

**APROXIMACIÓN A LA NOCIÓN DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS POR MEDIO
DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA QUE INTEGRA GEOGEBRA, DIRIGIDO A
ESTUDIANTES DE GRADO TERCERO DE PRIMARIA.**

DIANA MARCELA GÓMEZ LÓPEZ

CLARENA PINO SOLARTE

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

SANTANDER DE QUILICHAO

2018

**APROXIMACIÓN A LA NOCIÓN DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS POR
MEDIO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA QUE INTEGRA GEOGEBRA,
DIRIGIDO A ESTUDIANTES DE GRADO TERCERO DE PRIMARIA.**

DIANA MARCELA GÓMEZ LÓPEZ

Código: 201358746

CLARENA PINO SOLARTE

Código: 201358614

Trabajo de grado para optar el título de:

LICENCIADA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

TUTOR:

LICENCIADO DANIEL ANDRÉS FERNÁNDEZ LÓPEZ

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

SANTANDER DE QUILICHAO

2018

*A mi ángel que desde el cielo me cuida
y me guía a seguir adelante a pesar de las adversidades,
a quien me dejó las mejores bases para mantener
mi hogar unido y lleno de amor. A tí madre mía.
Y a mi padre quien sigue luchando por mí y mis hermanos,
quien es la luz de mis ojos, consejero, amigo y confidente.*

Diana

*A mis dos grandes amores,
mi madre quien se encuentra luchando una gran batalla pero
con la ayuda de Dios vamos a salir victoriosas
y a mi pequeña quien es la luz de mi vida.
A las dos lindas mujeres quienes han sido mi motivación a salir
adelante y superarme cada vez más como persona.*

Clarena

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por darnos la vida y la oportunidad de crecer en nuestras vidas tanto personales como académicas.

A nuestros padres Martha Cecilia Solarte Ladino, Saúl Muñoz, Diana Patricia López Méndez, Eduar Gómez Cuellar y nuestros hermanos Julián Andrés Pino Solarte, Harold Alexis Gómez López y Jhon Edward Gómez López, por su amor, motivación y apoyo incondicional durante toda nuestra vida en cualquier situación de felicidad o tristeza.

A nuestra Sara Catalina Rodríguez Pino, por ser una motivación a culminar nuestros estudios para ser un ejemplo a seguir.

A Juan Carlos Chaparro Vidal, por su apoyo, paciencia y comprensión.

A nuestras familias por su apoyo a seguir adelante con cada proyecto que emprendamos.

A nuestros amigos Laura Andrea Figueroa Valencia y Jesús David Camacho, quienes nos han brindado su compañía, consejos y apoyo constante durante nuestro proceso de formación.

A nuestra Universidad del Valle, por abrirnos las puertas para formarnos con la mejor calidad académica.

A nuestro director y amigo Daniel Andrés Fernández López quien con sus orientaciones aportó a nuestro trabajo significativamente.

A nuestra directora de programa académico Adriana García Moreno, por su acompañamiento durante nuestro proceso académico.

A nuestros evaluadores de trabajo de grado Diana Ximena Ortiz y Ronald Andrés Grueso, quienes con sus comentarios y sugerencias permitieron mejorar y enriquecer nuestro trabajo.

A los estudiantes de grado tercero de primaria de la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra sede Nariño Unido.

A nuestro compañero Cristhian Erazo, por sus valiosos aportes en el rediseño de nuestra Secuencia Didáctica.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
Resumen.....	1
Introducción.....	3
1. CAPÍTULO I: ASPECTOS GENERALES	5
1.1. Planteamiento del problema.....	5
1.2. Justificación	11
1.3. Objetivos	14
1.4. Metodología	15
1.5. Estado del arte.....	16
2. CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	24
2.1. Dimensión matemática	24
2.2. Dimensión didáctica	33
2.3. Dimensión cognitiva	38
2.4. Dimensión curricular	40
3. CAPÍTULO III: CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS A PRIORI	48
3.1. Situación 1: “Ayudando a clasificar las partes de Max”	52
3.2. Situación 2	
Situación 2: “Reducción y ampliación de Max”	55
Situación 2.1: “Max y su réplica”	60
Situación 2.2: “La réplica más grande de Max”	60
3.3. Situación 3: “Max y su primo”	65
4. CAPÍTULO IV: ANÁLISIS A POSTERIORI	69
4.1. Descripción del contexto de experimentación.....	69

4.2. Análisis a posteriori de la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”.....	71
4.3. Análisis a posteriori de la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”.....	80
4.4. Análisis a posteriori de la situación 2.1. “Max y su réplica”.....	90
4.5. Análisis a posteriori de la situación 2.2. “Una réplica más grande de Max”.....	94
4.6. Análisis a posteriori de la situación 3 “Max y su primo”.....	101
4.7. Consideraciones finales del análisis a posteriori.....	108
5. CAPÍTULO V: CONCLUSIONES.....	110
6. BIBLIOGRAFÍA.....	114

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Propósito de situaciones que componen la Secuencia Didáctica.....	49
Tabla 2. Análisis a priori de la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”	54
Tabla 3. Análisis a priori de la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”	58
Tabla 4. Análisis a priori de la situación 2.1 “Max y su réplica”	61
Tabla 5. Análisis a priori de la situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”	64
Tabla 6. Análisis a priori de la situación 3 “Max y su primo”	67
Tabla 7. Tiempos de experimentación de la Secuencia Didáctica: “Max”	70

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

	Pág.
Ilustración 1. Porcentaje de estudiantes con el desempeño más alto y más bajo en resultados de la prueba PISA 2006 – 2015.....	8
Ilustración 2. Distribución de los estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, tercer grado 2017.....	9
Ilustración 3. Porcentaje de los estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, tercer grado 2017.....	10
Ilustración 4. Teorema de Thales.....	29
Ilustración 5. Criterio de semejanza A-A-A.....	30
Ilustración 6. Criterio de semejanza L-L-L.....	31
Ilustración 7. Criterio de semejanza L-A-L.....	32
Ilustración 8. Criterio de semejanza L-L-A.....	32
Ilustración 9. Situación de acción.....	36
Ilustración 10. Situación de formulación.....	36
Ilustración 11. Situación de validación.....	37
Ilustración 12. Mediación instrumental en una relación didáctica.....	40
Ilustración 13. Coherencias vertical y horizontal del desarrollo conceptual y la gradualidad del aprendizaje de la semejanza entre figuras.....	43
Ilustración 14. Vista gráfica de GeoGebra.....	50
Ilustración 15. Hoja del estudiante de la Secuencia Didáctica “Max”.....	51
Ilustración 16. Configuración de la pantalla en la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”.....	53

Ilustración 17. Configuración de la pantalla en la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes” en el momento de la retroacción.....	54
Ilustración 18. Configuración de la pantalla en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”.....	56
Ilustración 19. Configuración de la pantalla en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max” en el momento de la retroacción.....	58
Ilustración 20. Configuración de la pantalla en la situación 2.1 “Max y su réplica”.....	60
Ilustración 21. Configuración de la pantalla en la situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”.....	63
Ilustración 22. Configuración de la pantalla en la situación 3 “Max y su primo”.....	65
Ilustración 23. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”.....	73
Ilustración 24. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”.....	81
Ilustración 25. Construcción realizada por uno de los estudiantes donde el lobo no es semejante al de la imagen, en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”.....	83
Ilustración 26. Estrategia de dos estudiantes diferentes en el momento de conjeturar acerca de cómo lograr la medida correcta del cuerpo del lobo, en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”.....	84
Ilustración 27. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 2.1 “Max y su réplica”.....	91
Ilustración 28. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”.....	96
Ilustración 29. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 3 “Max y su primo”.	102
Ilustración 30. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 3 “Max y su primo”.	103

Resumen

Este trabajo de grado propone el diseño, experimentación y análisis de una secuencia didáctica en un grado tercero de básica primaria, que gira entorno a la noción de semejanza de triángulos e integra Geogebra. La propuesta se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y la mediación de instrumentos en el aprendizaje de las matemáticas.

El problema de investigación consiste en la necesidad de búsqueda de alternativas encaminadas a mejorar las prácticas en el aula de matemáticas, particularmente en el área de geometría. Por tanto, el objetivo principal consiste en aproximar a los estudiantes de grado tercero de primaria de la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra sede Nariño Unido a la noción de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad, por medio de una Secuencia Didáctica que les permita hacer conjeturas, explorar e indagar sobre sus características y propiedades.

La metodología que se usará es la ingeniería didáctica, a nivel de micro ingeniería, con el fin de dar cuenta de los efectos de la mediación instrumental de GeoGebra, integrado al diseño de actividades que componen la secuencia didáctica.

Palabras claves: Secuencia Didáctica, Semejanza de triángulos, GeoGebra, Teoría de las situaciones didácticas (TSD), Mediación instrumental.

Summary

This work of degree proposes the design, experience and analysis of a didactic sequence in a third grade of primary school, which revolves around the notion of similarity of triangles and integrate Geogebra. The proposal is based on the Theory of Didactic Situations (TSD) and the mediation of instruments in the learning of mathematics.

The problem of the investigation consists in the search of alternatives directed to improve the practices in the classroom of mathematics, particularly in the area of geometry. Therefore, the main objective is to reach third grade students of the Environmental Technical Educational Institution Fernández Guerra Nariño venue United to the notion of similarity of triangles from the proportion by means of a Didactic Sequence that allows them to do conjectures, explore and inquire about their characteristics and properties.

The methodology used is didactic engineering, a level of micro-engineering, in order to account for the effects of the instrumental mediation of GeoGebra, integrated into the design of activities that make up the didactic sequence.

Keywords: Didactic sequence, similarity of triangles, GeoGebra, Theory of didactic situations (TSD), instrumental mediation.

Introducción

Este trabajo de grado se inscribe en la línea de Tecnología de la Información y la Comunicación y Educación Matemática (TICEM) del programa Licenciatura en educación básica con énfasis en Matemáticas del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.

El trabajo de grado tendrá como fin, diseñar, implementar y analizar los alcances y limitaciones de una secuencia didáctica para el estudio de la semejanza de triángulos que integra el software GeoGebra, dirigido a estudiantes de grado tercero de la educación básica primaria. Para ello, se toma en consideración algunos elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas y la mediación instrumental como referentes teóricos para abordar el estudio de la semejanza de triángulos

La semejanza es uno de los temas dentro del área de geometría al que se le da muy poca importancia en el ámbito escolar, pero en mayor medida en la básica primaria. Este trabajo de investigación se ha de realizar con la intención de enriquecer significativamente la práctica educativa dirigida a la geometría, particularmente en el tema de semejanza y mostrar la importancia de la mediación del software GeoGebra. Para ello, se propone el diseño de una secuencia didáctica entorno a la noción de semejanza de triángulos dirigida a estudiantes de tercero de básica primaria.

En la actualidad, la integración de las TIC en prácticas educativas ha tomado auge gracias a que es considerada un medio potente que brinda a los estudiantes la oportunidad de trabajar en un ambiente dinámico que les permite explorar, conjeturar y verificar procesos, además de visualizar aspectos variantes e invariantes que muy difícilmente se pueden percibir en un ambiente a lápiz y papel.

A partir de las actividades que componen la secuencia didáctica, se espera que los estudiantes reconozcan aspectos relacionados con la noción de semejanza como lo son la dirección, la variación de tamaño más no de forma y la proporción, pero sobre todo, que realicen inferencias que les permita argumentar que precisamente estos aspectos son los que la caracterizan.

Lo que se pretende con este trabajo es que además de ser una propuesta para mejorar la práctica educativa, sea un medio que permita a los estudiantes minimizar las dificultades que se les presentan respecto a la comprensión de la noción de semejanza.

En general, el informe final está estructurado en cinco capítulos de la siguiente manera:

El capítulo uno muestra los aspectos generales de la investigación: plantea el problema de investigación al igual que la formulación de mismo, muestra algunos aspectos que justifican la investigación, plantea un objetivo general y unos específicos que guían la ruta a seguir para lograrlo, brinda la metodología de trabajo que se llevará acabo y finalmente, una recopilación de investigaciones que se relacionan con este trabajo y le pueden hacer algunos aportes.

El capítulo dos se encuentra compuesto por cuatro apartados: la Dimensión Matemática que señala las bases del objeto matemático a trabajar, su definición y propiedades; La Dimensión Didáctica está fundamentada desde TSD la cual brinda elementos que son fundamentales para el diseño de la secuencia; La Dimensión Cognitiva en donde se hace referencia a la mediación instrumental desde la perspectiva de Rabardel (1999) y por último, la Dimensión Curricular que brinda aspectos normativos que expide el MEN con el fin mejorar la calidad educativa de los estudiantes del país.

El capítulo tres muestra la concepción y análisis a priori de la secuencia didáctica donde en un primer momento se realiza un análisis general de la misma y en un segundo momento se realiza el análisis de cada situación que la compone.

El capítulo cuatro muestra el análisis a posteriori, se detalla la experiencia que se vivió al aplicar la secuencia didáctica y se describe el contexto de experimentación. Además, se presenta el análisis de confrontación entre la información recogida en la experimentación y el análisis a priori. Por último, se explicitan algunas consideraciones finales.

El capítulo cinco presenta las conclusiones de la realización de este trabajo de grado, las cuales se realizan respecto a lo planteado en la pregunta problema y los objetivos de investigación, además se realizan unas reflexiones a nivel general.

1. CAPÍTULO I: ASPECTOS GENERALES

En éste capítulo se presentan los aspectos generales del trabajo; se inicia con el planteamiento y formulación del problema, donde se describe una problemática existente en la enseñanza y aprendizaje de la noción de semejanza de triángulos, se continua con la justificación, donde se plantea la importancia del desarrollo del pensamiento geométrico y métrico, el por qué se decide realizar una secuencia didáctica mediada por Geogebra y por qué dirigido a un grado de básica primaria, seguido, se plantean los objetivos que se tendrán en cuenta para el desarrollo del trabajo, al igual que la metodología y por último, el estado del arte donde se hace en el rastreo de investigaciones que centran su interés en el estudio de la semejanza de triángulos.

1.1. Planteamiento del problema

Diferentes trabajos de investigación tales como los de Castro y Céspedes (2009), Cárdenas D, (2013), Caleño M, (2014) elaborados en el campo de la educación matemática han mostrado que el estudio de la geometría actualmente se ha visto limitado por el reducido tiempo que se le dedica a la asignatura y por el manejo de las clases en torno al lápiz y papel. García y López (2008) afirman que muchas de las limitaciones que los estudiantes manifiestan sobre su comprensión acerca de temas de Geometría se deben al tipo de enseñanza que han tenido. Asimismo, el tipo de enseñanza que emplea el docente depende, en gran medida, de las concepciones que él tiene sobre lo que es Geometría, cómo se aprende, qué significa saber esta rama de las Matemáticas y para qué se enseña.

Con lo anterior, se evidencia la necesidad de realizar investigaciones con relación al área de geometría con el propósito de que contribuyan y potencien la enseñanza de la misma. Por tanto, es importante conocer a cerca de conceptos que se trabajan o son propios de esta área. Uno de ellos es el concepto de semejanza de triángulos, el cual según lo plantean Gualdrón y Gutiérrez (2006) después de realizar una revisión bibliográfica, se puede constatar que es poco lo que se ha hecho respecto al tema de estudio.

Ahora bien, Lemonidis (citado en Palacios, Castro, & Díaz, 2009) afirma que, para una aproximación a la semejanza, es necesario que los estudiantes tengan nociones acerca de proporcionalidad, caracterización de figuras planas, medida de ángulos y lados.

No obstante, al enseñar en el aula de clase la noción de semejanza, según Gualdrón (2006) la segmentación entre los conceptos (razón, proporcionalidad, teorema de Thales, entre otros) y la falta de relación entre los mismos, propicia en los estudiantes las siguientes dificultades en el aprendizaje de la semejanza:

1. No se reconoce la semejanza de figuras cuando las medidas de los lados de una no son múltiplos enteros de las medidas de la otra figura.
2. Cuando se dibuja una figura semejante, lo cual implica dibujar otra más grande o más pequeña, con frecuencia no se guarda la razón entre sus lados.
3. Se utiliza una relación de tipo aditivo para la ampliación, con el fin de evitar la multiplicación por una fracción.

En este trabajo se retoma especialmente la segunda dificultad debido a que las otras dos implican el uso de algunos elementos que un estudiante de tercero de primaria aún no ha desarrollado de acuerdo a su ciclo de aprendizaje como lo son los números no naturales y la multiplicación por fracciones.

En este caso, la segunda dificultad se puede dar en estudiantes de tercero de primaria, pues como lo afirma Gualdrón (2011) el niño desde edades muy tempranas usa la semejanza para desenvolverse en su entorno físico. Por ejemplo, al estimar el tamaño de un objeto o persona que está lejos, o al intentar interpretar imágenes cotidianas como dibujos, fotos, escenas de películas, carteles, etc., sin importar a qué escala ni si están dibujados (o si aparecen) a diferentes escalas uno al lado del otro.

Caleño M, (2014) plantea que existen deficiencias en los estudiantes de bachillerato que ocasionan en ellos dificultad para identificar y solucionar problemas que involucren la semejanza de triángulos, dado que no manejan ni manipulan con claridad los criterios; esto ocurre porque no interiorizan los conceptos principales que se utilizan en la identificación de triángulos semejantes.

En este sentido, se observa la necesidad de diseñar propuestas didácticas dirigidas a brindar formas dinámicas como la que se pretende en este trabajo, que ayuden a los estudiantes a tener mayor claridad de estos aspectos desde su primer ciclo de aprendizaje, pues la idea sería que al llegar al bachillerato los estudiantes ya tengan bases para fortalecer a cerca de los criterios y características de las figuras semejantes, que les permita comprender el concepto de semejanza y logren un nivel más formal del mismo.

Por su parte, Chávez C, (2012) plantea que desde su experiencia como docente de matemáticas en el tema de semejanza, ha podido observar que en buena parte los docentes a veces se remiten a ejercicios de rutina con los estudiantes, y a pesar de lo confuso que puede llegar a ser, hacen la presentación de los temas mencionados a partir de fundamentos teóricos difíciles de asimilar por parte de los estudiantes, sin antes generar un espacio de exploración de los conceptos y definiciones respectivas.

Al igual que las investigaciones referenciadas, hay otros aspectos que fundamentan la importancia de trabajar la noción de semejanza a partir de la proporcionalidad, ejemplo de ello es la observación de las pruebas externas en Colombia. En concordancia se citan las pruebas PISA y las Pruebas Saber. Las pruebas PISA son desarrolladas cada 3 años por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE¹) y evalúa las áreas de lectura, matemáticas y ciencias. En el caso particular de la prueba de matemáticas, la prueba está enfocada en determinar la habilidad de los estudiantes para formular, usar e interpretar las matemáticas como herramienta para explicar y predecir eventos relacionados con la vida real.

Se toma como referencia la prueba PISA aplicada en el 2015 para Colombia, donde se evidencia que el 66% de los estudiantes se ubican en un bajo desempeño y tan solo el 0,3% se ubicó en un alto desempeño de la misma prueba (MEN, 2016). Esto muestra que los estudiantes no logran el desempeño mínimo establecido por PISA, en el cual las personas están en capacidad de participar activamente en la sociedad.

¹ Organismo de cooperación internacional, compuesto por 35 estados, cuyo objetivo es coordinar sus políticas económicas y sociales (Tomado de wikipedia)

A continuación se detalla el resultado de la prueba PISA en Colombia, donde se muestra el porcentaje de estudiantes con el desempeño más alto y más bajo, notándose que el área de matemáticas, es la que más bajos resultados presenta.

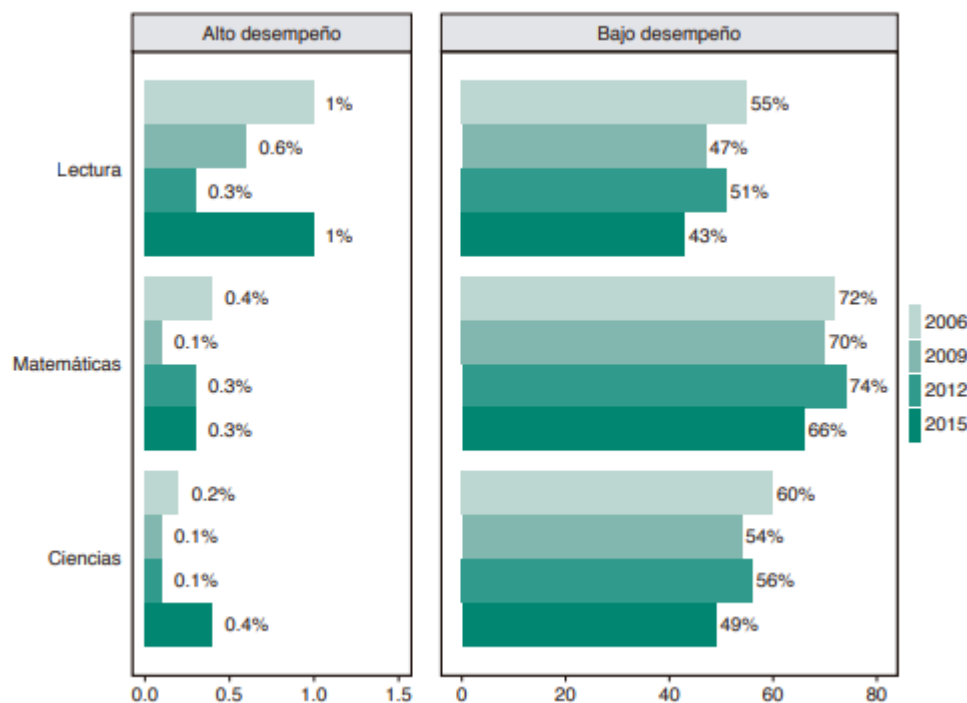


Ilustración 1. Porcentaje de estudiantes con el desempeño más alto y más bajo en resultados de la prueba PISA 2006 - 2015 (Tomado de Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015, pág.15)

De igual manera, está la prueba saber, la cual es diseñada y calificada por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior (ICFES²) y es aplicada en el caso de la educación básica en los grados 3°, 5° y 9° para evaluar el desarrollo de las competencias de los estudiantes. El grado tercero incluye las áreas de lenguaje y matemáticas, y los grados quinto y noveno, también las áreas de ciencias naturales y pensamiento ciudadano. Las pruebas saber para el área de matemáticas evalúan las competencias en: i) razonamiento y

² Entidad adscrita al Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Ofrece servicios de evaluación de la educación en todos sus niveles y apoya al Ministerio de Educación en la realización de los exámenes de Estado; además, realiza investigaciones sobre los factores que inciden en la calidad educativa (Tomado de wikipedia)

argumentación, ii) comunicación, representación y modelación y iii) planteamiento y resolución de problemas, todas en correspondencia con los componentes, numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio.

Según resultados obtenidos de las pruebas Saber 2009 - 2014, un gran porcentaje de estudiantes no alcanzan los desempeños planteados en los estándares básicos de competencias en el área de matemáticas debido a que no responden las preguntas de menor complejidad de las pruebas, y en el componente geométrico-métrico es donde más se evidencia.

En particular, los resultados obtenidos en los últimos años en la prueba saber 3° de la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra sede Nariño Unido³ del municipio de Santander de Quilichao, muestra que gran parte de los estudiantes de tercero de primaria han permanecido en un bajo nivel de desempeño en matemáticas. Se toma como referencia la prueba saber 3° aplicada en el año 2017 donde los resultados arrojan que el 90% se ubican en un nivel desempeño insuficiente o mínimo y un 10% en satisfactorio, por tanto no hay ningún porcentaje de estudiantes que alcance el nivel avanzado.

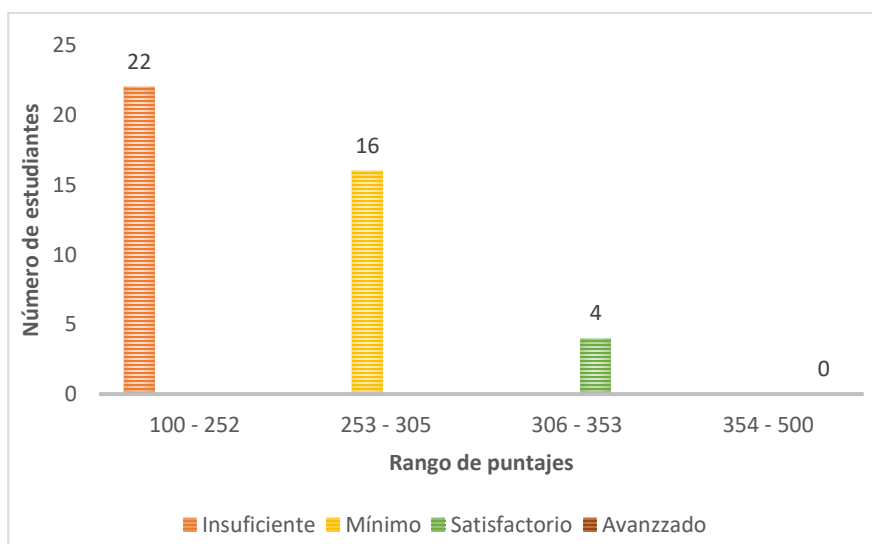


Ilustración 2. Distribución de los estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, tercer grado 2017 (elaboración propia)

³ Institución Educativa donde se aplicó la Secuencia Didáctica, y se tomó la muestra de estudiantes que fueron objeto de estudio.

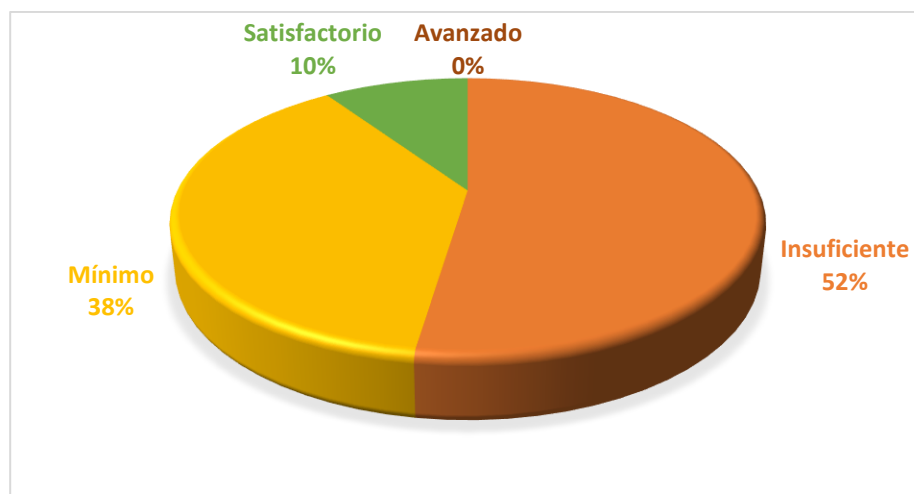


Ilustración 3. Porcentaje de los estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, tercer grado 2017 (elaboración propia)

Con lo anterior, se evidencia la importancia de trabajar el componente geométrico-métrico con relación a las competencias que deben desarrollar los estudiantes en razonamiento y argumentación, comunicación matemática, representación, resolución de problemas cotidianos y matemáticos; ello teniendo en cuenta la integración de artefactos que puedan constituir formas dinámicas en que los estudiantes aborden la construcción de los objetos matemáticos a partir de la exploración, formulación de conjeturas, y evaluación de sus acciones y aseveraciones.

