPa	15

Tanto los módulos de elasticidad efectivos a flexión calculados a partir de los cuatro comparadores como el módulo de rigidez $G_{z\varphi}$ calculado a partir de los giros, presentaron reducciones en comparación a los valores presentados en los cuadros 2.6 y 2.14. El valor porcentual de estas reducciones, en base a los resultados obtenidos del primer ensayo de flexión y el segundo ensayo de torsión en la *Probeta 2* se presenta en la tercera columna del cuadro 5.2.

La causa de la reducción en las constantes elásticas no fue del todo clara, ya que aceptando la hipótesis de que se trabajó siempre en el rango elástico lineal, estas reducciones no debieron haber acontecido. La suposición de que pudo haber ocurrido una degradación de las propiedades elásticas de la probeta por haber sido sometida anteriormente a ensayos de flexión y torsión pura queda descartada, ya que según se explicó en la sección 2.1.3, dos ensayos de flexión fueron hechos después del ensayo de flexo – torsión, obteniéndose valores de E_f más altos que los que se presentan en el cuadro 5.2.

Una posible causa de la aparente reducción de las constantes elásticas pudo haber sido la modificación en las condiciones de apoyo del ensayo. A pesar que el empotramiento se hizo de la misma manera que en los ensayos de flexión y torsión pura, la forma como el bambú interactúa con el empotramiento pudo haberse modificado debido a la aplicación de la carga combinada de flexo – torsión. Lo anterior habría generado condiciones de apoyo efectivas diferentes en el sistema. Para indagar sobre la validez de esta hipótesis fueron realizadas las modelaciones del ensayo que se describen en la sección 5.3.

5.3 Modelación del Ensayo de Flexo – Torsión

5.3.1 Geometría de las mallas

La modelación del ensayo de flexo - torsión se hizo con la malla 2, que representa la *Probeta 2* (cuadro 4.1).

5.3.2 Características de los elementos y material usado.

Al igual que en la modelación de la flexión, la torsión y la compresión diametral, fueron usados elementos tipo ladrillo de ocho nodos, transversalmente isótropos. Las constantes elásticas utilizadas fueron las que se indican en el cuadro 4.2 para la *Probeta 2*, siendo nuevamente la única diferencia que E_z fue definido igual a 4.7 GPa. A partir de la simulación del tercer ensayo de flexión de la *Probeta 2* (sección 4.2.4), se obtuvo un valor de E_z de 5.6 GPa, este valor no fue usado para modelar la flexo – torsión, porque los módulos efectivos a flexión calculados del ensayo de flexo – torsión, se asemejan más a los del primer ensayo que a los del tercer ensayo de flexión en la *Probeta 2* (cuadro 5.2), y por tanto cabe esperar que sea el valor de E_z calculado a partir de este primer ensayo sea el que permita un mejor ajuste de las deflexiones.

5.3.3 Condiciones de Borde

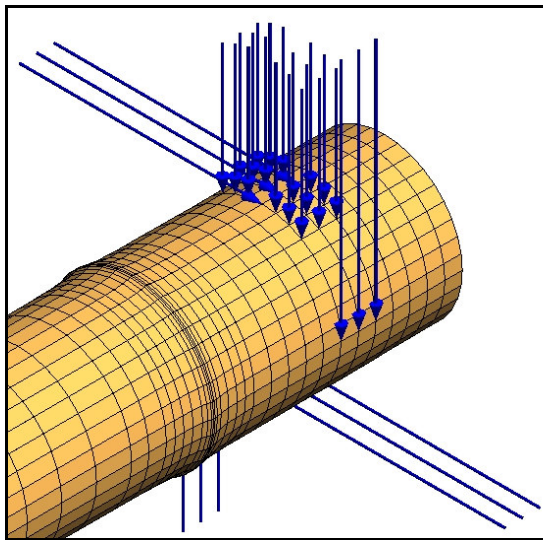
Condiciones de apoyo

Dado que las condiciones de apoyo usadas para modelar la flexión y la torsión eran distintas, no estaba claro cual de las dos daría mejores resultados para modelar la flexo – torsión. Por lo anterior se realizó un proceso análogo al descrito en la sección 4.2.3, ensayando esta vez las dos condiciones de apoyo que fueron usadas para modelar la flexión y torsión por separado (figuras 4.3.a y 4.3.c). Las modelaciones mostraron que la condición de apoyo que había sido usada en la flexión permitía un mejor ajuste tanto de las deflexiones como de los giros, por lo que finalmente fue esa la condición de apoyo usada para modelar la flexo – torsión.

Condiciones de carga

La aplicación de la carga se hizo combinando las dos condiciones de carga que ya habían sido previamente utilizadas en la modelación de los ensayos de flexión y torsión (figura 5.4). Las magnitudes de las fuerzas que simularon la flexión y de los pares que simularon la torsión fueron definidas de tal forma que representaran la flexión y la torsión aplicadas simultáneamente en la realización del ensayo.

Figura 5.4 Modelación de la aplicación de la carga para el ensayo de flexo – torsión.



5.3.4 Calibración del Ensayo y Discusión de Resultados

Al igual a cómo se procedió con la modelación del ensayo de flexión, la calibración de la flexo-torsión no fue hecha con los datos experimentales brutos si no con datos generados a partir de las pendientes de las ecuaciones de la regresión lineal e igualando a cero el valor de la intersección en el eje de ordenadas (anexo 8). En las figuras 5.5.a y 5.5.b se comparan las rectas experimentales y las predichas por el modelo para deflexión y giro. Para los 4 comparadores las deflexiones predichas por el modelo son menores a las deflexiones experimentales (figura 5.5.a). Para tener un parámetro que permita tener una noción de la capacidad del modelo para predecir las deflexiones, se calculó nuevamente la razón entre la suma de las deflexiones de los cuatro comparadores virtuales y la suma de las deflexiones de los cuatro comparadores reales para una misma carga. Esta razón que fue de 0.89 y 0.86 para la modelación de la flexión sola, se redujo a 0.68 para la modelación de la flexo-torsión. Los motivos para esta reducción en la bondad de las predicciones de deflexión, puede deberse a varios factores que no son tenidos en cuenta en el modelo, como lo es la gradación de las constantes elásticas del bambú a lo largo de su longitud así como del espesor de su pared y las imperfecciones que hayan podido acontecer en el empotramiento durante el desarrollo del ensayo. Es posible también que la acción combinada de flexión y torsión haya generado en el bambú una respuesta diferente a una superposición de efectos, en cuyo caso dicha respuesta no habría podido ser capturada en la simulación analítica por tratarse de un modelo lineal.

En cuanto a los giros experimentales y los del modelo (figura 5.5.b), la coincidencia de resultados fue del 93%, lo cual se considera satisfactorio. La tendencia fue que los valores de giro dados por el modelo fueron mayores que los experimentales, que es coherente con el hecho que la condición de apoyo adoptada en el modelo tiende a dejar una longitud un poco mayor de la probeta sujeta a la acción del torque. Esta buena coherencia entre los valores experimentales y numéricos de los giros deja también de relieve la validez del módulo de rigidez $G_{z\phi}$ obtenido en la sección 2.3.4 para analizar el comportamiento del bambú cuando éste es sometido a torsión.

Figura 5.5.a Deflexiones experimentales y las indicadas por el modelo.

