



**Recurso didáctico para la comprensión de fracciones como cociente en el grado
quinto de la básica primaria**

Johan Andrés Mezu Vásquez
Roberth Andrés Zúñiga Martínez

Universidad del Valle
Facultad de Educación y Pedagogía
Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas
Licenciatura en Matemáticas - Licenciatura en Matemáticas y Física
Santiago de Cali - 2024



Recurso didáctico para la comprensión de las fracciones como cociente en la escuela primaria

Johan Andrés Mezu Vásquez
Roberth Andrés Zúñiga Martínez

Director del trabajo de grado:
Mg Jose Luis Vásquez Tigreros

Universidad del Valle
Facultad de Educación y Pedagogía
Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas
Licenciatura en Matemáticas - Licenciatura en Matemáticas y Física
Santiago de Cali - 2024

Resumen

En este estudio se abordan aspectos que develan su importancia en relación con el uso de materiales didácticos para desarrollar la comprensión sobre las fracciones como cociente en grado quinto de primaria. Por ello, se destaca la necesidad de describir la influencia que tienen algunos materiales que se han propuesto para el desarrollo del aprendizaje y la comprensión de las representaciones de las fracciones como cociente, así como de los números racionales. A partir de la caracterización del problema, se busca diagnosticar las ideas que tienen los estudiantes de grado 5C de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali, para diseñar una Unidad Didáctica fundamentada en las categorías del Análisis Didáctico, para describir la influencia que tiene el uso de dichos materiales didácticos articulados con situaciones problema en contextos significativos para los escolares. Caracterizar los alcances y limitaciones de los materiales didácticos asociados a la comprensión de la fracción como cociente es importante porque da pie a transformar los materiales y buscar situaciones fenomenológicas que favorezcan el desarrollo de destrezas de razonamiento, representación, comunicación, resolución y formulación de problemas a partir del sentido numérico que los estudiantes construyen en su proceso formativo.

Palabras claves: *Representaciones, Recursos didácticos, Análisis Didáctico, Magnitud y Números racionales.*

Dedicatoria

Con profunda gratitud y emoción, dedicamos este trabajo de grado a Dios, por iluminar nuestro camino, darnos fuerza en los momentos difíciles y guiarnos hacia la culminación de esta etapa tan importante en nuestra vida académica.

A nuestros padres, quienes han sido un apoyo incondicional, nuestra fuente de inspiración y nuestro ejemplo a seguir. Gracias por sus sacrificios, su amor infinito y por creer en nosotros cuando ni nosotros mismos lo hacíamos.

A mi compañero y amigo, Roberth Zúñiga, por su compromiso, dedicación y excelente trabajo en equipo. Juntos hemos superado retos, compartido conocimientos y logrado hacer realidad este proyecto.

A nuestro tutor de tesis José Luis Vásquez, por su paciencia, sabiduría y orientación. Sus valiosos aportes y experiencia fueron fundamentales para dar forma y calidad a nuestra investigación.

Este logro es tan nuestro como de ustedes. ¡Gracias por ser parte de este viaje!

Tabla de contenido

.....	1
<i>Introducción.....</i>	<i>8</i>
<i>Capítulo I - Descripción del problema.....</i>	<i>11</i>
1.1 Problemática.....	11
<i>Otras de las dificultades sobre fracciones cociente que se han podido identificar en los estudiantes son las equivalencias de fracciones frente a los números decimales, ya que ellos no logran identificar la similitud que puede haber en estas dos representaciones y le causan ruido al momento de presentarles la igualdad de fracciones frente a la igualdad de números decimales.....</i>	<i>17</i>
<i>De acuerdo con la anterior descripción de la problemática se plantea la siguiente pregunta problema:</i>	<i>18</i>
1.2 Objetivo general	18
Objetivos específico	18
1.3 Justificación.....	20
1.4 Antecedentes.....	24
2.2 Análisis didáctico	28
2.2.1 El análisis conceptual	29
2.2.2 Análisis de contenido	30
2.2.3 Fracciones como cociente.....	33
2.2.4 Análisis cognitivo.....	34
2.2.5 Análisis de instrucción	34
2.2.6 Análisis evaluativo.....	35
2.3 Organización de los análisis	35
2.3.1 Unidad didáctica	37
2.4.1 División indica (reparto).....	38
2.5 Materiales didácticos relacionados con las fracciones como cociente	41
3.1 Contexto y participantes.....	46
3.2 Análisis didáctico como metodología de investigación	47
4.1 Resultados de implementación	49
4.2 Análisis de la unidad Didáctica en general.....	68
<i>Capítulo IV - Conclusiones y reflexiones finales.....</i>	<i>70</i>
Actividad práctica.....	83
Practiquemos lo aprendido.....	84
<i>Objetivo de aprendizaje: Representar la fracción como cociente utilizando la placa base diez y sus conocimientos sobre el valor posicional.....</i>	<i>85</i>

Ejemplo 1: armando números y explorando su valor. Hacerla con los estudiantes para pintarlas en la placa base diez. 86

Objetivo de aprendizaje: Resolver problemas a partir del uso de la fracción como cociente. 87

Ejemplo: Si una película dura 2 horas y 30 minutos ¿Puedes representar el cociente equivalente a los 30 minutos con respecto a todo el tiempo de la película? Para ello, debemos expresar todo el tiempo en minutos, 2 horas equivalen a 120 minutos a esto se debe añadir los 30 minutos restantes. 88

Situación A cuantificando con el libro de fracciones 88

Libro de fracciones: está formado por páginas divididas mediante dibujos y cortes que hacen referencia a las fracciones. La hoja completa representa la unidad y debajo de estas hojas hay un segmento en el cual se representan las fracciones correspondientes. Tiene dos juegos de hojas que corresponden a fracciones con denominador potencias de 2 y las ligadas a las divisiones en tres partes..... 88

Activación de conocimientos previos 89

1. Presentación del material 89
2. Concepto de fracción 89
3. Cantidades equivalentes 89
4. Descomposición de fracciones 90

Recordemos lo aprendido..... 91

1- Presentación del material 92

2 - Concepto de fracción..... 92

Ejercicios prácticos de división 92

Pongamos en práctica lo aprendido en clase 93

Índice de Imágenes

Imagen 1. Representación de $\frac{3}{5}$	38
Imagen 2 representación de $\frac{3}{5}$	39
Imagen 3 libro de fracciones.....	42
Imagen 4 libro de fracciones.....	42
Imagen 5 Estudiantes del grupo 5C	46
Imagen 6 Esquema del conocimiento didáctico y análisis didáctico	48
Imagen 7 Dobletes del tangram	51
Imagen 8 superponiendo ficha E en el tangram	52
Imagen 9 Fracciones.....	52
Imagen 10 Representación de fracciones.....	53
Imagen 11 Lluvia de ideas	53
Imagen 12 Formas de fracción.....	54
Imagen 13 Sándwiches	55
Imagen 14 Contradicción	56
Imagen 15 Evidenciando dificultades	56
Imagen 16 Representando fracciones.....	58
Imagen 17 Representando en la cuadrícula.....	58
Imagen 18 Respuesta de estudiante	58
Imagen 19 Dificultad trabajando con fracciones	59
Imagen 20 Libro de mitades	61
Imagen 21 Libro de tercios.....	61
Imagen 22 Respuesta de estudiante con acercamiento a magnitud.....	62
Imagen 23 respuestas de estudiantes con el concepto de partir fracciones en partes iguales	62
Imagen 24 respuestas de los estudiantes a las preguntas sobre el libro de fracciones.....	63
Imagen 25 respuestas de los estudiantes a las preguntas sobre el libro de fracciones.....	63
Imagen 26 Identificación correcta de fracciones cociente.....	64
Imagen 27 Identificación correcta de fracciones cociente.....	64
Imagen 28 Estudiantes que no identifican las equivalencias ni descomposición de fracciones cociente.....	65
Imagen 29 Estudiantes en la explicación del juego del dominó	66
Imagen 30 Estudiantes buscando equivalencias en fracción cociente	66
Imagen 31 Estudiantes con respuestas al punto de equivalencias de cocientes	67
Imagen 32 Estudiantes con respuestas al punto de equivalencias de cocientes.....	67
Imagen 33 Respuestas positivas de estudiantes	68
Imagen 34 Respuestas positivas de estudiantes	68

Introducción

Este trabajo se enfoca en el aprendizaje y la comprensión de las fracciones como cociente por parte de los estudiantes del grado 5C de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali. Este enfoque centra su atención en el desarrollo de significados y reflexión crítica derivadas de alcances y limitaciones generadas a partir del uso de materiales didácticos en el aula de clase, específicamente, para el desarrollo del pensamiento matemático centrado en el objeto de aprendizaje de fracciones como cociente. El uso de materiales didácticos en la clase de matemáticas promueve el sentido, significado y comprensión de regularidades, propiedades y hechos que se promueven el desarrollo de habilidades matemáticas, específicamente en este estudio aquellas asociadas con el desarrollo del pensamiento numérico a partir de la visualización y manipulación de materiales concretos necesarios para comprender las relaciones que se establecen en las fracciones como una representación de los números racionales.

Sin duda alguna, el campo de la Educación Matemática ha sufrido cambios debido a los estudios realizados por comunidades académicas interesadas en comunicar, representar y transmitir matemáticas, asimismo, por la necesidad de fortalecer las destrezas asociadas al pensamiento matemático de sujetos inmersos en prácticas socioculturales de una población en constante evolución. Por tal motivo, los profesores que orientan las matemáticas escolares deben considerar en su quehacer el uso de materiales y recursos que les permitan acercar a sus estudiantes al conocimiento matemático a través de la articulación de situaciones problema del contexto que posibiliten abordarse desde el uso de materiales didácticos para aproximar los conocimientos del estudiante a los desarrollos de las matemáticas escolares. Todos estos cambios y desarrollos en el campo son los que permiten ampliar el conocimiento didáctico y atender a las demandas sociales, culturales y políticas entre otras, a las que debe atender la educación.

La importancia de los juegos didácticos guiados en la enseñanza de las matemáticas, es cada vez más fuerte con los años, porque tanto los métodos de enseñanza como los de aprendizaje han cambiado, esta elección desarrolla la capacidad de los estudiantes para reconstruir e innovar; promover el aprendizaje significativo, el aprendizaje activo y flexible. Sin embargo, este tipo de recursos permiten a los profesores de matemáticas establecer una mejor relación entre el objeto matemático, el contexto y el estudiante.

El juego, es una estrategia mediante la cual los niños logran adquirir una serie de conocimientos de manera intencional y no intencional. Cuando los niños parten de sus intereses logran adquirir conocimientos de manera significativa; este se convierte en un aprendizaje para la vida, pues “los niños a través de sus propias experiencias sensoriales: mirar, tocar, oír, probar, oler, formarán las bases de su entendimiento para más tarde alcanzar el desarrollo de ideas y tareas más complejas” (Bedoya, s. f., p. 2).

Los juegos didácticos en matemáticas son herramientas muy valiosas para el aprendizaje, ya que permiten a los estudiantes desarrollar habilidades y conceptos de una manera más lúdica y divertida. Estos juegos tienen como objetivo principalmente reforzar y consolidar los conocimientos adquiridos en el aula, a través de la práctica y la interacción.

Los materiales didácticos brindan la intención de facilitar un proceso de enseñanza y aprendizaje, que los estudiantes pueden usar para reconocer características, similitudes, diferencias, resolver problemas y al mismo tiempo ayudar a los profesores a determinar las guías de enseñanza para un mejor ambiente escolar y tener una oportunidad para profundizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Un recurso pedagógico se refiere a cualquier medio o herramienta que el educador utiliza para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje incluyendo elementos como libros de textos, pizarras, computadores, software educativo,

presentaciones multimedia, entre otros. Por otra parte, los recursos tienen un contenido específico que son utilizados con fines educativos y que a su vez incluyen folletos, juegos didácticos, experimentos prácticos, videos educativos, entre otros. Según Garzón, et al (2011), los recursos pedagógicos se diferencian de los materiales y de las guías puesto que no se consideran terminados o listos para su implementación o uso, sino que lleva un proceso permanente de transformación de la propuesta de enseñanza que provienen de los educadores o investigadores. De esta manera, se entienden como los recursos que toman las propuestas pedagógicas elaboradas por otros gracias a las adaptaciones y ajustes que cada maestro haga en coherencia a su grupo de estudiantes en particular (p. 1).

El uso de material concreto para enseñar fracciones en el contexto de cociente tiene importantes alcances y algunas limitaciones. Por un lado, la manipulación de objetos físicos, como bloques o fracciones de pizza, permite a los estudiantes visualizar y entender mejor cómo se forman las fracciones y su relación con el cociente. Esta experiencia práctica facilita la comprensión de conceptos como la división y la parte-todo, haciendo que los estudiantes se sientan más seguros al abordar problemas matemáticos.

Sin embargo, existen limitaciones. La dependencia excesiva de materiales concretos puede restringir la capacidad de los estudiantes para realizar operaciones abstractas. Si los alumnos se acostumbran solo a trabajar con objetos físicos, pueden tener dificultades al enfrentarse a representaciones más abstractas, como las fracciones en forma numérica o simbólica. Además, no todos los estudiantes aprenden al mismo ritmo, lo que puede llevar a que algunos queden rezagados si no se introduce un equilibrio adecuado entre la manipulación concreta y la práctica abstracta.

Capítulo I - Descripción del problema

En este apartado se describe el problema a partir de aspectos como las expectativas curriculares, la práctica del profesor, las limitaciones y obstáculos que los estudiantes evidencian a la hora de comprender, resolver y formular problemas asociados a las fracciones como cociente. Por ello, se documenta la problemática y las dificultades de enseñanza que permiten reflexionar sobre la pregunta problema relacionada con las limitaciones o alcances que se derivan del uso de materiales para la enseñanza, comprensión y uso significativo de la fracción en contexto de cociente. Asimismo, se establecen los objetivos de estudio que se apoyan en los documentos referenciados en los antecedentes y la justificación del problema descrito.

1.1 Problemática

La problemática de este estudio centra la atención en el desconocimiento que tiene el docente acerca del uso del material didáctico en la clase de matemáticas para construir significados personales al momento de desarrollar su práctica profesional. Este desconocimiento en algunos casos evidencia que el profesor centra su atención en los conceptos, algoritmos y procedimientos ligados a ideas abstractas que los estudiantes no comprenden ni le dan sentido a los objetos de enseñanza, así como privilegiando la memorización y mecanización de procedimientos asociados al concepto de fracción.

Al respecto, los Estándares Básicos de competencias Matemáticas (MEN, 2006) describen las expectativas de aprendizaje de los estudiantes y mencionan que los estudiantes interpretan las fracciones en diferentes contextos, identifica y usa medidas relativas en diferentes contextos, utilizan la notación decimal y la porcentual para expresar fracciones, así como resolver y formular problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas como parte de los desarrollos de competencias y destrezas del pensamiento numérico en el currículo escolar, para el ciclo de los grados cuarto y quinto de

básica primaria. Entre estos contextos abordamos en este estudio aquellos cuya representación permita generar sentido sobre la equipartición entre dos cantidades expresadas de forma fraccionaria.

El desarrollo del pensamiento numérico en diferentes contextos requiere del dominio paulatino de procesos, conceptos, enunciados, modelos y teorías, que permitan configurar y utilizar eficazmente las estructuras conceptuales de los sistemas numéricos. Al respecto los Lineamientos curriculares para el área de matemáticas mencionan que “El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos” (MEN, 1998, p. 26). La evolución del pensamiento numérico está directamente relacionada con las oportunidades para usar números en contextos reales. Entre más experiencias numéricas significativas tengan los alumnos, mayor será su comprensión y dominio de las ideas numéricas.

El desarrollo del pensamiento numérico en los lineamientos curriculares de matemáticas se basa en un enfoque integral que combina comprensión profunda de los números, resolución de problemas, representaciones visuales, habilidades de cálculo, pensamiento crítico y conexiones con otros conceptos matemáticos, todo dentro de un contexto significativo y con énfasis en la resolución de problemas.

En distintas ocasiones, cuando los profesores solicitan que los estudiantes cumplan con una tarea de matemáticas propuesta en clase, se espera que su forma de resolverla sea la esperada, pero resulta que es totalmente diferente, a veces esas respuestas no esperadas del estudiante evidencian un procedimiento correcto con una respuesta errónea; en cambio, hay otra situación que es lo todo lo contrario, tanto el proceso como el resultado no son los correctos y claramente este fallo se considera como un error.

Hoy día, consideramos el estudio de estos errores como una parte muy importante en el

desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que aceptamos la idea de que los niños combinan las nociones nuevas que se les presentan en un momento determinado en la escuela con sus experiencias previas (Llinares y Sánchez, 1997, p. 155).

La dificultad que tiene el profesor para realizar la tarea anterior, según Llinares y Sánchez (1997) es la presión del tiempo, tal vez se siente abrumado por la cantidad de contenido que debe impartir a los estudiantes y minimiza la importancia de la recogida de este tipo de información. Las observaciones que puede tomar el profesor en relación con lo que los niños y niñas puedan producir, evidencia que existen unos errores y dificultades en los estudiantes de forma casual, sea por descuido, distracción o demás.

Un error muy evidente en el aula de clase es que el estudiante al momento de desarrollar la temática escolar no tenga la respuesta correcta y él mismo sugiere una respuesta al azar, esta respuesta refleja la falta de comprensión, siendo un obstáculo para el aprendizaje, ya que el estudiante no está adquiriendo conocimientos o habilidades relevantes.

Asimismo, Llinares y Sánchez (1997) mencionan que “hay otros tipos de errores debidos o bien a la existencia de defectos en la comprensión del concepto o a la aplicación sistemática de procedimientos erróneos” (p. 156). Por lo tanto, estos procedimientos que utilizan los estudiantes pueden ser por su elaboración propia de métodos que no se les ha enseñado o porque olvidaron algún paso de algoritmo y recurren a la modificación de este. Muchos de los errores que cometen los niños al trabajar con fracciones se deben a la similitud de representaciones de los números tanto en el lenguaje matemático como en el lenguaje simbólico. Por otra parte, las fracciones se nombran utilizando nombres iguales o muy similares a los ya conocidos por los ordinales, así por ejemplo, un cuarto, dos quintos, entre otras.

Un error más complejo que Llinares y Sánchez (1997) describen son los símbolos de los números naturales que se usan también para las fracciones añadiendo simplemente una

raya horizontal, por lo que el estudiante ya tiene práctica con los números naturales ve las fracciones como una extensión de los números naturales que están separados por la raya mencionada, Asimismo, realiza el cálculo de fracciones extrapolando las reglas y algoritmos de los números naturales. Este error es denominado por algunos autores como (Llinares y Sánchez, 1997) como efectos de distracción sobre los números naturales.

El uso adecuado de material didáctico puede ayudar a reducir las concepciones erróneas de los estudiantes sobre conceptos matemáticos, pero su ausencia no necesariamente conduce a malentendidos. Varios factores influyen en la comprensión de los conceptos matemáticos, a continuación, se describen algunos:

- Calidad de la instrucción: Un profesor hábil puede explicar conceptos efectivamente incluso sin materiales didácticos.
- Metodología de enseñanza: Estrategias interactivas y participativas pueden ser efectivas con o sin materiales concretos.
- Capacidad de abstracción del estudiante: Algunos estudiantes pueden comprender conceptos abstractos sin necesidad de representaciones físicas.
- Naturaleza del concepto: Ciertos conceptos pueden ser más fáciles de entender sin materiales, mientras que otros se benefician de representaciones concretas.
- Experiencias previas: El conocimiento previo del estudiante puede influir en su capacidad para comprender nuevos conceptos.
- Motivación y compromiso: Estudiantes motivados pueden superar la falta de materiales didácticos buscando recursos adicionales o esforzándose más.

