

**¿CÓMO REACCIONA LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS
A LOS ANUNCIOS MACROECONÓMICOS? ANÁLISIS PARA COLOMBIA
PERIODO 2005 - 2010**

ANDRÉS DAZA RIVERA



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS
PROGRAMA DE ECONOMÍA
Santiago de Cali, Agosto 28 de 2011**

**¿CÓMO REACCIONA LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS
A LOS ANUNCIOS MACROECONÓMICOS? ANÁLISIS PARA COLOMBIA
PERIODO 2005 - 2010**

ANDRÉS DAZA RIVERA

**Trabajo de grado para optar al título de
Economista**

Director:
JORGE MARIO URIBE GIL
Maestría en Economía Aplicada, Universidad de Los Andes.



UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS
PROGRAMA DE ECONOMÍA
Santiago de Cali, Agosto 28 de 2011

TABLA DE CONTENIDO

Resumen

0. Introducción

1. Una breve revisión de la literatura	8
2. Marco Teórico: Descomposición de spread según Campbell y Ammer.....	11
3. Datos y estructura del Vector Autoregresivo (VAR)	13
3.1 Función Impulso – Respuesta	15
3.2 Descomposición Cholesky	16
3.3 Descomposición de Varianza	18
4. Análisis de las relaciones ex – ante entre variables.....	20
5. Estimación, estadísticas descriptivas y procedimientos de un VAR.....	22
5.1 Procedimientos de un VAR	24
5.1.1 Prueba de raíz unitaria	24
5.1.2 Prueba de longitud de rezagos	24
5.1.3 Condición de estabilidad.....	24
5.1.4 Prueba sobre los residuales	25
5.1.5 Test de cointegración de Johansen	25
5.1.6 Prueba de robustez.....	26
6. Función Impulso - Respuesta	27
7. Descomposición de varianza	33
Conclusiones	34

LISTA DE FIGURAS Y TABLAS

Figura 1. Condición de estabilidad para el VAR estimado.....	25
Figura 2. Respuesta de spread frente a las innovaciones en una desviación estándar (d.e) del spread y el índice I-TES.....	27
Figura 3. Respuesta de spread frente a las innovaciones en una desviación estándar (d.e) de la tasa de cambio TRM y la inflación	29
Figura 4. Efectos acumulados de las innovaciones de la tasa de cambio TRM sobre el spread	29
Figura 5. Respuesta de la tasa de cambio ante una innovación del spread	30
Figura 6. Respuesta de la inflación frente a las innovaciones en una desviación estándar (d.e) del spread y la tasa de cambio	31
Figura 7. Respuesta de spread frente a las innovaciones en una desviación estándar (d.e) de la tasa de interés DTF	32
Tabla 1. Descripción y representación de las variables utilizadas en el modelo	13
Tabla 2. Resumen de estadísticas	22
Tabla 3. VAR, parámetros estimados	23
Tabla 4. Descomposición de varianza para el spread.....	33
Anexo 1. Impulso – Respuesta Generalizado, Pesaran y Shin (1998).....	38

***¿CÓMO REACCIONA LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS
A LOS ANUNCIOS MACROECONÓMICOS? ANÁLISIS PARA COLOMBIA
PERIODO 2005-2010***

Resumen

Este documento analiza el impacto que tienen las variables macroeconómicas financieras sobre el spread o la pendiente de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI) en Colombia para el periodo 2005 – 2010. Debido a la retroalimentación existente entre las variables del modelo, se propone un Vector Autoregresivo (VAR) según la propuesta por Campbell y Ammer (1993), el cual permite captar las innovaciones que pueda causar una variable sobre otra y además permite observar cuáles de ellas juegan un papel dominante en la determinación de los movimientos del spread. De los resultados, puede decirse que el spread y el índice I-TES son las fuerzas que más inciden en el modelo. Por otra parte, se presenta evidencia que va en contra de la Hipótesis de Expectativas Puras (HEP) y bajo cierto escenario, existe desviación a lo que predice la Paridad Descubierta de Interés (o UIP por sus siglas en inglés).

Palabras Clave: Estructura Temporal de los Tipos de Interés, Spread, Vector Autoregresivo.

Clasificación JEL: C32, E43, E44.

0. Introducción

En cualquier momento t es posible comparar los rendimientos de los bonos con diferentes vencimientos (con la misma calidad crediticia) para representar gráficamente una relación entre rendimiento y vencimiento; esta relación se conoce como Curva de Tipos o Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI). Como se muestra la relación entre los bonos de corto plazo y los de largo plazo, el signo y valor de su *pendiente* es una importante fuente de información, puesto que refleja las expectativas (futuras) de los mercados sobre el crecimiento económico y la inflación.

La curva de tipos puede presentar tres formas. La primera es ascendente (pendiente positiva) si los tipos de interés a corto plazo son inferiores a los tipos de interés a largo plazo. La segunda es descendente (pendiente negativa), si los tipos a corto plazo son superiores a los tipos de interés a largo plazo. Y tercero, de forma horizontal (pendiente nula), si los tipos a corto son iguales que los tipos a largo plazo. Desde un punto de vista teórico, lo más razonable es que los tipos a corto plazo sean inferiores a los tipos a largo plazo, es decir, que la curva sea ascendente. Esto es debido a que un valor a corto plazo presenta menor riesgo para el inversor, por lo que se conformará con una rentabilidad menor.

Por lo tanto, la elaboración de este documento se sustenta debido a que la Curva de Tipos o Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI) es un elemento de análisis intuitivo valioso que puede ser consultado por formuladores de política económica, entidades financieras, personas comunes, administradores de portafolios, estudiantes y profesores con énfasis en economía y finanzas, entre otros. Todos ellos buscan beneficiarse de un modo u otro de la información que trae consigo dicho elemento.

A nivel nacional se han desarrollado un buen número de estudios respecto a la modelación y estimación de la curva de tipos como lo hacen Arango y Arosemena (2002 y 2003), Julio et al. (2002), Cámara et al. (2005), Agudelo y Arango (2008). Recientemente Melo y Castro (2010) caracterizan la curva de rendimiento a través de sus tres factores latentes (nivel, pendiente y curvatura) con los cuales utilizan una reparametrización de Nelson y Siegel para estimar la curva; seguido estiman un VAR entre estos factores y las variables macroeconómicas. En este trabajo no se pretende estimar o modelar las curvas de tipos, sino profundizar en las posibles causas que dieron origen a los desplazamientos de las mismas. Los factores macroeconómicos y la teoría de las expectativas arrojan una luz sobre los posibles cambios, dado que sintetizan algunos movimientos que se puedan desarrollar en los mercados financieros nacionales e internacionales.

Otro hecho que se resalta sobre los trabajos existentes son los escasos intentos por relacionar las variables macroeconómicas con la ETTI en el sentido de medir la importancia relativa que pueden ejercer las mencionadas anteriormente con los mecanismos de transmisión y el conocimiento de las expectativas de los participantes en los mercados financieros. Estas son importantes para desarrollar contrastes de teorías e hipótesis, que

pueden arrojar alguna luz sobre el estudio de “nuevos fenómenos” sobre los cuales la literatura colombiana en economía y finanzas no ha tomado una parte importante.

Por lo tanto, una pregunta interesante sería *¿Qué tan importantes son las variables macroeconómicas en la determinación de los retornos del spread, y cómo reacciona este último frente a cada una de ellas?* De la cual pueden derivarse las siguientes: *¿Cuáles son las variables que más aportan al movimiento de la pendiente de la ETTI o spread? Luego, ¿qué tanto aportan?, ¿Son los resultados empíricos consistentes con las teorías que de desprenden de la ETTI, la Hipótesis de Fisher, y los modelos sobre la tasa de cambio?* Todos los objetivos están ligados, desde luego, a resolver las anteriores preguntas.

El desarrollo del documento estará organizado como sigue: 0) es la presente introducción, 1) se realiza una breve revisión de la literatura, 2) se presentan las características de la descomposición propuesta por Campbell y Ammer (1993), de cómo el spread se asocia con otras variables macroeconómicas financieras, 3) Se plantea la estructura del Vector Autoregresivo (VAR) y las variables utilizadas para su desarrollo. Además, se describe el análisis de la estructura a través de las funciones de impulso – respuesta y descomposición de varianza, y como estas permiten “filtrar” las relaciones entre las variables macroeconómicas y el spread. 4) Se realiza un breve análisis de las relaciones ex – ante de las variables según la teoría económica, 5) se presenta un resumen del procedimiento econométrico, así como también las estimaciones y estadísticas descriptivas. Por último, 6) y 7) son los resultados empíricos asociados a la función de impulso – respuesta y a la descomposición de varianza respectivamente.

1. Una breve revisión de la literatura

De la Estructura Temporal de los Tipos de Interés o ETTI pueden destacarse algunas teorías e hipótesis entre las cuales se encuentran la de Expectativas Puras, la Preferencia por la Liquidez, la Preferencia por el Hábitat y la hipótesis de Segmentación del Mercado.

La *Teoría de las Expectativas Puras* propuesta por Fisher (1896) y Hicks (1939) se basa en que para dos o más bonos con diferentes vencimientos, cualquier estrategia de inversión que se emplee con cada uno de ellos, obtendrá la misma tasa de rendimiento para un mismo periodo. Esto es, que no existe ninguna oportunidad de arbitraje, por lo que los agentes en su decisión económica no obtendrán ninguna ganancia sistemática. En principio esta teoría no tiene en cuenta la noción de riesgo financiero al considerar que todos los agentes en el mercado son neutrales al riesgo.

Al formar las expectativas sobre la tasa de interés de una manera racional y haciendo uso de toda la información disponible, los agentes realizan sus predicciones sobre las futuras tasas interés (forwards). Formalmente se tiene que

$$E_t(r_{t+n-p, p}) = f_{t+n-p, p} \quad (1)$$

Donde p es el vencimiento en el cual se evalúan las expectativas.

La ecuación (1) afirma que la expectativas sobre la tasa de interés en el periodo t , condicionada al conjunto de información disponible E_t , debe ser igual a la *tasa forward* estimada en ese mismo periodo. Lo anterior establece que las tasas forward son estimadores insesgados de las futuras tasas de interés, de manera que los agentes que participan en el mercado son indiferentes a invertir “hoy” a la tasa forward o realizar su inversión en el periodo futuro o “mañana” $t + n - p$ a la tasa vigente de mercado.