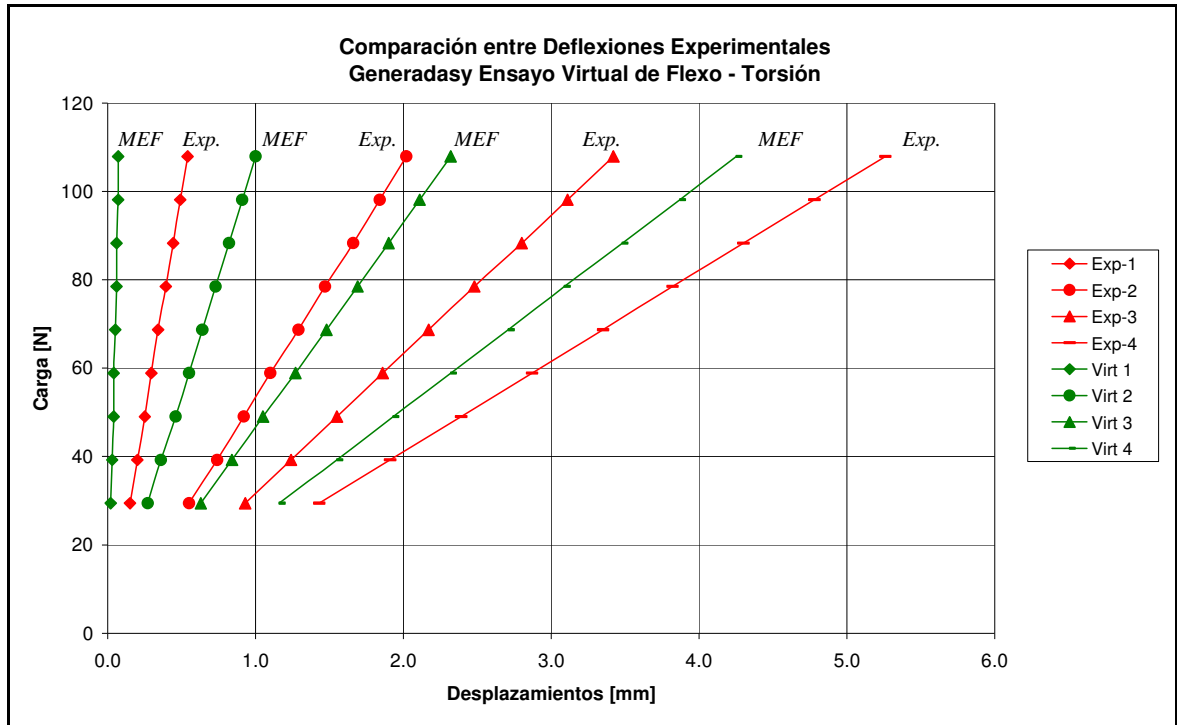
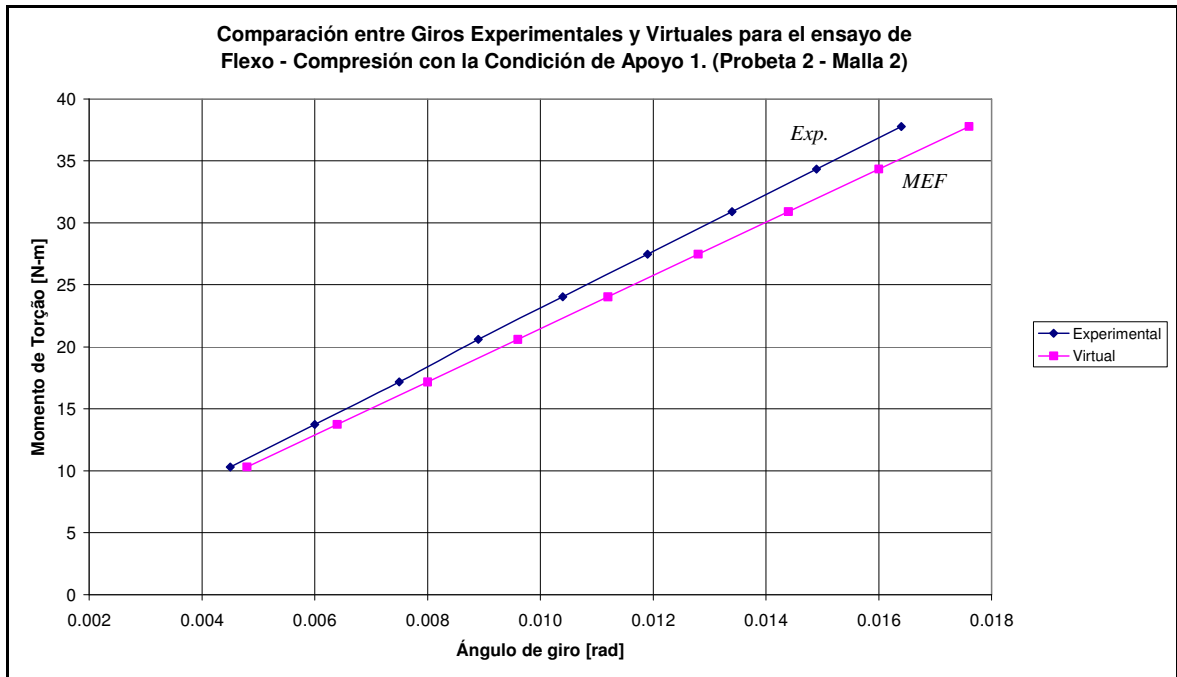


Figura 5.5.b Giros experimentales y los indicadas por el modelo.



Capítulo 6

Conclusiones y Recomendaciones

6.1 Conclusiones Generales

El aporte de las deflexiones por cortante en los ensayos de flexión mostró ser suficientemente significativo como para impedir el cálculo de un módulo de elasticidad longitudinal E_z efectivo confiable. No obstante, la modelación de este ensayo en elementos finitos permitió llegar a valores de dicha constante con la cual se tuvo como resultado una coincidencia del 89% entre las deflexiones del modelo y las experimentales. Los valores de los E_z encontrados a través de la modelación de los ensayos estuvieron dentro del rango de valores reportados por otros autores.

El ensayo de compresión diametral sobre anillos de bambú, propuesto para calcular su módulo de elasticidad circunferencial E_φ , fue validado con el modelo de elementos finitos. El modelo mostró que para cuatro de los anillos ensayados, el valor de E_φ pudo ser inducido a partir de las deflexiones medidas obteniéndose errores que variaron entre 0.7 % y 6.6 %. Los experimentos mostraron también que para el caso de la *Guadua angustifolia*, el valor de su E_φ puede tener diferencias estadísticamente diferentes a lo largo del tallo de una misma planta, siendo la tendencia que las muestras extraídas de la parte superior del tallo presenten un E_φ que puede llegar a ser más del doble que el de la parte inferior. En el caso de los anillos de bambú Mosó, los ensayos demostraron que la longitud de los anillos en la dirección paralela a las fibras no ejerce ninguna influencia sobre el valor calculado de E_φ .

El ensayo de torsión pura también mostró ser válido para el cálculo del módulo de rigidez a cortante $G_{z\varphi}$. La metodología aquí empleada condujo a resultados que son consistentes con los valores encontrados en investigaciones previas. Esta metodología se plantea como alternativa a la propuesta por la norma ASTM D 198 elaborada para elementos de madera que calcula el valor de G con base en deflexiones de vigas. Con respecto a la citada norma, la ventaja del ensayo aquí empleado es que aprovecha las características geométricas típicas del bambú, puede ser hecha con probetas de menor longitud y su análisis no involucra otras constantes elásticas diferentes. La modelación en elementos finitos mostró que las irregularidades y las variaciones de la sección transversal del bambú no indujeron errores mayores a 3% para las dos probetas que fueron ensayadas.

Los bambúes caracterizados mostraron tener altos niveles de anisotropía, con módulos de elasticidad longitudinal que pueden llegar a ser más de 10 veces el módulo de elasticidad circunferencial. Esta fuerte anisotropía impide el cálculo del módulo de rigidez $G_{z\varphi}$ como constante dependiente del módulo de elasticidad longitudinal y del coeficiente de Poisson longitudinal – transversal. Los cálculos hechos en este trabajo, demostraron que el anterior enfoque puede conducir a una sobre estimación cercana a tres veces el valor real de $G_{z\varphi}$.

Las modelaciones en elementos finitos mostraron que los diafragmas nodales no rigidizaron los sistemas analizados bajo cargas de flexión ni de torsión, obteniéndose deflexiones y giros semejantes en modelos con y sin la presencia de los diafragmas nodales. Las modelaciones también mostraron que las mallas construidas como cilindros perfectos usando diámetros y espesores constantes, calculados a partir de sólo algunas mediciones de la probeta, tuvieron un comportamiento que no varió significativamente del comportamiento de una malla más elaborada con diafragmas nodales y variación de diámetros y espesor a lo largo de su rigidez.

Los modelos micromecánicos permitieron estimar el módulo de elasticidad longitudinal efectivo, el cual resultó ser semejante a los encontrados por medios experimentales. Esto

demuestra el potencial que encierra este tipo de herramientas analíticas para contribuir a un mejor entendimiento del comportamiento del bambú. Para el módulo de elasticidad circunferencial sin embargo, los valores predichos por el modelo micromecánico fueron de un orden de magnitud mayor que los encontrados en la Guadua y casi el doble que los encontrados en el bambú Mosó. La incertidumbre en las propiedades elásticas en el sentido transversal de los materiales constituyentes del bambú pudo haber sido la causa de estas diferencias. El modelo micromecánico tampoco reflejó la tendencia de aumento de E_{φ} a lo largo de la altura del tallo que fue encontrada experimentalmente. Con lo anterior se descarta que sean los cambios en la mesoestructura interna de la Guadua los que ocasionen esas variaciones de E_{φ} .

Para una probeta sujeta a flexo – torsión, la concordancia entre las deflexiones experimentales y las predichas por el modelo, fue de 68% mientras que para los giros la concordancia fue de 93%. Los motivos que no permitieron una mejor convergencia entre las deflexiones experimentales y numéricas pudieron ser factores no tenidos en cuenta en la modelación, como gradación de propiedades en la dirección longitudinal y transversal, defectos en las probetas por ataque de insectos e imperfecciones en el empotramiento.

6.2 Recomendaciones

A partir de los ensayos y de las conclusiones de esta investigación, se recomienda:

Usar una célula de carga para controlar la fuerza en el empotramiento usado en la flexión y en la torsión.

Para la modelación mecánica del tallo del bambú, usar mallas simplificadas con forma de cilindro que tengan diámetro y espesor constante calculados a partir del promedio de algunas mediciones hechas en la probeta modelada. El uso de la malla más simple se ve justificado por no sólo por la similitud de su respuesta en comparación a mallas de espesor

y diámetro variable, sino por el menor tiempo que ésta demanda en su elaboración y el menor número de elementos que contiene.

La gradación de las constantes elásticas del bambú no fue abordada en este trabajo. Se ha mostrado que dicha gradación puede tener un efecto importante en la respuesta mecánica del bambú [7]. La gradación de estas propiedades puede ser estudiada más a fondo e incorporada en modelos de elementos finitos que tengan las formulaciones apropiadas para este tipo de materiales. Se sugiere abordar este tema en futuros trabajos.

Las ventajas que puedan ofrecer los modelos micromecánicos se sustentan en el conocimiento que se tenga de las propiedades de los materiales constituyentes. Para el caso del bambú estos materiales serían la fibra y la matriz. Estudios más detallados de estos materiales así como de la variación de sus fracciones volumétricas permitirán potencializar más el uso de este tipo de herramientas para el estudio de la anisotropía del bambú.