En resumen, mientras que el material didáctico puede ser una herramienta valiosa para la enseñanza de las matemáticas, su ausencia no garantiza concepciones erróneas. La comprensión de conceptos matemáticos depende de una combinación de factores, y un enfoque de enseñanza contextualizado, ya que no tienen una representación visual

o tangible para apoyar su comprensión. Sin el uso de material didáctico, los estudiantes pueden tener dificultades para visualizar y comprender conceptos abstractos, lo que puede llevar a malentendidos y concepciones erróneas. Esas concepciones erróneas sobre los conceptos matemáticos sin el apoyo de alguna representación, se articulan con la problemática de nuestro trabajo. Por ejemplo, sin material didáctico los estudiantes pueden tener dificultades para comprender estructuras conceptuales como las fracciones, las isometrías o el desarrollo del proceso estadístico.

El uso de materiales para representar fracciones puede ser muy útil, pero también presenta algunos desafíos. Aquí están los principales problemas que pueden surgir:

Limitaciones en la representación: - Muchos materiales solo permiten representar fracciones con denominadores específicos (por ejemplo, mitades, cuartos, octavos). - Puede ser difícil representar fracciones muy pequeñas o con denominadores grandes. Transición a la abstracción: - Los estudiantes pueden volverse dependientes de los materiales concretos y tener dificultades para pasar a representaciones simbólicas o abstractas. Interpretación errónea: - Si no se usan correctamente, los materiales pueden llevar a malentendidos sobre el concepto de fracción. Dificultad para representar operaciones: - Algunas operaciones con fracciones, como la multiplicación o la división, pueden ser difíciles de representar físicamente.

Otra limitación a la que se puede hacer referencia es el enfoque en la mecánica de resolver problemas en lugar de la comprensión conceptual. Algunos materiales educativos pueden centrarse demasiado en los procedimientos y cálculos, sin abordar adecuadamente la comprensión detrás de las operaciones con fracciones como cociente. Esto puede llevar a una comprensión superficial y limitada del tema.

Para González Mari (2010), los materiales didácticos ofrecen actividades matemáticas atractivas y motivadoras para hacer cambiar la actitud del alumnado hacia el ámbito de las matemáticas, permite mejorar con eficacia a la mayoría de alumnos mejor que otros procedimientos, técnicas o medios y permiten al alumnado a participar activamente y realizar actividades de manera autónoma.

Es importante nombrar que los niños tienen una zona de desarrollo potencial que señala sus posibilidades de aprendizaje que pueden mejorar con la ayuda adecuada de sus padres potenciando sus cualidades y puliendo de manera sutil sus debilidades. Este desarrollo posibilita la construcción de herramientas internas para aprender (procesos cognitivos, capacidades, habilidades), las cuales se ven favorecidas con el uso de materiales didácticos, entendidos como modelos concretos tomados del entorno que rodea al estudiante o elaborarlos a partir del contexto y con los cuales se pueda traducir o motivar la construcción de conceptos matemáticos (Bujanda y Abellanas, 1981).

1.1.1 Dificultades al enseñar la fracción como cociente

La enseñanza de fracción como cociente puede plantear dificultades para algunos estudiantes debido a varias razones, una de ellas, pueden ser el cálculo de porcentajes ya que no lo pueden ver como división (o reparto) si no como particiones, además los conceptos relacionados como cociente a menudo involucran términos abstractos como divisor y dividendo, estos términos pueden ser confusos para algunos estudiantes; especialmente si no se presenta de manera clara y con ejemplos concretos. El ejemplo más claro y más común en la fracción es que muchos estudiantes están acostumbrados a ver las fracciones como representación parte de un todo, por ejemplo $\frac{1}{2}$ porción de una pizza. Enseñar fracciones como cociente pueden llevar a una confusión al momento de obtener interpretaciones lo que hace que sea difícil la comprensión.

Otras de las dificultades sobre fracciones cociente que se han podido identificar en los estudiantes son las equivalencias de fracciones frente a los números decimales, ya que ellos no logran identificar la similitud que puede haber en estas dos representaciones y le causan ruido al momento de presentarles la igualdad de fracciones frente a la igualdad de números decimales.

Para Castro y Torralbo (2001), “el cálculo de fracciones equivalentes menores a la dada es más difícil que el caso contrario” (p. 299), es decir; encontrar fracciones más pequeñas que una fracción dada es más complicado que encontrar fracciones más grandes que la misma. Por ejemplo: Supongamos que tenemos la fracción $\frac{3}{4}$. Vamos a encontrar fracciones equivalentes mayores y menores. Fracciones equivalentes mayores.

Para hacer esto, multiplicamos tanto el numerador como el denominador por el mismo número.

- $\frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{8}$
- $\frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$
- $\frac{3}{4} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{16}$. Y así sucesivamente: $\frac{15}{20}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{21}{28}$.

Encontrar fracciones equivalentes menores: Para hacer esto, dividimos tanto el numerador como el denominador por un factor común, pero primero necesitamos encontrar ese factor común, lo cual puede ser más complicado. Por ejemplo, en $\frac{3}{4}$, el único factor común es 1 (3 y 4 son primos entre sí), así que no podemos simplificar más.

La dificultad radica en que para operar fracciones equivalentes menores se necesita identificar factores comunes del numerador y denominador, no todos los números tienen muchos factores comunes y una vez que simplificas al máximo, no se puede obtener fracciones equivalentes menores.

En cambio, para obtener fracciones equivalentes mayores, sólo necesitas multiplicar por cualquier número natural, lo cual es un proceso más directo y predecible.

Esta es la razón por la que se considera que encontrar fracciones equivalentes menores es más difícil, pues requiere un análisis más profundo de la estructura de la fracción (factorización) y no siempre es posible.

En este sentido, se considera que el nivel de dificultad depende de los números involucrados y de la habilidad del estudiante para reconocer patrones y simplificar fracciones. Se puede pensar que es más fácil encontrar fracciones equivalentes que verificar si dos fracciones son equivalentes debido a que su complejidad dependerá de la situación particular y de la destreza del estudiante con operaciones aritméticas y el álgebra básica.

De acuerdo con la anterior descripción de la problemática se plantea la siguiente pregunta problema:

¿Qué limitaciones o alcances se evidencian en el uso de recursos para la enseñanza, comprensión y uso significativo de la fracción en contexto de cociente a través de la implementación de una Unidad didáctica desarrollada con estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali?

1.2 Objetivo general

Caracterizar las limitaciones y alcances derivados del uso del recurso para la enseñanza, comprensión y uso significativo de la fracción en contexto de cociente mediante una Unidad Didáctica que se implementa con estudiantes del grado 5C de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali.

Objetivos específicos

- Documentar los materiales didácticos y recursos que posibilitan la comprensión de la

fracción en contexto de cociente.

- Fundamentar el diseño de la Unidad Didáctica a partir del uso de materiales para la enseñanza, comprensión y uso significativo de la fracción en contexto de cociente.
- Determinar los posibles aprendizajes, errores o dificultades que expresan los estudiantes del grado 5C al trabajar actividades de fracciones en un contexto de cociente mediante la aplicación de un diagnóstico.

1.3 Justificación

Nuestro trabajo es fundamental porque proporciona una perspectiva alternativa y valiosa para entender el significado y la utilidad de las fracciones como interpretación de una división, conexión con la división y el cociente, es decir; entender las fracciones como cociente establece una conexión directa con la operación matemática de la división ayudando a los estudiantes a ver cómo las fracciones están relacionadas con las operaciones aritméticas fundamentales y cómo se pueden usar para representar situaciones de división en contextos del mundo real.

La vinculación del material didáctico a la clase de matemáticas es esencial porque concreta los objetos abstractos, es decir; el uso de materiales manipulables como dominó de fracciones, libro de fracciones, tableros de decimales, bloques de base 10, ábacos, tangram, entre otros. Estos materiales ayudan a que los estudiantes comprendan mejor nociones que de otra forma serían muy abstractas para ellos por ejemplo el concepto de fracción. Además, el uso de material concreto permite al docente valorar mejor si los alumnos han comprendido un concepto porque pueden explicarlo y demostrarlo manipulando objetos, no solo de forma teórica.

En los ambientes educativos se encuentran elementos que favorecen y potencian la educación; dichos objetos se han denominado materiales didácticos, que, cuando se utilizan con metodologías lúdicas y ricas en aprendizajes prácticos para los niños, logra fortalecer su desarrollo, propiciar esquemas cognitivos más significativos, ejercitar la inteligencia y estimular los sentidos (Manrique y Gallego, 2013, pp 104).

Al utilizar material didáctico en la enseñanza de las matemáticas, se puede fomentar un enfoque más práctico y participativo, lo que puede mejorar la comprensión y el interés de los estudiantes en la materia. Se destaca también la importancia de considerar la clase de matemáticas como una comunidad de aprendizaje, donde tanto docentes como estudiantes

pueden interactuar y colaborar utilizando diferentes recursos didácticos.

De acuerdo con Llinares y Sánchez (1997) si se quiere que las evidencias y resultados de aprendizaje sean genuinos, se necesita que los estudiantes estén en ambientes tranquilos sin ninguna presión sobre alguna nota o que puedan quedar mal delante de sus compañeros. Por el contrario, el profesor debería transmitirles confianza y hacerles saber qué quiere aprender de ellos, para poder obtener información académica y así poder evidenciar los posibles errores y dificultades que se presentan en los procesos educativos.

La gestión didáctica implica la capacidad de adaptarse a las necesidades y niveles de comprensión de los estudiantes, permitiendo ofrecer explicaciones, ejemplos y actividades acordes a su nivel de desarrollo cognitivo. Es importante la gestión y conocimiento didáctico del profesor porque puede generar interés y motivación en los estudiantes, haciendo que la asignatura sea más atractiva y participativa.

El conocimiento didáctico permite al profesor abordar mejor las dificultades que puedan surgir en el aprendizaje de las matemáticas, identificando estrategias para superar obstáculos y fomentar la resolución de problemas. Es fundamental que el profesor tenga en cuenta una secuenciación y organización de las tareas en la Unidad Didáctica, Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín y Molina (2011) mencionan que:

Describir en grandes líneas cómo se van a organizar las sesiones de trabajo de la U.D. y señalar algunos tipos de tareas que se van a manejar en ella. Describir con detalle los tipos de tareas que se realizarían con los recursos y materiales elegidos. Dar ejemplos, de algunas tareas significativas por su función en el desarrollo de la U.D (en la construcción de significados, en la corrección o prevención de errores y dificultades o en el proceso de evaluación). Ejemplificación de tipos de tareas según su complejidad: reproducción, conexión y reflexión argumentando los criterios para esa clasificación. (p. 163)

Por tanto, es necesario trabajar en la dirección de la motivación, que despierte interés y esfuerzo en el estudiante, que a su vez permite recortar y obtener resultados satisfactorios en los estudios. En este ámbito se debe recordar siempre la importancia de las matemáticas como elemento cultural en el aula, buscando aplicaciones de las fracciones en la vida cotidiana así como nuevos materiales y métodos de enseñanza que llamen la atención de los estudiantes.

Así mismo se considera que la importancia de las fracciones como cociente ayuda a tener una mejor idea de las particiones equitativamente, en nuestro contexto se suele usar mucho la fracción como cociente en casos de la vida cotidiana un ejemplo claro es el siguiente. Ana recibe la visita de 4 niños, y cuenta con 3 barras de chocolate, ¿qué cantidad le tocará a cada uno sin que sobre nada y se repartan la misma cantidad? podemos observar que es un ejemplo que a diario vivimos en la escuela y que se usa de manera frecuente la fracción cociente.

Ahora bien, la enseñanza de las fracciones como cociente en la escuela primaria son importantes porque sirve como fundamento para futuros conceptos matemáticos, es decir; las fracciones como cociente son un concepto fundamental en matemáticas y sientan las bases para comprender conceptos más avanzados como las proporciones, los números decimales, las razones y tasas, y las operaciones con fracciones. Además, la fracción cociente tiene un uso muy común en la vida cotidiana, donde toma importancia en recetas de cocina, medir ingredientes, y repartir cantidades en partes iguales.

Enseñar fracciones como cocientes ayuda a los estudiantes a comprender cómo aplicar conceptos matemáticos en situaciones reales.

También ayuda a resolver problemas matemáticos siendo fundamentales en áreas como la aritmética, la geometría, álgebra y estadística. Importante también porque desarrolla habilidades de pensamiento crítico como comprender conceptos abstractos aplicando reglas y

operaciones matemáticas fomentando la resolución de problemas y el razonamiento lógico.

Sobre el desarrollo del razonamiento matemático, es importante porque ayuda a comprender el significado de fracción, refuerza la noción de proporcionalidad ya que las fracciones como cociente se basan en relaciones de proporcionalidad, es decir; si se divide un todo en más partes, las partes son más pequeñas. Comprender las fracciones como cociente requiere que los estudiantes desarrollen habilidades para representar fracciones y su significado de manera concreta, ya sea dibujando o modelando con diversos materiales. Se desarrolla la estimación y el cálculo mental debido al trabajo práctico donde se agiliza el manejo y estimación de fracciones en la mente para calcular de forma rápida en problemas diversos.

Dichas habilidades son esenciales para el pensamiento crítico y la resolución de problemas en matemáticas y en la vida diaria. Enseñar fracciones como cociente en la escuela primaria es importante porque proporciona una base sólida en matemáticas, fomenta el razonamiento matemático, tiene aplicaciones prácticas en la vida cotidiana y prepara a los estudiantes para conceptos matemáticos más avanzados en su educación y futuras carreras.

En este trabajo, se incluye también el material didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, por ejemplo, para el aprendizaje de los conceptos matemáticos es necesario partir de lo concreto (material didáctico, contextos reales, juegos, etc.). Según (Alsina y otros (1988), como se citó en Gagne y Briggs (1999)) llaman aprendizaje concreto a aquellos requisitos necesarios para acceder a ideas abstractas que luego servirán para establecer relaciones conducentes a la búsqueda de regularidades que les permitan a los niños anunciar conjeturas, establecer propiedades, razonar inductivamente, etc. En este proceso de “abstracción tiene lugar una generalización por medio de la cual se origina el concepto” (Lovell, 1986, p 25).

Para que el niño pueda establecer estos conceptos y también expresarlos de manera

verbal, gráfica o simbólicamente, debemos facilitar su aplicación en una actividad que posibilite el uso de conceptos previamente adquiridos. Dichos conceptos favorecen el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo en el que se busca alentar a los estudiantes a cuestionar y reflexionar sobre sus procesos de resolución y formulación de problemas, así como a discutir y analizar sus posibles soluciones.

1.4 Antecedentes

El aprendizaje de fracciones es un aspecto fundamental del desarrollo matemático de un estudiante, sin embargo, numerosas encuestas muestran que a algunos estudiantes les resulta difícil entender y manipular fracciones “la enseñanza de las fracciones es una de la tarea más difícil para los maestros de primaria. Dicha dificultad se manifiesta en el alto porcentaje de niños que fracasan en aprender este concepto” (León y Fuenlabrada 1996, p. 1-2). Es un artículo llamado *procedimiento de solución de niños de primaria en problemas de reparto*, el cual utilizaremos como apoyo en este trabajo. Este artículo destaca el interés por analizar los aciertos y errores que se cometen al momento de trabajar con fraccionarios y a su vez proponer contribuciones a los docentes en situaciones didácticas que les facilite el proceso de enseñanza y aprendizaje en matemáticas.

Investigaciones previas han demostrado que el uso de material concreto en la enseñanza de las fracciones puede ser muy beneficioso. Al proporcionar a los estudiantes herramientas de manipulación tangibles, como bloques o fichas, tienen la oportunidad de interactuar físicamente con las fracciones, lo que les brinda una comprensión más profunda de las propiedades y la manipulación de las fracciones como lo respalda el documento.

“Las estudiantes presentaron un gran cambio de actitud frente a la forma de ver las fracciones como cociente y las matemáticas en sí, cambiando la forma negativa de percibirlas a una forma positiva, de tal manera que se incentivaron por aprender cada vez más, lo cual se percibe a través de la emotividad traducida en palabras como “las

matemáticas son fáciles” y “me gustan las matemáticas”. La manipulación de los objetos tangibles y la plataforma educativa Aula Tic.” (Portocarrero, 2018, p. 62).

Por otro lado, en el capítulo 4 del archipiélago fraccionario, nos sirve como referente para nuestro estudio, debido a que su enfoque se relaciona con la fracción como cociente, aunque también tiene en cuenta los otros conceptos de fracciones. Interpretando a Vasco (1994) el Archipiélago Fraccionario es un documento que propone una metodología para enseñar matemáticas de manera más efectiva y comprensible para los estudiantes. El documento se enfoca en el tema de los números fraccionarios, y propone una teoría del archipiélago fraccionario que se basa en la idea de que los estudiantes deben aprender los conceptos matemáticos a través de sistemas concretos. El documento sugiere que los estudiantes deben reflexionar sobre lo que ya saben acerca de un tema antes de comenzar a aprender nuevos conceptos. También sugiere que los estudiantes deben explorar los conceptos matemáticos a través de diferentes sistemas concretos antes de llegar a una comprensión abstracta de los mismos.

Para Vasco (1994) el aprendizaje de este contenido sugiere que los estudiantes deban trabajar con los números fraccionarios a través de diferentes sistemas concretos que los lleven al manejo de ellos como partidores, como medidores, como razones, como operadores y como cocientes indicados. De esta manera, los estudiantes pueden comprender mejor los conceptos matemáticos y aplicarlos en diferentes situaciones.

En resumen, este documento propone una metodología para enseñar matemáticas de manera más efectiva y comprensible para los estudiantes. El documento se enfoca en el tema de los números fraccionarios y propone una teoría del archipiélago fraccionario que se basa en la idea de que los estudiantes deben aprender los conceptos matemáticos a través de sistemas concretos, reflexionando y explorando los mismos antes de llegar a una comprensión abstracta de los mismos.

Para Obando (2003), una fracción es el resultado de dividir uno o más objetos entre varias personas o partes. También se puede definir como el valor numérico de la fracción a/b . En este caso, el resultado de la situación de división fraccionaria. El objetivo de la fracción cociente es averiguar el tamaño de cada parte resultante dividiendo la unidad b en partes iguales. "Por lo tanto, cuando una fracción se interpreta como el resultado de una división, esa fracción tiene significado y no es un símbolo muerto que carece de significado para ese usuario" (p. 69).

El significado de fracción como cociente es importante debido a su relación con la división y la proporción, comprender las fracciones como cocientes establece una base sólida para comprender mejor la aritmética, la división y la proporción. Los estudiantes que comprenden el concepto de fracciones como cociente tienen una base más sólida para abordar problemas matemáticos más avanzados, es decir; demuestran entender el significado de fracción como cociente al explicarlo verbal y simbólicamente y al aplicar ese concepto para resolver diversos problemas matemáticos relativos a fracciones.

Unas de las renovaciones del currículo que se nos propone, al momento de exponer un tema matemático son los sistemas matemáticos de símbolos, sistemas conceptuales y sistemas concretos teniendo en cuenta que los sistemas conceptuales son importantes, partiendo de esto nos adentramos ya en la estructura conceptual sobre las fracciones, es decir, sobre los números racionales.

Nos vamos a centrar en la estructura conceptual donde se puede identificar que el docente es un mediador del conocimiento desarrollado por el estudiante, aclarando que el docente no tiene la función de transmitir el manejo de símbolos fraccionarios, la función docente va más allá de integrar algunos sistemas que el estudiante ya tiene familiarizado y partiendo de eso, ir construyendo conceptos sobre fraccionario y terminando con los conceptos más importantes como el de operador y transformador fraccionario.