Por otra parte la *Teoría de la Preferencia por la Liquidez* propuesta por Hicks (1939) de acuerdo con la hipótesis de las expectativas puras, incorpora las nociones de incertidumbre y aversión al riesgo como factores discriminantes para la elección entre los bonos de corto y largo plazo. Dada la necesidad de liquidez por parte de los agentes, estos demandarán principalmente bonos de corto plazo y sólo considerarán tener inversiones de largo, si y sólo si, reciben una mayor tasa de interés que reconozca el riesgo asumido, que en la literatura estándar se conoce como *prima por riesgo*.

En la *Teoría del Hábitat Preferido* Modigliani y Sutch (1967) de acuerdo con las dos teorías anteriores afirman que los agentes con aversión al riesgo eliminan todo riesgo sistemático al situarse en su hábitat preferido que es aquel tramo de la curva de rendimientos en el que la *vida media* de sus activos coincide con la de sus pasivos (inmunización de portafolios). En otras palabras, los agentes diversificarán su portafolio de tal manera que en cada periodo t los *flujos de caja netos* sean aproximadamente iguales a cero. Las críticas a esta teoría se sustentan en el hecho de que a pesar de que es una buena

estrategia para la administración de portafolio no necesariamente es coherente con la maximización de beneficios de los agentes.

Por último, la *Teoría de Segmentación de Mercado* de Cultberson (1957) apoyado en las anteriores teorías sostiene que los agentes demandantes y poseedores de recursos financieros se estratifican dentro del mercado buscando algunos beneficios que van más allá de los correspondientes a los intereses, tales como la reducción de los costos de transacción, los servicios financieros, las regulaciones y los impuestos.

La importancia del *spread* como representación del diferencial entre la tasa de muy corto plazo y los rendimientos de los bonos a diferentes vencimientos (de largo plazo) ha sido empleada en muchos de los trabajos empíricos sobre la ETTI realizados a nivel nacional e internacional. Fama (1990), insatisfecho con los resultados obtenidos con la ecuación (1), la cual se emplea para contrastar la teoría de las expectativas, propone trabajar con las diferencias tanto de la tasa *spot* como de la tasa *forward* sobre la *spot* presente del mismo plazo, como se expresa a continuación:

$$y_{t+n-p, p} - y_{t, p} = \alpha_p + \beta_p (f_{t+n-p, p} - y_{t, p}) + \epsilon_{t+n-p, p} \quad (2)$$

Donde $y_{t+n-p, p}$ es la tasa spot futura esperada al vencimiento p , $f_{t+n-p, p}$ es la tasa forward futura esperada al vencimiento p ; α y β son constantes para los diferentes vencimientos y $\epsilon_{t+n-p, p}$ es el término de perturbación estocástico. El diferencial del lado izquierdo se conoce con el nombre de *spread de la spot*, mientras que el del lado derecho se conoce como la *prima forward*. Este estudio concluye que la tasa forward sí es informativa con relación a la tasa spot futura para horizontes superiores a un año, y que su capacidad de predicción, medida con el R^2 aumenta con el plazo.

La Teoría de las Expectativas de la ETTI implica que el *spread* es una prima por riesgo constante más un predictor óptimo de los futuros cambios en la tasa de interés. Campbell y Shiller (1991) argumentan que *spread* que se obtiene de la relación entre la tasa de interés de muy largo plazo R_t^n y la tasa de interés de muy corto plazo R_t^m es proporcional a la *pendiente* de la curva de la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) entre los periodos m y n . Formalmente, se tiene que una de las formas de presentar el *spread* como predictor de los futuros cambios en la tasa de interés es la siguiente:

$$s_t = \left(\frac{n}{(n-m)} \right) S_t^{(n,m)} = E_t R_{t+m}^{(n+m)} - R_t^n \quad (3)$$

Donde $S_t^{(n,m)} = R_t^n - R_t^m$

“La intuición detrás de la ecuación (3) es que si el rendimiento sobre los n periodos del bono se espera que aumente los próximos m periodos, esto puede ocasionar una pérdida de capital a los tenedores de bonos. Para igualar los retornos esperados sobre los m periodos, el bono de periodo n tuvo que tener un rendimiento actual más alto que el instrumento de m periodos” Campbell y Shiller (1991, 497).

El estudio de Campbell y Shiller tiene una gran importancia porque limita el campo de acción en el estudio de la estructura temporal al concentrarse sólo en el comportamiento de su pendiente y además, ofrece una herramienta confiable para la predicción de los cambios de la tasa de interés de corto plazo sobre el periodo de vida del bono de largo plazo. Por lo tanto, este es precisamente un enfoque que se utilizará en este trabajo.

El modelo que ayuda a explicar la relación entre el spread y las variables macroeconómicas es tomado de la propuesta de Campbell y Ammer (1993) en donde se plantea una estructura para la valoración de activos con la cual evalúan las expectativas de los agentes sobre la futura evolución de los rendimientos de las acciones y los bonos a largo plazo. Más adelante, se entra en detalles del comportamiento de dicha estructura y se explica cómo ésta se complementa con un modelo VAR y sus correspondientes análisis de las funciones de impulso – respuesta y descomposición de varianza.

Un trabajo mucho más restrictivo se plantea en Voss y Willard (2008) quienes proponen un análisis estructural entre las economías de Australia (AUS) y Estados Unidos (EU) frente a la importancia que ejerce la política monetaria sobre el comportamiento de la tasa de cambio. Supuestos como los del modelo Mundell – Fleeming, el modelo de desbordamiento de la tasa de cambio (Exchange Rate Overshooting) y la Paridad Descubierta de Interés (PDI ó UIP), son contrastadas. Dado lo anterior, proponen realizar en la estimación de su modelo VAR un *Bloque Exógeno Estructural* en donde las variables australianas no presentan ningún efecto contemporáneo o futuro sobre las variables de política internacional (EU). El modelo propuesto por los autores permite capturar las *asimetrías* de los efectos o impactos de ambas políticas (monetarias) australianas y estadounidenses en la tasa de cambio. Los instrumentos que permiten realizar sus análisis son especialmente la función de impulso – respuesta y la descomposición de varianza.

2. Marco Teórico: Descomposición del Spread según Campbell y Ammer

Así como en Shiller y Beltratti (1992), Campbell y Ammer (1993) plantean un enfoque para la descomposición de las “sorpresas”, noticias o innovaciones del spread frente a la revisión de expectativas de la inflación, las tasas de interés reales y los futuros excesos de retorno. Para el caso de los bonos, la estructura planteada describe las innovaciones del spread como:

$$S_{n,t} = \left(\frac{1}{n}\right) E_t \sum_{i=0}^{n-1} [(n-1-i)(\Delta\pi_{t+2+i} + \Delta r_{t+2+i}) + x_{n-i,t+1+i}] \quad (4)$$

Esta ecuación nos dice que los cambios inesperados o innovaciones en el spread pueden estar asociados positivamente con el crecimiento de las expectativas de inflación sobre el periodo de vida del bono, con el crecimiento de las expectativas futuras de la tasa de interés real y, finalmente, con el crecimiento de los futuros excesos de retorno.

Los adscriptos $\Delta\pi_{t+2+i}$ y Δr_{t+2+i} son los cambios en las expectativas futuras que presentan la inflación y la tasa de interés real respectivamente, mientras que $x_{n-i,t+1+i}$ representa las expectativas que pueda presentar el exceso de retorno. El exceso de retorno $x_{n,t+1}$ es tomado como el diferencial del rendimiento de un bono de vencimiento n que se mantiene desde el periodo t hasta $t+1$ (en el periodo $t+1$, el bono se vuelve un bono de periodo $(n-1)$). Las razones para trabajar con el spread es la facilidad que ofrece para trabajar con los rendimientos a madurez (*yield to maturity*), puede eliminar un aparente problema de raíz unitaria y puede ser utilizado como proxy o predictor de las expectativas sobre los términos del lado derecho de la ecuación.

Una forma más compacta para analizar la ecuación (4) es expresarla en términos de innovaciones:

$$\bar{s}_{n-1,t+1} = \bar{s}_{\pi,t+1} + \bar{s}_r,t+1 + \bar{s}_x,t+1 \quad (5)$$

Las variables denotadas con una “barra” especifican las innovaciones o “sorpresas” que presentan las variables en un periodo de tiempo, por ejemplo $\bar{s}_{\pi,t+1}$ describe las innovaciones de tasa de inflación que se presentaron entre los periodos t y $t+1$. Las innovaciones en el rendimiento del spread son determinadas por los cambios en las expectativas en la inflación y la tasa de interés real entre el próximo periodo futuro y un futuro más distante, y también por los cambios en las expectativas que pueda presentar el exceso de retorno de los bonos. La teoría de las expectativas de la ETTI establece que el tercer término del lado derecho de la ecuación (5) es constante (es una prima de riesgo), mientras que la hipótesis de Fisher, propone que el segundo término del lado derecho de la ecuación es cero. Se resalta que “Cuando ambas hipótesis se mantienen, únicamente el primer término del lado derecho de la ecuación varía a través del tiempo y cambiando las expectativas de inflación se convierte en el único recurso para explicar las pérdidas y

ganancias de capital de los bonos de largo plazo relativa a los bonos de corto plazo” Campbell y Ammer (1993, pág. 7 – 8).

La ecuación (5) representa una relación exacta donde se describe el comportamiento histórico que han desarrollado el spread y las demás variables, además es preciso resaltar que este modelo es “una identidad de contabilidad dinámica que impone una consistencia interna sobre las expectativas más que un modelo de comportamiento”(6). Como los componentes en esta ecuación no son directamente observables es preciso alinearla con una estructura VAR que permite que los componentes inobservables puedan ser representados como combinaciones lineales de innovaciones de variables completamente observables.

El supuesto implícito detrás de esta estructura de contabilidad dinámica es que captura adecuadamente las expectativas de los agentes que participan en el mercado según el conjunto de información disponible en cada momento, información que contiene al menos todas las series históricas de tasas de política. Autores como Engsted y Tanggaard (2001), Bernanke y Kuttner (2004), Ehrmann et al. (2005), Carriero et al. (2006), Faust et al. (2007) y Bredin et al. (2010) utilizan esta estructura en sus estudios en donde las adecuaciones difieren en la agregación de variables macroeconómicas, perspectivas bilaterales y factores financieros nacionales e internacionales.