En este sentido, se puede decir que para que el estudiante llegue a comprender y apropiarse de la noción de semejanza de triángulos es fundamental que se establezcan relaciones entre los conceptos relacionados a la misma y además las formas de representación sean suficientes, tal como lo plantea Duval (1999) cuando afirma que se necesita más de un registro de representación para entender los objetos matemáticos; de aquí que se pueda pensar en integrar el uso del software Geogebra en una secuencia didáctica para el estudio de la semejanza centrado en estudiantes de grado tercero de primaria, de manera que permita a los estudiantes tener una aproximación a la noción de una forma más dinámica y experimental.

Se considera entonces que la pregunta de indagación que orienta el desarrollo de este trabajo es: **¿Qué caracteriza una Secuencia Didáctica que integra el software Geogebra dirigida a estudiantes de grado tercero de primaria, para una aproximación a la noción de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad?**

1.2. Justificación

La geometría es una rama de las matemáticas a la que se debería dar un lugar importante en cuanto a su enseñanza y aprendizaje, puesto que es la encargada del estudio de las propiedades de las figuras en el plano o el espacio, además de servir para la solución de problemas concretos relativos a medidas.

La geometría es parte de las matemáticas con la que a diario se encuentra una persona y en muchos casos debe afrontar problemas que requieren de su conocimiento para solucionarlos. Por ejemplo, encontramos geometría hasta en la forma de un tablero, más aun, en el trasfondo de su fabricación, pues muy seguramente, quien lo construyó debió conocer las propiedades de un cuadrado o un rectángulo.

Una de las nociones relacionadas con geometría es la semejanza de triángulos, la cual es el tema de interés a trabajar en esta propuesta; esto porque, por un lado, la semejanza es un aspecto que se puede encontrar en diferentes espacios de nuestro entorno además de ser una base para la adquisición de otros conocimientos; por otro lado, tiene gran aplicación práctica en distintas disciplinas como las matemáticas, la física, arquitectura, entre otras.

El campo de las matemáticas, específicamente la geometría, se ve potenciada por el uso de las nuevas tecnologías, las cuales han venido creciendo considerablemente en los últimos años, como lo son las TIC en la enseñanza y aprendizaje de esta área, puesto que ofrece la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos, donde los estudiantes pueden ver las matemáticas como una ciencia experimental y de exploración, y los docentes pueden utilizar en sus prácticas en un ambiente dinámico que permita a los estudiantes ver de una manera diferente las matemáticas y adquirir conocimiento matemático. Al respecto, el MEN (2004) expresa:

Con el auge de las tecnologías de la información han surgido nuevas herramientas para el trabajo tanto en geometría como en su enseñanza que es importante conocer y utilizar para poner a tono nuestros métodos pedagógicos con las nuevas posibilidades de aproximación cognitiva que la sociedad nos brinda. En particular, los programas de geometría dinámica han revolucionado la manera de hacer las matemáticas y la forma de enseñarlas, proporcionando contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación (p.25)

En concordancia con lo anterior y con lo que plantean Bedoya, Bustamante, Cano, Castrillón, Lopera, Sierra y Villa (2008) cuando afirman que todo docente o quien aspira a serlo, debe enfocar tanto su ser como su hacer, a la búsqueda de herramientas didácticas, que permitan mejorar la calidad de la educación y que a su vez faciliten o enriquezcan el proceso de Enseñanza y Aprendizaje para los estudiantes; se ha de diseñar una secuencia didáctica dirigida a estudiantes de grado tercero de primaria, en particular, en torno a la noción de semejanza de triángulos, donde se haga uso del software dinámico Geogebra, tal que, permita al estudiante involucrarse con un medio relativamente nuevo que le contribuirá a su aprendizaje.

Es de resaltar, que se decide realizar una secuencia didáctica porque se considera un medio que posee grandes ventajas tanto para el docente como para el estudiante. Por el lado del docente, una secuencia didáctica puede ser utilizada o re diseñada según las necesidades del grupo y ser fuente de enriquecimiento potencial no solamente para su propio uso sino también para otros usuarios; además, le permite avivar el interés de los estudiantes por aprender de una manera práctica y divertida, diferente a la habitual. Por el lado del estudiante, una secuencia didáctica brinda la posibilidad de explorar, conjeturar y conceptualizar por sí mismo mediante actividades que le permiten acceder a un conocimiento y desarrollar un aprendizaje de forma articulada y coherente, lo que conduce a que el estudiante tenga una mayor interiorización y apropiación de lo que aprendió y que después pueda utilizarlo en otra situación.

En este trabajo se toma una secuencia didáctica mediada por Geogebra, debido a que éste, por ser un software libre (no requiere licencia) es de mayor accesibilidad para las diferentes instituciones educativas, puede ser fácilmente descargado e instalado desde la web. Según Garzón y Fernández (citado en Llantén y Bermúdez 2014) se considera que Geogebra:

- Permite construir figuras con cierta propiedad y además transformar construcciones en tiempo real.
- El dragging o arrastre, permite modificar las figuras sin cambiar las propiedades que la caracterizan, en este sentido el trabajo con Geogebra hace posible el proceso de validación de una solución “test de arrastre”

También porque Geogebra es una herramienta que brinda al estudiante la posibilidad de tener una mayor visualización de aspectos variantes e invariantes, el uso de desplazamiento y arrastre que contribuye a que, según sus acciones, el medio haga retroacciones⁴ que lo lleven a ser crítico y reflexivo frente a lo que está realizando. Es decir, que la utilización de Geogebra puede ampliar la cantidad de conocimientos que puede adquirir el estudiante, puesto que, le permite observar en las figuras movimientos y comportamientos que difícilmente podrían ver en una construcción a lápiz y papel.

Alemán J, (2009) argumenta que el alumno aprende algunos elementos de geometría en la primaria o los desarrolla espontáneamente. Desde allí la enseñanza debe retomar este conocimiento y hacerlo evolucionar gradualmente hacia temas más avanzados. Por tanto, la secuencia didáctica que se propone en este trabajo será dirigida a estudiantes de tercero de primaria debido a que en la búsqueda de antecedentes de tesis o trabajos en torno a la noción de semejanza de triángulos se evidencia que a ésta se ha dado gran importancia principalmente en la secundaria y se ha dejado un poco de lado la parte de la básica primaria.

De lo anterior se evidencia que no se ha dado mayor relevancia a los conocimientos que el estudiante adquiere en sus primeros ciclos de aprendizaje, los cuales son considerados muy

⁴ Se definen dos tipos de retroacciones, producto de la interacción a-didáctica del alumno con el software: las retroacciones matemáticas y las retroacciones didácticas. Las primeras corresponden a respuestas naturales del software que obedecen a la teoría matemática, pero sin ningún tipo de intención didáctica, asociadas principalmente al proceso de validación, mientras que las retroacciones didácticas son aquellas que permite programar el software, para favorecer el proceso de devolución sin que haya contradicción alguna con la teoría matemática (Pérez, Fiallo & Acosta, 2015, p.30)

importantes dentro del desarrollo gradual de competencias que se debe dar en ellos tal como lo apoya los estándares básicos de competencias en nuestro país. Según el MEN (2006)

El conjunto de estándares debe entenderse en términos de procesos de desarrollo de competencias que se desarrollan gradual e integradamente, con el fin de ir superando niveles de complejidad creciente en el desarrollo de las competencias matemáticas a lo largo del proceso educativo.

Debido a lo expuesto se ve la necesidad de diseñar una secuencia didáctica que potencie el pensamiento geométrico – métrico y sirva como insumo para la practicas educativas de diferentes docentes del área de matemáticas.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Caracterizar una Secuencia Didáctica que integra el software Geogebra dirigida a estudiantes de grado tercero de primaria, para una aproximación a la noción de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad

1.3.2. Objetivos específicos

- Articular las diferentes dimensiones, matemática, curricular, didáctica y cognitiva, en el diseño de una secuencia didáctica que integra geogebra, para una aproximación a la noción de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad en estudiantes de 3° de primaria.
- Desarrollar el proceso de experimentación a través del diseño e implementación de una SD que involucra situaciones de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad, en un grupo de estudiantes de grado 3° de primaria.
- Determinar, mediante el análisis de las actuaciones de los estudiantes de grado 3° de primaria, los efectos de la mediación instrumental en la aproximación a la noción de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad.

1.4. Metodología

La metodología de trabajo, toma como referentes algunos aspectos de la ingeniería didáctica en el nivel de micro-ingeniería, pues nuestro proyecto se enfoca en el estudio de un determinado tema de manera local y toma en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula.

Por otro lado, la ingeniería didáctica como metodología se caracteriza por manejar un esquema experimental basado en la organización de situaciones propuestas por un docente, las cuales son concebidas, aplicadas, observadas y analizadas. Pero, a diferencia de otras metodologías ésta realiza una validación interna de sus resultados a través del contraste de una serie de supuestos a priori y lo observado sobre ellos a posteriori.

Al respecto Artigue (1995) distingue en el proceso experimental cuatro fases:

Fase 1: *Análisis preliminares*

En esta fase se explicita el problema y formulación del problema de investigación a abordar en la propuesta. Se hace una búsqueda de antecedentes que permiten partir de unas bases pertinentes para su desarrollo. Además, se realiza la búsqueda de los referentes disciplinarios, didácticos y cognitivos necesarios para posteriormente ser integrados en el diseño de la secuencia didáctica.

También, se define la teoría que fundamentará el diseño y análisis de la secuencia didáctica.

Fase 2: *Concepción y análisis a priori*

En esta fase es necesaria la identificación de las variables didácticas las cuales permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y sus significados, y comprende una parte descriptiva predictiva.

Esta identificación de variables es dada a partir de la optimización del diseño, con el fin de que se pueda observar cómo funcionan cada uno de sus elementos.

Fase 3: Experimentación

Esta fase hace referencia a la implementación o experimentación de la secuencia didáctica, teniendo en cuenta una serie de condiciones que ha planeado el investigador con el fin de recoger evidencias que pueden ser confrontadas con los análisis a priori.

En esta fase se apela a técnicas de recolección de información que será utilizada para realizar los análisis.

Fase 4: Análisis a posteriori y evaluación

En esta fase se realiza la confrontación entre el conjunto de datos recogidos durante la experimentación, observaciones realizadas de la secuencia didáctica, producciones de los estudiantes, y los análisis a priori.

En esta fase se responde la pregunta problema y se da cuenta de los objetivos planteados al inicio del trabajo. Además, se presentan los análisis y resultados.

1.5. Estado del arte

Para situar el área problemática y dar viabilidad a la propuesta de trabajo hemos realizado una revisión de documentos de investigación que se encuentren relacionados principalmente con la enseñanza y aprendizaje de la noción de semejanza.

La noción de semejanza de triángulos en Colombia se enseña en los primeros ciclos escolares, donde el estudiante tiene un acercamiento intuitivo a las características de las figuras semejantes. Ahora bien, el concepto se construye con más profundidad en la educación secundaria, especialmente en el grado octavo y noveno, debido a que en estos últimos años se enfoca en la aplicación y justificación de los criterios de semejanza en la resolución y formulación de problemas.

Por un lado, se tienen en cuenta dos investigaciones de Elgar Gualdrón dirigidas a la educación secundaria. La primera de Gualdrón, E (2006) para optar por el título de doctorado previo, donde se experimenta y evalúa una unidad de enseñanza de la semejanza de figuras planas dirigida a estudiantes de noveno grado (14-15 años), teniendo en cuenta el Modelo de

Razonamiento de Van Hiele, aspectos de la Fenomenología de Freudenthal y los trabajos de Hart.

En esta investigación, Gualdrón desarrolló el trabajo con 34 estudiantes de dos instituciones (17 en cada una) de enseñanza secundaria de Colombia, a los cuales se les aplicó un test escrito antes y después de experimentar con ellos la unidad de enseñanza, con el objetivo de estudiar las ideas previas, en cuanto al conocimiento y razón que poseen dichos estudiantes y constatar éstas con las que poseen después de experimentar con ellos la unidad.

Sin embargo, de aquí resulta el hecho de que en los datos del pre-test se aprecia que hubo un buen número de respuestas aditivas y de respuestas incorrectas (de otro tipo) que no se aprecian en el post-test, pues en este último los datos reflejan un claro uso por parte de los estudiantes de estrategias correctas y un casi nulo uso de estrategias erróneas durante el desarrollo de las actividades propuestas en la unidad de enseñanza.

Finalmente, Gualdrón concluye que los resultados de la investigación reflejan que prácticamente la totalidad de los estudiantes usaron estrategias correctas lo cual es un indicio del efecto positivo de la unidad de enseñanza experimentada.

En la segunda investigación Gualdrón, E (2011) como tesis para optar al grado de Doctor de matemáticas en la universidad de Valencia, diseña e implementa una unidad de enseñanza y aprendizaje del concepto de semejanza de figuras planas dirigida a estudiantes de 9° grado, teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele, elementos de visualización y sus características.

Gualdrón desarrolla el trabajo con 27 estudiantes y un profesor, observando el papel de cada uno de ellos. El papel de los estudiantes en la caracterización de los razonamientos requiere “comprender” el proceso llevado a cabo por los estudiantes durante el estudio (respecto de sus razonamientos en relación con el aprendizaje de la semejanza), por otra parte, el papel del profesor se observó en la caracterización del desarrollo profesional lo que implica “comprender” el proceso llevado a cabo por el profesor durante el estudio (respecto de su desarrollo en relación con la enseñanza de la semejanza).

Por tanto, el autor realiza una análisis de publicaciones en las que se presentan estudios dedicados a este tema, se constata que prácticamente todas se han desarrollado fuera de Colombia. Por otra parte, toma en cuenta la investigación Gualdrón (2006), donde a partir de los estudios realizados, los investigadores coinciden en que los estudiantes tienen bajos

niveles de comprensión de conceptos relacionados con la semejanza, como puede constatarse en los resultados poco favorables obtenidos en diferentes tests que les han aplicado. Además, al considerar como causa fundamental de ello el modo en que se realiza la enseñanza, limitada comúnmente a la noción intuitiva, presentación de condiciones matemáticas básicas para la semejanza y, en algunos casos, criterios para la semejanza de triángulos.

El interés de realizar este estudio surge al observar, a lo largo de su experiencia como docente de matemáticas de secundaria, las serias dificultades a las que se enfrentan los estudiantes de este nivel educativo al resolver problemas en los que de forma directa o indirecta está implicado dicho concepto. El desarrollo de la unidad permite que se puedan establecer conexiones con temas relacionados con la semejanza (homotecia, teorema de Thales, escala), lo cual permite al estudiante adquirir más y mejores formas de razonamiento en el tema de estudio.

Finalmente, como una de las conclusiones más significativas de esta investigación se menciona que el trabajo ha aportado información sobre los aspectos importantes en todo los procesos de formación, la actividad del profesor y la actividad de los estudiantes, para una mayor comprensión del proceso de enseñanza y de aprendizaje de la semejanza de figuras planas, es conveniente que se tengan en cuenta conjuntamente los dos protagonistas.

Por otro lado, Castro, C. & Céspedes, N (2009) de la universidad Sergio Arboleda; en su trabajo de investigación para optar por el título de magister, realizan una propuesta de enseñanza de la semejanza para el grado 8°, por medio de la construcción de fractales. Ello, con el fin de identificar las concepciones que los estudiantes tienen sobre el concepto y los cambios que se generan con su aplicación y análisis de la propuesta.

Castro y Céspedes inicialmente realizan el análisis e identifican unos tipos de concepciones que tienen los estudiantes respecto al concepto de semejanza, lo que se llevó a cabo en tres fases: Fase 1. Aplicación de un pre-test, el cual permitió evidenciar el tipo de concepción de los estudiantes, al ser analizado brindo elementos para el diseño de la propuesta. Fase 2. Diseño, implementación, análisis y evaluación de una propuesta que facilitara la comprensión del concepto de semejanza, Fase 3. Aplicación de un pos-test, que dejó ver el cambio de concepción del concepto, producido por la implementación de la

propuesta, esta última fase corroboro que los estudiantes establecen relaciones de tipo intrafigural.

Ahora, en la recolección y análisis de los datos se evidencio que es posible lograr un cambio de concepción a partir de la organización de una propuesta de aula, en la que se tenga en cuenta la participación activa de los estudiantes, la orientación del docente, la pertinencia y eficacia de los recursos y la metodología implementada.

Por tanto, la investigación proporciona varios elementos de reflexión frente a los procesos de enseñanza y de aprendizaje: la importancia de hacer una revisión teórica que permita diseñar propuestas de enseñanza, la utilización de recursos que sirvan como forma de representación y que permitan desarrollar mayor comprensión de los conceptos y por último, la necesidad de cambio en las prácticas pedagógicas en las que se evidencie la construcción de conocimiento y la participación de los estudiante en su proceso de aprendizaje.

Finalmente, dentro de las conclusiones más significativas de la investigación, Castro y Céspedes menciona que el análisis de los resultados de aplicación permitió evidenciar paso a paso que los estudiantes alcanzaron el objetivo de aprendizaje: “entender el concepto de semejanza en cualquier contexto desde lo intrafigural y las transformaciones geométricas”.

Ahora, en cuanto a las investigaciones relacionadas con la integración de un software dinámicos en la enseñanza de la semejanza de triángulos se encuentra la de Chávez, C (2012) de la Universidad Nacional, sede Bogotá; quien por medio de un estudio de las nociones y aplicaciones que dan fundamento y significado al concepto de semejanza de figuras planas, diseña una serie actividades en Cabri Geometry para el estudio de las mismas dirigida a estudiantes de 9° grado de educación secundaria.

El autor inicialmente hace un estudio de la evolución histórica del concepto de semejanza de figuras planas para identificar aplicaciones que normalmente no se encuentran en los libros de texto, luego hace un estudio disciplinar de todas las nociones relacionadas con la semejanza, continua con un análisis de los aspectos didácticos pertinentes de la enseñanza de la semejanza de figuras planas, como son los elementos básicos de la geometría euclidiana que fundamentan teóricamente el trabajo y finalmente analiza propuestas didácticas relacionadas con el uso del Cabri en la enseñanza de la geometría; con todo lo anterior realizó el diseño de una propuesta didáctica.

Por tanto, Chávez en su trabajo de investigación para optar de título de magister tiene la intención de enriquecer los espacios de exploración y de reflexión en la clase de geometría, específicamente en el tema de la semejanza de figuras planas y con la mediación del software Cabri.

Además, menciona que las actividades no necesariamente son una secuencia didáctica, ya que están elaboradas con el fin de que sean un recurso para el docente con el cual pueda ampliar las experiencias en torno a la semejanza de figuras planas, como parte de las actividades que se pueden hacer en el aula de clase. A través del tiempo en su ejercicio como profesor de matemáticas ha podido observar como las explicaciones magistrales de los temas y exposición de ejercicios mediante ejemplos, no siempre resultan significativos para nuestros estudiantes, coartándoles de cierta manera las posibilidades de pensar, construir, proponer, conjeturar e inclusive equivocarse para reformular sus ideas.

Por tanto, como unas de las conclusiones más significativas Chávez plantea que la documentación conseguida permitió la elaboración de algunas actividades en una herramienta tecnológica, recurso que espera pueda propiciar espacios en la clase de matemáticas para que los estudiantes tengan la posibilidad de pensar, reflexionar, conjeturar, verificar y comunicar sus ideas.

De otro lado, Caleño, M (2014) de la Universidad Nacional, sede Manizales; en su trabajo de investigación para optar por el título de magister, diseña una unidad didáctica que se construye en Geogebra y algunas aplicaciones applets en la web, pretende desarrollar y mejorar la comprensión de los criterios de semejanza de triángulos de los estudiantes del grado 9° de secundaria, partiendo de los conceptos de razón proporcionalidad y congruencia.

Caleño hace la comparación de dos grupos con iguales características, uno llamado grupo de control (quien recibe una enseñanza tradicional) y el otro llamado experimental (quien es sometido a la estrategia pedagógica diseñada utilizando el software y los applets) con el fin de observar los efectos que tiene el aprendizaje. De aquí, resulta el hecho de que ambos métodos son útiles, sin embargo, se observa que el grupo experimental mostro mejores resultados tanto en la parte conceptual, actitudinal, participativa y en los demás ítem que el grupo control.

Concluye que utilizando un software se puede estudiar la geometría de forma dinámica propiciando un campo relativamente novedoso y atrayente para los estudiantes, es decir, que el software GeoGebra y la utilización de applets en la web, son elementos pedagógicos que dinamizan el aprendizaje y que es innegable que la influencia de las TIC en las aulas de clase ayuda a facilitar y a mejorar el aprendizaje de las matemáticas y por ende de la geometría.

De la universidad del valle se considera el documento de investigación de Llantén, J. & Bermúdez, M (2014) quienes implementan el rediseño de una secuencia didáctica en un ambiente de geometría dinámica como GeoGebra para el estudio de la semejanza de triángulos dirigida a estudiantes de 8º grado de la educación básica secundaria.

Ahora bien, Llantén y Bermúdez fundamentan desde la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y la orquestación instrumental como referentes teóricos para abordar el estudio de la semejanza de triángulos y la adaptación e implementación una secuencia didáctica presentada por el profesor Martínez (s.f).

En el desarrollo del trabajo de investigación se tuvo en cuenta, la interacción del estudiante con el medio creado en GeoGebra en el diseño y/o adaptación de la secuencia didáctica. Además, de identificar la gestión didáctica del profesor, el tipo de razonamientos y las conclusiones a las que pueden llegar los estudiantes.

Finalmente hacen un análisis a los resultados de la implementación, donde se evidencia que el estudiante logra establecer aspectos importantes acerca de la razón y en cada situación, de acuerdo a su intencionalidad y a partir del arrastre, el estudiante logra identificar los elementos que permanecen fijos y los que varían. Una de las conclusiones significativas de la investigación es que se cumplieron las expectativas presentadas en la descripción de cada situación en la fase pre activa, ya que el estudiante logró identificar los criterios de semejanza de los triángulos.

De acuerdo a las investigaciones mencionadas, se evidencia la ausencia de investigaciones dirigidas a la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de triángulos en estudiantes de la educación primaria, específicamente en el grado de tercero, lo que influyo en que se considerara importante llevar a cabo nuestra investigación.

Ahora bien, el tratamiento de la semejanza se ha dado en mayor medida en grados superiores de la educación básica, donde se presentan algunas concepciones erróneas y falta

de comprensión por parte de algunos estudiantes acerca de la temática. Por tanto, se observa la necesidad de trabajar con estudiantes de grado tercero de primaria, pues se considera que al promover en los estudiantes el aprendizaje de la noción de semejanza desde su primer ciclo escolar construyen sus primeras bases para la construcción más formal del concepto de semejanza de triángulos en la secundaria fortaleciendo así esas bases que se había construido con anterioridad lo que podría minimizar las concepciones erróneas y la falta de comprensión.

Por un lado, las investigaciones en la educación secundaria fueron de gran aporte, puesto que han servido de soporte para diseñar la propuesta, permitiendo tener en cuenta dificultades, estrategias y evitar errores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la noción de semejanza. Además, proporcionan varios elementos de reflexión frente a los procesos de enseñanza y de aprendizaje como la importancia de hacer una revisión teórica que permita diseñar propuestas de enseñanza, la utilización de recursos que sirvan como forma de representación y que permitan desarrollar mayor comprensión de los conceptos y por último, la necesidad de cambio en las prácticas pedagógicas en las que se evidencie la construcción de conocimiento y la participación de los estudiante en su proceso de aprendizaje.

Por otra parte, las investigaciones en las que integran un software dinámico para la enseñanza y aprendizaje de la semejanza, se tiene en cuenta en nuestro trabajo debido a que estos dan cuenta de los buenos resultados obtenidos al experimentar las diferentes actividades en la enseñanza, lo que permite inferir un aporte en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

Además, pudimos observar que la integración de una herramienta tecnológica brinda a los estudiantes la posibilidad de visualizar aspectos variantes e invariantes que en un ambiente de lápiz y papel no se puede ver. Por otra parte, los estudiantes pueden visualizar, explorar, conjeturar, en cada uno de los applets favoreciendo así la adquisición de conocimiento de acuerdo a un propósito, puesto que el software ofrece elementos que dinamizan el aprendizaje y mejoran la calidad de la educación matemática.

Finalmente, se puede decir que la última investigación es la que se encuentra más relacionada con nuestra propuesta de investigación, donde se rediseña una secuencia didáctica fundamentada desde la teoría de las situaciones didácticas y la orquestación instrumental

como referentes teóricos para abordar el estudio de la semejanza de triángulos. Además de la integración de un software como GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de triángulos, lo que permite que se logre diseñar actividades con un enfoque diferente a los que ofrecen los libros de textos que son realizados a lápiz y papel.

2. CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

El marco teórico de este trabajo se estructura a partir de las diferentes dimensiones que propone (Artigue, 1995) en la fase uno para trabajos de micro-ingeniería: la dimensión matemática, muestra un recorrido del surgimiento y uso de la semejanza, además de plantear la definición de conceptos relacionados con la semejanza y así mismo la de semejanza de triángulos y sus criterios; la dimensión curricular, expone aspectos importantes plasmados en los lineamientos curriculares de matemática, en los estándares básicos de competencias matemáticas y en los derechos básicos de aprendizaje; la dimensión didáctica, retoma aspectos de la TSD, finalmente, en la dimensión cognitiva se hablará sobre la noción de Mediación Instrumental.

2.1. Dimensión matemática

Para el diseño de la secuencia didáctica y en la labor de entender cómo aprenden los estudiantes el concepto de semejanza y su aplicación, es necesario conocer ciertos referentes históricos y disciplinares que nos permitan saber cómo ha sido construida o trabajada.

Algo de historia sobre semejanza

No hay textos o evidencias que nos permitan saber quién fue el primero en trabajar con el concepto de semejanza pero sí se dice que pudieron existir muchos matemáticos o filósofos que utilizaron esta noción de manera implícita para la resolución de problemas, entre los que podemos encontrar a los babilónicos y egipcios.

Existen diferencias de opiniones en cuanto si los babilónicos estaban familiarizados o no con el concepto de semejanza de figuras, sin embargo, se dice que en Mesopotamia pudo haberse dado la semejanza entre las circunferencias. En el museo de Bagdad se conserva una tablilla en la que está dibujado un triángulo rectángulo con los valores de sus lados subdivididos en cuatro triángulos rectángulos menores cuyas áreas también se mencionan. A partir de estos valores el escriba calcula la longitud del lado mayor del triángulo principal utilizando aparentemente un tipo de “fórmula de semejanza” que viene a ser equivalente al teorema que

dice que las áreas de figuras semejantes son entre sí como los cuadrados de lados correspondientes.

Los egipcios tenían conocimientos matemáticos considerablemente avanzados, sus cálculos no eran abstractos, buscaban lo más práctico aunque no tuvieran la resolución y la reflexión teórica que después alcanzarían los griegos. Los conocimientos geométricos de los egipcios también eran considerables, dominaban perfectamente los triángulos. Los egipcios hacían nudos igualmente espaciados que servían para medir; fueron los primeros en observar que uniendo con forma de triángulo, cuerdas de ciertas longitudes se obtiene un ángulo recto, también conseguían mediante estos nudos triángulos rectángulos.