En los primeros años de escolaridad especialmente en grado tercero, cuarto y quinto se potencializa la idea de construir los conceptos de fraccionarios como operadores o transformadores activos o achicadores y agrandadores como medidores de longitud, masa o peso resaltando que no como partidores de objetos materiales sino como partidores de unidades de magnitudes.

Así mismo, siguiendo con nuestra idea principal, la enseñanza de la estructura conceptual de las fracciones conlleva a errores y obstáculos. Esto sucede al momento de ver los fraccionarios solo como islas de particiones de objetos, panes, dulces, bananos, naranjas, pasteles y hojas de papel. Se parten esos objetos en cierto número de partes "iguales" y se escogen algunas de esas partes.

Este enfoque lleva a grandes confusiones cuando vemos las fracciones como particiones, ya que genera problemas en la comprensión conceptual de las mismas. Partir objetos concretos en partes iguales es útil inicialmente, para desarrollar el concepto de fracciones con mayor profundidad y evitar que queden como islas en la mente del estudiante, luego de introducirlas, se deben relacionar con la recta numérica y con su representación como división. de lo contrario el aprendizaje de fracciones se fragmenta (Chamorro, 2003; Kieren 1980, como se citó en Perera y Valdemoros, 2007) las fracciones como cociente las definimos como un resultado de dividir uno o varios objetos entre un número de personas o partes en la cual podamos obtener un resultado de lo que se está dividiendo.

Capítulo II - Marco teórico

En la siguiente sección, se presenta las componentes del Análisis Didáctico que sustentan las categorías de estudio relacionadas con el diseño de una unidad didáctica que integre el uso de materiales didácticos para la enseñanza de las fracciones como cociente desde la perspectiva de la formación y conocimiento didáctico desarrollado por el profesor con formación en educación matemática.

2.2 Análisis didáctico

El método del análisis didáctico ofrece una perspectiva sobre el análisis de la enseñanza desde un enfoque didáctico. De acuerdo con Rico (2013) el análisis didáctico se considera un método, un camino o una forma de comprender la educación por lo que se tiene la particularidad que lleva un estudio histórico para entender diferentes concepciones matemáticas en su diferentes etapas de enseñanza y aprendizaje.

El análisis didáctico tiene como objeto el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y sus fines incluyen la identificación de objetivos de aprendizaje, la selección y organización de contenidos, el diseño de estrategias educativas y la evaluación del proceso educativo. Estos fines buscan mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes. Rico (2013) menciona que:

Las finalidades del análisis didáctico radica en fundamentar, dirigir y fundamentar la planificación y puesta en práctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos, tal y como los establece la comunidad educativa y tiene lugar en el medio escolar. En esta reflexión, los procesos generales considerados se refieren, explícita o implícitamente, a la organización, transmisión y adquisición de conocimientos estructurados mediante textos y documentos de matemáticas escolares. (p. 9)

Rico (2013) expresa que los procesos de síntesis y su relación oportuna con los análisis refleja un carácter sistemático del razonamiento, donde es necesario organizar y resumir las ideas después de disgregar y deconstruir conceptos y juicios. Así entonces, el Análisis Didáctico es un método de investigación enfocado en el estudio de los contenidos matemáticos desde múltiples perspectivas, para mejorar su enseñanza y aprendizaje combinando teoría y práctica educativa.

2.2.1 El análisis conceptual

El análisis conceptual es un enfoque utilizado en la didáctica de las matemáticas y se basa en la interpretación y comprensión de los conceptos y métodos utilizados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. El análisis didáctico se centra en las reglas generales, tal como se entiende desde la perspectiva filosófica e histórica del pensamiento. Al respecto, Rico (2013) menciona que “el análisis conceptual es una herramienta metodológica para gestionar la complejidad semántica, elegir alternativas apropiadas y obtener un aparato teórico apropiado para la investigación educativa.

El análisis conceptual es una tarea evidente para los profesores e investigadores en didáctica de las matemáticas donde se muestran los conceptos y nociones básicas sobre el conocimiento matemático, sobre sus fundamentos e historia, sobre su origen y cómo se desarrolla y sobre los principios para su enseñanza e interpretación de su aprendizaje. Según Rico (2013) afirma que:

El análisis conceptual es una actividad esclarecedora para educadores e investigadores en Didáctica de la matemática. Revisa en profundidad los conceptos y nociones básicas sobre el conocimiento matemático, sobre sus fundamentos e historia, sobre su génesis y desarrollo, sobre los principios para su enseñanza e interpretación de su aprendizaje.(p.16)

Sierra, (2010, como se citó en Rico, 2013) afirma que el estudio de la evolución histórica de los conceptos es fuente de información para el análisis conceptual. También aporta algunos argumentos para definir qué conocimientos originarios de la matemática, de la filosofía y de la ciencia cognitiva, pueden estar en los fundamentos de la disciplina teórica de la educación matemática. Finalmente, el análisis conceptual se considera un precedente de la reducción teórica para responder a cuestiones de fundamento en educación matemática.

A Continuación describiremos las categorías del análisis conceptual:

- Revisión de la evolución histórica: esta categoría permite una reflexión previa sobre el tema en el cual se quiere investigar, caracterizando puntos claves para el tema de investigación.
- Se basa en los planteamientos de filosofía, epistemología e historia y pretende detectar inconsistencias conceptuales.
- Indagar sobre principios al examinar ejemplos y conceptos muy detenidamente.

2.2.2 Análisis de contenido

El análisis de contenido es un método para el procesamiento y revisión de las dimensiones cuantitativas y cualitativas de los contenidos de la comunicación. Su origen y antecedentes proceden del trabajo de censores y del estudio hermenéutico de textos (Fernandez-Cano, 2010). La técnica del análisis de contenido está destinada a formular, a partir de ciertos datos, inferencias posibles y válidas que puedan aplicarse a su contexto (como se cita Krippendorff, 1990, p.8) Resaltando algo muy interesante del autor, es cuando menciona esta técnica que sitúa al investigador en una realidad perspectiva triple donde los datos son importantes al momentos de comunicarnos, así llevándolo al contexto de los datos y así obligando al analista a dividir la realidad en la que se encuentra. El análisis de contenido configura varias partes como en técnicas objetivos sistemáticas cualitativa y cuantitativas que se trabaja con material con diversos materiales representativos

En el método del análisis de contenido, las técnicas trabajan sobre la naturaleza del mensaje y el discurso y su objetivo es encontrar la estructura de la comunicación a partir de su contenido semántico.

(Gomez, 2000, como se citó en Monje, 2011) afirman que el análisis de contenido es un método que busca descubrir la significación de un mensaje, ya sea este un discurso, una historia de vida, un artículo de revista, un texto escolar, un decreto ministerial. Más concretamente, se trata de un método que consiste en clasificar y codificar los diversos elementos de un mensaje en categorías con el fin de hacer aparecer de la mejor manera el sentido. Es una técnica de investigación para la descripción objetiva y sistemática del contenido manifiesto de las comunicaciones, teniendo como fin interpretarlos.

Entre sus características cabe mencionar las siguientes (Gómez, 2000):

1. Se trata de una técnica indirecta, porque se tiene contacto con los individuos sólo mediante los sesgos de sus producciones, es decir, con los documentos de los cuales se puede extraer la información.
2. Estas producciones pueden tomar diversas formas: escrita, oral, imagen audiovisual, para dar cuenta de sus comportamientos y sus fines.
3. Los documentos pueden haber sido constituidos por una persona, por ejemplo, las cartas personales, las novelas, un diario íntimo, o por un grupo de personas, por ejemplo las leyes, los textos publicitarios.
4. El contenido puede ser no cifrado, es decir, las informaciones que contienen los documentos no se presentan bajo la forma de números sino ante todo de expresiones verbales.
5. Es posible una deducción cualitativa o cuantitativa. En este sentido, los documentos pueden ser analizados con el objeto de cuantificar o en la perspectiva de un estudio cualitativo de elementos singulares, o los dos a la vez.

El análisis de contenido se utiliza para estudiar y comprender los conceptos matemáticos que se enseñan y aprenden en el aula. Se busca identificar las relaciones entre los diferentes objetos matemáticos como conceptos, procedimientos y sistemas de representación. La comprensión de saberes matemáticos contribuyen a una visión más amplia y a la creación de conexiones con otras áreas y con la vida diaria de los estudiantes.

A continuación se describe las categorías del análisis de contenido:

- Conceptual, que considera el momento histórico y el marco poblacional (el quién comunica y a quién comunica) donde se insertan.
- Formal y estructural, que abarca los conceptos, definiciones y procedimientos, junto con la estructura formal, que proporcionan referencia a los contenidos utilizados.
- Representacional, que comprende las notaciones gráficas, simbólicas, y sistemas de signos involucrados.
- Fenomenológica, que aborda los fenómenos que dan origen a los conceptos, los contextos en los que se utilizan y aquellas situaciones en las que se presentan y en las cuales se aplican, que dotan de sentido a los contenidos en estudio.

Algunos autores (Vasco, 1994; Llinares, 2001) mencionan que los números racionales aparecen en diferentes situaciones y estas aportan un uso y significado de este objeto de enseñanza, entre estos contextos encontramos:

- Contexto de parte-todo: Es el más común. Aquí, una fracción representa una parte de un todo. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ de una pizza, $\frac{2}{5}$ de una barra de chocolate.
- Contexto de medida: Las fracciones se usan para expresar medidas de longitud, área, volumen, etc. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$ metro, $\frac{3}{4}$ de litro.
- Contexto de cociente o división: Una fracción puede representar el resultado de dividir dos números. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ puede significar 3 pasteles repartidos entre 4 personas.

- Contexto de razón o proporción: Las fracciones se usan para comparar cantidades. Por ejemplo, la proporción de niños a niñas en una clase es $\frac{3}{5}$ (3 niños por cada 5 niñas).
- Contexto de operador: La fracción actúa como un operador que transforma una cantidad. Por ejemplo, $\frac{2}{3}$ de 12 manzanas son 8 manzanas.
- Contexto de probabilidad: Las fracciones expresan la probabilidad de un evento. Por ejemplo, la probabilidad de sacar una carta roja de una baraja es $\frac{26}{52}$ o $\frac{1}{2}$.
- Contexto de recta numérica: Las fracciones se ubican en la recta numérica, mostrando su valor relativo. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ está entre $\frac{1}{2}$ y 1.
- Contexto de problemas cotidianos: Las fracciones se usan en situaciones diarias como recetas de cocina ($\frac{1}{2}$ taza de azúcar), tiempo (tardé $\frac{1}{4}$ de hora), o en compras ($\frac{1}{2}$ kilo de queso).

2.2.3 Fracciones como cociente

Una fracción como cociente se puede entender como la división entre dos números . En una fracción el número de arriba se llama numerador y el número de abajo se llama denominador, el numerador representa la cantidad que tenemos o queremos dividir, mientras que el denominador representa en cuántas partes iguales se divide la unidad. Por ejemplo, si tenemos la fracción $\frac{3}{4}$, el numerador es 3 y el denominador es 4. Se puede interpretar esta fracción como la división de 3 entre 4, es decir; 3 dividido entre 4 y se puede observar de esta manera:

$\frac{3}{4}$ es igual $3 \div 4$.

Se obtiene de esta división un cociente 0,75, que es equivalente a tener $\frac{3}{4}$.

Llinares y Sánchez (1997) afirmaron lo siguiente:

Las fracciones tienen un doble aspecto:

- a) Ver la fracción $\frac{3}{5}$ como una división indicada, estableciéndose la equivalencia entre 3 dividido 5 y 0,6 en una acción de reparto.
- b) Considerar las fracciones (números racionales) como los elementos de una estructura algebraica; es decir, cómo los elementos de un conjunto numérico en el que ha definido una relación de equivalencia, en el conjunto cociente resultantes unas operaciones como suma y multiplicación que cumplen ciertas propiedades de tal forma que dota a dicho conjunto de una estructura algebraica de cuerpo conmutativo. (p. 63).

Es necesario destacar que una fracción puede representar un número decimal exacto o periódico, teniendo en cuenta los números que componen el numerador y el denominador. Resaltando que se pueden simplificar las fracciones cuando el numerador y el denominador tengan factores en común.

2.2.4 Análisis cognitivo

Según Bedoya (2011) menciona que es un análisis de dificultades, errores y obstáculos de comprensión y aprendizaje. Basado en desarrollos teóricos de las ciencias cognitivas que conciben el conocimiento en términos de tres dimensiones principales: conceptual, procedimental y actitudinal.

2.2.5 Análisis de instrucción

“Una fundamentación teórica sobre las nociones básicas que sostienen la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; igualmente sobre los principios y criterios que sostienen los procesos de evaluación” (Bedoya, 2011, p. 9).

2.2.6 Análisis evaluativo

Este análisis, es un proceso en el que se examina críticamente un problema, método, solución o concepto matemático para determinar su validez, eficacia, eficiencia o aplicabilidad. Implica juzgar el valor o la calidad del objeto de estudio basándose en criterios específicos, como la precisión, la generalización, la elegancia, o la utilidad en contextos reales. Es una ayuda a los estudiantes y matemáticos a profundizar su comprensión, identificar fortalezas y debilidades, y tomar decisiones informadas sobre qué enfoques o soluciones son los más apropiados en diferentes situaciones.

2.3 Organización de los análisis

El ciclo del análisis didáctico se compone de cinco momentos que son: análisis conceptual, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis evaluativo. Anteriormente hemos descrito el análisis conceptual y el análisis de contenido, ahora describiremos brevemente los análisis faltantes de acuerdo con Rico (2013) y de qué consta cada uno de estos.

Análisis cognitivo: este análisis se relaciona con la comprensión de los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje y enseñanza donde se busca analizar cómo los estudiantes construyen y desarrollan su conocimiento matemático, así como identificar dificultades y estrategias que utilizan en el proceso de enseñanza. El análisis cognitivo se centra en el estudio de los procesos mentales, como la percepción, la atención, la memoria, el razonamiento y la resolución de problemas, que intervienen en la comprensión y la aplicación de los conceptos matemáticos. Se busca saber cómo los estudiantes adquieren, organizan y utilizan la información matemática, así como identificar ideas erróneas y los obstáculos que pueden surgir en el proceso de aprendizaje.

Desde los lineamientos curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) se hace énfasis sobre la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración, también se

tiene en cuenta el sentido de las operaciones y la relación que hay entre los números, técnicas de cálculo y estimación. Lo anterior se hace mucho más interesante si se trabaja con magnitudes, cantidades y medidas con el fin de comprender significativamente los procesos del pensamiento numérico.

El desarrollo del pensamiento numérico en la educación matemática se basa en principios fundamentales que son ampliamente aceptados en la pedagogía de las matemáticas. Estos principios son importantes porque incluyen la comprensión de números y sus propiedades, es decir; los estudiantes deben desarrollar una comprensión profunda de los números, incluyendo su valor relativo, propiedades aritméticas (suma, resta, multiplicación, división), y relaciones entre números (mayor que, menor que, igual a). También incluye la resolución de problemas, aquí el pensamiento numérico se fomenta a través de la resolución de problemas matemáticos. Los problemas deben ser variados en dificultad y contexto, lo que ayuda a los estudiantes a aplicar sus habilidades numéricas en situaciones del mundo real.

El uso de modelos y representaciones promueve el uso de modelos concretos y simbólicos para ayudar a los estudiantes a comprender conceptos numéricos. Esto puede incluir el uso de materiales manipulativos, gráficos, diagramas y símbolos matemáticos. El desarrollo del pensamiento numérico también lleva al desarrollo de habilidades de cálculo, pero los estudiantes deben comprender porqué funcionan los algoritmos de cálculo. No se trata solo de memorizar operaciones, sino de comprender el fundamento que hay detrás de ellas.

En el análisis cognitivo, el material didáctico tiene un aspecto relevante como lo es la representación simbólica. El material didáctico puede proporcionar representaciones visuales como diagrama de barras o líneas numéricas que ayudan a los estudiantes a comprender y manipular las fracciones.

Análisis de instrucción: Hace referencia al estudio y evaluación de los procesos de enseñanza utilizados en el aula de matemáticas. Este análisis busca comprender cómo se

diseñan, implementan y evalúan las instrucciones y actividades matemáticas con el objetivo de promover el aprendizaje efectivo de los estudiantes. El análisis de instrucción implica examinar los materiales didácticos utilizados, las estrategias de enseñanza empleadas, la interacción entre el profesor y los estudiantes y la forma en que se presentan los conceptos y procedimientos matemáticos.

Análisis evaluativo: este análisis tiene como objetivo principal obtener información sobre el progreso y los logros de los estudiantes, así como identificar fortalezas y áreas de mejora en la práctica docente. Durante este análisis se recopilan datos y evidencias sobre el desempeño de los estudiantes, la efectividad de las estrategias de enseñanza utilizadas, la calidad de los materiales didácticos y la interacción en el aula. Estos datos se analizan y se utilizan para tomar decisiones informadas sobre cómo mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

2.3.1 Unidad didáctica

El análisis didáctico se divide en varias etapas, incluye una revisión histórica y epistemológica de los conceptos centrales, el análisis de contenido matemático escolar, un análisis cognitivo centrado en el aprendizaje de los contenidos, el análisis de instrucción y evaluación de la enseñanza y el aprendizaje.

Una unidad didáctica es una herramienta de planificación docente que organiza un proceso completo de enseñanza-aprendizaje en torno a un tema concreto, con el fin de alcanzar unos objetivos educativos. Requiere tener en cuenta el contexto, las necesidades del alumnado y la evaluación. (Marín, 1997, como se citó en Segovia y Rico, 2001, p. 87) mencionan que:

Las unidades didácticas constituyen la línea de choque de la planificación educativa con la práctica docente. Por ello debe contener los instrumentos de planificación en su grado más concreto y los indicadores para detectar cómo se va produciendo el proceso

de enseñanza-aprendizaje para facilitar la retroalimentación al profesor y al alumno y el previsible cambio en el diseño de tareas o el uso de recursos.

Según Segovia y Rico (2001), al planificar se elige la información recopilada de las materias del nivel anterior, es decir, junto con la estructura conceptual estudiada, se consideran explícitamente al menos fenómenos, representaciones, modelos, materiales, recursos, dificultades, errores, desarrollo y resolución de problemas relacionados con la estructura. Todas estas dimensiones permiten una planificación detallada, definida en objetivos del curso, contenidos, metodología y evaluación, con los estudiantes y un momento escolar específico.

Finalmente, las unidades didácticas son la planificación de sesiones de trabajo sobre temas matemáticos específicos y tienen una cierta prioridad en las implicaciones consideradas.

2.4.1 División indica (reparto)

Según Llinares y Sánchez ,(1997) mencionan que “esta interpretación de la fracción que se indica mediante una división de dos números naturales ($3/5$ igual a $3 \div 5$), se puede observar en un contexto de reparto”: (p. 63).

<<Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa entre cinco niños, ¿cuánto les tocará a cada uno?>>

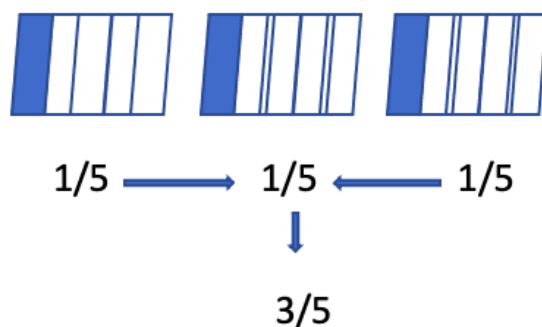


Imagen 1. Representación de $3/5$

Para Llinares y Sanchez, (1997) los niños ven $3 : 5$ como $3/5$ y puede ser porque se encuentran familiarizados con la apreciación parte todo para las fracciones y por tanto ven los $3/5$ como la descripción de una situación, mientras que la división indica un proceso de repartir 3 barras de chocolate entre 5 niños. En cambio la fracción cociente se usa en este caso para representar equitativamente la cantidad de chocolate que le corresponde a cada niño. Dado que tenemos 3 barras de chocolate y 5 niños, podemos dividir cada barra en 5 partes iguales. de esta manera, obtendremos 15 partes iguales (3 barras x 5 partes de cada una).