Finalmente, aunque el objetivo de este trabajo no era el de caracterizar constantes elásticas para una especie de bambú en general, los resultados de los ensayos de compresión diametral mostraron que el valor de E_{ϕ} encontrado en las muestras de bambú Mosó fue casi el doble del encontrado para la Guadua. Lo anterior puede ser visto como un incentivo hacia el aprovechamiento de otras especies de bambú en Colombia, donde hasta ahora el uso de la Guadua ha sido ampliamente predominante, sin haber explorado las bondades que otras especies puedan ofrecer.

Bibliografía

1. CLEUREN H. M.; HENKEMANS A. B. Development of the bamboo sector in Ecuador: Harnessing the potential of *Guadua angustifolia*. J. Bamboo and Rattan, Vol. 2, No. 2, p. 179-188, 2003.
2. GHAVAMI, K.; MARINHO, A. Propriedades físicas e mecânicas do colmo inteiro do bambú da espécie *Guadua angustifolia*. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v.9, p. 107-114, 2005.
3. AMADA, Shigeyasu; UNTAO, Sun. Fracture properties of bamboo. Composites Part B 32, p. 451-459, 2001.
4. AMADA, Shigeyasu; ICHIKAWA, Yoshinobu; MUNEKATA, Tamotsu; NAGASE, Yukito; SHIMIZU, Hiroyuki. Fiber texture and mechanical graded structure of bamboo. Composites Part B. 28B, p. 13-20, 1997.
5. GHAVAMI, K.; ALLAMEH, S.M.; SÁNCHEZ, M. L.; SOBOYEJO, W.O. Multiscale study of bamboo *Phyllostachys edulis*. <http://www.abmtenc.civ.puc-rio.br> , 2004.
6. JANSSEN, Jules. Bamboo in building structures. Eindhoven University Doctorate's Thesis. 1981
7. NELLI, Emílio; WALTERS, Matthew; PAULINO, Glaucio. Modeling bamboo as a functionally graded material: lessons for the analysis of affordable materials. Submitted to Journal of Materials Science. Dec. 12, 2004.

- 8. MÉNDEZ, Lina; VALLECILLA, Carolina.** Sistema Constructivo de Casas en Tierra Timagua: Análisis Experimental de Conexiones. Trabajo de Grado, Universidad del Valle. Cali, Colombia. 2003.
- 9. GIBSON, Ronald F.** Principles of Composite Materials Mechanics. McGraw-Hill, 1994.
- 10. NOGATA, Fumio; TAKAHASHI, Ideaki.** Intelligent functionally graded material: Bamboo. Composites Part B: Engineering. Vol. 5, no. 7, pp. 743-751. 1995
- 11. ROARK, Raymond Jefferson; YOUNG, Warren Clarence.** Formulas for Stress and Strain. McGraw-Hill, 5 ed. 1975.
- 12. HIBBELER, R. C.** Resistência dos Materiais. Prentice-Hall, 3ª ed. 1997.
- 13. MOHAN, K. Murali; RAO, K. Mohana.** Extraction and tensile properties of natural fibers: Vakka, date and bamboo. Composite Structures, Elsevier. (Article In Press) 2005.
- 14. KULKARNI, A. G.; SATYANARAYANA, K. G.; SUKUMARAN, K.; ROHATGI, P. K.** Mechanical behavior of coir fibres Under tensile load. Journal of Materials and Science. No. 4 – April, 1981.
- 15. SMOOK, G. A.;** Handbook for pulp and paper technologist. M. J. Kocurek (technical editor). Joint Executive Committee of the Vocational Education Committees of Pulp and Paper Industry, Canada, 1989.
- 16. FELLMOSE, P; BLASS H. J.** Influence of Rolling Shear Modulus on Strength and Stiffness of Structural Bonded Timber Elements. International Council for Research and Innovation in Building and Construction, CIB-W18/37-6-5, August, 2004.

- 17.** SÁNCHEZ, J; PRIETO, E. Comportamiento de la Guadua angustifolia sometida a flexión. Trabajo de grado. Universidad Nacional de Colombia, 2002.
- 18.** Engineering Course – Introduction to Finite Element Methods. Department of Aerospace Engineering Sciences, University of Colorado at Boulder. Fall 2005.
www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/IFEM.d/Home.html
- 19.** VARGAS, F; PINTO, T; UMEZAWA, H. A.; CASAGRANDE, E. F. Tratamento Preservativo do Bambu – Método ambiental e socialmente sustentável. IAC-NOCMAT. Rio de Janeiro, Brasil. 2005.
- 20.** CHUNG, K. F.; YU, W. K. Mechanical properties of structural bamboo for bamboo scaffoldings. Engineering Structures, 24. Elsevier 2002.
- 21.** GHAVAMI, K; MARINHO, A. B. Propriedades mecânicas dos colmos dos bambus das espécies: Mosó e Guadua Angustifolia para utilização na engenharia. Relatório interno PUC – Rio, RMNC-2 Bambu. 2002.
- 22.** Norma ISO/DIS 22157. Determination of physical and mechanical properties of bamboo. 2001.
- 23.** Literatura auxiliar Del programa computacional para elementos finitos ALGOR – FEMPRO. Versión 13.22. 2002.

Anexos

Anexo 1. Características Geométricas Probetas 1 y 2 usadas en los ensayos de flexión y torsión.

Cuadro A.1 Diámetros externos de la *Probeta 1* medidos a lo largo de su longitud.

Nota: Los dos datos destacados en negrilla denotan la presencia de los nodos.

Longitud [cm]	Diámetro [cm]	Longitud [cm]	Diámetro [cm]	Longitud [cm]	Diámetro [cm]
0.0	10.47	39.5	10.50	82.0	10.51
0.5	10.42	40.0	10.63	82.5	10.49
1.0	10.43	40.5	10.56	83.0	10.23
1.5	10.38	41.0	10.38	83.5	10.16
2.0	10.42	41.5	10.29	84.5	10.15
2.5	10.40	42.5	10.28	85.5	10.12
3.5	10.40	43.5	10.26	86.5	10.13
4.5	10.35	45.5	10.22	88.5	10.10
5.5	10.34	47.5	10.19	90.5	10.07
6.5	10.30	49.5	10.15	92.5	10.04
8.5	10.27	51.5	10.14	94.5	10.00
10.5	10.23	53.5	10.10	96.5	10.01
12.5	10.19	55.5	10.08	98.5	9.97
14.5	10.17	57.5	10.07	100.5	9.96
16.5	10.17	59.5	10.06	102.5	9.96
18.5	10.17	61.5	10.05	104.5	9.98
20.5	10.16	63.5	10.05	106.5	9.95
22.5	10.15	65.5	10.04	108.5	9.94
24.5	10.14	67.5	10.03	110.5	9.93
26.5	10.13	69.5	10.03	112.5	9.92
28.5	10.12	71.5	10.01	114.5	9.91
30.5	10.12	73.5	10.01	116.5	9.91
32.5	10.12	75.5	10.01	118.5	9.90
33.5	10.14	76.5	10.02	120.5	9.92
34.5	10.16	77.5	10.05	121.5	9.94
35.5	10.17	78.5	10.04	122.5	9.96
36.5	10.20	79.5	10.08	123.0	9.98
37.5	10.22	80.5	10.12	123.5	10.00
38.5	10.29	81.0	10.14	124.0	10.06
39.0	10.35	81.5	10.34	124.5	10.22

Cuadro A.2 Diámetros externos y espesores de la *Probeta 2* medidos a lo largo de su longitud.

Nota: Los dos datos destacados en negrilla denotan la presencia de los nodos.

Posición [cm]	Diámetro [cm]	Espesor [cm]	Posición [cm]	Diámetro [cm]	Espesor [cm]	Posición [cm]	Diámetro [cm]	Espesor [cm]
0.0	9.8	2.50	42.0	9.3	0.86	85.5	9.2	0.96
0.5	9.5	1.09	44.0	9.2	0.86	86.0	9.2	0.93
1.0	9.5	1.00	46.0	9.2	0.86	87.0	9.2	0.91
1.5	9.5	0.94	48.0	9.2	0.85	88.0	9.2	0.90
2.0	9.5	0.91	50.0	9.2	0.85	90.0	9.2	0.88
3.0	9.5	0.92	51.0	9.1	0.86	92.0	9.1	0.88
4.0	9.5	0.89	52.0	9.1	0.86	94.0	9.1	0.86
5.0	9.4	0.88	53.0	9.2	0.88	96.0	9.1	0.85
6.0	9.4	0.87	53.5	9.2	0.90	98.0	9.1	0.85
8.0	9.4	0.87	54.0	9.3	0.95	100.0	9.0	0.85
10.0	9.4	0.86	54.5	9.5	1.09	102.0	9.1	0.84
12.0	9.3	0.87	55.0	9.6	2.50	104.0	9.0	0.83
14.0	9.3	0.87	55.5	9.4	1.04	106.0	9.0	0.83
16.0	9.3	0.86	56.0	9.3	0.97	108.0	9.0	0.84
18.0	9.3	0.86	56.5	9.3	0.95	110.0	9.0	0.85
20.0	9.3	0.84	57.0	9.3	0.92	111.0	9.0	0.85
21.0	9.3	0.85	57.5	9.3	0.91	112.0	9.0	0.86
22.0	9.3	0.84	58.0	9.2	0.91	112.5	9.0	0.87
23.0	9.3	0.84	59.0	9.2	0.88	113.0	9.0	0.87
24.0	9.3	0.86	60.0	9.2	0.88	113.5	9.1	0.90
24.5	9.3	0.87	62.0	9.2	0.86	114.0	9.1	0.98
25.0	9.3	0.91	64.0	9.2	0.86	114.5	9.5	2.50
25.5	9.4	1.06	66.0	9.2	0.86	115.0	9.3	1.24
26.0	9.7	2.50	68.0	9.1	0.85	115.5	9.2	0.98
26.5	9.5	1.16	70.0	9.1	0.84	116.0	9.2	0.91
27.0	9.4	0.98	72.0	9.1	0.85	116.5	9.1	0.88
27.5	9.4	0.96	74.0	9.1	0.84	117.0	9.1	0.86
28.0	9.4	0.93	76.0	9.1	0.85	118.0	9.1	0.84
28.5	9.4	0.92	78.0	9.1	0.86	119.0	9.1	0.83
29.0	9.4	0.91	80.0	9.1	0.87	120.0	9.1	0.82
29.5	9.4	0.91	81.0	9.1	0.88	121.0	9.0	0.82
30.0	9.4	0.90	82.0	9.1	0.89	123.0	9.1	0.81
31.0	9.4	0.89	82.5	9.1	0.91	125.0	9.0	0.80
32.0	9.4	0.88	83.0	9.1	0.95	126.0	9.0	0.80
34.0	9.4	0.87	83.5	9.3	1.12	127.0	9.0	0.80
36.0	9.4	0.87	84.0	9.5	2.50	128.0	9.0	0.79
38.0	9.3	0.86	84.5	9.3	1.28	129.0	9.0	0.80
40.0	9.3	0.86	85.0	9.2	1.03	--	--	--

Anexo 2. Datos medidos en los cuatro ensayos de flexión.