Aproximadamente en el año 585 a.C nació el matemático Thales de Mileto a quien se le consideraba uno de los siete sabios de Grecia, en el siglo V a.c, fue el iniciador de la escuela de Mileto a la que pertenecieron otros grandes filósofos. A éste matemático se le atribuyen varios teoremas importantes, algunos de estos son: “Si dos triángulos son tales que dos ángulos y un lado de uno de ellos son respectivamente iguales a dos ángulos y un lado del otro, entonces los dos triángulos son congruentes” y “Si dos rectas secantes son cortadas por una serie de rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes de la otra recta”. A Mileto no solo se le atribuyeron aportes a las matemáticas sino también a la filosofía, física y astronomía.

Euclides fue un matemático y geómetra griego, considerado como "El Padre de la Geometría". La noción de semejanza en la geometría euclidiana se encuentra definida de la siguiente manera “Dos o más figuras son semejantes si tienen la misma forma y están contruidos a escala, sus lados son múltiplos o submúltiplos una de otra”. El libro de los Elementos de Euclides es uno de los textos más analizados y divulgados a lo largo de la historia, cabe resaltar que este libro contienen de una manera estructurada las matemáticas de su época. Se dice que Euclides solo fue un recopilador pero fue él quien se encargó de tomar todos los registros matemáticos de la época y dotarlos de una estructura lógico deductivo, creando así los 13 libros que conforman los Elementos el cual contiene 132 definiciones, 5 postulados, 5 nociones comunes y 456 proposiciones.

De los 13 libros de los elementos, el libro VI hace énfasis en las figuras semejantes donde utiliza la teoría de proporciones del libro V.

Ahora bien, estos referentes hitoricos han de servir como apoyo al conocimieto acerca de la evolución que se ha venido dando respecto a la noción que se utiliza en el desarrollo de la propuesta, ademas, de mostrar como fue entendida la misma por diferentes pensadores durante diferentes epocas y en diferentes regiones.

Aspecto disciplinar de la semejanza

El tratamiento la semejanza en diferentes textos muestra ciertas diferencias y similitudes respecto a aspectos conceptuales, por tanto, acontinuación se exponen algunas definiciones que pueden utilizarse para tomar una postura pertinente y ajustable a la propuesta.

Moise y Downs (1986), el estudio de la semejanza esta dado a partir de una correspondencia entre dos triángulos. Si los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales, entonces la correspondencia se llama una semejanza y decimos que los triángulos son semejantes.

Grupo Beta (1990), mencionan la noción de semejanza a partir de los conceptos importantes como cantidad, magnitud y medida, la proporcionalidad de segmentos, el teorema de Thales, la semejanza en el plano y en el espacio.

...A dos figuras entre cuyos puntos se pueda establecer una aplicación biyectiva que cumpla condiciones de correspondencia entre sus lados y sus ángulos, se les llama figuras semejantes. Se dice que una semejanza es directa si conserva el sentido del plano e inversa en el caso contrario.

...La semejanza en el espacio transforma puntos alineados en otros puntos alineados en igual orden; los segmentos homólogos en el espacio son proporcionales y los ángulos homólogos son iguales.

Godino (2003), menciona la noción informal de figuras semejantes como las que tienen la misma forma y que puede ser precisada utilizando las transformaciones del plano que se conocen como homotecias y semejanzas.

...Dos figuras son semejantes si tienen exactamente la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño.

...Dos figuras son semejantes si una de ellas es un modelo a escala de la otra.

La definición de semejanza exige dos condiciones:

- La primera: ángulos correspondientes congruentes.
- La segunda: lados correspondientes proporcionales.

Al revisar las anteriores definiciones conceptuales, se centra la atención principalmente en la propuesta por Godino (2003), debido a que permite establecer una relación con lo que plantean los Estandares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) para los grados de 1° a 3° de educación básica. Sin embargo, se tiene en cuenta del Grupo Beta (1990) cuando habla de la existencia de una conservación o no del sentido.

De acuerdo a lo anterior se plantea de manera intuitiva que dos triángulos semejantes pueden tener diferente sentido y tamaño, pero siempre deben tener la misma forma y sus lados proporcionales. En otras palabras, dos triángulos son semejantes si uno es la ampliación o reducción del otro.

Por tanto, es necesario ahondar sobre elementos esenciales que los estudiantes deben manipular en la semejanza de triángulos como lo son la razón y proporcionalidad, teorema de Thales, triángulos semejantes y sus criterios.

Proporcionalidad

Tomando como referente lo presentado por Moise (1986) en cuanto a las definiciones de razón y proporcionalidad se tiene:

Sean dos secuencias:

$$a, b, c, \dots; a', b', c', \dots,$$

Suponiendo que son números positivos. Si es cierto que

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

Entonces decimos que las dos secuencias son *proporcionales*, y escribimos

$$a, b, c, \dots \sim a', b', c', \dots,$$

La razón constante denotada por **k**

$$k = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \dots$$

Se llama la constante de proporcionalidad. Note que la proporcionalidad es una relación simétrica. Esto es, si

$$a, b, c, \dots \sim a', b', c', \dots,$$

Entonces

$$a', b', c', \dots \sim a, b, c, \dots,$$

Y viceversa si

$$a', b', c', \dots \sim a, b, c, \dots,$$

Entonces

$$a, b, c, \dots \sim a', b', c', \dots,$$

Note, sin embargo, que la constante de proporcionalidad depende del orden en que se inscriben las secuencias.

$$k = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \dots,$$

Si invertimos el orden, obtenemos una nueva constante que es recíproca a la anterior.

$$k' = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \dots,$$

Teorema 1: si $a, b \sim c, d$, entonces $a, c \sim b, d$ y viceversa.

La primera proporcionalidad significa que

$$\frac{c}{a} = \frac{d}{b},$$

Y la segunda que

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c},$$

Entonces se tiene que estas razones son equivalentes.

La razón es el cociente entre dos números reales, por tanto, es importante resaltar que en el desarrollo de esta propuesta se hará uso solamente de números positivos debido al grado de escolaridad a la que va dirigida (tercero de primaria). En este caso, la razón se definirá a partir de la comparación entre dos magnitudes semejantes, donde se ve cuántas veces contiene una a la otra.

Ahora bien, la proporcionalidad es una razón constante entre magnitudes medibles, por ello, en esta propuesta se trabajará con triángulos donde la magnitud de cada lado que lo compone aumenta o disminuye proporcionalmente. Es decir, si un lado aumenta o disminuye, los otros también lo harán de manera proporcional.

Teorema de Thales

Si dos rectas cualesquiera son cortadas por rectas paralelas, los segmentos que determina en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes de las otras.

Esto, se puede representar como en la ilustración 4 y escribir de la siguiente manera:

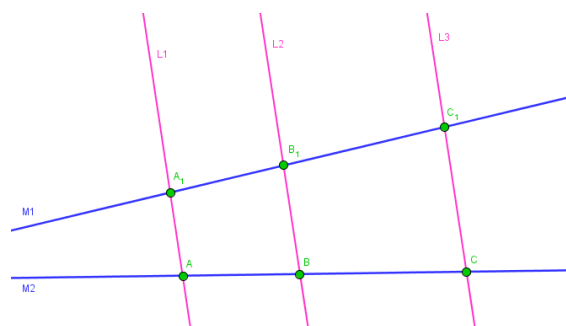


Ilustración 4. Teorema de Thales

Si $L1 \parallel L2 \parallel L3$ y $M1, M2$ rectas cualesquiera o secantes, entonces: $\frac{A1B1}{AB} = \frac{A1C1}{AC} = \frac{B1C1}{BC}$

Durante el desarrollo de la propuesta se ha de tener en cuenta el teorema de Thales, pues se pretende utilizar la superposición de los lados correspondientes en dos triángulos, lo que puede llevar a que el estudiante superponga un triángulo en el otro formando un modelo como el que utiliza Thales, donde en este caso un lado del triángulo superpuesto haría las veces de recta paralela al lado correspondiente al otro triángulo. De esta manera, se podría

ver la implicación de que una recta paralela a uno de los lados de un triángulo que corte a los otros dos divide a estos en segmentos proporcionales.

Triángulos semejantes

Dos triángulos son semejantes cuando los ángulos de uno de ellos sean respectivamente congruentes con los ángulos del otro y, además, tengan proporcionales sus lados homólogos (correspondientes).

Cuando se dice que el triángulo ABC es semejante con el triángulo DEF, se escribe:

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

Es muy importante el orden en que se escriban los vértices de cada triángulo, ya que esto establece los lados y los ángulos homólogos.

Para comprobar si dos triángulos son semejantes existen **teoremas o criterios de semejanza**, los cuales ayudan a determinar la semejanza o no de dos triángulos.

Criterios de semejanza de triángulos

- Criterio de semejanza A-A-A (Ilustración 5)

Si dos triángulos tienen tres ángulos cada uno respectivamente congruente con los ángulos del otro, entonces los triángulos son semejantes

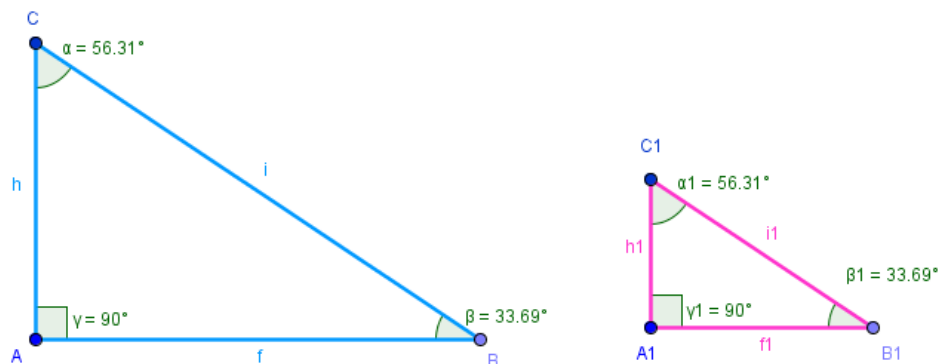


Ilustración 5. Criterio de semejanza A-A-A

Hipótesis:

Si $\alpha \cong \alpha_1$, $\beta \cong \beta_1$, $\gamma \cong \gamma_1$ entonces

Tesis:

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$

- Criterio de semejanza L-L-L (Ilustración 6)

Si dos triángulos tienen sus tres lados proporcionales, entonces son semejantes

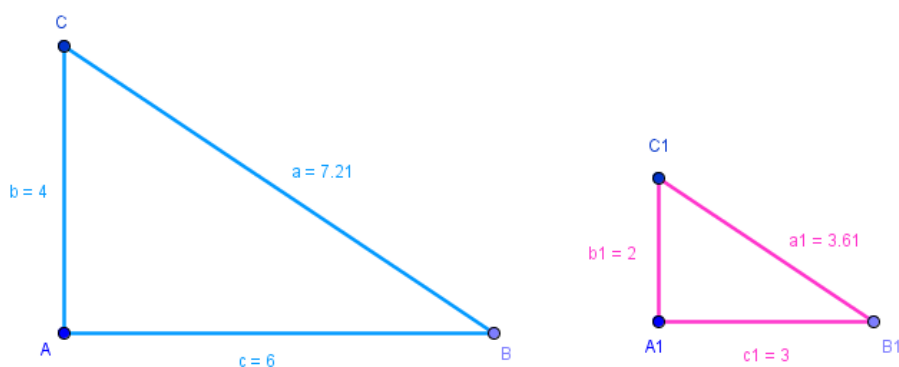


Ilustración 6. Criterio de semejanza L-L-L

Hipótesis:

Si $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, entonces

Tesis:

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$

- Criterio de semejanza L-A-L (Ilustración 7)

Si dos triángulos tienen cada uno dos lados correspondientes proporcionales y el respectivo ángulo que forman es congruente, entonces los triángulos son semejantes.

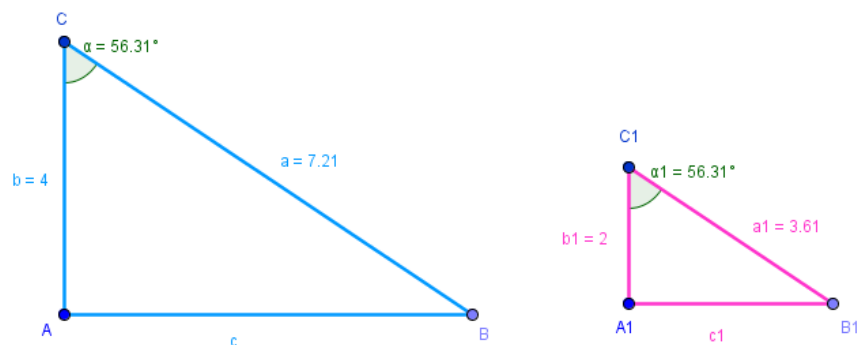


Ilustración 7. Criterio de semejanza L-A-L

Hipótesis:

Si $\frac{CA}{C_1A_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$ y además, $\alpha \cong \alpha_1$, entonces

Tesis:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

- Criterio de semejanza L-L-A (Ilustración 8)

Para que dos triángulos sean semejantes, basta que tengan dos de sus lados respectivamente proporcionales, y que cada ángulo opuesto al mayor de esos lados sea congruente con su homólogo.

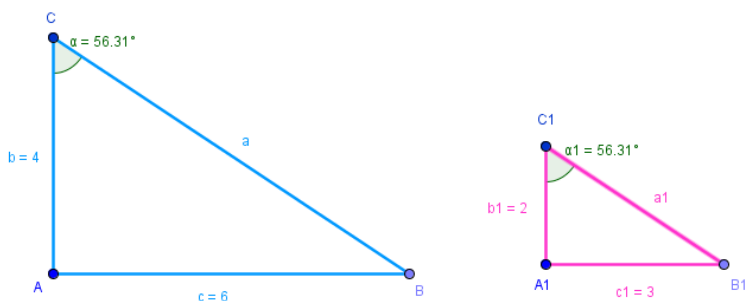


Ilustración 8. Criterio de semejanza L-L-A

Hipótesis:

Si $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B_1}$, y además $\alpha = \alpha_1$, entonces

Tesis:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

De todo lo planteado anteriormente, se puede concluir que el concepto de semejanza a través del tiempo ha surgido cambios y modificaciones en su definición respecto a las ideas de diferentes autores, donde unos la definen de manera muy formal y otros lo hacen de una manera más bien intuitiva, cercana a lo planteado en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para tercero de primaria.

Se observa además, que la semejanza se encuentra relacionada con otros conceptos geométricos que son importantes para su definición y construcción, lo que permite abordarla a partir de diferentes formas, en nuestro caso particular, desde la proporcionalidad.

Ahora bien, para el desarrollo de este trabajo se apelará únicamente al criterio L-L-L, en relación al diseño de la secuencia didáctica para la aproximación de la noción de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad. Solo se considera este criterio puesto que es el que favorece la construcción de la noción de una manera intuitiva como se debe dar los estudiantes de grado tercero de primaria de acuerdo a lo planteado por los estándares básicos de competencias y los derechos básicos de aprendizaje en matemáticas. En sí, se pretende trabajar la semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad de sus lados.

Además, se ha de tener en cuenta el teorema de Thales, pues se pretende utilizar la superposición de los lados correspondientes en dos triángulos, se trabajará con triángulos donde la magnitud de cada lado que lo compone aumenta o disminuye proporcionalmente, es decir, si un lado aumenta o disminuye, los otros también lo harán de manera proporcional. A manera de conclusión, los elementos relacionados a la semejanza que han sido mencionados anteriormente constituyen una base a tener en cuenta durante la elaboración del diseño de la secuencia didáctica.

2.2. Dimensión didáctica

Para la elaboración y diseño de las actividades inmersas en la secuencia didáctica, se tendrán en cuenta algunos elementos que brinda la teoría de las situaciones didácticas (TSD) de Guy Brousseau (1986).

Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD)

La teoría de situaciones Didácticas permite la interacción entre pares para enfrentar una situación que requiera de un conocimiento matemático determinado. Esto, exige al docente buscar situaciones con fines didácticos donde los estudiantes actúen, facilitando la acción, formulación, validación e institucionalización del nuevo conocimiento.

Brousseau define la **situación didáctica** como “un conjunto de relaciones establecidas explícita e implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (comprendiendo eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (el docente) con el fin de que los alumnos se apropien un saber constituido o en vía de constituirse

Con lo anterior se puede entender como situación didáctica el conjunto de interrelaciones en la que intervienen el profesor, el estudiante y un medio didáctico, que en nuestro caso es el software Geogebra, y es preparada o construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los estudiantes un saber determinado, en nuestro caso, la semejanza de triángulos. Aquí, se define el medio como un “ambiente” artificial constituido intencionalmente con el objeto de generar retroacciones a la actividad del estudiante – jugador, donde las retroacciones se definen como un tipo de manifestación producto de la interacción a-didáctica del estudiante con el software.

Las retroacciones pueden ser de dos tipos: matemáticas y didácticas, las primeras se manifiestan en la pantalla como fenómenos visuales y las segundas pueden manifestarse por la imposibilidad o restricción de acciones, también por una respuesta programada en función de las acciones del estudiante.

Ahora bien, la intención didáctica del medio está fundamentalmente relacionada con la naturaleza de las selecciones y las variables movilizadas en el diseño mismo de la situación a-didáctica.

Una **situación a-didáctica** es el proceso donde solo interviene el estudiante y el medio. El profesor le plantea al estudiante un problema contextualizado y el estudiante es capaz de poner en funcionamiento y utilizar por sí mismo sus conocimientos previos sin la

intervención directa o indirecta del profesor, sobre el conocimiento que se pretende que el estudiante adquiriera.

Ahora bien, según Brousseau (1986) el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.

En este sentido, dentro de dicha teoría intervienen elementos fundamentales como: estudiante, profesor y medio.

El estudiante se determina como el sujeto que tiene la responsabilidad de aprender, **el profesor** como el sujeto encargado de ejercer un poder indirecto por intermedio del medio y de la situación que planificó y finalmente, **el medio** como aquel que hace las devoluciones de los resultados o consecuencias de las acciones que realizan los estudiantes. Permitiendo así, que se den una serie de interacciones entre alumno-medio y, a su vez, entre el profesor y el par estudiante-medio, dando como resultado que los estudiantes se apropien del saber puesto en consideración a través de la secuencia didáctica diseñada.

La TSD distingue 4 tipos de situaciones para el diseño de actividades con fines educativos: situación de acción, situación de formulación, situación de validación y situación de institucionalización.

La situación de acción, (Ilustración 9) genera una interacción entre los estudiantes y el medio, y en la que estos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución de problema. La situación debe permitir al estudiante juzgar esta acción sin la intervención del profesor, a través de las retroacciones que el medio le genere.

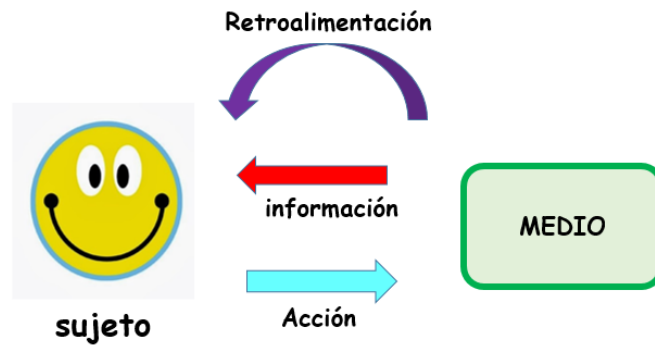


Ilustración 9. Situación de acción (esquema tomado de Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas, pg. 25)

La situación de formulación, (Ilustración 10) busca el intercambio de ideas matemáticas entre los estudiante, para lo cual deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, con la finalidad de demostrar sus proposiciones a partir de un lenguaje matemático.

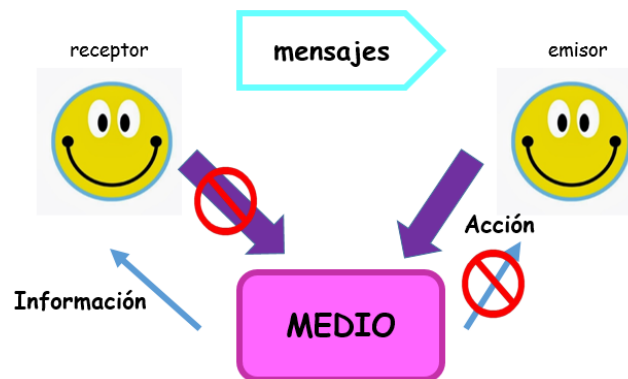


Ilustración 10. Situación de formulación (esquema tomado de Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas, pg. 26)

La situación de validación, (Ilustración 11) busca convencer a uno o varios interlocutores de la validez de sus afirmaciones; para tal fin, los estudiantes deben elaborar procedimientos matemáticos con el propósito de demostrarlos.

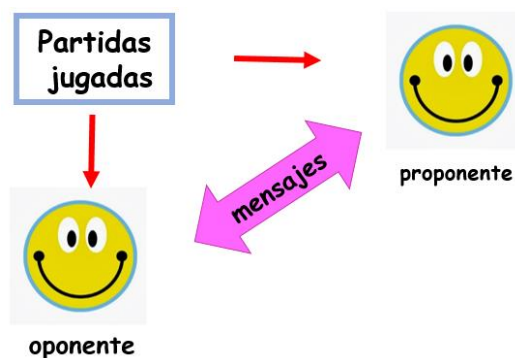


Ilustración 11. Situación de validación (esquema tomado de Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas, pg. 27)

La situación de institucionalización, se da cuando el profesor hace una intervención directa, retoma los argumentos expuestos por los estudiantes en las situaciones anteriores con la intención de institucionalizar un saber y hacer aseveraciones frente a los distintos procedimientos y estrategias creadas.

De acuerdo a lo planteado con anterioridad, podemos decir que en la situación didáctica no solo es importante la interacción entre el estudiante, el docente y el saber, sino que el medio se constituye en un elemento fundamental para que el estudiante construya su propio conocimiento.

Es de resaltar, que tomamos en consideración la TSD debido a que nos otorga elementos teóricos fuertes para la realización de la secuencia didáctica. Además, contribuye a orientar el diseño mediante fases, hacia la construcción de un saber a través de la geometría dinámica, la cual proporciona una metodología distinta a la tradicional con el lápiz y papel y permite así mismo desarrollar en el estudiante una competencia en cuanto al estándar reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar y reducir) para poder orientarse en el sistema espacial y sistema geométrico.

En resumen, en el diseño de la Secuencia Didáctica tomamos en consideración la teoría de situaciones para concebir situaciones didácticas que permitieran al estudiante construir la

noción de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad, esto en términos de ampliar y reducir con un alcance más bien intuitivo.

2.3. Dimensión cognitiva

La dimensión cognitiva que se propone en este trabajo gira alrededor de la noción mediación instrumental desde la perspectiva de Rabardel (1999). Una noción importante y primordial para reflexionar acerca de las características por las cuales los instrumentos constituyen formas que viabilizan la construcción del conocimiento.

Mediación Instrumental

Todo aprendizaje de una noción matemática esta mediado por un instrumento, ya sea un instrumento en forma material como la calculadora o la computadora, o en forma simbólica como la escritura.

Rabardel propone un enfoque teórico que permite dar cuenta del papel que juega la mediación de instrumentos en los procesos de aprendizaje. Para ello, primordialmente realiza una distinción entre el artefacto y el instrumento, donde reconoce al artefacto como un dispositivo que esta dado y al instrumento como una entidad mixta construida por el sujeto.

En este sentido, la acción mediada por instrumentos en la construcción del saber se evidencia en los procesos de apropiación del artefacto, se acompañan por parte del sujeto, de construcciones representativas del instrumento que le permite elaborar estructuras que organizan la acción del sujeto y que se conocen con el nombre de Esquemas de Utilización (EU).

Para entender el proceso por el cual un artefacto se convierte en instrumento Rabardel presenta dos procesos: los procesos de instrumentalización y los procesos de instrumentación.

Los procesos de instrumentalización están dirigidos hacia el artefacto: selección, agrupación, producción e institución de funciones, usos desviados, atribuciones de propiedades, transformaciones del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento, etc. En

este sentido, la instrumentalización puede considerarse como una contribución del usuario al proceso mismo de diseño del instrumento.

Los procesos de instrumentación están relacionados con el sujeto: con la emergencia y evolución de los esquemas sociales de utilización y de acción instrumentada. Comprender este proceso supone el estudio de las limitantes del artefacto, ligadas a las limitaciones materiales y a las selecciones del diseñador.

Estos dos procesos permiten ver al instrumento como producto de la construcción del sujeto, mostrando así la importancia que tiene el sujeto en el estudio del impacto que tienen los instrumentos cuando median la acción humana en la construcción del conocimiento.

Ahora bien, la actividad mediada del sujeto requiere primeramente de la construcción o desarrollo de instrumentos por parte del sujeto, instrumentos que no están dados desde el inicio, sino que son elaborados por el sujeto en un proceso de génesis instrumental, el cual se construye a partir del proceso doble de instrumentación e instrumentalización.

A partir de lo expuesto, se puede considerar los softwares dinámicos como un instrumento con el que se puede crear situaciones didácticas que contribuyan a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, en este sentido, permite reflexionar acerca del papel que juega el software Geogebra en la construcción intuitiva de la semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad y la exploración de aspectos que la caracterizan, como una herramienta importante en el proceso de visualización.

En este orden de ideas, nuestra investigación se apoyará en esta aproximación instrumental para dar cuenta el papel mediador de Geogebra como un instrumento construido por los estudiantes. Apuntando al hecho de que el uso de Geogebra posibilite y origine procesos en los estudiantes tales como: el análisis de aspectos que observa, la comparación entre figuras, el reconocimiento de conocimientos previos y la construcción de otros, las conjeturas e inferencias sobre fenómenos, entre otros.

Ahora bien, en el diseño y aplicación de las situaciones que integran Geogebra, se tendrán en cuenta el conocimiento matemático que se pretende movilizar y las potencialidades y limitaciones del software.

También, es importante reconocer que Rabardel enfatiza el papel de los instrumentos en el aprendizaje y en la enseñanza de las matemáticas para representar las primordiales mediaciones instrumentales en una relación didáctica que también denomina Sistema Didáctico (Ilustración 12).



Ilustración 12. Mediación instrumental en una relación didáctica (esquema tomado de La actividad mediada por instrumentos en didáctica de las matemáticas, pg. 3)

Al respecto se sustenta, que los instrumentos presentan una fuerte influencia en la construcción del saber y en sus modos de construcción, pero al mismo tiempo, es ostensible la complejidad del instrumento como variable importante en una situación didáctica, haciendo viable la posibilidad que tiene el profesor de anticipar las acciones de los estudiantes en los desarrollos instrumentales, lo cual hace que la génesis instrumental y la medicación del instrumento sean dimensiones susceptibles a un análisis a priori.

2.4. Dimensión curricular

En Colombia el Ministerio de Educación Nacional y la comunidad académica educativa han elaborado diferentes documentos con el fin de mejorar la calidad educativa de los estudiantes del país. Entre estos documentos se toman en cuenta para nuestro trabajo: Los Lineamientos curriculares, Los estándares básicos de competencias en matemáticas que plantea el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y los derechos básicos de aprendizaje,

finalmente, se hace alusión a lo planteado por el MEN a cerca de la integración de TIC en la enseñanza de las matemáticas.

Los lineamientos Curriculares de matemáticas son un documento donde se presentan las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares elaboradas por el MEN con el fin de apoyar el proceso de fundamentación y planeación del área.