L. Streefland, como se citó en Llinares y Sánchez (1997), menciona que al destacar la interpretación (situaciones de reparto-medida en la que están implicadas la fracciones)

<<En un restaurante, hay que repartir tres pizzas entre cinco niños, ¿cuánto corresponde a cada uno?>>

El resultado de $3/5$ aparece a partir de un proceso de dividir, representar, simbolizar indicando mucho más que la simple representación del diagrama.



Imagen 2 representación de $\frac{3}{5}$

¿ Qué papel están jugando las magnitudes en estos acercamientos sobre las fracciones?

Las magnitudes juegan un papel fundamental en la comprensión de las fracciones, ya que proporcionan un contexto concreto y significativo para su estudio y aplicación. A continuación, se detallan algunos de los roles que desempeñan las magnitudes en el aprendizaje de las fracciones:

1. Representación visual: Las magnitudes permiten representar fracciones de manera visual y tangible. Por ejemplo, al dividir una barra de chocolate en partes iguales, los estudiantes pueden observar y manipular las fracciones de esa magnitud concreta.
2. Contexto de medición: Las magnitudes como longitud, área, volumen, masa, entre otras, brindan un contexto real para trabajar con fracciones. Por ejemplo, al medir la longitud de un objeto, los estudiantes pueden comprender que una fracción representa una parte de esa magnitud.
3. Significado de las fracciones: Las magnitudes ayudan a dar significado a las fracciones. Cuando se divide una pizza en ocho partes iguales y se toma una de ellas, se puede comprender que se ha tomado $\frac{1}{8}$ de la magnitud "pizza".
4. Operaciones con fracciones: Las magnitudes facilitan la comprensión de las operaciones con fracciones. Por ejemplo, al sumar o restar fracciones de una misma magnitud, los estudiantes pueden visualizar y manipular los objetos concretos.
5. Resolución de problemas: Los problemas contextualizados que involucran magnitudes permiten a los estudiantes aplicar sus conocimientos sobre fracciones en situaciones reales y significativas.
6. Transición al concepto de número racional: El trabajo con magnitudes y fracciones sienta las bases para comprender el concepto más abstracto de número racional, ya que las fracciones representan una relación entre magnitudes.
7. Conexión con otras áreas: Las magnitudes también permiten establecer conexiones entre las fracciones y otras áreas del conocimiento, como la geometría, la física y la vida cotidiana.

En resumen, las magnitudes desempeñan un papel crucial en el aprendizaje de las fracciones, ya que brindan un contexto concreto y significativo para su representación, comprensión y

aplicación. Al trabajar con magnitudes, los estudiantes pueden desarrollar una comprensión más profunda y duradera de este concepto fundamental en matemáticas.

2.5 Materiales didácticos relacionados con las fracciones como cociente

El material didáctico hace referencia a todo tipo de recursos, herramientas, medios y apoyos educativos que utiliza el docente para facilitar y estimular el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir; constituye un apoyo indispensable para el docente ya que complementa su labor y enriquece las situaciones de aprendizaje, despertando el interés y la motivación en los estudiantes. Los materiales didácticos relacionados con la fracción cociente son muy útiles para el desempeño académico ya que su utilidad proporciona experiencias concretas, motivantes y adaptadas a diferentes estilos de aprendizaje, contribuyendo a un aprendizaje significativo. Al tener materiales en el aula de clase, su vinculación hace que se despierte el interés de los estudiantes por aprender y dejando a un lado la enseñanza tradicional (lápiz y papel) que puede ser muy procedimental y aburridor para el estudiante.

Según Flores, Lupiañez, Berenguer, Marín y Molina, (2011), la enseñanza que utiliza materiales didácticos tiene que cambiar la disposición del aula, convertirla en taller o laboratorio de Matemáticas, con mayor protagonismo de la enseñanza indirecta, en la que el alumno desarrolla conocimientos a partir de su trabajo con materiales.

Los materiales didácticos relacionados a la enseñanza de las fracciones como cociente son los siguientes:

- ❖ **Libro de Fracciones:** está formado por páginas divididas mediante dibujos y cortes que hacen referencia a las fracciones. La hoja completa representa la unidad y debajo de estas hojas hay un segmento en el cual se representan las fracciones correspondientes. Tiene dos juegos de hojas que corresponden a fracciones con denominador potencias de 2 y las ligadas a las divisiones en tres partes.

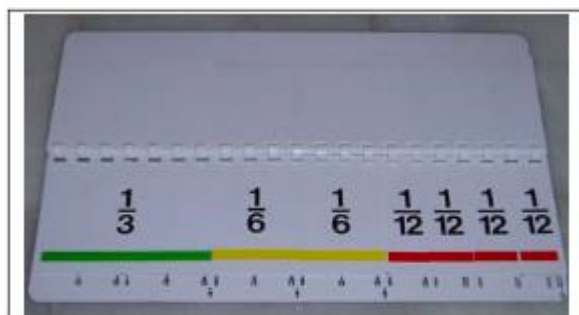


Imagen 4 libro de fracciones

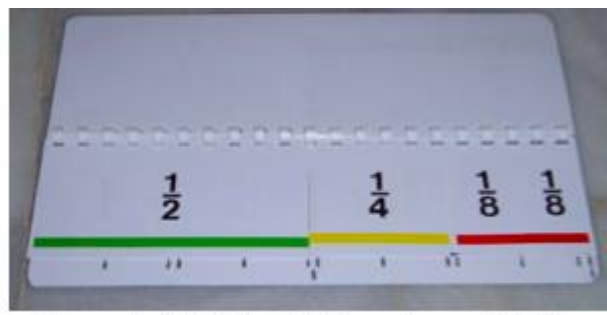


Imagen 3 libro de fracciones

En este libro de fracciones se pueden trabajar actividades como obtener fracciones equivalentes, descomponer fracciones en varios sumandos, estudiar cuántas veces una fracción contiene a otra.

Estudiar cuántas veces una fracción contiene a otra. Por ejemplo, cuántas veces $\frac{1}{2}$ contiene a $\frac{1}{4}$.

Cuántas veces $\frac{1}{4}$ contiene un $\frac{1}{2}$.

❖ **Dominó de fracciones:** es un dominó de 28 fichas en las que hay representadas 7 fracciones de formas diferentes para cuatro alumnos.

La actividad que se puede trabajar con este material está diseñada para 4 alumnos que se reparten todas las fichas del dominó. Cada alumno debe copiar las siete fichas que le han correspondido anotando las fracciones simplificadas que aparecen en ellas.

Identificar todas las fichas de la familia 1

Identificar todas las fichas de la familia 0,5

Identificar todas las fichas de la familia 0,25

Identificar todas las fichas de la familia 0,2

Identificar todas las fichas de la familia 0,1

Identificar todas las fichas de la familia 0,6

Identificar todas las fichas de la familia 0,75

Identificar todas las 7 fichas de la familia de mayor a menor.

Otra actividad que se puede realizar con el dominó de fracciones: entre las 28 fichas, hay siete fichas dobles, es decir, en los dos cuadrados está representada la misma cantidad.

Identificar las siete fichas dobles y escribirlas. Se espera que el estudiante comprenda la equivalencia de fracciones y opere, ordene y represente las fracciones en una recta.

Capítulo III - Marco Metodológico

En este capítulo, trataremos de explicar en qué consiste el enfoque cualitativo, el experimento de enseñanza basado en unos autores desde lo investigativo, se menciona el análisis didáctico como metodología de investigación que consiste en la evaluación y estudio sistemático de un proceso de enseñanza y aprendizaje con el objetivo de comprenderlo a fondo y mejorar su eficacia. Se presentará un esquema que relacione las tres fases (diseño, implementación y análisis) con el análisis didáctico.

El enfoque cualitativo se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados ni predeterminados completamente. Por ejemplo, la observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, entre otros. El análisis de datos en el enfoque cualitativo es inductivo, exploratorio y se basa en el establecimiento de categorías y patrones interpretativos. (Miles y Huberman, 1994, como se citó en Camargo, 2021, p. 29), los enfoques fenomenológicos y sociocríticos suelen asociarse con procedimientos inductivos no numéricos de recolección de información y análisis cualitativo de datos. Infortunadamente, los procedimientos cualitativos no siempre están bien descritos, los investigadores tienen pocas guías y muchas veces actúan a ciegas o de forma muy artesanal.

A pesar de la tendencia a utilizar procedimientos cualitativos, los investigadores no niegan la posibilidad de describir y manipular datos matemáticamente si pueden profundizar en el fenómeno en estudio y producir resultados útiles y confiables.

Interpretando el enfoque cualitativo, (Camargo 2021) menciona que “es tiempo de sobrepasar la dicotomía sostenida entre el uso procedimientos cualitativos y cuantitativos, dejando de asociarlos con uno u otro enfoque epistemológico, para aprovechar los beneficios de cada uno según los fines de la investigación” (p. 29). Por lo tanto, se pueden imaginar combinaciones muy estructuradas, es decir; los procedimientos cualitativos y cuantitativos están estructurados para lograr un diseño de investigación que sea más útil y efectivo que uno

solo, esto se debe a que los procedimientos no están inevitablemente comprometidos con ese método.

Es importante considerar combinaciones de procedimientos organizando los estudios en subestudios para abordar preguntas específicas dentro de cada subestudio, permitiendo que los resultados expliquen fenómenos complejos. Kelle y Buchholtz (2015), proponen tres métodos que combinan procedimientos cualitativos y cuantitativos:

- *Diseño secuencial cualitativo a lo cuantitativo.* Los procedimientos cualitativos iniciales ayudan a identificar asuntos centrales y a desarrollar conceptos teóricos o hipótesis que pueden ser posteriormente examinados con procedimientos cuantitativos.
- *Diseño secuencial de lo cuantitativo a los cualitativo.* Los procedimientos cuantitativos iniciales pueden ser empleados para identificar áreas problemáticas y preguntas de investigación, las cuales pueden ser luego investigadas con ayuda de procedimientos cualitativos.
- *Diseño paralelo cualitativo a lo cuantitativo.* Los dos tipos de procedimientos se ponen en juego en paralelo buscando recopilar los datos y analizarlos con el apoyo de técnicas provenientes de los dos tipos de procedimientos, para enriquecer la información obtenida por ambas vías.

La combinación de métodos cualitativos y cuantitativos en la investigación en educación matemática permite obtener una comprensión más completa y complementaria de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje. El enfoque cualitativo aporta descripciones profundas y detalladas de las perspectivas de los participantes en su contexto natural. Luego, el enfoque cuantitativo posibilita extender y generalizar esta comprensión a través de muestras más grandes y el análisis estadístico. Usados en conjunto, ambos enfoques se potencian: uno explora y describe, el otro corrobora y generaliza. Esta triangulación

metodológica enriquece la investigación al contrastar datos cualitativos y cuantitativos sobre un mismo problema educativo.

Ahora bien, (Stylianides, 2013, como se citó en Bernabeu, Moreno y Llinares, 2019), el componente metodológico tiene como objetivo mejorar la práctica docente mediante aproximaciones didácticas para que estas actúen sobre los problemas de enseñanza y aprendizaje y aumentar nuestra comprensión teórica de los fenómenos que se relacionan con estos problemas.

3.1 Contexto y participantes

Inicialmente nos vamos a centrar en la Institución Educativa Normal Farallones de Cali y su sede para los grados quintos llamada Salvador Iglesias, que se encuentra ubicada en Cl. 2a #22 70, COMUNA 3, Cali, Valle del Cauca en un contexto socioeconómico muy estable con mayoría de los estudiantes ubicados en un estrato medio, aquí los estudiantes reciben formación extra de danza, para completar su formación académica, cabe resaltar que la institución educativa lleva una pedagogía de tener todos los grados en una misma sede para llevar a cabo un trabajo en equipo en la formación de los estudiantes. Actualmente la formación académica, es acompañada por el Docente a cargo del salón de clase, resaltando en su formación académica es Licenciado en sociales y egresado de la Universidad del Valle, lleva laborando en la institución más de quince años llevando a cargo los cursos de la formación primaria.



Imagen 5 Estudiantes del grupo 5C

3.2 Análisis didáctico como metodología de investigación

El análisis didáctico se refiere a la evaluación y estudio sistemático de un proceso de enseñanza y aprendizaje con el objetivo de comprenderlo a fondo y mejorar su eficacia. Este análisis implica desglosar los componentes claves de un proceso educativo y examinarlo de manera crítica para identificar áreas de mejora. Este análisis consiste en la descripción de la manera más “perfecta” de efectuar actividades de diseño curricular a nivel local con características de desarrollo y resultado de la articulación mediante una práctica de competencia profesional, según Bedoya (2011).

Bedoya (2011), menciona que el Análisis Didáctico se caracteriza de la siguiente manera:

1. Tiene un conocimiento disciplinar de referencia (el conocimiento didáctico o de la disciplina Didáctica de las Matemáticas);
2. Tiene una utilidad práctica (diseño, puesta en práctica y evaluación del currículo y de las actividades, propuestas y unidades didácticas);
3. Su puesta en juego se enmarca dentro de una estructura analítica, la del análisis didáctico (AD), que es la expresión local o micro del diseño curricular global y es el medio gracias al cual es posible pasar de diseños centrados en una secuenciación de contenidos a diseños parciales que tienen en cuenta distintas dimensiones. (p. 9)

La metodología del análisis didáctico implica un enfoque crítico y sistemático que busca analizar, interpretar y comprender cómo se desarrolla la enseñanza en diferentes contextos educativos.

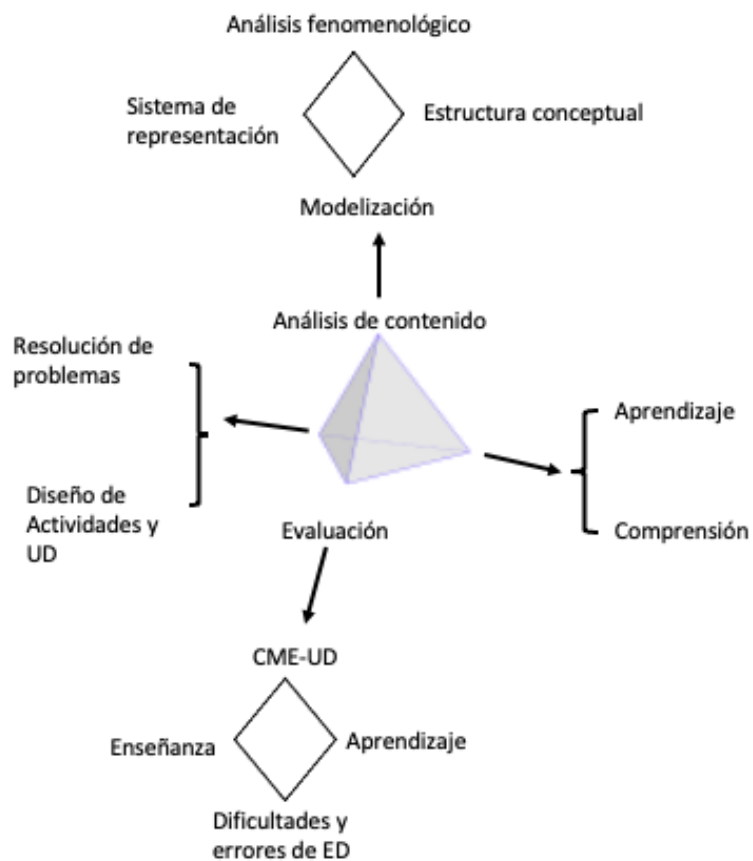


Imagen 6 Esquema del conocimiento didáctico y análisis didáctico

Capítulo IV - Análisis de diseño e implementación

La Unidad Didáctica se implementó con el objetivo de determinar los alcances y limitaciones del uso de materiales para la comprensión y uso significativo de las fracciones en contexto de cociente. A continuación, se presentan los resultados de la implementación de las situaciones y tareas que dispone la Unidad Didáctica. Dichos resultados sirven para que los profesores en formación y en ejercicio puedan identificar alternativas que favorezcan el sentido y significado que los estudiantes desarrollan en relación a las fracciones.

El objetivo de la sesión uno, es identificar fracciones propias a partir de la cuantificación de magnitudes y repartos equitativos; para la sesión dos, se quiere que los estudiantes representen la fracción como cociente utilizando la placa base diez y sus conocimientos sobre el valor posicional; en la sesión tres, la idea es que resuelvan problemas a partir del uso de la fracción como cociente y por último, en la sesión cuatro se quiere que los estudiantes reconozcan las equivalencias de las fracciones como cocientes representadas en agrupaciones de familias fraccionarias.

4.1 Resultados de implementación

La Unidad Didáctica se implementó en el grado 5C de la Escuela Normal Farallones de Cali, sede Salvador Iglesias. Este grupo está compuesto por 32 estudiantes con edades entre 10 y 13 años. Durante el desarrollo de la unidad, se evidenció un desafío significativo: la mayoría de los estudiantes mostraron dificultades para recordar los conceptos básicos de fracciones aprendidos en grados anteriores.

Este reto se atribuye principalmente a que los alumnos provienen de diversos centros educativos, lo que resulta en una disparidad en sus conocimientos previos. Algunos estudiantes carecen de bases sólidas o no logran evocar los conceptos necesarios para abordar las situaciones planteadas en la Unidad Didáctica. Consecuentemente, el proceso de aprendizaje se torna más complejo, pues las actividades propuestas requieren una comprensión fundamental de las fracciones que no todos los estudiantes poseen en el mismo nivel.

Esta situación subraya la importancia de adaptar las estrategias de enseñanza para nivelar los conocimientos del grupo y así facilitar un aprendizaje más efectivo de las fracciones en este contexto diverso.

En la Unidad Didáctica implementada, se evidenciaron aspectos tanto positivos como negativos de parte de los estudiantes respecto a la fracción como cociente y el uso de materiales didácticos. Estos aspectos tenían que ver con los conocimientos previos de algunos estudiantes, pues esa falta de conocimiento limita el aprendizaje.

Algunos estudiantes no lograban entender porque el cociente de una fracción impropia era diferente a una fracción propia teniendo los numeradores y denominadores inversos y su terminología es confusa.

Resultados de la sesión uno

Al iniciar el quinto grado, se descubre que el término "fracción" es un concepto novedoso para una gran parte de los estudiantes. Esta revelación es preocupante, ya que indicó que la mayoría de los alumnos no solo carecen de la habilidad para definir el concepto, sino que también desconocen a qué se refiere en el contexto matemático. Este vacío en su conocimiento sugiere que los fundamentos matemáticos previos, cruciales para la comprensión de las fracciones, no se han establecido adecuadamente.

En la actividad del tangram, los estudiantes doblaban una hoja de papel para crear las fichas. Sin embargo, tenían dificultades para expresar el área de cada ficha como una fracción o razón del área total del cuadrado. Gracias a un tangram concreto, algunos estudiantes empezaron a superponer las fichas sobre el cuadrado completo, lo que les permitió visualizar la relación parte-todo.

Por ejemplo, al superponer la ficha A sobre el cuadrado, los estudiantes notaron que esta ocupaba una parte del todo. Específicamente, observaron que la ficha A cabía 4 veces dentro del cuadrado. En términos de fracción, esto significa que la ficha A representa $\frac{1}{4}$ del área total. En términos de razón, algunos chicos no pudieron decir que el área de la ficha A es al área total como 1 es a 4, o simplemente 1:4.

De manera similar, el estudiante A, logró determinar las razones y fracciones para las fichas G. En ese momento, se le preguntó qué figura cabía 8 veces dentro del tangram a lo que inmediatamente el estudiante A respondió: "cabe 8 veces porque"... (empieza a superponer la ficha G dentro del tangram).