Nota: Los dos datos destacados en negrilla fueron usados para la regresión lineal.

Cuadro A.3 Ensayo de flexión en la *Probeta 1*.

	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4
Fuerza [N]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
29.4	0.00	0.17	0.31	0.51
39.2	0.01	0.24	0.43	0.70
49.1	0.02	0.31	0.55	0.90
58.9	0.03	0.38	0.67	1.09
68.7	0.05	0.46	0.80	1.31
78.5	0.06	0.54	0.94	1.52
88.3	0.08	0.61	1.08	1.73
98.1	0.10	0.69	1.22	1.96
107.9	0.11	0.78	1.36	2.19
117.7	0.14	0.87	1.52	2.43
127.5	0.16	0.98	1.72	2.73
137.3	0.19	1.11	1.92	3.05
147.2	0.22	1.24	2.15	3.38
157.0	0.26	1.37	2.37	3.72
166.8	0.29	1.50	2.60	4.09
176.6	0.33	1.66	2.86	4.48
186.4	0.37	1.83	3.13	5.05
196.2	0.42	2.01	3.44	5.52
206.0	0.47	2.18	3.73	5.95
196.2	0.49	2.15	3.66	5.82
186.4	0.49	2.06	3.51	5.58
176.6	0.49	1.99	3.38	5.38
166.8	0.49	1.92	3.25	5.17
157.0	0.47	1.84	3.02	4.97
147.2	0.45	1.75	2.96	4.73
137.3	0.42	1.67	2.83	4.51
127.5	0.40	1.56	2.64	4.26
117.7	0.36	1.45	2.46	3.94
107.9	0.36	1.38	2.34	3.56
98.1	0.33	1.28	2.17	3.34
88.3	0.32	1.19	2.01	3.09
78.5	0.29	1.09	1.84	2.84
68.7	0.27	1.01	1.69	2.61
58.9	0.25	0.91	1.53	2.34
49.1	0.23	0.82	1.38	2.11
39.2	0.21	0.72	1.21	1.75
0.00	0.15	0.44	0.71	1.06

Cuadro A.4 Primer ensayo de flexión en la *Probeta 2*.

	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4
Fuerza [N]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
29.4	0.03	0.29	0.54	0.85
39.2	0.05	0.41	0.75	1.18
49.1	0.08	0.53	0.96	1.52
58.9	0.11	0.66	1.20	1.89
68.7	0.15	0.80	1.45	2.27
78.5	0.19	0.95	1.70	2.67
88.3	0.22	1.11	1.97	3.08
98.1	0.28	1.29	2.29	3.57
107.9	0.33	1.51	2.66	4.11
98.1	0.34	1.43	2.50	3.87
88.3	0.34	1.33	2.31	3.57
78.5	0.32	1.21	2.10	3.23
68.7	0.29	1.09	1.88	2.90
58.9	0.27	0.97	1.67	2.57
49.1	0.24	0.86	1.47	2.25
39.2	0.21	0.73	1.24	1.90
29.4	0.18	0.60	1.02	1.57
0.0	0.09	0.23	0.36	0.52

Cuadro A.5 Segundo ensayo de flexión en la *Probeta 2*.

	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4	Comp. 5
Fuerza [N]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
29.4	0.02	0.28	0.52	0.82	0.00
58.9	0.09	0.61	1.11	1.77	0.00
88.3	0.18	0.97	1.77	2.81	0.00
117.7	0.29	1.42	2.55	4.01	0.00
88.3	0.28	1.13	2.00	3.14	0.20
58.9	0.21	0.80	1.39	2.18	0.20
29.4	0.14	0.46	0.80	1.23	0.21
0.0	0.06	0.12	0.19	0.28	0.21

Cuadro A.6 Tercer ensayo de flexión en la *Probeta 2*.

	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4	Comp. 5
Fuerza [N]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
29.4	0.02	0.26	0.49	0.78	0.00
39.2	0.05	0.37	0.68	1.09	0.00
49.1	0.07	0.49	0.88	1.41	0.00
58.9	0.10	0.59	1.08	1.73	0.00
68.7	0.12	0.71	1.29	2.05	0.00
78.5	0.15	0.83	1.50	2.39	0.00
88.3	0.17	0.95	1.72	2.72	0.00
98.1	0.20	1.07	1.93	3.07	0.00
107.9	0.23	1.20	2.16	3.42	0.00
117.7	0.26	1.32	2.39	3.78	0.00
107.9	0.26	1.26	2.26	3.58	0.00
98.1	0.26	1.18	2.11	3.33	0.00
88.3	0.26	1.09	1.94	3.06	0.00
78.5	0.25	1.00	1.77	2.78	0.00
68.7	0.23	0.89	1.58	2.47	0.00
58.9	0.21	0.80	1.41	2.20	0.00
49.1	0.19	0.70	1.23	1.91	0.00
39.2	0.16	0.60	1.04	1.60	0.00
29.4	0.15	0.49	0.85	1.30	0.01
0.0	0.08	0.18	0.28	0.41	0.01

Anexo 3. Código de programa en Matlab para la realización del análisis paramétrico.

% Secuencia de comandos para ayudar en el análisis paramétrico.

% Los parámetros que se varían son el espesor (e) y el radio (R).

E=0.5*13.69e9; % Modulo de Elasticidad. Pa

G=0.5*E; % Modulo de Cortante. Pa

P=3000; % Fuerza Aplicada al tubo de Guadua. Newtons

L=0.1; % Longitud del tubo. Metros

e=0.01:0.001:0.03; % Espesor transversal de la muestra de Guadua. Metros

A=L*e; % Área que tomara la fuerza axial. Metros Cuadrados

I=(L*e.^3)/12; % Momento de inercia que resiste la flexión. Metros a la Cuatro

As=A/1.2; % Área de cortante. Metros Cuadrados

```
R=0.12:0.005:0.20;    % Valores de radio con los que se evaluara la ecuacion. Metros

for j=1:length(R);
    voG(j,:)= pi*R(j)*P./(4*E*A) + P*R(j)^3*(pi/4-2/pi)./(E*I) + pi*R(j)*P./(4*G*As);
    %Deformacion que incluye el
    %termino por cortante

    vo(j,:) = pi*R(j)*P./(4*E*A) + P*R(j)^3*(pi/4-2/pi)./(E*I);
    %Deformacion sin incluir el termino por cortante
end
for i=1:length(R);
    X(i,:)=e;
end

for i=1:length(e);
    Y(:,i)=R';
end

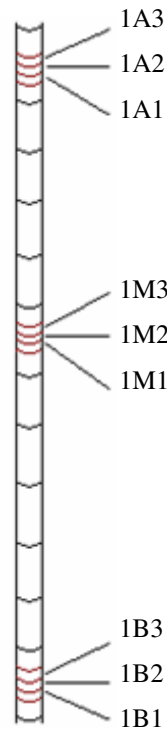
rel=vo./voG;
surf(X,Y,rel), xlabel('espesor (m)'), ylabel('radio (m)'), zlabel('relacion vo/voG')
```

Anexo 4. Rasgos geométricos y propiedades físicas de todos los anillos ensayados para la determinación del módulo de elasticidad circunferencial.

En los anexos 4 y 5, los cuadros correspondientes a los anillos de *Guadua Angustifolia*, es decir, primer grupo de anillos, la nomenclatura obedece a la siguiente convención: El primer caracter es un número entre el 1 al 6 que indica la denominación que recibió el tallo de *Guadua* del que el anillo fue extraído. El segundo caracter es una de las siguientes tres letras: A, M o B. Estas letras denotan si el anillo en cuestión corresponde a la parte Alta, Media o Baja del tallo respectivamente. Finalmente se encuentra otro número que puede ir desde el 1 hasta al 3 y que indica la posición relativa de cada anillo respecto a los otros dos anillos que fueron extraídos de la misma altura. Así, el 1 indica que se trata del anillo

inferior, el 2 denota al anillo de en medio y el 3 es el anillo superior. A fin de ilustrar esta notación, se muestra en la figura A.1 la nomenclatura de anillos para el tallo 1.

Figura A.1. Esquema de posición de los anillos en el tallo 1.