El MEN (1998) Propone las situaciones didácticas como situaciones que permiten el desarrollo del pensamiento matemático en la formulación y resolución de problemas donde se involucran procesos fundamentales como la visualización, análisis, comprensión, entre otras, logrando así que los estudiantes en sus actividades escolares y extra escolares apliquen su conocimiento, enfrentándose y adaptándose a nuevas situaciones donde se ven enfrentados a tomar una posición crítica y reflexiva, exponiendo sus opiniones y siendo receptivo hacia los demás.

Ahora bien se tendrán en cuenta para este trabajo aspectos y planteamientos importantes tales como: **El trabajo del alumno**; donde se resalta la importancia que tiene el docente a la hora de formular buenas preguntas, estas deben llevar al estudiante a pensar, actuar, probar sus respuestas, compartirlas y reformular la situación. Luego, **el trabajo del profesor**; se tiene en cuenta este aspecto porque para esta propuesta se pensó una temática, se contextualizo y se estableció el medio donde estará diseñada, incluyendo así los tres criterios que tiene el papel del profesor. Se continúa, con **las situaciones problema**; a partir de una situación problemática, se pretende que el estudiante identifique esta situación como cotidiana y sea capaz de manipular, explorar y razonar los elementos inmersos de la actividad. Finalmente, con las **Transformaciones**; el estudio de los movimientos de las figuras geométricas es el actor donde radica esta actividad, ya que se pretende que el estudiante analice y visualice la semejanza entre figuras geométricas que se presentan en la situación, al ampliar y reducir.

Por otra parte, en los lineamientos curriculares se encuentran plasmados 5 pensamientos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se asocian cada uno a un sistema conceptual diferente: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistema geométrico, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

En este trabajo se tendrá en cuenta el pensamiento espacial y sistemas geométricos y el pensamiento métrico y sistemas de medidas.

El pensamiento espacial es usado para la manipulación de información (manipulación de las representaciones mentales y los objetos del espacio) y resolución de problemas; y los sistemas geométricos hacen referencia al desarrollo de este pensamiento, las transformaciones aplicadas a estas representaciones mentales y a las traducciones de las representaciones mentales.

El pensamiento métrico es usado en procesos de medición y los sistemas de medidas hacen referencia al desarrollo de este pensamiento, al desarrollo de conceptos y destrezas matemáticas que permiten que los estudiantes encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde cobra sentido las matemáticas.

En cuanto a los Estándares Básicos de Competencia en matemáticas son una serie de criterios que propone el MEN, los cuales permiten juzgar si un estudiante, institución o el sistema educativo en conjunto está cumpliendo con los estándares de calidad que mínimamente deben adquirir en determinados ciclos educativos. Este documento se constituye entonces en una guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden.

Según el MEN (2006) respecto a la enseñanza y aprendizaje de la noción de semejanza plantea por ciclos de 1º a 3º, de 4º a 5º, 6º a 7º y de 8º a 9º unos conocimientos básicos que debe tener el estudiante respectivamente. En cada conocimiento básico (por ciclo de aprendizaje) se muestran competencias que el estudiante debe lograr de manera gradual frente al aprendizaje de determinado concepto. Por ejemplo, en el ciclo de 1ro a 3ro de primaria se presenta el estándar:

- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir)

En este estándar, el concepto es visual y no siempre exacto. Por tanto, en este nivel se le presenta al estudiante el concepto de semejanza como “figuras que tienen un mismo aspecto, pero tamaños diferentes”.

En este sentido, las actividades propuestas en este enfoque han de guiar al estudiante a ser el constructor de su conocimiento, motivándolo y despertando su interés por investigar más de las matemáticas permitiéndole mejorar sus destrezas respecto a la interpretación de situaciones matemáticas.

Además, el MEN (2006) plantea que la complejidad conceptual y la gradualidad del aprendizaje de las matemáticas exigen una alta coherencia tanto vertical como horizontal. La primera está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en los otros conjuntos de grados. La segunda está dada por la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados.

A continuación, se presenta la coherencia vertical y la coherencia horizontal del desarrollo conceptual y la gradualidad del aprendizaje de la semejanza entre figuras. (Ilustración 13).

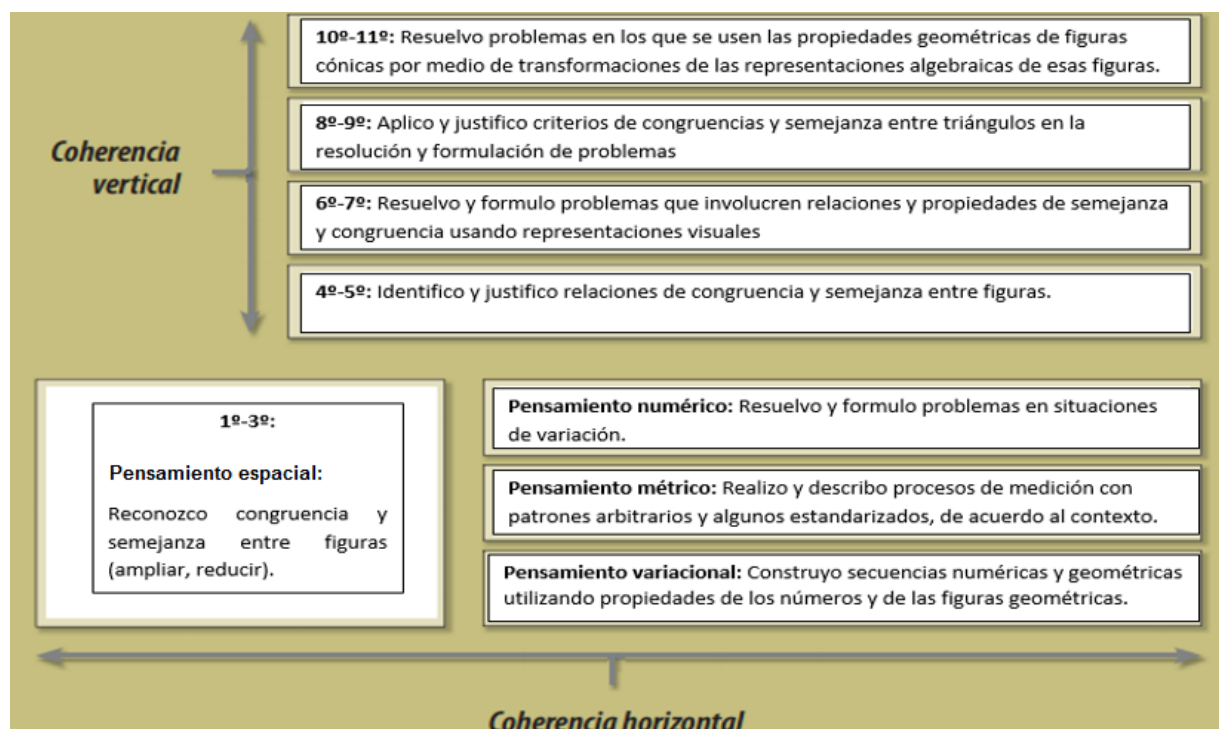


Ilustración 13. Coherencias vertical y horizontal del desarrollo conceptual y la gradualidad del aprendizaje de la semejanza entre figuras (esquema tomado de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, pg.79)

En la figura se observa que el estándar principal del trabajo se enmarca dentro del pensamiento espacial y sistemas geométricos, sin embargo, se encuentra en coherencia horizontal con otros pensamientos y sistemas: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, y pensamiento variacional y sistemas algébricos y analíticos.

Se observa la coherencia horizontal debido a que el reconocer la semejanza entre figuras implica para los estudiantes el hecho de conocer y utilizar sus propiedades, las cuales van a ser comparadas y así, determinar si existe alguna variación entre ellas, lo que privilegia el pensamiento variacional; realizar procesos de medición y describir situaciones numéricas (lados, áreas, etc.) que hacen parte del pensamiento métrico y resolver problemas donde las figuras o medidas de las figuras varían, además de poder formular problemas que involucren situaciones de variación, los cuales son desempeños propios del pensamiento numérico.

Además, se evidencia la coherencia vertical en cuanto a que el contenido matemático del desempeño principal (la semejanza) es el mismo contenido de los desempeños que se presentan en los demás grados, con la diferencia de que a medida que el grado es mayor, la complejidad va incrementando, de manera que el objeto matemático se va viendo de manera más formal y aplicable.

Por tanto, se toma la iniciativa de la creación del diseño de la secuencia didáctica para la aproximación de la noción de semejanza de triángulos puesto que este trabajo posiciona al estudiante en el pensamiento espacial y sistemas geométricos, brindándole muchos aportes cognitivos necesarios al estudiante como es el de las construcciones mentales y a la orientación.

Ahora bien, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), son el documento en el que el Ministerio de Educación Nacional ha trabajado distintas estrategias y herramientas que conlleven al mejoramiento de la calidad educativa. Este tiene como fin, presentar al país un conjunto de aprendizajes fundamentales, alineados con los Estándares Básicos de Competencias, que pueden utilizarse como base para el diseño de programas de estudio coherentes, secuenciados y articulados en todos los grados, y que a su vez, tengan en cuenta

las particularidades de la comunidad educativa como la diversidad cultural, étnica, geográfica y social.

De los Derechos Básicos de Aprendizaje para matemáticas se tendrá en cuenta el DBA número 6 que se presenta para el ciclo de aprendizaje de primero a tercero; pues aquí el derecho básico que el estudiante debe alcanzar es:

- Compara objetos del entorno y establece semejanzas y diferencias empleando características geométricas de las formas bidimensionales y tridimensionales (Curvo o recto, abierto o cerrado, plano o sólido, número de lados, número de caras, entre otros).

En este sentido, los elementos presentados anteriormente sirven para ser articularlos al diseño de la secuencia didáctica, donde los estudiantes interactúen con el instrumento GeoGebra manipulando las figuras geométricas de tal manera que pueden identificar características de la semejanza de triángulos.

Por otra parte, el MEN (2004) plantea en particular, que los programas de geometría dinámica han revolucionado la manera de hacer matemáticas y la forma de enseñarlas, proporcionando contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación, de ahí que surja la importancia de la integración de las TIC'S en la enseñanza de las matemáticas, especialmente en la geometría.

Ahora bien, un ambiente de geometría dinámica (AGD) le permite al estudiante manipular los objetos geométricos por medio del arrastre y evidenciar que las figuras conservan sus propiedades sin importar en que parte de la pantalla se encuentre además de visualizar aspectos variantes e invariantes de cada figura geométrica. Esto aspectos solo se pueden ver en ambientes de geometría dinámica a diferencia de las actividades a lápiz y papel.

De lo anterior, se puede decir que la integración de los ambientes de geometría dinámica tiene como fin el estudio de los componentes fundamentales de las figuras geométricas. En la construcción de las figuras le permite al estudiante la exploración, visualización, manipulación directa y dinámica que conduce a los estudiantes a la construcción de conjeturas.

Así pues, MEN (2006) plantea que la experiencia con ambientes dinámicos le sirve a los estudiantes para desarrollar las habilidades mentales que le posibilitarán acceder posteriormente al estudio formal de la geometría

Por tanto, los ambientes de geometría dinámica no son sólo una herramienta computacional, sino que son espacios donde el estudiante tiene más facilidad de explorar, descubrir y argumentar, indagar y de esta manera pueden construir su propio conocimiento matemático, gracias a que estos software están diseñados del tal forma que permiten manipular la figura sin limitaciones de tiempo ni espacio.

Se puede decir, la integración de los ambientes de geometría dinámica no implica solamente la utilización del software como una herramienta nueva, sino una nueva actitud hacia las matemáticas, un cambio de concepción, hábitos de pensamientos y de acción. Además, se espera que los estudiantes que trabajan con un programa de geometría dinámica puedan avanzar en su comprensión y conocimiento de la geometría, logrando así hacer representaciones y manipulaciones que eran imposibles con el dibujo tradicional.

De lo expuesto hasta el momento, se evidencia la importancia de utilizar un software que potencie el pensamiento espacial ayudando a orientar a los estudiantes al interactuar con diversos objetos del espacio y realizar representaciones mentales. En efecto, se toma la iniciativa de realizar el diseño de la secuencia didáctica para el reconocimiento de las características de la semejanza de triángulos, integrando GeoGebra donde los estudiantes deberán apropiarse de los objetos del espacio mediante la visualización, lo cual es muy difícil lograr en las clases tradicionales donde se construyen las figuras en un ambiente de lápiz y papel.

Este trabajo posiciona a los estudiantes en el pensamiento espacial y sistemas geométricos brindándole así, aportes cognitivos necesarios para realizar construcciones mentales.

Ahora bien, se toma de los lineamientos curriculares y de los estándares básicos de competencias en matemáticas aquellas capacidades que los estudiantes de grado tercero de primaria deben tener para tener en cuenta lo que se pretende alcanzar con el diseño e implementación de la secuencia didáctica, lo cual es, que los estudiantes interactúen con el

instrumento GeoGebra manipulando las figuras geométricas (triángulos) de tal manera que puedan identificar las características de la semejanza de triángulos logrando así una aproximación a la noción.

Finalmente, para el desarrollo de las situaciones en el software se tendrá en cuenta que éste brinda la posibilidad al estudiante de explorar, conjeturar y conceptualizar por sí mismo mediante actividades que le permiten acceder a un conocimiento y desarrollar un aprendizaje de forma articulada y coherente, lo que conduce a que el estudiante reflexione y construya estrategias de solución a situaciones problemas apelando a sus conocimientos previos, probando la validez de sus acciones.

3. CAPÍTULO III: CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS A PRIORI

En este capítulo se presenta el análisis a priori de las situaciones didácticas que componen la secuencia didáctica (SD), los aspectos centrales que se tuvieron en cuenta en la elaboración de este análisis.

Ahora bien, durante el análisis a priori de cada situación se tiene en cuenta el tipo de situación, la configuración del medio y la visualización.

La SD está compuesta por 3 situaciones, donde la situación uno y la situación tres presenta una sola actividad respectivamente y la situación dos presenta o está compuesta por tres actividades. En este sentido, las situaciones se enumerarán de la siguiente manera: situación 1, situación 2, situación 2.1, situación 2.2 y situación 3.

El tiempo previsto para su implementación es de dos secciones de clase de 2 horas y podría desarrollarse de manera individual. Al finalizar cada situación se presenta una fase de institucionalización.

En la SD a medida que se van desarrollando las situaciones que la componen, se va estructurando el conocimiento de manera articulada para contribuir al aprendizaje de la semejanza de triángulos. Lo que se pretende es que los estudiantes tengan una aproximación a la noción de semejanza de triángulos en términos de ampliar y reducir, por tanto, no se busca un acercamiento totalmente formal o riguroso. Esto, a partir de la manipulación, el arrastre y visualización de construcciones en GeoGebra.

Las principales variables que se tienen en cuenta en el diseño de las SD son: el tipo de figura, donde se hace uso de triángulos regulares y no regulares y el tipo de arrastre, donde se hace uso del Wandering dragging debido a que los estudiantes pueden mover las figuras que se les presenta y el Dragging test pueden verificar las propiedades de las figuras.

A continuación, se presenta una tabla que contiene los propósitos de cada situación, los cuales se espera que se cumplan a cabalidad durante el desarrollo, además se da a conocer el tiempo previsto para la implementación de cada una de las situaciones.

Secuencia Didáctica “Max”	
Propósito: Aproximar a la noción de semejanza de triángulos	Tiempo: 4 horas
Situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”	
Propósito: completar una tabla donde se busca que el estudiante relacione el nombre de la parte del cuerpo de Max y la figura correspondiente, explore el medio e identifique características similares entre las figuras.	Tiempo: 60 minutos
Situación 2 “La reducción y ampliación de Max”	
Propósito: construir a Max haciendo uso de las figuras que se le presentan donde el estudiante mire aspectos de la semejanza como la dirección, la variación de tamaño más no de forma y la proporción entre lados.	Tiempo: 60 minutos
Situación 2.1 “Max y su réplica”	
Propósito: sobreponer las partes de Max en las de su réplica, donde el estudiante mire que los lados de las partes de Max son proporcionales a las de su réplica y que todos tienen un factor de multiplicación 2.	Tiempo: 40 minutos
Situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”	
Propósito: sobreponer las partes de Max en las de su réplica más grande, donde el estudiante mire que los lados de las partes de Max son proporcionales a las de su réplica más grande y que todos tienen un factor de multiplicación 3.	Tiempo: 40 minutos
Situación 3 “Max y su primo”	
Propósito: sobreponer las partes del primo de Max en la réplica de él, donde el estudiante mire que los lados no son proporcionales y a partir de ello y de lo que hizo en las situaciones anteriores, realice inferencias que le permita argumentar qué características debe cumplir una figura respecto a otra para que sean semejantes.	Tiempo: 40 minutos

Tabla 1. Propósito de situaciones que componen la Secuencia Didáctica

Cada una de las situaciones que componen la SD, están diseñadas de manera individual haciendo uso de la vista gráfica que ofrece GeoGebra. Este tipo de vista es la que permite hacer construcciones con el ratón y luego modificarlas de forma dinámica.

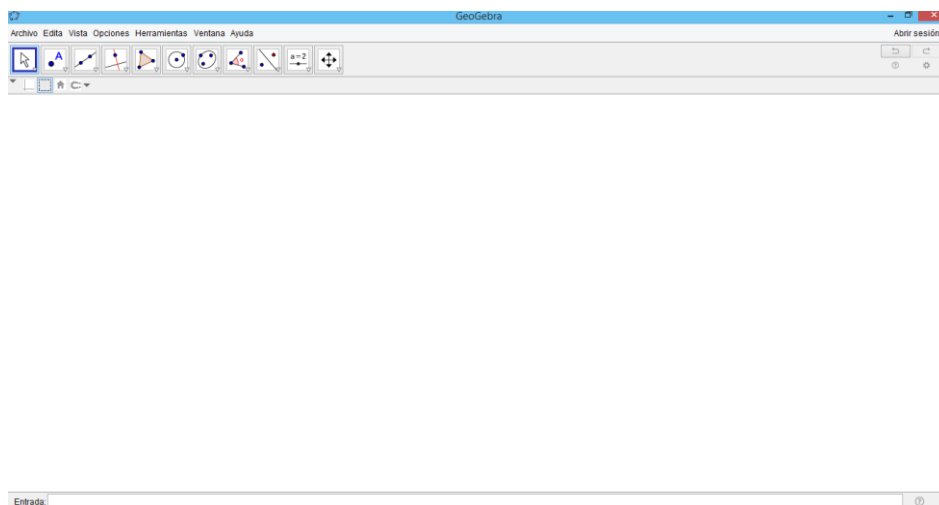


Ilustración 14. Vista gráfica de GeoGebra

Además, en algunas situaciones se presenta un personaje llamado Max, quien es un lobo que le habla al estudiante por medio de consignas en una nube, para pedirle ayuda con tareas o darle indicaciones a seguir en la actividad. En otras situaciones, Max no aparece completo o no aparece, sin embargo, se muestra la nube por medio de la cual él habla.

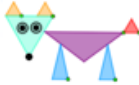
Como es importante tener un soporte de lo que observa el estudiante, de sus interpretaciones y conjeturas, se le presenta una hoja del estudiante donde puede registrar los procedimientos y las respuestas de cada una de las preguntas que ahí se hacen con el fin de dirigirlo a tener una aproximación a la noción de semejanza de triángulos.

A continuación, se presenta la hoja del estudiante, donde se disponen las preguntas correspondientes a cada situación de la SD. Aquí se espera que el estudiante responda solamente la o las preguntas de la situación que va terminando.



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

MAX



SITUACION 1. Ayudando a Max a clasificar sus partes

- Según tu clasificación, argumenta: ¿Por qué crees que te quedó correcta o incorrecta?

SITUACION 2. La reducción y ampliación de Max

- ¿Qué tuviste que hacer para armar a Max y por qué?

- ¿Qué diferencias y similitudes hay entre el Max que armaste y el Max que está en la foto?

2.1. Max y su réplica

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica respectivamente?

2.2. La réplica más grande de Max

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica más grande respectivamente?

SITUACION 3. Max y su primo

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Zafiro en los lados de la réplica de Max respectivamente?

- ¿Será Zafiro similar a Max? ¿Por qué?

¡Éxitos!

Ilustración 15. Hoja del estudiante de la Secuencia Didáctica “Max”

En general, la SD se divide en tres situaciones, la primera es clasificar unas figuras en una tabla, la segunda armar un lobo y medir los lados de unas figuras con otras, donde hay medidas exactas y la tercera medir los lados de unas figuras con otras, donde no hay medidas exactas.

Estas situaciones permiten guiar al estudiante de tercer grado de primaria, a construir paso a paso unos conocimientos y al mismo tiempo reconocer algunas propiedades y características que cumplen las figuras semejantes.

La secuencia de estas situaciones permite al estudiante, visualizar una serie de comportamientos que ocurren cuando se realiza el tratamiento o comparación entre figuras, relacionados con las propiedades de las figuras semejantes, identificando mediante el arrastre los movimientos que describen dichas figuras y las propiedades invariables que se mantienen.

Un aspecto relevante en la implementación de estas situaciones es que los estudiantes no necesariamente deben saber manejar el software Geogebra debido a que en el desarrollo de las situaciones sólo se hace uso de la herramienta arrastre, la cual se convierte en un medio de reconocimiento y verificación de las propiedades geométricas de un dibujo dinámico.

Lo que se espera de estas situaciones mediadas por el uso de un software dinámico, en este caso Geogebra, es que los estudiantes puedan identificar en la pantalla del computador las propiedades que cumplen las figuras, ya que en un ambiente de lápiz y papel, la posibilidad de arrastrar las figuras y visualizar su desplazamiento no es posible, por ser solamente una característica de geometría dinámica.

Ahora bien, con la realización de las situaciones se espera que los alumnos utilicen el conocimiento en la acción, que formulen sus conjeturas y que puedan argumentar.

3.1. Situación 1. “Ayudando a Max a clasificar sus partes”

Esta primera situación es una situación de acción debido a que los estudiantes establecen una relación directa a través del arrastre de figuras.

En esta situación se les presenta a los estudiantes un lobo formado por triángulos de diferentes colores que le habla al estudiante por medio de una consigna en una nube, además, una tabla donde se encuentran 5 columnas con los nombres de cada parte del cuerpo del lobo llamado Max y por fuera de la ella, diferentes figuras (triángulos) que corresponde a dichas partes. Aquí la consigna es clasificar esas figuras en la columna que corresponde, en donde el estudiante establece una relación entre figura, parte del cuerpo que representa la figura y su nombre.

SITUACIÓN 1. Ayudando a Max a clasificar sus partes

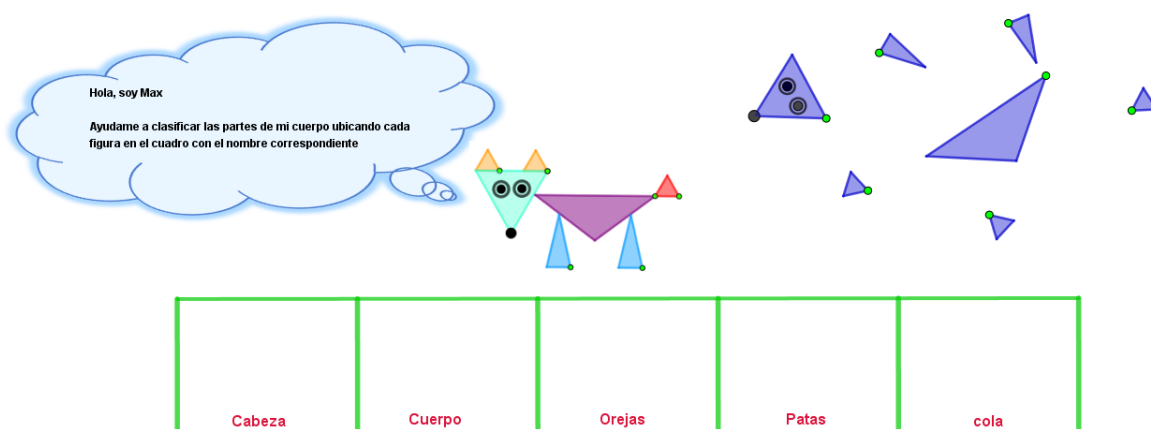


Ilustración 16. Configuración de la pantalla en la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”

La tabla que se le presenta al estudiante es de una sola fila y se divide en 5 columnas que tienen en su interior el nombre de una parte del lobo, pero suficiente espacio para que quepa la parte del cuerpo que le corresponde, está diseñada mediante segmentos fijos y se le han ocultado y fijado todos los puntos que la componen para que no se pueda mover. Los nombres de las partes que se encuentran en cada columna, el lobo, la nube y el texto de consigna, también están fijas con el mismo fin.

Los triángulos que pueden clasificar en la tabla son diseñados por medio de construcciones con el fin de que no se deformen al moverlos, dos de los puntos de los vértices de cada figura se ocultan y se deja solo uno visible de color verde, con el cual el estudiante tiene la posibilidad de cambiar la dirección a la figura y, además, todos los triángulos se dejan de un único color, con lo que se pretende evitar que el estudiante cree una falsa idea de que la semejanza tiene que ver con el color de las figuras.

El estudiante podría comenzar leyendo la consigna para saber que debe hacer, luego continuar con una exploración de las figuras, la estrategia que puede utilizar es observar el lobo para comparar las partes que lo componen con las figuras, ya al observar cual es similar a cada parte del lobo podrá identificar donde va cada figura y arrastrarla al cuadro que cree es correcto.

Después de que el estudiante haya puesto todas las figuras dentro de la tabla, de manera inmediata habrá una retroacción donde aparece una imagen en la pantalla con las respuestas correctas, aparece cada figura en el lugar que le corresponde, ellos podrán comparar sus respuestas con las de la imagen y buscar razones del por qué les quedó correcta o incorrecta su respuesta. Además, analizar que existe una similitud entre las figuras en cuanto a su forma, más no su dirección, color y tamaño.

En general, en esta situación los estudiantes a través del arrastre pueden observar en la figuras aspectos variantes como el cambio de dirección e invariantes como la conservación de la forma. Además, al estar las figuras de un mismo color permitirá trabajar hacia la erradicación de la falsa concepción en cuanto a que las figuras son semejantes por su color.

SITUACIÓN 1. Ayudando a Max a clasificar sus partes

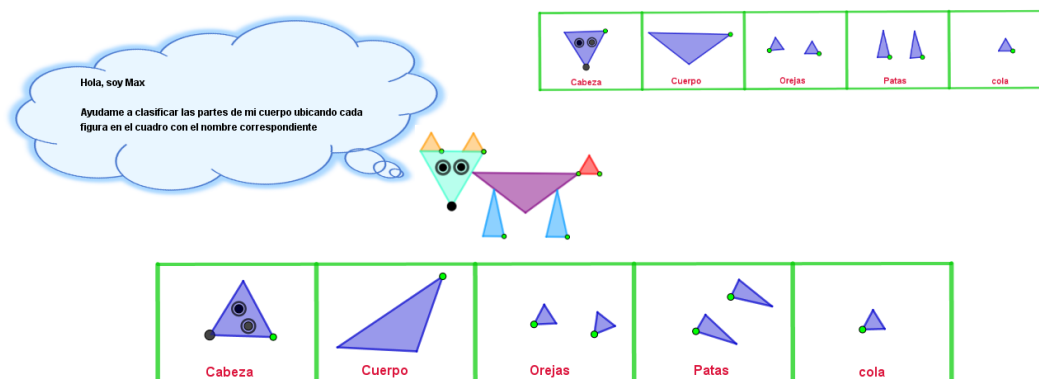


Ilustración 17. Configuración de la pantalla en la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes” en el momento de la retroacción

A continuación, se presenta una tabla donde se describe el tipo de situación, la intención del medio, la regla de juego y la estrategia ganadora de la situación 1.