3. Datos y Estructura del Vector Autoregresivo (VAR)

Las variables colombianas necesarias para este trabajo son las similares a las que emplean Campbell y Ammer (1993) y Carriero et al. (2006) en sus trabajos, a saber: tasas de interés nominales mensuales de los bonos cero cupón a diferentes vencimientos: 1, 2, 3, 6, 9 meses y 1, 2, 3, 5, 7, 10 años respectivamente, la tasa de interés real y nominal de corto plazo, la tasa de interés de referencia del banco Central (BanRep), el correspondiente deflactor del IPC mensuales de ambas economías, la tasa de cambio y el índice representativo de títulos TES. El periodo muestral es de frecuencia mensual y comprende el periodo 2005:1 – 2010:12¹.

Tabla 1. Descripción y representación de las variables utilizadas en el modelo

Variable	Representación	Descripción
<i>Inflación</i>	π_t	Se toma como la variación mensual porcentual del Índice de precios al consumidor (IPC) en Colombia, todos los grupos de las principales ciudades del país.
<i>Spread nacional</i>	s_t	Calculado como el diferencia mensual entre la tasa del título TES (Julio 2020) y la tasa de interés de referencia de muy corto plazo con corte al último día del mes t .
<i>Tasa de interés real</i>	r_t	Se toma como proxy para esta variable la tasa DTF (Deposito a Terminio Fijo). Es el promedio ponderado de las tasas de interés de los CDT de captación a 90 días ofrecidas por el sistema financiero colombiano.
<i>Tasa de Cambio</i>	trm_t	Se toma la tasa representativa del mercado (TRM) entre Colombia y Estados Unidos (\$peso/\$US). Ésta se calcula tomando el promedio aritmético simple de acuerdo con la información de las operaciones de compra y venta de divisas efectuadas en los bancos comerciales y corporaciones financieras de Bogotá, Cali, Medellín y Barranquilla. Dado que es calculada diariamente, se extrae el último dato de fin de mes.
<i>Índice de TES</i>	$ites_t$	“El I-TES es un índice que resulta del análisis cuantitativo de una canasta de 12 títulos de tesorería (TES) a tasa fija que representan más del 95% del promedio diario de las operaciones totales de títulos por el Sistema Electrónico de Negociación (SEN) que administra el Banco de la República. El índice involucra tanto la liquidez del papel como la volatilidad de su precio limpio”. Suvalor y Corfinsura (2003)

Fuente: Elaboración Propia.

¹ Queda pendiente por agregar o actualizar los datos hasta la fecha.

Aunque no son incluidas en el VAR² las siguientes variables se utilizaron para la construcción del spread, tasa de interés de intervención/referencia TIB_t (Tasa de Interés Interbancaria) que es la tasa que captura el precio de las operaciones realizadas en moneda doméstica por los intermediarios financieros para solucionar problemas de liquidez de muy corto plazo, y los rendimientos a madurez del título TES de Julio 2020 ($Jul20_t$)³.

Las series estadísticas fueron extraídas de varias fuentes. Del *Banco de la República* fue posible extraer las series de la tasa de interés interbancaria (TIB), la tasa de cambio TRM, el IPC y la tasa DTF. Mientras que la serie del índice de títulos de deuda I-TES se toma de la *Superfinanciera* y la serie de los títulos TES de julio 2020 se toma de *Thomson Reuters*.

Las limitaciones básicamente se atribuyen a la falta de liquidez del mercado de títulos de renta fija en Colombia por lo que la variable exceso de retorno x_t no pudo ser incluida⁴. La única serie líquida es la del título de Julio del 2020, la cual se transa todos los días desde que fue emitida (desde el 5 de agosto de 2005) y cuyo vencimiento está estipulado para el 24 de agosto de 2020. Este es uno de los motivos por los cuales se planteó la construcción alternativa del spread expuesta anteriormente. De ahí que también se proponga la tasa DTF como proxy de la tasa de interés real y no sea construida como normalmente se hace que es la diferencia entre la tasa de interés nominal de corto plazo (TIB) menos la inflación; caso contrario sucede en Estados Unidos donde se construyen spreads entre bonos de 10 años y 1 mes, 10 años y 2 meses, 7 años y 1 mes, etc.

El modelo es un sistema dinámico en el que se asume la captura de las expectativas de los agentes económicos en un momento determinado de tiempo. El vector z'_t recoge las variables macroeconómicas financieras como lo expresa la ecuación (5) que son el spread s_t entre la tasa de interés de muy largo plazo y la tasa de muy corto plazo, la tasa de interés real r_t y la inflación π_t . La variable exceso de retorno x_t , no fue incluida en el modelo por la falta de liquidez y desarrollo del mercado de renta fija colombiano. Además de estas fueron incluidas dos variables que se consideran importantes para los movimientos que se puedan presentar en la ETTI, estas variables son: 1) la tasa de cambio trm_t y 2) el índice de TES $ites_t$.

Entonces $z_t = (\pi_t, r_t, s_t, trm_t, ites_t)'$. El vector de innovaciones estructurales exógenas es representado por ϵ_t , que se asume un proceso independiente e idénticamente distribuido (*iid*) con comportamiento normal $\epsilon_t \sim N(0,1)$. El modelo con p rezagos es:

² Más adelante se explican todos los detalles relacionados a esta estructura.

³ Teniendo en cuenta que ambas son tasas efectivas anuales (E.A) el Spread se calculó de la manera siguiente:

$$Spread_t = \frac{(1 + Jul20_t)}{(1 + TIB_t)} - 1$$

⁴ Aunque la variable exceso de retorno x_t puede ser construida, y siendo el título de Julio 2020 el único disponible para su construcción, no sería conveniente incluirla en el modelo debido a que la serie de este título ha sido utilizada para la construcción del spread. Esto puede presentar posibles problemas de independencia entre las variables y una posible relación de cointegración.

$$z'_t B_0 = b + z'_{t-1} B_1 + \dots \dots z'_{t-p} B_p + \epsilon'_t \quad (6)$$

para $t = 1, \dots, T$. El modelo es condicionado sobre las primeras p observaciones. El modelo sigue en parte la metodología propuesta por Voss y Willard (2008) donde se presenta un VAR estructural para dos regiones en el cual, un modelo de política monetaria y tasa de cambio para Estados Unidos y Australia les permite identificar para ambas economías las innovaciones de política monetaria.

Las diferencias de este documento respecto al trabajo mencionado por Voss y Willard (2008) deben resaltarse con el fin de no generar ninguna confusión, estas son: a) que aborda una perspectiva unilateral (para Colombia) y b) no mide la importancia de la política monetaria como determinante de los movimientos en la tasa de cambio.

Dado lo anterior z_t es un vector columna de dimensiones $n \times 1$, B_j con $j = 0, \dots, p$ son $n \times 1$ vectores de parámetros que corresponden a los valores rezagados de cada variable individual del modelo. Como únicamente los valores rezagados de las variables endógenas aparecen al lado derecho de la ecuación, la simultaneidad no es un problema y la estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) ofrece estimadores consistentes. Sin embargo, siempre y cuando el término de error ϵ_t pueda estar correlacionado contemporáneamente, MCO sigue siendo eficiente y equivalente a Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG ó GLS) dado que todas las ecuaciones tienen idénticos regresores.

Es necesario reconocer que antes de la estimación del sistema por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) debe considerarse una variedad de procesos que siguen las series de tiempo para las variables de nuestro modelo como lo son las pruebas de raíz unitaria, la adecuada longitud de rezagos, las condiciones de estabilidad, las pruebas sobre los residuales y la prueba para las relaciones de cointegración entre ellas.

3.1 Función Impulso – Respuesta

Este análisis está basado en el libro de Enders (2004).

Dado que un modelo autoregresivo tiene una representación en media móvil, un Vector Autoregresivo (VAR) también puede ser representado como un Vector de Medias Móviles (VMA). Podemos expresar la ecuación (6) en una manera más extensa:

$$\begin{bmatrix} S_t \\ ites_t \\ trm_t \\ \pi_t \\ r_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \\ a_{40} \\ a_{50} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{t-1} \\ ites_{t-1} \\ trm_{t-1} \\ \pi_{t-1} \\ r_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \\ e_{4t} \\ e_{5t} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Su representación de Media Móvil es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} s_t \\ ites_t \\ trm_t \\ \pi_t \\ r_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{s} \\ \bar{ites} \\ \bar{trm} \\ \bar{\pi} \\ \bar{r} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} & \phi_{15} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & \phi_{25} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & \phi_{34} & \phi_{35} \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \phi_{43} & \phi_{44} & \phi_{45} \\ \phi_{51} & \phi_{52} & \phi_{53} & \phi_{54} & \phi_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \\ \varepsilon_{5t} \end{bmatrix}$$

Una manera de representación VMA más compacta es:

$$z_t = \bar{z} + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \varepsilon_{t-i} \quad (8)$$

La representación del Vector de Media móvil (VMA) es una herramienta muy usada para examinar la interacción entre las series s_t , $ites_t$, trm_t , π_t y r_t . Los coeficientes ϕ_i pueden ser usados para generar los efectos de los impactos de $\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{5t}$ sobre cada una de las series del vector z_t . Estos coeficientes son conocidos como *multiplicadores de impacto* y el conjunto entero de ellos son la *función de impulso - respuesta*. Por ejemplo, ϕ_{11} es el impacto instantáneo que puede causar un cambio unitario de la serie del error ε_{1t} sobre s_t o spread.

Los efectos acumulados de una unidad de impulsos para cualquiera de la series $\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{5t}$ pueden ser obtenidos con la apropiada sumatoria de los coeficientes de la función de impulso – respuesta. Por ejemplo, nótese que después de n periodos, el efecto de ε_{3t} sobre el valor del spread s_{t+n} es:

$$\sum_{i=1}^n \phi_{13}(i) \quad (9)$$

Cuando n tiende a infinito se obtiene un multiplicador de largo plazo. Sin embargo, esta metodología no está disponible ya que el VAR estimado es “subidentificado”. Esto se debe a que el conocimiento de varios a_{ij} y la matriz de varianza - covarianza Σ no son suficientes para identificar el sistema primitivo.

El problema de identificación requiere que se imponga alguna estructura sobre el sistema, puede ser que exista alguna razón teórica que permita un ordenamiento de las variables o el investigador puede determinar algún tipo de descomposición que sea más apropiada para sus fines. La descomposición Cholesky proporciona un conjunto mínimo de supuestos que pueden ser usados para identificar el sistema primitivo.

3.2 Descomposición Cholesky

Los términos de error (o innovaciones) estimados en el VAR usualmente están correlacionados contemporáneamente y puede ser que tengan un componente común que no puede ser asociado con cualquiera de las variables incluidas en el modelo. Para poder

interpretar los impulsos de una variable específica sobre otra, es común aplicar la transformación P al término de error tal que las innovaciones puedan estar *no* correlacionadas.

$$W_t = P\epsilon_t \sim (0, D) \quad (10)$$

P : es la inversa de la triangular inferior del factor de Cholesky⁵.

D : es la diagonal (inferior) de la matriz de covarianza.

Para propósitos ilustrativos considere el caso con dos variables como lo exponen Johnston y Dinardo (1997). Ya que $W_t = [w_{1t}, w_{2t}]$ y $\epsilon_t = [\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}]$, observe que $w_{1t} = b_{11}\epsilon_{1t}$. El requerimiento de una unidad de varianza muestral da como resultado que $b_{11} = 1/s_1$, donde s_1 es la desviación estándar de ϵ_{1t} . A continuación realizando la regresión de ϵ_{2t} sobre ϵ_{1t} por MCO para obtener el residual $\hat{w}_{2t} = \epsilon_{2t} - b_{21}\epsilon_{1t}$. Por construcción este residual no está correlacionado con ϵ_{1t} , ni con w_{1t} . Si denotamos con $s_{2,1}$ al error estándar de esta regresión, se sigue que $w_{2t} = \hat{w}_{2t}/s_{2,1}$ que tiene a su vez una varianza unitaria y puede estar no correlacionado con w_{1t} . La transformación en la ecuación (10) puede resumirse como:

$$P = \begin{bmatrix} 1/s_1 & 0 \\ -b_{21}/s_{2,1} & 1/s_{2,1} \end{bmatrix} \text{ que proporciona } P^{-1} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 \\ b_{21}s_1 & s_{2,1} \end{bmatrix}$$

La matriz muestral de covarianza para los w 's es $\sum w_t w'_t / n$, de la ecuación (10)

$$\frac{1}{n} \sum w_t w'_t = P \left(\frac{1}{n} \sum \epsilon_t \epsilon'_t \right) P' = P \Phi P' \quad (11)$$

Pero la matriz muestral de covarianza de los w 's es la matriz identidad I por construcción, tal que

$$\Phi = P^{-1}(P^{-1})' \quad (12)$$

Esta última ecuación ilustra la factorización de Cholesky de una matriz definida positiva Φ . Esto demuestra que es producto de una matriz triangular inferior P^{-1} , y su transpuesta que es una matriz diagonal superior. Esta opción impone un ordenamiento de las variables en el VAR y atribuye todo el efecto de cualquier componente común a la variable que va en primer lugar en el modelo VAR. Esto implica organizar las variables según su grado de endogeneidad de *menor* a *mayor* y según las razones teóricas como sigue: 1) tasa de interés real DTF, 2) inflación π , 3) tasa de cambio TRM, 4) I-TES, y 5) Spread. Por ejemplo, se supone que la tasa DTF es la última que reacciona ante los cambios que se presenten en los agregados de la economía por ser una proxy de la tasa de interés real y de la formación de capital (a 90 días), seguidos del cambio en la inflación (sujeto al ajuste de precios), luego la tasa de cambio y así sucesivamente. La imposición de este orden impone una consistencia interna en la estructura, atribuyendo al modelo estimado la calidad de *VAR Estructural*.

⁵ La inversa de una matriz triangular inferior (o superior) es también una triangular inferior (superior).

3.3 Descomposición de Varianza

De la ecuación (5) se puede descomponer la varianza de las noticias del spread calculando la varianza a ambos lados de la ecuación, Campbell y Ammer (1993):

$$Var(\bar{S}) = Var(\bar{S}_\pi) + Var(\bar{S}_r) + Var(\bar{S}_x) + Cov(\bar{S}_\pi, \bar{S}_r) + Cov(\bar{S}_\pi, \bar{S}_x) + Cov(\bar{S}_r, \bar{S}_x) \quad (13)$$

Las dificultades que presenta esta ecuación es que varios de los componentes pueden estar correlacionados unos con otros. Pero como para la función de impulso - respuesta, la descomposición Cholesky transforma las innovaciones de cada uno de los componentes de la ecuación (13) tal que queden ortogonales las unas a las otras. Entonces, la varianza del Spread $Var(\bar{S})$ puede ser expresada como la sumatoria de las varianzas de los componentes ortogonales.

Es útil volver a retomar la representación del vector de media móvil (VMA) de la ecuación (8):

$$z_t = \bar{z} + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \varepsilon'_{t-i}$$

Donde $\bar{z} = \begin{bmatrix} \bar{s} \\ \bar{ites} \\ \bar{trm} \\ \bar{\pi} \\ \bar{r} \end{bmatrix}$ y $\varepsilon'_{t-i} = \begin{bmatrix} \varepsilon'_{1t} \\ \varepsilon'_{2t} \\ \varepsilon'_{3t} \\ \varepsilon'_{4t} \\ \varepsilon'_{5t} \end{bmatrix}$

ε'_{t-i} es la representación en forma de impactos o “choques” exógenos de cada uno de los errores por variable respectivamente y $\bar{z}$ es la media o la deriva de los procesos.

Tomando solamente la secuencia s_t y calculando su correspondiente predicción dado un conjunto de información disponible E_t , puede encontrarse subsecuentemente también el error de predicción para ese periodo de tiempo. El error de predicción se calcula entonces como

$$s_{t+1} - E_t s_{t+1} = \hat{\varepsilon}_{1t+1} \quad (14)$$

Tomando un horizonte amplio de n periodos tenemos que

$$s_{t+n} - E_t s_{t+n} = \sum_{j=0}^{n-1} \phi_j \hat{\varepsilon}_{1t+n-j} \quad (15)$$

Definiendo la varianza del error de predicción como $Var(s_{t+n} - E_t s_{t+n}) = \sigma_s^2(n)$, puede notarse que la varianza del error de predicción se incrementa a medida que n se hace más grande. Como $\hat{\varepsilon}_{1t+n-j}$ es función de s_t , $ites_t$, trm_t , π_t , y r_t , es posible descomponer en

proporciones los n-pasos futuros de la predicción de la varianza del error debido a cada uno de sus “choques” $\{\hat{\varepsilon}_{1t}, \hat{\varepsilon}_{2t}, \hat{\varepsilon}_2, \hat{\varepsilon}_{4t}, \hat{\varepsilon}_{5t}\}$ ⁶. Respectivamente esas proporciones son:

$$\frac{\sigma_s^2 [\sigma_{11}(0)^2 + \phi_{11}(1)^2 + \dots \dots \phi_{11}(n-1)^2]}{\sigma_s(n)^2} \quad (16)$$

$$\frac{\sigma_s^2 [\sigma_{12}(0)^2 + \phi_{12}(1)^2 + \dots \dots \phi_{12}(n-1)^2]}{\sigma_{ites}(n)^2} \quad (17)$$

La descomposición de la varianza del error de predicción se entiende como la proporción de los movimientos en una secuencia debidos a sus “propios” choques versus los choques de otra(s) variable(s). Si los “choques” o impactos *de $\hat{\varepsilon}_{kt}$ con $k = (ites, trm, r, \pi)$* no explican nada de la varianza del error de predicción de $[s_t]$ para todo el horizonte de predicción, puede decirse entonces que la secuencia $[s_t]$ es exógena.

⁶ De la misma manera como utilizamos la descomposición Cholesky en la función de impulso - respuesta.

4. Análisis de las relaciones ex – ante entre variables

En este apartado se trata de identificar las relaciones teóricas que puedan existir entre el spread, la tasa de interés real, la inflación, la tasa de cambio y el índice I-TES, las cuales corresponden a las series macroeconómicas financieras seleccionadas por el estudio, con frecuencia mensual.

Como se expuso anteriormente, la implicación más importante se deriva de la ecuación (5) en donde la teoría de las expectativas de la ETTI establece que el tercer término del lado derecho de la ecuación es constante (es una prima de riesgo), mientras que la hipótesis de Fisher propone que el segundo término del lado derecho de la ecuación es cero. La hipótesis de Fisher establece que a mediano plazo, los tipos de interés nominales crecen en igual proporción con la tasa de crecimiento del dinero, mientras que el tipo de interés real permanece constante dado que es un nivel de “tasa natural”. Como se comentó anteriormente “Cuando ambas hipótesis se mantienen, únicamente el primer término cambia a través del tiempo y los cambios esperados en la inflación son el único recurso de las inesperadas pérdidas y ganancias de capital de los bonos de largo plazo relativas a los bonos de corto plazo”. Campbell y Ammer (1993, pág. 7-8).

De acuerdo con el modelo IS – LM con economía abierta o mejor conocido como Mundell – Fleming (M - F), a corto plazo, las tasas de interés nominal y real decrecen cuando se presenta un aumento de la cantidad de dinero. Consistente con estos movimientos la tasa de cambio nominal muestra un movimiento de depreciación (calculada como \$Peso/\$US), y consecuentemente, se resalta la presencia de una relación inversa entre el spread y la tasa de cambio.

Ahora, teniendo en cuenta la relación de Paridad Descubierta de Interés (PDI ó UIP) y bajo el supuesto de economía abierta pero pequeña puede presentarse la relación entre tasas de interés y tasa de cambio como:

$$i_t - i_t^* = \Delta E_t e_{t+1} \quad (18)$$

$i_t - i_t^*$ representa el diferencial entre la tasa de interés nacional (Colombia) y la tasa de interés extranjera (Estados Unidos). El supuesto de economía abierta pero pequeña establece que la tasa de interés extranjera se determina exógenamente, es decir, que las decisiones de política monetaria colombiana no influyen en los movimientos de dicha tasa.

En el corto plazo, el efecto liquidez de la expansión monetaria implica que la tasa de interés nacional decrece relativamente frente a la tasa de interés internacional, ocasionando una apreciación de la moneda local. Ahora, teniendo en cuenta supuestos como la rigidez de precios en el mercado de bienes en el corto plazo y la respuesta instantánea de la tasa de cambio a los impactos macroeconómicos, Faust y Rogers (2003, pág. 1407) comentan que “la apreciación hacia un valor de depreciación de largo plazo implica un salto inicial de depreciación que sobrepasa el nivel de largo plazo”, que indica una respuesta más que

proporcional ante el cambio de la oferta monetaria (expansiva). Esto se conoce como la hipótesis de *Overshooting* o desbordamiento de la tasa de cambio, hipótesis que fue propuesta por Dornbusch en el año 1976.

Por último se describe que la relación entre el índice I –TES y la tasa de interés es inversa. Considerando que los agentes económicos demandarán principalmente bonos de corto plazo según la teoría de la preferencia por la liquidez y teniendo en cuenta la volatilidad a la que están expuestos los activos de largo plazo (entre más plazo mayor riesgo), el índice I-TES presentará un aumento cuando las tasas de corto y largo plazo de los activos financieros de cierta canasta representativa disminuyan (indicando una valorización), especialmente cuando las tasas de corto plazo disminuyan en mayor proporción que las tasas de largo plazo. Por lo que *ceteris paribus* el spread debe disminuir cuando el índice I-TES aumente.

5. Estimación, estadísticas descriptivas y procedimientos de un VAR

Tabla 2. Resumen de estadísticas

Variable	Media	Error estándar	Mínimo	Máximo	Asimetría	Curtosis	Jarque-Berra
s_t	0,4896	0,4114	0,0393	1,3360	0,7678	2,0243	8,96[0,011]
$ites_t$	99,9129	2,2782	92,3900	105,5200	-0,3449	4,6976	9,09 [0,010]
trm_t	2116,39	0,2871	1767,41	2633,12	0,2871	2,1265	2,96 [0,227]
π_t	0,3589	0,3783	-0,1900	1,5100	0,7607	3,1543	6,33 [0,042]
r_t	6,7543	2,1564	3,4400	10,1300	-0,0146	1,8177	3,79 [0,151]

Fuente: cálculos propios.

Los números entre Corchetes [] representan los p-valores de la prueba de Jarque – Berra.

En la **Tabla 2**, se reportan las estadísticas descriptivas de las variables (en niveles) que fueron utilizadas en el modelo VAR. Según el orden de la tabla, estas son: el spread, el índice representativo de renta fija, la tasa de cambio, la inflación y la tasa de interés real. El periodo muestral es de 60 datos y la frecuencia es mensual, comprendiendo los datos desde enero de 2005 hasta diciembre de 2010.

Tabla 3. VAR, parámetros estimados.

	s_t	r_t	$ites_t$	trm_t	π_t
s_{t-1}	-0,1851 (0,14300) [-1,29498]	0,2029 (0,31830) [0,63752]	8,0539* (2,89853) [2,77862]	-262,7 (125,679) [-2,09031]	0,0346 (0,39135) [0,08850]
s_{t-2}	-0,1268 (0,14300) [-0,86546]	0,6111* (0,32618) [1,87377]	6,4308* (2,97033) [2,16503]	-40,43 (128,792) [-0,31393]	0,485 (0,40105) [1,20953]
r_{t-1}	-0,0391 (0,05971) [-0,65492]	0,4881* (0,13289) [3,67355]	0,6624 (1,21019) [0,54742]	10,39 (52,4732) [0,19802]	-0,6669 (0,16340) [-0,41000]
r_{t-2}	-0,1484 (0,06139) [-2,41782]	0,3524* (0,13664) [2,57904]	0,169 (1,24432) [0,13583]	21,88 (53,9535) [0,40557]	0,192 (0,16801) [1,14310]
$ites_{t-1}$	-0,0009 (0,00716) [-1,27983]	-0,0033 (0,01594) [-0,21027]	-0,7404 (0,14512) [-5,10253]	-3,9162 (6,29249) [-0,62236]	-0,0114 (0,01959) [-0,73949]
$ites_{t-2}$	-0,0004 (0,00579) [-0,78890]	0,0001 (0,01289) [0,01174]	-0,1781 (0,11742) [-1,51675]	-6,7783 (5,09150) [-1,33130]	0,0059 (0,01585) [0,37240]
trm_{t-1}	4,94E-05 (0,00017) [0,29715]	0,0004 (0,00037) [1,16344]	0,0084* (0,00337) [2,52117]	0,2008** (0,14603) [1,37513]	0,0002 (0,00045) [0,56673]
trm_{t-2}	-2,96E-06 (0,00017) [-0,01567]	-0,0006 (0,00038) [-1,63449]	0,0012 (0,00347) [0,36282]	-0,0805 (0,15056) [-0,53523]	0,0001 (0,00047) [0,24844]
π_{t-1}	0,038 (0,05058) [0,75298]	-0,0131 (0,11258) [-0,11632]	0,575 (1,02516) [0,56095]	-52,93 (44,4505) [-1,19082]	1,0081* (0,13842) [7,28325]
π_{t-2}	-0,0298 (0,05101) [-0,58501]	-0,0094 (0,11355) [-0,08329]	-0,0742 (1,03400) [-0,07176]	35,57 (44,8341) [0,79354]	-0,1766 (0,13961) [-1,26554]
R^2	0,2599	0,5228	0,6614	0,1928	0,5096

Fuente: cálculos propios.

Estadísticos t entre corchetes []; errores estándar entre paréntesis ().

*significativo al 5%, ** significativo al 10%.

La **Tabla 3** presenta los parámetros estimados en la modelación VAR por medio de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Cada columna en la tabla corresponde a una ecuación en el VAR, en cada una de ellas se aprecia el valor de los coeficientes y sus errores estándar entre paréntesis. A su vez, la última fila representa el R^2 de cada ecuación en particular. El periodo muestral es de 60 datos y la frecuencia es mensual, comprendiendo

los datos desde enero de 2005 hasta diciembre de 2010. Sin embargo, lo importante en un VAR no se reduce a la estimación de los parámetros, sino a la identificación de las interrelaciones entre las variables del modelo.

5.1 Procedimientos de un VAR

5.1.1 Prueba de raíz unitaria.

La verificación de las variables (en niveles) incluidas en el modelo VAR es esencial. En resumen, todas las variables incluidas en el VAR exceptuando a la tasa de inflación π_t ⁷, no son estacionarias a los niveles de confianza convencionales de 5% y 10% respectivamente. Para ello, se utilizaron las pruebas tradicionales de Dicky-Fuller Aumentado, la prueba de Dicky-Fuller por MCG (sin tendencia) y la prueba de Phillips -Perron. Por lo tanto, el siguiente paso fue transformar las series en sus primeras diferencias y realizar de nuevo las pruebas, a lo que las mencionadas anteriormente rechazaban la hipótesis nula de presencia raíz unitaria a los niveles de confianza convencionales de 10%, 5% e incluso algunas al nivel del 1%.

5.1.2 Prueba de longitud de rezagos.

El VAR se estimó con las siguientes variables: la tasa de inflación π_t , y las primeras diferencias del spread, el índice de TES, la tasa de cambio y la tasa de interés real ($spread_t$, $ites_t$, trm_t , r_t respectivamente). Aprovechando la máxima longitud de rezagos (9 como máximo) sujetos a los grados de libertad disponibles, se realizó la prueba a través del método de ensayo y error. Los criterios de información utilizados fueron los multivariados Akaike (AIC), Schwarz (SC), Hanna Quinn (HQ), el predictor final de error (FPE) y la prueba de razón de verosimilitud (LR).

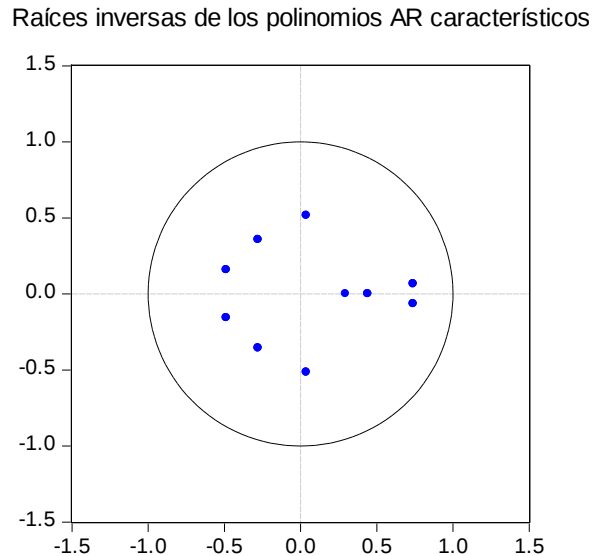
Aunque los criterios AIC, SC, HQ y FPE sesgaron su elección hacia un modelo de una longitud de rezagos de 1, el criterio de razón de verosimilitud (LR) siempre señaló el modelo con una longitud de rezagos de 2 y esta fue la razón para trabajar con dicha longitud. Aunque se sacrifiquen grados de libertad (gl) al incluir un rezago adicional, es útil para añadir más variabilidad al modelo, ya que proporciona más poder explicativo a las variables incluidas.

5.1.3 Condición de estabilidad.

Como puede observarse en la figura 1 el modelo VAR estimado cumple con la condición de estabilidad, dado que todas las raíces de los polinomios AR característicos se encuentran dentro del círculo unitario. Esto se da gracias a que las series empleadas en la estimación son estacionarias (en covarianza).

⁷ Es una variable que ya está diferenciada, calculada como la variación mensual porcentual del Índice de Precios al Consumidor IPC.

Figura 1. Condición de estabilidad para el VAR estimado.



Fuente: Elaboración propia

Como su nombre lo indica, la condición de estabilidad permite que nuestros resultados sean convergentes y no muestren un comportamiento explosivo, garantizando por ejemplo que los resultados de la función de impulso - respuesta sean válidos.

5.1.4 Prueba sobre los residuales.

De la ecuación (6) el término de error ϵ_t puede estar correlacionado contemporáneamente, pero no debe estar correlacionado con ninguna de las variables del lado derecho de la ecuación y mucho más importante no debe estar correlacionado con ningún valor rezagado propio (no correlación serial). Bajo la hipótesis nula de *no correlación serial* hasta el rezago h (*hasta el número 60*) la prueba de autocorrelación de Pormanteau rechaza esta hipótesis al nivel convencional del 5%, afirmando que los residuales no presentan correlación serial.

5.1.5 Test de cointegración de Johansen.

Con el grupo de variables no estacionarias (en niveles) utilizadas en este estudio, se procedió a verificar si existen o no relaciones de cointegración entre ellas.

Si tenemos k variables endógenas, cada una de las cuales con una raíz unitaria, puede haber desde cero hasta $k-1$ relaciones de cointegración, de existir al menos una, la metodología correcta sería estimar el modelo a través de un Vector Corrector de Errores (VEC). Si no hay ninguna relación de cointegración, cualquier método de análisis de series de tiempo, como la modelación VAR puede ser estimado utilizando las primeras diferencias de las series. De los resultados de la prueba, ni el test a través de la traza, ni el test del máximo valor propio señalan alguna relación de cointegración al nivel de significancia del 5%. Esto es un punto a favor de la metodología propuesta.

5.1.6 Prueba de robustez.

Pesaran y Shin (1998) proponen un tipo de Impulso - Respuesta Generalizado que consiste en construir un conjunto de innovaciones (choques) ortogonales, tal que no dependan del ordenamiento en el VAR. “La generalizada impulso – respuesta de una innovación de la variable j-ésima son producto de aplicar en la variable específica el factor de Cholesky, calculado con la variable j-ésima al final del ordenamiento Cholesky” [página 469, Generalized Impulse] Guía de usuario II, Eviews 7 (2010). En el **Anexo 1** se presenta la evidencia gráfica con los impulso - respuesta generalizadas de las variables macroeconómicas utilizadas en este estudio, los cuales no presentan ninguna distorsión significativa con los resultados que se presentan a continuación.

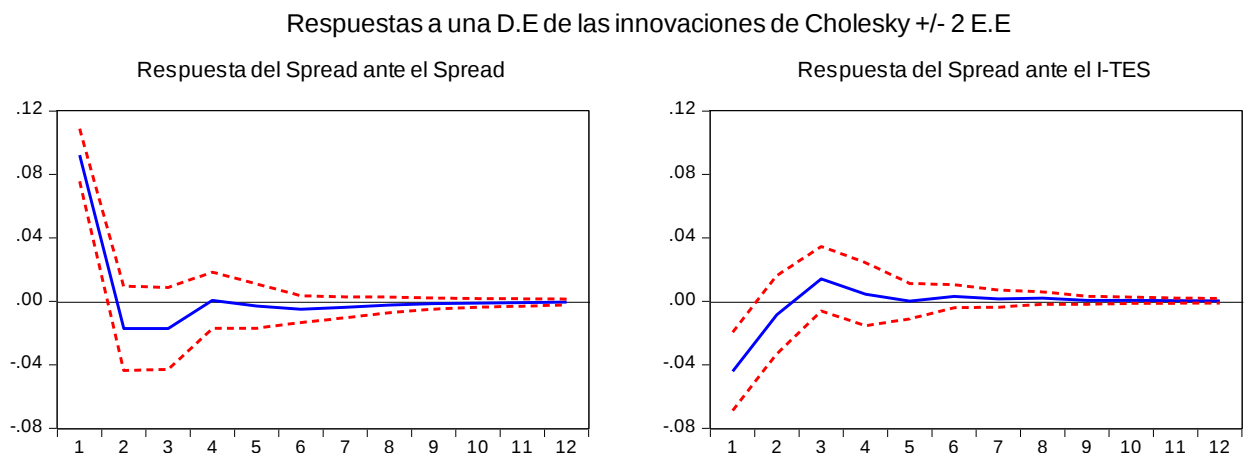
6. Función de Impulso – Respuesta

En las siguientes figuras se presenta el impacto de las innovaciones (o choques) en una desviación estándar (d.e) de las variables macroeconómicas sobre el componente de pendiente de la ETTI o el Spread, así como también su importancia relativa. De acuerdo con las respuestas que se obtienen se realiza una comparación con los hallazgos en los estudios previos y un contraste para algunas teorías.

Como se mencionó anteriormente, la descomposición de Cholesky implica un ordenamiento de las variables que representa el grado de endogeneidad contemporánea entre ellas, colocando de *menor a mayor* la tasa DTF, la tasa de inflación, la tasa de cambio, el índice I-TES, y el Spread. Al utilizar una matriz de factorización triangular inferior, cualquier ordenamiento diferente de las variables de la Cholesky puede ocasionar cambios en los resultados.

Como se mencionó en el numeral 3.2, existen razones económicas para imponer dicho ordenamiento. Por ejemplo, se supone que la tasa DTF es la última que reacciona ante los cambios que se presenten en los agregados de la economía por ser una proxy de la tasa de interés real y de la formación de capital (a 90 días), seguidos del cambio en la inflación, que está sujeta al ajuste de precios de una canasta de bienes representativa, luego la tasa de cambio, la cual recoge información sobre los movimientos de compra y venta de la divisa y así sucesivamente.

Figura 2. Respuesta del spread frente a las innovaciones en una desviación estándar (d.e) del spread y el índice I-TES.



Fuente: Elaboración Propia.

En el primer recuadro de la Figura 2 observamos la respuesta del spread ante una innovación en una desviación estándar de sí misma. Esto proporciona un aumento inicial de 0,09%, indicando que son las tasas de largo plazo las que aumentan en mayor proporción que las de corto, seguido de un rápido descenso hasta el segundo mes con un valor de -

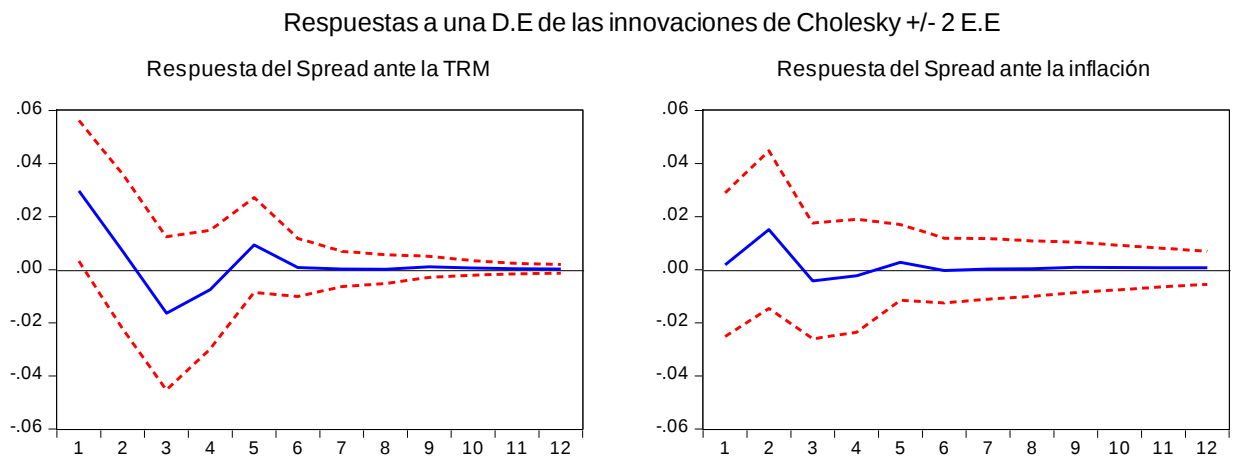
0,02%. Este movimiento puede considerarse no consistente con la hipótesis de las expectativas puras (HEP) de la ETTI dado que pudieron haberse presentado dos escenarios: 1) Que la disminución se haya presentado por el aumento de la tasa de interés de corto plazo. De ser así y según la HEP, la tasa de largo plazo incorporaría esta información para evitar las pérdidas de capital relativas a las tasas de corto plazo y, por lo tanto, el spread debería permanecer constante o incluso aumentaría. 2) La caída del spread se presenta por una disminución de la tasa de largo plazo, y esta es la razón por la cual se puede explicar este movimiento. Como lo menciona Campbell y Shiller (1993, pág. 495) postula al exceso de retorno como un mejor recurso que sirve para explicar los movimientos subsecuentes en las tasas de interés. Después del segundo mes el spread presenta un valor de -0,02% hasta el tercer mes y luego aumenta hasta retornar a su nivel inicial en el cuarto periodo.

Kuttner (2001) y Voss y Willard (2008) proporcionan evidencia empírica a favor de teoría de las expectativas, mientras que la evidencia en contra de la hipótesis de las expectativas puras (HEP), se encuentran por cuenta de Campbell y Ammer (1993) y Campbell y Shiller (1991).

El segundo cuadro ubicado en la parte derecha de la Figura 2 presenta la respuesta del spread frente a una innovación del índice representativo del mercado de renta fija I-TES. Como se menciona anteriormente, la relación esperada entre las dos variables tiene que ser inversa. Como el I-TES es un ponderador de precios de una canasta básica de títulos TES, cuando éste aumente es porque la tasa de interés de los títulos en promedio tiende a disminuir, especialmente cuando las tasas de corto plazo lo hacen en mayor proporción, y eso es lo que se puede apreciar en la gráfica.

El impacto inicial del índice I-TES hace que el spread disminuya en un -0.05%, lo cual implica un aumento de precio del portafolio representativo en este punto. Sin embargo, para evitar las pérdidas de capital las tasas empiezan a incrementarse a través de los periodos 2 y 3, (suponiendo un movimiento coherente con la hipótesis de preferencia por la liquidez) hasta que el spread alcanza un nivel de 0.02%. Luego retorna a su nivel inicial 5 meses después.

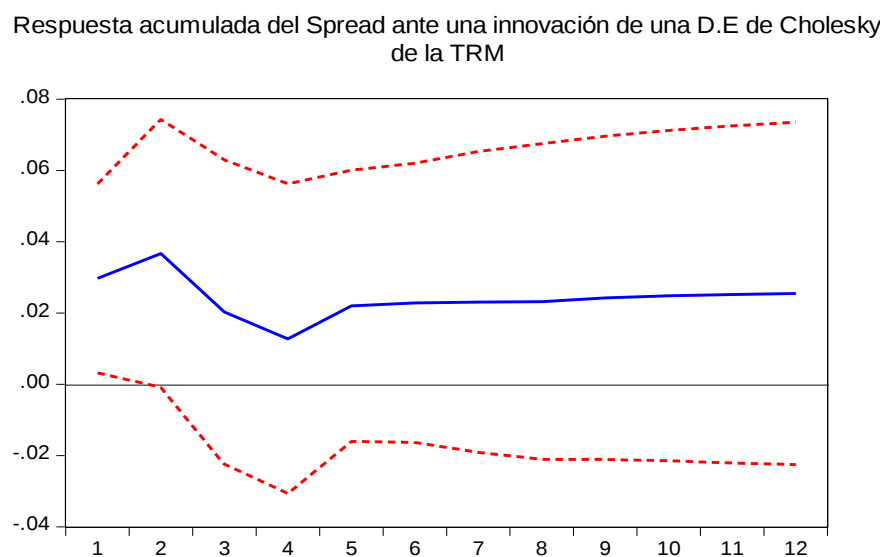
Figura 3. Respuesta del spread frente a las innovaciones en una desviación estándar (d.e) de la tasa de cambio TRM y la inflación π .



Fuente: Elaboración propia.

En el primer cuadro de la Figura 3 se muestra la respuesta del spread cuando se presenta una innovación en la tasa de cambio TRM. Una innovación inicial en una desviación estándar de la TRM presenta un aumento del spread en el primer periodo de 0.03%, seguido de un movimiento en zig-zag alcanzando un valor de -0.02 en el tercer mes, 0.02 en el quinto mes y retorna finalmente a su nivel de origen en el sexto mes. Como puede apreciarse, estas respuestas son muy pequeñas y estadísticamente iguales a cero. Sin embargo, el comportamiento anterior no es coherente con las implicaciones del modelo Mundell – Fleming debido a que el proceso de apreciación debería ir seguido de un aumento de los tipos de interés de corto plazo, por lo que el spread debería disminuir en gran parte del horizonte de un año. La Figura 4 ayuda a verificar este hecho.

Figura 4. Efectos acumulados de las innovaciones de la tasa de cambio sobre el spread.

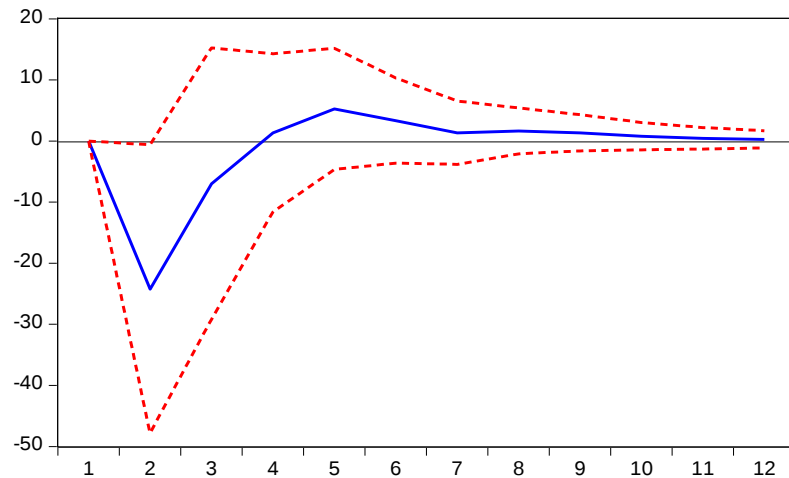


Fuente: Elaboración propia.

De la Figura 3, también se aprecia la respuesta del spread frente a una innovación de la tasa de inflación. La respuesta del spread ante un cambio o innovación de la tasa de inflación en el primer mes es nula (0%), luego sigue un leve aumento que alcanza su máximo de 0.015% en el segundo, que desciende finalmente hasta el tercer mes donde regresa a su nivel inicial. Aunque el spread muestra el movimiento que se esperaba (aumento de las tasas para mantener el poder adquisitivo o para evitar el “calentamiento” de la economía), en comparación con las impulso – respuesta anteriores, la tasa de inflación es el componente que menos significancia económica y estadística tiene en la determinación de los movimientos del spread. Esto es contrario a las implicaciones teóricas derivadas de la ecuación (5), por lo que la inflación no es el principal recurso que explica el comportamiento del Spread; y es también contrario a lo que comparten autores como Bredin et al. (2010), Carriero et al. (2006), Bernanke y Kuttner (2005) y Engsted y Tanggaard (2001).

Figura 5. Respuesta de la tasa de cambio ante una innovación del spread.

Respuesta de la TRM ante una innovación en una D.E de Cholesky del Spread



Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 5 observamos la respuesta inversa, la de la tasa de cambio TRM ante la innovación del spread. Como se señaló en el numeral 4 de este documento, las implicaciones de la Paridad Descubierta de Interés (UIP) pueden ser contrastadas. Como puede observarse la reacción inicial (periodo 1) de la tasa de cambio es estadísticamente igual a cero (debido al orden de Cholesky), pero se presenta una rápida apreciación de la tasa en el segundo periodo de - \$25 que puede considerarse como un efecto pico, luego esto va seguido de una suave movimiento de depreciación que va hasta el periodo 6. El retorno a su nivel de origen lo alcanza en un periodo de un año. Es necesario entonces recurrir a dos escenarios que ayudan a comprender mejor este movimiento:

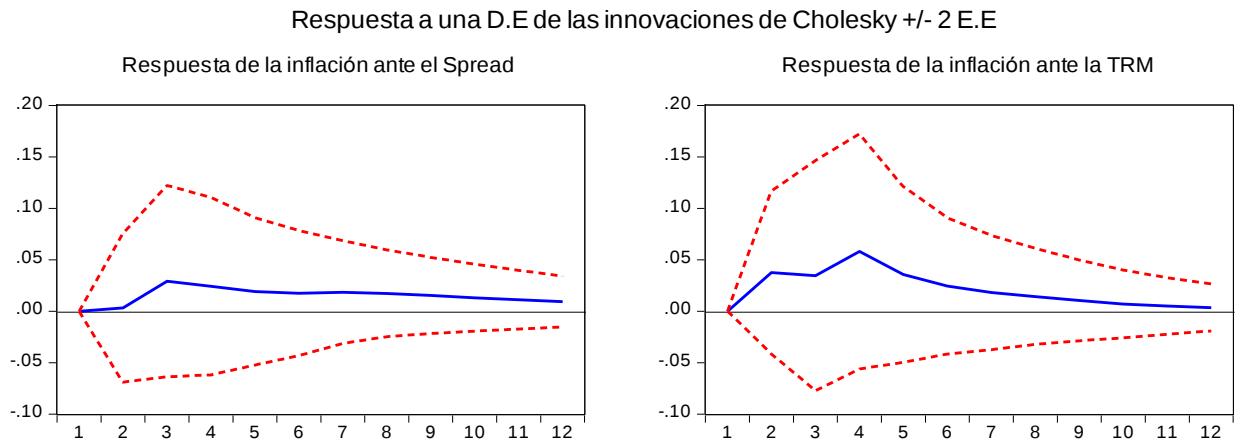
Primero: Se presenta un aumento de las tasas de interés, pero este es más fuerte en las tasas de corto plazo. Esto es un $\uparrow i$ tal que $\uparrow i_{CP} \geq \uparrow i_{LP}$ por lo que el spread disminuye, pero aumenta el diferencial entre las tasas nacional e internacional ($\uparrow (i - i^*)$). Al volvernos

más atractivos internacionalmente esto hace que entren capitales al país, por lo que la moneda nacional se deprecia. En la figura podemos observar que el movimiento previo en la tasa de cambio es de apreciación, por lo que descartamos este escenario.

Segundo: Se presenta un aumento de las tasas de interés, pero este es más fuerte en las tasas de largo plazo. Esto es un $\uparrow i$ tal que $\uparrow i_{CP} \leq \uparrow i_{LP}$ por lo que el spread aumenta, pero de todas formas aumenta el diferencial entre las tasas nacional e internacional ($\uparrow (i - i^*)$). Al volvernos más atractivos internacionalmente esto hace que entren capitales al país, por lo que la moneda nacional se deprecia. Este movimiento si es coherente con lo que se puede apreciar gráficamente en la Figura 5, afirmando la relación inversa que existe entre el spread y la tasa de cambio.

Sin embargo, bajo los dos escenarios, se presenta una clara evidencia hacia la desviación de la Paridad Descubierta de Interés (UIP) y un punto a favor de la hipótesis de *Overshooting* o de desbordamiento de la tasa de cambio, consiste con los hallazgos realizados por Faust y Rogers (2003) y Voss y Willard (2008).

Figura 6. Respuesta de la inflación ante una innovación en una desviación estándar (d.e) del spread y la tasa de cambio.

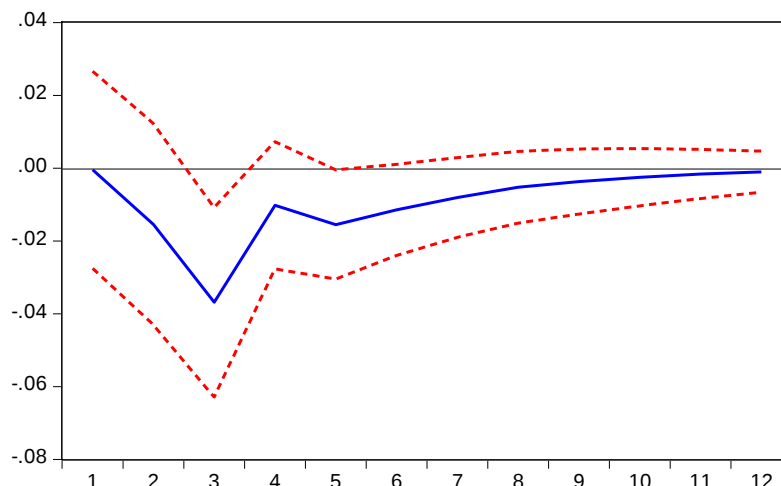


Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta la Figura 5, cuya respuesta fue la apreciación de la tasa de cambio ocasionada por un aumento del spread, se nota que ambas variables hacen que el nivel de precios aumente sobre el horizonte de un año (12 meses). Esto es lo que puede resumirse en la Figura 6 y se destaca que los impactos iniciales son estadísticamente iguales a cero. La apreciación, debido a un impacto positivo de la tasa de interés nominal puede ser vista como un fenómeno inflacionario y presenta evidencia a favor del paso a través del tiempo del cambio exógeno de la tasa de cambio sobre el nivel agregado de precios, aunque el ajuste es lento. Cabe resaltar que estos movimientos no son consistentes con la Paridad Descubierta de Interés (UIP) como se menciona anteriormente.

Figura 7. Respuesta del spread frente a la innovación en una desviación estándar (d.e) de la tasa de interés DTF.

Respuesta del Spread ante una innovación de la DTF en una D.E de Cholesky



Fuente: Elaboración propia.

Para finalizar, se analiza el impacto que puede causar una innovación en una desviación estándar de la tasa DTF (Depósito a Término Fijo) sobre el spread. La intuición de la ecuación (5) como lo expresamos anteriormente, nos dice que la tasa de interés real tampoco es un recurso importante para la determinación y variabilidad del spread.

De la definición de la tasa DTF podemos extraer que sus innovaciones afectarán las tasas de corto plazo, lo que hace que se reduzca el spread. Como puede verse en la Figura 7 la respuesta inicial del spread frente a la innovación de la tasa de interés DTF es nula, sin embargo, los movimientos subsecuentes presentan una disminución del spread que alcanza un máximo de -0.04% en el tercer mes, luego esta tasa aumenta hasta -0,016 en el cuarto mes, pero tarda en regresar a su nivel inicial (hasta al mes 11). Este movimiento es estadísticamente significativo y consistente con la respuesta del spread frente a las innovaciones del índice de títulos TES. Contrario a lo que se esperaba con las predicciones ex – ante propuestas en la ecuación (5), la tasa DTF es uno de los componentes que más variabilidad añade al componente de pendiente o spread. Esto proporciona un indicio que va en contra de los resultados hallados por Campbell y Ammer (1993) y los demás autores que utilizaron la misma estructura. Este punto se ve apoyado enseguida con el análisis de descomposición de varianza.

7. Descomposición de Varianza para el Spread

Tabla 4. Descomposición de varianza para el Spread.

Periodo	E.E.	s_t	r_t	$ites_t$	trm_t	π_t
1	0,106492	75,00071	0,001797	17,19278	7,774884	0,029829
2	0,110539	71,99596	1,915337	16,54796	7,613194	1,927542
3	0,119832	63,30982	11,10169	15,48736	8,354838	1,746292
4	0,120609	62,49891	11,68242	15,42555	8,635746	1,757371
5	0,122024	61,12036	13,02324	15,07001	9,013482	1,772909
6	0,122707	60,60617	13,75369	14,96886	8,917673	1,753604

E. E: Error Estándar.

Orden de Cholesky: DTF, Inflación, TRM, I-TES, Spread.

Fuente: Cálculos Propios

Como se puede apreciar en el Cuadro 1 se ha realizado una transformación a las innovaciones a través del factor de Cholesky (matriz triangular inferior), tal que las variaciones de cada variable sean ortogonales unas con otras y la sumatoria de los porcentajes para cada periodo sea exactamente igual a 100%. El proceso es similar a como se hizo con la función de Impulso – Respuesta.

En resumen, puede observarse que es el spread la fuerza dominante de su propia variabilidad contando en promedio con un porcentaje del 66%, seguido por el aporte a la variabilidad del Spread del I-TES del 15.8%, la tasa DTF con 8.57%, la TRM con 8.38%, y en último lugar la inflación con el 1.5% de variabilidad sobre el spread. Esto nos dice que la inflación no es el principal recurso para explicar los futuros cambios del spread, lo que no es coherente con los resultados de Bredin et al. (2010), Carriero et al. (2006), Bernanke y Kuttner (2005), Engsted y Tanggaard (2001) y Campbell y Ammer (1993).

Conclusiones

En este documento se examina el impacto de las variables macroeconómicas sobre la pendiente de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI) para el mercado colombiano. A través de la estructura VAR y sus elementos de análisis, como lo son la función de impulso – respuesta y la descomposición de varianza, se puede evaluar cuales variables tiene mayor influencia sobre los subsecuentes movimientos del spread, así como también calcular su importancia relativa.

Bajo el análisis de la función de impulso – respuesta encontramos que la respuesta del spread ante sus propias innovaciones hace que inicialmente aumente su nivel, seguido de un rápido descenso del mismo en los dos meses siguientes. Se prueba que este movimiento no cumple con la propuesta planteada por la Hipótesis de Expectativas Puras (HEP). Abordando esta misma línea de acción, se demuestra que la respuesta de la tasa de cambio ante las innovaciones del spread no son coherentes con la Paridad Descubierta de Interés (PDI ó UIP) y si consistente con la hipótesis de *Overshooting* de Dornbusch. No obstante, las respuestas del Spread frente a la tasa de cambio, el índice I-TES, la tasa DTF y la inflación cumplen con las concepciones teóricas impuestas, ex ante o a priori. Cabe resaltar que estas respuestas son pequeñas, algunas estadísticamente significativas, y sus efectos desaparecen rápidamente. Este último ítem se debe a la Hipótesis de los Mercados Eficientes (HMH) propuesta por Fama (1970), la cual propone que los precios/tasas de los activos que se negocian en un amplio y dinámico sistema financiero reflejan toda la información existente, las cuales se ajustan rápida y totalmente a los nuevos acontecimientos que puedan surgir.

La descomposición de varianza ofrece la importancia relativa, o el porcentaje de variabilidad que añade cada variable sobre el spread. Se encuentra que el spread es la fuerza dominante de su propia variabilidad (66%), seguido de la participación de índice I-TES (con 15,1%) y en menor medida lo hacen la tasa DTF, la Tasa de cambio, y en último lugar la inflación.

Finalmente, bajo los dos análisis puede afirmarse que para el caso colombiano la inflación no constituye el principal recurso que explica los subsecuentes movimientos de la pendiente o el spread, siendo estos resultados contrarios a lo que proponen varios autores que utilizaron la misma estructura teórica.

Referencias Bibliográficas

Agudelo, D. R. y Arango, M. A. (2008). “La curva de rendimientos a plazo y las expectativas de tasas de interés en los mercados colombianos de renta fija 2002-2007”. En *Lecturas de Economía* 2008, 68 (enero-junio), pp. 39-66 © Universidad de Antioquia.

Arango, L. y Arosemena, A. (2002). “Lecturas alternativas de la estructura a plazo: una breve revisión de la literatura”, *Borradores de Economía*, 223. Banco de la República.

Arango, L. y Arosemena (2003). “El tramo corto de la estructura a plazo como predictor de expectativas de inflación en Colombia”, *Borradores de Economía*, 264. Banco de la República.

Bailey R.E. (2005). *The Economics of the Financial Markets*, Cambridge University Press.

Bernanke, B. S., and Kuttner, K. N. (2005). “What Explains the Stock Market’s Reaction to Federal Reserve Policy,” *Journal of Finance*, forthcoming.

Bredin D., Hyde S. and Reilly G. O. (2010). “Monetary policy surprises and international bond markets”. *Journal of International Money and Finance*, 1 -15.

Cámaro Suárez, A.A., Casas Henao, A. y Jiménez Méndez, E.R. (2005). Movimientos de la curva de rendimientos de TES tasa fija en Colombia. *Innovar* 15(26), Pág. 122-133.

Campbell, J. Y. and Ammer, J. (1993). “What Moves the Stock and Bond Markets? A Variance Decomposition for Long-Term Asset Returns,” *Journal of Finance*, 48, 3-37.

Campbel , John; Lo, Andrew y Craig Mackinlay (1997). *The Econometrics of Financial Markets*, Estados Unidos, Paul A. Samuelson Award, presented by TIAA-CREF

Campbell y Shiller (1991), “Yield spreads and interest rate movements, a bird's eye view”, *Review of Economic Studies* 58, 495-514.

Carriero A., Favero C.A. and Kaminska I. (2006). “Financial factors, Macroeconomic information and the Expectations Theory of the term structure of interest rates”, *Journal of Econometrics* 131 (2006) 339–358.

Cultberson J.M. (1957) “The Term Structure of Interest Rate”, *Quarterly Journal of Economics*, 71. pages 481-517.

Ehrmann M., Fratzscher M., Rigobon R. (2005). “Stocks, bonds, money markets and exchange rates: measuring international financial transmission”, *NBER Working Paper* 11166 <http://www.nber.org/papers/w11166>.

Enders, Walter (2004). *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons.

Engsted T., Tanggaard C. (2001) “The Danish stock and bond markets: comovement, return predictability and variance decomposition”, *Journal of Empirical Finance* 243–271.

Fama, E. (1970) "Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work". *The Journal of Finance* 25, N° 2, may, pág. 383.

Fama, E. (1990). “Term structure forecasts of interest rates, inflation and real returns”, *Journal of Monetary Economics* 25, 59–76.

Faust, J., Rogers, J.H. (2003). “Monetary policy’s role in exchange rate behavior”, *Journal of Monetary Economics* 50, 1403–1424.

Fisher I. (1896) “Appreciation and Interest”.

Guía de usuario II, Eviews7 (2010), versión pdf.

Hicks J. (1939) “Mr Hawtrey on Bank Rate and the Long Term Rate of Interest”. Manchester School.

Johnston J. y Dinardo J. (1997). *Econometric Methods*, McGraw Hill. Cuarta edición.

Julio, J., Revéiz, A. y Mera, J. (2002). “La curva spot cero cupón: estimación con splines cúbicos suavizados, usos y ejemplos”, *Borradores de Economía*, 213. Banco de la República.

Melo L. F. y Castro G. A. (2010) “Relación entre las variables macro y la curva de rendimientos”, *Borradores de Economía* 605, 2010. Banco de la República.

Modigliani F. and Sutch R. (1967). “Debt management and the Term Structure of Interest Rate: and empirical analysis of recent experience”, *Journal of Political Economy*, 75 page 569-589.

Shiller, R., Beltratti, A., (1992). “Stock prices and bond yields: can their comovements be explained in terms of present value models?”, *Journal of Monetary Economics* 30, 25–46.

Suvalor y Corfinsura (2003) “Índice representativo del Mercado de deuda pública Interna I-TES”, *Investigaciones Económicas*. Medellín, abril 07 de 2003.

Voss G.M. ,Willard L.B. (2008). “Monetary policy and the exchange rate: Evidence From a two country model”. *Journal of Macroeconomics* (2008)doi:10.1016/j.jmacro.2008.09.002.

Anexo 1. Impulso – Respuesta Generalizado, Pesaran y Shin (1998)

Respuesta ante una Innovación Generalizada en una D.E, ± 2 E.E