Esto nos ayudó a ilustrar de alguna manera que la razón compara la parte (área de la ficha) con el todo, mientras que la fracción expresa esa parte como una división del todo.

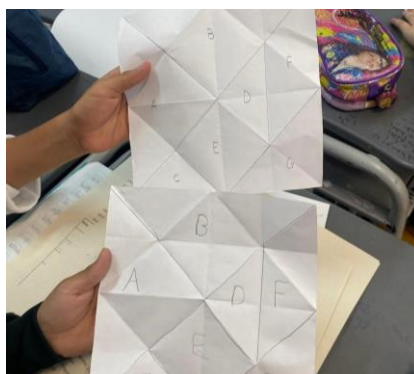


Imagen 7 Dobleces del tangram

La hoja de papel con los dobleces del tangram tiene las mismas medidas que el material del tangram concreto que se llevó, de esta manera, se podría manipular mejor el material y hacer más entendible la noción de magnitud que se trabaja con este material. El uso del tangram en la enseñanza de las matemáticas ha sido una herramienta valiosa para introducir conceptos geométricos. Sin embargo, al incorporar una hoja de papel con los dobleces del tangram, que tenga las mismas medidas que el material concreto, se abre una nueva dimensión en la comprensión de la magnitud.

Este enfoque dual permitió que los estudiantes establecieran una correspondencia uno a uno entre cada pieza de papel y su contraparte física. Es aquí donde comienza la “magia” de la comprensión: los chicos descubren que, aunque cambien la forma de las piezas doblando el papel o reordenando los componentes físicos, el área total permanece constante. Por otro lado, como los estudiantes no tenían instrucciones para poder encontrar las fracciones a partir del tangram, empezaron a superponer con las fichas de este. Por ejemplo, en la figura 13 se puede observar cómo un estudiante intenta saber la fracción del área total de la ficha de forma cuadrada (ficha E).



Imagen 8 superponiendo ficha E en el tangram

El estudiante A, tomó la ficha de forma cuadrada y comenzó a sobreponerla dentro del cuadrado, empezó por una esquina del cuadrado del tangram moviendo la ficha de manera que contaba cuántas veces cabía dentro del tangram. Mientras contaba cuántas veces cabía, el estudiante B lo interrumpe diciendo “esta ficha cabe ocho veces”, pero el estudiante A que estaba superponiendo siguió contando y finalmente dijo: “la ficha cuadrada (ficha E) dentro del tangram cabe nueve veces.

El estudiante A, expresó sus respuestas en forma de fracción $\frac{\square}{\square}$

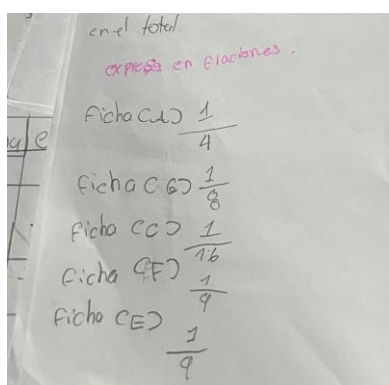


Imagen 9 Fracciones

En esta misma parte de la actividad, se preguntaba si se divide la ficha F (Forma de paralelogramo) en dos triángulos iguales, ¿qué fracción representa cada uno de esos triángulos? Si se divide la ficha B (en forma de triángulo mediano) en dos triángulos, ¿qué fracción representa cada triángulo?

El estudiante en esta situación no comprendió la primera pregunta, él debió dividir la ficha de forma de paralelogramo de manera que mostraran dos triángulos iguales y poder representar la fracción de cada uno de esos triángulos. Cabe resaltar que se les dió las

instrucciones de qué queríamos, es decir; se mencionó que para encontrar esas fracciones, podían hacer una división en el tangram de papel con el lápiz y así representar las fracciones.

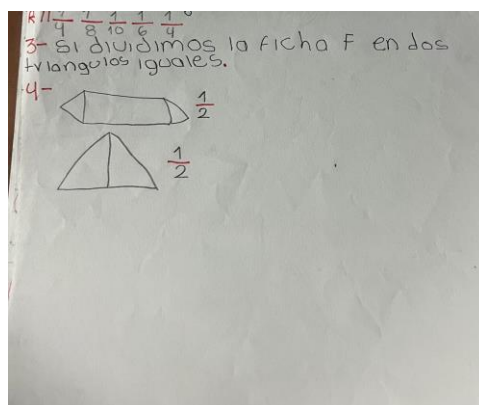


Imagen 10 Representación de fracciones

En esta misma sesión, se quiso que los estudiantes a través de una lluvia de ideas escribieran en la hoja de trabajo palabras o conceptos que se les ocurrieran cuando escuchaban la palabra magnitud, fracción, decimal y cociente.

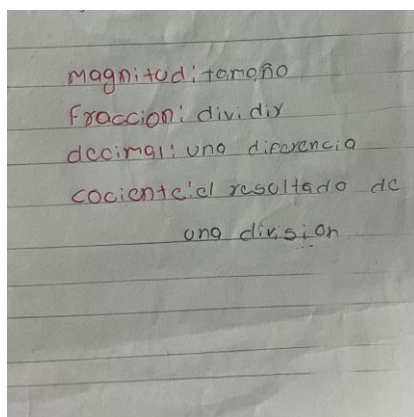


Imagen 11 Lluvia de ideas

Algunas de las interpretaciones que hicieron los estudiantes, logran evidenciar que reconocen la definición de cada una de las palabras (magnitud, fracción, decimal y cociente) y su respectiva referencia.

Parte de esta sesión se encuentra la actividad donde cada estudiante deberá a partir de las fichas, escribir su fracción en forma $\frac{\square}{\square}$, en forma decimal, y en forma de porcentaje. Para resolver esta actividad se mostró un ejemplo de cómo se debe desarrollar la actividad, se les muestra la ficha A, su forma $\frac{\square}{\square}$ que en este caso es $\frac{1}{4}$, su forma decimal 0,25 que se obtiene de

hacer la división y su forma de porcentaje (25%) donde se les explica que para obtener su porcentaje simplemente deben multiplicar ese decimal por el número 100.

En el siguiente recuadro deberán completar los espacios con la representación solicitada:

Nota: En el espacio que no tiene ficha escoge una ficha diferente a las representadas del tangram para realizar el ejercicio. Para terminar el ejercicio, escoge las fichas A+G y sumalas en formas fraccionaria, después en forma decimal y por último en forma de porcentaje.

Ficha	En forma $\frac{a}{b}$	En forma decimal	En forma de porcentaje
	$\frac{1}{4}$	0.25	25%
	$\frac{1}{4}$	0.11	11%
	$\frac{1}{6}$	0.16	16%
	$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$	0.37	37%

Imagen 12 Formas de fracción

El análisis del procedimiento revela un enfoque mecánico por parte del estudiante. Por ejemplo, para la ficha cuadrada, el método aplicado es consistente con el patrón establecido en el primer ejemplo. Sin embargo, al seleccionar la ficha con forma de paralelogramo, el estudiante afirma que caben 16 de estas en el tangram. Este resultado sugiere dificultades en la visualización espacial y manipulación de las formas geométricas. A pesar de múltiples intentos utilizando el método de prueba y error, el estudiante no logró superponer correctamente la ficha del paralelogramo en el tangram. Como consecuencia, las representaciones en forma decimal y porcentual derivadas de esta fracción también se ven afectadas. Este caso ilustra la importancia de desarrollar habilidades de razonamiento espacial y geométrico, más allá de la aplicación mecánica de procedimientos.

Para la suma de la ficha A+G, gracias a la explicación previa sobre suma de fracciones, el estudiante logró identificar las fracciones para cada ficha y operó la suma correctamente escribiendo el resultado tanto para su forma $\frac{\square}{\square}$, decimal y porcentaje.

Para cerrar esta sesión, se quería a través de una situación que los estudiantes pudieran resolver el problema de repartición. Para eso debían repartir de manera equitativa dos

sandwiches para diez estudiantes, mostrar las particiones en la hoja de trabajo y responder a las preguntas. A continuación se pueden apreciar sus anotaciones:

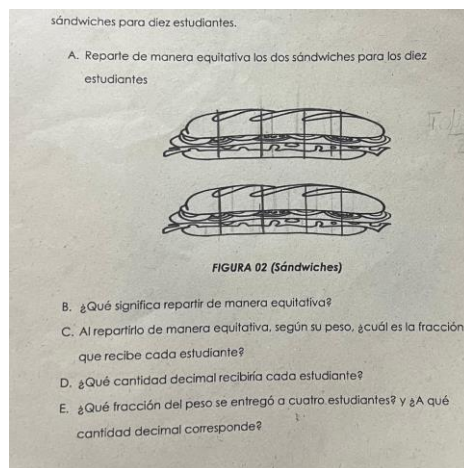


Imagen 13 Sándwiches

En la figura 18 se puede apreciar que el estudiante maneja una buena proporción a la hora de repartir. Supo y pudo comprender el problema evidenciando así de manera correcta las particiones que se requerían para repartir los dos sándwiches para los diez estudiantes.

La figura 18 muestra que el estudiante demuestra comprensión del concepto de división equitativa. Correctamente divide cada uno de los dos sándwiches en diez partes iguales, lo que implica una división uniforme de cada unidad (sándwich) en décimos. Esta representación visual evidencia la capacidad del estudiante para aplicar el concepto de fracciones equivalentes, reconociendo que $\frac{2}{10}$ (dos sándwiches para diez estudiantes) es igual a $\frac{1}{5}$ (un quinto de sándwich por estudiante). Esta habilidad para fraccionar uniformemente unidades y comprender la equivalencia fraccionaria es fundamental para el desarrollo del cálculo proporcional y la resolución de problemas que involucran divisiones equitativas.

Al momento de responder las preguntas de esta actividad, este estudiante en particular logra dar respuesta a la primera pregunta sobre las porciones que le correspondería a cada estudiante, evidencia saber qué significa repartir equitativamente, escribe su forma en fracción y en forma de decimal. Pero el estudiante evidencia una contradicción, escribe que a cada estudiante le corresponden 10 pedazos. Su contradicción puede deberse a que se confundió con las 10 personas pensando así que a cada estudiante le corresponden 10 como se muestra a continuación:

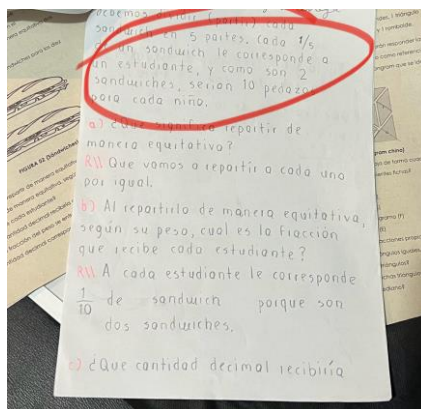


Imagen 14 Contradicción

De manera general, los resultados obtenidos anteriormente pueden evidenciar que muchos de los estudiantes en este grado, a pesar de una explicación detallada sobre la sesión, no son capaces de definir qué es magnitud, los estudiantes que lo hicieron fueron pocos. Debido a ese desconocimiento a muchos les costaba entender por qué se decía que tal figura del tangram cabía tantas veces en este. Podían mencionar y escribir la fracción del área total que le correspondería a cada ficha, pero se les dificultaba razonar porqué o cómo se llegaba a esa fracción.

Por otra parte, algunos estudiantes no lo comprenden, por ejemplo; en la siguiente figura se evidencia que la estudiante C tiene una falta de comprensión de conservación del área, deficiencia en fracciones y proporciones, débil sentido de la unidad de medida, problemas con la superposición y el recubrimiento de áreas y dificultad en visualización espacial.

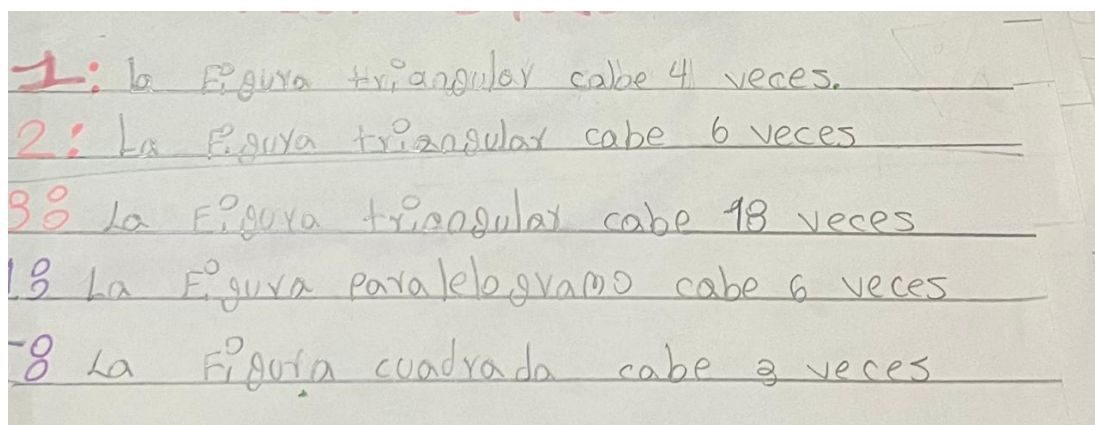


Imagen 15 Evidenciando dificultades

Estas dificultades pueden obstaculizar la comprensión conceptual del área y limitar el desarrollo de habilidades matemáticas más avanzadas relacionadas con la geometría y la medición.

Ahora, debido a que no se hizo un recorte de los dobleces en las hojas de papel del tangram, se les hizo difícil también el dividir una ficha en dos partes iguales y representar la fracción a cada uno de esos triángulos que se obtenían a partir de la división con el doble.

El mecanizar un procedimiento es una dificultad muy evidente en este grado porque simplemente se graban el proceso, pero no están razonando ni sabiendo cómo o para qué funciona lo que hacen, por ejemplo; cuando se hizo la actividad del recuadro donde debían hallar las tres formas de representar una ficha (forma $\frac{\square}{\square}$, forma decimal y de porcentaje) no tuvieron en cuenta que para algunas situaciones no se debía repetir el mismo procedimiento del ejemplo, sino sumar otras formas de resolver cómo operar sumas de fracciones y de esta manera, también cambiaban sus resultados en las otras formas. Para la actividad de la repartición de los dos sándwiches no hubo mayor dificultad, puesto que era más un problema de analizar y responder.

Resultados de la sesión dos:

En la primera situación, se requería que los estudiantes utilizaran la placa de base 10 para la resolución de problemas. Tanto en la pregunta A, B y C la idea era que los chicos representaran las fracciones.

Para la pregunta A, el estudiante D, relaciona los 87 libros como el total. El problema es evidente, pues al pensar que es la cantidad total, el estudiante indica que los 6 estantes son la cantidad de partes que puede tomar. Para la pregunta B, el estudiante comprende la idea de representar el equivalente 14 tomando como unidad el total de lápices, su respuesta $\frac{14}{57}$ es correcta al igual que su representación en la placa base diez. En la cuadrícula se puede observar que el estudiante cuenta 57 cuadrículas y solo pinta los nueve primeros cuadritos,

indicando que del total (57) solo toma 14. Incluso en el cuadrado 57 el estudiante lo repinta para denotar que hasta allí se evidencia el total

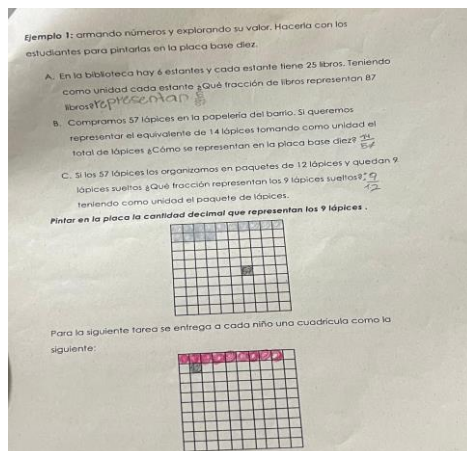


Imagen 16 Representando fracciones

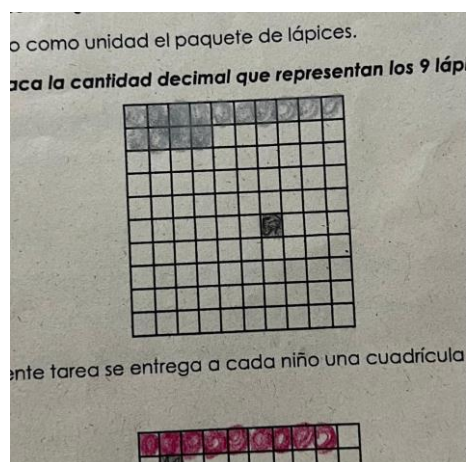


Imagen 17 Representando en la cuadrícula

En la pregunta C, el estudiante también logra representar la fracción de los 9 lápices sueltos y lo evidencia en la placa de base diez pintando solo nueve cuadros.

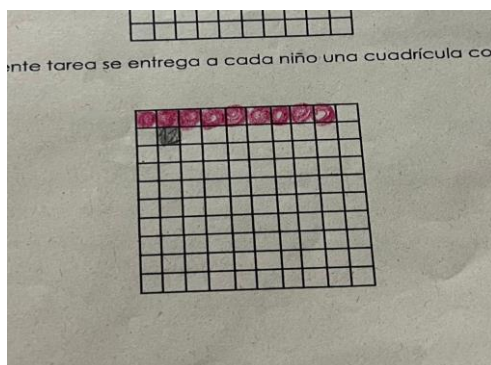


Imagen 18 Respuesta de estudiante

En esta sesión dos, al parecer; la mayoría de los estudiantes pudieron comprender la situación y darle solución a los problemas propuestos representando la fracción como cociente utilizando la placa base diez. Pero no siempre todos comprenden, trabajar fracciones para un grupo tan numeroso es realmente difícil ya que muchas veces no puedes llamar la atención de todos. Por ejemplo, el siguiente estudiante para responder a la pregunta A, hace una representación de los estantes en el que intenta saber cuántos estantes son 87 libros; pero no logra responder por la fracción que representan 87 libros. En la pregunta B, simplemente selecciona 14 cuadritos de la cuadrícula pero no razona sobre lo que hace, solo selecciona y nada más. Para la pregunta C, evidenció la fracción pedida pero seguramente se copió de algún otro estudiante debido a que no fue capaz de dar respuesta a la pregunta A y B. De este estudiante y de algunos otros, se puede decir que tienen dificultades en la comprensión de conceptos básicos, es decir; cuando se trata sobre magnitud o área saben muy poco a pesar de las explicaciones.

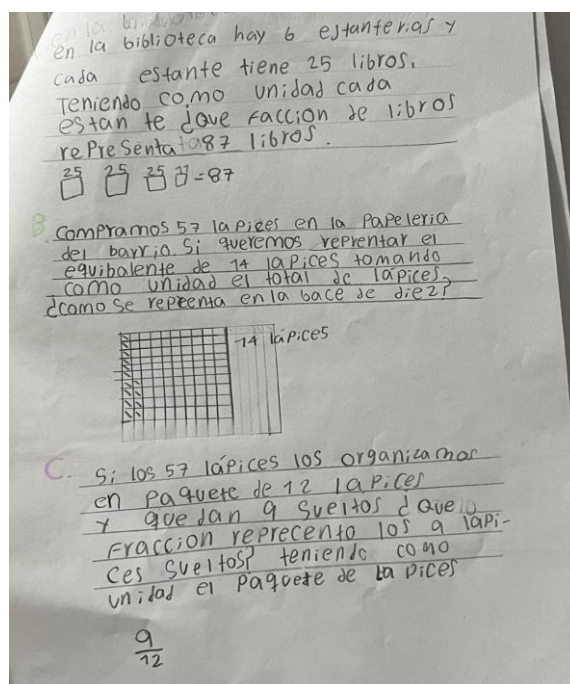


Imagen 19 Dificultad trabajando con fracciones

En esta sesión son muchas las dificultades que se presenciaron por parte de los estudiantes, una de ellas es la interpretación que le dan al numerador y denominador de las fracciones. Es un tema que claramente no han escudriñado muy bien aún y tal vez sea una de las causas del porqué no logran comprender que el numerador indica cuántas partes se toman y el denominador indica el número total de partes iguales en que se divide la unidad.