Situación 1“Ayudando a Max a clasificar sus partes”	
Tipo de situación	Situación de acción
Consigna	Hola, soy Max

	Ayúdame a clasificar las partes de mi cuerpo ubicando cada figura en el cuadro con el nombre correspondiente
Intención del medio	La opción de arrastre sin que las figuras se deformen y conserven sus propiedades y la opción de cambio de dirección de la figura por medio de un punto
Regla de juego	El estudiante arrastre las figuras hacia dentro de la tabla para hacer la clasificación
Estrategia ganadora	Que el estudiante ubique correctamente las figuras en la tabla considerando observar el lobo para comparar las partes que lo componen con las figuras que puede arrastrar.

Tabla 2. Análisis a priori de la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”

Para esta situación en la hoja del estudiante hay una pregunta que dirige al estudiante a llegar a analizar aspectos relacionados con las figuras semejantes, además de conocer cómo funciona el medio.

La pregunta es:

- Según tu clasificación, argumenta: ¿Por qué crees que te quedó correcta o incorrecta?

Posibles respuestas

El estudiante puede responder que su clasificación le quedó correcta porque pudo identificar qué figura correspondía a la parte del lobo y porque moviendo la figura con el punto se puede ver que una es la misma que la otra, pero estaban en diferente dirección y diferente tamaño; o que les quedó incorrecta porque no logró identificar qué figura correspondía al lobo y porque pensaron que como las figuras estaban en diferente sentido y diferente tamaño, no eran similares.

3.2. Situación 2

La SD continúa con una situación de formulación debido a que los estudiantes deben realizar conjeturas con relación a aspectos que caracterizan la semejanza de triángulos.

Situación 2 “La reducción y ampliación de Max”

En esta situación se le presenta a los estudiantes la pantalla dividida en dos partes, donde un lado se muestra con un fondo blanco y la imagen de un lobo que se encuentra enmarcada por un rectángulo de color azul, el lobo está formado por triángulos de diferentes colores construido sobre una cuadrícula visible para que los estudiantes puedan guiarse al resolver la tarea. Aquí, Max le habla al estudiante por medio de una consigna en una nube, donde le pone una especie de reto para obtener una sorpresa. Además, todos los elementos anteriormente mencionados se encuentran fijos para que el estudiante no pueda modificar el tamaño y posición.

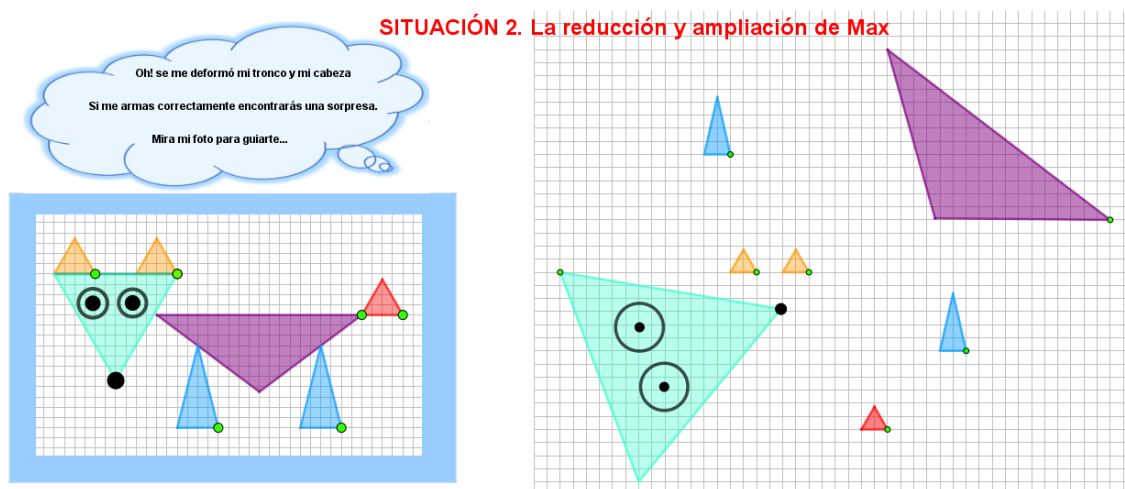


Ilustración 18. Configuración de la pantalla en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”

En el otro lado de la pantalla se deja visible la cuadrícula para que el estudiante pueda guiarse en la construcción y conjeturar a cerca de la relación que hay entre las figuras que

están sobre la cuadrícula en la que se encuentra el lobo de la imagen y las figuras que se presentan para armar a Max, las cuales se encuentran en diferentes posiciones y dirección.

Las orejas se encuentran fijas con el fin de que el estudiante las tome como apoyo para la construcción y no pueda construir a Max en otra parte de la pantalla, pues el medio está configurado para que la sorpresa aparezca solamente si se arma correctamente a Max en ese lugar, además, tanto las orejas como las patas y la cola fueron construidas con medidas fijas a diferencia de la cabeza y el cuerpo. También, se ocultaron los puntos de dos vértices de cada triángulo y solo se dejó visible el punto de color verde de un solo vértice, con el cual el estudiante puede cambiar la dirección a las figuras.

El estudiante al mover los puntos de color verde de la cabeza y el cuerpo de Max podrá ampliarlas o reducir las según lo requiera, cambiando así su tamaño, además de poder cambiarle la dirección. Estos puntos fueron programados para que se muevan por todos los vértices de los cuadros de la cuadrícula con la intención que el estudiante pueda trabajar con números naturales.

El estudiante podría comenzar leyendo la consigna para saber que debe hacer, luego continuar explorando las figuras para armar y luego formular conjeturas para la construcción de Max, la estrategia que puede utilizar es contar los cuadros que ocupan las figuras que se encuentran con medida fija y relacionarlo con los cuadros que ocupan las partes del lobo de la imagen, tomando como base las orejas que ya se encuentran ubicadas. Al observar que la construcción es una réplica con medida más pequeña que la de la imagen el estudiante terminará construyendo el lobo.

Después de que el estudiante haya puesto todas las figuras con las medidas y posición correcta, habrá una retroacción donde aparece una imagen en la pantalla (Ilustración 19) la cual hace referencia a que la construcción quedó bien y que el estudiante encontró la sorpresa que buscaba.

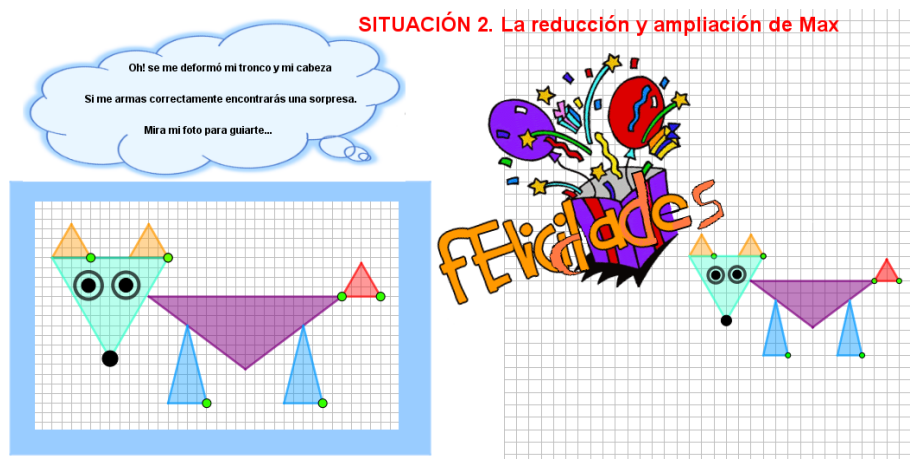


Ilustración 19. Configuración de la pantalla en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max” en el momento de la retroacción.

En general, en esta situación los estudiantes haciendo uso del arrastre pueden observar la invariancia de las figuras en cuanto a su tamaño pero no de su forma, es decir, el medio les muestra que a pesar de que amplíen o reduzcan las figuras estas no se deforman.

También, al presentar figuras estáticas se obliga al estudiante a reducir o ampliar las figuras para poder dar solución a la actividad, además de buscar la manera de que las figuras cumplan con una proporcionalidad entre sus lados, lo último, mediante la incitación al estudiante de obtener una sorpresa que lleva al estudiante a conjeturar acerca de cómo conseguirla. En este caso, dicha sorpresa se constituye en una retroacción del medio que permite al estudiante validar sus acciones y formulaciones.

A continuación, se presenta una tabla donde se describe el tipo de situación, la intención del medio, la regla de juego y la estrategia ganadora de la situación 2.

Situación 2 “Reducción y ampliación de Max”	
Tipo de situación	Situación de formulación
Consigna	Oh! Se me deforma mi tronco y mi cabeza Si me armas correctamente encontrarás una sorpresa. Mira mi foto para guiarte.

Intención del medio	La opción de arrastre, la opción de ampliar y reducir algunas figuras y la opción de cambio de dirección de las figuras.
Regla de juego	Que el estudiante arme la réplica de Max considerando encontrar el tamaño correcto de la cabeza y cuerpo.
Estrategia ganadora	Que el estudiante cuente los cuadros que ocupan las figuras que se encuentran con medida fija y las relacionen con los cuadros que ocupan las partes de lobo de la imagen, tomando como base las orejas que ya se encuentran ubicadas.

Tabla 3. Análisis a priori de la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”

Para esta situación en la hoja del estudiante hay dos preguntas que dirigen al estudiante a llegar formular conjeturas.

Las preguntas son:

¿Qué tuviste que hacer para armar a Max y por qué?

Posibles respuestas

El estudiante podría responder que contó los cuadros que ocupan las orejas y las patas de la imagen de Max y las relacionó con los cuadros que ocupan las partes fijas que se encuentran en la cuadrícula para armar la réplica de Max, que la réplica es más pequeña que el de la imagen (dos cuadros menos).

¿Qué diferencias y similitudes hay entre el Max que armaste y el que está en la foto?

Posibles respuestas

La diferencia que existe entre los dos es que uno es más pequeño que el otro

Las similitudes son que tienen el mismo color en las partes que se corresponden y tienen la misma forma.

Situación 2.1 “Max y su réplica”

En esta situación se representa a los estudiantes una réplica de Max que ha sido ampliada con un factor de multiplicación 2, la capa de los colores es más clara para que se le facilite la observación a los estudiantes a la hora de superponer las figuras y encontrar cuantas veces está el lado de una figura en el lado de la otra.

Se presentan tres figuras que son: la cabeza, una pata y el cuerpo, cada una con un color diferente en los segmentos de los lados que la componen y estos colores son correspondientes a los colores que tienen los segmentos de los lados de la réplica de Max, estas figuras tienen medidas fijas por lo que el estudiante puede arrastrarlas sin que pierdan su forma ni tamaño y con un punto verde que se deja en uno de sus vértices pueden cambiar su dirección.

Además, se presenta la nube azul donde se plasma la consigna de la situación, donde Max pide al estudiante que superponga cada figura sobre la parte correspondiente en la réplica haciendo coincidir los lados del mismo color e identifique cuantas veces está cada lado de la figura en la otra.

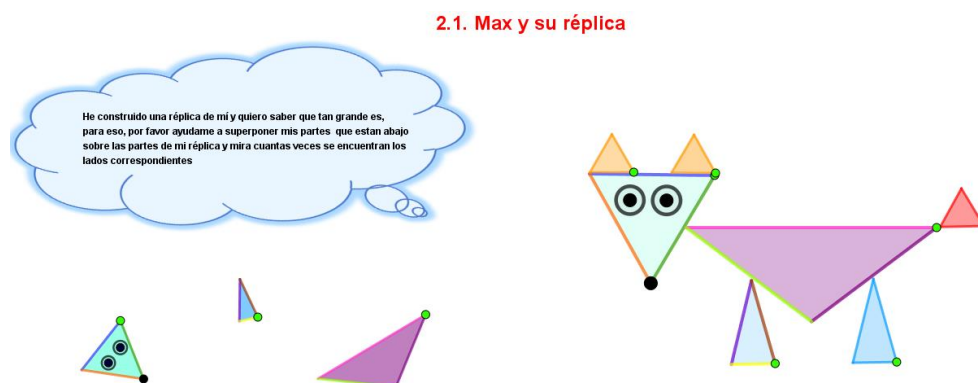


Ilustración 20. Configuración de la pantalla en la situación 2.1 “Max y su réplica”

El estudiante podría comenzar leyendo la consigna, continuar arrastrando las figuras hacia la réplica de Max sobreponiéndolas en las partes correspondientes, la estrategia que puede utilizar es cambiar la dirección de las figuras y hacer coincidir los lados que tienen el

segmento del mismo color y así medir cuantas veces está uno en el otro, ya al observar que sus lados caben exactamente 2 veces encontraran que guardan una razón de factor 2.

En general, en esta situación los estudiantes a través del arrastre y la superposición de figuras pueden observar aspectos como el cambio de dirección y conservación de la forma entre las figuras, pero además pueden determinar la razón que guardan sus lados. En este caso, el medio les permite verificar aquellas formulaciones o conjeturas que crean con la información que obtienen a primera vista, sin su manipulación.

Además, al presentar una figura de menor tamaño y otra de mayor tamaño pero con una razón entre sus lados determinada, donde con los lados de la menor se puede medir los lados de la mayor de manera exacta, los estudiantes pueden observar que al ambas tener la misma forma, una sería la ampliación de la otra, por tanto existe una relación entre ellas (proporcionalidad).

A continuación, se presenta una tabla donde se describe el tipo de situación, la intención del medio, la regla de juego y la estrategia ganadora de la situación 2.1.

Situación 2.1 “Max y su réplica”	
Tipo de situación	Situación de formulación
Consigna	He construido una réplica de mí y quiero saber que tan grande es, para eso, por favor ayúdame a superponer mis partes que están abajo sobre las partes de mi réplica y mira cuantas veces se encuentran los lados correspondientes
Intención del medio	Que el estudiante pueda arrastrar y cambiar la dirección a las figuras
Regla de juego	El estudiante arrastre las figuras sobreponiéndolas sobre la réplica en las partes correspondientes para hacer la comparación
Estrategia ganadora	Que el estudiante cambie la dirección de las figuras y haga coincidir los lados que tienen el segmento del mismo color y mida cuantas veces está uno en el otro.

Tabla 4. Análisis a priori de la situación 2.1 “Max y su réplica”

Para esta situación en la hoja del estudiante hay una pregunta que dirige al estudiante a plantear su interpretación acerca de lo que halló al desarrollar la situación.

La pregunta es:

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica respectivamente?

Posibles respuestas

Que el estudiante responda que los lados de las partes de Max se encuentran dos veces en los lados de las partes de su réplica.

Situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”

En esta situación se presenta a los estudiantes una réplica de Max que ha sido ampliada con un factor de multiplicación 3, al igual que en la situación 2.1 la capa de los colores es más clara para que se les facilite la observación a los estudiantes a la hora de superponer las figuras y encontrar cuantas veces está el lado de una figura en el lado de la otra.

También se presenta la cabeza, una pata y el cuerpo, cada una con un color diferente en los segmentos de los lados que la componen y estos colores son correspondientes a los colores que tienen los segmentos de los lados de la réplica de Max, estas figuras tienen medidas fijas por lo que el estudiante puede arrastrarlas sin que pierdan su forma ni tamaño y con un punto verde que se deja en uno de sus vértices pueden cambiar su dirección.

Además, se presenta la nube azul que muestra la consiga donde Max pide al estudiante que le ayude a saber que tan grande es la réplica. Aquí se espera que el estudiante haga el mismo procedimiento que en la situación anterior con el fin de ir creando una relación de una situación con la otra, como si se hablara de un patrón.



Ilustración 21. Configuración de la pantalla en la situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”

El estudiante podría comenzar leyendo la consigna, continuar arrastrando las figuras hacia la réplica de Max sobreponiéndolas en las partes correspondientes, la estrategia que puede utilizar es cambiar la dirección de las figuras y hacer coincidir los lados que tienen el segmento del mismo color y así medir cuantas veces está uno en el otro, ya al observar que sus lados caben exactamente 3 veces encontraran que guardan una razón de factor 3. Por tanto, sus lados son proporcionales.

En general, esta situación maneja la misma dinámica que la anterior con la diferencia de que la figura de mayor tamaño ya no tiene una razón 2 sino 3, por lo cual los estudiantes podrían reforzar esos conocimientos que han ido construyendo, pero en adicción, les permite observar que entre más grande la figura, mayor es el número de veces que cabe una en la otra, pero siempre caben de manera exacta.

Lo anterior, podría conducir a los estudiantes a inferir que el hecho de que las figuras tengan la misma forma y los lados de una quepan siempre exactamente en los lados de la otra, hace que las figuras sean semejantes a pesar de tener diferente tamaño.

A continuación, se presenta una tabla donde se describe el tipo de situación, la intención del medio, la regla de juego y la estrategia ganadora de la situación 2.2.

Situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”	
Tipo de situación	Situación de formulación
Consigna	Ahora, he construido mi réplica más grande. Sé bueno y ayúdame a saber que tan grande es
Intención del medio	Que el estudiante pueda arrastrar y cambiar la dirección a las figuras
Regla de juego	El estudiante arrastre las figuras sobreponiéndolas sobre la réplica en las partes correspondientes para hacer la comparación
Estrategia ganadora	Que el estudiante cambie el sentido de las figuras y haga coincidir los lados que tienen el segmento del mismo color y mida cuantas veces está uno en el otro.

Tabla 5. Análisis a priori de la situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”

Para esta situación en la hoja del estudiante hay una pregunta que dirige al estudiante a plantear su interpretación acerca de lo que halló al desarrollar la situación.

La pregunta es:

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica más grande respectivamente?

Posibles respuestas

Que el estudiante responda que los lados de las partes de Max se encuentran tres veces en los lados de las partes de su réplica más grande.

3.3. Situación 3. “Max y su primo”

Esta tercera situación es una situación de validación, donde se recoge lo que el estudiante aprendió en las situaciones anteriores, por lo que en esta situación se quiere llevar al estudiante a realizar inferencias sobre qué características debe cumplir una figura respecto a otra para que sean semejantes.

En esta situación se presenta a los estudiantes una réplica de Max que ha sido ampliada con un factor de multiplicación 2 y sus partes tienen los mismos colores de las partes de Max, además, unas figuras triangulares que pertenecen a su primo, con lados no proporcionales a los lados de la réplica de Max y la nube por medio de la cual Max le pide ayuda al estudiante para realizar una tarea. Aquí la consigna es comparar las figuras triangulares que se presentan con las de la réplica, en donde se espera que los estudiantes hagan lo mismo que con la anterior situación (superponer las figuras y comparar los lados) y se den cuenta en que no son proporcionales, además, establezcan una relación de transitividad entre Max, su réplica y su primo para decir que Max no es similar a su primo.



Ilustración 22. Configuración de la pantalla en la situación 3 “Max y su primo”

La réplica que se le presenta al estudiante está compuesta por triángulos fijos por lo que no se pueden arrastrar, sus lados tienen segmentos de diferentes colores que resaltan y un vértice de cada triángulo posee un punto verde estático que sirve de guía.

Las partes del primo de Max que se presentan son triángulos de lados no proporcionales a los lados de la réplica de Max, sin embargo, tienen el mismo color y sus lados tienen segmentos de colores iguales al de la réplica en las figuras que se corresponden. Son diseñados por medio de construcciones para que a la hora de arrastrarlos no se deformen o pierdan sus propiedades, en cada uno de ellos se ha dejado un punto verde visible que permite al estudiante cambiar su dirección y así poder hacer una mejor comparación.

El estudiante podría comenzar leyendo la consigna, continuar arrastrando las figuras hacia la réplica de Max sobreponiéndolas en las partes correspondientes, la estrategia que puede utilizar es cambiar la dirección de las figuras y hacer coincidir los lados que tienen el segmento del mismo color y así medir cuantas veces está uno en el otro, ya al observar que sus lados no caben un número exacto de veces (como pasaba en la situación anterior) podría deducir que las partes del primo de Max no son similares a las de la réplica y que como no son similares a la réplica entonces no son similares a las de Max.

En general, en esta situación los estudiantes a través del arrastre y la superposición de figuras pueden observar aspectos variantes como la dirección y el tamaño de las figuras, además, aspectos que en este caso también varían pero que en las anteriores situaciones se habían visto como aspectos que no debían hacerlo, como lo son la forma y la proporcionalidad entre los lados de las figuras.

Lo anterior, podría conducir a los estudiantes a inferir que el hecho de que en esta situación no se cumplan las condiciones que se venían cumpliendo en las anteriores situaciones, entonces las figuras no guardan una relación y por tanto no son semejantes.

Ahora bien, esta situación puede servir para que los estudiantes validen su conocimiento y rechacen o refuten lo que crean que sea un contraejemplo de lo que han construido, argumentando sus ideas o aseveraciones de acuerdo a ello.

A continuación, se presenta una tabla donde se describe el tipo de situación, la intención del medio, la regla de juego y la estrategia ganadora de la situación 3.

Situación 3“Max y su primo”	
Tipo de situación	Situación de validación
Consigna	Las partes que se encuentran abajo son de mi primo zafiro. Ayúdame a compararlas con mi réplica para saber si Zafiro es similar a mí
Intención del medio	Que el estudiante pueda arrastrar y cambiar la dirección a las figuras
Regla de juego	El estudiante arrastre las figuras sobreponiéndolas sobre la réplica en las partes correspondientes para hacer la comparación
Estrategia ganadora	Que el estudiante cambie la dirección de las figuras y haga coincidir los lados que tienen el segmento del mismo color y mida cuantas veces está uno en el otro.

Tabla 6. Análisis a priori de la situación 3 “Max y su primo”

Para esta situación en la hoja del estudiante hay dos preguntas que dirigen al estudiante a plantear sus interpretaciones acerca de qué condiciones debe cumplir una figura para ser semejante a otra.

Las preguntas son:

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Zafiro en los lados de la réplica de Max respectivamente?

Posibles respuestas

El estudiante podría dar como respuesta que las partes de Zafiro no se encuentran de manera exacta en los lados de las partes de la réplica de Max como había pasado en la situación anterior; o que caben una parte y un pedacito o que sobra un pedacito.

- ¿Será Zafiro similar a Max? ¿Por qué?

Posibles respuestas

Pueden dar como respuesta de que no son similares por que las figuras son diferentes en su forma debido a que sus lados no caben exactamente un mismo número de veces.

De esta manera, finaliza el análisis a priori de la Secuencia Didáctica, donde se hizo énfasis en los aspectos fundamentales de las situaciones que la componen.

Este análisis da cuenta de la intención con la que se diseñó cada situación y el propósito que se quiere lograr con su implementación, además de mostrar el tipo de situación, la consigna, la intención del medio, la regla de juego y la estrategia ganadora.

Finalmente se presenta la fase de Institucionalización, la cual se llevará a cabo al culminar cada situación. Para ello, el docente hará una retroalimentación apoyándose en la situación vista, por último, hará unas preguntas sencillas de la situación con el ánimo de escuchar a los estudiantes sobre lo que aprendieron y observar si es necesario aclarar algo que será indispensable para el desarrollo de las próximas actividades, terminando así la fase.

4. CAPÍTULO IV: ANÁLISIS A POSTERIORI

En este capítulo se hace una descripción del contexto de experimentación, se da cuenta de aquellos resultados obtenidos durante la puesta en acto de la secuencia didáctica y las consideraciones finales del análisis a posteriori.

La realización del análisis a posteriori o evaluación de la secuencia didáctica, toma en consideración información obtenida durante la aplicación, mediante registros fotográficos y fílmicos, notas de campo y registros escritos por los estudiantes (hoja del estudiante). Los registros fílmicos y fotográficos se realizaron de tal manera que una cámara filmara el grupo completo, otra fuera móvil y abarcara el trabajo de los estudiantes de manera individual y otra obtuviera fotografías.

4.1. Descripción del contexto de experimentación

La fase de experimentación de la secuencia didáctica se llevó a cabo con un grupo de estudiantes de grado tercero de básica primaria de la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra sede Nariño Unido, ubicada en el barrio Villa del sur de Santander de Quilichao. Es una institución educativa de carácter mixto que maneja dos jornadas, donde en las horas de la mañana asisten los grados de transición a segundo y en las horas de la tarde los grados de tercero a quinto.

La sede Nariño Unido fue seleccionada porque las dos investigadoras hacen sus prácticas allí apoyando a los docentes del área de matemáticas de diferentes grados de escolaridad, lo cual facilitaba la obtención de un permiso para la aplicación de las situaciones y además porque se aprovechó el conocimiento que tienen las investigadoras del contexto, el conocimiento que tienen sobre el poco interés y las pocas horas asignadas al trabajo en geometría.

La sede en la cual se desarrolló la experiencia cuenta con una sala de sistemas que consta de 18 computadores de los cuales dos estaban en mal estado, ninguno tenía acceso a internet por lo que previamente se tuvo que instalar GeoGebra portable y abrir los applets, además, cuenta con un video beam, pero no tiene tablero.

El grado tercero que participó en la experimentación fue escogido al azar entre los dos que hacen parte de la Institución Educativa, éste lo integran 22 estudiantes, sin embargo, la muestra de carácter no probabilístico que se empleó en el estudio fue de 18 estudiantes entre ellos 7 niñas y 11 niños con edades promedio de 7 a 8, de estrato socioeconómico 1 y 2. Ahora, la razón por la cual la muestra fue de 18 estudiantes es porque tan solo se trabajó la Secuencia Didáctica con los estudiantes que asistieron a clase el día de la aplicación

A la hora de la aplicación de la SD, 14 estudiantes trabajaron de manera individual y 4 estudiantes en 2 parejas debido a la falta de computadores en buen estado.

Los estudiantes que participaron en la aplicación de la secuencia didáctica han trabajado en sus clases habituales de geometría, algunas figuras geométricas planas (cuadrado, rectángulo, círculo y triángulo), las partes que las componen y algunas propiedades generales. De igual manera, han tenido manejo, aunque poco de computadores en programas de dibujo como Paint y uso de aplicaciones didácticas.

Ahora bien, los conocimientos anteriormente mencionados se constituyen en elementos importantes para el análisis de la secuencia.

La puesta en acto de esta SD se realizó en una sesión de clases, con un tiempo de dos horas y cuarenta minutos, esto no estaba previsto en el análisis a priori pues se tenía estipulado un tiempo total de 4 horas (240 minutos), pero este tiempo (160 minutos) fue suficiente para la realización total de la aplicación, pues los estudiantes requirieron menor tiempo en cada situación, tal y como se relaciona en la siguiente tabla:

Secuencia Didáctica: “Max”	
Situación	Tiempo
Situación 1. “Ayudando a Max a clasificar sus partes”	40 minutos
Situación 2. “La reducción y ampliación de Max”	45 minutos
Situación 2.1. “Max y su réplica”	25 minutos
Situación 2.2. “Una réplica más grande de Max”	20 minutos
Situación 3. “Max y su primo”	30 minutos

Tabla 7. Tiempos de experimentación de la Secuencia Didáctica: “Max”

Análisis de los resultados

En la secuencia didáctica se espera que el estudiante tenga una aproximación a la noción de semejanza a partir de una exploración en GeoGebra, sin exigir una rigurosidad en la escritura por parte del estudiante al plantear sus argumentos y/o conjeturas. Durante los análisis en los protocolos de los videos presentados se nombra al estudiante con la letra E y al docente con la letra D.

4.2. Análisis a posteriori de la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”

La experimentación de esta primera situación presenta la relación inicial entre los estudiantes y la docente, donde se inicia la gestión didáctica con la presentación de las dos docentes a cargo de la investigación dando las respectivas indicaciones de la forma en que se va a trabajar. En seguida, se proyecta la situación 1 con el video beam y se pide a los estudiantes ubicarse en la misma, con ello se inicia la lectura de la consigna para empezar el trabajo.

El propósito de la docente era que los estudiantes pasaran de una situación a otra solo al terminar la actividad, luego de responder las preguntas correspondientes a la situación en la hoja del estudiante y hacer la institucionalización, pero al ver que algunos estudiantes se anticipaban se tomó la decisión de que la docente antes de institucionalizar se aseguraría que todos hubiesen registrado su respuesta y luego indicaría el momento de pasar a la siguiente situación de la SD.

La situación 1 pretende que los estudiantes exploren el entorno y se familiaricen con GeoGebra, que empiecen reconociendo aspectos relacionados a la semejanza de triángulos mediante la visualización, además, los estudiantes interactúen con el medio y reconozcan las potencialidades que les ofrece, logren determinar lo que pueden arrastrar y cambiar de dirección, pero también cómo lo pueden lograr.

En este orden de ideas, según la TSD de Brousseau, los estudiantes durante esta exploración del medio, que en este caso fue el software Geogebra, se presentan una situación de acción puesto que mediante la opción de arrastre los estudiantes lograban llevar a cabo la

ejecución de las tareas, tales como cambiar en algunos casos la dirección de las figuras mediante el arrastre del punto verde y clasificar las figuras triangulares, de acuerdo a características comunes. En cuanto a la consigna se logró la interpretación deseada, debido a que los estudiantes comprendieron por sí mismos lo que debían desarrollar.

Esta primera situación “Ayudando a Max a clasificar sus partes” consiste en que los estudiantes clasifiquen las partes de Max en una tabla. Aquí, los estudiantes empiezan leyendo la consigna y observando las figuras que se presentan en pantalla (partes de Max) y luego a decidir que figura corresponde a cada cuadro de la tabla.

En cuanto a las retroacciones del medio se observó que al inicio los estudiantes presentaron dificultades con las opciones de arrastre, esto se debe a que los estudiantes aun no dominaban con gran habilidad el uso de estas opciones, ya que se enfrentaban por primera vez al software. Dicha dificultad se presentó cuando los estudiantes no sabían cómo poner cada figura dentro de los cuadros, como se puede evidenciar en el siguiente dialogo.

Sin embargo, el arrastre les permitió a los estudiantes realizar la clasificación de la figuras al modificar la dirección de las mismas, lo que les sirvió para encontrar algunas relaciones entre las figuras, argumentando que sus formas eran iguales.

E₁: Profe no puedo

D: ¿Qué no puedes hacer?

E₁: Meter la figura

E₂: Yo tampoco profe

D: Deben arrastrar la figura con el mouse

E₁: No se arrastra

E₃: Yo si pude

D: ¿Qué tuviste que hacer para arrastrarla?

E₃: Hundir en la figura y mover el ratón

En el diálogo se puede observar, según lo que plantea Rabardel que los estudiantes se están viendo involucrados en un proceso de génesis instrumental, donde se evidencia el proceso de instrumentalización debido a que se están apropiando del artefacto (Geogebra) y sus propiedades y el proceso de instrumentación debido a que están en la construcción de un esquema de uso el cual es el arrastre.

Aunque los estudiantes ya habían trabajado con softwares didácticos, nunca habían usado uno que diera la opción de arrastre, pues los conocidos siempre eran manejados con botones. Por tanto, la docente teniendo en cuenta lo dicho por los estudiantes, socializa el esquema de uso referido a la manera de manipularlo y el nombre que recibe.

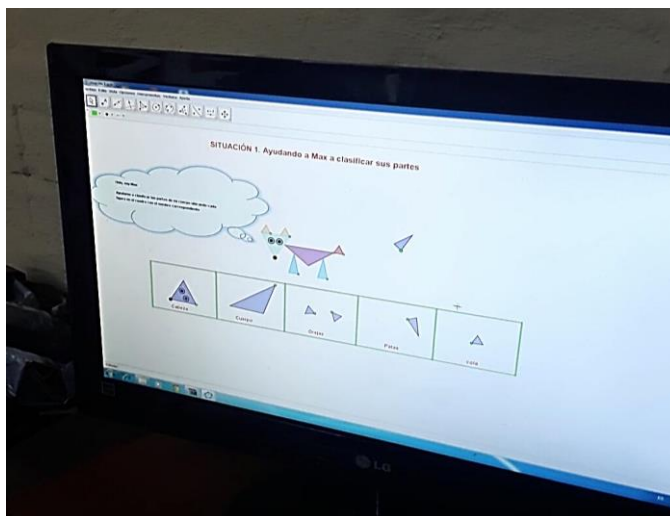


Ilustración 23. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 1 “Ayudando a Max a clasificar sus partes”

Durante la experimentación de esta situación los estudiantes utilizaron como estrategia para realizar la actividad, el observar el lobo para comparar las figuras que lo componen con las figuras presentadas y con ello empezaron a arrastrar las que consideraban pertenecían a cada cuadro, es decir, lo que fue previsto en el análisis a priori.

De lo anterior se puede concluir que las figuras forman un soporte intuitivo para que los estudiantes operen mentalmente y apunten a niveles visualización que los lleve a la construcción de conocimiento.

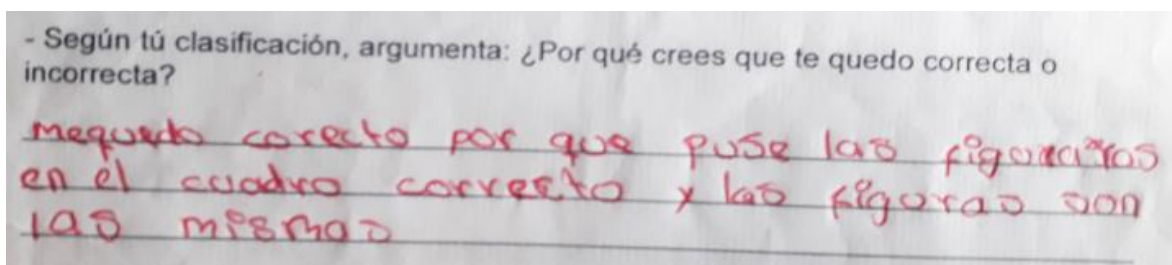
Cuando los estudiantes realizaron completamente la clasificación, en la pantalla les apareció una tabla con las respuestas correctas, con la que podían comparar lo que hicieron.

En cuanto a las acciones del estudiante en esta primera situación, donde se presentan las figuras triangulares en diferentes direcciones y desorganizadas, se pudo observar que los estudiantes hacen la clasificación de las mismas como se quería, puesto que clasifican las figuras debido a su forma similar a la de las figuras de base.

En sus registros en la hoja del estudiante se observó que todos respondieron afirmativamente a la pregunta, dando argumentos que muestran que identificaron en algunas figuras el cambio de dirección, que ven las figuras como iguales (forma) a pesar de tienen diferente tamaño, o simplemente al comparar con la tabla de respuesta observaron que habían clasificado bien las figuras por haber usado la imagen del lobo para guiarse.

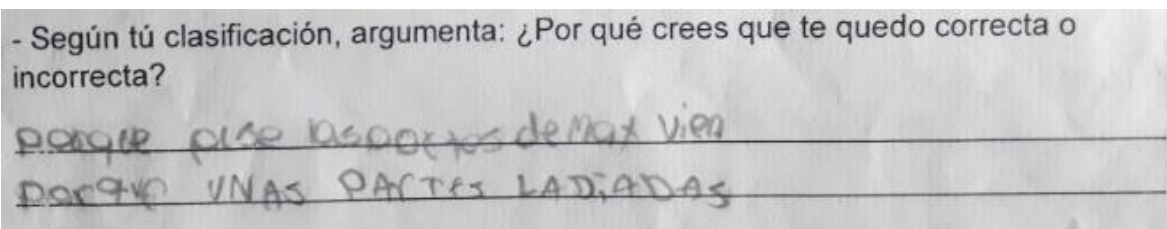
En este orden de ideas, las respuestas de los estudiantes respecto a si les quedó correcta o incorrecta su respuesta, fueron agrupadas en tres tipos de respuestas.

- En las repuestas tipo 1: están las respuestas en las que los estudiantes identifican figuras iguales.



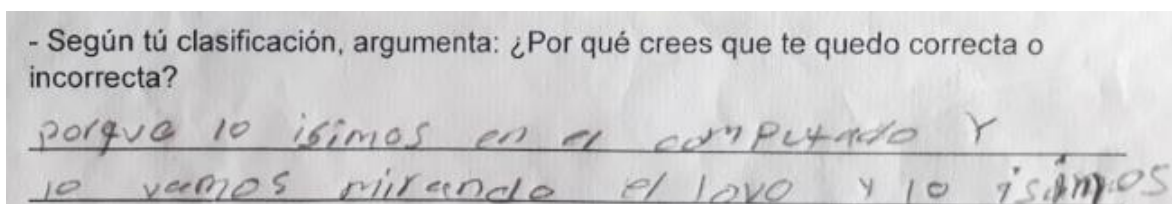
Este tipo de respuesta puede aludirse a que los estudiantes recurren en primera medida a su percepción visual, pues el movimiento mediante el arrastre o el cambio de dirección de las figuras favorece dicha percepción y brinda la posibilidad de identificar relaciones y propiedades de las figuras.

- En las respuestas tipo 2: están las respuestas donde los estudiantes brindan un argumento que incluye la dirección de las figuras.



De este tipo de respuesta se puede percibir que los estudiantes aluden a un proceso de abstracción, pues no recurren a tener en cuenta la posibilidad de cambiar la dirección a las figuras para poder determinar que son similares a las otras, sino que lo hacen mediante la operación mental.

- En la respuesta tipo 3: están las repuestas donde los estudiantes explicitan el uso del artefacto.



En este tipo de respuestas se puede percibir que el uso tanto del computador como del software posibilitó al estudiante tener una mayor visualización de los elementos constitutivos de las figuras para poder llegar a observar relaciones entre ellas y dar respuesta a lo planteado. Además, se evidencia, según Rabardel, el paso de un artefacto a un instrumento en manos de quien lo usa.

De los 18 estudiantes con los que se aplicó la SD, el 50% se pueden agrupar dentro de las respuestas tipo 1, el 16.6% tienen respuestas correspondientes a la respuesta tipo 2 y el 33.3% de las respuestas presentadas por los estudiantes está en las respuestas tipo 3.

Se evidencia en los estudiantes un nivel de observación de las características de las figuras presentadas, de manera que cada una de ellas es reconocida como una parte constitutiva de la imagen.

De lo anterior se puede concluir que gran parte de los estudiantes comparan las figuras según su primera impresión al observarlas, lo que se puede deber a la costumbre de trabajo con figuras estáticas. Sin embargo, se evidencia un cierto porcentaje de estudiantes que tienen

una intuición espacial mejor constituida y otros que recurren a lo que les ofrece el medio y aprovechan sus elementos para realizar inferencias.

Cuando algunos estudiantes tenían algunas partes del lobo clasificadas en la tabla, se les preguntó sobre qué habían tenido en cuenta para realizar la actividad, con sus respuestas se evidenció la exploración del medio y el reconocimiento de elementos tanto fijos como móviles que permitían o no realizar una acción. Los estudiantes identificaron que el punto de color verde de la figura está fijo en ella y tiene como función cambiar su dirección, además, identificaron la posibilidad de arrastrar las figuras.

D: ¿Qué tuviste en cuenta para clasificar estas partes? (señala en la pantalla)

E₁: Tuve que traer las figuras acá (señala la tabla)

D: Y ¿cómo lo hiciste?

E₁: Cogí la figura en el medio así (toma una figura (oreja) y la arrastra a la tabla en el cuadro correcto)

D: Y ¿cómo sabes que esa va ahí?

E₁: Porque está en el dibujo del lobo

D: ¿no importa que ésta figura (señala la oreja clasificada) este en otra dirección que ésta (señala la oreja en la imagen del lobo)?

E₁: No, porque con éste puntico se mueve (mueve el punto verde de la figura de manera repetitiva)

En el dialogo se evidencia que el estudiante mediante la exploración descubre funciones inherentes a los elementos que le ofrece el medio. Además, se ve reflejada la importancia de la gestión del docente a la hora de realizar preguntas que guían al estudiante a la construcción del saber y tener claro aspectos que va a necesitar más adelante durante el desarrollo de las actividades de la SD.

Sin embargo, un momento importante que se presentó durante esta situación de acción fue cuando un estudiante termina la clasificación de las partes y empieza a comparar, se le preguntó si su respuesta había sido correcta, a lo que responde de manera negativa aunque en realidad su respuesta estaba bien en la pantalla.

D: ¿Cómo te quedó tu respuesta? ¿Correcta o incorrecta?

E₁: Me quedó incorrecta

D: ¿Por qué dices que esta incorrecta?

E₁: Porque las mías están torcidas

D: Toma el punto verde e intenta poner la figura como la del cuadro de respuesta

E₁: (Toma el punto y pone la figura en la misma dirección que la del cuadro de respuesta)

D: ¿Qué pasó?

E₁: Sí las tengo bien, las otras también se pueden mover (cambia la dirección de otra figura)

D: Pero, ¿si dejas tus respuesta así está bien?

E₁: Sí, porque son los mismos triangulitos que están torcidos algunos

En este caso, lo que demuestra el estudiante, no es que no sabe, sino que más bien no analizó que las figuras del cuadro de respuesta se encontraban en la misma dirección que las partes que componían el lobo de la imagen, debido a que con el solo hecho de poner una figura en el mismo sentido que la del cuadro de respuesta, infiere que las demás también están clasificadas correctamente y al final el estudiante reconoce su respuesta como correcta a pesar de no cambiar el sentido de todas las figuras que clasificó.

Lo anterior muestra según Brousseau la importancia del papel de la docente, pues fue la encargada de guiar al estudiante hacia el conocimiento por intermedio del medio y de la situación que planificó.

Antes de continuar con la siguiente situación la docente proyecta en el video beam la situación 1 y continua con la institucionalización.

D: Bueno chicos, vamos a resolver la actividad juntos, miren la pantalla, ¿ésta figura en que parte de la tabla va? (Señala la figura de la cabeza)

*E*₁: Donde dice cabeza (responde en coro)

D: ¿Por qué?

*E*₁: Porque el triángulo tienes ojos

D: Esta figura en que parte va (señala la oreja)

*E*₁: ¡Es la oreja!

D: Huy que paso aquí (mueve la figura en diferente dirección), ¿qué pasa si muevo el punto verde?

*E*₂: Debe cogerla del centro

*E*₃: Se mueve para los lados

D: Esta figura donde va (señala una pata)

*E*₃: ¡Son las patas!

D: ¿Por qué esta figura se parece a las patas?

*E*₄: Porque son iguales al lobo que está arriba

D: ¿Por qué estas patas no pueden ser las orejas?

*E*₄: Porque las patas son más largas

*E*₅: Porque tienen diferente forma

D: ¿cuál de estas dos es la oreja? (señala las dos figuras iguales y luego deja el cursor en una sola)

*E*₁: Esa la que tiene ahí (figura donde está el cursor)

D: Y ¿esta no puede ser la oreja? (señala la otra figura)

*E*₁: ¡Si!

D: ¿Por qué?

E_3 : Porque tienen el mismo tamaño, la misma forma y el mismo color

E_2 : Porque tiene el mismo puntico en el mismo lado

D: Ahora, ¿ésta figura dónde va? (señala la figura de la pata que falta por clasificar)

E_6 : Es la pata

D: si yo muevo la figura de esta manera ¿sigue siendo la misma pata o cambia? (cambia de dirección a la figura)

E_1 : Si

E_3 : No cambian porque con el puntico se mueve

Aquí podemos observar que los estudiantes lo primero que identificaron fue los detalles o pistas, por ejemplo, los ojos y el tamaño de las figuras de acuerdo a las partes del lobo de la imagen, pero al seguir interrogándolos pudieron identificar las funciones de algunos elementos que le ofrece el medio para lograr descubrir propiedades variantes e invariantes en las figuras, que son primordiales para caracterizar la semejanza.

Así mismo, se analiza que los estudiantes hacen uso de la visualización y comparación entre las figuras y la imagen, con lo que logran determinar igualdades y diferencias entre figuras respecto a las formas y tamaños, además, identifican figuras semejantes sin importar el color y la dirección que se encuentre una u otra.

En cuanto a las devoluciones de la docente, se observa que en el momento de institucionalizar el saber se queda corta, pues a pesar de que a través de preguntas logra que los estudiantes verbalicen algunas características de las figuras semejantes, no realiza un cierre u organización de sus ideas expuestas que haga validas o refute sus afirmaciones, lo que podrían utilizar posteriormente para desarrollar otra situación.

Con lo anterior, se puede decir, que el objetivo de la Secuencia Didáctica se está cumpliendo, debido a que se cumplió el propósito de esta situación el cual era que los

estudiantes exploraran el medio e identificaran características similares entre las figuras. En este sentido, esto se puede evidenciar en el momento en que los estudiantes descubren de manera intuitiva que dos triángulos son semejantes si tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño o estar en la misma dirección o posición, como lo pudimos observar cuando los estudiantes podían cambiar de dirección una figura, sin embargo, ésta no se deformaba ni perdía sus propiedades.

4.3. Análisis a posteriori de la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”

Se inicia con la situación 2, donde al realizar la experimentación se tiene como propósito que los estudiantes miren aspectos de la semejanza como la dirección, la variación de tamaño más no de forma y la proporción entre lados.

De acuerdo a lo planteado por Brousseau en la TSD se presenta una situación de formulación, ya que en ella los estudiantes pueden desarrollar la situación formulando hipótesis que ellos crean necesarias para dar respuesta a las preguntas de la hoja del estudiante, donde, por la experiencia en la situación de acción, la forma y la posibilidad de cambio de dirección de las figuras, son cualidades importantes dentro de la secuencia.

Inicialmente los estudiantes empezaron a leer la consigna e interactuar con las figuras, a arrastrarlas y observar las que estaban fijas que en este caso eran las orejas, cuales no variaban el tamaño que en este caso eran las orejas, la cola y las patas, las que variaban su tamaño que en este caso eran la cabeza y el tronco, las que variaban su forma que en este caso ninguna lo hacía y cuales se les podía cambiar su dirección que en este caso eran todas excepto las orejas porque estaban fijas.

En el reconocimiento de las figuras con las que debían trabajar no se presentó ningún inconveniente, esto quiere decir que tenían claro que figuras debían mover y organizar para poder armar a Max, ya tenían identificado que figura representaba cada parte de su cuerpo.

La primera estrategia que algunos estudiantes realizaron fue acomodar la dirección de la cabeza y disminuirle su tamaño pero al querer arrastrar las orejas hacia la cabeza no pudieron realizarlo. El medio les muestra que no pueden armar a Max en cualquier parte de la pantalla

sino que deben hacerlo donde están las orejas. De esto se puede percibir que los estudiantes pudieron pensar que todas las partes se podían arrastrar como en la situación anterior.

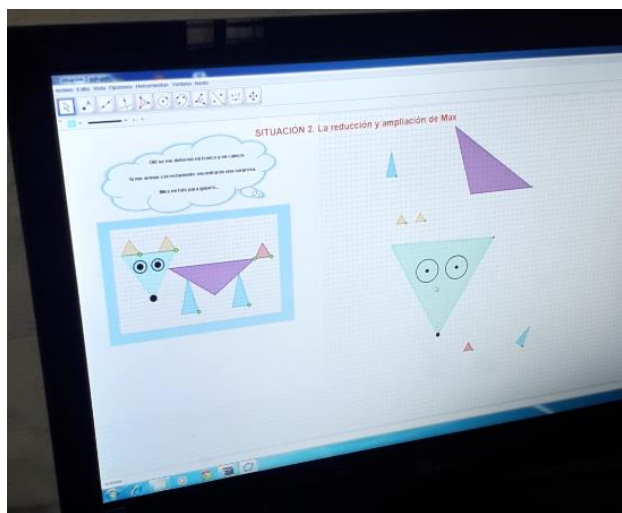


Ilustración 24. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”

A diferencia de los anteriores estudiantes, algunos utilizaron la estrategia de intentar mover las orejas por lo que al ver que no podían hacerlo decidieron arrastrar la cabeza para acomodarla en ellas y otros simplemente dedujeron que debían armar a Max en ese lugar porque las orejas estaban organizadas y de manera alineada frente al Max de la imagen, pero algunos empezaron acomodando la cabeza y otros el cuerpo.

Lo mencionado, muestra una retroacción del medio que obliga a los estudiantes a abandonar la estrategia que está utilizando y buscar nuevas estrategias para el desarrollo de la actividad.

En este caso, el arrastre les permitió a los estudiantes tomar como estrategia el hecho de arrastrar las figuras móviles hacia las fijas, lo que les sirvió para observar la necesidad de ampliar o reducir las figuras y encontrar algunas relaciones entre las figuras del lobo base y las figuras del lobo para armar, en cuanto a sus tamaños.

De lo anterior se puede concluir que las retroacciones que hace el medio, consecuencia de las acciones de los estudiantes constituyen una serie importante de interacciones entre el estudiante-medio que les permite apuntar a la apropiación del saber.

*E*₁: Profe eso no se mueve

D: ¿qué no se mueve?

*E*₁: Las orejitas

D: ¿ya exploraste con todas las partes?

*E*₁: No

D: intenta mover las otras partes a ver qué pasa

*E*₁: (Mueve la cabeza) ay, ésta si se deja

D: entonces ¿Qué debes hacer con esa parte?

*E*₁: Acomodarla

D: Pero ¿Dónde?

*E*₁: Aquí (arrastra la cabeza hacia las orejas), así como aquí en la foto (señala la cabeza de la imagen de Max)

En el diálogo anterior según Brousseau se evidencia la interacción docente-estudiante-medio, la cual destaca la importancia de la gestión del docente como guía, el rol del estudiante como el responsable de las acciones y el medio como encargado de las retroacciones, encaminadas al aprendizaje.

La mayoría de los estudiantes tomaron como estrategia empezar a acomodar la cabeza teniendo en cuenta las orejas y luego poniendo el cuerpo pegado a la cabeza, de ahí que sirviera de guía para poner las patas y la cola; y otros estudiantes empezaron poniendo el cuerpo cerca de las orejas dejando el espacio de la cabeza pero al acomodarla de acuerdo a

las orejas el cuerpo no quedaba pegado a la cabeza por lo que debían empezar a mover las otras partes.

D: ¿Cómo acomodaste la cabeza?

E₁: La puse de una esquina a una esquina (señala en la imagen el vértice inicial de una oreja y luego el vértice final de la otra) y acá quedaba de una esquina (señala el vértice inicial de la oreja del Max que estaba armando) y acá sobraba un pedazo (señala el vértice final de la otra oreja del Max que estaba armando) pero la puse más pequeña y la uní con la esquina.

En cuanto a las acciones del estudiante en esta segunda situación, se puede decir que el movimiento por el arrastre, el cambio de dirección de las figuras y su posibilidad de ampliación y reducción se constituyen en elementos que viabilizaron formas de formulación de conjeturas por parte de los estudiantes para buscar solución al problema planteado.

En los casos anteriores, los estudiantes indicaban que ya habían acabado, pero no les aparecía en pantalla la sorpresa (retroacción del medio) que indicaba que habían hecho bien la actividad, construyendo así un lobo no semejante al de la imagen (Ilustración 25), en este sentido, está claro que los estudiantes identificaban qué figura correspondía a cada parte de Max pero se limitaban a armarlo acomodando la dirección de las figuras y organizándolas en los lugares correspondientes, sin caer en cuenta que les faltaba poner correctamente el tamaño del cuerpo.

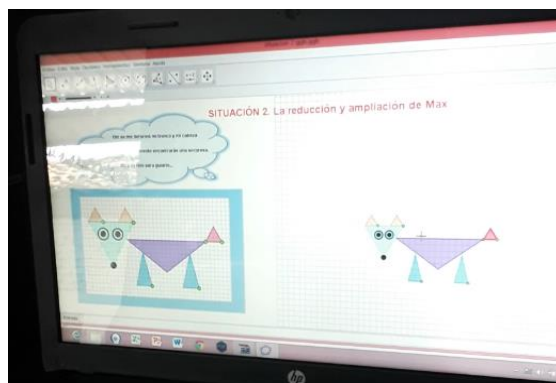


Ilustración 25. Construcción realizada por uno de los estudiantes donde el lobo no es semejante al de la imagen, en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”

Lo anterior puede haber pasado porque los estudiantes percibieron visualmente que las figuras guardaban la misma forma y solo hicieron un acercamiento al tamaño correcto, pues aún no habían hecho relaciones entre las figuras que les permitiera determinar la razón entre sus lados.

Según Brousseau, en este caso los estudiantes no han ido más allá de una fase de acción por lo que si no logran empezar a establecer relaciones que los lleve a la formulación de conjeturas, es necesario la intervención del docente como encargado de ejercer el poder indirecto de la gestión didáctica y ser el conocedor de la intención de la situación que planificó.

Al ver lo que estaba sucediendo la docente les pidió a los estudiantes que leyeran nuevamente la consigna y prestaran mucha atención en qué era lo que debían hacer, inmediatamente se dieron cuenta de que el cuerpo también estaba deforme y les faltaba modificar su tamaño. En este momento, todos empezaron a conjeturar acerca de cómo lograr la medida correcta del cuerpo.

Los estudiantes al buscar la solución al problema que se les presentaba utilizaron diferentes estrategias como las siguientes: empezar a reducir el tamaño del cuerpo por tanteo, utilizar sus dedos para medir las figuras y establecer relaciones entre figuras haciendo uso de la cuadrícula, esta última fue la única que se había previsto en el análisis a priori.

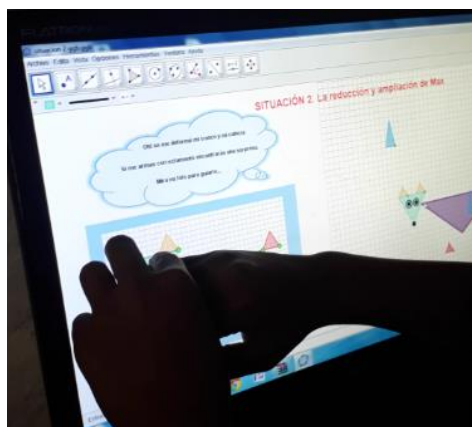


Ilustración 26. Estrategia de dos estudiantes diferentes en el momento de conjeturar acerca de cómo lograr la medida correcta del cuerpo del lobo, en la situación 2 “La reducción y ampliación de Max”

Las dos primeras estrategias mencionadas anteriormente pueden haber sido utilizadas por los estudiantes por la costumbre de trabajar habitualmente en ambientes no dinámicos como el de lápiz y papel donde requieren de elementos o materiales físicos para hacer mediciones o comparaciones entre magnitudes, sin embargo, estos no garantizan la exactitud de las medidas pues siempre existe un rango de error que no alcanza a ser percibido por la vista.

Y la última estrategia, muestra por parte de los estudiantes el aprovechamiento de los elementos que constituyen el medio para el establecimiento de relaciones que los dirige al planteamiento de una solución al problema y la adquisición de características fundamentales de la semejanza entre figuras, en este caso particularmente, triángulos.