En cuanto a los doce anillos del segundo grupo (Bambú Mosó), la nomenclatura de éstos comprende dos partes. La primera parte puede ser D , $3D/4$, $D/2$ ó $D/4$, que indica el valor de la longitud de cada anillo en relación a su diámetro. La segunda parte es un número que puede ir del 1 al 3, usado únicamente para distinguir a cada anillo de los dos restantes que tenían la misma longitud.

Cuadro A.7 Propiedades físicas de los anillos de Guadua Angustifolia.

Probeta	Densidad Aparente (g/cm ³)	Densidad Real (g/cm ³)	Humedad [%]	Probeta	Densidad Aparente (g/cm ³)	Densidad Real (g/cm ³)	Humedad [%]
1A1	0.7	0.8	14.6%	4A1	0.9	0.8	14.4%
1A2	0.9	0.8	14.9%	4A2	0.8	0.8	13.7%
1A3	0.8	0.8	15.2%	4A3	0.8	0.8	14.3%
1B1	0.8	0.7	15.2%	4B1	0.7	0.7	15.1%
1B2	0.7	0.7	15.5%	4B2	0.7	0.7	14.5%
1B3	0.6	0.7	15.4%	4B3	0.7	0.7	14.4%
1M1	0.7	0.8	13.7%	4M1	0.8	0.8	14.1%
1M2	0.9	0.8	13.3%	4M2	0.8	0.8	15.2%
1M3	0.8	0.8	14.3%	4M3	0.7	0.8	14.2%
2A1	0.7	0.8	13.9%	5A1	0.8	0.8	12.4%
2A2	0.7	0.8	14.7%	5A2	0.8	0.8	13.6%
2A3	0.8	0.8	9.6%	5A3	0.8	0.8	13.5%
2B1	0.7	0.7	14.3%	5B1	0.8	0.8	14.4%
2B2	0.6	0.7	14.8%	5B2	0.8	0.7	14.4%
2B3	0.7	0.7	13.6%	5B3	0.8	0.7	18.6%
2M1	0.8	0.8	14.4%	5M1	0.7	0.8	14.1%
2M2	0.7	0.8	14.6%	5M2	0.8	0.7	13.6%
2M3	0.8	0.8	13.4%	5M3	0.7	0.7	13.4%
3A1	0.9	0.9	14.5%	6A1	0.9	0.9	14.6%
3A2	1.0	0.9	14.8%	6A2	0.9	0.8	13.8%
3A3	0.9	0.9	13.6%	6A3	0.8	0.8	14.4%
3B1	0.9	0.8	13.7%	6B1	0.9	0.8	14.0%
3B2	0.8	0.8	13.6%	6B2	0.9	0.8	14.7%
3B3	0.9	0.8	14.3%	6B3	0.8	0.8	13.9%
3M1	1.0	0.9	14.4%	6M2	0.9	0.8	14.0%
3M2	0.9	0.9	14.8%	6M3	0.8	0.8	15.5%
3M3	0.9	0.9	14.1%				

Cuadro A.8 Propiedades físicas de los anillos de Bambú Mosó.

Probeta	Densidad Aparente (g/cm ³)	Densidad Real (g/cm ³)	Humedad [%]	Probeta	Densidad Aparente (g/cm ³)	Densidad Real (g/cm ³)	Humedad [%]
D/4 - 1	0.8	0.7	10%	3D/4 - 1	0.7	0.7	11%
D/4 - 2	0.7	0.7	10%	3D/4 - 2	0.7	0.7	10%
D/4 - 3	0.6	0.7	10%	3D/4 - 3	0.8	0.6	10%
D/2 - 1	0.7	0.7	10%	D - 1	0.8	0.7	10%
D/2 - 2	0.6	0.7	11%	D - 2	0.7	0.7	10%
D/2 - 3	0.7	0.7	10%	D - 3	0.7	0.7	10%

Cuadro A.9 Propiedades geométricas de los anillos de Guadua Angustifolia.

Anillo	Diámetro [mm]	Espesor [mm]	Longitud [mm]	Anillo	Diámetro [mm]	Espesor [mm]	Longitud [mm]
1A1	102.05	9.05	27.16	4A1	117.58	10.95	36.66
1A2	102.33	9.20	27.75	4A2	118.58	10.89	36.21
1A3	102.35	9.15	24.98	4A3	119.15	10.80	36.86
1B1	113.03	11.71	32.04	4B1	120.50	19.85	37.80
1B2	112.90	11.24	31.00	4B2	119.23	18.88	37.34
1B3	113.80	11.71	33.14	4B3	121.48	19.10	38.80
1M1	107.53	10.03	25.26	4M1	122.33	13.46	35.41
1M2	107.60	9.40	26.51	4M2	122.28	13.13	36.41
1M3	107.85	9.29	27.54	4M3	123.98	13.60	37.00
2A1	92.30	7.58	27.88	5A1	102.10	9.19	28.43
2A2	92.13	7.60	27.79	5A2	97.53	9.03	26.14
2A3	92.05	7.71	25.99	5A3	97.78	9.04	27.19
2B1	93.08	14.35	20.91	5B1	<i>Anillo dañado</i>		
2B2	93.60	14.44	24.44	5B2	<i>Anillo dañado</i>		
2B3	92.68	14.26	21.00	5B3	<i>Anillo dañado</i>		
2M1	94.68	9.34	26.59	5M1	104.15	9.81	27.49
2M2	94.88	9.38	23.84	5M2	104.45	9.86	26.99
2M3	<i>Anillo dañado</i>			5M3	104.85	9.73	26.79
3A1	100.63	9.69	26.70	6A1	115.90	10.00	32.88
3A2	100.83	9.48	27.04	6A2	116.28	9.91	31.75
3A3	100.98	9.34	26.41	6A3	116.48	9.81	31.35
3B1	110.08	15.45	30.98	6B1	121.45	13.48	30.40
3B2	111.03	16.56	32.50	6B2	121.43	13.48	31.91
3B3	110.88	15.04	31.23	6B3	121.75	13.40	30.09
3M1	107.78	11.43	28.89	6M1	<i>Anillo dañado</i>		
3M2	108.03	11.30	27.04	6M2	122.65	11.51	36.91
3M3	107.48	11.23	27.66	6M3	124.20	11.44	36.29

Cuadro A.10 Propiedades geométricas de los anillos de Bambú Mosó.

Anillo	Diámetro [mm]	Espesor [mm]	Longitud [mm]	Anillo	Diámetro [mm]	Espesor [mm]	Longitud [mm]
D - 1	86.14	7.79	89.58	D/2 - 1	87.86	8.14	46.33
D - 2	88.69	8.14	91.55	D/2 - 2	87.21	8.04	46.63
D - 3	85.97	7.80	90.54	D/2 - 3	85.67	7.87	45.06
3D/4 - 1	86.74	8.37	67.30	D/4 - 1	85.60	7.81	23.83
3D/4 - 2	88.73	8.26	68.54	D/4 - 2	88.09	8.09	24.93
3D/4 - 3	87.68	8.05	69.21	D/4 - 3	87.40	8.12	22.71

Anexo 5. Pruebas T de student para el análisis de los resultados de E_ϕ .

- Prueba T de student para determinar la relevancia estadística de la variación del módulo de elasticidad circunferencial a lo largo del tallo de Guadua.

Se presentan en el cuadro A.11 los datos de la Prueba T de Student para datos pareados usada para determinar si existe una diferencia estadísticamente significativa entre los valores de E_ϕ de la parte baja con los de la parte media, mientras que el cuadro A.12 muestra los valores comparando la parte media con la parte alta. La ausencia de datos para algunas probetas obedece a que fracturas o fisuras en ellas impidieron que fueran ensayadas. Los datos pareados correspondientes a dichas probetas se muestran en *Itálico* y fueron excluidos del análisis.

Cuadro A.11 Comparación de valores de E_ϕ para partes baja y media de los tallos de Guadua.

Anillo	E_ϕ [MPa]	Anillo	E_ϕ [MPa]
1B-3	302.77	1M-3	486.70
1B-2	330.79	1M-2	469.62
1B-1	285.36	1M-1	440.38
2B-3	<i>401.67</i>	2M-3	--
2B-2	369.86	2M-2	564.15
2B-1	310.36	2M-1	580.86
3B-3	164.06	3M-3	232.36
3B-2	176.03	3M-2	235.45
3B-1	169.01	3M-1	198.00
4B-3	112.67	4M-3	244.60
4B-2	176.74	4M-2	224.09
4B-1	118.21	4M-1	186.02
5B-3	--	<i>5M-3</i>	<i>528.16</i>
5B-2	--	<i>5M-2</i>	<i>456.84</i>
5B-1	--	<i>5M-1</i>	<i>460.52</i>
6B-3	464.56	6M-3	365.95
6B-2	356.01	6M-2	307.71
6B-1	<i>323.30</i>	6M-1	--
Promedio	256.65	Promedio	348.91
Desv. Est.	110	Desv. Est.	143

Resultados de la prueba a partir del cuadro A.1:

Valor de t: 3,28

Probabilidad de estos resultados asumiendo la hipótesis nula: $0,007 < 0,05$

Por tanto los valores son estadísticamente diferentes.

Cuadro A.12 Comparación de valores de E_ϕ para partes media y alta de los tallos de Guadua.

Anillo	E_ϕ [MPa]	Anillo	E_ϕ [MPa]
1M-3	486.70	1A-3	674.86
1M-2	469.62	1A-2	566.55
1M-1	440.38	1A-1	583.96
2M-3	--	2A-3	607.13
2M-2	564.15	2A-2	755.96
2M-1	580.86	2A-1	661.94
3M-3	232.36	3A-3	369.28
3M-2	235.45	3A-2	385.34
3M-1	198.00	3A-1	300.63
4M-3	244.60	4A-3	253.73
4M-2	224.09	4A-2	386.75
4M-1	186.02	4A-1	355.99
5M-3	528.16	5A-3	773.08
5M-2	456.84	5A-2	689.62
5M-1	460.52	5A-1	699.00
6M-3	365.95	6A-3	461.83
6M-2	307.71	6A-2	487.26
6M-1	--	6A-1	415.07
Promedio	373.84	Promedio	525.36
Desv. Est.	140	Desv. Est.	171

Resultados de la prueba a partir del cuadro A.1:

Valor de t: 9,50

Probabilidad de estos resultados asumiendo la hipótesis nula es menor a $0,005 < 0,05$

Por tanto los valores son estadísticamente diferentes.

Anexo 6. Datos de momento, giro y control de la deflexión para los ensayos de torsión.

Cuadro A.13 Primer ensayo de torsión en la Probeta 1.

Momento [N-m]	Ángulo [rad]	Deflexión mm]	Momento [N-m]	Ángulo [rad]	Deflexión [mm]
0.0	0.0000	0.00	43.2	0.0094	0.04
16.2	0.0033	-0.01	48.6	0.0107	0.06
21.6	0.0044	0.01	54.0	0.0121	0.06
27.0	0.0054	-0.01	59.4	0.0133	0.06
32.4	0.0066	0.01	64.7	0.0147	0.06
37.8	0.0079	0.01	70.1	0.0162	0.06

Cuadro A.14 Segundo ensayo de torsión en la Probeta 1.

Momento [N-m]	Ángulo [rad]	Deflexión [mm]	Momento [N-m]	Ángulo [rad]	Deflexión [mm]
0.00	0.0000	0.00	64.75	0.0153	0.02
16.19	0.0029	-0.04	59.35	0.0146	0.02
21.58	0.0040	-0.05	53.96	0.0135	0.02
26.98	0.0050	-0.05	48.56	0.0123	0.02
32.37	0.0061	0.02	43.16	0.0111	0.02
37.77	0.0075	0.02	37.77	0.0100	0.02
43.16	0.0088	0.02	32.37	0.0082	0.02
48.56	0.0100	0.02	26.98	0.0072	0.02
53.96	0.0113	0.02	21.58	0.0061	-0.07
59.35	0.0126	0.02	16.19	0.0044	-0.07
64.75	0.0139	0.02	0.00	0.0006	-0.05
70.14	0.0153	0.02			

Cuadro A.15 Primer ensayo de torsión en la Probeta 2.

Momento [N-m]	Ángulo [rad]	Deflexión [mm]
0.00	0.0000	0.00
10.30	0.0028	0.06
13.73	0.0039	0.05
17.17	0.0050	0.06
20.60	0.0071	0.03
24.03	0.0076	-0.01
27.47	0.0092	0.01
30.90	0.0102	0.03
34.34	0.0117	0.07
37.77	0.0130	0.06
41.20	0.0143	0.05
44.64	0.0159	0.04

Cuadro A.16 Segundo ensayo de torsión en la Probeta 2.

Momento [N-m]	Ángulo [rad]	Deflexión [mm]	Momento [N-m]	Ángulo [rad]	Deflexión [mm]
0.00	0.0000	0.00	41.20	0.0150	0.00
10.30	0.0024	-0.10	37.77	0.0145	-0.09
13.73	0.0037	-0.07	34.34	0.0133	-0.11
17.17	0.0048	-0.08	30.90	0.0121	-0.11
20.60	0.0060	-0.06	27.47	0.0108	-0.11
24.03	0.0073	-0.06	24.03	0.0096	-0.07
27.47	0.0084	-0.05	20.60	0.0083	-0.08
30.90	0.0095	-0.02	17.17	0.0069	-0.09
34.34	0.0109	-0.02	13.73	0.0056	-0.06
37.77	0.0122	-0.02	10.30	0.0041	-0.08
41.20	0.0136	0.00	0.00	0.0002	-0.06
44.64	0.0150	0.04	--	--	--

Anexo 7. Datos experimentales generados para ajustar el modelo de flexión.

Cuadro A.17 Datos experimentales generados para ajustar el modelo de flexión en la Probeta 1.

Carga [N]	Comparador 1 [mm]	Comparador 2 [mm]	Comparador 3 [mm]	Comparador 4 [mm]
29.4	0.04	0.23	0.40	0.63
39.2	0.06	0.30	0.53	0.84
49.1	0.07	0.38	0.66	1.05
58.9	0.09	0.45	0.79	1.26
68.7	0.10	0.53	0.92	1.47
78.5	0.12	0.60	1.06	1.68
88.3	0.13	0.68	1.19	1.89
98.1	0.14	0.75	1.32	2.10
107.9	0.16	0.83	1.45	2.31

Cuadro A.18 Datos experimentales generados para ajuste del modelo del primer ensayo de flexión en la Probeta 2.

Carga [N]	Comparador 1 [mm]	Comparador 2 [mm]	Comparador 3 [mm]	Comparador 4 [mm]
29.43	0.11	0.43	0.74	1.16
39.24	0.14	0.57	0.99	1.55
49.05	0.18	0.71	1.24	1.93
58.86	0.21	0.85	1.49	2.32
68.67	0.25	1.00	1.74	2.71
78.48	0.28	1.14	1.98	3.09
88.29	0.32	1.28	2.23	3.48
98.10	0.35	1.42	2.48	3.87

Cuadro A.19 Datos experimentales generados para ajustar el modelo del tercer ensayo de flexión en la Probeta 2.

Carga [N]	Comparador 1 [mm]	Comparador 2 [mm]	Comparador 3 [mm]	Comparador 4 [mm]
29.4	0.08	0.35	0.63	1.00
39.2	0.10	0.47	0.84	1.33
49.1	0.13	0.59	1.05	1.66
58.9	0.16	0.71	1.26	2.00
68.7	0.18	0.82	1.47	2.33
78.5	0.21	0.94	1.69	2.66
88.3	0.23	1.06	1.90	2.99
98.1	0.26	1.18	2.11	3.33
107.9	0.29	1.30	2.32	3.66
117.7	0.31	1.41	2.53	3.99

Anexo 8. Datos del ensayo de flexo – torsión en la Probeta 2.

Cuadro A.20 Datos experimentales del ensayo de flexo - torsión.

	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4	Comp. 5	
Carga [N]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Desp. [mm]	Ángulo [rad]	Momento [N-m]
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0000	0.00
29.4	0.05	0.30	0.55	0.86	0.0031	10.30
39.2	0.08	0.42	0.76	1.20	0.0046	13.73
49.1	0.11	0.55	0.99	1.56	0.0060	17.17
58.9	0.14	0.71	1.27	1.98	0.0075	20.60
68.7	0.19	0.88	1.56	2.43	0.0089	24.03
78.5	0.24	1.08	1.89	2.95	0.0107	27.47
88.3	0.30	1.29	2.24	3.47	0.0121	30.90
98.1	0.37	1.51	2.60	4.03	0.0136	34.34
107.9	0.44	1.77	3.04	4.71	0.0149	37.77
98.1	0.45	1.71	2.91	4.50	0.0144	34.34
88.3	0.45	1.60	2.71	4.19	0.0131	30.90
78.5	0.43	1.48	2.49	3.84	0.0119	27.47
68.7	0.39	1.35	2.26	3.48	0.0103	24.03
58.9	0.36	1.20	2.01	3.08	0.0089	20.60
49.1	0.32	1.04	1.74	2.67	0.0074	17.17
39.2	0.28	0.87	1.45	2.22	0.0060	13.73
29.4	0.23	0.72	1.19	1.82	0.0045	10.30
0.0	0.14	0.31	0.47	0.70	0.0002	0.00

Cuadro A.21 Datos experimentales generados para ajustar el modelo del ensayo de flexo - torsión.

Carga [N]	Comparador 1 [mm]	Comparador 2 [mm]	Comparador 3 [mm]	Comparador 4 [mm]	Comparador 5 [rad]	Momento [N-m]
29.4	0.15	0.55	0.93	1.43	0.0045	10.30
39.2	0.20	0.74	1.24	1.91	0.0060	13.73
49.1	0.25	0.92	1.55	2.39	0.0075	17.17
58.9	0.29	1.10	1.86	2.87	0.0089	20.60
68.7	0.34	1.29	2.17	3.35	0.0104	24.03
78.5	0.39	1.47	2.48	3.82	0.0119	27.47
88.3	0.44	1.66	2.80	4.30	0.0134	30.90
98.1	0.49	1.84	3.11	4.78	0.0149	34.34
107.9	0.54	2.02	3.42	5.26	0.0164	37.77

Anexo 9. Análisis de propagación de errores para encontrar incertidumbre en los valores encontrados del módulo de rigidez.

Cuadro A.22 Propagación de errores para ensayo de la Probeta 1.

	Probeta 1 - Ensayo 1			Probeta 1 - Ensayo 2		
	Magnitud	Incertidumbre	Unidades	Magnitud	Incertidumbre	Unidades
Módulo de Rigidez	888706195	81620072	Pa	931661023	85565106	Pa
Longitud de la Probeta	1	0.01	m	1	0.01	m
Momento Polar de Inercia	4.80E-06	2.40E-07	m ⁴	4.80E-06	2.40E-07	m ⁴
Pendiente de la curva	4262	136	N*m/rad	4468	142	N*m/rad
Pendiente de la curva	4262	136	N*m/rad	4468	142	N*m/rad
Momento Aplicado	43.16	0.8	N*m	43.16	0.8	N*m
Giro de la probeta	0.0075	0.0001	rad	0.0075	0.0001	rad
Momento Aplicado	43.2	0.8	N*m	43.2	0.8	N*m
Pesos para aplicar momento	80	0.1	N	80	0.1	N
Brazo del momento	0.55	0.01	m	0.55	0.01	m
Giro de la probeta	0.0075	0.0001	rad	0.0075	0.0001	rad
Dist. del comparador al centro	50	0.5	cm	50	0.5	cm
Medición del comparador	0.415	0.001	cm	0.415	0.001	cm

Cuadro A.23 Propagación de errores para ensayo de la Probeta 2.