Algunos de los estudiantes les resultaba difícil darle una interpretación a la placa de base diez, no comprendieron exactamente cómo se trabajaba con este material al punto de no poder desarrollar la situación y dejar la hoja de trabajo en blanco. Estos estudiantes al no entender la placa, indican una falta de comprensión de conceptos fundamentales como el valor posicional, la agrupación, el valor de lugar y la representación simbólica. Esto puede afectar sus capacidades para operar con números de manera efectiva y avanzar en el aprendizaje de las matemáticas.

Al igual que los resultados de la sesión uno, los estudiantes que solo aprenden a mecanizar en lugar de desarrollar una comprensión conceptual del sistema decimal, se enfrentan a limitaciones significativas en su capacidad para razonar numéricamente, resolver problemas y aplicar su conocimiento de manera flexible y significativa.

Los procesos que desarrollaron unos muy bien y otros no tan bien, por ejemplo; cuando se trataba de analizar las primeras tres preguntas de la situación placa de base diez, los estudiantes no tuvieron un buen desarrollo del razonamiento proporcional lo que claramente se evidenció en algunas hojas de trabajo escribiendo respuestas al azar y que no tenían nada que ver con lo que se pedía. Este proceso mental es fundamental para que los estudiantes desarrollen una comprensión sólida de las fracciones y su relación con el sistema decimal, lo que les permitirá aplicar estos conocimientos en diversos contextos matemáticos y de la vida real.

Resultados de la sesión tres

En la sesión tres de la Unidad Didáctica, se inicia con un ejemplo de la vida cotidiana en la cual nosotros empleamos la fracción cociente y así contextualizar a los estudiantes de que se va trabajar en esta parte de la Unidad Didáctica, donde nos enfocamos gran parte de la secciones en la fracción cociente.

Se inicia con la **situación A** que trata del libro de fracciones y se reparte a cada grupo de estudiantes sus respectivos libros de fracciones como se muestra en las siguientes imágenes.



Imagen 20 Libro de mitades

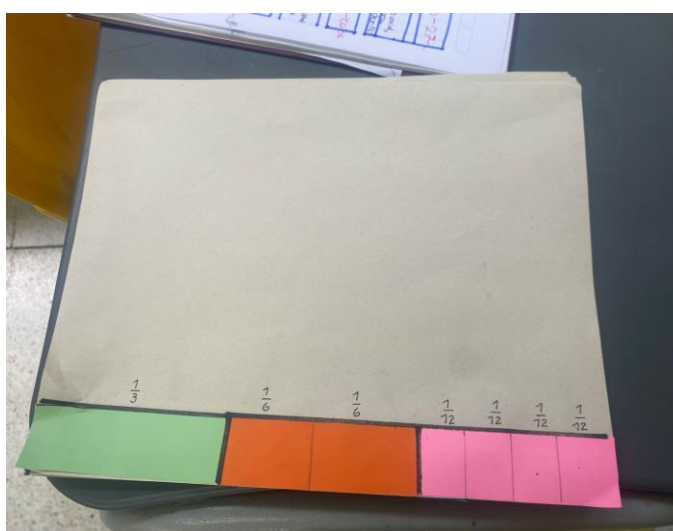


Imagen 21 Libro de tercios

Luego se inicia con un cuestionario donde se le pregunta a los estudiantes en qué situaciones de la vida cotidiana se puede utilizar la idea de fracciones y debido a sus respuestas en general se pudo evidenciar que los chicos tienen la concepción que una fracción simplemente es partir en partes iguales lo que se tiene en el momento (pizza, mandarina, torta y chocolates) teniendo en cuenta que ellos entienden las partes iguales es al número que se reparte e ignorando el sentido de la magnitud (peso) de lo que se está repartiendo. Se puede evidenciar algo interesante en las hojas de respuestas del estudiante (A), dichas evidencias se reflejan al sentido de la magnitud como se observa en la siguiente respuesta ya que en su redacción

utiliza un instrumento de magnitud (pesa) es muy llamativo ya que pocos estudiantes logran identificar de manera espontánea las fracciones como magnitudes.

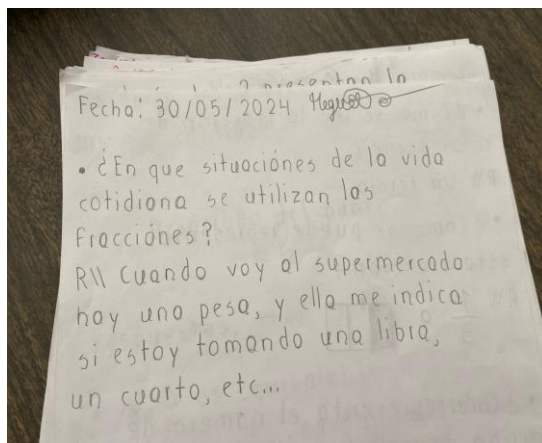


Imagen 22 Respuesta de estudiante con acercamiento a magnitud

A diferencia de la mayoría de los estudiantes, quienes comúnmente asocian las fracciones con las particiones iguales, se evidencio que el concepto de fracción está muy ligado a la noción de particiones desde una perspectiva inicial. Esta concepción generalizada demuestra que los estudiantes tienden a vincular las fracciones principalmente con la idea de dividir objetos o conjuntos en partes iguales, lo cual representa una comprensión básica pero limitada de este concepto matemático y lo podemos observar en las siguientes hojas de trabajo.

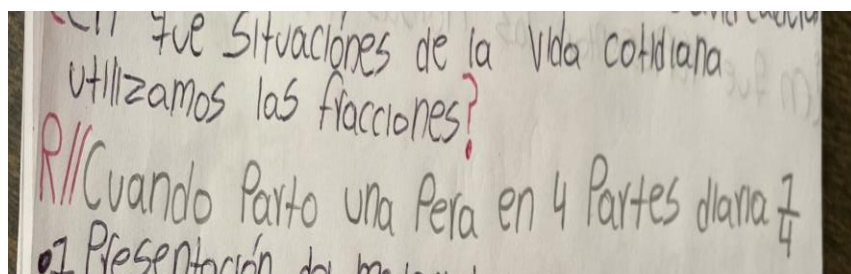
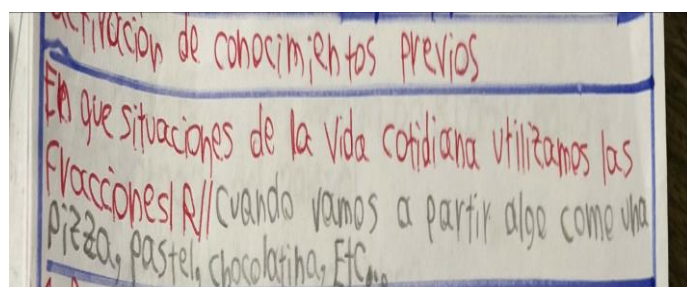
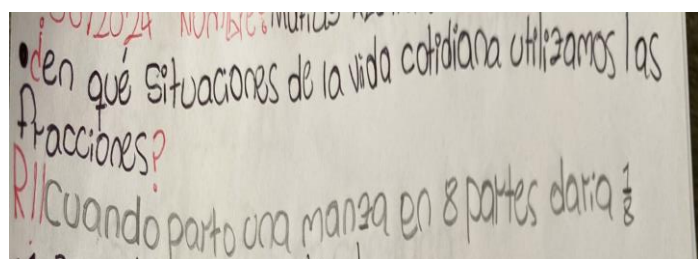


Imagen 23 respuestas de estudiantes con el concepto de partir fracciones en partes iguales

Luego se inicia con la actividad del libro de fracciones, donde los estudiantes debían responder algunas preguntas sobre el libro que ellos estaban manipulando en el desarrollo de la actividad, donde se manejan los conceptos de fracciones y de cantidades equivalentes, se evidenció que los estudiantes al tener el libro de fracciones en físico y con las cantidades de diferentes colores eso se le hace más entendible identificar cómo se divide los libros y así de manera más didáctica llegar al objetivo de la clase.



Figura 24 Manipulando el libro de fracciones

A Continuación observaremos las respuestas de algunos estudiantes en el desarrollo de la actividad, en el cual se evidencia que el material manipulativo es un medio que facilita la interacción e impacta positivamente en los estudiantes identificando los libros de fracciones y los términos de las fracciones de manera positiva, e identificando las relaciones de equivalencias entre las fracciones cociente correctamente.

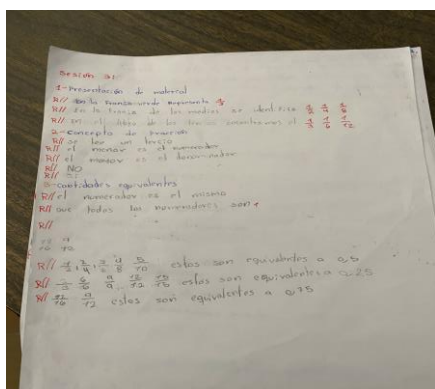


Imagen 24 respuestas de los estudiantes a las preguntas sobre el libro de fracciones

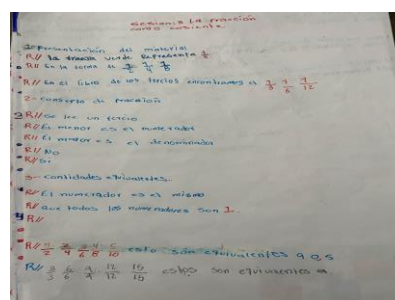
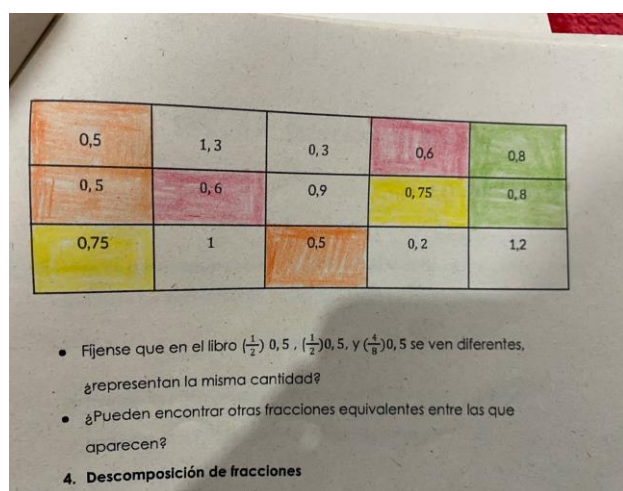


Imagen 25 respuestas de los estudiantes a las preguntas sobre el libro de fracciones

Terminando la sesión número tres de la Unidad Didáctica, observamos que los chicos identificaron las equivalencias de las fracciones cociente de manera coherente y muy satisfactorio utilizando el libro de fracciones. A los chicos les llamó la atención ver el libro y observar con claridad las equivalencias de las fracciones, entendían que la equivalencia de la fracción es igual a la representación que estaba en el libro y tabla de fracciones cociente.

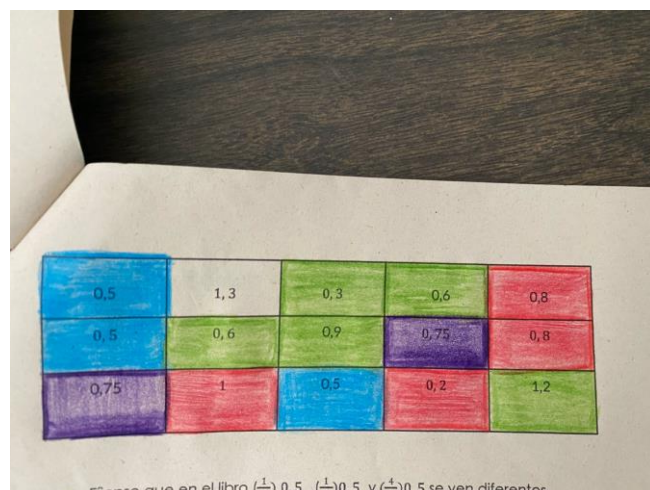


0,5	1,3	0,3	0,6	0,8
0,5	0,6	0,9	0,75	0,8
0,75	1	0,5	0,2	1,2

- Fijense que en el libro $(\frac{1}{2})0,5$, $(\frac{1}{2})0,5$, y $(\frac{4}{8})0,5$ se ven diferentes, ¿representan la misma cantidad?
- ¿Pueden encontrar otras fracciones equivalentes entre las que aparecen?

4. Descomposición de fracciones

Imagen 27 Identificación correcta de fracciones cociente



0,5	1,3	0,3	0,6	0,8
0,5	0,6	0,9	0,75	0,8
0,75	1	0,5	0,2	1,2

- Fijense que en el libro $(\frac{1}{2})0,5$, $(\frac{1}{2})0,5$, y $(\frac{4}{8})0,5$ se ven diferentes,

Imagen 26 Identificación correcta de fracciones cociente

Pero una pequeña porción de estudiantes no podían identificar las fracciones equivalentes del cociente que le pedían en el ejercicio, se observa que los errores que tenían los chicos al identificar las equivalencias de fracciones se relaciona más bien con falencias y procesos de saberes previos que los estudiantes tenían al momento de encontrar relaciones entre fracciones y no observaron ninguna relación en el libro de fracciones, ni tampoco en la tabla de fracciones cociente y dejaron el punto en blanco en varias Unidades Didácticas como se observa a continuación en las siguientes imágenes.

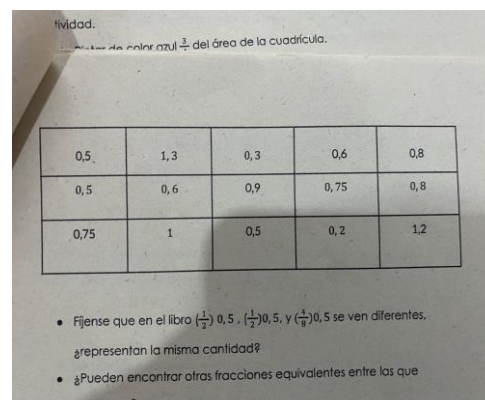
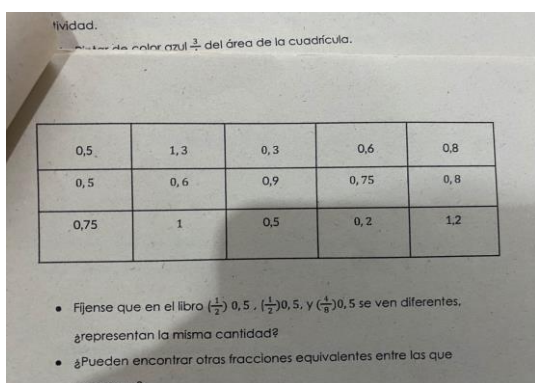


Imagen 28 Estudiantes que no identifican las equivalencias ni descomposición de fracciones cociente

Al identificar estas falencias como escritura de las fracciones, lectura de las fracciones y sobre todo simplificación de fracciones se toma la decisión de explicarles a los estudiantes de manera manual y con ejercicios para poder que realicen las actividades propuestas pero ni así ellos logran identificar las equivalencias y descomposición de las fracciones ya que las falencias que se identificaron fueron un impedimento para poder desarrollar este tipo de ejercicios.

Resultados de la sesión cuatro

En esta sesión, se abordó la **situación B** del dominio de fracciones, en el cual se trabajó con las equivalencias entre fracciones cociente e identificación de familias de fracciones cociente dispuestas en el dominio de fracciones. Durante el desarrollo de la clase, los estudiantes aprendieron a reconocer fracciones equivalentes al representar situaciones de reparto utilizando fracciones cociente. Además lograron agrupar fracciones cocientes en familias según su resultado, comprendiendo así la relación existente entre las fracciones de una misma familia.

Se llevó a cabo una explicación concisa sobre el juego del dominó y luego se indago con los estudiantes por conceptos relacionados con fracciones y familias de fracciones haciendo énfasis en contexto de cociente, se observó que los estudiantes lograban establecer relaciones entre el tema matemático y el juego del dominó común posteriormente se realiza la explicación de las condiciones del juego del dominó de fracciones.



Imagen 29 Estudiantes en la explicación del juego del dominó

Se realiza el juego del dominó de fracciones cociente y los estudiantes tratan de buscar fichas equivalentes a 1, 0.5, 0.25, 0.2, 0.1, 0.6, 0.75 que lo deben realizar de forma manual y con la ayuda de una calculadora ya que deben expresarlos de forma de cociente como lo exige la guía. Un aspecto positivo de esta sesión fue el trabajo colaborativo de los equipos ya que cada estudiante decía que una ficha podría servir de utilidad y entre ellos se cuestionaban de manera verbal.



Imagen 30 Estudiantes buscando equivalencias en fracción cociente

En esta sesión de la actividad se logra evidenciar que los estudiantes lograban llegar a las fracciones equivalentes con la ayuda del material del dominó y los demás estudiantes que integraban el grupo realizaban la respectiva división e identificaban de manera positiva con risas y alegrías cuando lograban ver la equivalencia que se le pedía en el ejercicio como lo vamos a observar a continuación.

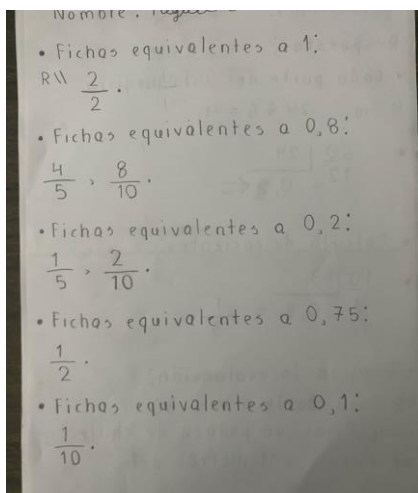


Imagen 31 Estudiantes con respuestas al punto de equivalencias de cocientes

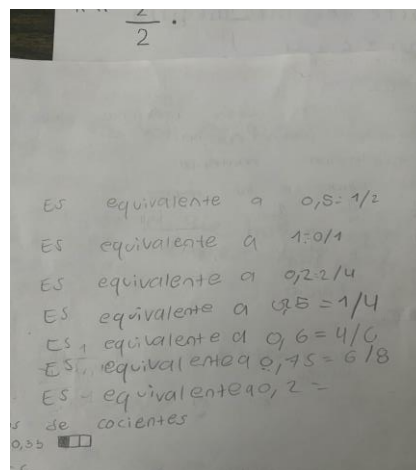


Imagen 32 Estudiantes con respuestas al punto de equivalencias de cocientes

Se resalta que el material ayuda a que los estudiantes puedan observar claramente lo que se le pide en el punto de equivalencias y se pueda lograr lo que se le propone en las actividades propuestas y el trabajo colaborativo ayuda a generar debate y dar explicaciones concretas de lo que se le pide para que ellos puedan llegar a la respuestas con mayor seguridad y después de haber generado un intercambio de ideas.

Una de las falencias que se pudo evidenciar en la implementación de esta **situación B** es que hacer el material muy lúdico, por ejemplo; todos los estudiantes querían participar activamente con el fin de demostrar por sí mismos su capacidad para encontrar todas las posibles familias de cociente que iban más allá de lo solicitado, y finalmente resolver no solo las equivalencias pedidas, sino también otras adicionales que ellos podían deducir.