En este caso, Geogebra se ve como un instrumento que provee elementos a los cuales pueden recurrir los estudiantes para desarrollar situaciones que involucren procesos de medición y relaciones entre magnitudes.

Al trascurrir el tiempo, un estudiante que utilizó la cuadrícula para poder armar a Max correctamente logra que aparezca la sorpresa con lo que el medio le está indicando que realizó bien la actividad, él estudiante lo manifestó en voz alta al igual que la manera de hacerlo “mire profe, ya terminé, tenía que contar los cuadritos” y el resto de estudiantes empezaron a realizar lo mismo.

Según Brousseau en este caso el estudiante se encuentra pasando por una fase de formulación, pues formula de manera explícita un mensaje destinado tanto a su docente como a sus pares, los cuales al entender el mensaje actúan sobre el medio con base en el contenido del mensaje con el fin de validar o no las aseveraciones hechas por su compañero.

De ahí que surja un momento importante de esta situación de formulación, cuando el estudiante realizó el proceso matemático para encontrar la relación que existe entre el número de cuadros que tiene un lado de una parte del Max de la imagen y el número de cuadros que tiene el lado correspondiente en el Max que debe armar, que en este caso el estudiante la interpretó como la diferencia (resta) entre el número de cuadros que tiene un lado de las partes de uno respecto al número de cuadros que tiene el lado correspondiente de las partes del otro; Por tanto, la docente tuvo que orientar al estudiante a la identificación de la razón.

*E*₁: Ya profe, ya lo hice

D: ¿Cómo lo hiciste?

*E*₁: Pues, acá (señala el cuerpo del Max que armó) conté los cuadros y lo fui poniendo unidos

D: y ¿Cuántos cuadritos pusiste ahí?

*E*₁: ¿Dónde, aquí? (señala el cuerpo del Max que armó)

D: Sí

*E*₁: Diez

D: ¿Por qué pusiste diez?

*E*₁: Los conté

D: Pero ¿qué hiciste para saber que eran diez?

*E*₁: No, yo no sabía si no que yo fui mermando nada más

D: ¿Qué pasa con las figuras de acá? (señala la imagen de Max)

*E*₁: Son más grandes

D: ¿Cuántos cuadros tiene el lado de acá (señala la imagen de Max), en el que tú contaste diez? ¿Ahí también hay diez?

*E*₁: No (cuenta en la imagen el número de cuadros que hay en el lado correspondiente al que tiene diez en el Max que armó), tiene veinte.

D: Entonces ¿Qué pasa ahí?

*E*₁: Le baja diez

D: Y en el resto de las partes que pasa

*E*₁: (Cuenta el número de cuadros del lado la pata de la imagen y luego el número de cuadros del lado correspondiente en la pata del Max que armó), en las patas hay cuatro y en la otra dos, entonces le baja dos

D: Entonces que pasa en todas las partes

E_1 : Le va bajando, en éste baja diez (señala el cuerpo del Max que armó), en éstas baja dos (señala las patas del Max que armó), y en ésta baja (cuenta los cuadros de la cabeza de la imagen y luego los del Max que armó) en ésta baja seis.

D: Pero con esto ¿qué podemos ver? ¿Qué tanto va bajando?

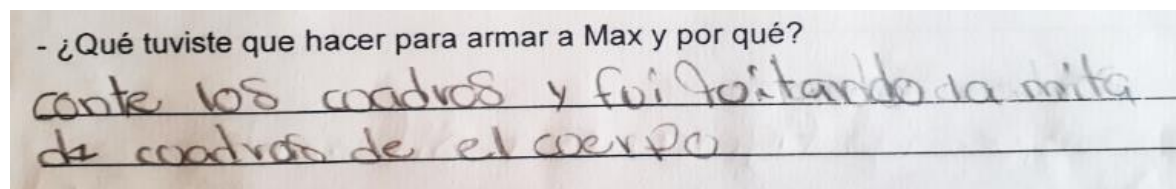
E_1 : Va bajando la mitad

D: Sí, con esto podemos decir que esté lado (señala un lado del cuerpo del Max que el estudiante armó) cabe exactamente 2 veces en el lado correspondiente del cuerpo del Max de la imagen, es decir en éste lado (señala en el cuerpo del Max de la imagen el lado correspondiente)

Del dialogo anterior se puede evidenciar que la docente realiza una intervención que orienta al estudiante a concluir que todas las partes de Max poseen un mismo factor de multiplicación, lo cual muestra que la docente juega un papel importante en la adquisición de conocimiento del estudiante. Sin embargo, al hacer las devoluciones se puede observar que la docente conduce al estudiante a un conocimiento meramente intuitivo.

Por otra parte, en los registros escritos donde los estudiantes expresan sus acciones de acuerdo a unas preguntas orientadoras, se observa que la estrategia que finalmente utilizaron para encontrar la medida correcta del cuerpo de Max fue hacer uso de la cuadrícula, haciendo explícito en lenguaje natural el proceso matemático que llevaron a cabo para lograrlo al igual que la manera de hacerlo o los elementos que utilizaron.

Las respuestas de los estudiantes respecto a lo que tuvieron que hacer para armar a Max son de un solo tipo, pues la totalidad de los estudiantes identifican una correspondencia 2:1 en las figuras comparadas, como se puede observar en las siguientes respuestas:



- ¿Qué tuviste que hacer para armar a Max y por qué?
conte los cuadros y fui bajando la mitad
de cuadros de el cuerpo

- ¿Qué tuviste que hacer para armar a Max y por qué?

MAX es grande y el que esta
de figura da tal que contar
en la mitad del grande

- ¿Qué tuviste que hacer para armar a Max y por qué?

por que en primer y todas partes de cuerpo
y lo conte los cuavitos y lo en primer de
lamita corta y

De este tipo de respuestas se puede percibir que los estudiantes tuvieron en cuenta las dimensiones de las figuras para observar lo que variaba en ellas, descubriendo la disminución proporcional en el tamaño de sus lados además de su factor de multiplicación.

De lo anterior se puede concluir, que la posibilidad que ofrece Geogebra de ampliar y reducir las figuras sin que se deformaran, es decir, sin que perdieran sus propiedades, aporta a los estudiantes una manera dinámica de ver varias figuras de igual forma en distintos momento, lo que les permite ampliar la capacidad de abstracción de propiedades inherentes a la semejanza.

También, se evidencia la identificación de aspectos muy importantes en la caracterización de figuras semejantes, como la diferencia de tamaño más no de forma.

Ahora, las respuestas de los estudiantes respecto a las diferencias y similitudes que encontraron, fueron agrupadas en tres tipos de respuesta.

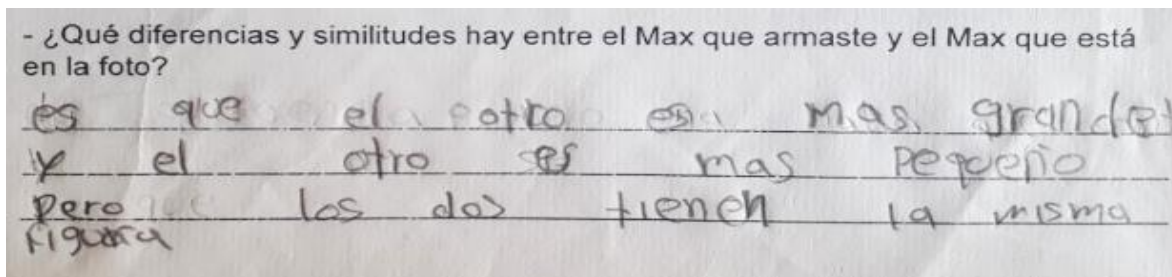
- En la respuesta tipo 1: están las respuestas en las que los estudiantes muestran explícitamente características físicas y dimensionales de las figuras con la utilización de sustantivos

- ¿Qué diferencias y similitudes hay entre el Max que armaste y el Max que está en la foto?

tienen la misma forma
tienen diferente tamaño

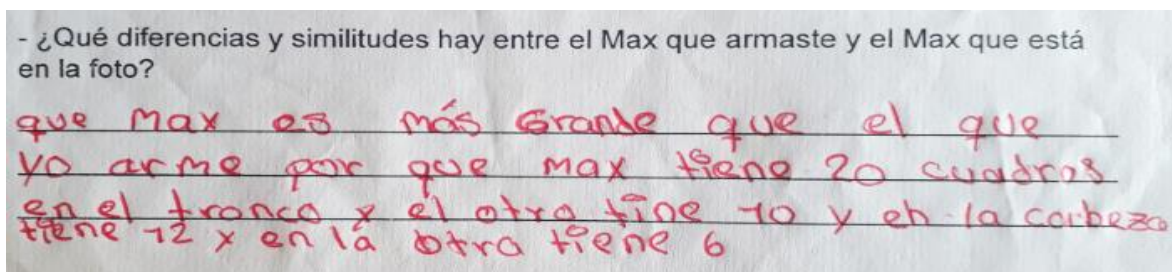
En este tipo de respuestas se percibe que los estudiantes identifican dos características fundamentales de la semejanza pero lo expresan con palabras puntuales de un vocabulario que no es manejado habitualmente en niños y niñas de su edad, lo que al final puede servir al estudiante para construir una definición más académica de la noción de semejanza.

- En las respuestas tipo 2: están las respuestas donde las características dimensionales se presentan como adjetivos y las características físicas como sustantivos.



En este tipo de respuestas se observa al igual que en las respuestas tipo 1 la identificación por parte de los estudiantes de características de la semejanza, con la diferencia de que manejan un vocabulario más bien calificativo, lo que evidencia una forma de expresar argumentos de manera más coloquial.

- En las respuestas tipo 3: se encuentran las respuestas que aluden a una comparación numérica y una descripción más detallada de las partes comparadas.



En este tipo de respuestas se percibe el intento de los estudiantes por realizar relaciones de manera numérica, aunque realiza una combinación con el lenguaje natural. Además, al igual que los tipos de respuesta 1 y 2, explicita las diferencias entre figuras en términos de características.

De los 18 estudiantes con los que se aplicó el diseño, el 22.2% hacen parte de las respuestas tipo 1, el 50% pertenecen a las respuestas tipo 2, el 11.1% están en las respuestas

tipo 3 y el 16.6% restantes no dieron respuestas coherentes a la pregunta planteada, lo que puede suceder por falta de comprensión de la pregunta o la falta de concentración de los estudiantes.

Se evidencia en los estudiantes un mayor nivel de utilización de lenguaje calificativo al dar argumentos.

De lo anterior se puede concluir que gran parte de los estudiantes poseen poco vocabulario formal concerniente al área de matemáticas, lo que se puede deber al tipo de discurso presentado por los docentes en las clases habituales.

En cuanto al propósito de esta primera actividad que compone la situación de formulación se puede decir que se cumplió a cabalidad, pues éste consistía en que los estudiantes miraran aspectos de la semejanza como la dirección, la variación de tamaño más no de forma y la proporcionalidad, lo que se evidencia en el tipo de respuestas que dan los estudiantes donde escriben de forma ya sea implícita o explícita el descubrimiento de propiedades de las figuras semejantes.

Luego de la docente cerciorarse que todos han terminado de responder las preguntas de la primera actividad de la situación de formulación, da paso a la siguiente.

4.4. Análisis a posteriori de la situación 2.1. “Max y su réplica”

Se continúa con la situación 2.1 la cual representa la segunda actividad de la situación de formulación de acuerdo con lo planteado por Brousseau en la TSD donde se tiene como propósito que el estudiante mire que los lados de las partes de Max son proporcionales a las de su réplica y que todos tienen un factor de multiplicación 2.

De acuerdo a lo planteado por Brousseau en la TSD, en esta situación se presenta una situación de formulación, ya que en ella los estudiantes pueden conjeturar a cerca de relaciones entre figuras semejantes a partir de la proporcionalidad para dar respuesta a la pregunta de la hoja del estudiante, donde por experiencia con la situación anterior, se reconoce la importancia de la comparación y la medición en el desarrollo de situaciones que implican la identificación de la razón.

Según Rabardel se observa un esquema de uso construido por los estudiantes al realizar la exploración del medio, al mover el punto verde que permite el cambio de dirección de las figuras o la ampliación y reducción de la misma si es el caso, pues los estudiantes recurren a los conocimientos que ya fueron trabajados en actividades anteriores como es hallar la razón entre segmentos.

Un caso importante que sucedió fue que un estudiante para realizar la comparación entre las partes que se presentaban de Max y las partes de su réplica, lo que utilizó como estrategia fue armar a Max en la vista grafica de Geogebra, así no pudiera hacerlo completamente porque le hacían falta partes, y utilizar un lápiz para tomar la medida de un lado de la parte de la réplica para luego sin perder la medida llevar el lápiz sobre la parte de Max.

De lo anterior se puede percibir que el estudiante pudo haber utilizado dicha estrategia debido a que en la actividad anterior no utilizó la superposición de figuras sino más bien una unidad de medida.

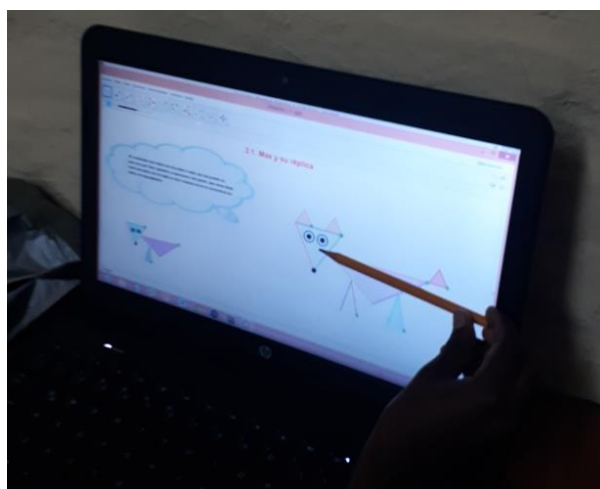


Ilustración 27. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 2.1 “Max y su réplica”

A otro estudiante se le presentó una dificultad para iniciar la actividad cuando no conocía o sabía lo que significaba la palabra “superponer”, para lo cual la docente intervino, indicándole cómo realizar el procedimiento correcto para aplicar la superposición y de esa forma, los estudiantes hicieron más uso del arrastre.

D: Superponer quiere decir que pones una cosa encima de otra

E_1 : A ya, ósea que pongo ésta encima de la grande (mueve la cabeza de Max hacia la de su réplica)

D: Sí, correcto

E_1 : Sí, se pone y no se tapa

El diálogo muestra la importancia del papel de la docente al orientar las acciones del estudiante para que este desarrolle y posteriormente aplique un esquema mental que según Rabardel puede usar para involucrarse en un proceso de génesis instrumental.

En cuanto a las acciones de los estudiantes se puede observar que estos formulan y establecen relaciones entre los lados de las partes de Max y los lados de las partes de su réplica, lo cual plasman informalmente en sus hojas del estudiante en lenguaje natural, es decir, ninguno presenta una notación matemática. Pero todos identifican que el factor de multiplicación que se maneja es 2.

Las respuestas de los estudiantes respecto a cuantas veces se encontraban los lados de una figura en la otra en esta situación, fueron agrupadas en dos tipos de respuesta:

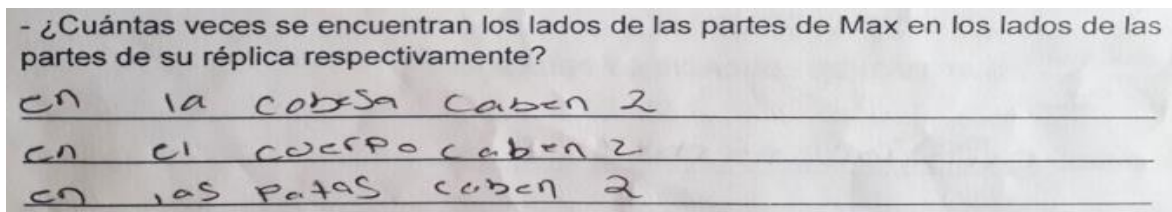
- En las respuestas tipo1: se encuentran las respuestas donde los estudiantes aluden a la medición de cada lado de las figuras.

2.1. Max y su réplica
- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica respectivamente?
en la cola 4 veces y en la cabeza 2 veces

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica respectivamente?
me caben 2 veces y en la otra la de
otros dos veces en la cabeza hay dos
en cada lado en las patas salen dos

En este tipo de respuestas se percibe que los estudiantes han realizado la medición de todos los lados de cada figura, sin embargo les cuesta trabajo expresar sus acciones de manera escrita, de forma organizada y coherente. Esto se puede deber al poco trabajo que implique la argumentación matemática en sus clases habituales.

- En las respuestas tipo 2: están las respuestas donde los estudiantes aparentan hacer la medición de las áreas de cada figura en vez de sus lados.



En este tipo de respuesta pareciera que los estudiantes hacen una medición del área de cada figura más no de sus lados, sin embargo, al corroborar las veces que cabe una figura en otra respecto a su área el resultado no es 2, por lo que se piensa que los estudiantes se refieren a cada lado de cada parte que nombran.

En este caso los estudiantes son más organizados al expresar sus respuestas de manera escrita, pues hacen un paralelo entre la parte del cuerpo y las veces que cabe cada lado de una figura en la otra, sin embargo, no lo hacen de manera específica.

De los 18 estudiantes con los que se aplicó la SD, el 33.3% dieron respuestas que se encuentran las respuestas tipo 1 y el 66.6% se pueden agrupar dentro de las respuestas tipo 2.

Se evidencia que una gran parte de estudiantes presentan falencias al describir de manera rigurosa y específica los elementos que sometió a medición y a que figuras pertenece, lo que puede haber pasado por el hecho de que en sus clases habituales no realizan procesos de medición por sí solos, sino que más bien, la o el docente les presenta las figuras ya construidas.

Además, se percibió que posiblemente el enunciado de la pregunta fue confuso para los estudiantes o la manera de preguntar fue muy técnica, debido a que comprendieron la

consigna y supieron que hacer para resolver la actividad, pero no supieron expresarlo de forma escrita de manera que se visibilizara sus acciones.

De lo anterior se puede concluir que sería viable que en esta situación las preguntas fueran más claras y con vocabulario menos técnico para un mejor entendimiento por parte de los estudiantes a cerca de lo que se le pide que realicen. También, se pueda plasmar de manera más específica una forma en la que los estudiantes visualicen mejor las relaciones entre los lados y de donde proviene el factor de multiplicación, como por ejemplo proponer a los estudiantes registrar sus comparaciones en la forma p sobre q , donde p representa el lado de mayor tamaño y q el lado de menor tamaño y su resultado represente la razón que guardan dichos lados.

$$\frac{\text{Valor del lado de mayor tamaño}}{\text{Valor del lado de menor tamaño}} = \text{Veces que un lado cabe en el otro}$$

Si se tiene en cuenta lo anterior, se puede decir que los estudiantes podrían lograr un acercamiento a la escritura formal y visualizar de manera más clara la proporcionalidad entre las magnitudes de las figuras que está comparando.

Ahora, en cuanto al propósito de ésta segunda actividad que compone la situación de formulación el cual era que el estudiante mirara que los lados de las partes de Max eran proporcionales a las de su réplica y que todos tenían un factor de multiplicación 2 se puede decir que se cumplió, pues durante la experimentación pudieron observar que los lado de la figura pequeña habían exactamente 2 veces en los lados correspondientes de la figura grande, encontrando así la razón o factor de multiplicación.

La docente observa que ya todos los estudiantes acabaron de realizar la actividad y les indica pasar a la siguiente.

4.5. Análisis a posteriori de la situación 2.2. “Una réplica más grande de Max”

Se prosigue con la situación 2.2, está al igual que la actividad anterior tiene como propósito que el estudiante mire que los lados de las partes de Max son proporcionales a las de su réplica más grande, pero en este caso ya el factor de multiplicación no es 2 sino 3.

Ahora bien, según lo planteado por Brousseau en la TSD, en esta situación también se presenta una situación de formulación, ya que en ella los estudiantes afianzan los conocimientos adquiridos de la anterior situación y formulan nuevas hipótesis a cerca de la relación entre el tamaño de las figuras y la razón de sus lados, pues mientras más alto sea el número de la razón de sus lados, más grande es la figura comparada.

En este momento, algunos estudiantes antes de detallar la actividad de manera inmediata exclaman “profe, es la misma”, por lo que la docente les pidió que primero leyeran la consigna y observaran bien lo que se les presentaba, con lo que rápidamente un estudiante intervino asegurando que la actividad era diferente.

E_1 : No, no es la misma, es diferente

D: ¿Por qué no es la misma?

E_1 : Porque aquí dice que es una réplica más grande (señala la nube donde está la consigna) y el lobo es más grande que en la otra.

En este caso se evidencia que los estudiantes recurren en primera instancia a un conocimiento previo, pero es la docente quien ejerce el papel de orientadora en la situación con el fin de que dicho conocimiento no se convierta en un obstáculo para los estudiantes.

Durante esta actividad los estudiantes tomaron como base lo que habían realizado en la actividad anterior por lo que fueron directamente a superponer las figuras que representaban las partes de Max sobre su réplica más grande. En este caso la estrategia utilizada por los estudiantes fue superponer las figuras y utilizar la punta del lápiz para demarcar sobre un lado de la más grande el lugar donde terminaba el lado correspondiente de la pequeña y poder contar exactamente cuántas veces cabía ese lado en el otro.

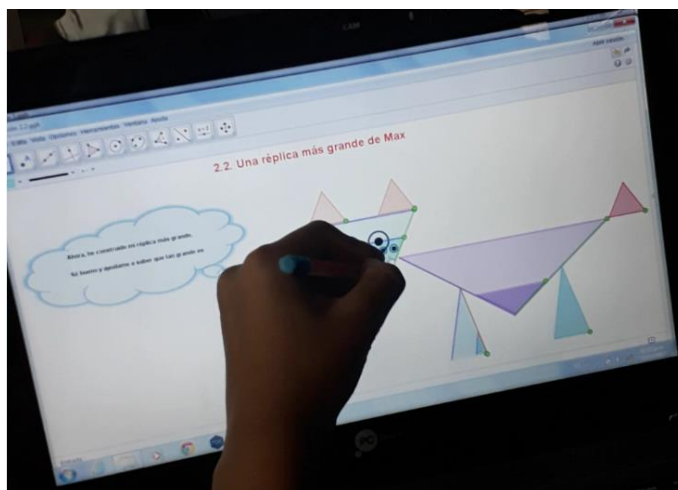


Ilustración 28. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 2.2 “Una réplica más grande de Max”

En cuanto a las acciones del estudiante en esta situación, se pudo observar que la estrategia utilizada para el desarrollo de la situación permitió a los estudiantes determinar que un lado de una parte de Max cabe exactamente 3 veces en el lado correspondiente en su réplica más grande, por tanto el factor de multiplicación que manejaron esta vez es el 3. Pero también permitió evidenciar con relación a lo que plantea Rabardel, la utilización de un esquema de uso construido, pues recurre a propiedades intrínsecas del medio que descubrió en unas situaciones anteriores como lo son el arrastre y la superposición de figuras.

De lo anterior se puede concluir que la superposición de figuras en ambientes dinámicos favorece la visualización y precepción de propiedades de las figuras, además permite extraer información que no es evidente ni se encuentra en los enunciados, abriendo al estudiante la posibilidad de explorar, indagar, anticipar, conjeturar, formular y validar acciones.

Las respuestas de los estudiantes respecto a cuantas veces se encontraban los lados de una figura en la otra, fueron agrupadas al igual que en la pregunta anterior en los mismos dos tipos de respuesta:

- La siguiente respuesta pertenece a las respuestas tipo 1, donde de los 18 estudiantes con los que se aplicó el diseño el 33.3% de las respuestas se ubicaron aquí.

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica más grande respectivamente?

en cada lado caben 3 beses

- Estas dos pertenecen a las respuestas tipo 2, donde de los 18 estudiantes con los que se aplicó el diseño el 66.6% de las respuesta fueron como éstas.

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica más grande respectivamente?

3 en la cabeza 3 en las patas y 3 en el tronco

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Max en los lados de las partes de su réplica más grande respectivamente?

en la cabeza 3 beses

en el cuerpo 3 beses

en las patas caben 3 beses

En este caso, se evidencia que los estudiantes dieron sus respuestas de la misma manera como dieron las respuestas de la pregunta anterior, lo que muestra que toman como base lo que realizaron con antelación sin corregir la falencia, pues creían que lo que estaban haciendo estaba correcto en su totalidad.

Para esta actividad también se sugiere hacer modificaciones en el planteamiento de la pregunta para que sea más clara para los estudiantes y con ello logren plasmar sus repuestas de manera más detallada y sean inducidos a utilizar una forma de escritura más formal dentro de un lenguaje matemático.

Con relación al propósito de ésta tercera actividad que compone la situación de formulación el cual era que el estudiante mirara que los lados de las partes de Max eran proporcionales a las de su réplica y que todos tenían un factor de multiplicación 3 se puede decir que se cumplió, pues al igual que en la actividad anterior lograron encontrar la razón o factor de multiplicación, aunque es de resaltar que los estudiantes lograron el resultado de manera más inmediata por el hecho de haber desarrollado la actividad anterior.

Con la culminación de la actividad 2.2 se cierra la situación de formulación, de ahí que la docente antes de continuar con la siguiente situación realice la institucionalización del saber construido durante las tres actividades que componían la situación 2.

D: Miren a la pantalla del video beam, ahora, vamos todos a ver qué fue lo que encontraron en las actividades que acabaron de hacer. Por ejemplo, en esta actividad que tenían que hacer (proyecta la situación 2)

E_1 : Armar el lobo

E_2 : Sí, teníamos que armar a Max

E_3 : Encontrar una sorpresa

D: Bueno, y ¿Cómo lo podían lograr? ¿Qué tuvieron que hacer?

E_4 : Contar los cuadritos en la mitad

D: ¿Cómo así?

E_4 : Pues contar los cuadritos en el grande y contar la mitad en el pequeño

D: Muy bien, ¿Qué más tuvieron que hacer?

E_1 : Cambiar de norte las figuras para que quedaran bien

E_5 : Girarlas y ponerlas pequeñas

D: Y ¿a todas se les podía cambiar el tamaño?

E_5 : No, solo la cabeza y el cuerpo

D: Bien, ¿Qué observaron cuando cambiaba el tamaño?

*E*₄: Nada, solo engrandecía o achiquitaba

*E*₆: Sí, pero las partes seguían igual

D: Es decir, que ¿si cambiaban el tamaño, la forma no cambiaba?

*E*₆: Eso, la forma no cambiaba, solo el tamaño.

D: Y ¿si cambiaban la dirección, cambiaba la forma o el tamaño?

*E*₅: Solo en la cabeza y el cuerpo cambiaba la dirección y el tamaño, pero la forma no

D: ¿en las otras?

*E*₅: Solo la dirección

D: Bueno, y en ésta (proyecta la situación 2.1) ¿qué encontraron?

*E*₇: encontramos el doble de Max

D: ¿Cómo así?

*E*₇: encontramos a Max grande, que media dos veces el pequeño

*E*₈: Profe cuando mediamos la cabeza pequeña en la grande, cabía dos veces todos los lados

D: ¿solo pasaba con la cabeza?

*E*₈: No, con las otras partes también

D: Y ¿en ésta? (proyecta la situación 2.2)

*E*₄: Lo mismo, solo que le cabían tres

*E*₈: Sí, cada lado cabía tres veces por eso Max era más grande que el que cabía dos veces

Con el diálogo anterior se puede evidenciar que lo primero que hicieron los estudiantes fue identificar qué se les pedía hacer con las figuras, luego plantean la estrategia que utilizaron para lograrlo, donde se observa el uso de la cuadrícula para conjeturar a cerca

de relaciones entre figuras semejantes. Además, se analiza que utilizaron la comparación de medidas entre lados correspondientes para lograr identificar factores de multiplicación.

También, se observa que al ser interrogados a cerca de aspectos encontrados durante la experimentación, los estudiantes dan cuenta de saberes construidos que caracterizan la semejanza, como lo son la igualdad de formas en figuras semejantes, lo cual implica lados proporcionales y la posibilidad de cambio de dirección y tamaño de las mismas.

En este sentido, según los planteamientos de Rabardel se evidencia que la mediación de un instrumento favorece el aprendizaje de los estudiantes en cuanto sea utilizado con una intención clara orientada por la docente.

Durante esta institucionalización de las situaciones de formulación, se puede observar que la docente hace una serie de preguntas con las que trata de guiar a los estudiantes a la construcción de un saber intuitivo a cerca de las características de los triángulos semejantes, sin embargo, las respuestas o aseveraciones de los estudiantes a esas preguntas no son aceptadas o rechazadas de manera argumentada por la docente, tampoco retomadas para finalmente hacer un resumen o cierre explicando los aspectos relacionados con la semejanza de triángulos que los estudiantes descubrieron durante la experimentación y están verbalizando en la institucionalización.

Además, se pudo observar que a partir de los conocimientos que los estudiantes manifestaban haber adquirido en cuanto a las veces que cabía exactamente un lado de una figura en el lado correspondiente en la otra figura, la docente pudo haber acercado a los estudiantes a la semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad a una manera más formal del conocimiento aunque se previó que fuera de manera intuitiva, pues los estudiantes en tercero de primaria ya se acercan al concepto de división, lo cual se hubiera podido utilizar para acercarlos al concepto de razón.

Con lo expresado, se puede decir que pese a no haberse realizado una buena institucionalización de los saberes puestos en juego durante las situaciones de formulación, el objetivo de la Secuencia Didáctica se sigue cumpliendo, pues se cumplieron los propósitos de las tres actividades que la componían, los cuales implicaban que los estudiantes miraran

aspectos de la semejanza como la dirección, la variación de tamaño más no de forma y la proporción entre lados, además de identificar factores de multiplicación implicados.

En este sentido, lo anterior se puede observar en el momento en que, primero, los estudiantes interactúan con el medio con el fin de poner las figuras en cierta dirección y variar el tamaño sin poder cambiar la forma a las figuras que lo requerían para resolver la actividad, segundo, descubren la forma de relacionar la cuadrícula de la imagen de Max con la cuadrícula de la pantalla en la que podían armarlo concluyendo que los cuadros de los lados de las partes del Max de la imagen era el doble de los cuadros del Max que debían armar y tercero, cuando los estudiantes comparan los lados de las figuras que guardan una proporción y descubren que en cada actividad los lados de una figura caben exactamente en los lados correspondientes a la otra por lo cual se manejaba un factor de multiplicación de acuerdo a la veces que un lado estaba en el otro.

4.6. Análisis a posteriori de la situación 3 “Max y su primo”

Se inicia la última situación siendo ésta de Validación de acuerdo con lo planteado por Brousseau en la TSD, donde el propósito es que los estudiantes miren la no proporcionalidad de lados correspondientes y a partir de ello y de lo que hizo en las situaciones anteriores, realice inferencias que le permita argumentar qué características debe cumplir una figura respecto a otra para que sean semejantes.

De acuerdo a lo planteado por Brousseau en la TSD se presenta una situación de formulación, ya que en ella los estudiantes pueden validar los conocimientos adquiridos en las situaciones anteriores, donde, por la experiencia en la situación de acción y formulación, la conservación de la forma, la posibilidad de cambio de dirección de las figuras, la ampliación o reducción del tamaño y la proporcionalidad entre los lados de las figuras, son aspectos importantes dentro de la secuencia que se utilizan para caracterizar las figuras semejante, particularmente los triángulos.

Esta situación comienza cuando la docente indica a los estudiantes que deben leer muy bien la consigna y tener en cuenta todo lo que habían hecho hasta el momento. Aquí los estudiantes inician leyendo y luego continúan utilizando estrategias que habían usado con anterioridad en otras situaciones para poder desarrollar la actividad. Además de recurrir a los esquemas de uso construidos.

Según Rabardel, lo anterior constituye una muestra del surgimiento de un instrumento, pues se forma de la utilización de un artefacto y los esquemas de uso resultantes de la interacción de los estudiantes con el artefacto.

En algunos casos, los estudiantes empezaron a utilizar como estrategia el superponer las partes de Zafiro sobre la réplica de Max y buscar la relación entre sus lados correspondientes (Ilustración 29), sin embargo, observaron que no guardaban una proporcionalidad por lo cual no encontraron un factor de multiplicación común.

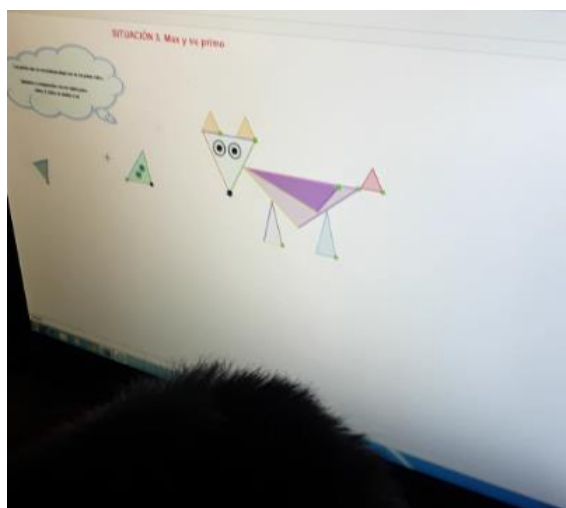


Ilustración 29. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 3 “Max y su primo”

Este tipo de estrategia alude a la utilización de conocimientos y esquemas ya construidos.

Otros estudiantes decidieron tratar de armar a Zafiro, aunque le hicieran falta algunas partes y mirar si se parecía o no a Max (Ilustración 30), con lo que a simple vista se dieron cuenta que no eran similares de forma. Luego, si no cumplían la característica de tener la

misma forma y guardar una proporción entre sus lados, entonces zafiro y Max no pueden ser semejantes.

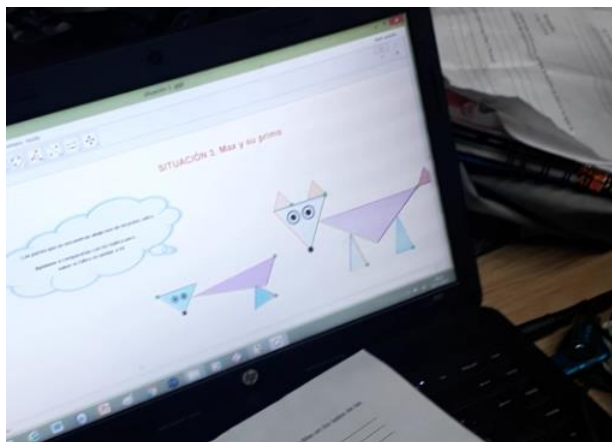


Ilustración 30. Estrategia de uno de los estudiantes en la situación 3 “Max y su primo”

En este caso, el armar a Zafiro implica que los estudiantes debieron cambiar la dirección a las figuras, arrastrarlas para unir las evidenciando la conservación de su forma y percibir visualmente la no proporcionalidad entre sus partes y las de Max.

Pero en este caso, a los estudiantes no les bastó con hacer una observación superficial de las figuras en la vista gráfica de Geogebra, sino que al encontrarse con la pregunta en la hoja del estudiante donde se les preguntaba cuántas veces cabía un lado de la parte de Zafiro en el lado correspondiente de la parte de Max, los estudiantes empezaron a superponer las figuras y ofrecer respuestas que plasmaron en registros escritos, que dan cuenta de la no proporcionalidad entre sus lados y la diferencia de forma.

En este sentido, la pregunta formulada por la docente se constituye en un elemento importante que orienta al estudiante a seguir la ruta intencionada hacia el aprendizaje.

En cuanto a las acciones de los estudiantes en esta última situación, donde se presentan las figuras triangulares con lados no proporcionales, se pudo observar que los estudiantes determinan que tales figuras no son similares a las que componen a Max debido a que tienen diferente forma y los lados de una no caben exactamente en los correspondientes en la otra, como se venía viendo en las situaciones anteriores.

Las respuestas de los estudiantes respecto a cuantas veces se encuentran los lados de una figura en otra, se agrupan en un solo tipo de respuestas, pues todos los estudiantes participantes en la aplicación del diseño ofrecen respuestas como las siguientes:

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Zafiro en los lados de la réplica de Max respectivamente?
no caben exactamente

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Zafiro en los lados de la réplica de Max respectivamente?
no cabe las partes nos son las
correas

- ¿Cuántas veces se encuentran los lados de las partes de Zafiro en los lados de la réplica de Max respectivamente?
no en caja en la cabeza tan poco en
el tronco y tampoco en las patas por
que no son iguales

En este tipo de respuesta se percibe que los estudiantes han tenido en cuenta las actividades anteriores, pues en esas los resultados daban un número natural exacto y en este caso no saben cómo expresar el resultado de la misma manera por lo que usan el lenguaje natural para explicar lo que pasó más no para dar un resultado numérico concreto.

También, plasman en sus respuestas la identificación de una falta de similitud entre Max y su primo, dando argumentos del porqué de sus respuestas, argumentos como la diferencia de formas por la falta de proporcionalidad entre sus lados. Además, muestran que hicieron uso de los conocimientos que habían adquirido en la experimentación de las situaciones anteriores para hacer inferencias sobre los aspectos que caracterizan las figuras semejantes y así poder dar una respuesta correcta a la pregunta “¿será Zafiro similar a Max? ¿Por qué?”.

Lo mencionado se evidencia en las siguientes respuestas, las cuales se agruparon en un solo tipo de respuestas donde el 100% de los estudiantes dieron argumentos similares a estos:

- ¿Será Zafiro similar a Max? ¿Por qué?
no por que no son iguales tampoco
en caja como la pregunta anterior

- ¿Será Zafiro similar a Max? ¿Por qué?
no son similares por que sus patas son dife
rentes

- ¿Será Zafiro similar a Max? ¿Por qué?
no son similares
porque el primo de Max
la data esta como el lobo lazo tlacacha
mas ancha

- ¿Será Zafiro similar a Max? ¿Por qué?
no son similares no tienen la misma forma
por que estos lados no caben aqui
en el lobo armado

Este tipo de respuesta muestra que los estudiantes observaron las figuras, las reconocieron, las caracterizaron y establecieron relaciones entre ellas que fueron fundamentales para establecer su similitud o no de unas con otras.

En este sentido, la validación se evidencia en el momento en que los estudiantes expresan el conocimiento, luego de haber hecho el análisis para determinar la no semejanza de las figuras a partir de lo trabajado en las situaciones anteriores. Es decir, en el momento en que expresan que las figuras no similares por el hecho de no cumplir las condiciones que se venían cumpliendo en las situaciones de acción y formulación.

Luego de un tiempo los estudiantes manifestaron haber acabado la actividad, por lo cual la docente revisó que cada estudiante hubiera dado respuesta hasta la última pregunta de

la hoja del estudiante, al asegurarse de ello, dio paso al momento de institucionalización donde los estudiantes no solo mostraron lo que hicieron en la situación 3 sino que también dieron un breve resumen de lo que aprendieron con la Secuencia Didáctica completa.

D: Bueno niños, así como hemos venido haciendo, vamos a compartir que fue lo que encontraron en esta situación (proyecta en el video beam la situación 3) así que ¿Qué paso en esta situación?

E_1 : Miramos los lados y no encajaban como en las preguntas de antes

E_2 : Las partes eran diferentes

E_3 : Los lados no cabían exactamente

E_1 : Max y Zafiro no eran similares porque tenían diferente forma

E_4 : Sí, el primo de Max tenía la pata gorda, el cuerpo largo y la cabeza ancha

D: Entonces ¿Qué condiciones deben cumplir las figuras para ser similares?

E_1 : Pues tener la misma forma y encajar exactamente en sus lados

D: ¿Será que dejan de ser similares si las figuras están en otra dirección y otro tamaño?

E_5 : No, porque si las acomodamos quedan igual

D: Muy bien, ahora me gustaría saber si se dieron cuenta con que figuras geométricas trabajamos todo el tiempo

E_6 : Triángulos

E_2 : Sí, todas las partes eran triángulos

D: Pues bueno, les cuento que durante toda la secuencia didáctica estuvimos aprendiendo sobre una noción matemática llamada semejanza de triángulos, eso quiere decir que estábamos descubriendo qué características deben cumplir dos triángulos para ser semejantes. Por tanto, como estuvimos viendo con las partes de Max que eran triángulos y las de su réplica que también lo eran, podemos decir que dos triángulos son semejantes si

tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño o estén en la misma dirección.

El dialogo muestra según Brousseau un momento de validación debido a que los estudiantes realizan afirmaciones que son sometidas a consideración por sus pares y sancionadas por los mismos, es decir, las aceptan o rechazan, pero también dan las razones de hacerlo.

Durante esta institucionalización de la situación de validación, se puede observar que la docente hace preguntas que orienta a los estudiantes a verbalizar los conocimientos adquiridos durante las situaciones para la construcción de un saber intuitivo a cerca de las características de los triángulos semejantes, esto a partir de la proporcionalidad.

En esta última institucionalización, a diferencia de las anteriores, la docente sí retoma las aseveraciones y respuestas de los estudiantes para hacer un cierre donde hace explícito el objeto matemático que se ponía en juego en el desarrollo de la Secuencia didáctica y que aspectos lo caracteriza.

Además, se puede observar que los estudiantes lo que realmente hicieron en la situación 3 fue recurrir a la estrategia utilizada en situaciones anteriores para identificar los aspectos que les permitían observar si existía o no una semejanza entre Max y su primo, validando así los conocimientos que habían construido durante la experimentación de la SD, además de hacerlo a partir de las posibilidades que le brinda Geogebra en el arrastre y la visualización a partir de la superposición de las figuras.

Así mismo, se analiza que los estudiantes al presentarles un contra ejemplo fueron capaces de hacer las interpretaciones pertinentes para argumentar por qué una figura no es similar a otra, argumentos donde se evidencia la identificación de condiciones que pueden cumplir dos figuras para ser semejantes, particularmente, condiciones que pueden cumplir dos triángulos para ser semejantes, como el hecho de poder encontrarse en cualquier dirección o tener cualquier tamaño pero siempre manteniendo la forma, por ende sus lados proporcionales.

Con lo anterior, se puede decir que el objetivo de la Secuencia Didáctica se cumplió a cabalidad, debido a que al igual que se cumplieron los propósitos respectivos de las situaciones de acción y formulación, se cumplió el objetivo de la situación validación.

En este sentido, esto se puede evidenciar en el momento en que los estudiantes argumentan el por qué Max y su primo no son similares y al ser interrogados acerca de qué condiciones deben cumplir las figuras para ser semejantes dan razones que demuestran que construyeron el conocimiento en cuestión, pues se nota que tienen claro que dos figuras, en particular dos triángulos son semejantes si tienen la misma forma sin importar que se encuentren en diferentes direcciones y tamaños.

Finalmente, después de dar por culminado el momento de la última institucionalización se les preguntó a los estudiantes qué les había parecido todo lo que habían experimentado, a lo que dieron respuestas muy positivas de manera eufórica, se notaban emocionados e interesados tanto en la SD como en el software. Los estudiantes manifestaron las ganas de volver a trabajar de la misma manera y el gusto por haber aprendido algo de manera divertida y llamativa, pero sobre todo haciendo uso del computador.

Lo anterior demuestra la acogida positiva que tuvo tanto el uso de artefactos en la clase de geometría como la dinámica para construir el conocimiento.

4.7. Consideraciones finales del análisis a posteriori.

Mediante la implementación de la secuencia didáctica mediada por Geogebra, se pudo mostrar a los estudiantes figuras dinámicas que podían ser manipuladas en la pantalla del computador, lo que permitió el cambio de dirección y tamaño de las mismas a través del arrastre; el diseño de las situaciones aseguró que las propiedades de las figuras se mantuvieran durante el arrastre, lo que permitió a los estudiantes visualizar y verbalizar las características que cumplen los triángulos para ser semejantes.

Se observó que los estudiantes pudieron manejar el software Geogebra de manera fluida y sin ninguna dificultad, pese a que nunca habían tenido un acercamiento u

exploración del mismo. Esto muestra, que Geogebra es un software de fácil acceso y manipulación que podría ser utilizado más a menudo en las clases.

La Secuencia Didáctica se dio debido a la construcción de applets en la vista gráfica que ofrece el software GeoGebra, al aplicar la secuencia se observó que funcionó sin inconvenientes, los estudiantes interactuaron con el medio y construyeron esquemas de uso.

Exponer las consignas de manera no instruccional sino más bien en forma de dialogo mostró que los estudiantes tuvieron mayor interés en realizar las actividades y mejor entendimiento en cuanto a lo que se les pedía hacer, además, al momento de explorar las figuras no surgió inconveniente alguno.

En la institucionalización y en las producciones escritas, los estudiantes presentaron un poco de manejo del lenguaje formal, sin embargo, con sus propias palabras, evidencian un reconocimiento de las características de las figuras semejantes.

La docente presento falencias a la hora institucionalizar el saber a partir de las respuestas de los estudiantes, en ocasiones no utilizó los conocimientos expuestos por los ellos, para realizar los cierres a cerca de los aspectos puestos en juego durante las situaciones.

Se puede decir que la aplicación de la Secuencia Didáctica fue positiva debido a que los estudiantes se vieron muy comprometidos e interesados en los que estaban aprendiendo, se notaron activos y participativos en todas las situaciones, utilizaron diferentes estrategias de las cuales varias se habían previsto y al final manifestaron su emoción e interés por la forma en que se trabajó.

Finalmente, se observó a través de la aplicación de la Secuencia, especialmente desde la institucionalización, que ésta puede ser sometida a ajustes con el ánimo de mejorarla y potenciarla por medio de la configuración de un mayor número de retroacciones, lo cual es una cualidad que ofrece Geogebra y se debe aprovechar en mayor medida.

5. CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

En este capítulo se plantean las conclusiones que surgen de los análisis de los resultados obtenidos al implementar una Secuencia Didáctica que integra el software GeoGebra en un grupo de estudiantes de tercero de básica primaria, con el fin de establecer el alcance del objetivo general a partir de los objetivos específicos. Así mismo, se explicitarán algunas reflexiones acerca de la metodología y algunas reflexiones que posibilitan continuar con una reflexión didáctica respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en educación primaria.

Es importante recordar que el objetivo general de este trabajo es caracterizar una secuencia didáctica que integra el software Geogebra, en un grupo de estudiantes de grado tercero de primaria de la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra sede Nariño Unido del municipio de Santander de Quilichao. De acuerdo con este objetivo y teniendo en cuenta el análisis realizado, se detallarán aspectos importantes del trabajo, para ello, se citarán conclusiones en términos de cada objetivo específico, lo cual mostrará su alcance o no.

Respecto al primer objetivo específico en el cual se propone articular las diferentes dimensiones, matemática, curricular, didáctica y cognitiva, en el diseño de una Secuencia Didáctica en torno a la noción de semejanza de triángulos al integrar el software GeoGebra, se pudo evidenciar que la dimensión matemática permitió revisar el tratamiento que se le ha dado al concepto de semejanza en las definiciones de diferentes autores, lo que condujo a tomar postura acerca de los aspectos que se ajustan a nuestra propuesta basados en lo planteado por los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, e identificar variables para el diseño, como lo son aquellas características respecto al tamaño, forma, dirección y proporcionalidad, que deben cumplir dos figuras para ser semejantes.

La dimensión curricular permitió tener en cuenta dos aspectos importantes para el diseño de las situaciones. Por un lado, las capacidades que los estudiantes de grado tercero deben tener y que queremos reforzar mediante el diseño e implementación de la secuencia didáctica: “Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar y reducir)”. Por otro lado, la importancia de proporcionar contextos de aprendizaje con nuevas y potentes

posibilidades de representación las cuales se favorece al integrar las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

La dimensión didáctica permitió considerar para el diseño de la secuencia, situaciones didácticas orientadas mediante fases de acción, formulación, validación e institucionalización, hacia la construcción intuitiva de la semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad a través de la geometría dinámica.

La dimensión cognitiva permitió considerar para el diseño de la secuencia, la integración de Geogebra como instrumento mediador del aprendizaje, con el cual los estudiantes reconocen características de las figuras semejantes. Además, permitió observar cómo geogebra se constituye en una herramienta importante en el proceso de visualización.

Respecto al segundo objetivo específico, relacionado con el desarrollar el proceso de experimentación a través del diseño e implementación de una secuencia didáctica que involucra situaciones de semejanza de triángulos, se puede afirmar que el diseño de dichas situaciones estuvo fundamentado desde algunos elementos de la Teoría de las Situaciones Didácticas, donde, cada situación presentada a los estudiantes se pensó y se creó en relación con las fases de la teoría. Ahora, para que el diseño y experimentación permitiera obtener resultados favorables para la aproximación de la semejanza de triángulos, se tuvieron en cuenta aspectos fundamentales como: los elementos matemáticos asociados a la semejanza de triángulos, la configuración del software, las acciones de los estudiantes y las devoluciones e institucionalización del saber por parte del docente.

Respecto al tercer objetivo específico, el cual se propone determinar mediante el análisis de las actuaciones de los estudiantes de grado 3° de primaria, los efectos de la mediación instrumental en la aproximación a la noción de semejanza de triángulos a partir de la proporcionalidad, se puede concluir que el software Geogebra como mediador jugó un papel primordial en el reconocimiento de los aspectos que la caracterizan, donde, las retroacciones que brinda el medio a las acciones de los estudiantes y el arrastre privilegiaron en los estudiantes procesos cognitivos de visualización, al permitirles interpretar, analizar y

verbalizar fenómenos visuales en la pantalla, identificando aspectos variantes e invariante de las figuras, que serían muy difíciles de ver en un ambiente habitual de lápiz y papel.

En lo que respecta a la metodología, la cual fue planteada desde las 4 fases de la micro-ingeniería didáctica: análisis preliminares, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori; se puede decir, que el utilizar alguno de sus elementos permitió observar que en la primera fase, a partir de la revisión teórica de las dimensiones matemática, curricular, didáctica y cognitiva se realizó en diseño de la secuencia didáctica, para ello se creó un personaje llamado Max quien era el encargado de presentar las consignas a los estudiantes invitándolos a realizar la actividad. En la segunda fase, se hizo un análisis anticipado de cada situación y predicciones acerca de lo que podía suceder durante la aplicación, en cuanto al funcionamiento de los applets y las actuaciones o producciones de los estudiantes. En la tercera fase, se realizó la aplicación de la secuencia en la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra sede Nariño Unido, en la que se apeló a técnicas de recolección de información necesaria para hacer el análisis a posteriori. Y finalmente, en la fase cuatro, se realizó los análisis a posteriori y en contraste entre lo que se predijo y lo que sucedió durante la aplicación.

Ahora, del trabajo elaborado surgen algunas reflexiones generales que dan cuenta de su importancia tanto para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular de la geometría, como para nuestra formación en el campo.

El dinamismo y el arrastre que posee un software dinámico, permite a los estudiantes, con la orientación de los docentes poder verbalizar, describir y argumentar sobre lo que visualiza en la pantalla del computador, esto, porque propicia a los estudiantes contexto de aprendizaje no estáticos como el de lápiz y papel. Sin embargo, es importante resaltar que la enseñanza y aprendizaje de la geometría requiere tanto del ambiente dinámico como el de lápiz y papel, y debe aprovechar lo esencial de cada uno para trabajar de forma articulada para así lograr que los estudiantes tengan una mejor comprensión de los conceptos y propiedades geométricas en diferentes formas de representación.

El diseño y manejo de situaciones con un software nos permitió reflexionar sobre las formas para realizar devoluciones o preguntas que guíen al estudiante hacia la construcción del saber en juego. Además, la experiencia en la gestión nos dejó una satisfacción con la labor realizada y una motivación para seguir implementando las TIC en las clases de matemáticas. Por tanto, la experiencia es de gran aporte a nuestra formación como docentes en el área.

De la experimentación de la secuencia, especialmente del momento de institucionalización nos dimos cuenta que el software Geogebra ofrece elementos suficientes para realizar ajustes al diseño que pueden mejorarlo y potenciarlo, además, aunque el diseño se realizó con la intención de aproximar a la noción de semejanza a partir de la proporcionalidad a los estudiantes de manera intuitiva no se debe subestimar a los estudiante y hacer un acercamiento más formal a razón.

A partir de lo anterior, se realizó un rediseño que involucra más de retroacciones del medio y casillas de entrada para que el estudiante pueda verificar los valores encontrados y así se acerque al objeto matemático. El diseño como el rediseño de la secuencia didáctica se encuentra publicado en la web en una plataforma de recursos didácticos diseñados en el software Geogebra llamada de GeoGebratube.

La Secuencia Didáctica diseñada y rediseñada puede ser de gran beneficio para la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de triángulos y potenciar en los estudiantes el pensamiento geométrico-métrico.

Se espera que el diseño o rediseño de la Secuencia Didáctica presentada en este trabajo pueda ser retomado por otros docentes, lo implementen en las aulas de clase y puedan evolucionar, en la medida que puedan ser sometidos a cambios, ajustes u adaptaciones. También, se espera que pueda ser sustrato para otras investigaciones.

6. BIBLIOGRAFÍA

MEN. (2006). Estándares básicos de competencias de matemáticas. Santafé de Bogotá D.C. Edit. MEN

MEN. (1998). lineamientos curriculares de matemáticas. Santafé de Bogotá D.C. Edit. MEN

MEN. (2016). Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015. Santafé de Bogotá D.C. Edit. MEN

MEN. (2016). SABER 3°, 5° y 9° Resultados nacionales 2009 – 2014. Santafé de Bogotá D.C. Edit. MEN

MEN (2004). Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Santafé de Bogotá D.C. Edit. MEN

Agudelo, J. (s.f.). Construcción del cuadrado mediado por cabri Geometre Formas de intervención en el aula. Normal Superior Granada, Meta.

Alemán, J. (2009). La geometría con cabri: una visualización a las propiedades de los triángulos. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Tegucigalpa. M. D. C.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. *Ingeniería Didáctica En Educación Matemática*, 97–140.

Panizza, Mabel (s, f). Conceptos Básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas.

Palacios, R., Castro, C., & Díaz, L. (2009). Secuencia didáctica para la enseñanza de la Semejanza utilizando fractales.

Rabardel, p. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In Bailleul Marc, Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Évolution des enseignants de mathématiques; rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques. Caen.

Moise (1986). Elementos de Geometría Superior. En: Addison-Wesley Publishing Company. 5 Edición.

Pérez, L., Fiallo, J. y Acosta, M. (2015). Retroacciones didácticas con Cabri LM como medio. Memorias del Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. Universidad Industrial de Santander y Universidad Francisco José de Caldas.

Santacruz (2013). La Actividad Mediada por Instrumentos en Didácticas de las Matemáticas. Universidad del Valle.