	Probeta 2 - Ensayo 1			Probeta 2 - Ensayo 2		
	Magnitud	Incertidumbre	Unidades	Magnitud	Incertidumbre	Unidades
Módulo de Rigidez	650360096	67118973	Pa	679443543	70120465	Pa
Longitud de la Probeta	1	0.01	m	1	0.01	m
Momento Polar de Inercia	4.06E-06	2.03E-07	m ⁴	4.06E-06	2.03E-07	m ⁴
Pendiente de la curva	2638.7	114	N*m/rad	2756.7	119	N*m/rad
Pendiente de la curva	2638.7	114	N*m/rad	2756.7	119	N*m/rad
Momento Aplicado	27.47	0.8	N*m	27.47	0.8	N*m
Giro de la probeta	0.0075	0.0001	rad	0.0075	0.0001	rad
Momento Aplicado	27.47	0.8	N*m	27.47	0.8	N*m
Pesos para aplicar momento	80	0.1	N	80	0.1	N
Brazo del momento	0.35	0.01	m	0.35	0.01	m
Giro de la probeta	0.0075	0.0001	rad	0.0075	0.0001	rad
Dist. del comparador al centro	45.5	0.5	cm	45.5	0.5	cm
Medición del comparador	0.418	0.001	cm	0.418	0.001	cm

**MODELO ANISÓTROPO DE ELEMENTOS FINITOS PARA EL ANÁLISIS
MECÁNICO DEL BAMBÚ Y SU VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL**

LUIS ALBERTO TORRES CRUZ

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA
FEBRERO 2005**

**MODELO ANISÓTROPO DE ELEMENTOS FINITOS PARA EL ANÁLISIS
MECÁNICO DEL BAMBÚ Y SU VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL**

LUIS ALBERTO TORRES CRUZ

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar por el título de
Ingeniero Civil.**

Directores:

JOSÉ JAIME GARCÍA ÁLVAREZ

Ingeniero Mecánico Ph.D.

KHOSROW GHAVAMI

Ingeniero Civil Ph.D.

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA
ENERO 2005**

NOTA DE ACEPTACIÓN

José Jaime García Álvarez
Director de Tesis

Khosrow Ghavami
Director de Tesis

Jurado

Jurado

Santiago de Cali, 28 de Febrero de 2006

*Al pueblo latinoamericano,
risueño y alegre como él sólo,
inspirador de tantos vuelos y sueños.*

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por la vida misma y todas las bendiciones recibidas.

A mis padres, por el amor genuino y el gentil y desinteresado patrocinio.

A mi familia, por el inmenso apoyo y confianza desmedida.

A Paola Andrea, por las alegrías compartidas y motivación para seguir siempre adelante.

Al orientador José Jaime García, por haber puesto su genialidad al servicio de este trabajo.

Al orientador Khosrow Ghavami, por enseñarme el valor de la no convencionalidad.

A Alejandro Cruz y Angela Teresa Sales, por los sustanciales conceptos aportados.

A Cristian Palacios y Saya Ingeniería, por la colaboración en los ensayos.

A Bruno Longuinho por la amistad y toda la ayuda prestada.

A José Nilson, Evandro, Haroldo y Euclides, por la amistad y la ayuda en el laboratorio.

Índice de Contenido

Resumen.....	1
Introducción	2
Capítulo 1 - Descripción del Proyecto	4
1.1 Definición del Problema.....	4
1.1.1. Antecedentes del Problema.....	4
1.1.2. Formulación del Problema.....	6
1.2 Objetivos	6
1.2.1 Objetivo General.....	6
1.2.2 Objetivos Específicos	6
1.3 Motivación y Justificación	7
1.4 Marco de Referencia.....	8
1.4.1 Marco Teórico	8
1.4.2 Marco Conceptual.....	10
Capítulo 2 - Caracterización Elástica del Bambú.....	14
2.1 Módulo de Elasticidad Axial (E_z).....	15
2.1.1 Referencias de la Literatura	15
2.1.2 Formulación Teórica.....	17
2.1.3 Métodos y Materiales	18
2.1.4 Resultados.....	24
2.1.5 Discusión de Resultados	32
2.2 Módulos de Elasticidad Circunferencial (E_ϕ).....	35
2.2.1 Formulación Teórica.....	35
2.2.2 Métodos y Materiales	37
2.2.3 Resultados Obtenidos y Discusión.....	40
2.3 Módulo de Elasticidad a Cortante ($G_{z\phi}$).....	43
2.3.1 Referencias de la Literatura	43
2.3.2 Formulación Teórica.....	44
2.3.3 Métodos y Materiales	46
2.3.4 Resultados y Discusión.....	49

2.4 Coeficientes de Poisson ν_{zr} y $\nu_{r\phi}$	55
2.4.1 Referencias de la Literatura	56
Capítulo 3 - Comparación de Constantes Elásticas con Modelos Micromecánicos.....	57
3.1 Introducción.....	57
3.2 Variación de la fracción volumétrica de las fibras en la pared del tallo de bambú.....	57
3.3 Modelo micromecánico para el módulo de elasticidad longitudinal (E_z)	59
3.4 Modelo micromecánico para el módulo de elasticidad circunferencial (E_ϕ)	61
Capítulo 4 - Modelación de los Ensayos en Elementos Finitos	65
4.1 Introducción.....	65
4.2 Modelación de los Ensayos de Flexión en las Probetas 1 y 2 para la obtención de E_z	66
4.2.1 Geometría de las mallas	66
4.2.2 Características de los elementos y material usado.	68
4.2.3 Condiciones de Borde.....	69
4.2.4 Simulación de los Ensayos	74
4.2.5 Discusión de Resultados	78
4.3 Modelación de los Ensayos de Compresión Circunferencial	80
4.3.1 Geometría de las mallas	80
4.3.2 Características de los elementos y material usado.	82
4.3.3 Condiciones de Borde.....	82
4.3.4 Simulación de los Ensayos y Discusión de Resultados	83
4.4 Modelación de los Ensayos de Torsión en las Probetas 1 y 2 para el cálculo de $G_{z\phi}$	84
4.4.1 Geometría de las mallas	84
4.4.2 Características de los elementos y material usado.	84
4.4.3 Condiciones de Borde.....	84
4.4.4 Simulación de los Ensayos y Discusión de Resultados	85
Capítulo 5 - Ensayo de Calibración del Modelo (Flexo - Torsión).....	88
5.1 Introducción.....	88
5.2 Ensayo de Flexo - Torsión.....	88
5.2.1 Métodos y Materiales	88
5.2.2 Resultados y Discusión	90

5.3 Modelación del Ensayo de Flexo – Torsión	94
5.3.1 Geometría de las mallas	94
5.3.2 Características de los elementos y material usado.	94
5.3.3 Condiciones de Borde.....	95
5.3.4 Calibración del Ensayo y Discusión de Resultados	96
Capítulo 6 - Conclusiones y Recomendaciones	98
6.1 Conclusiones Generales.....	98
6.2 Recomendaciones	100
Bibliografía	102
Anexos	105
Anexo 1. Características Geométricas Probetas 1 y 2 usadas en los ensayos de flexión y torsión.....	105
Anexo 2. Datos medidos en los cuatro ensayos de flexión.	107
Anexo 3. Código de programa en Matlab para la realización del análisis paramétrico.	109
Anexo 4. Geometría y propiedades físicas de los anillos ensayados.	110
Anexo 5. Pruebas T de student para el análisis de los resultados de E_{ϕ}	114
Anexo 6. Datos de momento, giro y control de la deflexión para los ensayos de torsión.	116
Anexo 7. Datos experimentales generados para ajustar el modelo de flexión.....	118
Anexo 8. Datos del ensayo de flexo – torsión en la Probeta 2.....	119
Anexo 9. Análisis de propagación de errores para ensayo de torsión.....	120

Índice de Cuadros

Cuadro 2.1 Características de las Probetas 1 y 2.	19
Cuadro 2.2 Características de los ensayos de flexión en las Probetas 1 y 2.....	22
Cuadro 2.3 Deflexiones residuales como porcentajes de las deflexiones máximas.	27
Cuadro 2.4 Resumen de los resultados del ajuste lineal para los cuatro ensayos de flexión.....	28
Cuadro 2.5 Diámetros y espesores para cálculo del momento de inercia.	31
Cuadro 2.6 Módulos efectivos a flexión calculados en los cuatro ensayos.....	32
Cuadro 2.7 Rangos de alturas de extracción de los anillos de Guadua.	38
Cuadro 2.8 Valores promedio de E_ϕ y Coeficientes de Variación	41
Cuadro 2.9 Valores de E_ϕ para las probetas de diferente longitud.....	42
Cuadro 2.10 Valores de G reportados por Sánchez y Prieto para diferentes longitudes de viga.	44
Cuadro 2.11 Valores del giro residual como porcentajes del giro máximo medido.	51
Cuadro 2.12 Resumen de datos del comparador de control en los ensayos de torsión.	52
Cuadro 2.13 Resumen de las regresiones lineales para los cuatro ensayos de torsión.....	52
Cuadro 2.14 Valores obtenidos de $G_{z\phi}$ a partir de los ensayos de torsión.	54
Cuadro 2.15 Valores promedio de v_{zr} reportados por Ghavami y Marinho.	56
 Cuadro 3.1 Variación de la fracción volumétrica de las fibras a lo largo del espesor para muestras extraídas en las partes baja, media y alta [2].	58
Cuadro 3.2 Módulos de elasticidad longitudinales efectivos calculados de la integración de la ecuación 18.c para las partes baja, media y alta del tallo.....	60
Cuadro 3.3 Módulos de elasticidad circunferenciales efectivos calculados de la integración de la ecuación 19.c para las partes baja, media y alta del tallo.	64
 Cuadro 4.1 Características principales de las 4 mallas usadas para modelar ensayos de flexión y torsión. ..	68
Cuadro 4.2 Constantes elásticas iniciales usadas para modelar los ensayos a flexión.	69
Cuadro 4.3 Deflexiones con condiciones de apoyo 1, 2 y 3 e incrementos porcentuales respecto a la lectura con la condición de apoyo anterior.	72
Cuadro 4.4 Análisis paramétrico para determinar la importancia de variaciones en constantes elásticas distintas a E_z en la respuesta de la Probeta 1 a flexión.	75
Cuadro 4.5 Deflexiones en las Mallas 2, 3 y 4 para una carga de 117.7 N y cambios porcentuales respecto a la malla 2.	78
Cuadro 4.6 Características de las mallas usadas para modelar la compresión diametral.	82

Cuadro 4.7 Resultados de la modelación en los cuatro anillos.	83
Cuadro 4.8 Resultados de la modelación de torsión en las cuatro mallas.	86
Cuadro 5.1 Resumen del ajuste lineal para el ensayo de flexo - torsión.	91
Cuadro 5.2 Módulos efectivos a flexión E_f y $G_{z\varphi}$ encontrado a partir del ensayo de flexo-torsión.	93
Cuadro A.1 Diámetros externos de la Probeta 1 medidos a lo largo de su longitud.	105
Cuadro A.2 Diámetros externos y espesores de la Probeta 2 medidos a lo largo de su longitud.	106
Cuadro A.3 Ensayo de flexión en la Probeta 1.	107
Cuadro A.4 Primer ensayo de flexión en la Probeta 2.	108
Cuadro A.5 Segundo ensayo de flexión en la Probeta 2.	108
Cuadro A.6 Tercer ensayo de flexión en la Probeta 2.	109
Cuadro A.7 Propiedades físicas de los anillos de Guadua Angustifolia.	112
Cuadro A.8 Propiedades físicas de los anillos de Bambú Mosó.	112
Cuadro A.9 Propiedades geométricas de los anillos de Guadua Angustifolia.	113
Cuadro A.10 Propiedades geométricas de los anillos de Bambú Mosó.	113
Cuadro A.11 Comparación de valores de E_φ para partes baja y media de los tallos de Guadua.	114
Cuadro A.12 Comparación de valores de E_φ para partes media y alta de los tallos de Guadua.	115
Cuadro A.13 Primer ensayo de torsión en la Probeta 1.	116
Cuadro A.14 Segundo ensayo de torsión en la Probeta 1.	116
Cuadro A.15 Primer ensayo de torsión en la Probeta 2.	117
Cuadro A.16 Segundo ensayo de torsión en la Probeta 2.	117
Cuadro A.17 Datos experimentales generados para ajustar el modelo de flexión en la Probeta 1.	118
Cuadro A.18 Datos experimentales generados para ajuste del modelo del primer ensayo de flexión en la Probeta 2.	118
Cuadro A.19 Datos experimentales generados para ajustar el modelo del tercer ensayo de flexión en la Probeta 2.	119
Cuadro A.20 Datos experimentales del ensayo de flexo - torsión.	119
Cuadro A.21 Datos experimentales generados para ajustar el modelo del ensayo de flexo - torsión.	120
Cuadro A.22 Propagación de errores para ensayo de la Probeta 1.	120
Cuadro A.23 Propagación de errores para ensayo de la Probeta 2.	121

Índice de Figuras

Figura 1.1 Direcciones principales en el tallo de Guadua.	8
Figura 1.2 Distribución de las fibras en la pared del tallo de Guadua.	9
Figura 1.3 Corte longitudinal de un nodo de la especie <i>Dendrocalamus giganteus</i>	13
Figura 1.4 Corte longitudinal de un internodo del bambú <i>Dendrocalamus giganteus</i>	13
Figura 2.1 Módulos de elasticidad longitudinales reportados por varios autores.	16
Figura 2.2 Montaje del ensayo de flexión.	20
Figura 2.3 Detalle del empotramiento.	20
Figura 2.4 Detalle de la aplicación de la carga.	21
Figura 2.5 Montaje del segundo y tercer ensayo de flexión en la Probeta 2.	22
Figura 2.6.a Fuerza vs. Deflexión. Ensayo de Flexión en Probeta 1.	24
Figura 2.6.b Fuerza vs. Deflexión. Primer Ensayo de Flexión en Probeta 2.	25
Figura 2.6.c Fuerza vs. Deflexión. Segundo Ensayo de Flexión en Probeta 2.	25
Figura 2.6.d Fuerza vs. Deflexión. Tercer Ensayo de Flexión en Probeta 2.	26
Figura 2.7.a Ajuste Lineal al Ensayo de Flexión en la Probeta 1.	28
Figura 2.7.b Ajuste Lineal al Primer Ensayo de Flexión en la Probeta 2.	29
Figura 2.7.c Ajuste Lineal al Segundo Ensayo de Flexión en la Probeta 2.	29
Figura 2.7.d Ajuste Lineal al Tercer Ensayo de Flexión en la Probeta 2.	30
Figura 2.8 Variables involucradas en ensayo de compresión diametral para E_{ϕ}	36
Figura 2.9 Montaje experimental 1.	38
Figura 2.10 Montaje experimental 2 para el cálculo de E_{ϕ}	40
Figura 2.11 Curva de anillo que exhibe dos pendientes.	41
Figura 2.12 Esquema explicativo para la ecuación 16.	46
Figura 2.13 Montaje del ensayo de torsión.	46
Figura 2.14 Falla inducida por hueco para tubo de aluminio.	47
Figura 2.15.a Momento Torsor vs. Giro con regresión lineal. Primer ensayo de torsión en la Probeta 1.	49
Figura 2.15.b Momento Torsor vs. Giro. Segundo ensayo de torsión en la Probeta 1.	50
Figura 2.15.c Curva de Momento Torsor vs. Ángulo de Giro con regresión lineal. Primer ensayo de torsión en la Probeta 2.	50
Figura 2.15.d Momento Torsor vs. Giro. Segundo ensayo de torsión en la Probeta 2.	51
Figura 2.16.a Momento Torsor vs. Giro con regresión lineal. Segundo ensayo de torsión en Probeta 1.	53
Figura 2.16.b Momento Torsor vs. Giro con regresión lineal. Segundo ensayo de torsión en Probeta 2.	53
Figura 2.17 Señales de ataque de insectos al interior de la Probeta 2.	55

Figura 3.1 Variación de la fracción volumétrica de las fibras a lo largo del espesor del tallo del bambú <i>Guadua angustifolia</i> [2].	58
Figura 3.2 Estructura de una fibra de madera blanda. Fuente: Smook [15].	63
Figura 4.1.a Detalle de la malla de la Probeta 2 en la región nodal.	67
Figura 4.1.b Fotografía de la región nodal correspondiente a la Figura 4.1.a.	67
Figura 4.2 Detalle de los desplazamientos en el empotramiento.	70
Figura 4.3.a Condición de Apoyo 1 – Restricción de todos los nodos en la zona del empotramiento.	71
Figura 4.3.b Condición de Apoyo 2 – Restricción de la mitad de los nodos en la zona del empotramiento.	71
Figura 4.3.c Condición de Apoyo 3 – Restricción de nodos en la zona de reacciones del empotramiento.	71
Figura 4.4.a 18 nodos cargados en la parte superior	73
Figura 4.4.b Variación sinusoidal de la carga.	73
Figura 4.4.c Carga constante en todos los nodos.	73
Figura 4.5 Datos experimentales y resultados de la modelación. (Probeta 1 – Malla 1)	76
Figura 4.6 Datos experimentales y resultados de la modelación (Primer ensayo en Probeta 2 – Malla 2)	76
Figura 4.7 Datos experimentales y resultados de la modelación. (Tercer ensayo en Probeta 2 – Malla 2)	77
Figura 4.8 Malla utilizada para la modelación del anillo con $L = D/2$, condiciones de apoyo y condiciones de carga.	81
Figura 4.9.a Condición de Carga 1 del ensayo de Torsión.	85
Figura 4.9.b Condición de Carga 2 del ensayo de Torsión.	85
Figura 5.1 Montaje del ensayo de flexo - torsión en la Probeta 2.	89
Figura 5.2.a Fuerza vs. Deflexión. Ensayo de flexo – torsión.	90
Figura 5.2.b Momento Torsor vs. Giro. Ensayo de flexo – torsión.	91
Figura 5.3.a Ajuste lineal a las deflexiones del ensayo de flexo – torsión.	92
Figura 5.3.b Ajuste lineal a los giros del ensayo de flexo – torsión.	92
Figura 5.4 Modelación de la aplicación de la carga para el ensayo de flexo – torsión.	95
Figura 5.5.a Deflexiones experimentales y las indicadas por el modelo.	97
Figura 5.5.b Giros experimentales y los indicadas por el modelo.	97
Figura A.1. Esquema de posición de los anillos en el tallo 1.	111