Siguiendo con la Unidad Didáctica se le dice a los chicos que resuelvan unas preguntas que son referentes al dominó de fracciones cociente y se evidenció que ellos fueron capaces de resolver de manera inmediata y correcta a lo que se les indicaba, resaltando que los chicos explicaban de manera muy clara las diferentes preguntas, sirviendo como medio el material para que ellos puedan ver claramente lo que se le está preguntando y elaborar su respuesta más concretamente.

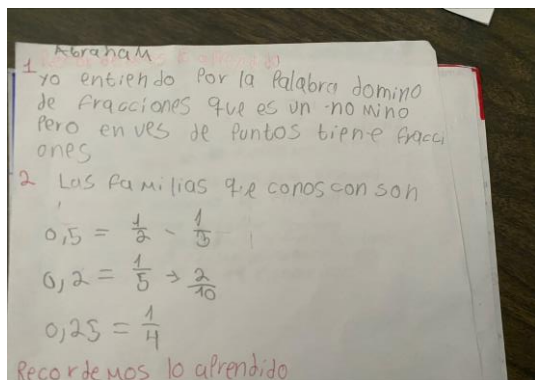


Imagen 33 Respuestas positivas de estudiantes

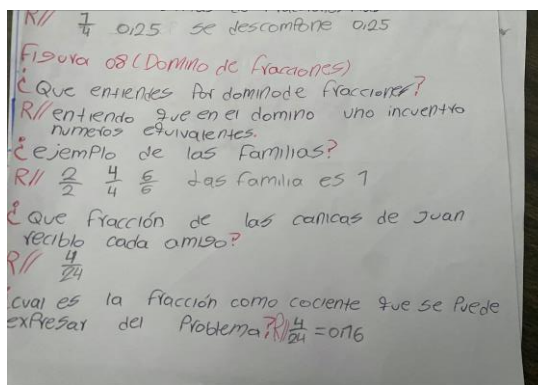


Imagen 34 Respuestas positivas de estudiantes

4.2 Análisis de la unidad Didáctica en general

Finalmente, la Unidad Didáctica se evaluó constantemente a lo largo de las sesiones en las que se desarrolló con los estudiantes se resaltan los aspectos positivos que posee para su adecuado desarrollo, destacando que la Unidad es coherente, con contenidos estructurados, recursos variados y objetivos bien definidos desde el inicio.

Por otra parte, la utilización de materiales físicos mejoró la capacidad de retención por parte de los estudiantes. Además se promovió un ambiente de trabajo colaborativo, donde cada uno pudo expresar sus conocimientos. El uso de recursos tangibles facilitó el aprendizaje y fomentó la participación activa de los estudiantes.

Por último, se resalta los aspectos a mejorar de esta Unidad Didáctica se trata de tener más un cálculo del tiempo ya que algunas actividades tuvieron más tiempo que otras debido a que los estudiantes tienen diversas actividades en la jornada. Es fundamental darse cuenta que el manejo del tiempo en el aula es un poco más complejo en los grados inferiores ya que son niños y su atención es limitada para realizar los ejercicios, se evidencio en una parte de la sesión dos donde no alcanzaron a realizar unas preguntas debido a estos factores, pero es muy enriquecedor que nos pasen estos inconvenientes ya que en la hora de la práctica profesional ya vamos tener argumentos para mejora nuestra planificación tanto dentro como fuera del aula.

Por lo tanto de la Unidad se puede decir que no aborda las necesidades de diversos estilos de aprendizajes y niveles de habilidad de los estudiantes. e incluir adaptaciones para los diferentes niveles de habilidades de los estudiantes.

Por lo tanto los docentes y los futuros docentes son los encargados de ir tomando conciencia a lo largo del camino que es un trabajo continuo que no tiene un punto de equilibrio y que hay potencialidades de materiales didácticos que permiten representar conceptos abstractos como las fracciones y especialmente en el contexto de cociente, así como reconocer el papel de materiales didácticos, cada material didáctico educativo nos brinda una oportunidad invaluable de pulir y mejorar nuestras estrategias de enseñanza, abordando las dificultades que enfrentan nuestros estudiantes. Es a través de estos recursos que logramos transmitir conocimientos de manera efectiva y fomentar una conciencia crítica en ellos, quienes son el motor que impulsa nuestra noble profesión docente. debemos aprovechar al máximo estas herramientas para satisfacer su constante anhelo de aprender y crecer, cultivando así una generación de conciencia.

Capítulo IV - Conclusiones y reflexiones finales

En este estudio, se aborda la enseñanza y comprensión del concepto de fracción en el contexto de cociente, mediante el uso de recursos didácticos en el marco de una Unidad Didáctica implementada con estudiantes. El propósito principal es caracterizar las limitaciones y alcances derivados del empleo de estos materiales, para lograr un aprendizaje significativo de las fracciones como cociente. Para ello, se plantean los siguientes objetivos específicos: en primer lugar, documentar los materiales y recursos utilizados, con el fin de evaluar su idoneidad para la comprensión de las fracciones en dicho contexto. En segundo lugar, fundamentar el diseño de la Unidad Didáctica, justificando la elección de los materiales y su integración en las actividades propuestas. Además, se busca diagnosticar los conocimientos previos de los estudiantes, con el fin de identificar posibles aprendizajes, errores o dificultades relacionados con el tema.

La enseñanza de las fracciones es fundamental en matemáticas, pero presenta desafíos, el principal obstáculo sería la interpretación del significado mismo de este concepto que tienen los estudiantes, deben entender que una fracción no solo representa una parte de un todo, si no también una operación de división.

Además, la transformación de fracciones en resultados decimales introduce complejidades adicionales como el manejo de números periódicos. Algunos estudiantes enfrentaron dificultades al interpretar fracciones impropias como cocientes mayores que la unidad y al comprender que los cocientes no siempre resultan en números enteros.

Las operaciones con fracciones desde una perspectiva del cociente y la comparaciones de fracciones con diferentes denominadores añaden capas adicionales de dificultad. Finalmente, el salto cognitivo necesario para pasar de representaciones concretas a una comprensión abstracta de la fracción como cociente representa un desafío fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Para superar los obstáculos en la enseñanza de las fracciones, hemos determinado la importancia de utilizar herramientas visuales como diagramas y modelos que faciliten la comprensión porque algunos estudiantes se les hizo difícil entender las diferentes formas de trabajar la fracción como cociente. El fomentar el trabajo en grupo permite los estudiantes compartir estrategias y resolver problemas juntos, lo que hizo enriquecer el aprendizaje al momento de implementar la unidad Didáctica

El dominó de fracciones es una variante del clásico juego de dominó que se centra en el uso de fracciones en lugar de números enteros, cada ficha del dominó de fracciones tiene dos partes, al igual que el dominó tradicional, pero en lugar de puntos o números, cada parte contiene una fracción. Por ejemplo, una ficha podría tener $\frac{1}{2}$ en un lado y su representación en el otro lado.

Capacidades:

- **Comprensión de fracciones:** el dominó de fracciones ayudó a los estudiantes de alguna manera a comprender cómo se relacionan las diferentes fracciones entre sí y cómo se pueden comparar y operar con ellas.
- **Identificación de fracciones equivalentes:** algunos estudiantes pudieron hacer un reconocimiento de las fracciones equivalentes y sus representaciones, ese reconocimiento ayudó a que la comprensión de este concepto se hiciera más sencillo.
- **Operaciones con fracciones:** a medida que los estudiantes igualaron las fracciones y encontraban sus representaciones en el juego, practicaban operaciones básicas como sumar, restar y multiplicar fracciones.

Fortalezas:

- **Interactividad:** el juego es interactivo y fomenta la participación activa de los estudiantes, lo que puede aumentar la motivación y el compromiso con el aprendizaje.
- **sea más atractivo y memorable.**
- **Aplicación Práctica:** al utilizar un formato de juego, el dominó de fracciones ofrece una forma práctica y divertida de practicar habilidades matemáticas, lo que puede hacer que el aprendizaje sea más atractivo y memorable.

Debilidades:

- **Limitación de conceptos:** aunque el dominó de fracciones es útil para practicar ciertas habilidades y conceptos relacionados con las fracciones, puede no ser adecuado para enseñar conceptos más avanzados o complejos que requieren un enfoque más detallado, contextualizado y conceptual. Es importante complementar el uso del dominó de fracciones con otras estrategias y recursos para garantizar una comprensión completa y profunda de las fracciones en todos los niveles de habilidad y complejidad.

- **Dependencia del material:** el juego requiere un conjunto específico de fichas de dominó de fracciones, lo que puede limitar su accesibilidad y disponibilidad en entornos educativos con recursos limitados.

El dominó de fracciones es una herramienta educativa interactiva que puede ser efectiva para enseñar y practicar habilidades relacionadas con las fracciones, como comprensión, identificación de fracciones equivalentes y operaciones básicas con fracciones. Sin embargo, es importante reconocer sus limitaciones y utilizarlo como parte de un enfoque más amplio y diversificado para la enseñanza de fracciones.

Esta documentación podría facilitar el estudio de futuros trabajos con fracción como cociente la posibilidad de adaptar o mejorar los materiales en futuras implementaciones.

Por otro lado, al fundamentar el diseño de la Unidad Didáctica a partir del uso de materiales para la enseñanza, comprensión y uso significativo de la fracción en contexto de cociente, nos resulta sumamente importante para justificar teóricamente la elección de los materiales y su integración en las actividades propuestas.

Al utilizar materiales como un libro de fracciones y un dominó de fracciones, los estudiantes pueden interactuar con conceptos matemáticos de manera práctica y construir su comprensión de las fracciones como cociente a través de la manipulación y la exploración. Además, al integrar actividades grupales con el dominó de fracciones permite que los estudiantes trabajen juntos para resolver problemas y discutir estrategias, lo que fortalece su comprensión y resolución de problemas relacionados con las fracciones.

El enfoque propuesto sugiere que los estudiantes primero deben experimentar conceptos matemáticos de manera concreta (usando manipulativos como el dominó de fracciones), luego representarlos pictóricamente (a través de imágenes en un libro de fracciones) antes de abordar la abstracción pura. Integrar el dominó de fracciones con material visual en el libro de fracciones proporciona una progresión natural de lo concreto a lo abstracto en el aprendizaje de las fracciones.

La resolución de problemas se propone en esta implementación como una alternativa, para mejorar la comprensión de las fracciones, pues al diseñar actividades que involucren el uso del dominó de fracciones para resolver problemas contextualizados, los estudiantes

pueden aplicar sus conocimientos de fracciones como cociente en situaciones del mundo real, lo que fortalece su comprensión y habilidades de resolución de problemas.

Finalmente, el diagnóstico de los conocimientos iniciales de los estudiantes fue crucial para determinar los posibles aprendizajes, errores o dificultades sobre la fracción en contexto de cociente. Debido a este diagnóstico, se pudieron identificar conocimientos previos en relación con el concepto, por ejemplo, en varias ocasiones se evidenció que los estudiantes sabían realizar el procedimiento para hallar el cociente de una división y hasta sus respectivas representaciones; otros simplemente no comprendieron cómo podrían fraccionar y mucho menos identificar representaciones.

Al trabajar las fracciones como cociente utilizando materiales como un libro de fracciones y un dominó de fracciones, se pudo observar que los estudiantes enfrentan diversas dificultades que obstaculizan su comprensión y aplicación de estos conceptos. Una de las principales dificultades radica en la posible conceptualización errónea, donde los estudiantes confundieron fracciones como cociente con otros conceptos relacionados, como la división o la multiplicación de fracciones.

Además, la variedad de términos y notaciones utilizadas (como cociente, dividir, dividendo, divisor) pudo haber generado confusión entre los estudiantes, presentando dificultad en la interpretación de instrucciones y la resolución de problemas. Asimismo, la representación visual ofrecida por el dominó de fracciones y el libro de fracciones podría resultar desafiante para algunos estudiantes, quienes podrían tener dificultades para interpretar o manipular estas representaciones de manera efectiva, lo que podría limitar su comprensión de los problemas.

Otra dificultad significativa podría ser la incapacidad para relacionar la teoría presentada en el libro de fracciones con la práctica del dominó de fracciones. Algunos estudiantes encuentran difícil aplicar lo que han aprendido en situaciones prácticas o problemas reales, lo que podría afectar su comprensión y habilidades de resolución de problemas. La falta de práctica y experiencia también puede ser un obstáculo, ya que algunos estudiantes podrían necesitar más tiempo y oportunidades para sentirse cómodos y seguros con el concepto.

Finalmente, el miedo al fracaso o la ansiedad matemática podrían influir en el desempeño de los estudiantes al trabajar con fracciones como cociente. Esta ansiedad podría hacer que los estudiantes se sientan abrumados por el concepto o teman cometer errores, lo que podría afectar su motivación y confianza en sí mismos.

A manera de conclusión, respecto al objetivo general y a la pregunta problema; se encontraron ciertas limitaciones inherentes a los materiales y su uso:

Primero, ambos recursos tienden a presentar las fracciones de manera abstracta, lo que podría dificultar la comprensión para algunos estudiantes que necesitan una representación más concreta de los conceptos matemáticos. Esta falta de comprensión puede hacer que algunos estudiantes luchen por visualizar y aplicar los conceptos de fracciones como cociente en situaciones del mundo real.

Además, estos materiales pueden ofrecer una variedad limitada de contextos y problemas para aplicar fracciones como cociente. La falta de diversidad en los contextos puede dificultar la transferencia. Creemos que la falta de personalización en estos materiales puede afectar negativamente a los estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje o necesidades específicas. La falta de adaptación a las necesidades individuales puede resultar también en una experiencia de aprendizaje menos efectiva para algunos estudiantes.

Aunque el dominó de fracciones puede ofrecer cierta interacción social durante el juego en grupo, el libro de fracciones generalmente se usa de manera individual. Esta falta de interacción social puede limitar las oportunidades para la discusión y la colaboración entre los estudiantes, lo que podría enriquecer su comprensión del tema.

Finalmente, estos materiales educativos pueden carecer de una retroalimentación personalizada sobre los errores de los estudiantes o áreas en las que necesitan mejorar. La falta de retroalimentación individualizada puede dificultar el progreso y desarrollo de los estudiantes en el aprendizaje de fracciones como cociente.

Para superar estas limitaciones, es fundamental complementar el uso de estos materiales con una variedad de estrategias pedagógicas. Esto podría incluir el uso de manipulativos concretos, la incorporación de problemas contextualizados, la enseñanza diferenciada y la retroalimentación individualizada. Además, se puede fomentar la

colaboración entre los estudiantes y el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico mediante la discusión de conceptos y la resolución de problemas en grupos pequeños.

Para terminar, los alcances que se pudieron evidenciar en el uso de estos materiales para la enseñanza, comprensión y uso significativo son:

Proporcionar una representación visual y manipulativa que ayuda a los estudiantes a comprender conceptos abstractos de manera más tangible. A través de la manipulación física de las fracciones, los estudiantes pueden experimentar directamente cómo las fracciones representan partes de un todo o cocientes de divisiones. El uso de estos materiales fomenta el aprendizaje interactivo y colaborativo, ya que los estudiantes pueden trabajar juntos para explorar conceptos y resolver problemas relacionados con fracciones. Esto promueve el desarrollo de habilidades sociales y de comunicación, así como el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

Por último, el empleo de libros de fracciones y dominós de fracciones ofrecieron la oportunidad de diferenciar la instrucción para satisfacer las necesidades individuales de los estudiantes. Los maestros pueden adaptar las actividades y los desafíos según el nivel de competencia de cada estudiante, lo que permite un aprendizaje más personalizado y efectivo.

Es importante reflexionar sobre los resultados obtenidos ya que permitirá evaluar en qué medida se han logrado los objetivos previstos, identificar áreas de mejora y aprovechar las lecciones aprendidas.

La formación en la licenciatura en matemáticas proporciona a los futuros educadores un conocimiento teórico sólido y una preparación integral para enfrentar los desafíos de la enseñanza en este campo. En primer lugar, los estudiantes deberían desarrollar habilidades pedagógicas que les permitan implementar metodologías de enseñanza activas y participativas. Aprenden a diseñar actividades que fomenten la curiosidad y el interés en las matemáticas, lo cual es fundamental para motivar a sus futuros alumnos.

Además, adquieren un conocimiento profundo de los contenidos matemáticos, lo que les habilita para explicar y desglosar conceptos complejos. Esta comprensión les ayuda a facilitar un aprendizaje duradero y significativo entre sus estudiantes. Los futuros educadores aprenden a diseñar actividades que facilitan la comprensión de fracciones como cocientes.

Mediante estrategias didácticas, pueden presentar fracciones en contextos reales, como el compartir o dividir, lo que ayuda a los estudiantes a ver la fracción como una relación entre parte.

Referencias bibliográficas

- Bedoya, S..(2019). Dialnet El Juego como estrategia pedagógica para la enseñanza.pdf
- Bedoya, E. (2002). Formación inicial de profesores de matemáticas: Enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras. Tesis Doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada.
- Bedoya, E. (2011). Didáctica de las matemáticas y formación de profesores de matemáticas: organizadores del currículo, conocimiento y análisis didáctico. Documento de trabajo, sin publicar. Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad Del Valle.
- Bernabeu, M., Moreno, M., y Llinares, S. (2019). Experimento de enseñanza como una aproximación metodológica a la investigación en Educación Matemática. *Unipluriversidad*, 19(2), 103-123.
- Bujanda, M. P., & Abellanas, P. (1981). *Tendencias actuales en la enseñanza de la matemática*. SM.
- Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática: Recursos para la captura de información y el análisis*. Universidad de Antioquia.
- Castro, E., y Torralbo, M. (2001). Fracciones en el currículo de la Educación Primaria. *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*, 285-314. Madrid: Síntesis.
- Chamorro, M. (2003). *Métodos alternativos de investigación en didáctica de las matemáticas: la observación*. In *Actas del VI Simposio de la SEIEM: Logroño, 11-14 de septiembre de 2002* (pp. 73-94). Universidad de La Rioja.
- Fernández, A. (2010). Drawing some evaluation patterns inferred from the biblical Gideon's passage. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*. 22(4), 327-343.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos*

en el aula de matemáticas. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Gagne, R. M., Briggs, L. J., & Wager, W. W. (1999). *Instructional design principles*.

Garzón, D., Vega, M., Pabón, O., Arce, J., y Castrillón, G. (2011). Los recursos pedagógicos en la enseñanza de la geometría. *XIII Comité Interamericano de Educación Matemática. Brasil: CIAEM*.

Gómez, M. (2000). *Análisis de contenido cualitativo y cuantitativo: Definición, clasificación y metodología*. Revista de ciencias humanas-UTP. N° 20. Colombia, Pereira.

González, M. (1999). Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales. *Matemáticas infantil, primaria y ESO*. Málaga.(p, 1-24)

González, M. (2010).*Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales*.

Kelle, U., y Buchholtz, N. (2015). The combination of qualitative and quantitative research methods in mathematics education: A “mixed methods” study on the development of the professional knowledge of teachers. *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods*, 321-361.

Kieren, T. E. (1980). *Recent Research on Number Learning*.

Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica*. Barcelona: Paidós.

Llinares, S., Sánchez, M. (1997). *Fracciones: la relación parte-todo*. Madrid: Editorial Síntesis.

León, H. D., y Fuenlabrada, I. (1996). *Procedimiento de solución de niños de primaria en problemas de reparto*. Revista Mexicana de Investigación Educativa, 1(2),.

Lovell, K. (1986). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*.

Ediciones Morata.

- Manrique, A. M. y Gallego, A. M. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 4(1), 101-108.
- MEN, C. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Magisterio, Bogotá.
- Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa*. Guía didáctica, Neiva, Universidad Surcolombiana.
- Obando, G. (2003). *La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo*. Revista EMA, 8(2), pp.157-182
- Perea, D. Valdemoros M. (2007) *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria*. Investigaciones en Educación Matemática XI, pp. 209-218 CINVESTAV, México, D.F.
- Rico, L. y Segovia, I. (2001). Unidades didácticas: organizadores. In *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Síntesis.
- Rico, L. (2013). El método del Análisis Didáctico. *UNIÓN-REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 9(33). Recuperado a partir de <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/801>
- Sierra, M. (2010). *Trabajo original de investigación*. Universidad de Salamanca, Salamanca. España.
- Perera, P., & Valdemoros, M. (2007). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria*. Investigación en educación matemática XI, 209-218. Recuperado de [http](http://).
- Portocarrero, S. I. (2018) *implementación de material didáctico para la enseñanza de suma de fraccionarios en estudiantes de grado cuarto de la institución educativa san Vicente* (Trabajo de grado, Universidad del Valle).
- Vasco, C. (1994). *Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas*. Vol. II. Santa Fe

de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Anexos

Unidad didáctica medidas equivalentes

Introducción

Las fracciones son un objeto de aprendizaje fundamental, en el currículo de matemáticas, que los estudiantes deben comprender y emplear de manera significativa para interactuar con magnitudes que no se pueden cuantificar de manera discreta. Por ello, este aprendizaje puede interpretarse como la parte de un todo, pero también puede entenderse como el resultado de dividir dos números enteros. En esta unidad didáctica se proponen situaciones para trabajar el concepto de fracción como cociente, para que los estudiantes desarrollen sentido sobre este significado y puedan aplicarlo en la solución de problemas.

Objetivo general

Identificar las habilidades y aprendizajes de los estudiantes de grado quinto al resolver situaciones utilizando el material libro y el dominó de fracciones para la comprensión de fracciones como cociente.

Objetivos específicos

- Reconocer la fracción en contexto de cociente como el resultado de la división de dos números enteros.
- Representar el cociente de dos números enteros utilizando el material libro y el dominó de fracciones.
- Resolver problemas de medida mediante el uso de fracciones como cociente en situaciones aditivas y multiplicativas.

Sesión 1: *¿Cuánto sabes sobre...?*

Duración: 60 minutos

Objetivo de aprendizaje: Identificar fracciones propias a partir de la cuantificación de magnitudes y repartos equitativos.

Se pide a los estudiantes que se organicen en grupos de tres integrantes y luego se les entrega un tangram chino conformado por 7 piezas (ver figura 1). Después, se les entrega una copia con la representación de cada ficha del tangram que se identifica con una letra.

Seguidamente, el profesor orienta las siguientes instrucciones, para construir las fichas del tangram.

Sigue las instrucciones para crear el tangram y responde las preguntas.

- I. Toma la hoja de papel de forma cuadrada y dóblala por la mitad formando dos rectángulos con la misma forma.
- II. Luego toma la esquina superior derecha y dóblala hacia la mitad del lado izquierdo para formar un triángulo rectángulo.
- III. Repite el paso 2 con la esquina inferior izquierda doblándola hacia la mitad del lado derecho.
- IV. Dobla la parte superior hacia abajo hasta la mitad.
- V. Toma la esquina derecha y dóblala hacia la mitad izquierda formando otro triángulo rectángulo.
- VI. Repite el paso 5 con la esquina izquierda doblándola hacia la mitad derecha.
- VII. Ahora debes tener una forma cuadrada con un rombo en el medio. Dobla el rombo por la mitad formando un triángulo.
- VIII. Finalmente, separa las piezas dobladas con cuidado. ¡Listo! Tendrás las 7 piezas clásicas del tangram: 2 triángulos grandes, 1 triángulo mediano, 2 triángulos pequeños, 1 cuadrado y 1 romboide.

Luego de construir el tangram los estudiantes deberán responder las preguntas que aparecen a continuación tomando como referencia la copia con la representación de cada ficha del tangram que se identifica con una letra:

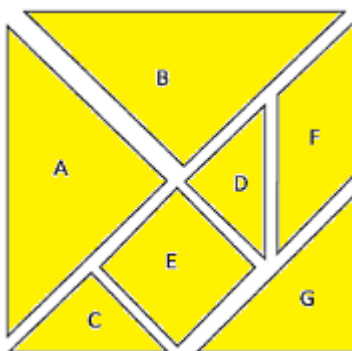


Figura 32 Tangram chino

1. ¿Qué fracción del área total de la hoja de forma cuadrada corresponde a cada una de las siguientes fichas?
 - Ficha de forma triangular (A)
 - Ficha de forma triangular (G)
 - Ficha de forma triangular (C)

- Ficha en forma de paralelogramo (F)
 - Ficha de forma cuadrada (E)
2. Expresen sus respuestas como fracciones propias de la forma $\frac{\square}{\square}$.
 3. Si dividimos la ficha F en dos triángulos iguales, ¿Qué fracción representa cada uno de esos triángulos?
 4. Si dividimos la ficha B en dos fichas triángulos medianos, ¿qué fracción representa cada triángulo mediano?
 5. Utilicen las fichas para representar las fracciones $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{8}$.

Lluvia de ideas: pedir a los estudiantes que mencionen todas las palabras, conceptos o ideas que se les vengan a la mente cuando escuchen la palabra magnitud, fracción, decimal y cociente. Las respuestas se escriben en un cartel colectivo para realizar una conceptualización conjunta.

Actividad práctica

En el siguiente recuadro deberán completar los espacios con la representación solicitada:

Nota: En el espacio que no tiene ficha escoge una ficha diferente a las representadas del tangram para realizar el ejercicio. Para terminar el ejercicio, escoge las fichas **A+G** y sumalas en formas fraccionaria, después en forma decimal y por último en forma de porcentaje. **Nota:** En el espacio que no tiene ficha escoge una ficha diferente a las representadas del tangram para realizar el ejercicio. Para terminar el ejercicio, escoge las fichas **A+G** y sumalas en formas fraccionaria, después en forma decimal y por último en forma de porcentaje.

<i>Ficha</i>	<i>En forma $\frac{a}{b}$</i>	<i>En forma decimal</i>	<i>En forma de porcentaje</i>
	$\frac{1}{4}$	0.25	25%
			
			

Practicemos lo aprendido

En las siguientes situaciones cada estudiante de manera individual deberá realizar las tareas solicitadas de acuerdo al siguiente contexto:

En el grado quinto hay una celebración del día de los estudiantes por lo que la profesora del curso les solicita sándwiches para compartir. Las madres de familia han decidido enviar sándwiches tamaño extra grande para que se reparta cada uno de ellos entre cinco estudiantes. En el salón de clase los estudiantes quieren repartir de manera equitativa dos sándwiches para diez estudiantes.



A. Reparte de manera equitativa los dos sándwiches para los diez estudiantes

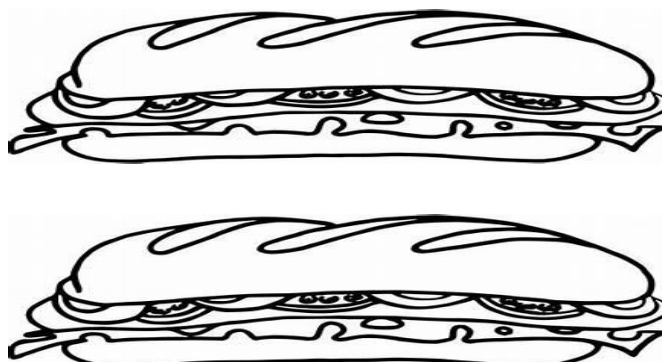


Figura 33 Sándwiches

- B. ¿Qué significa repartir de manera equitativa?
- C. Al repartirlo de manera equitativa, según su peso, ¿cuál es la fracción que recibe cada estudiante?
- D. ¿Qué cantidad decimal recibiría cada estudiante?
- E. ¿Qué fracción del peso se entregó a cuatro estudiantes? y ¿A qué cantidad decimal corresponde?

Sesión 2: ¿Cómo se representa...?

Duración: 60 minutos

Objetivo de aprendizaje: Representar la fracción como cociente utilizando la placa base diez y sus conocimientos sobre el valor posicional.

A continuación se proponen algunas situaciones para que los estudiantes representen las fracciones en contexto de cociente utilizando la placa base diez.

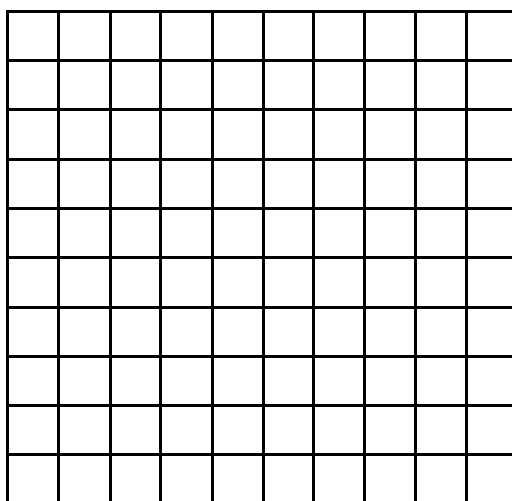
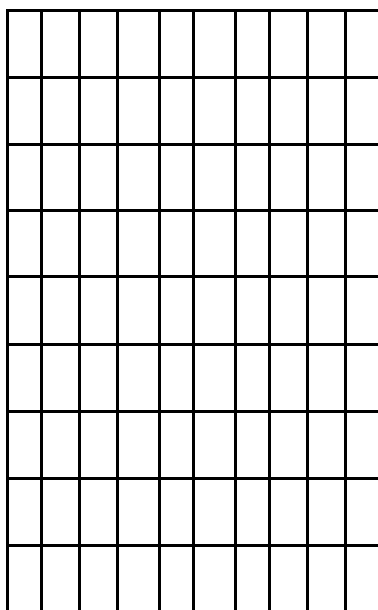


Figura 03 Placas de base 10 centenas





Se les debe dar las siguientes instrucciones para ir discutiendo durante la actividad.

- A. Pintar de color azul $\frac{3}{4}$ del área de la cuadrícula.
- B. ¿Qué fracción representa una ficha de forma cuadrada con respecto al área total de la cuadrícula?
- C. ¿Cómo podríamos representar la cantidad de una ficha de forma cuadrada con números decimales?
- D. ¿Qué recomiendas a tus compañeros para pasar un número de una representación fraccionaria a una decimal?

Sesión 3: *La fracción como cociente*

Duración: 60 minutos

Objetivo de aprendizaje: Resolver problemas a partir del uso de la fracción como cociente.

En esta sesión se pregunta a los estudiantes qué entienden por fracción como cociente, después se mostrará un ejemplo de una situación problema cuya solución requiera del uso de la fracción como cociente y por último, los estudiantes utilizarán el libro de fracciones en situaciones prácticas de división o reparto equitativo.

Ejemplo: Si una película dura 2 horas y 30 minutos ¿Puedes representar el cociente equivalente a los 30 minutos con respecto a todo el tiempo de la película? Para ello, debemos expresar todo el tiempo en minutos, 2 horas equivalen a 120 minutos a esto se debe añadir los 30 minutos restantes.

1 hora= 60 minutos.

2 horas= 120 minutos.

120 minutos + 30 minutos = 150 minutos.

Una vez tengamos el tiempo total de la película para saber qué fracción representan los 30 minutos con respecto al tiempo total de la película, expresamos esto en forma de fracción $\frac{30}{150}$ = 0,1 unidades de tiempo de película.



Figura 35 Ejemplo cotidiano

Situación A cuantificando con el libro de fracciones

Libro de fracciones: está formado por páginas divididas mediante dibujos y cortes que hacen referencia a las fracciones. La hoja completa representa la unidad y debajo de estas hojas hay un segmento en el cual se representan las fracciones correspondientes. Tiene dos juegos de hojas que corresponden a fracciones con denominador potencias de 2 y las ligadas a las divisiones en tres partes.



Figura 36 libro de mitades



Figura 37 libro de tercios

Activación de conocimientos previos

- ¿En qué situaciones de la vida cotidiana utilizamos las fracciones?

1. *Presentación del material*

Para este ejercicio se deben tener 4 libros de fracciones para trabajar en equipos de 3 o 4 estudiantes.

- Observen los libros, ¿qué representan las franjas verdes?
- ¿Qué fracciones identifican en el libro de los medios?
- ¿Cuáles son las fracciones que aparecen en el libro de los tercios?

2. *Concepto de fracción*

- Utilizando el ejemplo del libro de los medios, ¿Cómo se lee la fracción de color verde?
- ¿Cómo se podría representar esa fracción?
- ¿Qué representa el número de arriba de una fracción?
- ¿Qué representa el número de abajo?
- ¿Conoces alguna fracción donde el numerador sea mayor que el denominador?
- De acuerdo con la fracción anterior, ¿el numerador y el denominador representarán lo mismo que en la fracción $\frac{1}{2}$?

3. *Cantidades equivalentes*

- Observar y comparar las cantidades equivalentes de los dos libros: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, y $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$.
- Descubre la relación entre las fracciones anteriores.
- Observa la siguiente tabla de fracciones y por cada par de fracciones equivalentes pntalas de un mismo color.

0,5	1,3	0,3	0,6	0,8
0,5	0,6	0,9	0,75	0,8
0,75	1	0,5	0,2	1,2

- Fíjense que en el libro $(\frac{1}{2}) 0,5$, $(\frac{1}{2})0,5$, y $(\frac{4}{8})0,5$ se ven diferentes, ¿representan la misma cantidad?
- ¿Pueden encontrar otras fracciones equivalentes entre las que aparecen?

4. *Descomposición de fracciones*

- Analizar como la fracción $0,5$ se descompone en $0,75 + 0,75$ en el libro de los medios.
- Encontrar descomposiciones para fracciones como $0,3$ utilizando las fracciones del libro de tercios.
- Proponer y justificar descomposiciones de fracciones sencillas en sumas de fracciones más pequeñas.

Sesión 4: Solución de problemas de equivalencia

Duración: 60 minutos

Objetivo de aprendizaje: Reconocer las equivalencias de las fracciones como cocientes representadas en agrupaciones de familias fraccionarias.

Situación B

- ❖ **Dominó de fracciones:** es un dominó de 28 fichas en las que hay representadas 7 fracciones de formas diferentes para cuatro estudiantes.

La actividad que se puede trabajar con este material está diseñada para 4 alumnos que se reparten todas las fichas del dominó. Cada alumno debe copiar las siete fichas que le han correspondido anotando las fracciones simplificadas que aparecen en ellas.

Identificar todas las fichas equivalentes a 1

Identificar todas las fichas equivalentes a 0,5

Identificar todas las fichas equivalentes a 0,25

Identificar todas las fichas equivalentes a 0,2

Identificar todas las fichas equivalentes a 0,1

Identificar todas las fichas equivalentes a 0,6

Identificar todas las fichas equivalentes a 0,75

Identificar todas las 7 fichas equivalentes de mayor a menor.

Otra actividad que se puede realizar con el dominó de fracciones: entre las 28 fichas, hay siete fichas dobles, es decir, en los dos cuadrados está representada la misma cantidad.

Identificar las siete fichas dobles y escribirlas. Se espera que el estudiante comprenda la equivalencia de fracciones y opere, ordene y represente las fracciones en un recta.



Figura 38 Dominó de fracciones

- ¿Qué entienden por domino de fracciones ?
- Realicen ejemplos de familias de fracciones que ustedes conozcan

Recordemos lo aprendido

Juan tiene 24 canicas y decidió repartirlas equitativamente entre sus 6 amigos.

- ¿Qué fracción de las canicas de Juan recibió cada amigo?
- ¿Cuál es la fracción como cociente que se puede expresar del problema?



Figura 39

1- Presentación del material

- Observen las fichas de fracciones y digan que $\frac{1}{2}$ representan las fracciones en el dominó ?
- ¿Qué se observa en las fichas de fracciones diferentes a las fichas de dominó comunes ?

2 - Concepto de fracción

- Observe las fichas y diga que representa las familias de fracciones ?
- De lo aprendido puedes dar una fracción e identificar la familia de la fracción?



FIGURA 40 Ejemplo de distancias entre carros

- Si una carretera mide 50 kilómetros y se ha recorrido $\frac{1}{4}$ de ella, la distancia recorrida es el cociente de 50 por 4 y este producto se divide entre 4, es decir; 12,5 kilómetros
- Si una cuerda mide 6 metros y se corta $\frac{1}{3}$ de su longitud, la parte cortada es 6 por 3 y este producto se divide en 3, es decir; 2 metros.

Ejercicios prácticos de división

Problemas de medidas:

- Un hilo mide 24 cm. Si la divide en 6 partes con la misma cantidad de cm, ¿cuánto mide cada parte?
- Un hilo mide 6 cm. Si la divide en 24 partes con la misma cantidad de cm, ¿cuánto cm mide cada parte?

Cálculo de cocientes:

- Calcula el cociente de $1/3$ y represéntalo como una fracción.
- ¿Cuál es la fracción correspondiente al cociente de $24/6$?
- Expresa como fracción el cociente de $7/9$.

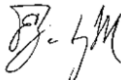
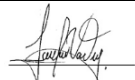
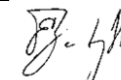
Evaluación

La evaluación se realizará de manera formativa a lo largo de las secciones, observando la participación de los estudiantes en las actividades propuestas y su capacidad para aplicar los conceptos y procedimientos trabajados. También se evaluará mediante la resolución de problemas y ejercicios prácticos.

Pongamos en práctica lo aprendido en clase



Un chicle tiene como medida 9 centímetros de longitud. Si deseas compartir con tus compañeros un pedazo de chicle ¿ en cuántas partes iguales de $1/4$ debes cortar el chicle para que todas las partes sean iguales y puedan compartir de manera equitativamente?

 FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA Vicedecanatura Académica		ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO							
Programa Académico <u>Licenciatura en Matemáticas</u>		Fecha							
Código del programa: <u>3492 Y 3487</u>		Resolución del programa <u>62</u>							
		<table><tr><th>Día</th><th>Mes</th><th>Año</th></tr><tr><td>19</td><td>9</td><td>2024</td></tr></table>	Día	Mes	Año	19	9	2024	
Día	Mes	Año							
19	9	2024							
Título del Trabajo o Proyecto de Grado									
Recurso didáctico para la comprensión de las fracciones como cociente en la escuela primaria									
Se trata de:									
Proyecto		Informe Final ☒							
Director									
JOSE LUIS VASQUEZ TIGREROS									
Nombre del Primer Evaluador									
WILDEBRANDO MIRANDA									
Nombre del Segundo Evaluador									
EVELIO BEDOYA MORENO									
Estudiantes									
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail						
JOHAN ANDRÉS MEZU VÁSQUEZ	1923593	3492	joan.mezu@correounivalle.edu.co						
ROBERTH ANDRÉS ZÚNIGA MARTÍNEZ	1828955	3487	roberth.zuniga@correounivalle.edu.co						
Evaluación									
Aprobado ☒		Meritorio							
Aprobado con recomendaciones		No Aprobado							
		Laureado							
		Incompleto							
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante:									
Director del Trabajo o Proyecto de Grado		Primer Evaluador	Segundo Evaluador						
En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: _____ dd _____ mm _____ aa									
En el caso de no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).									
Firmas									
									
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador							
Recomendaciones	Observaciones	Razón de desacuerdo - Alternativas							
Revisar y ajustar algunas bibliografías y el funcionamiento de los enlaces relacionados con estas.									
Ajustar el último párrafo de la introducción como una síntesis de lo dicho hasta allí, para dar paso a la problemática.									
Presentar los contextos de la fracción en el marco teórico y solo explicitar en la problemática el sentido y significado de fracción como cociente.									
Revisar los ejemplos propuestos en el trabajo, porque son fracciones propias y para efectos de reconocer este contexto de cociente surgen cuando son representaciones fraccionarias son impropias.									
Describir explícitamente en los análisis la articulación realizada de manera metodológicamente con el Análisis Didáctico.									
Firmas									
									
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador							