



Universidad del Valle

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Simulación y Medida de la Magnitud del Grado de Coherencia Espectral Mutua $|\mu_{12}(\lambda)|$, de la Luz Láser Supercontinua Producida en una Fibra Óptica Micro Estructurada por Medio de Pulsos Láser Ultracortos

Óscar de Jesús Ramírez Góngora

Dirección del Profesor:
Efraín Solarte Rodríguez, Dr. rer. nat.

Santiago de Cali, Colombia
Marzo de 2016



Universidad del Valle

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Simulación y Medida de la Magnitud del Grado de Coherencia Espectral Mutua $|\mu_{12}(\lambda)|$, de la Luz Láser Supercontinua Producida en una Fibra Óptica Micro Estructurada por Medio de Pulsos Láser Ultracortos

**TESIS COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR
AL TÍTULO DE
DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICA**

PRESENTADA POR

Óscar de Jesús Ramírez Góngora

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de
Doctor en Ciencias-Física

Bajo la Dirección del Profesor:
Efraín Solarte Rodríguez, Dr. rer. nat.

Santiago de Cali, Colombia
Marzo de 2016



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
ACTA DE SUSTENTACIÓN
TESIS DE DOCTORADO EN CIENCIAS-FÍSICA

Estudiante: **OSCAR DE JESÚS RAMÍREZ GÓNGORA**

Título de la Tesis: **“SIMULACIÓN Y MEDIDA DE LA MAGNITUD DEL GRADO DE COHERENCIA ESPECTRAL MUTUA $|\mu_{12}(v)|$, DE LA LUZ LÁSER SUPERCONTINUA PRODUCIDA EN UNA FIBRA ÓPTICA MICRO ESTRUCTURADA POR MEDIO DE PULSOS LÁSER ULTRACORTOS”**

Fecha y Hora: Miércoles 9 de marzo de 2016, 2:00 p.m

Director: Dr. Efraín Solarte Rodríguez.

Jurados: Dr. Hernando García (Southern Illinois University Edwardsville).
Dr. César Torres Moreno (Universidad Popular del Cesar)
Dr. Juan Carlos Granada Echeverry (Universidad del Valle).

RESULTADO DE LA EVALUACIÓN

☒ APROBADA () MERITORIA () LAUREADA

Si la nota es Meritoria o Laureada, el jurado deberá sustentarla en hoja separada con la firma de todos ellos y anexarla al Acta.

() REPROBADA El estudiante debe matricularse nuevamente en esta actividad.

() PENDIENTE El estudiante debe acoger las recomendaciones del jurado y presentar nuevamente el documento ante el Director de Tesis.
Requiere () / No requiere () nueva sustentación.

El plazo para nueva sustentación y/o presentación del documento final es de _____.

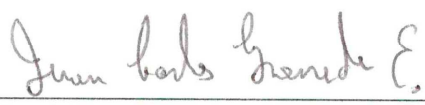
OBSERVACIONES:

Se recomienda revisar la redacción del capítulo de resultados y discusión, recalando la importancia y pertinencia de los resultados obtenidos.

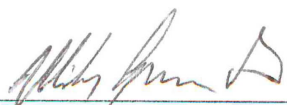
Santiago de Cali, 9 de marzo de 2016.


Dr. HERNANDO GARCÍA
Jurado


Dr. CÉSAR TORRES MORENO
Jurado


Dr. JUAN C. GRANADA ECHEVERRY
Jurado


Dr. EFRAÍN SOLARTE RODRÍGUEZ
Director de Tesis


Dr. WILSON LOPERA MUÑOZ
Coordinador de la sustentación

Publicaciones y Ponencias de Este Trabajo

Couairon, A., Brambilla, E., Corti, T., Majus, D., Ramírez-Góngora, O. D. J., & Kolesik, M. (2011). Practitioner's guide to laser pulse propagation models and simulation. The European Physical Journal Special Topics, 199(1), 5-76.

Oscar de J. Ramírez Góngora, Efraín Solarte Rodríguez. Ponencia Oral, PO16 ONL-04, "From Femtosecond Laser Pulses To a Supercontinuum Visible Laser Source". ENO-CANCOA 2011, XII Encuentro Nacional de Óptica y III Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones. ISBN: 978-958-8742-01-4, Septiembre 5-9 de 2011, Barranquilla, Colombia.

O. Ramírez, E. Solarte, L. Tartara, G. Nava. Ponencia Oral, ONL-04, "Simulación y medida del grado de coherencia spectral mutua del supercontinuo producido en una fibra de cristal fotónico". ENO-CANCOA 2013, XIII Encuentro Nacional de Óptica y IV Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones. ISSN: 2346-4127, Noviembre 11-15 de 2013, Medellín, Colombia.

O. Ramírez, E. Solarte. Ponencia Oral, ONL-02, "Efecto de la temperatura del núcleo de una fibra óptica altamente no lineal hecha de SiO₂ puro, sobre el ancho espectral del supercontinuo allí producido". ENO-CANCOA 2015, XIV Encuentro Nacional de Óptica y V Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones. ISSN: XXX-XXX-XXX-X, Noviembre 16-20 de 2015, Cali, Colombia.

Resumen

Las fuentes de luz supercontinuas son fuentes de muy ancho espectro generadas a partir del bombeo de una fibra óptica microestructurada hecha de un material dieléctrico adecuado con un haz coherente, típicamente un láser pulsado de alta potencia. En los últimos años se ha incrementado notablemente el interés por este tipo de fuentes gracias a los desarrollos de nuevas fibras ópticas (fibras ópticas micro estructuradas y fibras convencionales del tipo “tapered”) y al formidable progreso que ha sufrido la tecnología de fabricación de potentes láseres de pulsos ultracortos. En esta tesis se describe el proceso necesario para cuantificar el estado de coherencia de la fuente de luz supercontinua así generada, esto incluye el proceso teórico partiendo desde las ecuaciones de Maxwell, la simulación numérica, el montaje y medición experimental y los detalles del análisis de datos requerido. Se muestra por tanto, como pueden conseguirse fuentes supercontinuas con diverso grado de coherencia y estabilidad. El desarrollo y caracterización detallada de este tipo de fuentes de luz resulta de gran interés para profesionales en campos como las comunicaciones ópticas (Diddams, 2000), la metrología de frecuencias ópticas (Udeam, 2002), la ciencia de la espectroscopia (Holzwarth, 2000), la tecnología de sensores (Monro, 2001), la tomografía óptica de luz coherente (Aguirre, 2006), entre otras muchas áreas que no necesariamente se circunscriben a la óptica, por tanto de ahí se entiende el enfoque unificador y de alusión a primeros principios o de intuición física que se le ha dado a este documento.

Palabras Clave: Supercontinuo, Coherencia, Fibras Ópticas, Láseres Pulsados de Femtosegundo, Óptica no lineal

Abstract

Supercontinuum light sources are sources of very wide spectrum generated upon pumping a suitable nonlinear dielectric medium with a coherent laser beam, typically, a high power pulsed laser source. The interest in this kind of sources has greatly increased in recent years because of the development of a new kind of optical fiber (the so called microstructured optical fiber M.O.F. or photonic crystal fiber P.C.F. or the tapered single mode fiber). Besides, the field has been improved due to the formidable progress in laser technology capable of producing ultrashort laser pulses. This thesis describes the whole process, starting from the electromagnetic theory, the numerical simulation of the propagation equation, description of the experimental setup and the analysis required to generate and characterize the coherence of a supercontinuum light source, starting from a pulsed pump laser and a microstructure optical fiber (with the right fiber profile) necessary to quantify the magnitude of the degree of coherence of the supercontinuum light generated. Therefore is shown how we may obtain a supercontinuum sources with varying degrees of coherence and stability and how to characterize it. Nowadays, the development and characterization of such sources is of great interest in fields such as optical communications, optical frequency metrology, the science of spectroscopy and optical coherent tomography, among many other applications and prospective potentialities.

Key Words: Supercontinuum, Coherence, Fiber Optics, Femtosecond Pulsed Lasers, Nonlinear optics

Dedicatoria

A mi Señor y Dios en quien reposa mi esperanza y mi alegría de vivir.

*A mis padres, quienes con su ejemplo, dedicación y amor me han hecho más fácil seguir el
“Camino”.*

A mi esposa y ahora a mis hijos! por su amor y paciencia.

A mis hermanos y amigos por su diversidad y por su capacidad de colapsarme.

Agradecimientos

Agradezco a los profesores Vittorio de Giorgio y Luca Tartara de la Universidad de Pavía, Lombardía, Italia, por brindarme la oportunidad de asistir a la escuela STELLA 2012 y una vez allí, facilitarme realizar la toma de datos para la parte experimental de este trabajo doctoral, y para este efecto agradezco especialmente Giovanni Nava por su decisiva ayuda con el montaje de toda la parafernalia experimental, sin lo cual, no habría sido posible culminar todo este trabajo.

De igual manera, agradezco a los Profesores Miroslav Kolesik, Arnou Couairon y John. M. Dudley por ayudarme con el desarrollo de la herramienta de software para la simulación estocástica de la GNLSEE durante la escuela de verano STELLA 2011, llevada a cabo en la universidad de la Insubria en Como, Lombardía, Italia.

De igual manera, agradezco muy especialmente al Profesor Göery Genty por su ayuda conceptual en la propuesta de diseño de la experiencia para cuantificar el grado de coherencia espectral mutua del SC en la escuela STELLA 2012 y por su fabulosa, inspiradora y muy completa charla durante esta escuela de verano en Pavía, Lombardía, Italia.

A la Pontificia Universidad Javeriana – Seccional Cali, por respaldarme y apoyarme en todos estos largos años de mi formación académica.

A mis compañeros del Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas de la PUJ-Cali por su apoyo y permanente estímulo.

A el estudiante y amigo, Abdul Hissami Tascón, por su valiosa y oportuna ayuda con toda la parafernalia computacional que puso a mi disposición.

Por último pero no por ello de último, a mi director y maestro de la óptica, mi estimado profesor **Efraín Solarte Rodríguez**, quien me llevó de la mano por este intrincado y maravilloso mundo de la óptica no lineal y que hoy con su firma en este documento, me avala y abre una puerta grande, para que a través de ella yo pueda emprender un nuevo trasegar hacia un mundo de retos y aplicaciones que en parte se derivan de este estudio que hoy llena mi horizonte de ideas y proyectos. Profe, mil gracias por creer en mis capacidades y apoyarme durante todos estos años!

Tabla de Contenido

Portada

Contraportada

Acta de Sustentación

Publicaciones y Ponencias de este Trabajo

Resumen i

Abstract ii

Dedicatoria iii

Agradecimientos iv

Tabla de Contenido v

Índice de Figuras y Tablas ix

Lista de Símbolos, Abreviaturas y Siglas xv

Capítulo 1. Introducción 1

1.1 Motivaciones 1

1.2 Objetivos 3

1.3 Estructura del trabajo 4

**Capítulo 2. Fundamentos Teóricos Ecuación para la Propagación de Pulsos
Ultracortos en Fibras Ópticas** 6

2.1 Dinámica de la Propagación de Pulsos Láser Ultracortos en una Fibra Óptica Micro
Estructurada. 6

2.1.1 De las Ecuaciones de Maxwell a una Ecuación de Propagación de Pulsos
Ópticos Ultra cortos en Fibras Ópticas Micro estructuradas. 7

Capítulo 3. La GNLSEE y Algunas de Sus Implicaciones, Como Luz y Guía Para La Estimación por Simulación del Grado de Coherencia Espectral Mutua de la Luz Supercontinua.	36
3.1 Dinámica Responsable del Supercontinuo	36
3.2 Regímenes de Propagación	37
3.2.1 Absorción	38
3.2.1.1 Modos de Radiación o “Leaky Modes”	40
3.2.2 Dispersión Normal y Anómala	41
3.2.3 Dispersión Cromática	43
3.3 Régimen no Lineal: Auto Modulación de Fase o “Self Phase Modulation” SPM	45
3.4 Solitones	49
3.5 Auto Empinamiento o “Self Steepening” S.S.	54
3.6 Inestabilidad a Causa de Fluctuaciones en Amplitud y Mezcla de Cuatro Ondas o “Modulation Instability-Four Wave Mixing” MI-FWM.	56
3.7 Esparcimiento Raman Estimulado o “Stimulated Raman Scatering” SRS	61
3.7.1 Ganancia Raman	62
3.7.2 Autocorrimiento en Frecuencia del Solitón o “Soliton Self Frequency Sift” S.S.F.S.	63
3.8 Generación y Amplificación de Ondas Lineales por Solitones	66
3.9 Modulación Cruzada de fase XPM entre el Solitón y la Onda Lineal y su Efecto Sobre el Ensanchamiento Espectral Extra Hacia el Azul	70
3.10 Polarización de Inserción y su Efecto sobre el Supercontinuo Generado en una Fibra Altamente Birrefringente	75
3.11 Inclusión de Ruido y la GNLSE Estocástica	77
Capítulo 4. Fundamentos Teóricos: Interferencia y Medida de la Coherencia Espectral del Supercontinuo. Marco Teórico de Born & Wolf Sobre Interferencia Espectral En Fuentes Parcialmente Coherentes de Amplio Espectro	80

4.1 Antecedentes	80
4.2 Funciones de Correlación para Haces de Luz.	80
4.2.1 Interferencia de dos Haces Parcialmente Coherentes	81
4.2.2 Función de Coherencia Mutua y Grado de Coherencia Complejo	84
4.2.3 Interferencia de Dos Haces Parcialmente Coherentes, Visión Espectral	85
4.2.4 Representación compleja y de Fourier de Campos Reales Policromáticos	87
4.2.4.1 Densidad Espectral de Potencia y Densidad Espectral Cruzada	88
4.2.5 Función de Coherencia Espectral Mutua y Grado Espectral de Coherencia Complejo	90
Capítulo 5. Solución Numérica de la GNLSEE y Simulación Estocástica del Grado de Coherencia Espectral del Supercontinuo	96
5.1 Método Simetrizado de Paso Dividido de Fourier o “Symmetrized-Split-Step-Fourier Method” (S.S.S.F.M.)	97
5.2 Inclusión de Ruido de Amplitud y Ruido de Fase en el S.S.S.F. para la solución de la GNLSEE	103
5.3 Condiciones para la Simulación del Supercontinuo producido en una fibra de Cristal Fotónico.	105
Capítulo 6. Simulación y Medida del Grado de Coherencia Espectral Mutua del Supercontinuo	108
6.1 Montaje experimental y toma de datos.	109
6.2 Procesamiento de datos y determinación del grado de coherencia espectral mutua medid.	120
6.3 Propiedades modales de la fibra.	126
6.3.1 Cronología de una aventura inversa.	126
6.3.2 Modelamiento propiedades modales de la Fibra con COMSOL.	130

6.4 Parámetros óptimos para la GNLSEE y generación estocástica del conjunto estadístico de supercontinuo para la determinación simulada de la magnitud del grado de coherencia espectral mutua del SC.	137
6.5 Reporte preliminar de la medición del grado de coherencia espectral mutual como función de la potencia.	139
6.6 Retrospectiva crítica a las condiciones de medida y al modelo escalar de la GNLSE	141
6.7 Una propuesta para mejorar el acuerdo y su impacto sobre el reporte de la medida.	141
6.8 Reporte final de la medición del grado de coherencia espectral mutual como función de la potencia.	143
6.9 Análisis y discusión de resultados.	150
Capítulo 7. Conclusiones y Perspectivas Futuras	152
Bibliografía	157
Apéndice	168

Índice de Figuras y Tablas

Figura 1.1 Sistema mundial de cableado por fibras ópticas que ilustra el gran desarrollo de esta tecnología que da vida a las comunicaciones modernas. Tomado y adaptado de <http://www.thefoa.org/PPT/index.html>

Figura 2.1. La figura muestra medidas del índice no lineal n_2 @ 400 nm, 800 nm y 1500 nm junto con los valores reportados por Milam, (Milam,1988). Además se muestran punteados y en línea continua los modelos PERT y Kramers-Kronig para n_2 respectivamente. Adaptado de (Santran, 2000) y (Santran, 2004)

Figura 2.2 La figura ilustra la interacción Raman en donde un fotón de bombeo de alta energía dentro del haz de bombeo λ_p excita un fonón de la rama óptica del material de la fibra y lo lleva desde el estado base $|0\rangle$ al estado excitado $|1\rangle$, pasando por niveles virtuales desde donde se reemite fotones a menor frecuencia representada aquí por un fotón Stokes a la longitud de onda λ_s ; El exceso de energía se queda en el material en forma de vibraciones. Adaptado de Andersen (Andersen, 2006).

Figura 2.3 En las figuras de arriba, de izquierda a derecha, se muestran la función de respuesta $h_R(t)$ en el dominio del tiempo, y al transformarla al dominio de frecuencia, su parte imaginaria Imaginaria(h_R) y su parte real real(h_R). Datos cortesía de J.M. Dudley (Dudley, 2011).

Figura 3.1 Fuentes típicas de atenuación en una fibra de SiO_2 **a)** tomado de Mitschke, (Mitschke, 2010); **b)** Material F100/F300 de la fibra. Adaptado de http://specialty-fiber.heraeus-quarzglas.com/media/webmedia_local/media/downloadelements/product_datasheets/en/Fluosil_Preforms.pdf

Figura 3.2 La figura ilustra el efecto de la variación de los parámetros geométricos de diseño sobre la dispersión cromática de una fibra óptica micro estructurada, diámetro de agujero d y distancia entre centros de agujeros Λ . Tomado de Tombelaine (Tombelaine, 2007)

Figura 3.3 La figura de arriba adaptada de Tombelaine (Tombelaine, 2007), ilustra la manera en la que el signo de la GVD influye en la propagación de un pulso dentro de una fibra óptica convencional del tipo SMF.

Figura 3.4 La figura ilustra la evolución simulada del ensanchamiento espectral debido al efecto de la auto modulación de fase sobre un pulso gaussiano sin chirrido, que se propaga a lo largo de una fibra una distancia equivalente a 10 longitudes no lineales $L_{NL}=1/\gamma P_0=10$ tomado de Agrawal (Agrawal, 2007)

Figura 3.5 La figura ilustra el efecto del chirrido inicial C combinado con la auto modulación de fase SPM, para un pulso gaussiano y un corrimiento de fase no lineal equivalente a $\phi_{NL}=4.5\pi$. Tomado de Agrawal (Agrawal, 2007)

Figura 3.6 En el régimen de bombeo con pulsos de femtosegundo en la región anómala la figura ilustra la modulación cruzada entre un solitón y una onda dispersiva. Tomado de Genty (Genty, 2004).

Figura 3.7 La figura muestra la evolución espacial-temporal y espacial-espectral de 3 solitones no perturbados $N = 1, 2, 3$. Tomado de Genty (Genty, STELLA 2012 talk)

Figura 3.8 La figura muestra cuán dramático es el efecto de los otros términos dispersivos y no lineales sobre la estabilidad de un solitón de orden $N=3$. En **a)** se muestra la propagación sin perturbación del solitón de

orden $N=3$ y en **b)** se muestra esta misma dinámica pero agregando el efecto de dispersión de orden superior y efecto Raman. Tomado de Dudley (Dudley, 2008).

Figura 3.9. La figura muestra el efecto que el término de auto empinamiento o SS aporta sobre la dinámica de un N solitón en propagación. **a)** Efecto sobre la envolvente temporal del pulso y; **b)** Efecto sobre la propagación de solitones de orden $N = 1, 2, 3$. Adaptado de: <http://fiberdesk.blogspot.com.co/>

Figure 3.10 Representación esquemática de la generación de un par de fotones Stokes y anti-Stokes partiendo de dos fotones idénticos mediados por la visita a estados virtuales propuestos por el medio material de la fibra vía la susceptibilidad de orden $\chi^{(3)}$. Tomado de Andersen (Andersen, 2006).

Figura 3.11 La figura muestra la aparición de las bandas Stokes y anti Stokes generadas por la mezcla de cuatro ondas FWM. Tomado de Agrawal (Agrawal, 2007).

Figura 3.12 La figura muestra la aparición tardía dentro de la evolución de un supercontinuo en una PCF bombeada con pulsos de 200 fs@1030 nm, de bandas asociadas a la mezcla de 4 ondas FWM. Tomado de Andersen (Andersen, 2006)

Figura 3.13 Ilustración del efecto de ganancia Raman dentro de un pulso solitónico $N=1$.

Figura 3.14 a) La figura ilustra el efecto de corrimiento espectral que la ganancia Raman impone sobre un pulso solitónico. Adaptado de Genty (Genty,2012), **b)** Simulación para el caso, $N = 3$, $T_{FWHM} = 50$ fs, $P_0 = 14.85$ kW y $z_{sol} = 10$ cm.

Figura 3.15 La figura muestra los estimados de corrimiento en frecuencia para los dos regímenes de ancho temporal de los solitones sujetos a I.R.S. Tomado de Frosz (Frosz, 2006)

Figura 3.16 La figura ilustra el efecto combinado de la ruptura del $N=3$ solitón, seguida de la inmediata emisión y amplificación de ondas lineales, seguida de la deriva hacia el rojo a causa del auto empinamiento SS y la dispersión Raman dentro del pulso IRS para un soliton $N=3$. Adaptado de Dudley, (Dudley, 2006).

Figura 3.17 El espectrograma de la figura muestra evidencia de la producción de radiación “extra” asociada a la modulación cruzada de fase XPM proveniente de la interacción entre solitones y sus ondas lineales asociadas en el proceso de auto atrapamiento descrito arriba. Adaptado de Genty (Genty, STELLA 2012)

Figura 3.18 El gráfico ilustra toda esta fenomenología en una fibra con doble región de dispersión cero.

Figura 3.19 El gráfico ilustra toda esta fenomenología que explica la conformación de todo el supercontinuo en una fibra con doble región de dispersión cero. Adaptado de: <http://fiberdesk.blogspot.com.co/>

- 1) El primer panel ilustra la curva que mide el retraso de la velocidad de grupo del solitón relativo a su valor @ $\lambda_p=1030$ nm $\delta v_g=\beta_1(\lambda_0)-\beta_1(\lambda)$, en amarillo se indica la región de dispersión anómala y el pulso encerrado con un 1 indica el haz de bombeo @1030 nm.
- 2) En el segundo panel el pulso en gris ilustra la fisión del N solitón inyectado y junto él encerrado con un 2 en naranja se indica a la radiación lineal amplificada o DW, puesta en las regiones donde la dispersión es normal.
- 3) En el tercer panel se ilustra para el solitón más energético en marrón el proceso de SSFS y en rojo se muestra su efecto sobre la radiación dispersada del lado derecho, también encerrado con un 3 en azul, se

muestra la aparición de la onda XPM fruto del atrapamiento entre el solitón y la radiación dispersada corrida hacia el azul.

- 4) En el cuarto panel se muestra en verde al solitón a punto de decaer al final de su carrera junto a la zona segunda zona de dispersión cero.
- 5) En el quinto panel se muestra todo el proceso anterior asumiendo que el solitón inicial era un solitón de orden $N=3$.
- 6) Por último en el sexto panel se ilustra como la superposición de toda esta dinámica da cuenta de un espectro simulado.

Figura 3.20 La figura ilustra el efecto de la dispersión debida a la birrefringencia en una fibra altamente birrefringente cuando es iluminada formando un ángulo respecto de uno de los ejes propios de birrefringencia. Tomado de Provino (Provino, 2002)

Figura 4.1 La figura ilustra esquemáticamente un experimento de interferencia que asume a la fuente σ como policromática y extendida. Adaptado de Born (Born, 1999)

Figura 4.2 Ilustración del proceso de asignación de la fase total para un espectro de interferencia policromático libre de ruido de fase. Adaptado de Andersen (Andersen, 2006)

Figura 5.1 Esquema de aplicación del método simetrizado de paso dividido de Fourier S.S.S.F. Symmetrized-Split-Step-Fourier, usado para la solución numérica de la GNLSEE.

Figura 6.1 Vista general del laboratorio “Laboratory of Nonlinear Optics and Ultrafast Spectroscopy” utilizado durante la escuela STELLA en Pavía en el verano de 2012.

Figura 6.2 Montaje para la caracterización del pulso incidente y el transporte del haz hasta insertarlo en el núcleo de la fibra con la ayuda de una base 3-D nanométrica Melles Griot. La caracterización espectral y temporal del haz se hizo con la ayuda de un osciloscopio, un autocorrelacionador FEMTOCHROME -103XL y analizador de espectros ópticos ANDO AQ 6315A. El aislador óptico O.I. previene el ingreso de reflexiones a 180° que realimenten la cavidad resonante del láser desestabilizándolo y de paso debido a su dispersión cromática ensancha temporalmente al haz haciéndolo pasar de cerca de $T_{FWHM} = 100$ fs a cerca de $T_{FWHM} = 170$ fs.

Figura 6.3 a) La figura muestra una colección de espectros de pulsos que muestran en pleno el proceso de ensanchamiento espectral conducente a un supercontinuo de cerca de 1000 nm de ancho espectral. También se indican las respectivas potencias medias del haz incidente justo antes del enfoque que hace la lente para la inserción del haz en la fibra, la potencia pico máxima acoplada en la fibra es de unos pocos kW, correspondiente a una eficiencia de acople del haz en la fibra cercana a 6%. **b)** Registro fotográfico de un par de estos espectros, en donde se puede apreciar claramente el fenómeno del súper ensanchamiento en el visible.

Figura 6.4 Montaje para producir y registrar el patrón de franjas de interferencia espectral que resulta de interferir dos pulsos sucesivos de luz SC por medio de un interferómetro del tipo de Michelson de brazos desiguales.

Figura 6.5 En la figura **a)** a la izquierda se observa una parte del montaje interferométrico de brazos desiguales y en él se aprecia que el espectro que registra el monitor del OSA, registra la clara formación de franjas de interferencia espectral acompañadas de ruido de

Figura 6.6 Registro del patrón de interferencia del Supercontinuo generado con pulsos a una potencia media de 256 mW, $\lambda_p = 800$ nm, $L_{\text{fibra}}=42$ cm y pulso incidente ensanchado por el OI de $T_{\text{FWHM}} = 100$ fs a $T_{\text{FWHM}}=170$ fs.

Figura 6.7 a) Registro de los espectros normalizados emergentes del supercontinuo luego de pasar por el interferómetro generado con pulsos a una potencia media del láser antes de ingresar a la fibra 256 mW, $\lambda_p = 800$ nm, $L_{\text{fibra}}=42$ cm y pulso incidente ensanchado por el OI de $T_{\text{FWHM}} = 100$ fs a $T_{\text{FWHM}}=170$ fs. En azul se muestran ambos brazos interferencia de amplio espectro, en rojo el brazo corto y en verde el brazo largo del interferómetro. **b)** Supercontinuo emergente de la fibra e incidente sobre el interferómetro, medido luego de desmontar todo el interferómetro a una potencia cercana a 256 mW.

Figura 6.8 Espectros de **a)** Absorción vertical Tomado de Berk (Berk, 2005) y **b)** Transmisión en atmósfera en rojo húmeda y en atmósfera seca en verde. Tomado de (Griffin, 2003)

Figura 6.9 **a)** Curvas de ajuste para los máximos (verde) y mínimos (magenta), **b)** Visibilidad calculada original (azul), remuestriada (rosado) y la visibilidad promedio (rojo).

Figura 6.10 Visibilidad calculada y remuestriada para todo el rango espectral para el supercontinuo correspondiente a 256 mW.

Figura 6.11 Espectros normalizados provenientes de ambas ramas del interferómetro que llegan sin interferencia hasta el OSA para el SC de 256 mW. En rojo se aprecia el espectro proveniente de la rama corta del interferómetro y en verde se aprecia el espectro proveniente de la rama larga. Obsérvese además unas 3 grandes franjas de interferencia en la región central cercan a los 800 nm, donde no debería ver tal cosa pues estos no son espectros de interferencia. Este hecho es clave y ayuda a sustentar la hipótesis que se propone en la **sección 6.7**

Figura 6.12 Magnitud del grado de coherencia espectral mutua entre pulsos sucesivos para el supercontinuo generado con una potencia media incidente en una fibra micro estructurada altamente no lineal de 256 mW.

Figura 6.13 **a)** Dispersión modal del modo fundamental de la fibra. **b)** Imagen SEM del núcleo de la fibra.

Figura 6.14. Dispersión intuitiva (heurística) propuesta por el autor, pues con ella se “describe mejor” a las densidades espectrales de potencia medidas. Esta curva de dispersión se acerca más al resultado de medida del ORC en el que se estimó que la $GVD@1060$ nm era cercana a 150 ps/nm km y además, tiene en cuenta al hecho de que la primera región de dispersión cero debe ser cercana 700 nm, según lo midió y reportó el grupo de Pavía (Tartara, 2003) en sus trabajos con esta fibra.

Figura 6.15 Detalle del enmallado fino (mesh) generado por COMSOL para la solución numérica de la ecuación de valor propio de los modos en una fibra, mediante la técnica de elementos finitos.

Figura 6.16 Algunos resultados de COMSOL sobre las propiedades modales de la fibra

a) Modos segundo y tercer orden @350 nm

- b)** Componentes de Campo E_x , E_y , E_z del Modo fundamental @800 nm respectivamente; como se supuso en **capítulo 2**, note que $E_z \ll E_x$ y E_y
- c)** Modo de orden superior y Modo auxiliar @ 800 nm con grandes pérdidas por mal confinamiento
- d)** Modo fundamental birrefringente X y Y con pérdidas @2000 nm.
- e)** Modos birrefringencia fibra @800 nm
- f)** Contorno de intensidad de campo del modo fundamental birrefringente @780 nm

Figura 6.17 Propiedades modales del modo fundamental de la fibra simuladas con COMSOL **a)** Índice efectivo n_x & n_y ; **b)** Birrefringencia $B=|n_x-n_y|$; **c)** Área Efectiva modal x & y; **d)** Dispersión de la Guía x & y; **e)** Primera derivada de n_x & n_y ; **f)** Segunda derivada de n_x & n_y ; **g)** Dispersión de la guía, Dispersión del material (Sellmeier) y Dispersión total de la fibra x & y; **h)** Dispersión total. En negro Original Pavía, en rojo intuitiva, y en magenta D_x , en azul D_y .

Figura 6.18 Densidad espectral de potencia Medida (rojo) y densidad espectral de potencia Simulada (negro) para una potencia media incidente sobre la fibra de 256 mW.

Figura 6.19 Simulación y Medida del Grado de coherencia espectral mutua $|\mu_{12}(\lambda)|$ del supercontinuo a tres potencias de bombeo de la fibra.

- a1)** PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **a2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y Grado de coherencia espectral mutua medida (rojo) @256 mW
- b1)** PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **b2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y Grado de coherencia espectral mutua medida (rojo) @364 mW y
- c1)** PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **c2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y Grado de coherencia espectral mutua medida (rojo)@764 mW.

Figura 6.20 La figura muestra el efecto de incluir una pseudo polarización en la morfología de los espectros simulados (negro). Se observa que la “nueva componente” solo contribuye en la región espectral central mejorando la descripción que la simulación estocástica de la GNLSEE hace de todo el espectro medido (rojo) y como veremos de la coherencia que este predice.

Figura 6.21 PSD medidos (verde) versus nuevos PSD simuladas (negro) a tres potencias de bombeo de la fibra **a)** 256 mW, **b)** 364 mW y **c)** 764 mW, bajo la hipótesis de poca interacción entre modos en fibra birrefringente, iluminada a un ángulo pequeño respecto a uno de los ejes de polarización, $\theta_{\text{estimado}} \approx 24^\circ$.

Figura 6.22 Simulación y Medida del Grado de coherencia espectral mutua $|\mu_{12}(\lambda)|$ del supercontinuo a tres potencias de bombeo de la fibra.

- a1)** PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **a2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y grado de coherencia espectral mutua medida (rojo) @256 mW
- b1)** PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **b2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y grado de coherencia espectral mutua medida (rojo) @364 mW y
- c1)** PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **c2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y grado de coherencia espectral mutua medida (rojo)@764 mW.

Todo esto, bajo la hipótesis de poca interacción entre las 2 componentes de polarización dentro de la fibra altamente birrefringente e iluminación a un ángulo pequeño, $\theta_{\text{estimado}} \approx 24^\circ$ respecto del eje de polarización

rápida X y modelados escalarmente con la GNLSEE por separado, para luego superponer escalarmente ambas componentes.

Figura 6.23 Regímenes de coherencia en una fibra óptica. Adaptado de Genty (Genty, 2012)

Tabla 6.1 Parámetros relevantes sobre la fibra estudiada recabados de la literatura proveniente los fabricantes en el ORC, de los datos publicados o suministrados por el grupo de Pavía, y de los simulados buscando ajustarse a la medidas del ORC y modelados con COMSOL en este estudio.

Lista de Símbolos, Abreviaturas y Siglas

DW	<i>Dispersive Wave</i> (onda dispersiva)
FGM	<i>Fundamental guided mode</i> (modo guiado fundamental)
FWHM	<i>Full Width at Half Maximum</i> , (ancho a media altura)
FWM	<i>Four-Wave Mixing</i> , (mezcla de cuatro ondas)
GNLSE	<i>Generalized Non-Linear Schrödinger Equation</i> , (ecuación no lineal de Schrödinger generalizada)
GNLSEE	<i>Generalized Non-Linear Schrödinger Equation Stochastic</i> , (ecuación no lineal de Schrödinger generalizada estocástica)
HNL	<i>Higly Nonlinear Fiber</i> (fibra altamente no lineal)
IRS	<i>Intrapulse Raman Scatering</i> , (<i>dispersion Raman dentro del pulso</i>)
NLSE	<i>Non-Linear Schrödinger Equation</i> , (ecuación no lineal de Schrödinger)
NLSEE	<i>Non-Linear Schrödinger Equation expanded</i> , (ecuación no lineal de Schrödinger expandida)
GVD	<i>Group-Velocity Dispersion</i> , (dispersión de velocidad de grupo)
MI	<i>Modulation Instability</i> , (inestabilidad de modulación)
OCT	<i>Optical Coherence Tomography</i> , (tomografía óptica coherente)
OI	<i>Optical Isolator</i> , (aislador óptico)
ORC	<i>Optoelectrinics Research Center</i> , (centro de investigación en opto electrónica)
OSA	<i>Optical Spectrum Analyzer</i> , (analizador de espectros ópticos)
PCF	<i>Photonic Cristal Fiber</i> , (fibra de cristal fotónico)
PMC	<i>Phase Math Condition</i> , (condición de coincidencia de fases)
PMD	<i>Polarization-Mode Dispersion</i> , (dispersión del modo por polarización)
PSP	<i>Principal States of Polarization</i> , (estados principales de polarización)
SBS	<i>Stimulated Brillouin Scattering</i> , (dispersión Brillouin estimulada)
SC	<i>Supercontinuum</i> , (supercontinuo)
SMF	<i>Single-Mode Fiber</i> , (fibra momomodo)
SPM	<i>Self-Phase Modulation</i> , (auto-modulación de fase)
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> , (relación señal/ruido)
SRS	<i>Stimulated Raman Scattering</i> , (dispersión Raman estimulada)
SSFS	<i>Soliton Self-frequency Shift</i> , (auto desplazamiento de solitones en frecuencia.)
SSSFM	<i>Symmetrized-Split-Step-Fourier Method</i> , (método simetrizado de paso dividido de Fourier)
Ti:Sa	<i>Titanium Sapphire Laser</i> , (Láser de Titanio:Zafiro)
XPM	<i>Cross-Phase Modulation</i> , (modulación cruzada de fase)
ZDW	<i>Zero Dispersion Wavelength</i> , (longitud de onda de dispersión cero)

Capítulo 1

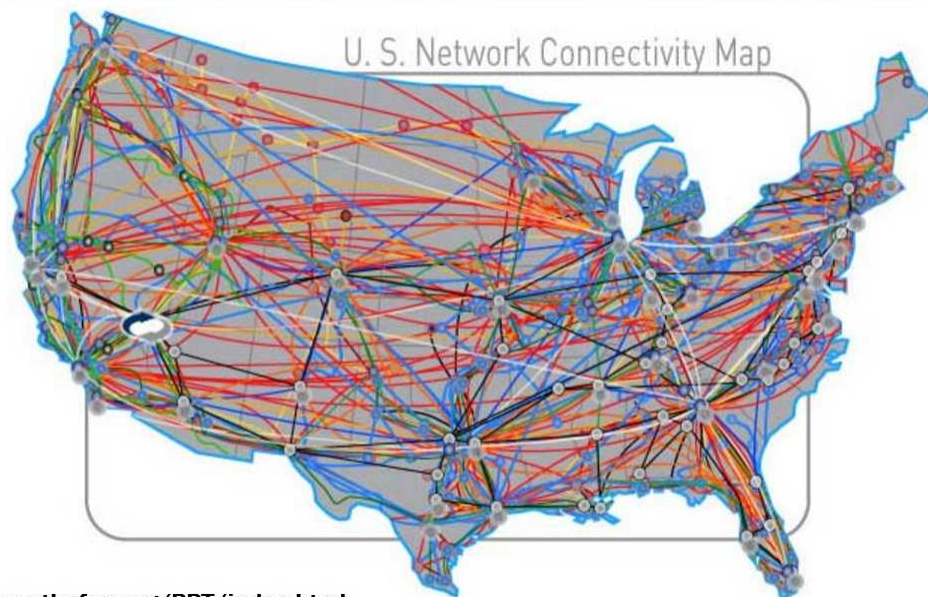
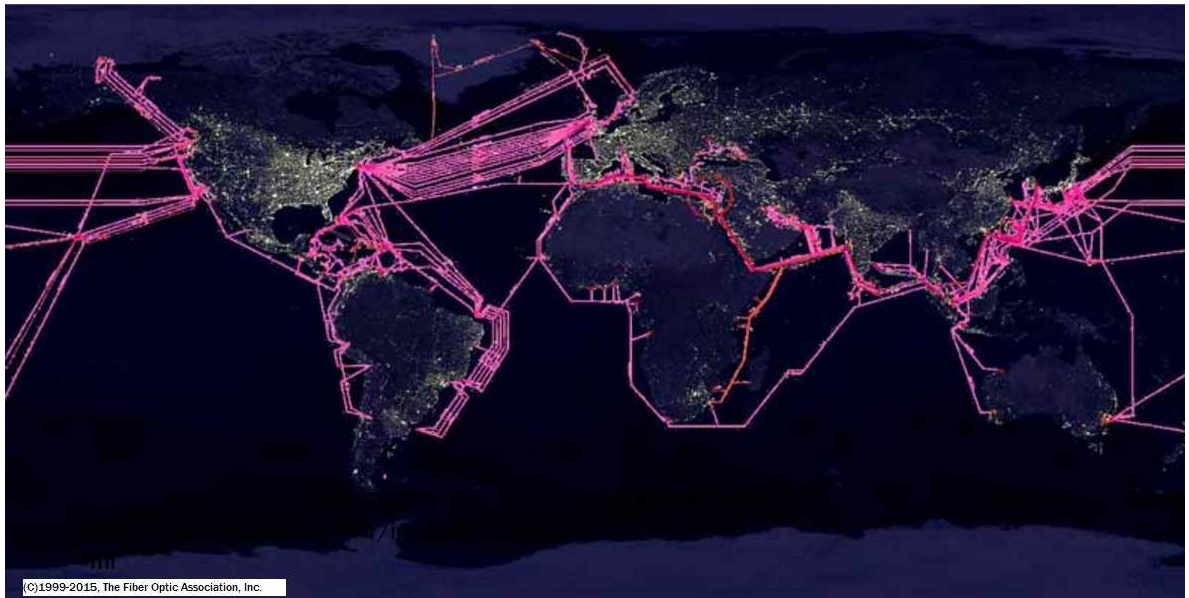
Introducción

1.1 Motivaciones

Desde el comienzo de esta investigación mi principal y decida motivación para adentrarme en el campo de la óptica y en especial en el de la óptica no lineal en las telecomunicaciones, radica en la convicción muy personal de que estudio detallado de la interacción radiación-materia es el que ha permitido a los hombres de ciencia resolver muchos de los retos de medida, caracterización e implementación de soluciones para muchos de los problemas metrológicos y tecnológicos desde los albores de la era industrial hasta la actualidad y de seguro en el futuro que se sigue.

Por ejemplo, es innegable el profundo impacto que la internet ha traído sobre la humanidad en estos tiempos postmodernos. De otro lado, la necesidad imperiosa de automatizar y simplificar el funcionamiento de los sistemas de medida en laboratorios y plantas industriales nos recuerdan que las tecnologías inalámbricas y los sistemas computarizados han mostrado la dirección en la que es más favorable suplir todas estas necesidades. Entre las posibles alternativas que ayudan a buscar estas soluciones están el uso masivo de láseres y de los canales de comunicación óptica por medio de fibras ópticas, ver **Fig. 1.1**, canales casi libres de perturbación externa y capaces de operar a frecuencias ópticas, amplísimos anchos de banda y altísimas frecuencias de repetición, con una confiabilidad y versatilidad nunca antes vista. Lo anterior confirma que este es un camino muy rico en retos y posibilidades como para reorientar y enfilar una carrera profesional en ciencia y tecnología.

Por último en esta motivación y para destacar la actualidad e importancia en realizar medidas como la que en detalle se ha pretendido describir y realizar en este documento, replico literalmente la siguiente invitación que hace el ICTP a participar en una escuela de invierno para febrero de 2016, en nombre de gran parte de la comunidad óptica internacional, en ella se llamaba a participar en el estudio de los peines de frecuencia óptica “Frequency Combs”, un caso especial de luz supercontinua altamente coherente!



<http://www.thefoa.org/PPT/index.html>

Figura 1.1. Sistema mundial de cableado por fibras ópticas que ilustra el gran desarrollo de esta tecnología que da vida a las comunicaciones modernas. Tomado y adaptado de <http://www.thefoa.org/PPT/index.html>

El comunicado del ICTP leía: *The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics (ICTP), in collaboration with the International Commission for Optics (ICO), the Optical Society of America (OSA), the International Society for Optics and Photonics (SPIE), the European Optical Society (EOS), Società Italiana di Ottica e Fotonica (SIOF), the International Society on Optics Within Life Sciences (OWLS), will organize a **Winter***

College on Optics: Frequency Combs, which will be held at ICTP, Trieste, Italy, from 15 to 26 February, 2016.

As a coherent bridge between the radiofrequency and the optical frequency domain, frequency combs have revolutionized the field of optical frequency metrology and paved the way to a new generation of atomic clocks based on ultra-narrow optical transitions. Their fine, discrete, stable, reproducible and controllable spectral structure, readily referable to the primary microwave standard, also makes combs ideal tools for high-resolution molecular spectroscopy and sensing of multiple trace gases. The Winter School in Optical Frequency Combs responds to the need to provide physicists with a comprehensive overview on their properties, their synthesis and their main applications, with a specific focus on molecular spectroscopy and trace gas sensing. The school is particularly targeted to young researchers, especially at the Ph.D. and postdoc level who either work in this area or hope to do so. <http://indico.ictp.it/event/7593/material/1/0.pdf>

1.2 Objetivos

Como es de esperar, el objetivo de esta investigación se circunscribe a lo expresado en la propuesta presentada para dar inicio a este trabajo investigativo a saber:

Como objetivo principal de esta investigación se propuso, modelar, simular y determinar experimentalmente (debido a la dificultad y complejidad que implica un modelo vectorial para la teoría y la medida de la coherencia, se decidió que no se modelarían los efectos de polarización de la fibra), las propiedades de coherencia de la luz blanca de espectro supercontinuo producida durante la propagación de pulsos ultracortos en fibras ópticas micro estructuradas como función de la potencia

Para allanar este objetivo propuesto, inicialmente se procedió a revisar los modelos escalares que permiten modelar a partir de las ecuaciones de Maxwell el fenómeno de la propagación de pulsos ultracortos en fibras altamente no lineales, así mismo se revisó el modelo para cuantificar la coherencia espectral de una fuente de luz de amplio espectro, al tiempo se procedió a elaborar un programa de cómputo que permitiera hacer la simulación numérica de conjuntos estadísticos que representaran espectral y temporalmente la generación de luz blanca supercontinua en una fibra óptica micro estructurada y altamente no lineal (Nota: a pesar de que se usará de aquí en adelante el apelativo de altamente no lineal para la fibra de este estudio, en realidad la no linealidad de la que se habla aquí no se refiere exclusivamente a la asociada al material de construcción de la fibra, SiO₂ puro, sino

más bien al comportamiento que resulta del gran confinamiento modal que se logra con la invención de la estructura micro estructurada que rodea al núcleo de la fibra, pues esta es capaz de contener más del 90% de la energía del modo en áreas de menos de una micra cuadrada) mientras un pulso de alta potencia la excita en su interior, al tiempo se diseñó, montó y operó un experimento para observar el fenómeno de la producción de supercontinuo en una fibra óptica micro estructurada irradiada con pulsos ultracortos provenientes de un láser de Ti:Sa, pulsos con parámetros cercanos a poseer un ancho temporal del orden de ~ 170 fs, una frecuencia de repetición ~ 80 MHz y una potencia promedio de iluminación de la fibra comprendida entre 256 mW y 764 mW,. Habiendo hecho esto se procedió a establecer un método que permitiera comparar las densidades de potencia espectral medida contra los promedios de las densidades de potencia espectral simulada a partir de los conjuntos estadísticos simulados, de ahí y con la ayuda de la teoría para la coherencia espectral desarrollada por Emil Wolf y Leonard Mandel, se procedió a comparar y determinar las características de coherencia entre el pulso emergente simulado por medio de los conjuntos estadísticos y las medidas de los interferogramas obtenidos por intermedio de un montaje interferométrico de brazos desiguales del tipo de Michelson construido con el propósito de hacer esta cuantificación de la magnitud del grado de coherencia espectral mutua para este tipo de fuente de luz.

1.3 Estructura del trabajo

Este trabajo se organiza en seis capítulos, en todos ellos y como aporte de esta investigación se propuso que este documento se documentara con mayor detalle de lo que se puede obtener en la literatura actual, gran parte de los elementos pertinentes a tener en cuenta para que un investigador independiente pueda rápida y fácilmente reproducir este tipo de medida.

En el **capítulo 2** se revisa el estado del arte referente a los fundamentos teóricos necesarios para la deducción de la ecuación generalizada no lineal de Schrödinger GNLSE apropiada para describir escalarmente la propagación de pulsos ultracortos a partir de las ecuaciones de Maxwell.

Habiendo hecho esto, en el **capítulo 3** se pasa a resaltar la dinámica de los procesos lineales y no lineales en fibras micro estructuradas que se sabe son responsables de la conformación del supercontinuo, con énfasis en el caso del régimen de dispersión anómala y pulsos de femtosegundo o régimen solitónico, pues esta dinámica contiene información sobre la evolución de algunos parámetros de interés en esta investigación.

En el **capítulo 4** se continúa con la revisión de los fundamentos teóricos necesarios para caracterizar la coherencia espectral de una fuente de luz blanca de amplio espectro por medio de la teoría de la interferencia espectral.

En el **capítulo 5** se aborda el problema de plantear y dar solución numérica a la ecuación no lineal de Schrödinger estocástica GNLSEE y a la colección de los conjuntos estadísticos que luego permiten determinar el grado de coherencia espectral a partir de estas simulaciones.

En el **capítulo 6** se describen con detalle el montaje experimental utilizado, el proceso de toma y análisis de dichos datos y el proceso de simulación de las propiedades modales de la fibra mediante el uso del software COMSOL, para de ahí, determinar las propiedades de coherencia propuesta en los objetivos de este trabajo de manera simulada y medida.

Por último, en el **capítulo 7**, se realiza una evaluación de los resultados obtenidos a la luz del modelo usado y de la hipótesis de que hubo necesidad de usar para terminar de analizar los datos y se establecen las conclusiones finales de esta investigación, así mismo se propone un escenario para trabajos futuros.

Al final de este documento se presenta la bibliografía y el apéndice citado.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

Ecuación para la propagación de pulsos ultracortos en fibras ópticas

Un primer paso para cuantificar el grado de coherencia espectral que se quiere medir requiere que primero se establezca un marco que permita mezclar datos, parámetros, medidas y así obtener un estimado teórico de esta magnitud que se desea cuantificar.

En este capítulo, se revisa el formalismo teórico general para obtener la ecuación dinámica que describe y subyace a todos los temas tratados en esta investigación esto es, la Ecuación Generalizada No lineal de Schrödinger o GNLSE.

2.1 Dinámica de la Propagación de Pulsos Láser Ultracortos en una Fibra Óptica Micro Estructurada.

Las fibras ópticas son guías de onda y desde los albores de la era láser han sido estudiadas intensamente (Stolen, 2008), (Snyder, 1983), (Agrawal, 2007), logrando explicar la mayoría de los fenómenos físicos que allí ocurren, tomando como base, el antiguo pero no menos poderoso marco de la electrodinámica clásica para su modelación física. Vale la pena notar, que el campo de la óptica no lineal puede dividirse entre resonante, estudiada con métodos de la mecánica cuántica, y no resonante (y esto sólo para casos de intensidades luminosas pequeñas, donde las deformaciones inducidas sobre “la nube de carga” se pueden considerar como una pequeña perturbación) estudiada con métodos semiclásicos.

En lo que sigue de este trabajo, se presentará el exitoso enfoque ideado por N. Bloembergen para dar un tratamiento a la óptica no lineal, no resonante y de baja intensidad en las fibras (Bloembergen, 1996). El creciente y masivo uso de los sistemas de comunicación basados en las fibras ópticas que desde los años 80 dió inicio a la nueva revolución de las telecomunicaciones por fibra óptica y al nacimiento de la internet es una prueba contundente de este aporte de N. Bloembergen a la óptica y a la humanidad.

Tan grande éxito motivó a la industria de las telecomunicaciones a optimizar este canal generando nuevos retos y desafíos a la comunidad académica, pues la aparición de efectos

no lineales, otrora despreciables, eludibles o compensables, se convirtió en un reto a superar para mejorar y mejorar el desempeño de este canal.

Entonces un primer paso para allanar el objetivo de medida que persigue este trabajo consiste en obtener una ecuación apropiada para la descripción de la propagación de pulsos ópticos ultracortos en fibras, y en especial, fibras cuya fabricación sea enteramente de silicio fundido SiO₂ con su núcleo se rodeado por una micro estructura, detalles sobre estas fabulosas fibras se pueden consultar en (Dudley, 2010).

2.1.1 De las ecuaciones de Maxwell a una ecuación de propagación de pulsos ópticos ultra cortos en fibras ópticas micro estructuradas.

Según lo dicho arriba, el marco más apropiado para la descripción de la propagación de pulsos ópticos en guías de onda es a partir de las ecuaciones de Maxwell, y la subsecuente ecuación general de onda que de allí se deriva, veamos brevemente este procedimiento clásico que esta descrito ampliamente en muchas partes (Agrawal, 2007) y que para completitud y claridad reproduzco brevemente en lo que sigue:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \text{Ley de Faraday – Lenz} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \text{Ley de Ampere – Maxwell} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho_f(\mathbf{r}, t), \quad \text{ley de Gauss} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \text{Ley de Gauss del magnetismo} \quad (2.4)$$

donde, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ son los vectores de campo eléctrico, inducción magnética, campo magnético y densidad de flujo eléctrico respectivamente y $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ y $\rho_f(\mathbf{r}, t)$ son el vector densidad de corriente y densidad de carga libre en el medio respectivamente, todas ellas expresadas en el sistema internacional de unidades.

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t), \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \quad (2.6)$$

Las relaciones anteriores se conocen como ecuaciones constitutivas de los campos, y describen cómo los campos electromagnéticos afectan al medio en el cual se propagan induciendo una polarización eléctrica $\mathbf{P}$, y una magnetización $\mathbf{M}$, las cuales a su vez modifican a estos campos recursivamente, además ϵ_0 y μ_0 son la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del vacío respectivamente.

En el caso de fibras ópticas, hechas de cuarzo fundido, un material no cristalino, dieléctrico y no magnetizable, estas ecuaciones se simplifican, pues la magnetización es cero $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{0}$ y además los términos fuente debidos a las densidades de carga libre y de densidades corriente son cero, $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = 0$ y $\rho_f(\mathbf{r}, t) = 0$. La polarización eléctrica $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ es por lo tanto, el único enlace entre los campos y la respuesta del material.

En el campo de la óptica no lineal, no resonante y perturbativa a la que nos suscribimos en este enfoque dedicado a las fibras ópticas, la polarización eléctrica inducida en un medio dieléctrico por el campo eléctrica incidente $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ se puede expandir en serie de potencias en términos del campo eléctrico incidente como sigue (Jackson, 1999):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = & \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi^{(1)}(t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt' + \epsilon_0 \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^t dt_2 \chi^{(2)}(t - t_1, t - t_2) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) + \\ & \epsilon_0 \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^t dt_2 \int_{-\infty}^t dt_3 \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3) + \dots \quad (2.7) \end{aligned}$$

Los puntos denotan productos tensoriales y permiten dar cuenta de efectos como, cambios en la polarización, birrefringencia, interacción entre componentes de frecuencia y muchas más, el término de convolución propone la respuesta causal o desfasada que puede aportar el material al campo fruto de la interacción con la radiación. Los tensores de susceptibilidad $\chi^{(m)}$ son de rango $(m + 1)$ y su significancia disminuye rápidamente con el aumento del rango m . En esta tesis se hará hincapié en las interacciones de primer y tercer orden, ya que para el caso especial de fibras hechas cuarzo fundido de alta pureza, los términos de orden par (m par) se anulan gracias a que la molécula de silicio es lineal y centro simétrica (Boyd, 2003) y por ende, gracias a la observancia de la simetría de inversión todos los términos pares de la susceptibilidad se deben hacer idénticamente iguales a cero. La susceptibilidad representa al material y la estructura que estas forman en el medio que interacciona con el campo incidente, es interesante recordar que para el caso

de la fibra óptica que nos interesa, el cuarzo forma un sólido amorfo de naturaleza isotrópica (Butcher, 1991).

Por tanto, la respuesta en polarización del material $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ se reduce a 2 términos no nulos, el primero representa el comportamiento lineal y dominante $\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t)$ y el segundo representa el comportamiento no lineal $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$ e interesante que depende de la intensidad de campo incidente y que en esta aproximación se puede tratar como una perturbación, así.

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$$

$$= \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi^{(1)}(t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt' + \epsilon_0 \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^t dt_2 \int_{-\infty}^t dt_3 \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3) \quad (2.8)$$

Tomando en cuenta todo lo anterior, se puede describir el marco general de las ecuaciones de Maxwell en esta aproximación como sigue:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.1')$$

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\mu_0} \right) = \frac{\partial (\epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t))}{\partial t}, \quad (2.2')$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)) = 0, \quad (2.3')$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\mu_0} \right) = 0. \quad (2.4')$$

Ahora siguiendo el procedimiento estándar de la electrodinámica para desacoplar este sistema de ecuaciones, primero tomamos el rotacional en la **Ec. (2.1')** y asumimos que podemos intercambiar el orden de operación espacial y temporal quedando:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \frac{\partial \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (2.9)$$

Y luego se sustituye la **Ec. (2.2')** en la **Ec. (2.9)** y se obtiene

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \frac{\partial \left(\mu_0 \frac{\partial (\epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{PL}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{PNL}(\mathbf{r}, t))}{\partial t} \right)}{\partial t}, \quad (2.10)$$

que luego de simplificar se expresa:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \frac{\mu_0 \epsilon_0 \partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{\mu_0 \partial^2 \mathbf{PL}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{\mu_0 \partial^2 \mathbf{PNL}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (2.11)$$

Usando la identidad vectorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) - \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y teniendo en cuenta que en una fibra óptica la distribución de la inhomogeneidad del medio dieléctrico es tal que se cumple (Marcuse 1982) :

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) \ll \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (2.12)$$

Y por tanto, se puede despreciar este término y escribir la ecuación apropiada para la propagación de ondas electromagnéticas como sigue:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{\mu_0 \epsilon_0 \partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{\mu_0 \partial^2 \mathbf{PL}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \frac{\mu_0 \partial^2 \mathbf{PNL}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (2.13)$$

Y solo en términos del campo eléctrico queda:

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \\
&= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \int_{-\infty}^t \chi^{(1)}(t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt'}{\partial t^2} \\
&+ \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^t dt_2 \int_{-\infty}^t dt_3 \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3)}{\partial t^2}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Dada la naturaleza convolutiva como se define de manera general la polarización, resulta conveniente transformar esta ecuación del dominio del tiempo a una en el dominio de frecuencia, pues así se puede expresar la convolución como el producto del tensor de susceptibilidad por el campo eléctrico. La definición (Agrawal, 2007) de la transformada de Fourier que se adopta aquí para este efecto es la que se usa comúnmente en la comunidad de la óptica a saber:

$$\mathcal{F}[A(t)] = \tilde{A}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} A(t) dt \tag{2.15}$$

$$\mathcal{F}^{-1}[\tilde{A}(\omega)] = A(t) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \tilde{A}(\omega) d\omega \tag{2.16}$$

Por tanto, si se sustituye el campo por su expresión en términos de la transformada de Fourier correspondiente $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega$ y de paso se definen los tensores de susceptibilidad en el dominio de frecuencia como sigue:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \chi^{(1)}(t - t') dt' = \chi^{(1)}(\omega) e^{-i\omega t} \tag{2.17a}$$

$$\begin{aligned}
&\iiint_{-\infty}^{\infty} e^{-i(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2 + \omega_3 t_3)} \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \\
&= \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) e^{-i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t}
\end{aligned} \tag{2.17b}$$

se obtiene:

$$\begin{aligned}
& (1/2\pi) \nabla^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega - \mu_0 \epsilon_0 \frac{(1/2\pi) \partial^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega}{\partial t^2} \\
& = \mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{(1/2\pi) \partial^2 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(\omega) e^{-i\omega t} \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega}{\partial t^2} \right. \\
& \quad \left. + \frac{(1/2\pi)^3 \partial^2 \iiint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) e^{-i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_3) d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3}{\partial t^2} \right)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Ahora, al intercambiar el orden de integración y diferenciación y operar queda:

$$\begin{aligned}
& (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega - \mu_0 \epsilon_0 (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} -\omega^2 e^{-i\omega t} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega \\
& = \mu_0 \epsilon_0 (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} -\omega^2 \chi^{(1)}(\omega) e^{-i\omega t} \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega \\
& \quad + \epsilon_0 \mu_0 (1/2\pi)^3 \iiint_{-\infty}^{\infty} -(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)^2 \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) e^{-i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} \\
& \quad : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_3) d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Luego tomando la transformada de Fourier en ambos miembros y multiplicando por 2π se puede describir:

$$\begin{aligned}
& \int \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega e^{i\omega' t} dt + \mu_0 \epsilon_0 \int \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 e^{-i\omega t} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega e^{i\omega' t} dt \\
& = -\mu_0 \epsilon_0 \int \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \chi^{(1)}(\omega) e^{-i\omega t} \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega e^{i\omega' t} dt \\
& \quad - \mu_0 \epsilon_0 (1/2\pi)^2 \int \iiint_{-\infty}^{\infty} (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)^2 \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) e^{-i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} \\
& \quad : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_3) d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 e^{i\omega' t} dt
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Ahora, cambiando el orden de integración e integrando y recordando (Abramowitz, 2006) que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega' - \omega)t} dt = 2\pi \delta(\omega' - \omega) \tag{2.21}$$

Se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} \nabla^2 2\pi\delta(\omega' - \omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega + \mu_0\epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 2\pi\delta(\omega' - \omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega \\
& = -\mu_0\epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 2\pi\delta(\omega' - \omega) \chi^{(1)}(\omega) \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) d\omega \\
& - \mu_0\epsilon_0 (1/2\pi)^2 \iiint_{-\infty}^{\infty} (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)^2 2\pi\delta(\omega' - \omega_1 - \omega_2 \\
& - \omega_3) \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_3) d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \quad (2.22)
\end{aligned}$$

Lo cual, dado la propiedad selectiva de la delta de Dirac (Hsu, 1973) al integrar, luego de intercambiar el orden de integración, simplificar por 2π y factorizar se obtiene una ecuación de onda de Helmholtz no lineal vectorial en el dominio de frecuencia como siguiente:

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega') & = -\mu_0\epsilon_0 \omega'^2 [1 + \chi^{(1)}(\omega')] \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega') \\
& - \mu_0\epsilon_0 \omega'^2 (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega' - \omega_1 - \omega_2) \\
& : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega' - \omega_1 - \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \quad (2.23)
\end{aligned}$$

Ahora, dado que $\mu_0\epsilon_0 \stackrel{\text{def}}{=} 1/c^2$ y que $[1 + \chi^{(1)}(\omega)] \stackrel{\text{def}}{=} \epsilon^{(1)}(\omega)$ define al tensor dieléctrico lineal, (donde, 1 representa la matriz identidad), y este a su vez es tal que $\epsilon^{(1)}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} [n(\omega) + i\frac{\alpha(\omega)c}{2\omega}]^2$, donde $n(\omega)$ representa el índice de refracción lineal del material y $\alpha(\omega)$ al coeficiente de absorción lineal.

En la aproximación que se ha venido desarrollando se ha asumido que se usará una fibra que mantiene la polarización o lo que es lo mismo exhibe una alta birrefringencia (Hochman, 2007) y ésta va a ser iluminada con luz polarizada linealmente paralela a uno de los ejes propios de la fibra, siendo así, entonces se puede reducir apreciablemente la complejidad y la notación, pues el tensor $\epsilon^{(1)}(\omega)$ se puede considerar como un escalar que multiplica a la matriz identidad. Ahora dado que la ventana de frecuencias de interés se circunscribe a pertenecer al rango óptico e infrarrojo cercano cuyas frecuencias son del orden de 10^{15} Hz, entonces en muy buena medida el tensor dieléctrico se puede aproximar con un escalar complejo, como sigue:

$$\varepsilon^{(1)}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \left[n(\omega) + i \frac{\alpha(\omega)c}{2\omega} \right]^2 \cong \{ n^2(\omega) + i \frac{\alpha(\omega) n(\omega)c}{\omega} \} \mathbb{1} \quad (2.24)$$

Dicho lo anterior y teniendo en cuenta que debido a la dominancia del efecto Kerr de manera arbitraria (Francois, 1991) se puede hacer $\omega' = \omega$, y $\omega_2 = -\omega_2$, además se aprovecha esta elección, para usar la propiedad de conjugación (Hsu, 1973) de la transformada de Fourier en la ecuación de onda no lineal vectorial de arriba, para obtener:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = & -\frac{\omega^2}{c^2} \left[n^2(\omega) + i \frac{\alpha(\omega) n(\omega)c}{\omega} \right] \mathbb{1} \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega - \omega_1 + \omega_2) \\ & : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_1 + \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = & -\frac{\omega^2}{c^2} n^2(\omega) \mathbb{1} \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) - i \frac{\omega \alpha(\omega) n(\omega)}{c} \mathbb{1} \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 + \omega_2) \\ & : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_1 + \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

Si ahora se usa la relación de dispersión $\frac{\omega^2}{c^2} \stackrel{\text{def}}{=} k^2(\omega)$ se puede escribir de manera compacta la ecuación vectorial y no lineal anterior que describe la propagación de pulsos en medios dieléctricos centro simétrico no magnetizable como sigue:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = & -k^2(\omega) n^2(\omega) \mathbb{1} \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) - i k(\omega) \alpha(\omega) n(\omega) \mathbb{1} \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 + \omega_2) \\ & : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_1 + \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Para facilitar el estudio analítico y numérico de las soluciones de esta ecuación, aun se requiere continuar haciendo simplificaciones y restricciones que sin perder mucha generalidad para describir el problema que interesa, facilite elucidar la naturaleza de los

principales fenómenos que contribuyen a la compleja dinámica no lineal de la propagación de un pulso ultracorto en una fibra óptica micro estructurada.

Para cumplir con lo anterior, se hace necesario realizar las siguientes suposiciones tendientes a obtener una ecuación de propagación escalar más simple e intuitiva.

Asumir una iluminación con un haz polarizado linealmente el cual exactamente coincidente con ser paralelo a uno de los ejes principales de polarización de la fibra, (en general debido a micro estructura estas fibras son altamente birrefringentes), esto permite que se pueda despojar del carácter vectorial de esta ecuación, pues siendo así, la fibra se comporta como una fibra que mantiene la polarización y minimiza la interacción entre los 2 modos degenerados del estado fundamental que surgen fruto de la ruptura de la simetría cilíndrica ideal que toda fibra isotrópica convencional posee. Adicionalmente, bajo la hipótesis de iluminación a baja potencia, se usaran pulsos cuya potencia pico acoplada en la fibra siempre será inferior a 10 kW, supondremos que el campo eléctrico se puede descomponer utilizando la técnica de separación de variables. Por tanto, incorporando la invariancia de traslación de esta guía asumiremos que la solución de prueba se puede expresar como sigue (Snyder, 1983): (Consultar en Snyder & Love, cap 30 pág. 591 sobre invariancia de traslación y la justificación para descomponer el campo de esta manera, así como la razón de trabajar solamente con la componente z del campo, pues gracias al uso de las ecuaciones de Maxwell las componentes transversales se pueden luego expresar como función de estas)

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = & \tilde{A}_x(z, \omega) \tilde{F}_x(\mathbf{r}_\perp, \omega) e^{i\beta_x(\omega)z} \hat{\mathbf{i}} + \tilde{A}_y(z, \omega) \tilde{F}_y(\mathbf{r}_\perp, \omega) e^{i\beta_y(\omega)z} \hat{\mathbf{j}} \\ & + \tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_\perp, \omega) e^{i\beta_z(\omega)z} \hat{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Si se reemplaza en la ecuación **ec. 2.27** se obtienen 3 ecuaciones acopladas, pero si recordamos que la fibra es altamente birrefringente y que se ilumina a lo largo de uno de los ejes de polarización propios de la fibra, entonces podemos quedarnos con solo una de estas ecuaciones. Siguiendo la convención se asumirá propagación en dirección del eje z (el cual se hace coincidir con el eje de la fibra), y se propone que los efectos espaciales y temporales son independientes entre sí, lo que implica un desacople entre la amplitud espacial transversal o modo de propagación $\tilde{F}_z(\mathbf{r}_\perp, \omega)$ y la amplitud espectral $\tilde{A}_z(z, \omega)$, donde además se ha hecho $\beta_z(\omega) = \beta(\omega)$.

Al aplicar el operador $\nabla^2 = \nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ a ella queda:

$$\begin{aligned}
& \left(\nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \hat{\mathbf{k}} \\
& = -k^2(\omega) n^2(\omega) \mathbb{1} \cdot \tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \hat{\mathbf{k}} - ik(\omega) \alpha(\omega) n(\omega) \mathbb{1} \\
& \quad \cdot \tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \hat{\mathbf{k}} \\
& \quad - \frac{\omega^2}{c^2} (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 + \omega_2) \\
& \quad : \tilde{A}_z(z, \omega_1) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega_1) e^{i\beta(\omega_1)z} \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z^*(z, \omega_2) \tilde{F}_z^*(\mathbf{r}_{\perp}, \omega_2) e^{-i\beta(\omega_2)z} \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z(z, \omega \\
& \quad - \omega_1 + \omega_2) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega - \omega_1 + \omega_2) e^{i\beta(\omega - \omega_1 + \omega_2)z} \hat{\mathbf{k}} d\omega_1 d\omega_2 \quad (2.29)
\end{aligned}$$

Desarrollo del Laplaciano:

$$\begin{aligned}
& \nabla_{\perp}^2 [\tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z}] \hat{\mathbf{k}} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \hat{\mathbf{k}}] \\
& e^{i\beta(\omega)z} \tilde{A}_z(z, \omega) \nabla_{\perp}^2 \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \hat{\mathbf{k}} \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}_z(z, \omega) \right. \\
& \quad \left. + i\beta(\omega) \tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \right) \hat{\mathbf{k}}, \quad (2.30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e^{i\beta(\omega)z} \tilde{A}_z(z, \omega) \nabla_{\perp}^2 \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \hat{\mathbf{k}} \\
& \quad + \left(2i\beta(\omega) e^{i\beta(\omega)z} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}_z(z, \omega) + e^{i\beta(\omega)z} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}_z(z, \omega) \right. \\
& \quad \left. - \beta^2(\omega) \tilde{A}_z(z, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \right) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \hat{\mathbf{k}}. \quad (2.31)
\end{aligned}$$

Ahora, luego de agrupar se puede expresar el resultado como sigue:

$$\begin{aligned}
& e^{i\beta(\omega)z} \tilde{A}_z(z, \omega) \nabla_{\perp}^2 \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \hat{\mathbf{k}} \\
& + \left(2i\beta(\omega) e^{i\beta(\omega)z} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}_z(z, \omega) + e^{i\beta(\omega)z} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}_z(z, \omega) \right. \\
& \left. - \beta^2(\omega) \tilde{A}_z(z, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \right) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \hat{\mathbf{k}} \\
& = -k^2(\omega) n^2(\omega) \tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \hat{\mathbf{k}} \\
& - ik(\omega) \alpha(\omega) n(\omega) \tilde{A}_z(z, \omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) e^{i\beta(\omega)z} \hat{\mathbf{k}} \\
& - \frac{\omega^2}{c^2} (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 \\
& + \omega_2) : \tilde{A}_z(z, \omega_1) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega_1) e^{i\beta(\omega_1)z} \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z^*(z, \omega_2) \tilde{F}_z^*(\mathbf{r}_{\perp}, \omega_2) e^{-i\beta(\omega_2)z} \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z(z, \omega - \omega_1 \\
& + \omega_2) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega - \omega_1 + \omega_2) e^{i\beta(\omega - \omega_1 + \omega_2)z} \hat{\mathbf{k}} d\omega_1 d\omega_2 \quad (2.32)
\end{aligned}$$

Agrupando y multiplicando por $e^{-i\beta(\omega)z}$ se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \tilde{A}_z(z, \omega) \nabla_{\perp}^2 \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \hat{\mathbf{k}} \\
& + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}_z(z, \omega) + 2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}_z(z, \omega) + \{k^2(\omega) n^2(\omega) \right. \\
& \left. + ik(\omega) \alpha(\omega) n(\omega) - \beta^2(\omega)\} \tilde{A}_z(z, \omega) \right) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \hat{\mathbf{k}} \\
& = - \frac{\omega^2}{c^2} (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 \\
& + \omega_2) : \tilde{A}_z(z, \omega_1) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega_1) \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z^*(z, \omega_2) \tilde{F}_z^*(\mathbf{r}_{\perp}, \omega_2) \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z(z, \omega - \omega_1 \\
& + \omega_2) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega - \omega_1 \\
& + \omega_2) \hat{\mathbf{k}} e^{i[\beta(\omega_1) + \beta(\omega - \omega_1 + \omega_2) - \beta(\omega_2) - \beta(\omega)]z} d\omega_1 d\omega_2 \quad (2.33)
\end{aligned}$$

Aquí se acostumbra definir (Agrawal, 2007):

$$[\beta(\omega_1) + \beta(\omega - \omega_1 + \omega_2) - \beta(\omega_2) - \beta(\omega)] \stackrel{\text{def}}{=} \Delta\beta(\omega) \quad (2.34)$$

y agrupar los términos de tal manera que se obtenga un sistema de 2 ecuaciones jerárquicas, una que gobierna la parte espacial (o modo de propagación) y la otra que gobierna la parte temporal (salvo un factor de escala) y que depende de la solución espacial anterior como sigue:

$$\tilde{A}_z(z, \omega) \{ \nabla_{\perp}^2 \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) + k^2(\omega) n^2(\omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) - \beta^2(\omega) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \} \hat{\mathbf{k}} = 0, \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}_z(z, \omega) + 2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}_z(z, \omega) + ik(\omega) \alpha(\omega) n(\omega) \tilde{A}_z(z, \omega) \right) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega) \hat{\mathbf{k}} \\ &= -\frac{\omega^2}{c^2} (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 \\ &+ \omega_2) : \tilde{A}_z(z, \omega_1) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega_1) \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z^*(z, \omega_2) \tilde{F}_z^*(\mathbf{r}_{\perp}, \omega_2) \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z(z, \omega - \omega_1 \\ &+ \omega_2) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_{\perp}, \omega - \omega_1 + \omega_2) \hat{\mathbf{k}} e^{i\Delta\beta(\omega)z} d\omega_1 d\omega_2. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Para determinar las características espaciales de propagación en esta guía es necesario resolver la ecuación espacial (modos de la fibra), con ella entre otros, se entiende cómo se distribuye transversalmente la radiación dentro de la guía, cual es el número de modos presentes en cierto rango espectral, cual es la frecuencia de corte, cual es la forma y área efectiva de cada modo, cómo esta contiene la energía que se propaga y de cuál es la relación de dispersión (constante de propagación) de cada solución propia posible para una configuración geométrica del área transversal dada entre otras, este tema ha sido trabajado extensamente y en profundidad por varios autores para fibras ópticas “convencionales” (Snyder, 2012).

Para este propósito, en este trabajo se utilizó la herramienta del software COMSOL Multiphysics, este software utiliza la técnica de elementos finitos para resolver el problema de valor propio planteado arriba, el insumo principal que dicho software requiere como entrada, es la imagen de vectorializada del corte transversal de la fibra y el conocimiento detallado de las propiedades eléctricas de los materiales utilizados para su construcción. Una vez se parametriza y se pone en operación la herramienta de software, esta permite obtener todo lo referente a los modos propios de propagación que soporta la fibra como función de la frecuencia y todos los valores propios asociados a ellos, valores como lo son el índice de refracción complejo de todos los modos incluyendo los modos birrefringentes, el área efectiva de cada modo, y muchos otras magnitudes asociadas de interés, para mayor detalle a este respecto en el capítulo 6 se presentan algunos de los hallazgos obtenidos para la fibra usada, ver **capítulo 6**.

De este estudio quedo muy claro que la exactitud en la descripción geométrica de la microestructura es quizá el factor más crítico para lograr una exitosa predicción de la relación de dispersión de un modo, en especial se observó que sutiles variaciones en la

geometría pueden provocar grandes cambios en la posición de los ceros de la dispersión cromática y en los valores absolutos a todos los órdenes de la dispersión, la cual es a su vez de importancia crítica como insumo de la GNLSEE para la descripción por simulación de la dinámica del SC y por ende en la predicción de la propiedades de coherencia de esta luz. En especial se observó que para lograr una descripción apropiada del proceso de generación de solitones (número, ancho espectral y temporal, deriva a lo largo de la fibra y su decaimiento final) y las ondas dispersadas asociadas, es crítica una muy buena modelación de la ecuación de valor propio de los modos que soporta la fibra.

Pero en este trabajo el mayor interés es sobre las características de propagación/evolución temporal/espectral del modo en su viaje a lo largo de la fibra, pues se pretende determinar cómo evoluciona la función de coherencia espectral (transversalmente, se asume que el modo es completamente coherente y la evolución de la coherencia espacial que lo cuantificaría no es parte de los objetivos de este trabajo), lo que este estudio de los modos, es conocer la relación de dispersión función de propagación del modo fundamental y su área efectiva como función de la frecuencia, simulaciones hechas por el grupo de Pavía muestran que los distintos modos guiados soportados por esta fibra, poseen constantes de propagación muy distantes entre sí y con grandes pérdidas (Hu, 2009) , y cómo resultado de ello, se desprecia el posible acoplamiento efectivo entre el modo fundamental y los modos de orden superior que quizá puedan coexistir a una frecuencia dada con el modo fundamental (Tartara, 2003a), incluso en presencia de perturbaciones apreciables. Además, fruto del trabajo realizado en el laboratorio con esta fibra solo se observó propagación de un único modo y este era el modo fundamental (Tartara, 2003b) y (Cristiani, 2004). Características estas que fueron verificadas y determinadas por los fabricantes y otros autores que han utilizado esta misma fibra de este estudio en sus trabajos (Price, 2003) y (Koshiba, 2003). Por tanto, tomando como punto de partida la relación de dispersión determinada usando el software COMSOL para resolver la ecuación espacial y tomando algunos resultados publicados por los diseñadores de la fibra la Universidad de Southamton como insumo, de ahora en adelante nos dedicamos a estudiar la ecuación temporal.

Para concluir el desarrollo que nos lleva a la ecuación de propagación (Couairon, 2011), se debe hacer explícito el producto tensorial indicado, para luego obtener una ecuación de propagación escalar válida para polarización lineal y régimen de propagación mono modo que se simulará más adelante (Birks, 1997), veamos esto:

$$\begin{aligned}
& \iint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 \\
& \quad + \omega_2) : \tilde{A}_z(z, \omega_1) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_\perp, \omega_1) \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z^*(z, \omega_2) \tilde{F}_z^*(\mathbf{r}_\perp, \omega_2) \hat{\mathbf{k}} \tilde{A}_z(z, \omega - \omega_1 \\
& \quad + \omega_2) \tilde{F}_z(\mathbf{r}_\perp, \omega - \omega_1 + \omega_2) \hat{\mathbf{k}} e^{i\Delta\beta(\omega)z} d\omega_1 d\omega_2 \\
& = \iint_{-\infty}^{\infty} \chi_{zzzz}^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 \\
& \quad + \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega_1) \tilde{A}^*(z, \omega_2) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega - \omega_1 \\
& \quad + \omega_2) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega - \omega_1 + \omega_2) e^{i\Delta\beta(\omega)z} d\omega_1 d\omega_2 \tag{2.37}
\end{aligned}$$

La susceptibilidad $\chi^{(3)}$ del material da cuenta de la naturaleza de los procesos no lineales como SPM, Kerr, XPM, FWM, SRS, SBS y Self Steepping, que se sabe (Butcher, 1991) están presentes como respuesta de este a la propagación de pulsos, con esto se puede escribir como sigue:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) + 2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \omega) + ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega) \tilde{A}(z, \omega) \right) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega) \\
& = -\frac{\omega^2}{c^2} (1/2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \chi_{zzzz}^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 \\
& \quad + \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega_1) \tilde{A}^*(z, \omega_2) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega - \omega_1 \\
& \quad + \omega_2) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega - \omega_1 + \omega_2) e^{i\Delta\beta(\omega)z} d\omega_1 d\omega_2 \tag{2.38}
\end{aligned}$$

Como se han despreciado todas las no linealidades electrónicas resonantes (la frecuencia de bombeo a 800 nm, cae dentro de la ventana de transparencia óptica de la fibra) se puede usar la simetría de permutación de Kleinman para simplificar aún más esta susceptibilidad, pues ella solo depende de las diferencias en frecuencia entre las distintas componentes dentro del pulso (Hellwarth, 1977), (Blow, 1989), (Santran, 2000), por tanto en el dominio de frecuencia $\chi^{(3)}$ se puede aproximar y escribir de la siguiente manera:

$$\chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega - \omega_1 + \omega_2) = (2\pi)^2 \chi_{zzzz}^{(3)} \tilde{R}(\omega_1 - \omega_2), \tag{2.39}$$

donde, $\tilde{R}$ es la función que caracteriza la respuesta en frecuencia del sistema, y tomando la transformada inversa de Fourier, esta función impone la respuesta causal que caracteriza la interacción no instantánea Raman, así en el dominio del tiempo esta se expresa en términos

del tiempo o si se quiere en términos de las diferencias de tiempo $\tau_i = t - t_i$ entre las diferentes componentes de frecuencia del pulso (Bandelow, 2003):

$$\chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) = x_{zzzz}^{(3)} R(t - t_1) \delta(t - t_2) \delta(t - t_3) \quad (2.40)$$

Por tanto, luego de multiplicar por $\tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega)$ y despejar, la ecuación de evolución de la amplitud de campo se reescribe como sigue:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) + 2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \omega) + ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega) \tilde{A}(z, \omega) \right) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega) \\ &= -\frac{\omega^2}{c^2} x_{zzzz}^{(3)} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\omega_1 - \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega_1) \tilde{A}^*(z, \omega_2) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega - \omega_1 \\ &+ \omega_2) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega - \omega_1 + \omega_2) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega) e^{i\Delta\beta(\omega)z} d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) + 2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \omega) + ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega) \tilde{A}(z, \omega) \right] \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 \\ &= -x_{zzzz}^{(3)} \frac{\omega^2}{c^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\omega_1 - \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega_1) \tilde{A}^*(z, \omega_2) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega - \omega_1 \\ &+ \omega_2) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega - \omega_1 + \omega_2) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega) e^{i\Delta\beta(\omega)z} d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (2.42)$$

Ahora, se integra el modo sobre la componente transversal $\mathbf{r}_\perp$ y se representa simbólicamente este resultado de la siguiente manera:

$$\frac{\iint \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega_1) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega_2) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega - \omega_1 + \omega_2) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega) d\mathbf{r}_\perp}{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \stackrel{\text{def}}{=} G(\omega_1, \omega_2, \omega) \quad (2.43)$$

Con esto, ahora la ecuación de propagación se puede reescribir así:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) + 2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \omega) + ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega) \tilde{A}(z, \omega) \\ &= -x_{zzzz}^{(3)} \frac{\omega^2}{c^2} \iint_{-\infty}^{\infty} G(\omega_1, \omega_2, \omega) \tilde{R}(\omega_1 - \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{A}^*(z, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega \\ &- \omega_1 + \omega_2) e^{i\Delta\beta(\omega)z} d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (2.44)$$

Ante la necesidad de simplificar esta integral, corresponde buscar una aproximación que permita modelar a $G(\omega_1, \omega_2, \omega)$, D. Marcuse (Marcuse, 1978) propuso hacer una aproximación Gaussiana para un pulso mono modo en fibras ópticas, si se acoge esta aproximación (ver figura modo a 800 nm de Comsol) y entonces se puede seguir este tratamiento como sigue:

Primero se define de la manera usual (Agrawal, 2007) el área efectiva del modo de propagación, esto es:

$$\frac{\left[\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp \right]^2}{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^4 d\mathbf{r}_\perp} \stackrel{\text{def}}{=} A_{eff}(\omega) \quad (2.45)$$

Luego, se normaliza respecto al área a la frecuencia de bombeo ω_0 .

$$\frac{A_{eff}(\omega)}{A_{eff}(\omega_0)} = S^*(\omega) \quad (2.46)$$

Con esto, se hace la aproximación de que el modo de propagación y por ende $G(\omega_1, \omega_2, \omega)$ no depende fuertemente de la frecuencia y por tanto se considera que $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega$ entonces se puede hacer:

$$G(\omega_1, \omega_2, \omega) \approx G(\omega) = \frac{\iint \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega) \tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega) \tilde{F}^*(\mathbf{r}_\perp, \omega) d\mathbf{r}_\perp}{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \quad (2.47)$$

$$G(\omega) = \frac{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^4 d\mathbf{r}_\perp}{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} = \frac{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp}{A_{eff}(\omega)} \quad (2.48)$$

La cual, permite describir la ecuación de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) + 2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \omega) + ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega) \tilde{A}(z, \omega) \\
& = -x_{zzzz}^{(3)} \frac{\omega^2}{c^2} \iint_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \tilde{R}(\omega_1 - \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{A}^*(z, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega - \omega_1 \\
& \quad + \omega_2) e^{i\Delta\beta(\omega)z} d\omega_1 d\omega_2 \tag{2.49}
\end{aligned}$$

También y a pesar de trabajar con pulsos ultracortos, es conveniente recordar que si los pulsos contienen varios ciclos ópticos (recordar que el pulso usado fue de unos 170 fs) aún podemos utilizar la aproximación de la envolvente suavemente variable (Lin, 2006) y (Hauss, 1984) que permite hacer dos simplificaciones adicionales importantes.

- i) Despreciar la contribución del término con la segunda derivada en la ecuación de propagación del pulso $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{A}(z, \omega) \cong 0$ y
- ii) Expresar la amplitud de campo $\tilde{A}(z, \omega)$ en términos de una amplitud de campo suavemente variable $\tilde{A}(z, \Omega)$ de la siguiente manera

$$\tilde{A}(z, \Omega) = \sqrt{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \tilde{A}(z, \omega) e^{i[\beta(\omega) - \beta_0]z} \tag{2.50}$$

Para ello, primero se aplica **i)** y luego se multiplica por $e^{i[\beta(\omega) - \beta_0]z} \sqrt{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp}$, luego se identifican términos apropiados dentro de la integral en $G(\omega) = \frac{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp}{A_{eff}(\omega)}$ y se completan términos para la primera derivada teniendo presente que $\Delta\beta(\omega) = [\beta(\omega_1) + \beta(\omega - \omega_1 + \omega_2) - \beta(\omega_2) - \beta(\omega)]$ como sigue:

$$\begin{aligned}
& 0 + 2i\beta(\omega) e^{i[\beta(\omega) - \beta_0]z} \sqrt{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \omega) \\
& + ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega) e^{i[\beta(\omega) - \beta_0]z} \sqrt{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \tilde{A}(z, \omega) \\
& = -x_{zzzz}^{(3)} \frac{\omega^2}{c^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp}{A_{eff}(\omega)} \tilde{R}(\omega_1 - \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{A}^*(z, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega - \omega_1 \\
& \quad + \omega_2) e^{i[\beta(\omega_1) + \beta(\omega - \omega_1 + \omega_2) - \beta(\omega_2) - \beta(\omega)]z} e^{i[\beta(\omega) - \beta_0]z} \sqrt{\iint \|\tilde{F}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} d\omega_1 d\omega_2 \tag{2.51}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{\iint \|\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \tilde{A}(z, \omega) e^{i[\beta(\omega) - \beta_0]z} \\
& + 2\beta(\omega)[\beta(\omega) - \beta_0] \sqrt{\iint \|\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \tilde{A}(z, \omega) e^{i[\beta(\omega) - \beta_0]z} \\
& + ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega) \sqrt{\iint \|\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \tilde{A}(z, \omega) e^{i[\beta(\omega) - \beta_0]z} \\
& = -x_{zzzz}^{(3)} \frac{\omega^2}{A_{eff}(\omega)c^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\omega_1 - \omega_2) \sqrt{\iint \|\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \tilde{A}(z, \omega_1) e^{i[\beta(\omega_1) - \beta_0]z} \\
& * \sqrt{\iint \|\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \tilde{A}^*(z, \omega_2) e^{-i[\beta(\omega_2) - \beta_0]z} \sqrt{\iint \|\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_\perp, \omega)\|^2 d\mathbf{r}_\perp} \tilde{A}(z, \omega - \omega_1 \\
& + \omega_2) e^{i[\beta(\omega - \omega_1 + \omega_2) - \beta_0]z} d\omega_1 d\omega_2 \tag{2.52}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2i\beta(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \Omega) + 2\beta(\omega)[\beta(\omega) - \beta_0] \tilde{A}(z, \Omega) + ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega) \tilde{A}(z, \Omega) \\
= -x_{zzzz}^{(3)} \frac{\omega^2}{A_{eff}(\omega)c^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\Omega_1 - \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega_1) \tilde{A}^*(z, \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega - \Omega_1 \\
+ \Omega_2) d\Omega_1 d\Omega_2 \tag{2.53}
\end{aligned}$$

Con lo cual, ahora se reescribe como sigue:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \Omega) &= \frac{-2\beta(\omega)[\beta(\omega) - \beta_0]}{2i\beta(\omega)} \tilde{A}(z, \Omega) - \frac{ik(\omega)\alpha(\omega) n(\omega)}{2i\beta(\omega)} \tilde{A}(z, \Omega) \\
&\quad - \frac{\frac{x_{zzzz}^{(3)} \omega^2}{c^2}}{2i\beta(\omega) A_{eff}(\omega)} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\Omega_1 - \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega_1) \tilde{A}^*(z, \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega - \Omega_1 \\
&\quad + \Omega_2) d\Omega_1 d\Omega_2 \tag{2.54}
\end{aligned}$$

De la teoría clásica de la susceptibilidad para los procesos dominantes en fibras de silicio fundido iluminadas con luz polarizada linealmente, se debe usar el factor $x_{zzzz}^{(3)} = \frac{3}{4}x_{zzzz}$ en la susceptibilidad (Boyd, 2003), y por tanto, simplificando y redefiniendo constantes se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \Omega) \\
&= i[\beta(\omega) - \beta_0] \tilde{A}(z, \Omega) - \frac{\alpha(\omega)}{2} \tilde{A}(z, \Omega) \\
&+ i\gamma(\omega) \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\Omega_1 - \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega_1) \tilde{A}^*(z, \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega - \Omega_1 \\
&+ \Omega_2) d\Omega_1 d\Omega_2
\end{aligned} \tag{2.55}$$

$$\frac{3x_{zzzz}\omega^2}{8\beta(\omega)c^2 A_{eff}(\omega)} \stackrel{\text{def}}{=} \gamma(\omega) \tag{2.56}$$

Donde $\gamma(\omega)$ se denomina constante no lineal, pues define el grado de fortaleza de la respuesta no lineal del material, de otro lado, por medio de $\beta(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} n_{eff}(\omega)\omega/c$, es posible reescribir $\gamma(\omega)$ en términos del índice de refracción efectivo (Arriaga, 2005) o índice promedio que el modo fundamental experimenta en su recorrido por la fibra.

$$\frac{3x_{xxxx}\omega}{8c n_{eff}A_{eff}(\omega)} \stackrel{\text{def}}{=} \gamma(\omega) \tag{2.57}$$

Multiplicando por ω_0/ω_0 y reacomodando términos también se suele reescribir (Francois, 1991),

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \Omega) &= i[\beta(\omega) - \beta_0] \tilde{A}(z, \Omega) - \frac{\alpha(\omega)}{2} \tilde{A}(z, \Omega) \\
&+ i\gamma(\omega) \left[1 \right. \\
&+ \left. \frac{\Omega}{\omega_0} \right] \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\Omega_1 - \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega_1) \tilde{A}^*(z, \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega - \Omega_1 \\
&+ \Omega_2) d\Omega_1 d\Omega_2 .
\end{aligned} \tag{2.58}$$

Al igual de lo que ocurre con la susceptibilidad lineal $\chi^{(1)}$, la susceptibilidad no lineal $\chi^{(3)}$ es en general compleja y se puede descomponer en una parte real e imaginaria, por lo tanto, se obtienen un par de términos proporcionales a (Butcher, 1991):

$$(n_2 + i\alpha_2) |A|^2 \quad (2.59)$$

donde $n_2|A|^2$, representa la contribución no lineal al índice de refracción y $\alpha_2|A|^2$ representa una pérdida dependiente de la intensidad que se atribuye a la absorción de dos fotones.

La cantidad

$$[1 + \chi^{(1)}(\omega) + \chi^{(3)}(\omega)] \stackrel{\text{def}}{=} \varepsilon(\omega) \quad (2.60)$$

Define al tensor dieléctrico general, y este a su vez, es tal que:

$$\varepsilon^{(g)}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \left[\tilde{n}(\omega) + i \frac{\tilde{\alpha}(\omega)c}{2\omega} \right]^2, \quad (2.61)$$

donde,

$$\tilde{n}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} n(\omega) + n_2(\omega)|A|^2, \quad (2.62)$$

representa el índice de refracción general del material y

$$\tilde{\alpha}(\omega) = \alpha(\omega) + \alpha_2(\omega)|A|^2, \quad (2.63)$$

representa al coeficiente de absorción general (Provino, 2002). Ahora, dado que la frecuencia de bombeo y por ende la ventana de frecuencias que se observará en este trabajo se circunscriben al rango óptico e infrarrojo cercano con frecuencias en orden de 10^{15} Hz, entonces el tensor dieléctrico en buena medida se puede aproximar por un escalar complejo, como sigue:

$$\varepsilon^{(g)}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \left[\tilde{n}(\omega) + i \frac{\tilde{\alpha}(\omega)c}{2\omega} \right]^2 \cong \{ \tilde{n}^2(\omega) + i \frac{\tilde{\alpha}(\omega) \tilde{n}(\omega)c}{\omega} \} \mathbb{1} \quad (2.64)$$

Con lo que después de todo lo anterior se puede reescribir.

$$\frac{3\text{Re}(x_{zzzz})}{8n_{eff}} \stackrel{\text{def}}{=} n_2(\omega) \quad (2.65)$$

$$\frac{3\omega\text{Im}(x_{zzzz})}{4cn_{eff}} \stackrel{\text{def}}{=} \alpha_2(\omega) \quad (2.66)$$

Para fibras de silicio fundido α_2 es muy pequeño (Boyd, 2008) y se ignora. A pesar del gran esfuerzo de simplificación realizado esta ecuación de propagación aún no es práctica, pues demanda como insumo el conocimiento previo de la constante de propagación modal $\beta(\omega)$, la atenuación modal $\alpha(\omega)$ y la respuesta no lineal modal $\gamma(\omega)$ como funciones de la frecuencia, por tanto, en este punto se acostumbra a aproximar estas funciones por sus correspondientes expansiones en series de Taylor alrededor de la frecuencia central del impulso de excitación usado, pues así se facilita realizar un estimado midiendo los primeros coeficientes de Taylor de esta serie de tal suerte que la aproximen suficientemente bien dentro del intervalo de frecuencias que se espera se extienda el supercontinuo (Frosz, 2006).

Por tanto, en buen grado de aproximación se pueden hacer las siguientes expansiones para estas funciones de entrada necesarias para la integración de la ecuación de propagación que se ha estado trabajando:

$$\beta(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} \Omega^n, \quad \text{donde } \beta_n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^n \beta(\omega)}{d\omega^n} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.67)$$

Pero como,

$$\beta(\omega) = \frac{\omega n(\omega)}{c}. \quad (2.68)$$

Entonces,

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{\left(n + \omega \frac{dn}{d\omega}\right)}{c} \quad (2.69)$$

y

$$\beta_2 = \frac{\left(\frac{2dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2}\right)}{c} \quad (2.70)$$

Donde se ha definido n_g como el índice de grupo y v_g como la rapidez de grupo.

$$\alpha(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n}{n!} \Omega^n, \quad \text{donde } \alpha_n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^n \alpha(\omega)}{d\omega^n} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.71)$$

$$\gamma(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_n}{n!} \Omega^n, \quad \text{donde } \gamma_n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^n \gamma(\omega)}{d\omega^n} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.72)$$

Incorporando esto en la ecuación anterior se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{A}(z, \Omega) = & i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} \Omega^n \tilde{A}(z, \Omega) - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n}{n!} \Omega^n \tilde{A}(z, \Omega) \\ & + i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_n}{n!} \Omega^n \left[1 \right. \\ & \left. + \frac{\Omega}{\omega_0} \right] \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\Omega_1 - \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega_1) \tilde{A}^*(z, \Omega_2) \tilde{A}(z, \Omega - \Omega_1 \\ & + \Omega_2) d\Omega_1 d\Omega_2 \end{aligned} \quad (2.73)$$

Gracias a esta expansión y a que es posible bien sea vía experimental o de simulación computacional determinar estos coeficientes, entonces por fin se llega a una ecuación de

propagación de más fácil implementación mediante técnicas de simulación computacional, solo basta suplir los parámetros que ella demanda. Precisamente aunque esta tarea suena fácil es increíblemente demandante pues primero que todo se debe truncar las series de Taylor de acuerdo a las condiciones del problema a estudiar y segundo la multitud de parámetros así demandados hace ardua la labor de simulación. Por tanto, restringiendo al máximo los parámetros necesarios entonces de acuerdo a las necesidades del problema que nos atañe consideramos que debemos tomar tantos términos como se conozcan para la constante de propagación, el grupo de Pavía (Cristiani, 2003) determinó, mediante simulación y medida, 8 términos para esta serie y solamente 1 para la atenuación y otro para la constante no lineal pues estas últimas se espera que no varíen apreciablemente en la ventana de observación de frecuencias de interés (Milam, 1998) y (Frosz, 2006); (Santran, 2000) (Santran, 2004) en este trabajo, que van en el equivalente en longitud de onda desde los 400 nm a los 1400 nm aproximadamente.

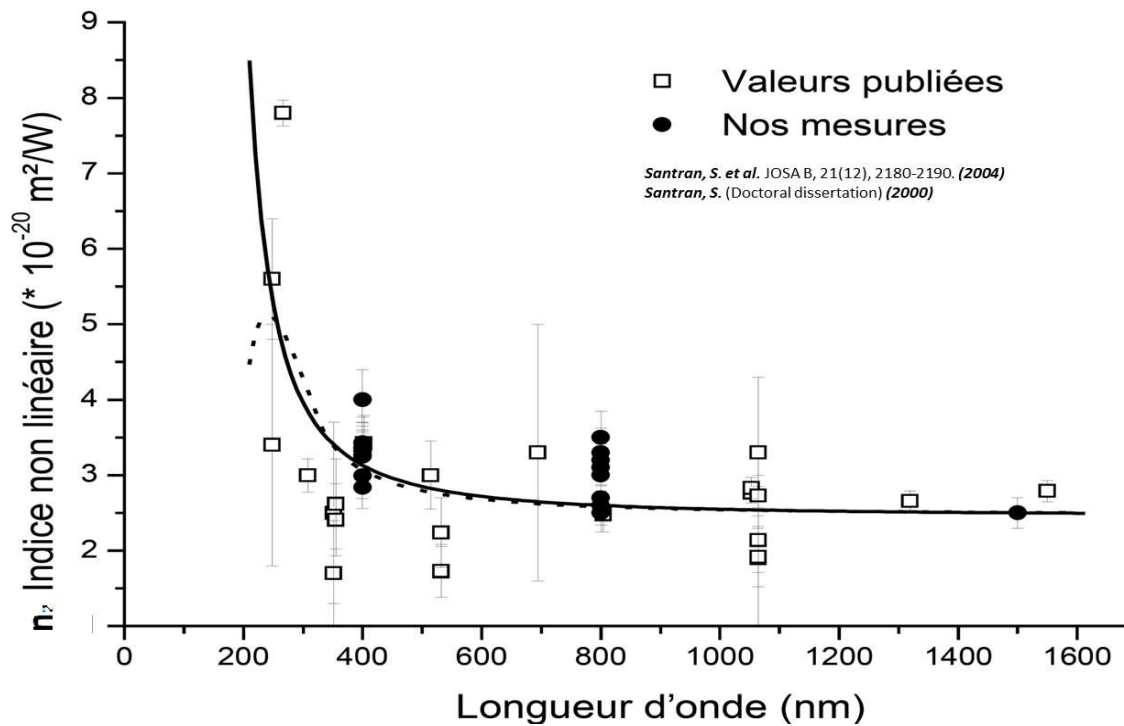


Figura 2.1. La figura muestra medidas del índice no lineal n_2 @ 400 nm, 800 nm y 1500 nm junto con los valores reportados por Milam, (Milam,1988). Además se muestran punteados y en línea continua los modelos PERT y Kramers-Kronig para n_2 respectivamente. Adaptado de (Santran, 2000) y (Santran, 2004)

Para el proceso de integración numérica es conveniente la representación en el dominio del tiempo de esta ecuación, cosa que se consigue aplicando la transformada de Fourier inversa, ahora más brevemente gracias a las expansiones en serie de las funciones de la frecuencia y a que se considera el caso en el que $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega'$, Además si se usa el hecho que $\mathcal{F}^{-1}[\Omega^n] = \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n}$ entonces se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = & i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} A(z, t) - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} A(z, t) + i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} \left[1 + \frac{i \partial}{\omega_0 \partial t} \right] \\ & * \iint_{-\infty}^{\infty} R(t_1 - t_2) A(z, t - t_1) A^*(z, t - t_2) A(z, t_1 \\ & + t - t_2) dt_1 dt_2 \end{aligned} \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = & i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} A(z, t) - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} A(z, t) + i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} \left[1 + \frac{i \partial}{\omega_0 \partial t} \right] \\ & * A(z, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(t') A(z, t - t') A^*(z, t - t') dt' \end{aligned} \quad (2.75)$$

Más específicamente asumiendo solo **n** términos para la dispersión y sólo 1 término para la atenuación y para la no linealidad queda:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = & i \sum_{n=1}^n \frac{\beta_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} A(z, t) - \frac{1}{2} \alpha_0 A(z, t) \\ & + i \gamma_0 \left[1 + \frac{i \partial}{\omega_0 \partial t} \right] A(z, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |A(z, t - t')|^2 dt' \end{aligned} \quad (2.76)$$

En este punto es bueno hacer notar que gracias a la multitud de aproximaciones y consideraciones tomadas para llegar aquí, en la literatura (Kodama, 1987), (Blow, 1989), (Francois, 1991), (Agrawal 2007), (Frosz, 2006), (Laegsgaard, 2007), (Mamyshev, 1990) se encuentran distintas variantes de esta ecuación de propagación que dan cuenta de

diversas aproximaciones de cada caso, pero siempre conservando una estructura similar a la que aquí hemos revisado siguiendo el trabajo de (Usechak, 2006) y (Agrawal 2007).

Para dar solución numérica a esta ecuación, es necesario conocer de antemano todos los parámetros que nutren a la GNLSE, si por ejemplo los parámetros β_n , α_0 , γ_0 , ω_0 , ya han sido determinados por algún método o se han medido estas funciones y de ellas se han obtenido todos estos coeficientes, sólo resta tener una medida o un modelo que represente la función de respuesta no lineal del medio, en este caso el dióxido de silicio fundido puro, esta función es conocida como función de respuesta Raman y se denotada por $R(t)$, tradicionalmente esto se ha hecho siguiendo la propuesta inicial hecha por Blow & Wood en 1989 a este respecto (Blow, 1989). El trabajo de estos autores abrió el paso para el estudio sistemático preciso de la propagación de pulsos ultracortos y de alta potencia, cque avivan las no linealidades en las fibras ópticas, la propuesta analítica de Blow & Wood para modelar esta función de respuesta consiste de la siguiente expresión:

$$R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \tau_2^2} e^{-t/\tau_2} \sin(t/\tau_1) \Theta(t) \quad (2.77)$$

La cual, se puede entender de la siguiente manera (Yu, 1995), el factor $(1 - f_R)$ pondera el efecto relativo de la respuesta instantánea aportada por las transiciones electrónicas moleculares, que se sabe son menores o iguales a 1 fs y modelan la interacción fotón-electrón en el sistema O-Si-O, para el dióxido de silicio, $f_R = 0.18$, esta respuesta instantánea modela los efectos Kerr responsable del fenómeno del autoenfoco en un haz intenso y la auto modulación de fase ó SPM, mientras que la función h_R se introduce para dar cuenta de la respuesta molecular retardada (vibracional) del material, que es del orden de 100 fs y modela la interacción fotón-fonón, también se conoce como efecto de esparcimiento Raman, esta a su vez es una función que modela el tipo de material, su estado estructural y su respuesta en frecuencia. Blow y Wood perfeccionaron la propuesta inicial de Stolen *et al.* (Stolen, 1989) y elaboraron un modelo analítico para h_R basado en ajustar el espectro de ganancia Raman observado (Blow, 1989) por medio de lorenzianas que se originan en un modelo de osciladores amortiguados con el que se representa la polarizabilidad del SiO₂. Los parámetros $\tau_1 = 12.2$ fs y $\tau_2 = 32$ fs, se determinan respecto al ajuste a datos experimentales, por tanto, dan cuenta de la forma observada para la ganancia Raman en el dominio de frecuencias para la parte imaginaria de $R(\omega)$. τ_1^{-1} ajusta la frecuencia del fonón óptico involucrado, mientras que τ_2^{-1} ajusta el ancho de banda de la respuesta espectral de línea Lorentziana de este modelo de osciladores forzados elementales. Vale la pena anotar que para obtener $h_R(t)$ se deben utilizar las relaciones de

Kramers-Kroing (o transformada Hilbert) para obtener la parte real de la $R(\omega)$ y junto con ella, luego de tomar la transformada inversa de Fourier se puede obtener $h_R(t)$. La inclusión de la función escalón unitario $\Theta(t)$ en $R(t)$, fuerza la respuesta causal que debe caracterizar al campo de polarización inducido por el campo incidente.

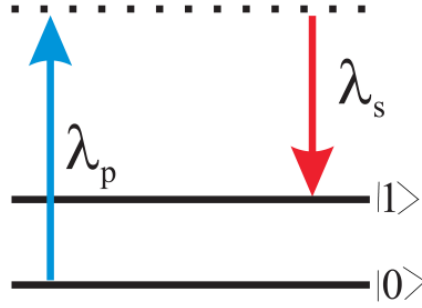


Figura 2.2. La figura ilustra la interacción Raman en donde un fotón de bombeo de alta energía dentro del haz de bombeo λ_p , excita un fonón de la rama óptica del material de la fibra y lo lleva desde el estado base $|0\rangle$ al estado excitado $|1\rangle$, pasando por niveles virtuales desde donde se reemite fotones a menor frecuencia representada aquí por un fotón Stokes a la longitud de onda λ_s ; El exceso de energía se queda en el material en forma de vibraciones. Adaptado de Andersen (Andersen, 2006).

Recientemente varios autores han hecho diversas propuestas para mejorar este modelo simple y exitoso de Blow y Wood, y entre ellos, el modelo de Lin y Agrawal (Lin, 2006) parece hacer aportes importantes al dar una mejor cuenta del pico “Boson” (~ 3 THz) característico de los vidrios amorfos a baja frecuencia que es subestimado por Blow and Wood, pero que al igual que ellos, el modelo de Lin y Agrawal sobre estima la contribución en el rango de frecuencias 15-24 THz, el modelo de Lin y Agrawal se convierte en indispensable si se quiere dar cuenta de los efectos de la polarización en modelos vectoriales de la GNLSE, según se comentará en la conclusiones de este trabajo.

El efecto de un buen modelo de la respuesta Raman sobre la propagación de pulsos ultracortos es dramático, pues una vez el impulso gracias a las no linealidades presentes logra alcanzar la condición de un ensanchamiento espectral suficiente (Ver Sección SSFS), su dinámica posterior se verá gobernada por la “exactitud” con la que este modelo describa los detalles de la respuesta Raman observada, pues procesos tales como la emisión de radiación dispersada DW y la inestabilidad causada por la modulación de amplitud MI (Ver Sección DW, MI y FWM), son críticos para caracterizar la evolución de la coherencia del pulso hacia el SC, ya que estas dependen fuertemente de la ganancia Raman y esta a su vez altera la morfología del espectro y degrada la coherencia al amplificar y mezclar diversas fuentes de ruido. Debido a la importancia tan grande de este efecto, en este trabajo se

decidió usar en las simulaciones directamente una interpolación de la medida de esta función de respuesta h_R medida por Stolen *et al.* (Stolen, 1989) y no la aproximación analítica de Blow y Wood.

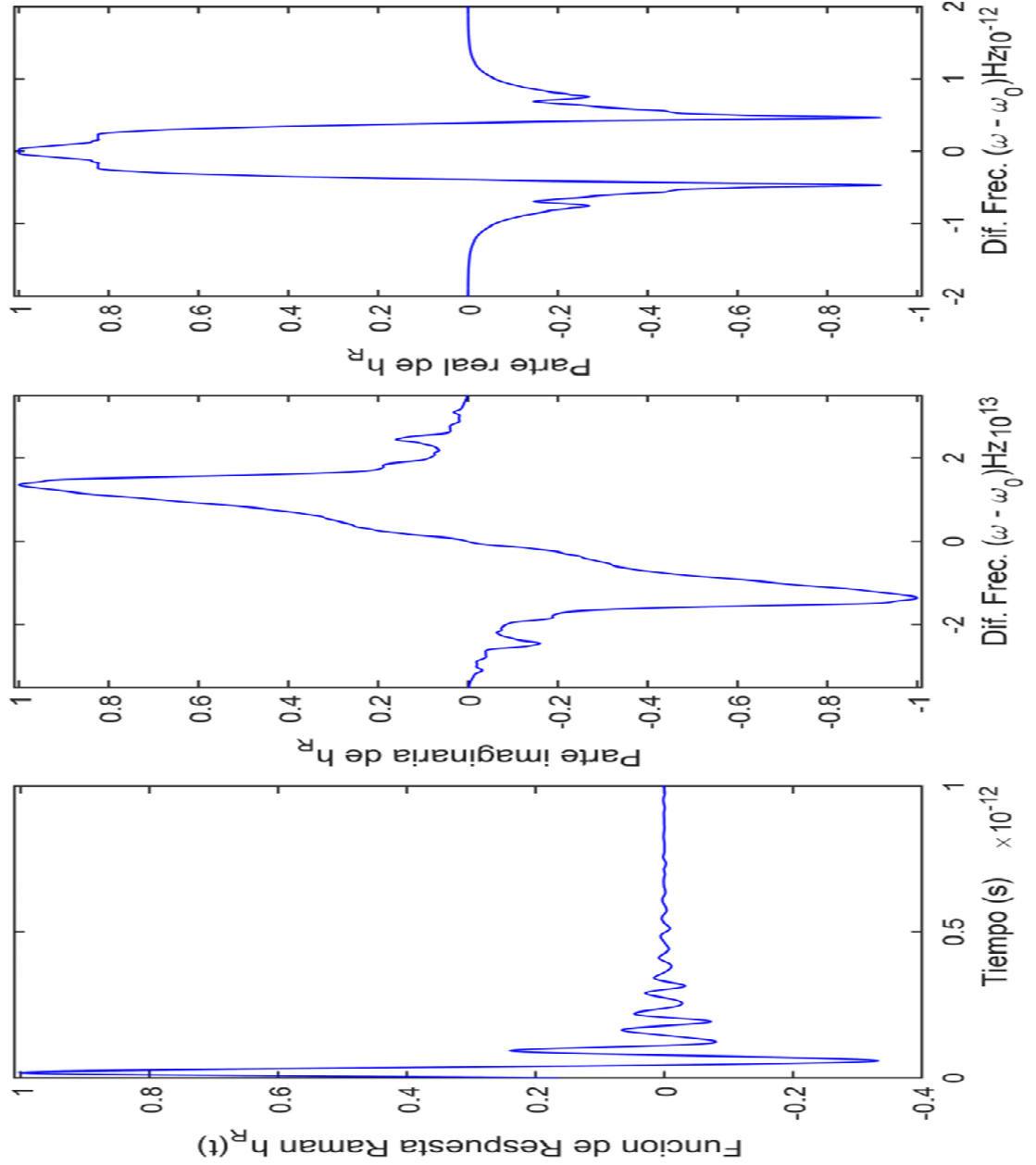


Figura 2.3. En las figuras de arriba, de izquierda a derecha, se muestran la función de respuesta $h_R(t)$ en el dominio del tiempo, y al transformarla al dominio de frecuencia, su parte imaginaria $\text{Imaginaria}(h_R)$ y su parte real $\text{Real}(h_R)$. Datos cortesía de J.M. Dudley (Dudley, 2011).

Volviendo a la ecuación de propagación, en este punto es conveniente (Agrawal, 2007) realizar una transformación a un marco de referencia tal que el observador se mueva con la velocidad de grupo v_g de la frecuencia central o frecuencia portadora ω_0 del pulso que bombea la fibra, esto es:

$$T = t - \frac{z}{v_g} = t - \beta_1 z \quad (2.78)$$

Lo cual, por último, luego de simplificar permite escribir la GNLSE en el dominio del tiempo como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} A(z, T) = & i \sum_{n=2}^n \frac{\beta_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial T^n} A(z, T) - \frac{1}{2} \alpha_0 A(z, T) \\ & + i \gamma_0 \left[1 + \frac{i \partial}{\omega_0 \partial T} \right] A(z, T) \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |A(z, T - t')|^2 dt' \end{aligned} \quad (2.79)$$

Como era de esperar, notamos, que la dispersión de orden 2, β_2 , medida en $[s^2/m]$ también llamada GVD, gobierna en esta ecuación de propagación el fenómeno de dispersión cromática. Esta definición de la dispersión se emplea generalmente en la comunidad de la física y la óptica ultrarrápida, pero la comunidad de la ingeniería de las telecomunicaciones se cuantifica la dispersión cromática de la siguiente manera (Agrawal, 2007):

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (2.80)$$

Las unidades de medida para este parámetro se acostumbra a escribirlas como $[ps/nm \cdot km]$ pues así, es intuitivo analizar el efecto acumulado de la dispersión en términos del retraso temporal del pulso en picosegundos por cada kilómetro de propagación y por cada nanómetro en la longitud de onda de la portadora del pulso.

En conclusión, partiendo desde la teoría clásica general de Maxwell se mostró con un nivel de detalle medio siguiendo los trabajos de (Agrawal, 2007) y (Usechak, 2007), todo el

proceso para obtener la ecuación generalizada de Schrödinger no lineal GNLSE, que se usará como paradigma de verdad para la comparación de los resultados de medida que se obtengan para el estudio de la evolución de la función de coherencia espectral del supercontinuo en una fibra de cristal fotónico.

No será sino hasta el capítulo 6, que se haga una discusión sobre la validez de este enfoque para realizar la estimación del grado de coherencia espectral del SC, pues como se mostrará la versatilidad computacional que ofrece el marco de la GNLSE, se contrapone con la realidad experimental.

CAPÍTULO 3

La GNLSEE y Algunas de Sus Implicaciones, Como Luz y Guía Para La Estimación por Simulación del Grado de Coherencia Espectral Mutua de la Luz Supercontinua

3.1 DINÁMICA RESPONSABLE DEL SUPERCONTINUO

Aunque la GNLSE es una ecuación diferencial parcial no lineal sin soluciones exactas conocidas, su construcción obedece a continuas y detalladas generalizaciones a partir de la ecuación general de onda la cual (conforme se ha demandado) se ha venido adaptando para describir cada vez mejor la propagación de pulsos láser en guías de onda (Shen, 1984). Debido a esta construcción histórico-fenomenológica motivada por la constante innovación en la tecnología de láseres y por su uso directo e inmediato en la industria de las telecomunicaciones, muchos investigadores de óptica no lineal (Stolen, 1978) (Ippen, 1972) (Mollenauer, 1984) (Gordon, 1986) (Haus, 1989), han desarrollado un acervo muy grande de explicaciones cuantitativas sobre diversos fenómenos lineales y no lineales que surgen al estudiar la propagación de pulsos cada vez más cortos e intensos en todo tipo de medios, guías de onda y en especial en las fibras ópticas.

Dado que esta riqueza fenomenológica hace parte del telón de fondo de los paradigmas de este campo, es entonces conveniente detenerse brevemente para resaltar algunos de los principales y más importantes resultados alcanzados dentro de la ciencia de las telecomunicaciones con fibras ópticas respecto de los *mecanismos y principios físicos* subyacentes que juegan un papel preponderante para el entendimiento de los mecanismos físicos implícitos dentro de la dinámica de la propagación de pulsos ultracortos que eventualmente llevan al súper ensanchamiento espectral de un impulso láser que se propaga por este medio, conocido como súper continuo, ya que con frecuencia la terminología y riqueza en la descripción de la fenomenología observada se hace con alusiones a fenómenos contundentes o sutiles que históricamente fueron primeramente descritos dentro de este campo, por eso, es que la revisión de estos principales hallazgos se convierte en una

condición *sine qua non* para ayudar a formar un entendimiento que permita proponer un indicador que facilite una explicación de alguna faceta que caracteriza el comportamiento de la coherencia espectral de esta extraordinaria fuente de luz.

Es posible seguir con el proceso simplificativo que nos llevó desde las ecuaciones de Maxwell a la GNLSE encontrada arriba, esta simplificación adicional permite llevar a la GNLSE a una forma algebraica más desglosada y sencilla que ayude a identificar y describir la procedencia y efecto de diversas fenomenologías observadas durante la propagación de pulsos láser ultracortos en fibras (Agrawal, 2007) (Kodama, 1987) (Alfano, 2006), este análisis resulta ser necesario aquí pues se quiere reconocer el “efecto” de cada uno de estos “términos” sobre el súper continuo generado y este sobre las propiedades de coherencia que hereda que es el objetivo de este trabajo.

De Agrawal (Agrawal, 2007) se reproduce de nuevo dicha ecuación, que de ahora en adelante la llamaremos NLSE Extendida (Extended Non Linear Schrödinger’s Equation) o por brevedad (NLSEE)

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = & -\frac{\alpha}{2} A(z, T) - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, T)}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z, T)}{\partial T^3} + \dots i\gamma(|A(z, T)|^2 A(z, T)) \\ & + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} [|A(z, T)|^2 A(z, T)] - T_R A(z, T) \frac{\partial}{\partial T} |A(z, T)|^2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

La primera e inmediata aproximación a realizar consiste en hacer la separación entre los términos que contribuyen a la dinámica de la propagación aportando efectos de manera lineal y no lineal, para luego estudiar algunas condiciones especiales en las que la combinación entre diversos términos lineales y no lineales son claves para describir efectos de significación observados desde los albores del descubrimiento de la tecnología para producir supercontinuo (Alfano, 2006).

3.2 Regímenes de Propagación

Por inspección directa de la NLSEE se nota que tanto la atenuación α como los distintos términos de dispersión asociados con la constante de propagación β entran en esta ecuación de manera lineal, con lo cual, definen un carácter de atenuación y de dispersión típicos de la propagación de ondas en medios lineales, esto es, de parte de este par de términos la dinámica esperada del pulso consiste en:

1) un decaimiento exponencial de la amplitud del modo y por ende una pérdida de energía gracias a la atenuación α y,

2) por parte de la constante de propagación gracias a la dispersión cromática asociada a β , se espera una “dinámica independiente” para cada una de las componentes de frecuencia que componen el pulso al verlo en el dominio de frecuencia.

Recordar que la dispersión cromática es consecuencia de la dependencia en frecuencia de la constante de propagación y para el caso de pulsos ultracortos, estos poseen un ancho espectral muy considerable, lo cual a su vez, induce un efecto de estiramiento en la envolvente temporal del pulso mientras este se propaga cuando se le observa en el dominio del tiempo.

3.2.1 Absorción

Tomando como partida la NLSEE y considerado solamente el efecto de la atenuación como se mencionó arriba, se nota que el efecto de este término es dar cuenta de la pérdida de energía expresada en forma del decaimiento exponencial que sufre la envolvente del pulso.

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A(z, T) \quad (3.2)$$

$$A(z, T) = \sqrt[2]{P_0} e^{-\frac{\alpha}{2} z} \quad (3.3)$$

Donde por cuenta de las normalizaciones hechas en el **capítulo 2**, $A(0, T)^2 = P_0$, coincide con la potencia incidente (Agrawal, 2007) (Frosz, 2006). Aquí vemos también que en caso de que α tome valores negativos por el contrario, se experimentaría ganancia de amplitud y si llegase a tomar valores imaginarios se tendría una contribución a la fase del vector de onda de la onda portadora.

Remitiéndonos a un nivel más fundamental, este coeficiente de pérdida da cuenta o modela el efecto del esparcimiento tipo Rayleigh al interior de la fibra y las resonancias absorptivas debidas a las impurezas, defectos en la geometría, a las interacciones con cuasi partículas de la estructura y a la absorción por centros creados durante la fabricación de la guía entre

otras muchas causas (Mitschke, 2010). Los fabricantes en el centro O.R.C. de la fibra usada en este estudio (Belardi, 2003) reportaron que el material usado como sustrato (referencia F100/F300 del fabricante Heraeus) tenía el comportamiento para la atenuación asociada a este elemento como el que se ilustra en la **Figura 3.1** abajo. Por el comportamiento observado en los datos se concluye que quizá se usó el material F100, pues la fibra presentaba una gran atenuación medida @1550 nm del orden de 1dB/m y en los espectros de interferencia medidos también se logra observar la presencia de grandes bandas de absorción debidas a los efectos de la contaminación con agua en la fibra y en la atmosfera.

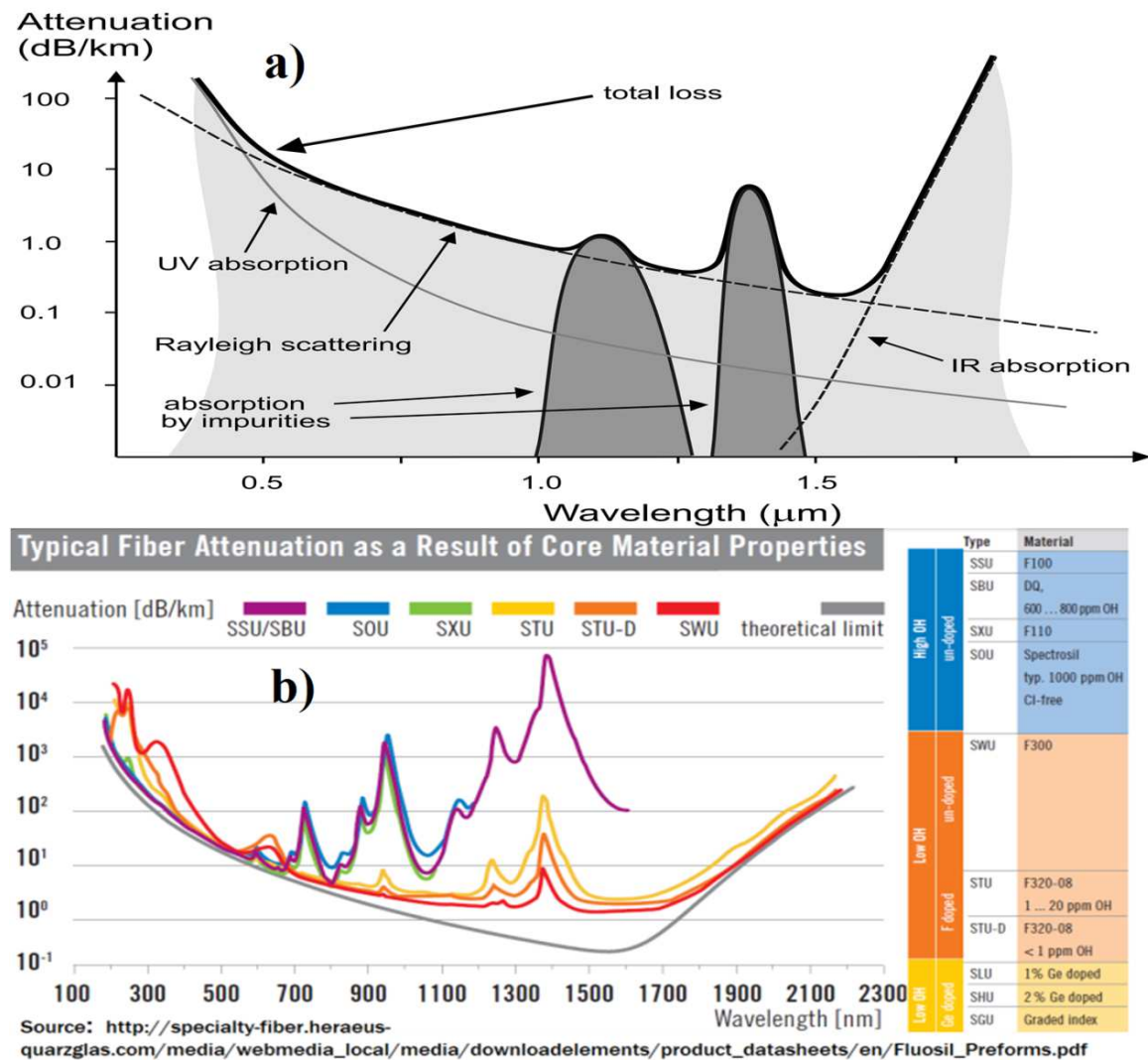


Figura 3.1 Fuentes típicas de atenuación en una fibra de SiO₂. **a)** Tomado de Mitschke, (Mitschke, 2010); **b)** Material F100/F300 de la fibra. Adaptado de http://specialty-fiber.heraeus-quarzglas.com/media/webmedia_local/media/downloadelements/product_datasheets/en/Fluosil_Preforms.pdf

Hasta hoy, un uso principal que se le ha dado a las fibras ópticas es el de servir de canal de transporte de las señales para los servicios de telecomunicación alámbrica de larga y corta distancia, con lo cual, los diseñadores de la red buscando ahorros de energía y de complejidad en el establecimiento del cableado y operación de la red submarina intercontinental y local, buscaron que la banda de telecomunicaciones se ubicara lo más cerca del punto de la atenuación mínima de este canal (véase figura 3.1) y de la longitud de onda de las fuentes láser disponibles en la época, recordar que el SiO_2 es transparente en la bandas visible (V.I.S.) e infrarroja cercana (N.I.R.), posee muy buenas propiedades mecánicas y además es de bajo costo y abundante.

3.2.1.1 Modos de Radiación o “Leaky Modes”

En el caso de fibras ópticas micro estructuradas hechas de hasta un 100% de SiO_2 se encuentra que el índice de atenuación puede ser complejo, lo que a su vez implica que de parte de la atenuación pueden existir pérdidas debidas a la emisión de radiación hacia la región por fuera del núcleo y revestimiento de la fibra, a este fenómeno se le conoce como “leakage” y puede ser apreciablemente alto dependiendo de la configuración geométrica que se le dé a la micro estructura y a la uniformidad que esta pueda tener (Koshiba, 2005) (Hu, J., & Menyuk, C. R. (2009)). (NOTA: Las guías de onda metálicas huecas y las fibras ópticas tienen algunas características en común, ambas pueden soportar un número finito de modos guiados a una frecuencia dada. Si la guía se aparta de la geometría perfecta, los modos en ambas estructuras sufren de conversión, sin embargo, mientras que las guías de onda metálicas sólo soportan modos guiados la conversión entre ellos está limitada al intercambio de energía, entre tanto, el conjunto de modos propios de una fibra óptica, además de tener un número finito de modos guiados, también soportan un continuo de modos de radiación “no guiados” conocidos como “leaky modes” que pueden tener valores continuos en sus constantes de propagación β como consecuencia de poseer un infinito número de modos de radiación cuyas constantes de propagación forman un espectro continuo. Las imperfecciones en la geometría de una fibra no sólo permiten el intercambio energía entre los modos guiados de ella sino que también facilitan la transferencia de energía hacia el espectro continuo de radiación de los modos no guiados pudiendo producirse grandes pérdidas de energía por este motivo. La principal fuente de estas pérdidas es debida al efecto de los enlaces de los átomos de silicio con los iones hidroxilo OH del agua adheridos a la guía. El efecto de este enlace es causar una gran atenuación debida a la absorción resonante en los enlaces Si-OH alrededor de los 1380 nm. Pérdidas de varios dB/m pueden ser comunes a 1380 nm y son particularmente altas en las PCF con micro estructuras con grandes huecos, como es el caso de la fibra que se usó para este

trabajo y que explican la caída en el ensanchamiento alrededor de este valor (véase en el capítulo 6 los espectros medidos vs simulados y nótese este efecto en los datos).

Posteriormente a la fabricación de esta fibra en 2001, Travers (Travers, 2005) logró demostrar que estas pérdidas en parte se pueden reducir blindando el proceso de fabricación de la contaminación con el vapor de agua presente en el aire, reduciendo las pérdidas hasta valores del orden de 30 dB/km (Monro, 2002), en este régimen, donde las características que definen el revestimiento de la fibra son de tamaño menor a una longitud de onda, la contribución principal de las pérdidas se debe a la capacidad que tiene el modo de “ver más allá” de la estructura micro estructurada, en lugar de ser por causa directa de las fugas “leakage” entre los agujeros de la microestructura, hoy día se han reducido las pérdidas por confinamiento agregando más capas de huecos a la micro estructura de la PCF llegando a pérdidas comparables a las de las fibras convencionales.

Por lo demás, es claro que esta atenuación real o compleja no influye de manera directa en el comportamiento de la fase del pulso en su propagación y por ende no debe afectar directamente a la coherencia. De otro lado, como se mostrará más adelante las no linealidades si sirven de vehículo para amplificar las fuentes de ruido presentes y con ello si se degrada la coherencia espectral.

3.2.2 Dispersión Normal y Anómala

Dependiendo del signo de β_2 , la dispersión cromática por velocidad de grupo que una fibra ofrece a un pulso que se propaga, se clasifica como normal o anómala (Hecht, 2015). Sólo la expresión funcional exacta de $\beta(\omega)$ permite determinar el signo de $\beta_2(\omega)$, la forma de $\beta(\omega)$ depende de las propiedades ópticas del material con el cual está construida la fibra o dispersión debida al material, de la forma geométrica de la guía y del perfil de distribución transversal del índice de refracción dentro de ella o dispersión debida a la guía (Provino, 2002). El rango de frecuencias para el que $\beta_2(\omega) > 0$, se conoce como el régimen de dispersión normal, mientras el rango de frecuencias en la que $\beta_2(\omega) < 0$ como la régimen de dispersión anómalo. La longitud de onda para la que $\beta_2 = 0$ se conoce como longitud de onda de dispersión cero abreviada como λ_{ZDW} , dependiendo de las características de la microestructura de la fibra esta puede exhibir múltiples longitudes de onda de dispersión cero (Mamyshev et al., 1993) (Skryabin et al., 2003) y estar ubicadas en diversas regiones dentro del rango espectral VIS-IR a partir de los 500 nm.

En general para fibras micro estructuradas la dispersión $\beta(\omega)$ no puede ser determinada por métodos analíticos (Renversez, 2005) y solo se logra llegar a ella por métodos

aproximados, ya sea usando la medición directa y/o con la ayuda de software especializado (Genty, 2004) de simulación numérica que permita estimar la constante de propagación efectiva punto a punto dentro del rango espectral requerido, luego por medio de un análisis de regresión posterior de estos puntos, se estima su dependencia funcional aproximándola por medio de regresión por método de mínimos cuadrados a un polinomio de alto grado tal que represente aceptablemente a la curva en todo el dominio de frecuencia que se espera cubra el supercontinuo a generar para luego hacer la expansión en serie de Taylor alrededor de la frecuencia de bombeo en la que se planea estudiar la propagación de una impulsión dada, siendo así ambas aproximaciones coinciden y tanto los coeficientes de regresión como los coeficientes de Taylor son equivalentes, para profundizar sobre este detalle que poco se comenta en la literatura consultar el trabajo de Frosz (Frosz, 2006).

Gracias a que la dispersión $\beta(\omega)$ posee esta dependencia implícita de tantos factores, es que hoy día se habla de ingeniería de fibras (Thévenaz, 2011), (Dudley, 2010) pues es posible diseñar la forma de ha de tener la función $\beta(\omega)$, al variar materiales y geometrías durante la fabricación.

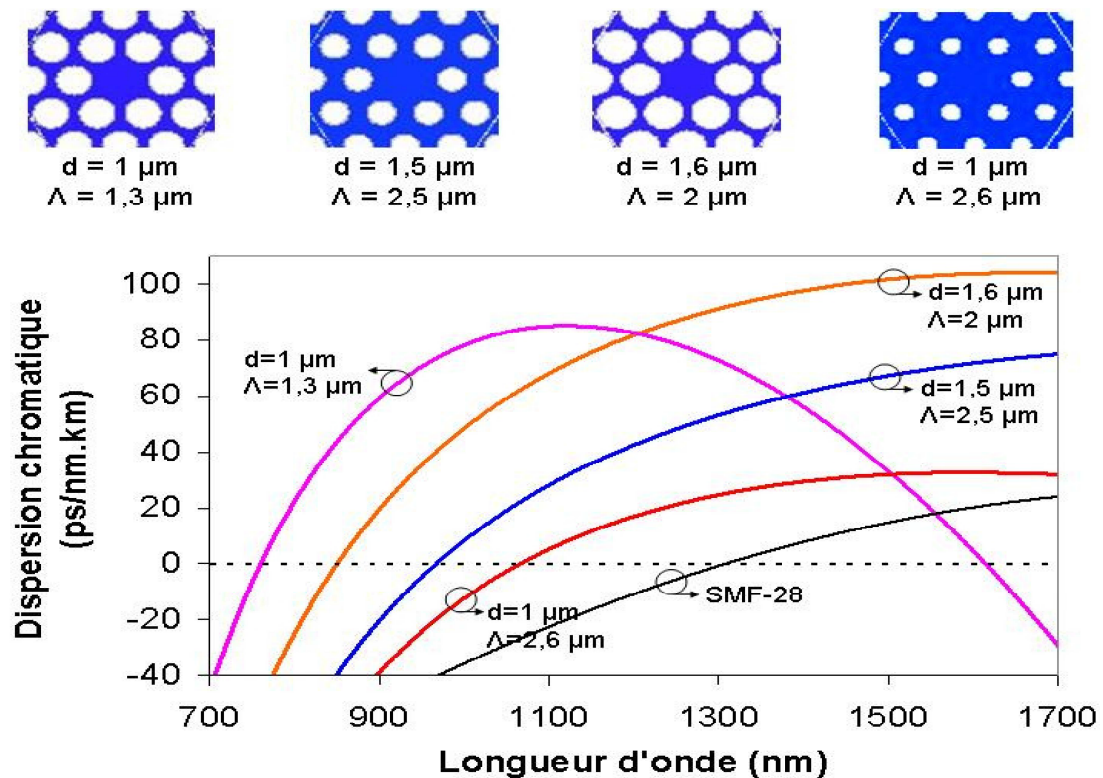


Figura 3.2. La figura ilustra el efecto de la variación de los parámetros geométricos de diseño sobre la dispersión cromática de una fibra óptica micro estructurada, diámetro de agujero d y distancia entre centros de agujeros Λ . Tomado de Tombeline (Tombelaine, 2007)

3.2.3 Dispersión Cromática

Para ganar la destreza necesaria para identificar los mecanismos que gobiernan la dinámica de propagación de pulsos dentro de una fibra, iniciaremos estudiando el comportamiento de la fase de un pulso gaussiano atendiendo únicamente a los efectos de la dispersión cromática.

Lo anterior se consigue a partir de la NLSEE, mediante la introducción de las siguientes aproximaciones y consideraciones (Agrawal, 2007):

Primero se asume que $\gamma = 0$ y que todos los β_n para todo $n > 3$ son cero (físicamente, esta aproximación considera que corresponde a iluminar la fibra con pulsos largos $T_0 \gg 1$ ps y de muy baja potencia pico $P_0 \ll 10$ W), seguido se introducen las siguientes normalizaciones.

- 1) Marco de tiempo normalizado al ancho T_0 del pulso incidente,

$$\tau = \frac{T}{T_0} \quad (3.4)$$

- 2) Amplitud normalizada

$$A(z, \tau) = \sqrt{P_0} e^{-\frac{\alpha z}{2}} U(z, \tau) \quad (3.5)$$

Donde P_0 es la potencia pico del pulso incidente y α es la atenuación lineal, con todo esto la NLSEE se reduce y se puede re expresar como sigue (Agrawal, 2007):

$$i \frac{\partial U(z, \tau)}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U(z, \tau)}{\partial \tau^2} + \frac{i\beta_3}{6} \frac{\partial^3 U(z, \tau)}{\partial \tau^3} \quad (3.6)$$

Luego de lo cual mediante el uso de la transformada de Fourier se integra y encuentra la solución que se puede expresar como sigue:

$$U(z, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(0, \omega) e^{\left(\frac{i}{2}\beta_2 \omega^2 z + \frac{i}{6}\beta_3 \omega^3 z - \frac{i}{2}\omega \tau\right)} d\omega, \quad (3.7)$$

donde, $U(0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(0, \tau) e^{(i\omega\tau)} d\tau$, es la transformada de Fourier del impulso incidente que ingresa a la fibra y empieza a propagarse.

La dispersión es un efecto lineal e influye de manera crucial en las interacciones no lineales en una fibra. Es preciso recordar aquí que además del material del cual está hecha la fibra, el diámetro del núcleo de la fibra tiene un efecto preponderante en determinar el valor de la GVD, área efectiva del modo y la magnitud de la no linealidad γ (Birks, 2000).

En los resultados presentados en este trabajo, consideraremos solamente la dispersión cromática de un único modo guiado, conocido como modo fundamental guiado (FGM), para dar un tratamiento más general es necesario tener en cuenta las propiedades de dispersión debidas a los diversos modos que pueden coexistir en fibras multimodo y/o en el caso de modelos de propagación vectorial se deben incluir los efectos en la dispersión causados por la birrefringencia al excitarse y copropagarse en simultáneo modos con polarizaciones diversas, también deberían incluirse los efectos de pérdida de energía en modos no confinados y radiativos y la interacción con los modos auxiliares formados en algunos intersticios de la microestructura, así como el efecto de los modos que se propagan usando el revestimiento o “cladding” por fuera de la microestructura, nótese que para el caso de la fibra usada en este trabajo y según lo revelado por el software COMSOL en el **capítulo 6**, estos efectos podían ser apreciables pero su inclusión complejizaría de manera excepcional todo este análisis físico elemental que se está tratando de elaborar aquí y que excede por mucho los alcances de la propuesta de investigación inicial este trabajo. Ahora bien, durante la colección de los datos en la fase experimental **siempre se observó** que la fibra se comportó como una guía mono modo, lo cual nos indica que a pesar de existir todo este raudal de efectos ellos contribuyen sólo de manera local y parcial en el espectro del SC cosa que haremos notar más adelante en las etapas de simulación y análisis de los datos en los **capítulos 5 y 6**.

En un régimen de propagación puramente lineal ($\gamma = 0$), independientemente del signo que pueda tener β_2 un pulso de entrada inicialmente sin chirrido o gorjeo (unchirped) se ensanchará temporalmente de manera simétrica. Sin embargo, en presencia de no

linealidades, el signo de la dispersión influirá considerablemente en la dinámica de propagación subsecuente.

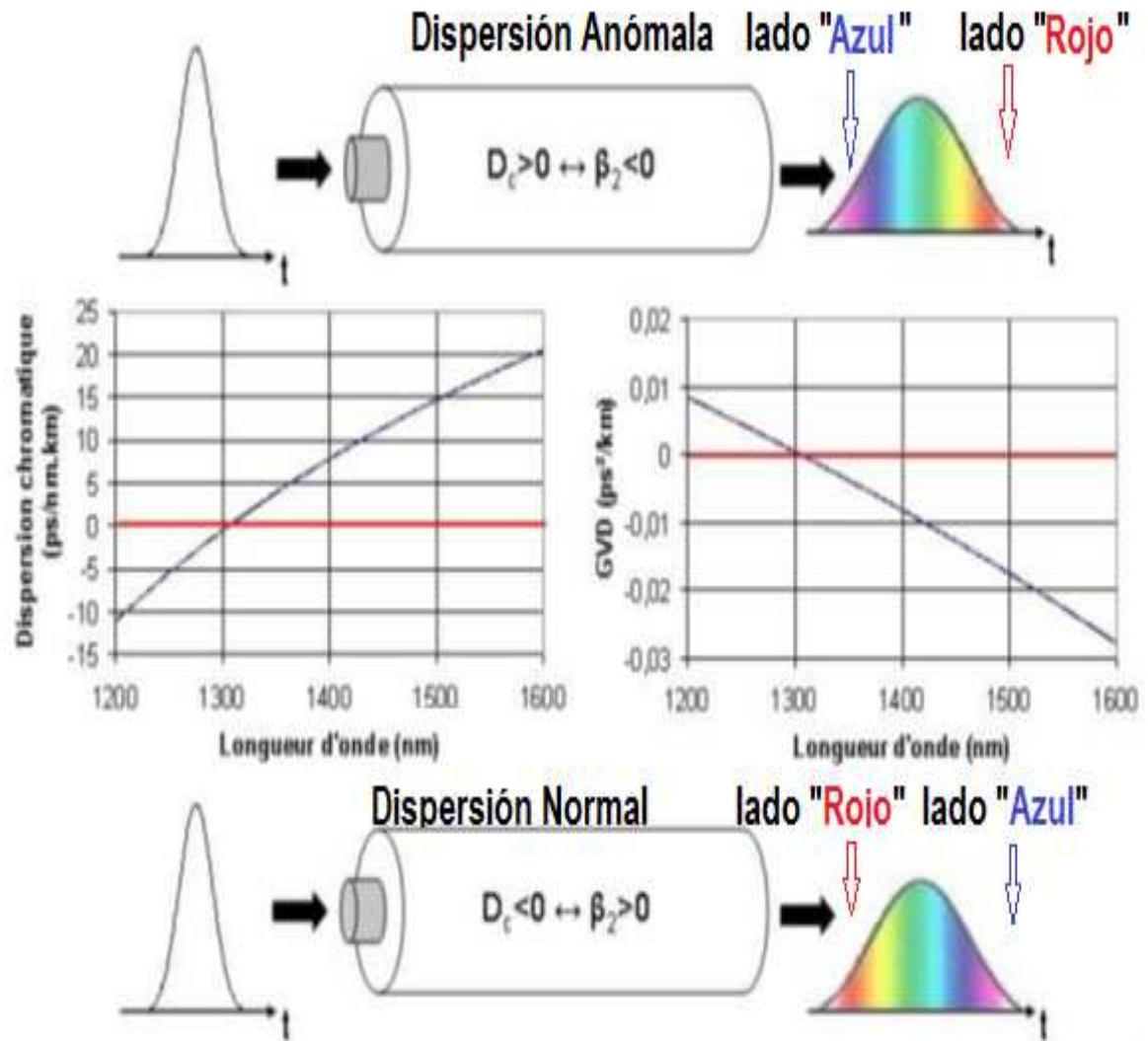


Figura 3.3 La figura de arriba adaptada de Tombelaine (Tombelaine, 2007), ilustra la manera en la que el signo de la GVD influye en la propagación de un pulso dentro de una fibra óptica convencional del tipo SMF.

3.3 Régimen no Lineal: Auto Modulación de Fase o “Self Phase Modulation” SPM

Si en la NLSE expandida,

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = & -\frac{\alpha}{2} A(z, T) - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, T)}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z, T)}{\partial T^3} + \dots i\gamma(|A(z, T)|^2 A(z, T)) \\ & + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} [|A(z, T)|^2 A(z, T)] - T_R A(z, T) \frac{\partial}{\partial T} |A(z, T)|^2, \end{aligned} \quad (3.8)$$

se desprecia el efecto de la dispersión a todo orden, $\beta_2 = \beta_3 = \dots = 0$, la atenuación, $\alpha = 0$ y los dos últimos términos que dan cuenta del auto empinamiento “self-steepening”, $\frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T}$, y la respuesta aletargada Raman, $T_R = 0$ y sólo se tiene en cuenta la respuesta instantánea, conocida como auto modulación de fase SPM y efecto Kerr (Shimizu, 1967) (Stolen, 1978) de la fibra, la NLSEE se reduce a:

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = i\gamma |A(z, T)|^2 A(z, T). \quad (3.9)$$

Cuya solución analítica general se puede expresar como sigue (Agrawal, 2007):

$$A(z, T) = A(0, T) \exp(i\gamma |A(0, T)|^2 z) = A(0, T) \exp(i\varphi(z, T)), \quad (3.10)$$

donde a, $\varphi(z, T) = \gamma |A(0, T)|^2 z = \gamma P_0 z$, se le denomina fase no lineal y a su vez, de ella es claro que la cantidad $|A(z, T)|^2 = |A(0, T)|^2$ no cambia durante la propagación, mas no así la fase no lineal pues al ésta variar conforme a la potencia instantánea del impulso incidente se crea una alteración en la composición espectral original del pulso, fenómeno conocido como crirrido, gorjeo o en su forma inglesa “chirp”. Como consecuencia de lo anterior durante la dinámica de propagación de pulsos dentro de una fibra óptica, se observará la aparición del fenómeno conocido como Auto modulación de fase (SPM) y/o modulación cruzada de fase (XPM) en el caso de la interacción entre pulsos distintos o partes desligadas en fase entre dentro de un mismo pulso.

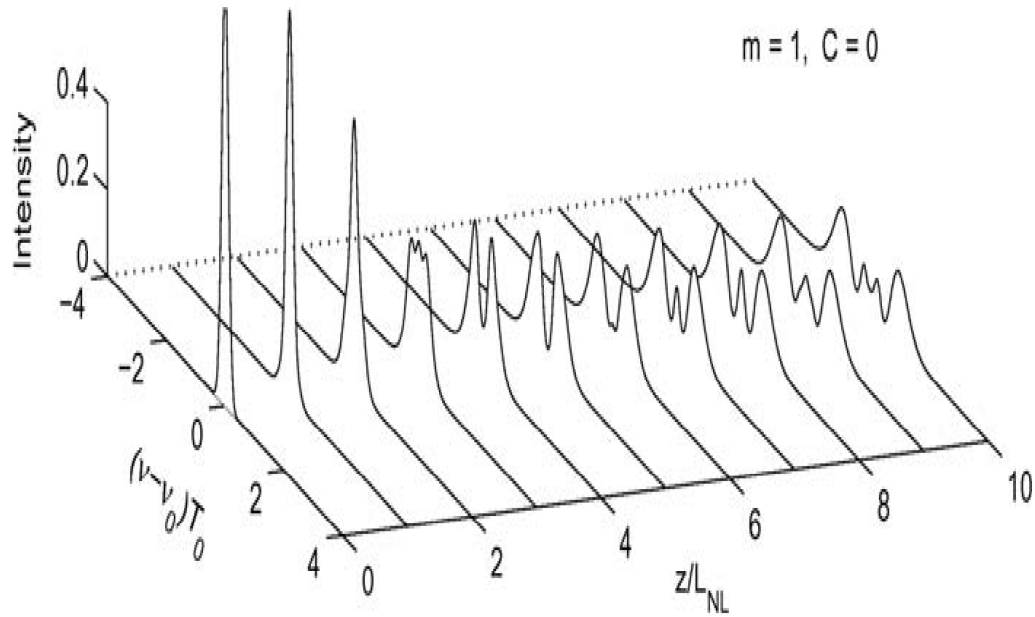


Figura 3.4 La figura ilustra la evolución simulada del ensanchamiento espectral debido al efecto de la auto modulación de fase sobre un pulso gaussiano sin chirrido, que se propaga a lo largo de una fibra una distancia equivalente a 10 longitudes no lineales $L_{NL}=1/\gamma P_0=10$, tomado de Agrawal (Agrawal, 2007).

Este fenómeno se puede describir de manera intuitiva y sencilla como sigue: En un impulso que se propaga la dependencia temporal de la intensidad $I(t)$ del campo eléctrico, engendra una polarización en el material que induce una modulación local en el índice de refracción de la fibra, este efecto se conoce como “efecto Kerr”, esta variación local e instantánea en el índice de refracción se expresar como sigue:

$$n(t) = n_0 + \Delta n, \quad (3.11)$$

donde $\Delta n = n_2 I(t)$. Como consecuencia de esta acción del pulso sobre el material, el material a su vez, provoca un letargo en la fase del pulso en propagación que depende del “perfil funcional específico del pulso y del modo de propagación que sustenta la fibra”, por eso en ingles se abrevia como S.P.M. “Self Phase Modulation”. También puede ocurrir que si varios pulsos se propagan al tiempo en la fibra (por ejemplo, uno de gran intensidad o “Pump pulse” y otro de menor intensidad o “Probe pulse”) las modificaciones al índice de refracción causadas por un pulso “Pump”, inducen modificación instantánea en el índice de refracción del material y por ende inducen retardo en cualquier otro pulso que se propaga simultáneamente en el mismo lugar con el anterior, por eso su nombre en inglés se abrevia como XPM “Cross Phase Modulation”.

Esta auto-modificación en la fase, equivale a la aplicación de un chirrido (chirp) no lineal sobre la fase del pulso que conlleva a la generación de componentes extra de frecuencia no presentes en el pulso original (Agrawal, 2007).

$$-\frac{\partial}{\partial T} \varphi(z, T) \stackrel{\text{def}}{=} \delta\omega \quad (3.12)$$

Las componentes de frecuencia asociadas con la parte frontal del pulso sufren un corrimiento en frecuencia negativo o corrimiento al rojo, mientras que las componentes de frecuencia asociadas con la parte trasera del pulso lo sufren hacia el azul (Agrawal, 2007); esto si el pulso de entrada no posee un chirrido (chirp) inicial. De lo contrario se observa un ensanchamiento simétrico dependiendo del signo del chirrido que traiga el pulso. En ambos casos, en el dominio temporal, el impulso no cambia su aspecto característico.

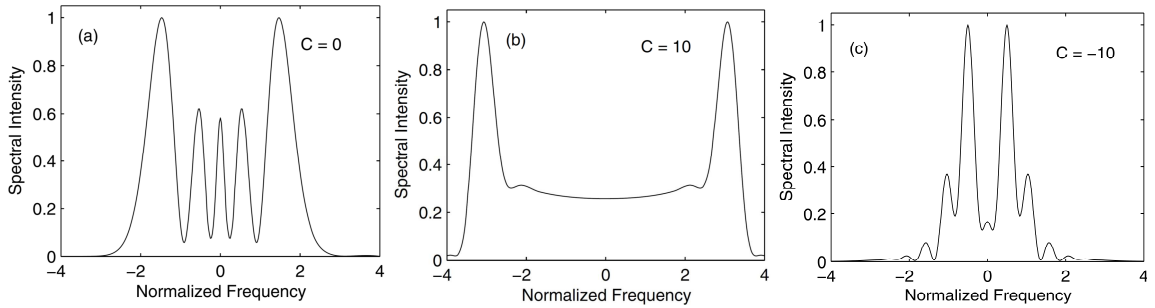


Figura 3.5 La figura ilustra el efecto del chirrido inicial C combinado con la auto modulación de fase SPM, para un pulso gaussiano y un corrimiento de fase no lineal equivalente a $\phi_{NL} = 4.5\pi$. Tomado de Agrawal (Agrawal, 2007)

En general, la dispersión no se puede anular completamente y la interacción entre los efectos dispersivos producidos por la GVD y SPM y/o XPM son ineludibles, lo que conduce a dos regímenes de comportamiento dinámico muy distintos, esto es:

- Si la dispersión es normal $GVD > 0 + SPM$ y/o XPM, estos efectos producen un ensanchamiento temporal y espectral simultáneamente caracterizado por un chirrido lineal en la región central del pulso. Llegando bajo ciertas condiciones, a producir una propagación dinámica no lineal conocida como, evolución Self-Similar (Dudley, 2007).
- Si la dispersión es anómala $GVD < 0 + SPM$ y/o XPM, la dinámica no lineal resultante es tal que, dependiendo de la potencia incidente, se pueden compensar

estos efectos temporales y espectrales simultáneamente y se conforma una estructura que mantiene su forma al propagarse (Russell, 1844) conocidas como solitones ópticos en fibras (Hasegawa, 1989).

Durante la generación del supercontinuum, visualizar el efecto de la XPM puede ser bastante complejo, ya que generalmente durante la interacción entre dos subestructuras dentro de un mismo pulso ellas se pueden propagar en diferentes regímenes de dispersión, atenuación y no linealidad, haciendo mucho más complicado el análisis cualitativo. Esta interacción sólo se produce de manera eficientemente entre componentes de un pulso para las que existe un pequeño desajuste en la velocidad de grupo entre ellas, pues solo así se da el tiempo y lugar para que la interacción ocurra con suficiente ganancia (Genty, 2004).

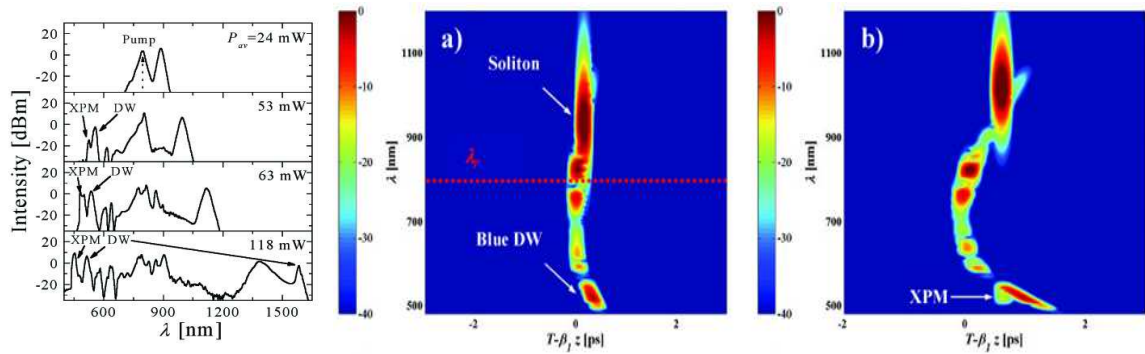


Figura 3.6 En el régimen de bombeo con pulsos de femtosegundo en la región anómala la figura ilustra la modulación cruzada entre un solitón y una onda dispersiva. Tomado de Genty (Genty, 2004).

3.4 Solitones

En el régimen de dispersión anómala de una fibra óptica, el chirrido lineal inducido por SPM y el chirrido lineal de GVD (es decir, sólo el efecto de β_2) se pueden contrarrestar de tal manera que pueden producir ya sea una impulsión cuyas amplitudes temporales y espectrales se mantienen estables durante la propagación o evolucionan de manera compleja pero periódica, a estas soluciones por su carácter estable se les conoce en la literatura desde los años 70 como solitones ópticos (Taylor, 1992).

Los solitones son soluciones analíticas a la ecuación NLSE, la cual se consigue al considerar la NLSE sin la contribución de los términos de orden 3 y superiores de la dispersión y solo el término de respuesta instantánea de material (efecto Kerr), y se expresa como sigue:

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, T)}{\partial T^2} + i\gamma |A(z, T)|^2 A(z, T). \quad (3.13)$$

Desde los años 70 sus propiedades han sido ampliamente estudiadas (Hasegawa, 1973), en particular, se ha encontrado, que esta ecuación admite una única familia de soluciones exactas cuya solución es del tipo localizada y estacionaria (Shabat, 1972).

Estas soluciones se corresponden con pulsos de un tipo especial, pulsos que desde la entrada del impulso láser excitador en la fibra, este muy rápidamente se reconfirma y evoluciona hasta alcanzar una envolvente de la amplitud de campo del tipo secante hiperbólica de la siguiente forma:

$$A(z = 0, T) = N \operatorname{Sech} \left(\frac{T}{T_0} \right) \exp \left[\frac{i|\beta_2|}{2T_0^2} z \right], \quad (3.14)$$

donde,

$$N = \sqrt{\frac{L_D}{L_{NL}}} = \sqrt{\frac{T_0^2 / |\beta_2|}{1/\gamma P_0}} = \sqrt{\frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}}, \quad (3.15)$$

a N se le denomina orden del solitón y T_0 corresponde al ancho temporal del pulso solitónico, ancho relacionado con el ancho medido a una altura correspondiente a la mitad de la plenitud de altura del pulso T_{FWHM} mediante la relación

$$T_0 = T_{FWHM} / 2 \ln(1 + \sqrt{2}), \quad (3.16)$$

y las longitudes de escala que caracterizan el efecto de la dispersión cromática y del efecto de la no linealidad Kerr respectivamente son,

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}; \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}, \quad (3.17)$$

donde como antes, γ es la constante no lineal y P_0 la potencia pico del impulso de entrada. Nótese que el orden N del solitón lo determina un compromiso entre factores del impulso de entrada y parámetros del material de fabricación y la geometría de construcción de la fibra.

Para el caso cuando $N = 1$, al impulso resultante que se propaga se le denomina “solitón fundamental”, y es tal que $L_{NL} = L_D$, o sea ocurre una compensación exacta entre de los efectos dispersivos y los efectos no lineales para todo T y z durante la propagación (Dudley, 2001):

$$L_{NL} = L_D \implies \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} = 1 \quad (3.18)$$

Para valores enteros, $N \geq 2$ a la impulsión que se propaga se le denomina solitón de orden superior, en este caso la impulsión se somete a una evolución similar a la anterior, pero con variaciones espectrales y temporales periódicas que la deforman y la reconforman con un periodo espacial dado por: $Z_{sol} = \pi L_D / 2$.

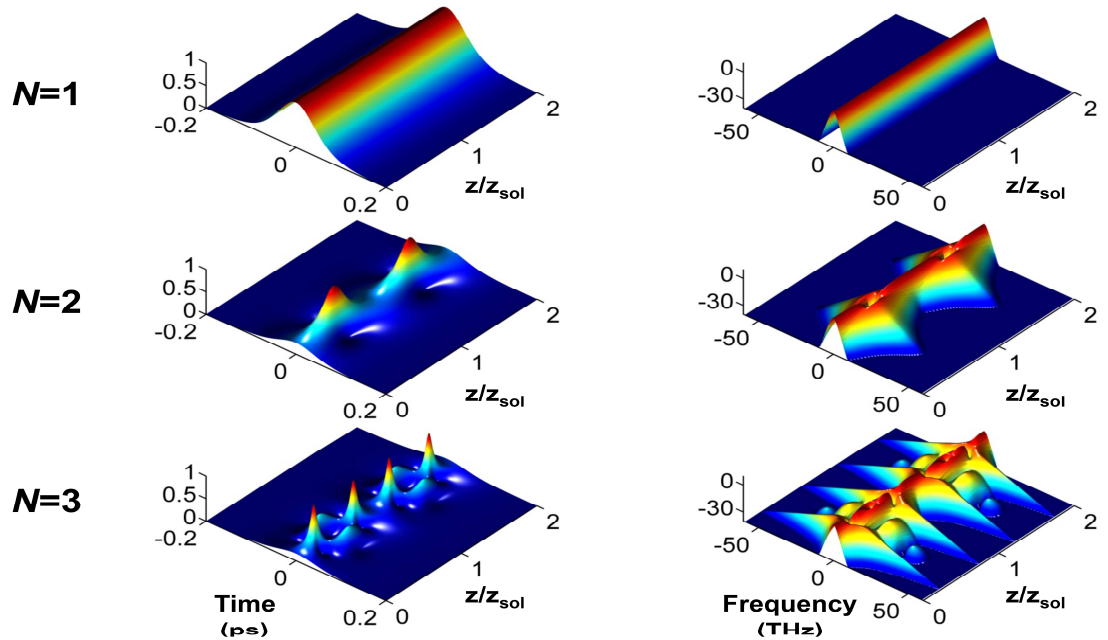


Figura 3.7. La figura muestra la evolución espacial-temporal y espacial-espectral de 3 solitones no perturbados $N = 1, 2, 3$. Tomado de Genty (Genty, STELLA 2012 talk)

En verdad los solitones de orden superior, los componen N solitones fundamentales que viajan en conjunto con la misma velocidad de grupo en un proceso de autoatrapamiento colectivo, para los cuales su potencia relativa P_k y ancho temporal relativo T_k están relacionados por las siguientes expresiones (Shabat, 1972); (Kodama, 1987):

$$P_k = \frac{(2N - 2k + 1)^2}{N^2} P_0; \quad k \leq N, \quad (3.19)$$

$$T_k = \frac{T_0}{(2N - 2k + 1)}; \quad k \leq N, \quad (3.20)$$

k hace referencia al k ésimo solitón fundamental que compone al solitón de orden superior, en caso de decaimiento de este N solitón en sus N solitones fundamentales que lo constituyen.

La conformación de solitones y la estabilidad que se observa en ellos en gran medida se debe a que, para el caso de $N=1$ su número de onda $k_{\text{solitón}} = \gamma P_0/2 > 0$, cae en un dominio que no le es posible que a los pulsos que se propagan en un régimen lineal anómalo para el cual $k_{\text{lineal}} = -\frac{|\beta_2|\omega^2}{2} < 0$. Por ende, no es posible que mientras estos dos tipos de onda transitan por la fibra intercambien energía, garantizando su mutua estabilidad. A su vez, por esta misma causa, si durante la propagación algún factor externo induce una perturbación apreciable, por ejemplo efectos de dispersión de orden superior, respuesta Raman del material (Akhmediev, 1996) (Skryabin, 2010), estas nuevas ondas pueden propagarse con números de onda que coincidan con los números de onda del solitón, siendo así y gracias al medio material de base de la fibra, ocurrirá una interacción resonante entre estas ondas, lo cual causará que el N solitón se desestabilice e intercambie o emita radiación (Menyuk, 1986), esta radiación es conocida como, radiación lineal, onda dispersiva o radiación de Cherenkov (Akhmediev, 1995), eventualmente esto afectará el vínculo de fase que correlaciona a todas componentes de frecuencia que conforman el solitón causando el decaimiento o desintegración del solitón fundamental y para el caso de solitones de orden superior este efecto entre otros coadyuvará a que ocurra la fisión del N solitón en sus N solitones fundamentales, cada uno de ellos con su propia amplitud temporal y potencia pico de acuerdo a las relaciones mostradas arriba.

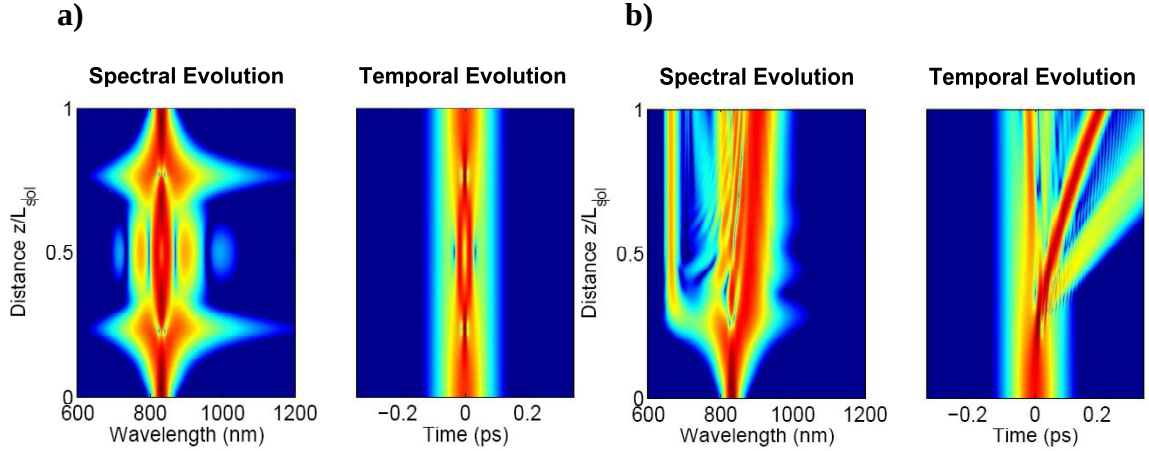


Figura 3.8 La figura muestra cuán dramático es el efecto de los otros términos dispersivos y no lineales sobre la estabilidad de un solitón de orden $N=3$. En **a)** se muestra la propagación sin perturbación del solitón de orden $N=3$ y en **b)** se muestra esta misma dinámica pero agregando el efecto de dispersión de orden superior y efecto Raman. Tomado de Dudley (Dudley, 2008).

Quizá en el régimen de propagación de pulsos de femtosegundo, esta sea la mayor fuente de decoherencia en la función de fase espectral que caracteriza a la amplitud espectral del frente de onda, pues una vez ocurre la ruptura del N solitón, la fase espectral se deteriora muy rápidamente, pues de inmediato los N solitones en tránsito amplificaran el ruido de fondo presente en la fibra, deteriorando la relación de fase espectral de todo el conjunto notablemente. En el capítulo 6, se mostrará cuán dramático es este evento para la decoherencia en este régimen de propagación estudiado en este trabajo.

En general la evolución espacio/espectral de los pulsos láser en las fibras ópticas es muy compleja, pero (para una GVD anómala) las primeras etapas de la propagación coinciden con la conformación de un solitón de orden superior el cual siempre estará asociado con un ensanchamiento espectral y una compresión temporal simultáneas causadas por la influencia de estos dos términos dominantes que conforman la NLSE, ya luego este solitón evolucionará de acuerdo a la importancia relativa de los otros términos presentes en la NLSE y de manera más general en la GNLSE.

Por ejemplo, el término asociado con la derivada de la respuesta Kerr en la NLSE es parte de lo que se conoce como efecto de auto empinamiento o “Self Steepening” S.S., el efecto de este término visto en la NLSE no es más que una primera aproximación al efecto de la dependencia de la velocidad de grupo respecto de la intensidad de un pulso, esto es, visto en el dominio del tiempo este efecto aletarga más al pico que a la base. Por ejemplo, en el caso de que un solitón de orden superior se desestabilice y se fisione, cada impulso que lo compone se propagará con un índice de grupo que lo aletargará en proporción a su potencia

entre más intenso más retardado, véase la **figura 3.8**, donde se ilustra de dos maneras complementarias este efecto.

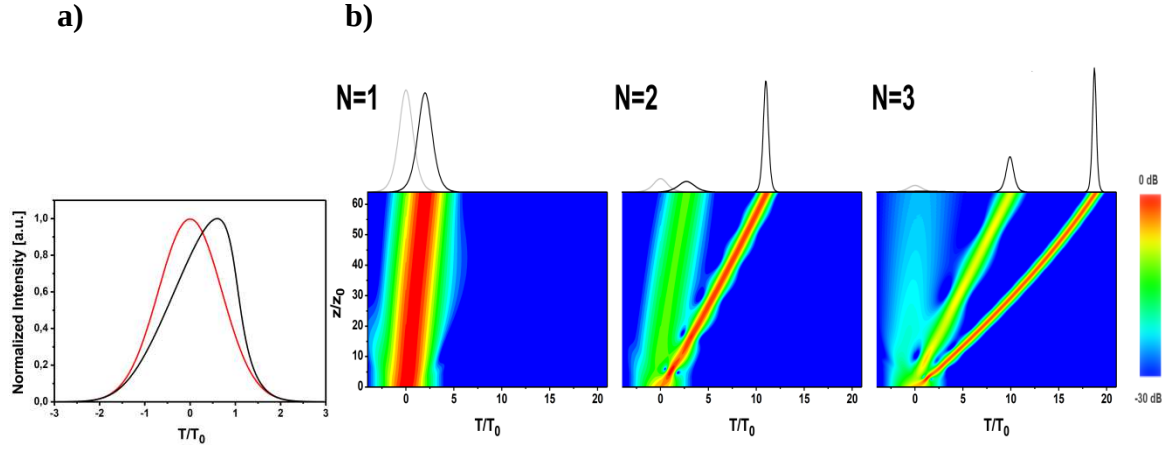


Figura 3.9. La figura muestra el efecto que el término de auto empinamiento o SS aporta sobre la dinámica de un N solitón en propagación. **a)** Efecto sobre la envolvente temporal del pulso y; **b)** Efecto sobre la propagación de solitones de orden $N = 1, 2, 3$. Adaptado de: <http://fiberdesk.blogspot.com.co/>

De ahora en adelante retomamos la GNLSE como marco más general para referirnos a los efectos que ayudan a sintetizar el supercontinuo objeto de este estudio.

De hecho como se mencionó en el numeral anterior el auto empinamiento se puede ver desde este marco más general, veamos.

3.5 Auto empinamiento o “Self Steepening” S.S.

Así como la dependencia en la frecuencia del índice de refracción lineal (el cual es proporcional a la susceptibilidad lineal) induce dispersión en las componentes de frecuencia, la dependencia en la frecuencia de la susceptibilidad de tercer orden también induce dispersión en los efectos no lineales que esta produce.

En la deducción de la GNLSE mostrada arriba esta dependencia aunque pequeña se explicitó en que cuando se expandió en serie de Taylor a la constante no lineal $\gamma(\omega)$ alrededor de la frecuencia de la portadora del pulso,

$$\gamma(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_n}{n!} \Omega^n, \quad \text{donde } \gamma_n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^n \gamma(\omega)}{d\omega^n} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.21)$$

en el desarrollo final, solo se suelen tomar uno o dos de los primeros términos de esta serie,

$$\gamma(\omega) = \gamma_0 + \gamma_1(\omega - \omega_0)^1, \quad \text{donde,} \quad \gamma_1 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^1\gamma(\omega)}{d\omega^1} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad (3.22)$$

Si se hace $\gamma_1 = 0$, se omite la dependencia en frecuencia, de lo contrario se da cuenta en primera aproximación de esta dependencia del tensor de susceptibilidad $\chi^{(3)}$, la cual quedó manifestada en la GNLSE dependiente del tiempo por medio del término:

$$\gamma(\omega) \cong \gamma_0 \left[1 + \frac{i \partial}{\omega_0 \partial t} \right], \quad (3.23)$$

Como se recuerda, $\gamma(\omega) = n_2(\omega)\omega/cA_{eff}(\omega)$ entonces, al hacer el estimado de la contribución relativa del segundo término de esta serie, si el ensanchamiento espectral es del orden de $\Omega = (\omega - \omega_0) \approx 400 \text{ THz}$, su contribución es del orden del 20%.

$$\gamma(\omega) \cong \gamma_0 \left[1 + \frac{\gamma_1}{\gamma_0} (\omega - \omega_0) \right] ; \frac{\gamma_1(\omega_0)}{\gamma(\omega_0)} \cong \frac{1}{\omega_0} \approx 4 * 10^{-16} \quad (3.24)$$

Para llegar a esta expresión se ha usado la aproximación implementada en Kibler (Kibler, 2007) de que tanto el área efectiva del modo, como la dependencia de $n_2(\omega)$ con la frecuencia, son pequeñas para el rango de frecuencias de interés (Milam, 1998). Y además para llevarla de regreso al dominio del tiempo se ha hecho la transformación inversa de Fourier como se hizo arriba que equivale a reemplazar $\frac{i \partial}{\partial t} \Rightarrow (\omega - \omega_0)$.

Como resultado de todo lo anterior, las componentes de frecuencia “rojas” experimentaran una menor no linealidad respecto a las componentes azules, lo cual en el dominio del tiempo se manifiesta como una dependencia respecto a la intensidad de la velocidad de grupo, esto es, el pico del pulso se moverá a una menor velocidad que sus alas, lo que se manifiesta en que el lado trasero del pulso se haga más empinado mientras se propaga el impulso inyectado o los solitones generados.

En este régimen de interés el auto empinamiento en conjunto con la auto modulación de fase son responsables de un ensanchamiento asimétrico hacia el azul del espectro. Así mismo, el leve crecimiento de la fortaleza de la no linealidad hacia el azul (Santran, 2004) del espectro trae consigo una acentuación de los efectos no lineales asociados con la XPM.

3.6 Inestabilidad a Causa de Fluctuaciones en Amplitud - Mezcla de Cuatro Ondas o “Modulation Instability-Four Wave Mixing” MI-FWM.

De tiempo atrás, sabemos que si se excita un sistemas físico no lineal con varios pulsos a diferente frecuencia este responde adicionando componentes de frecuencia nuevas a las de los pulsos excitadores, aparecen entre otras frecuencias correspondientes a la suma y a la resta de las frecuencias presentes en los impulsos excitadores. En la visión temporal complementaria de este mismo fenómeno en el caso de ser excitados por pulsos, esta no linealidades se pueden manifestar como el rompimiento del impulso incidente en subpulsos, los cuales se observa se propagan por su propia cuenta como desde un comienzo hubieran sido inyectados por separado.

En fibras ópticas, los fenómenos físicos requeridos para lograr la producción de inestabilidades son similares a los requeridos para la formación de solitones, pues son causados por la compensación instantánea de los efectos dispersivos de autoenfoque y difracción. Las fluctuaciones en la intensidad óptica conducen vía efecto Kerr a estas pequeñas modificaciones locales en el índice de refracción del medio por donde va pasando el pulso, las cuales causan el efecto de atrapar fluctuaciones posteriores generando un aumento local de la intensidad que se contrapone a la difracción, si las condiciones son apropiadas se generan sub pulsos dependientes de intensidad que se “desprenden” del frente de onda principal y viajan independientemente gracias a que poseen otra constante de propagación (Hasegawa, 1980).

Si se hace esta descripción desde el dominio de frecuencia, el mecanismo que origina la inestabilidad en la envolvente espectral del impulso es el proceso conocido como mezcla de cuatro ondas o por sus siglas en ingles F.W.M. (Four Wave Mixing). El FWM es un proceso elástico para el que se demanda la conservación de energía y momento de los fotones involucrados en el. Fruto de esto aparece una condición de aparejamiento de fase entre ellos, de tal suerte que ella predice que es posible amplificar señales o ruido cuyos fotones deliberadamente coinciden con tener la constante de propagación y frecuencia que esta ecuación exige.

Veamos cómo se expresa esta condición de apareamiento de fase resultante de exigir la conservación de energía y momento en la interacción o mezcla de 4 fotones (FWM).

FWM, en este proceso 2 fotones a las frecuencias ω_1 y ω_2 pertenecientes a un impulso incidente de gran intensidad se superponen y se aniquilan formando simultáneamente 2 nuevos fotones con frecuencias ω_3 y ω_4 que entran a formar parte de otro pulso de baja intensidad, todo esto, gracias a la mediación activa del material de la fibras a través de la susceptibilidad $\chi^{(3)}$ (Sauter, E. G. (1996).

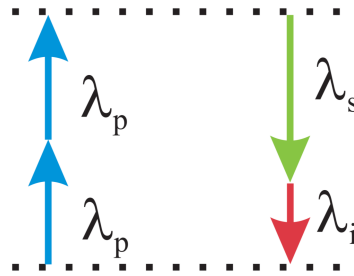


Figure 3.10: Representación esquemática de la generación de un par de fotones Stokes y anti-Stokes partiendo de dos fotones idénticos mediados por la visita a estados virtuales propuestos por el medio material de la fibra vía la susceptibilidad de orden $\chi^{(3)}$. Tomado de Andersen (Andersen, 2006).

La conservación de la energía para este proceso se expresa:

$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3 + \hbar\omega_4 \quad (3.25)$$

Mientras que la conservación de momento impone:

$$\hbar k_1 + \hbar k_2 = \hbar k_3 + \hbar k_4 \quad (3.26)$$

En términos de la constante de propagación queda:

$$\beta_1 + \beta_2 = \beta_3 + \beta_4 \quad (3.27)$$

La cual mediante la relación de dispersión para las ondas del pulso de gran intensidad y las de los productos de baja intensidad que se propagan de manera lineal $\beta(\omega) = \frac{n(\omega)\omega}{c}$ se puede expresar como sigue:

$$\frac{n_1\omega_1}{c} - (1 - f_R)\gamma_1(\omega_1)P_{p1} + \frac{n_2\omega_2}{c} - (1 - f_R)\gamma_2(\omega_2)P_{p2} = \frac{n_3\omega_3}{c} + \frac{n_4\omega_4}{c} \quad (3.28)$$

O también se suele expresar en términos de la diferencia de fase entre estos pulsos al cabo de haber recorrido una distancia L como sigue (Genty, 2004):

$$\Delta\varphi = \left\{ \frac{n_1\omega_1}{c} - (1 - f_R)\gamma_1(\omega_1)P_{p1} + \frac{n_2\omega_2}{c} - (1 - f_R)\gamma_2(\omega_2)P_{p2} - \frac{n_3\omega_3}{c} - \frac{n_4\omega_4}{c} \right\} L = 0 \quad (3.29)$$

Para los fotones 1 y 2 provenientes de los pulsos de alta intensidad, se ha hecho valer que el índice de refracción para ellos es dependiente de la intensidad de campo y además por efecto de la normalización y escalamiento del campo eléctrico hecha para la deducción de la GNLSE (Agrawal, 2007) (Frosz, 2006) se tiene que el cuadrado la amplitud de campo de la envolvente, se corresponde a la potencia del pulso incidente y por esto se puede expresar:

$$n(\omega) = n_l(\omega) + n_2(\omega)I = n_l + \frac{n_2(\omega)|A|^2}{A_{eff}} = n_l(\omega) - \frac{c\gamma(\omega)}{\omega} P_p, \quad (3.30)$$

donde se ha hecho $\frac{n_2(\omega)\omega}{cA_{eff}(\omega)} \stackrel{\text{def}}{=} \gamma(\omega)$. Es de resaltar que el factor $(1 - f_R)$ que aparece arriba indica que solo interviene la contribución no lineal instantánea Kerr, ya que por fuera del máximo de la respuesta no lineal retardada Raman a la frecuencia de 13.2 THz, la contribución de esta es despreciable (Frosz, 2006).

El caso mostrado arriba de la interacción elástica entre un par de fotones perteneciendo dos pulsos intensos viajando simultáneamente, provee un marco general que bien se puede particularizar a una situación como la de generación de supercontinuo en fibras ópticas, donde un único haz muy intenso inicia el proceso de ensanchamiento espectral y compresión temporal que hemos venido estudiando en este trabajo, para analizar este caso particular llamado mezcla de cuatro ondas degenerada (ver **figura 3.10**) basta hacer:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_p \rightarrow 2\omega_p = \omega_s + \omega_{as}, \quad (3.31)$$

quedando,

$$\frac{2n(\omega_p)\omega_p}{c} - 2(1 - f_R)\gamma(\omega_p)P_p = \beta_3 + \beta_4. \quad (3.32)$$

Si ahora se expanden en serie de Taylor, las constantes de propagación respecto de la frecuencia portadora y se tiene en cuenta la conservación de la energía,

$$\beta_3(\omega_s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_{3n}}{n!} (\omega_s - \omega_p)^n, \quad \text{donde } \beta_{3n} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^n \beta_3(\omega_s)}{d\omega^n} \Big|_{\omega_s=\omega_p} \quad (3.33a)$$

$$\beta_4(\omega_{as}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_{4n}}{n!} (\omega_{as} - \omega_p)^n, \quad \text{donde } \beta_{4n} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^n \beta_4(\omega_{as})}{d\omega^n} \Big|_{\omega_{as}=\omega_p} \quad (3.33b)$$

Es fácil mostrar que luego de reemplazar e identificar que los términos impares entre ambas series cancelan pues gracias a la ecuación de conservación de la energía se tiene que para este caso degenerado (Stolen, 1975); (Stolen, 1982) $(\omega_{as} - \omega_p) = -(\omega_s - \omega_p)$ y $\frac{2n(\omega_p)\omega_p}{c} \equiv \beta_{30} + \beta_{40}$ por tanto:

$$\frac{2n(\omega_p)\omega_p}{c} - 2(1 - f_R)\gamma(\omega_p)P_p - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_{3n}}{n!} (\omega_s - \omega_p)^n - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_{4n}}{n!} (\omega_{as} - \omega_p)^n = 0 \quad (3.34)$$

$$2(1 - f_R)\gamma(\omega_p)P_p + 2 \sum_{n=par}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} (\omega_s - \omega_p)^n = 0 \quad (3.35)$$

Estrictamente hablando la ecuación anterior expresa una condición que surge de la conservación de la energía y el momento lineal durante la interacción entre estos fotones, mediados por la no linealidad del material (proceso elástico), pero experimentalmente, se observa que para un rango de frecuencias alrededor de las frecuencias encontradas arriba otras frecuencias también se benefician de esta ganancia y lo que se observa en vez de ser una línea muy definida a las frecuencias Stokes y anti-Stokes son par de bandas centradas alrededor de ellas (Agrawal, 2007), siendo las frecuencias Stokes y anti-Stokes las que presentan la máxima ganancia.

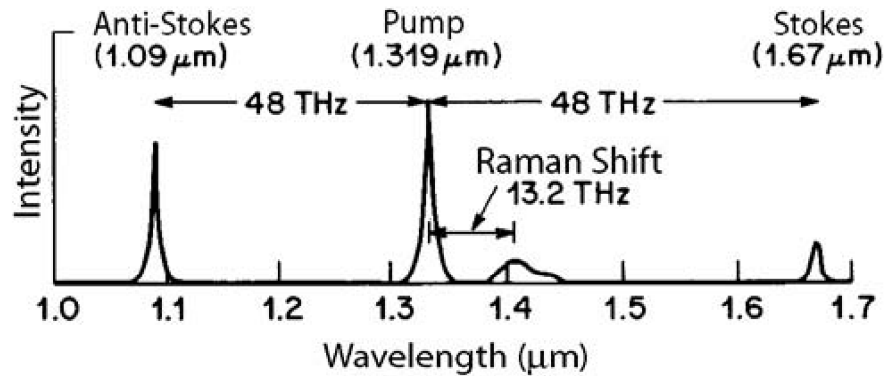


Figura 3.11 La figura muestra la aparición de las bandas Stokes y anti Stokes generadas por la mezcla de cuatro ondas FWM. Tomado de Agrawal (Agrawal, 2007).

La razón de esto obedece a que en la deducción de la condición anterior solamente se da cuenta de una interacción elástica y degenerada, mientras que en la fibra este es apenas un caso de los muchos que se pueden presentar entre 4 fotones dentro de ella, por ejemplo si la interacción no es completamente elástica en este proceso las frecuencias que satisfacen esta relación cambian levemente y el proceso aún puede ocurrir pero con una menor probabilidad y las nuevas frecuencias Stokes y anti-Stokes se apartan levemente de los valores que esta ecuación predice, a este fenómeno se le conoce como casi emparejamiento de fase o “Quasi-phasematch” y permite que si el desajuste de fase ($\Delta\varphi \approx 0$) es cercano a cero, existe generación de nuevos fotones Stokes y anti-Stokes con frecuencias cercanas a las frecuencias Stokes y anti-Stokes predichas por la relación deducida arriba.

En el régimen de femtosegundo, durante la propagación inicial conducente al supercontinuo no se observa un efecto apreciable asociado al F.W.M., pues en general se requiere bombeo con haces de pulsos largos, pero conforme la evolución no lineal genera y genera fotones en todas las frecuencias en un amplio espectro y además el pulso inyectado se ensancha temporalmente, este fenómeno si empieza a contribuir apreciablemente a la conformación final del espectro del SC (Skryabin, 2005).

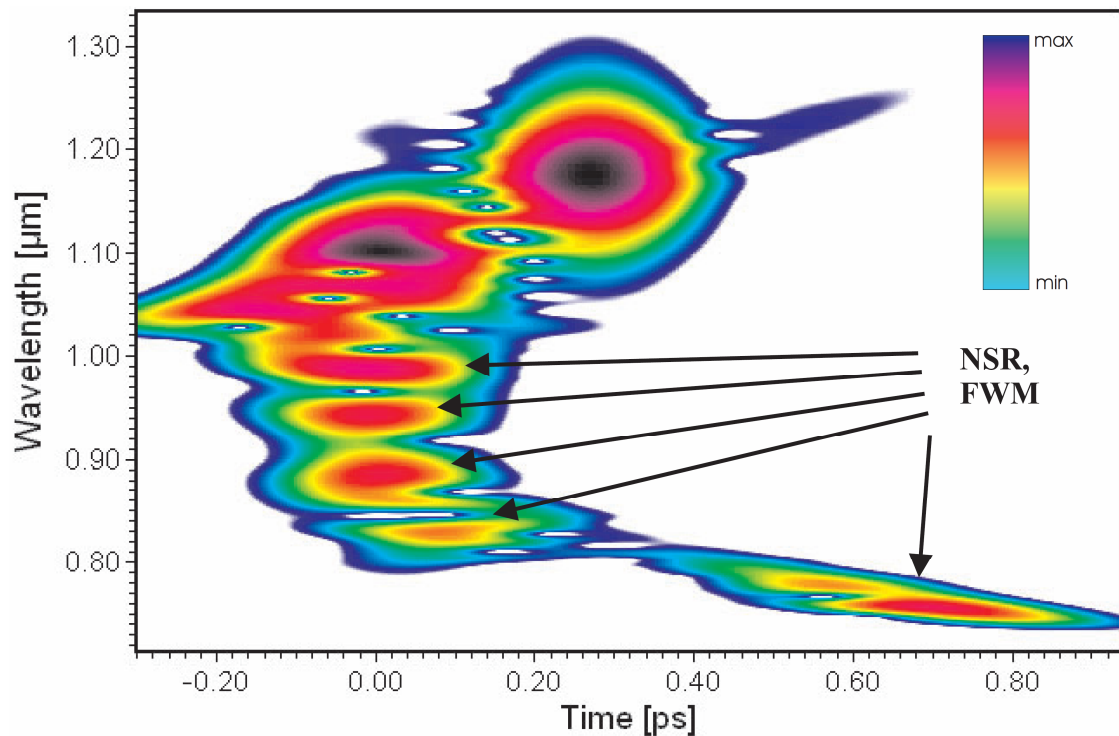


Figura 3.12 La figura muestra la aparición tardía dentro de la evolución de un supercontinuo en una PCF bombeada con pulsos de 200 fs@1030 nm, de bandas asociadas a la mezcla de 4 ondas FWM. Tomado de Andersen (Andersen, 2006).

En cuanto al efecto sobre la coherencia, este mecanismo engendra un ensanchamiento o modulación espectral no previsto de ser por el aporte de esta no linealidad, es fácil notar por tanto, que de darse, este mecanismo es fuente de decoherencia pues amplifica y superpone al haz en propagación (coherente), fotones existentes (ruido) a ambos lados de la frecuencia portadora que han sido amplificados por este medio contribuyendo al deterioro de la fase espectral de manera impredecible (Andersen, 2006).

3.7 Esparcimiento Raman Estimulado o “Stimulated Raman Scattering” SRS

Hasta ahora, hemos concentrado la mirada en los efectos la interacción no lineal instantánea Kerr sobre el impulso que se propaga, pero además de esta interacción fotón-electrón instantánea sabemos que también existe la posibilidad de la interacción fotón-fonón retardada que aparece fruto de la interacción con la rama óptica de las vibraciones moleculares del material también conocida como efecto Raman.

3.7.1 Ganancia Raman o “Raman Gain”

Esta interacción Raman se manifiesta por la aparición de dos mecanismos distintos de ensanchamiento espectral, uno de ellos, corresponde al esparcimiento Raman estimulado ó SRS y se manifiesta (Bloembergen, 1967); (Stolen et al., 1972) en que se entrega energía a un pulso débil de prueba (probe pulse) que se copropaga respecto a otro pulso mucho más intenso de bombeo (pump pulse) y suficientemente cercano en frecuencia con el anterior, como se mostró en la figura 2.2, para el silicio fundido este ancho de banda de ganancia Raman, se extiende alrededor de 30 THz y presenta su máximo de ganancia para una diferencia en frecuencia entre haces de $\Omega_R \approx 13.2$ THz. Aunque la definición de arriba habla de 2 haces distintos, no los implica. Si un pulso es lo suficientemente corto en el tiempo, su ancho espectral será lo suficientemente ancho como para que componentes de frecuencia dentro del mismo pulso se beneficien de esta ganancia, que en realidad es una transferencia de energía con pérdida entre las componentes “azules” del espectro de un pulso y sus componentes “rojas”. La siguiente figura ilustra esta situación.

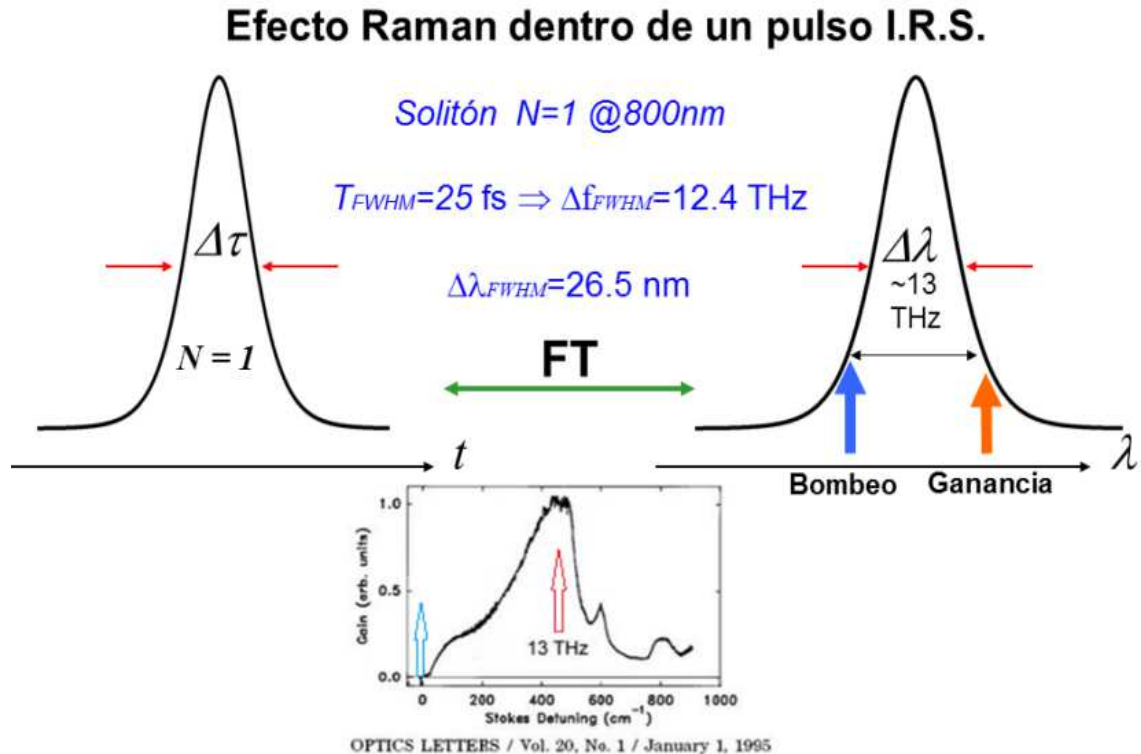


Figura 3.13. Ilustración del efecto de ganancia Raman dentro de un pulso solitónico $N=1$.

El ajuste de fase para este proceso se satisface automáticamente pero a diferencia del caso de la mezcla de 4 ondas, la ganancia del S.R.S. es asimétrica, pues sólo los fotones con frecuencias Stokes se amplifican mientras que los fotones anti-Stokes se absorben de manera exponencial (Stolen, 1973).

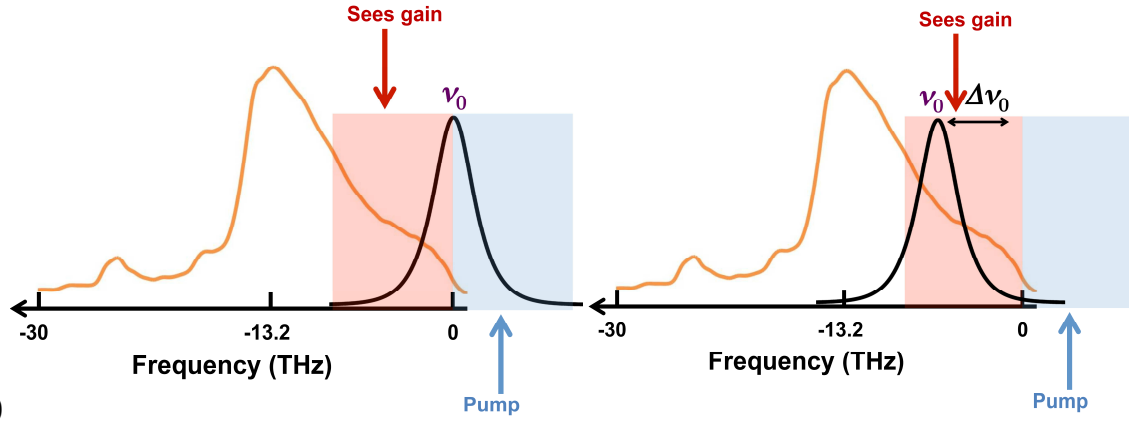
En el contexto de la generación de supercontinuo, para que se de este proceso apreciablemente, se requiere de un toma y dame muy sincronizado entre el pulso que excita los estados vibracionales y el pulso que colecta estas excitaciones. De seguro conforme ocurre el grandísimo ensanchamiento espectral que caracteriza al supercontinuo, esta contribución se hace cada vez más y más apreciable, pues gracias a las no linealidades, el pulso en propagación se va componiendo con una gran multitud de fotones a muchas frecuencias y números de onda, copropagándose con distinto grado de separación espectral y temporal, y en varios regímenes, facilitándose que se cumplan más fácilmente los requisitos antes establecidos para algún par de fotones dentro del pulso.

3.7.2 Auto Corrimiento en Frecuencia del Solitón o “Soliton Self Frequency Shift” S.S.F.S

La otra fuente de ensanchamiento espectral asociada a la respuesta Raman no instantánea incluida en la susceptibilidad de orden 3, se conoce como auto corrimiento en frecuencia del solitón (Gordon, 1986) y es quizá la principal fuente de ensanchamiento espectral en el régimen de propagación anómalo de pulsos ultracortos en fibras micro estructuradas altamente no lineales. Veamos como ocurre esto.

En el régimen de propagación anómalo, para un solitón con ancho espectral comparable con el ancho de banda de la ganancia Raman, la parte delantera del pulso que corresponde a las componentes “azules” en su espectro, actuarán como mecanismo excitador de los estados vibracionales del material (efecto Raman), esta pérdida de energía en los fotones “azules” los lleva luego de la interacción Raman a poblar el lado “rojo” del espectro del solitón, consecuencia de esto y visto en el dominio de frecuencia es como si la envolvente del pulso se desplazara hacia el rojo como un todo una cantidad $\Delta\nu_0$. A este corrimiento neto hacia el rojo de un solitón se le conoce como corrimiento en frecuencia de solitón ó S.S.F.S. (Mitschke, 1986); (Gordon, 1986).

a)



b)

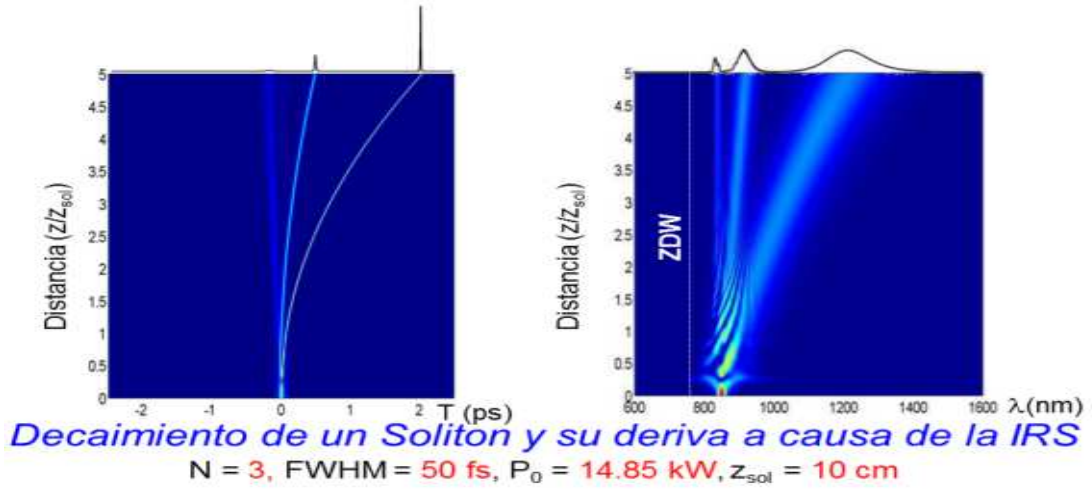


Figura 3.14. a) La figura ilustra el efecto de corrimiento espectral que la ganancia Raman impone sobre un pulso solitónico. Adaptado de Genty (Genty,2012), **b)** Simulación para el caso, $N = 3$, $T_{FWHM} = 50$ fs, $P_0 = 14.85$ kW y $z_{sol} = 10$ cm.

La tasa de corrimiento hacia el rojo del solitón $\Delta\nu_0$ depende grandemente del ancho espectral del mismo y en la teoría se han desarrollado varios modelos (Gordon, 1986); (Herrmann, 1994) para estimar esta tasa de corrimiento, ella se puede usar en la construcción de láseres de fibra Raman para estimar el ancho necesario de un solitón para un cierto corrimiento espectral (Frosz, 2006).

- 1) Para solitones cuya duración es tal que su ancho de banda es igual o mayor que el máximo de la ganancia Raman $\Omega_R = 13.2$ THz el corrimiento espectral de su frecuencia central está dada por:

$$\frac{d\nu}{dz} = -\frac{0.09|\beta_2|\Omega_R^2}{2\pi T_{sol}}, \quad T_{sol} < 76 \text{ fs} \quad (3.36)$$

- 2) Para solitones con duración tal que su ancho de banda espectral es mucho menor que el ancho de banda de la ganancia Raman máxima $\Omega_R = 13.2 \text{ THz}$ el corrimiento espectral de su frecuencia central está dada por:

$$\frac{d\nu}{dz} = -\frac{8|\beta_2| T_R}{2\pi * 15 * T_{sol}^4}, \quad T_{sol} \gg 76 \text{ fs}. \quad (3.37)$$

A la constante $T_R = 3 \text{ fs}$, se denomina pendiente de crecimiento de la ganancia Raman (Agrawal, 2007).

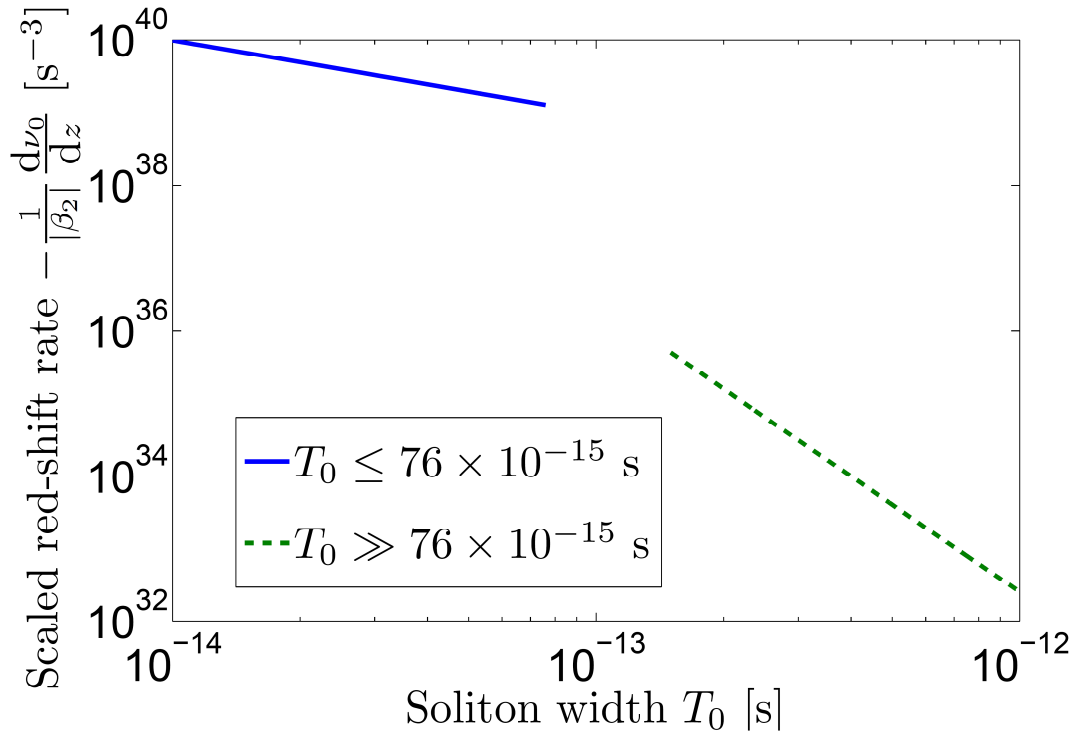


Figura 3.15: La figura muestra los estimados de corrimiento en frecuencia para los dos regímenes de ancho temporal de los solitones sujetos a I.R.S. Tomado de Frosz (Frosz, 2006).

Debido a su carácter estable ante las perturbaciones del medio, cuando un solitón fundamental ($N=1$) experimenta pérdida de energía automáticamente se reconfigura

aumentando su ancho temporal para compensar su pérdida (T_{sol} aumenta), en consecuencia con lo anterior inmediatamente la tasa de deriva en frecuencia disminuye acorde.

En el caso de solitones de menos de 76 fs, las grandes pérdidas de energía que pueda sufrir el solitón (por absorción, amplificación de ondas dispersivas, mal confinamiento, etc) genera una desaceleración en la deriva espectral y por ende un cambio en su régimen de propagación pasando del régimen **1)** al **2)**, luego conforme estas pérdidas continúen, los solitones temporalmente se harán más y más anchos y por ende su ancho espectral más y más pequeño, no se conseguirá más una ganancia Raman apreciable entre las partes delantera y trasera del pulso y su deriva hacia al rojo se cesará.

3.8 Generación y Amplificación de Ondas Lineales¹ por Solitones

Como caso especial y muy importante del FWM estudiado en la **sección 3.6**, se tiene el caso en el que un solitón (régimen de propagación anómalo), amplifica a una onda lineal que viaja al tiempo compartiendo la misma región de la fibra y propaga a otra frecuencia en el régimen de propagación normal, para que ocurra esta amplificación resonante, como antes se requiere de que ambas ondas se aparezcan en fase mientras viajan juntas, las condiciones son:

- 1) Primero que todo, con la ayuda del efecto Raman y la dispersión de orden superior un solitón de orden N se desestabiliza, se fisiona y decae en N solitones fundamentales, que de inmediato sufren el corrimiento en frecuencia nombrado arriba. Luego los términos de dispersión de orden superior en la GNLSE, perturban a los solitones fundamentales eyectados de tal manera que ellos pueden compartir los mismos números de onda con la radiación que se propaga de manera lineal al interior de la fibra (Wai, 1986); (Akhmediev, 1995), en especial en el régimen de femtosegundo, si se bombea cerca de la región de dispersión cero el orden del N solitón inducido es alto y el solitón mas energético eyectado posee un ancho grande (solitón de ancho temporal mucho menor a 76 fs) que buena parte de sus

¹ En la literatura científica reciente, ondas lineales, ondas dispersivas, radiación no solitónica, radiación resonante y radiación de Cherenkov se usan de manera indistinta para referirse a la radiación de muy baja intensidad que se propaga en el régimen de dispersión normal al interior de una fibra y que puede ser sujeta de ganancia de amplitud fruto de la dinámica no lineal que experimenta un pulso incidente en la fibra durante su propagación.

componentes espectrales se extiendan y compartan la misma frecuencia que tiene la onda dispersiva que se va a amplificar.

- 2) Tanto el solitón como la radiación lineal deben compartir el mismo número de onda $K_{sol}(\omega_{lin})=K_{lin}(\omega_{lin})$, recordar que todas las frecuencias elementales que componen al solitón a través de todo su espectro tienen el mismo número de onda.

Para hallar la condición de amplificación resonante de la onda dispersiva por parte del solitón, se tienen en cuenta las siguientes consideraciones:

- 1) Como la onda resonante que se amplifica puede estar muy distante espectralmente hablando de la frecuencia central del solitón, $\omega_{lin} \gg \omega_{sol}$ en la GNLSE se deben tomar todos los términos posibles de la dispersión de la fibra para que así el estimado del valor esperado de la frecuencia de esta onda sea lo más acertado posible.
- 2) Como no necesariamente existe otro haz propagándose en la fibra junto con el solitón, la amplificación resonante puede nutrirse del ruido de fonda presente en la fibra, este ruido de fonda por ser de baja intensidad no experimenta las no linealidades en su propagación que son parte integral de la existencia del solitón, así que en la GNLSE se puede hacer $\gamma=0$.

Si además se desprecia el efecto de las pérdidas por atenuación, la ecuación de propagación de las ondas lineales en la fibra se puede escribir:

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = i \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n(\omega_{sol})}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial T^n} A(z, t) \quad (3.38)$$

La cual para una onda lineal de la forma $A(z, t) = \sqrt{P_{lin}} e^{i[k_{lin}z - (\omega_{lin} - \omega_{sol})t]}$ que la constante de propagación k_{lin} que esta debe tener es:

$$k_{lin} = \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n(\omega_{sol})}{n!} (\omega_{lin} - \omega_{sol})^n. \quad (3.39)$$

Como se mostró arriba la constante de propagación del solitón es:

$$k_{sol} = \frac{|\beta_2(\omega_{sol})|}{2T_{sol}^2} . \quad (3.40)$$

Así que la condición de compartir los mismos números de onda $k_{sol} = k_{lin}$ se convierte en la expresión siguiente:

$$\frac{|\beta_2(\omega_{sol})|}{2T_{sol}^2} = \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n(\omega_{sol})}{n!} (\omega_{lin} - \omega_{sol})^n . \quad (3.41)$$

Si recordamos que $N = \sqrt{\frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}}$ y que $T_k = \frac{T_0}{(2N-2k+1)}$; $k \leq N$ y por tanto para el más energético solitón $k = 1$, $T_{sol}^2 = \left(\frac{T_0}{(2N-1)}\right)^2 = \frac{T_0^2}{(2\sqrt{\frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}} - 1)^2}$

$$\frac{\frac{|\beta_2(\omega_{sol})|}{2T_0^2}}{\left(2\sqrt{\frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}} - 1\right)^2} = \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n(\omega_{sol})}{n!} (\omega_{lin} - \omega_{sol})^n \quad (3.42)$$

$$\frac{|\beta_2(\omega_{sol})| \left(2\sqrt{\frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}} - 1\right)^2}{2T_0^2} = \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n(\omega_{sol})}{n!} (\omega_{lin} - \omega_{sol})^n \quad (3.43)$$

O de manera equivalente, también se puede escribir:

$$\frac{\gamma(\omega_{sol})P_{sol}(\omega_{sol})}{2} = \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n(\omega_{sol})}{n!} (\omega_{lin} - \omega_{sol})^n. \quad (3.44)$$

Es de resaltar que cuando la dinámica del solitón ocurre en regiones espectrales donde la dispersión de la fibra experimenta cambios abruptos, la expresión anterior debe corregirse y generalizarse para tener en cuenta las contribuciones de los órdenes mayores de la dispersión sobre la constante de propagación del solitón en especial, cuando el solitón en su auto corrimiento en frecuencia S.S.F.S. se acerca una segunda frecuencia de dispersión cero $\beta_2(\omega_{ZDW}) = 0$. Una aproximación muy útil para estimar la localización de la onda dispersiva respecto del solitón que la origina la obtuvieron Akhmediev & Karlsson en 1995 (Akhmediev, 1995) y está dada por la siguiente expresión,

$$\Delta\Omega = (\omega_{lin} - \omega_{sol}) \approx -\frac{3\beta_2(\omega_{sol})}{\beta_3(\omega_{sol})} + \frac{\gamma P_{sol}\beta_3(\omega_{sol})}{3\beta_2^2(\omega_{sol})} \quad (3.45)$$

$$\Delta\Omega = (\omega_{lin} - \omega_{sol}) \approx -\frac{3\beta_2(\omega_{sol})}{\beta_3(\omega_{sol})} + \frac{N^2\beta_3(\omega_{sol})}{3|\beta_2(\omega_{sol})|T_{sol}^2} \quad (3.46)$$

La cual es consecuencia directa de usar la ecuación anterior y tomar solo hasta el orden 3 en la dispersión y resolver de manera aproximada la ecuación que de ahí resulta.

La amplificación de ondas lineales se manifiesta en el espectro por medio de la aparición de líneas espectrales en la región de dispersión normal, tantas líneas como solitones de amplio espectro se produzcan durante la ruptura del solitón de orden superior que se haya engendrado y decaído en las primeras etapas de la propagación del pulso incidente en la fibra, la amplitud espectral de estas líneas dependerá por tanto de que tan grande es el solapamiento entre las frecuencias del solitón y las de la onda lineal acoplada en resonancia con él. Debido a la pérdidas mencionadas al final de la sección anterior, el solitón se reduce en ancho espectral conforme se propaga hacia el infrarrojo y deja de nutrir este

acople resonante pues pierde ancho espectral y por ende solapamiento con la onda lineal que amplifica.

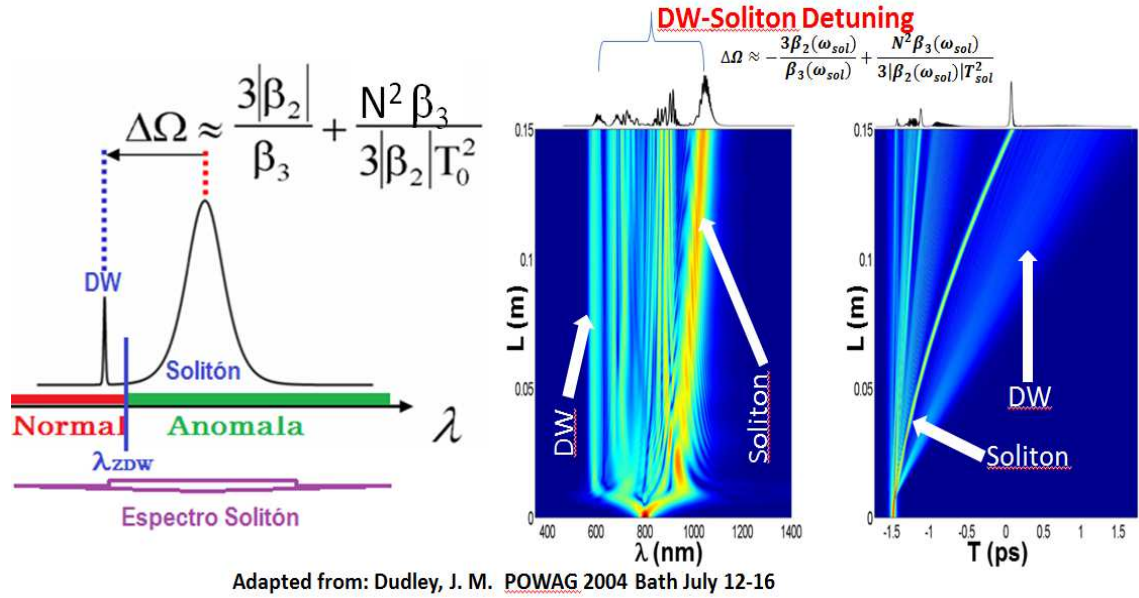


Figura 3.16. La figura ilustra el efecto combinado de la ruptura del N=3 solitón, seguida de la inmediata emisión y amplificación de ondas lineales, seguida de la deriva hacia el rojo a causa del auto empinamiento SS y la dispersión Raman dentro del pulso IRS para un soliton N=3. Adaptado de Dudley, (Dudley, 2004).

3.9 Modulación Cruzada de Fase XPM entre el Solitón y la Onda Lineal y su Efecto Sobre el Ensanchamiento Espectral Extra Hacia el Azul

Una vez se han establecido los principales mecanismos de ensanchamiento espectral que prevalecen en el régimen de propagación de pulsos de femtosegundo en fibras micro estructuradas altamente no lineales de nuestro interés, solo queda por hacer notar un último mecanismo que florece justo antes de que el ensanchamiento espectral cese por completo en ambos extremos del espectro.

Es un hecho observado experimentalmente y ratificado por las simulaciones de la GNLSE que las ondas lineales al momento de ser generadas poseen velocidades de grupo inferiores a las de sus solitones progenitores, sin embargo como sabemos los solitones sufren de SS y SSFS y su frecuencia central continuamente se corre hacia el rojo, este corrimiento al rojo entre otros incluye una reducción en su velocidad de grupo lo cual eventualmente conducirá a que ocurra una colisión o solapamiento espacio-temporal entre la parte trasera

de los solitones progenitores y la parte delantera de radiación lineal generada y amplificada por este, favoreciendo así a que se produzcan interacciones no lineales adicionales no posibles durante las primeras etapas de formación del supercontinuo.

En este contexto, al menos 2 escenarios alternos y complementarios son factibles:

- 1) Genty et al, sugieren que gracias que ocurre un solape entre estos dos tipos de radiación, y gracias a que una de ellas es un pulso solitónico de gran intensidad, se produce una modulación cruzada de fase XPS entre la parte trasera del solitón y la parte delantera del pulso lineal, interacción esta, que es dos veces más eficiente en producirse que el proceso de auto modulación de fase mostrado en la sección 3.3, donde además se señaló que la modulación de fase inducida sobre la parte delantera de la onda lineal es tal que induce un corrimiento espectral hacia el azul en estas componentes, cosa que, si las condiciones son apropiadas, es claramente observable en los espectros medidos.
- 2) Gorbach et al, de otro lado, sugieren que el otro mecanismo actuante está relacionado con la mezcla de 4 ondas, donde como antes fotones pertenecientes al solitón y la onda lineal actúan como fotones excitadores y por tanto una de las nuevas frecuencias claramente puede ser de un valor un poco mayor que la onda lineal originaria generando con esto un corrimiento adicional hacia el azul que se puede observar.

En ambos casos lo cierto, es que el solitón sigue cediendo energía a ahora a esta nueva onda del tipo XPM-DW y es obligado a aumentar su corrimiento al rojo al etargándolo un poco más, al estar más corrida hacia el azul, la nueva radiación generada se propagará a una velocidad de grupo aún menor a la de la onda lineal generada previamente y debido al SSFS del solitón se volverán a encontrar e interactuarán de nuevo con la onda lineal, de tal manera que conforme se mantenga el SSFS por parte del solitón este par de pulsos sufrirán un procesos de auto atrapamiento (Nishizawa, 2002) ; (Gorbach, 2007) el cual además se repetirá entre todos los solitones y sus radiaciones dispersadas hijas contribuyendo con esto ser una última fuente de ensanchamiento del espectro del supercontinuo, pues como vimos antes, la pérdida de energía por todas estas causas va disminuyendo la tasa de SSFS y eventualmente esta interacción no se dará más, cesando por completo el ensanchamiento espectral.

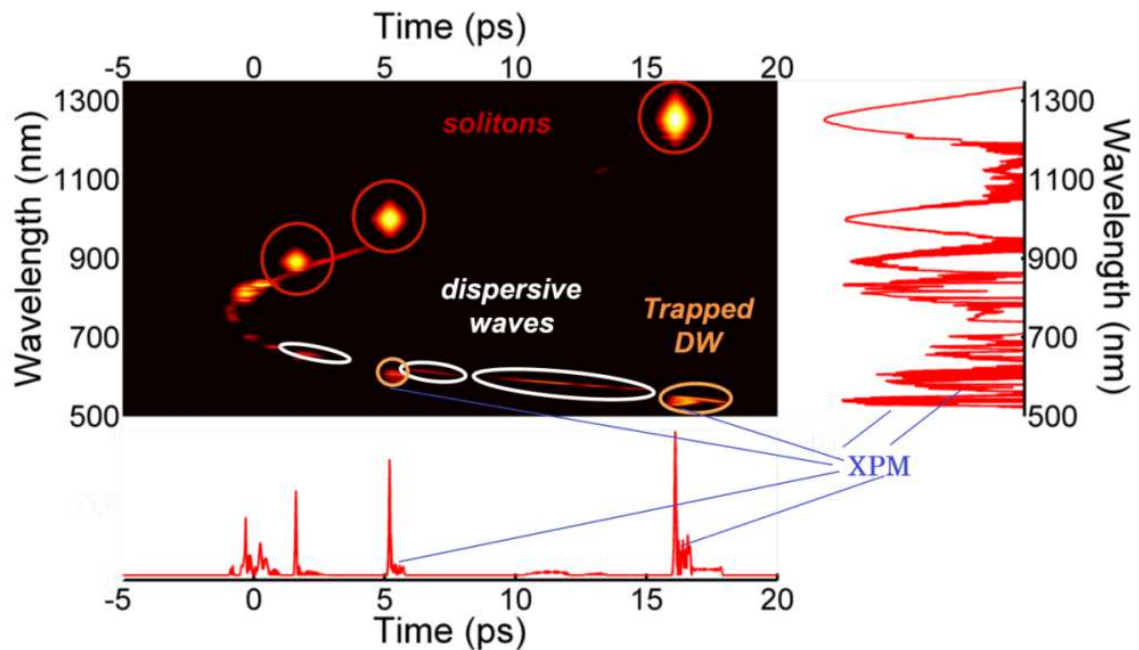


Figura 3.17. El espectrograma de la figura muestra evidencia de la producción de radiación “extra” asociada a la modulación cruzada de fase XPM proveniente de la interacción entre solitones y sus ondas lineales asociadas en el proceso de auto atrapamiento descrito arriba. Adaptado de Genty (Genty, STELLA 2012).

En este mismo contexto, si una fibra posee una segunda longitud para la cual la dispersión se vuelve a hacer cero, cuando el solitón se aproxima a esta segunda zona, también se observan los mismo fenómenos que los vistos con la primera zona de dispersión cero, pero sus dinámicas son un poco distintas ya que en vez de alejarse de esta zona que separa la región anómala de la normal el solitón ahora se acerca a ella y al cambiar el signo de β_3 entonces la emisión de esta la onda dispersiva y la aparición de la onda XPM-DW, provoca que el solitón inclusive pueda rebotar espectralmente, parar su proceso de SSFS maximizando la ganancia de amplitud para la generación de esta onda XPM-DW mientras se deshace y el ancho espectral final, recordar que en la región de dispersión normal a la que el solitón entra él no puede subsistir como ente ligado y por tanto todo su energía se convierte en radiación del tipo lineal, pero en caso de que la fibra posea una tercera longitud de dispersión cero o lo que es lo mismo una segunda región de dispersión anómala el solitón puede tunelar (Serkin, 1993) y recomponerse ampliando muchísimo más el espectro del Supercontinuo.

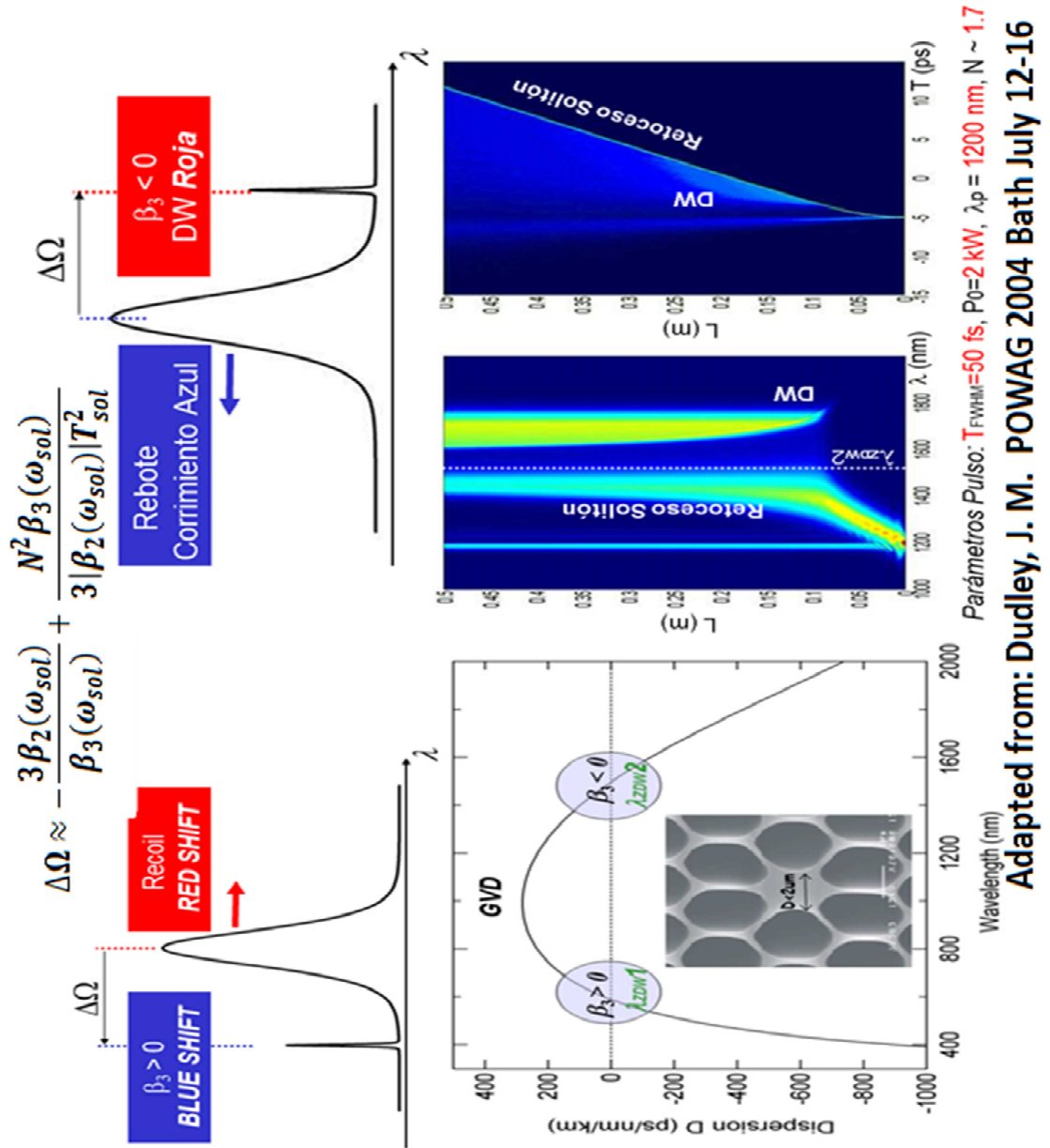
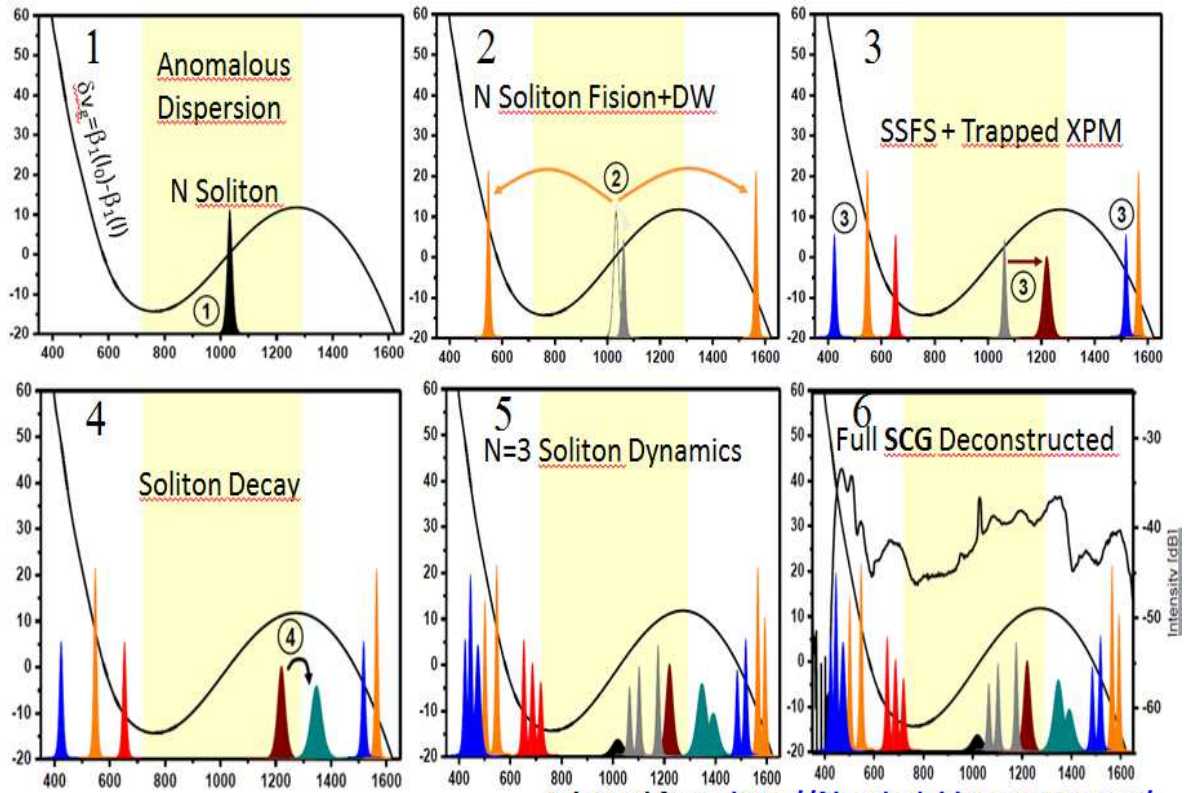


Figura 3.18. El gráfico ilustra toda esta fenomenología en una fibra con doble región de dispersión cero. Adaptado de Dudley, (Dudley, 2004).

Una ilustración de toda esta rica dinámica no lineal se ilustra en la figura siguiente, para el caso de una fibra de cristal fotónico con doble dispersión cero y bombeada con pulsos ultracortos en la región anómala, este caso esencialmente resume la situación particular de medida que se aborda en este trabajo doctoral.



Adapted from: <http://fiberdesk.blogspot.com/co/>

Figura 3.19. El gráfico ilustra toda esta fenomenología que explica la conformación de todo el supercontinuo en una fibra con doble región de dispersión cero. Adaptado de: <http://fiberdesk.blogspot.com/co/>

- 1) El primer panel ilustra la curva que mide el retraso de la velocidad de grupo del solitón relativo a su valor @ $\lambda_p=1030$ nm $\delta v_g = \beta_1(\lambda_0) - \beta_1(\lambda)$, en amarillo se indica la región de dispersión anómala y el pulso encerrado con un 1 indica el haz de bombeo @1030 nm.
- 2) En el segundo panel el pulso en gris ilustra la fisión del N solitón inyectado y junto él encerrado con un 2 en naranja se indica a la radiación lineal amplificada o DW, puesta en las regiones donde la dispersión es normal.
- 3) En el tercer panel se ilustra para el solitón más energético en marrón el proceso de SSFS y en rojo se muestra su efecto sobre la radiación dispersada del lado derecho, también encerrado con un 3 en azul, se muestra la aparición de la onda XPM fruto del atrapamiento entre el solitón y la radiación dispersada corrida hacia el azul.
- 4) En el cuarto panel se muestra en verde al solitón a punto de decaer al final de su carrera junto a la zona segunda zona de dispersión cero.
- 5) En el quinto panel se muestra todo el proceso anterior asumiendo que el solitón inicial era un solitón de orden N=3.
- 6) Por último en el sexto panel se ilustra como la superposición de toda esta dinámica da cuenta de un espectro simulado.

3.10 Polarización de inserción y su efecto sobre el supercontinuo generado en una fibra altamente birrefringente

Una de las primeras dudas por aclarar respecto a la generación de supercontinuo en fibras de cristal fotónico altamente birrefringentes, correspondió a la de cómo evoluciona el estado de polarización (SOP) de un haz de bombeo insertado con cierto grado de polarización mientras se desarrollan todos los procesos que dan como producto final al supercontinuo.

En un experimento Lehtonen et al en el 2003 (Lehtonen, 2003) observaron que cuando un haz de bombeo posee su polarización alineada con uno de los ejes principales de polarización de la fibra, el super continuo allí generado mantiene la misma polarización del haz de bombeo durante toda su evolución dentro de la fibra. Enseguida Antoine Proulx y su grupo (Proulx, 2003) experimentalmente mostraron que cuando se rota el ángulo de polarización del haz incidente respecto de uno de los ejes de polarización de la fibra, el supercontinuo así generado, con muy buena aproximación de construye con la superposición de los continuos generadas en cada eje independientemente, ya que la gran birrefringencia rápidamente desacopla los haces e impide su continua interacción.

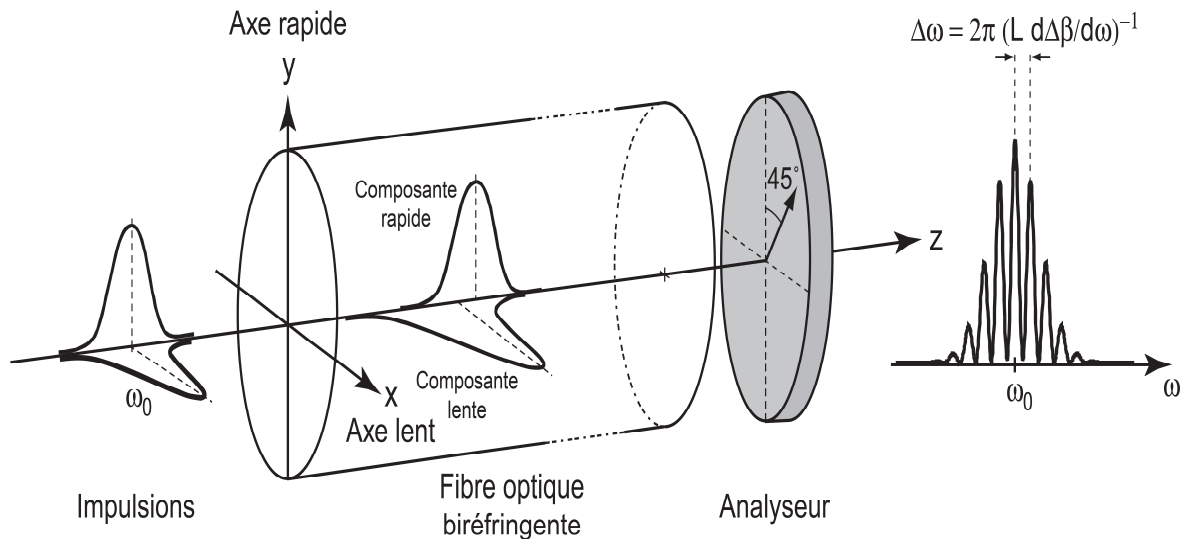


Figura 3.20 La figura ilustra el efecto de la dispersión debida a la birrefringencia en una fibra altamente birrefringente cuando es iluminada formando un ángulo respecto de uno de los ejes propios de birrefringencia. Tomado de Provino (Provino, 2002)

Así mismo y gracias a la gran asimetría del núcleo y de la microestructura, la degenerancia cilíndrica se rompe en una fibra micro estructurada y los dos modos propios se separan y

adquieren constantes de propagación significativamente distintas (Ortigosa-Blanch, 2000). Fruto de esto y en vista de que las propiedades de dispersión juegan un papel crucial en toda la dinámica de expansión del supercontinuo estos autores hicieron notar que este hecho se convierte en un grado más de libertad a tener en cuenta cuando se trata de generar luz supercontinua.

Posteriormente Kruhlak y Luan (Kruhlak, 2006) y (Luan,2006) mostraron que es posible que ocurran acoplamientos no lineales entre dos pulsos en estas fibras, al ser mediados por elementos no diagonales del tensor de susceptibilidad $\chi^{(3)}$, fenómenos estos para los que se requiere de un enfoque estrictamente vectorial de la GNLSE para describirlos, lo cual va más allá de los objetivos planteados en este trabajo y por tanto los hemos ignorado, apegándonos a la descripción escalar con las consecuencias que se discutirán al final de este documento.

En resumen, la dinámica de propagación de pulsos ultracortos en fibras ópticas micro estructuradas hechas de silicio fundido puro, altamente no lineales, birrefringentes y bombeadas en la región anómala cerca de la primera región de dispersión cero es como sigue:

La impulsión de entrada excita el modo fundamental y este evoluciona rápidamente hacia conformar un solitón de orden superior N_{sol} y este, gracias a las inestabilidades causadas por los términos de orden superior de la dispersión de la fibra y el efecto Raman, hace que con la primera compresión temporal del N solitón de decaiga en N solitones fundamentales (el más energético de los solitones posee una potencia pico del orden de $P_0 \times (2N_{sol} - 1)^2 / N_{sol}^2$, donde P_0 es la potencia pico del impulso de entrada y N_{sol} es el orden solitón de entrada), esta dinámica es seguida al tiempo por la amplificación ondas lineales o dispersivas DW que “aparecen” en las regiones de dispersión normal hasta donde ha llegado el espectro del N_{sol} solitón fruto de su primer gran ensanchamiento espectral al ingresar a la fibra. La longitud de onda de estas ondas dispersivas se determina al imponer la condición de coincidencia de fases (PMC) entre el solitón y las ondas dispersivas excitadas (Husakou, 2001), entre tanto y debido a los efectos combinados del autoempinamiento y de la ganancia Raman intra pulso I.R.S., los solitones mas energéticos migran hacia el infrarrojo a una tasa variable que depende inversamente del ancho temporal de cada solitón S.S.F.S. pierden energía y depaso nutren y ensanchan la otrora banda estrecha de las ondas lineales inicialmente generadas con las cuales de manera dinámica se va cumpliendo la condición de ajuste de fases, justo antes de llegar a la segunda zona de dispersión cero el solitón puede cesar su deriva y decaer, ó en caso de una segunda longitud de onda de dispersión cero ZDWs se generan ondas dispersivas adicionales hacia el otro lado de la segunda ZDW en el infrarrojo lejano y además se inducen ondas del tipo XPM generadas por el auto atrapamiento entre el Solitón decayente y la DW generada en ambos

lados si es el caso ampliando un poco mas el extremo azul del espectro y uniformizando la banda al extremo infrarojo del espectro.

En conclusión debido al gran confinamiento de la radiación en un área transversal del orden de unas una micra cuadrada y a la gran longitud de interacción que se consigue y a la forma de U que posee la curva de dispersión por velocidad de grupo para un fibra micro estructurada altamente no lineal, se favorece la interacción no lineal entre las componentes de frecuencia que componen un pulso ultracorto y cualesquier otra onda presente en la fibra y/o el ruido cuántico que puede aparecer, todo esto facilita a que se produzca una gran cantidad de nuevas componentes de frecuencia desde el ultravioleta cercano hasta el infrarrojo medio, muy lejos de la frecuencia de bombeo usada. A pesar de que algunos efectos que contribuyen a la dinámica no han sido tenidos en cuenta con todo detalle en la GNLSE que se modela y otros ni siquiera se han incluido, las simulaciones numéricas de la GNLSE (evolución temporal y espectral) han mostrado que dan buena cuenta de los principales detalles morfológicos de los espectros y la evolución temporal con respecto a observaciones experimentales hechas por investigadores en todo el mundo. Esto nos ayuda a confiar en que, sí los parámetros para la simulación se encuentran aceptablemente cerca de los su valores esperados, la estimación de las propiedades de coherencia espectral que de ahí se derivan se espera que de igual manera estarán razonablemente estimadas por la GNLSE, cosa que miraremos con más detalle en el próximo capítulo.

3.11 Inclusión de Ruido y La GNLSE Estocástica

Para modelar los efectos del ruido durante la propagación se deben incluir variables estocásticas adecuadas, en especial es importante modelar el ruido de naturaleza fundamental² que posee el impulso original que se inyecta y además modelar el efecto de emisión espontánea Raman que se va colectando y agregando al impulso en evolución mientras el haz recorre el largo de la fibra.

En 2001, Corney y Drummond (Corney, 2001) incluyeron el efecto de la emisión espontánea de radiación y su posterior amplificación (vía la ganancia Raman) como ruido aleatorio de fase en la GNLSE. El efecto de estos fotones se incluye en la GNLSE explícitamente a través de la variable estocástica Γ_R añadida al término de respuesta no lineal de la siguiente manera:

² The shot noise of a coherent optical beam, having no other noise sources, is a fundamental physical phenomenon, reflecting quantum fluctuations in the electromagnetic field due to the zero point energy, fuente: http://en.wikipedia.org/wiki/Shot_noise

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z} A(z, T) = & i \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} A(z, T) - \frac{1}{2} \alpha_0 A(z, T) \\
& + i\gamma_0 \left[1 + \frac{i \partial}{\omega_0 \partial t} \right] A(z, T) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |A(z, T - t')|^2 dt' \right. \\
& \left. + i\Gamma_R(z, T) \right\}, \tag{3.47}
\end{aligned}$$

donde, $\Gamma_R(z, T)$ es un término que afecta a la fase y está asociado con la respuesta de la polarización no lineal del medio, para esta variable estocástica, Corney y Drummond mostraron que las correlaciones en el dominio de frecuencia están dadas por la siguiente expresión:

$$\langle \Gamma_R(z, \Omega) \Gamma_R^*(z', \Omega') \rangle = \frac{2\hbar\omega_0 f_R}{\gamma} |Im[\widetilde{h}_R(\Omega)]| [n_{th}(|\Omega|) + U(-\Omega)] \times \delta(z - z') \delta(\Omega - \Omega'), \tag{3.48}$$

donde, $\Omega = \omega - \omega_0$, U representa la función escalón de Heaviside y $n_{th} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar(\omega - \omega_0)}{k_B T}}}$ representa la distribución térmica de Bose para los fotones.

La inclusión práctica de esta fuente de ruido en la GNLSEE se realizara por medio de la adición del equivalente de un fotón con fase aleatoria plana entre 0 y 2π por modo de discretización (Dudley, 2006). También esta misma corrección se puede realizar sobre la amplitud de campo temporal al agregarle a esta, el equivalente de una desviación estándar de la cantidad de fotones presentes en cada modo de discretización temporal. En este trabajo como se mostrará en el capítulo 5 se utilizó la primera aproximación.

Poco después, Corwin et al. (Corwin, 2003a) realizaron una cuidadosa comparación entre datos experimentales y simulaciones basadas en esta teoría y mostraron que existe un buen acuerdo entre ellas.

Además de estas fuentes fundamentales de ruido, se debe por lo menos modelar el efecto de fuentes de ruido técnico³, como lo es el efecto de las fluctuaciones de amplitud de la potencia en el tren de pulsos del láser de entrada, para ello usó una variable estocástica

³ Spectra Physics Titanium::Saphire Tsunami Spec sheet

aditiva sobre la amplitud de campo temporal. Como la potencia está relacionada con la envolvente del pulso incidente entonces se incluyó de la siguiente manera:

$$|A(z, T)|^2(1 + \mathbf{n}_f \delta) ==> |\mathcal{A}(z, T)|^2 \quad (3.49)$$

donde, δ representa una variable aleatoria con distribución normal estándar, sopesada con una fracción porcentual de ruido $\mathbf{n}_f$ cuyo valor se debe optimizar para cada situación experimental particular pues esta colecta fuentes aleatorias que tienen incidencia directa sobre potencia del pulso incidente, en general su valor está cercano al 1%, esto es, $\mathbf{n}_f \approx 0.01$, con todo esto, la otrora amplitud de campo $A(z, T)$ se transforma en una variable de campo estocástica en su amplitud y su fase $\mathcal{A}(z, T)$.

Con estos cambios, la GNLSE derivada en el **capítulo 2**, se extiende para que modele de manera semiclásica las dos fuentes principales de ruido (Raman y fluctuaciones en la potencia) que siempre están presentes durante la propagación de pulsos en fibras conducentes a la generación de supercontinuo, por ello desde ahora a la GNLSE la llamaremos GNLSE Estocástica y la abreviaremos como GNLSEE.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{A}(z, T)}{\partial z} = & i \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} \mathcal{A}(z, T) - \frac{1}{2} \alpha_0 \mathcal{A}(z, T) \\ & + i\gamma_0 \left[1 + \frac{i \partial}{\omega_0 \partial t} \right] \mathcal{A}(z, T) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |\mathcal{A}(z, T - t')|^2 dt' + i\Gamma_R(z, T) \right\} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Por último para muchas circunstancias, como la para el caso de altas potencias, pulsos muy cortos, y estudios de la evolución del estado de la polarización del impulso a lo largo de la fibra, la GNLSEE escalar no es la más adecuada y se deben incluir estas necesidades específicamente en una ecuación de propagación que esté más de acuerdo al caso estudiado, afortunadamente recientemente en la literatura han aparecido diversidad de modelos y variantes de estos que dan cuenta de escenarios con diverso grado de aproximación y complejidad para abordar esta excitante temática (Couairon, 2011) (Leble, 2009) (Genty, 2007) (Mizuta, 2005).

Capítulo 4

Fundamentos Teóricos: Interferencia y Medida de la Coherencia Espectral del Supercontinuo

MARCO TEÓRICO DE BORN & WOLF SOBRE INTERFERENCIA ESPECTRAL EN FUENTES PARCIALMENTE COHERENTES DE AMPLIO ESPECTRO

Ahora se presenta el marco conceptual en el que se resume algunas partes del capítulo X del texto **Principios de Óptica** de M. Born y E. Wolf, 7ed (Born, 1999). Allí se sigue principalmente la línea de los trabajos de E. Wolf y L. Mandel (Mandel, 1995) sobre las propiedades de los campos de radiación parcialmente coherentes que emanan de fuentes no puntuales y de banda ancha, estos autores que lideraron el desarrollo moderno del formalismo que se ha utilizado para realizar la caracterización, por medio de experimentos interferométricos, de las propiedades de coherencia de la luz supercontinua, una fuente extendida, de amplio espectro y parcialmente coherente.

4.1 Antecedentes

Bellini y Hansch en el 2000 (Bellini, 2000) fueron los primeros en reportar la técnica interferométrica en el contexto de la generación de supercontinuo. Enseguida en el 2002, Xun Gu et al (Gu, 2003) en GATECH la usaron para a la caracterización de la coherencia de la luz S.C. producida en fibras microestructuradas, al hacer un análisis de interferogramas fueron capaces de extraer la dependencia en frecuencia del grado de coherencia espectral mutua y contrastarlos contra las simulaciones estocásticas notando que la correlación entre estas coincidía con los niveles de ruido técnico y fundamental propuestos por ellos. Quizá el objetivo principal de este trabajo de tesis radica en verificar independientemente algunos de estos resultados bajo la misma suposición de estos y otros autores al estudiar las propiedades de coherencia del supercontinuo.

4.2 Funciones de Correlación Para Haces de Luz.

Para caracterizar fuentes finitas en extensión y espectro, como la que nos atañe en este trabajo, luz supercontinua emergiendo desde el núcleo de una fibra ópticas micro

estructuradas, es preciso dar a conocer información sobre las características de correlación de dicha fuente entre dos puntos arbitrarios de su campo (lejano o cercano) de radiación. Una manera experimental de hacer este análisis consiste en la realización de experimentos de interferencia entre muestras de haces provenientes de este campo de radiación, para ello entonces se requiere de adecuar una notación y simbología para dar un tratamiento formal de este asunto.

En primera instancia debemos recordar que desde el comienzo de este documento se ha venido dando el tratamiento formal del campo de radiación desde una perspectiva de una representación vectorial compleja y luego para efectos de arribar a la GNLSE se redujo a una representación escalar, donde además se han presupuestado las hipótesis de estacionalidad y ergodicidad para dicho campo. Por estacionalidad se entiende que en el caso de hacer un promedio de muchos eventos (como por ejemplo, a lo hora de medir una densidad espectral por medio de un OSA) el resultado es independiente del momento de inicio de la medida y del tiempo en que demora la maniobra de medida, pues ella corresponde al promedio de muchísimos eventos. De otro lado, la ergodicidad se hace necesaria aquí por el carácter ultrarrápido de las oscilaciones del sujeto de estudio, típicamente radiación UV-VIS-NIR, pues bajo esta hipótesis entonces podemos tratar a los promedios de ensambles que nos brinda el OSA como si fueran promedios temporales de un evento cualesquiera, recordar que usamos láseres de femtosegundo pulsados a una tasa de 81.8 MHz y que como consecuencia el SC así producido también es pulsado y ultrarrápido y por tanto, basados en esta hipótesis construiremos conjuntos estadísticos de datos a partir de la GNLSEE y el estudio de estos conjuntos estadísticos con base en esta hipótesis nos permite representar el SC medido como una serie de eventos colectados en el tiempo (Born, 1999).

4.2.1 Interferencia de Dos Haces Parcialmente Coherentes

Consideremos una fuente extendida que produce un campo escalar, escalar, pues no se están considerando efectos asociados a la polarización pues asumimos que la fibra estudiada posee un comportamiento de mantener la polarización (Price, 2003), policromático, $V^{(r)}(P,t)$ que posee una señal analítica asociada $V(P,t)$. Para una señal de este tipo, la intensidad espectral $I(P)$ corresponderá a un observable natural que podemos hacer para ella, el cual se corresponde con el promedio de un gran número de ciclos de señal, debido su alta frecuencia de oscilación y a los tiempos de integración electrónicos

accesibles. De la teoría del tratamiento de señales analíticas (Gabor, 1946) se tiene que esta intensidad espectral se puede escribir como sigue:

$$I(P) = 2\langle V^{(r)2}(P, t) \rangle = \langle V(P, t)V^*(P, t) \rangle \quad (4.1)$$

Consideremos ahora la siguiente situación esquematizada por la **figura 4.1**.

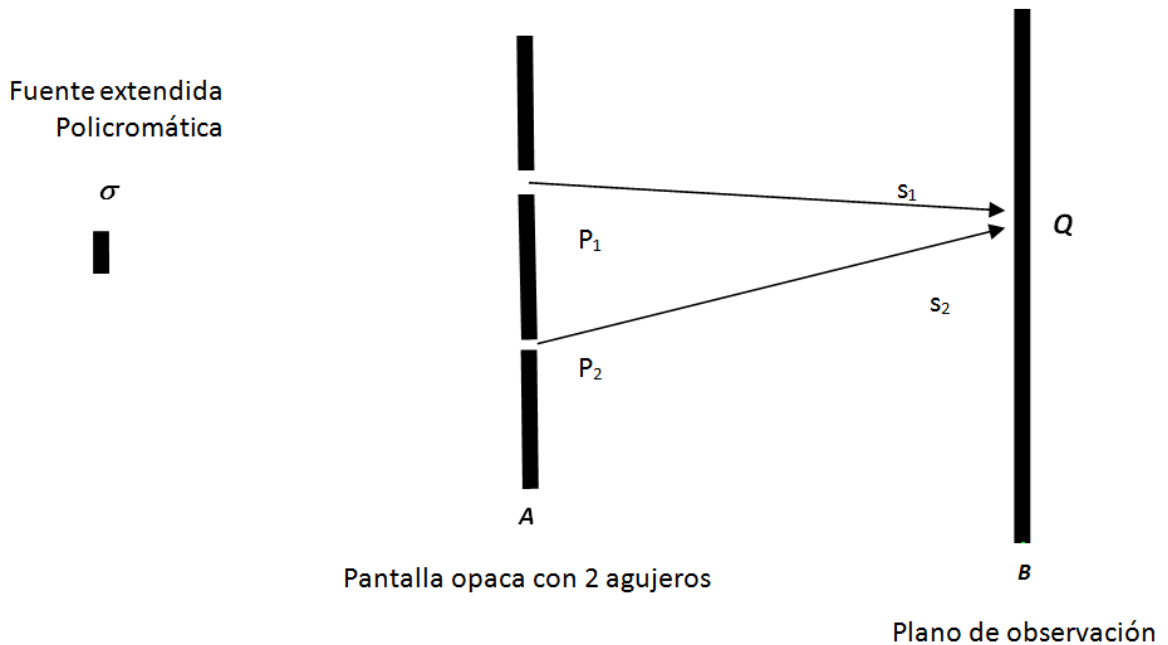


Figura 4.1 La figura ilustra esquemáticamente un experimento de interferencia que asume a la fuente σ como policromática y extendida. Adaptado de Born (Born, 1999)

Para esta situación podemos pensar en medir las intensidades en las fuentes secundarias P_1 y P_2 y además medir los efectos de interferencia que ellas producen en un punto Q sobre el plano de observación. Si las distancias de las fuentes P_1 y P_2 al plano de observación son s_1 y s_2 respectivamente, entonces, asumiendo que tenemos un medio de propagación con índice de refracción igual a 1 y que las fuentes secundarias se encuentran fuera de fase respecto a la primaria por un factor de $\pi/2$ (Born, 1999), entonces los propagadores K_1 y K_2 de estas fuentes hasta el punto Q sobre el plano de observación (con $t_1 = s_1/c$ y $t_2 = s_2/c$; y c = velocidad de la Luz) deben ser imaginarios y deben contener información detallada de la distancia al plano de observación y de la forma y características de los agujeros donde

ellas se originan y la superposición en Q que describe esta interferencia se puede escribir como sigue:

$$V(Q, t) = K_1 V(P_1, t - t_1) + K_2 V(P_2, t - t_2) \quad (4.2)$$

Por tanto, la intensidad en Q se puede escribir como sigue:

$$\begin{aligned} I(Q) = & K_1 K_1^* \langle V_1(P_1, t - t_1) V_1^*(P_1, t - t_1) \rangle + K_2 K_2^* \langle V_2(P_2, t - t_2) V_2^*(P_2, t - t_2) \rangle \\ & + K_1 K_2^* \langle V_1(P_1, t - t_1) V_2^*(P_2, t - t_2) \rangle \\ & + K_2 K_1^* \langle V_2(P_2, t - t_2) V_1^*(P_1, t - t_1) \rangle \end{aligned} \quad (4.3)$$

Ahora, teniendo en cuenta la hipótesis de estacionalidad que nos permite escoger el origen del tiempo a conveniencia y la condición imaginaria del propagador mencionado arriba, es fácil notar que la intensidad de esta interferencia se puede expresar como sigue:

$$\begin{aligned} I(Q) = & |K_1|^2 \langle V_1(P_1, t) V_1^*(P_1, t) \rangle + |K_2|^2 \langle V_2(P_2, t) V_2^*(P_2, t) \rangle + K_1 K_2^* \langle V_1(P_1, t) V_2^*(P_2, t) \rangle \\ & + K_2 K_1^* \langle V_2(P_2, t) V_1^*(P_1, t) \rangle \end{aligned} \quad (4.4)$$

Al simplificar,

$$I_1(P_1, t) = \langle V_1(P_1, t) V_1^*(P_1, t) \rangle, \quad I_2(P_2, t) = \langle V_2(P_2, t) V_2^*(P_2, t) \rangle, \quad (4.5)$$

y si luego se hace,

$$\begin{aligned} 2|K_1 K_2| \text{Re} \langle V_1(P_1, t) V_2^*(P_2, t) \rangle \\ = K_1 K_2^* \langle V_1(P_1, t) V_2^*(P_2, t) \rangle + K_2 K_1^* \langle V_2(P_2, t) V_1^*(P_1, t) \rangle, \end{aligned} \quad (4.6)$$

y se define, $\Gamma_{12}^{(r)}\left(\frac{S_2-S_1}{c}\right) = \text{Re}\langle V_1(P_1, t)V_2^*(P_2, t) \rangle$, queda:

$$I(Q) = |K_1|^2 I_1(P_1, t) + |K_2|^2 I_2(P_2, t) + 2|K_1 K_2| \Gamma_{12}^{(r)}\left(\frac{S_2 - S_1}{c}\right), \quad (4.7)$$

aquí, $\tau = \frac{S_2-S_1}{c}$ representa al intervalo temporal que separa a las oscilaciones que emergen de las fuentes.

4.2.2 Función de Coherencia Mutua y Grado de Coherencia Complejo

La función compleja definida arriba, $\Gamma_{12}(\tau) = \langle V_1(P_1, t + \tau)V_2^*(P_2, t) \rangle$ es la que porta los efectos de interferencia entre estas fuentes, por ello, se le denomina función de coherencia mutua, la cual por ejemplo, en el caso especial $P_2 = P_1$ y $\tau = 0$ brinda la irradiancia o intensidad de la fuente en P_1 , $\Gamma_{11}(0) = \langle V_1(P_1, t)V_1^*(P_1, t) \rangle = I_1(P, t)$, y si $P_2 = P_1$, pero $\tau \neq 0$, se obtiene la auto coherencia de la fuente en P_1 , $\Gamma_{11}(\tau) = \langle V_1(P_1, t + \tau)V_1^*(P_1, t) \rangle$, también es claro que si se cierra uno de los dos agujeros en la pantalla los términos $|K_1|^2 I_1$ y $|K_2|^2 I_2$ representan las irradiancias o intensidades propagadas hasta el punto Q sobre el plano de observación respectivamente, por ello la expresión anterior se puede reescribir como sigue:

$$I(Q, t) = I_1(Q, t) + I_2(Q, t) + 2|K_1 K_2| \Gamma_{12}^{(r)}\left(\frac{S_2 - S_1}{c}\right) \quad (4.8)$$

Ahora, si se define la variable normalizada grado de coherencia complejo así,

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)}\sqrt{\Gamma_{22}(0)}} = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}} \quad (4.9)$$

Se puede notar que la interferencia en Q debido a las fuentes en P_1 y P_2 , finalmente se puede escribir de la siguiente manera:

$$I(Q, t) = I_1(Q, t) + I_2(Q, t) + 2\sqrt{I_1(Q)}\sqrt{I_2(Q)} \gamma_{12}^{(r)}\left(\frac{S_2 - S_1}{c}\right) \quad (4.10)$$

Esta ecuación se denomina ley general de interferencia para campos ópticos estacionarios, esta expresión nos enseña que para determinar lo que ocurre al superponer dos haces en un experimento del tipo de Young de división de frente de onda se requiere conocer la parte real del grado de coherencia complejo de esta fuente definido arriba.

Ahora, en el caso que nos atañe para esta tesis, donde estudiamos la interferencia en Q por medio de un interferómetro de brazos desiguales del tipo Michelson, donde en un divisor de haz “beam splitter” B.S. se hace una división de la amplitud del frente de onda esta expresión sigue siendo válida si se asume que la dispersión del medio es despreciable. En nuestro caso, lo asumiremos así.

Pero para analizar las medidas hechas durante la fase experimental en Pavía, notamos que no se colectaron medidas de la irradianza como función del tiempo, sino medidas espectrales o densidades espectrales de potencia (PSD) en el punto Q que corresponde al núcleo de la fibra óptica que sirve de medio de entrada al interferómetro de medida. Por ello es necesario rehacer todo el cálculo anterior y expresarlo de tal manera que quede en términos de las densidades espectrales medidas, PSD, veamos cómo B&W en este capítulo X que sucintamente resumo aquí llegan a una expresión que me permita hacer un experimento y un tratamiento de datos para lograr el propósito de medida de este trabajo, que es la medida de la coherencia espectral (estabilidad) del supercontinuo.

4.2.3 Interferencia de Dos Haces Parcialmente Coherentes, Visión Espectral

Siguiendo el tratamiento anterior, pero ahora haciendo énfasis a partir de las funciones de auto coherencia y coherencia mutua allí definidas, para expresar los resultados de la interferencia en el punto B sobre el plano de observación que nos interesa, podemos reescribir todo esto de nuevo de la siguiente manera:

$$V(Q, t) = K_1 V(P_1, t - t_1) + K_2 V(P_2, t - t_2) \quad (4.11)$$

Si ahora por conveniencia y sin perder generalidad asumimos que, $K_1 = K_2 = K$ (pues se utilizó una placa compensadora en el brazo corto del interferómetro), entonces la función de auto coherencia de luz en Q se puede expresar como sigue:

$$\Gamma(Q, Q, \tau) = \langle V(Q, t + \tau) V^*(Q, t) \rangle \quad (4.12)$$

Donde como antes $\tau = \frac{s_2 - s_1}{c}$ representa al intervalo temporal que distancia las oscilaciones que emergen de las fuentes.

$$\begin{aligned} \Gamma(Q, Q, \tau) = |K|^2 \{ & \langle V_1(P_1, t - t_1 + \tau) V_1^*(P_1, t - t_1) \rangle + \langle V_2(P_2, t - t_2 + \tau) V_2^*(P_2, t - t_2) \rangle \\ & + \langle V_1(P_1, t - t_1 + \tau) V_2^*(P_2, t - t_2) \rangle \\ & + \langle V_2(P_2, t - t_2 + \tau) V_1^*(P_1, t - t_1) \rangle \} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Ahora, teniendo en cuenta la hipótesis de estacionalidad que nos permite escoger el origen del tiempo a conveniencia, y en concordancia con las definiciones de auto coherencia y coherencia mutua, hechas en la sección anterior se puede notar que la función de auto correlación $\Gamma(Q, Q, \tau)$ se re expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \Gamma(Q, Q, \tau) = |K|^2 \{ & \Gamma_{11}(Q, Q, \tau) + \Gamma_{22}(Q, Q, \tau) + \Gamma_{12}(Q, Q, t_2 - t_1 + \tau) \\ & + \Gamma_{12}(Q, Q, t_1 - t_2 + \tau) \} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Para continuar debemos tomar transformadas de Fourier de esta expresión, pero para ello conviene primero mostrar las siguientes definiciones.

4.2.4 Representación Compleja y de Fourier de Campos Reales Policromáticos

Sean el par de representaciones de Fourier de la función de campo “campo real truncado” que describe a una componente de campo eléctrico observado en P

$$V_T^r(P, t) = \int_{-\infty}^{\infty} v_T(P, \nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu, \quad (4.15)$$

y su inversa,

$$V_T^r(P, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} v_T(P, t) e^{2\pi i \nu t} dt. \quad (4.16)$$

Por tanto, si se calcula el promedio temporal de un conjunto de medidas (truncadas) del campo observado en B tomadas durante un intervalo temporal de ancho T y luego se calcula el límite para cuando T tiende a infinito (mecanismo de suavizado sobre el conjunto de funciones aleatorias $V^{(r)}$), se obtiene:

$$\begin{aligned} \langle V^{(r)}(P_1, t + \tau) V^{(r)}(P_2, t) \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{\left\langle \int_{-\infty}^{\infty} V_T^{(r)}(P_1, t + \tau) V_T^{(r)}(P_2, t) dt \right\rangle} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{\left\langle \int_{-\infty}^{\infty} V_T^{(r)}(P_2, t) \left[\int_{-\infty}^{\infty} v_T(P_1, \nu) e^{-2\pi i \nu(t + \tau)} d\nu \right] dt \right\rangle} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{\left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} V_T^{(r)}(P_2, t) e^{-2\pi i \nu t} dt \right] v_T(P_1, \nu) e^{-2\pi i \nu \tau} d\nu \right\rangle} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{v_T(P_1, \nu) v_T^*(P_2, \nu)}{2T} \right] e^{-2\pi i \nu \tau} d\nu \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} G_{12}(\nu) e^{-2\pi i \nu \tau} d\nu \end{aligned} \quad (4.17)$$

Donde se ha definido la densidad espectral mutua $G_{12}(\nu)$ de las vibraciones de la luz en P_1 y P_2 , la cual es una generalización del concepto de densidad espectral cuando P_1 y P_2 coinciden, como sigue:

$$G_{12}(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{v_T(P_1, \nu) v_T^*(P_2, \nu)}{2T} \right]. \quad (4.18)$$

Además, es notorio entonces que la función de correlación real $\langle V^{(r)}(P_1, t + \tau) V^{(r)}(P_2, t) \rangle$ y la densidad espectral mutua $G_{12}(\nu)$ forman un par transformado Fourier y su inversa. Ahora, si se pasa a la representación compleja usando el concepto de señal analítica de Gabor, asociada con la señal real de un campo policromático observado $V_T^{(r)}(P_1, t)$ según se muestra con detalle en la sección 10.2 de B&W se tiene:

$$V_T(P, t) = 2 \int_0^\infty v_T(\nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu. \quad (4.19)$$

4.2.4.1 Densidad Espectral de Potencia y Densidad Espectral Cruzada

Hecho esto, y siguiendo un análisis similar al anterior

$$\Gamma_{12}(Q, Q, t_1 - t_2 + \tau) = \langle V(P_1, t + \tau) V^{(r)}(P_2, t) \rangle = 4 \int_0^\infty G_{12}(\nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu, \quad (4.20)$$

y por tanto si $P_1 = P_2 = P$, se tiene,

$$\langle V^{(r)}(P, t + \tau) V^{(r)}(P, t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S(P, \nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu, \quad (4.21)$$

$$\langle V(P, t + \tau) V^*(P, t) \rangle = 4 \int_0^{\infty} S(P, \nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu, \quad (4.22)$$

siendo,

$$S(P, \nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{v_T(P, \nu) v_T^*(P, \nu)}{2T} \right], \quad (4.23)$$

la densidad espectral en el punto P. Como puede notarse, la función de correlación real y la densidad espectral conforman un par transformado de Fourier y su inversa. Además por no contener componentes espectrales negativas, la función de coherencia mutua Γ_{12} es una señal analítica en el sentido de B&W y por tanto, sus componentes real e imaginaria están ligadas por medio de la transformada Hilbert de la función de coherencia mutua real como sigue:

$$\Gamma_{12}(\tau) = \Gamma_{12}^{(r)}(\tau) + i\Gamma_{12}^{(i)}(\tau) \quad (4.24)$$

Donde,

$$\Gamma_{12}^{(i)}(\tau) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma_{12}^{(r)}(\tau')}{\tau' - \tau} d\tau' \quad \text{y} \quad \Gamma_{12}^{(r)}(\tau) = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma_{12}^{(i)}(\tau')}{\tau' - \tau} d\tau' \quad (4.25)$$

Interesantemente resulta que $|\Gamma_{12}(\tau)|$ coincide ser la envolvente de la función real $\Gamma_{12}(\tau)$ y además debido a que $G_{12}(\nu)$ es la transformada de Fourier de una función real se cumple que $G_{12}(-\nu) = G_{12}^*(\nu)$. Con lo anterior entonces se tiene:

$$\Gamma_{12}^{(r)}(\tau) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} G_{12}(\nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu = 2 \langle V^{(r)}(P_1, t + \tau) V^{(r)}(P_2, t) \rangle, \quad (4.26)$$

Por tanto, $|\gamma_{12}(\tau)|$ representa la envolvente de la función de correlación real

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}^{(r)}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)}\sqrt{\Gamma_{22}(0)}} = \frac{\langle V^{(r)}(P_1, t + \tau)V^{(r)}(P_2, t) \rangle}{\sqrt{\langle V^{(r)2}(P_1, t) \rangle}\sqrt{\langle V^{(r)2}(P_2, t) \rangle}} . \quad (4.27)$$

4.2.5 Función de Coherencia Espectral Mutua y Grado Espectral de Coherencia Complejo

Mediante la transformada de Fourier de $\Gamma_{12}(Q, Q, \tau)$ (y definiciones mostradas arriba), se puede mostrar que para la distribución espectral de la luz que llega al punto B sobre plano de observación se obtiene:

$$S(Q, \nu) = |K|^2 \{ S(P_1, \nu) + S(P_2, \nu) + G(P_2, P_1, t_2 - t_1 + \nu)e^{+i\delta} + G(P_1, P_2, t_1 - t_2 + \nu)e^{-i\delta} \}; \quad \nu \geq 0, \quad (4.28)$$

y, $\delta = 2\pi\nu(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(s_2 - s_1)$. Ahora, gracias a que $G(P_2, P_1, t_2 - t_1 + \nu)$ y $G(P_1, P_2, t_1 - t_2 + \nu)$ son un par complejo conjugado,

$$S(Q, \nu) = |K|^2 \{ S(P_1, \nu) + S(P_2, \nu) + 2\text{Re}[G(P_1, P_2, \nu)e^{-i\delta}] \} \quad (4.29)$$

Aunque esta expresión resume el propósito de todo este cálculo, al igual que para la representación temporal de la interferencia, resulta más adecuado hacer un par de definiciones que simplifiquen y faciliten el proceso de medida que nos interesa, veamos cómo.

Primero se define la densidad espectral normalizada o grado de coherencia espectral como:

$$\mu_{12}(\nu) = \frac{G(P_1, P_2, \nu)}{\sqrt{S(P_1, \nu)}\sqrt{S(P_2, \nu)}} \quad (4.30)$$

La cual, es una medida de las correlaciones, para dos puntos del campo de radiación P_1 y P_2 , de las componentes espectrales a la frecuencia ν , en el apéndice VIII de B&W además muestran que la magnitud de esta cantidad está acotada y toma valores entre 0 y 1.

$$0 \leq |\mu_{12}(\nu)| \leq 1 \quad (4.31)$$

Con esto, nos queda:

$$S(Q, \nu) = |K|^2 \left\{ S(P_1, \nu) + S(P_2, \nu) + 2\sqrt{S(P_1, \nu)}\sqrt{S(P_2, \nu)} |\mu_{12}(\nu)| [\beta_{12}(\nu) + \delta] \right\} \quad (4.32)$$

Y luego, al igual de lo que se hizo para la determinación del grado de coherencia complejo $\gamma_{12}(\tau)$ (expresión temporal de la coherencia), este resultado se puede expresar en términos de las densidades espectrales propagadas desde P_1 y P_2 hasta el punto Q sobre el plano de observación B: $S^{(1)}(Q, \nu) = |K|^2 S(P_1, \nu)$; $S^{(2)}(Q, \nu) = |K|^2 S(P_2, \nu)$, con esto finalmente queda:

$$S(Q, \nu) = S^{(1)}(Q, \nu) + S^{(2)}(Q, \nu) + 2\sqrt{S^{(1)}(Q, \nu)}\sqrt{S^{(2)}(Q, \nu)} \mathbf{Re}\{\mu_{12}(\nu)e^{-i\delta}\}, \quad (4.33)$$

o,

$$S(Q, \nu) = S^{(1)}(Q, \nu) + S^{(2)}(Q, \nu) + 2\sqrt{S^{(1)}(Q, \nu)}\sqrt{S^{(2)}(Q, \nu)} |\mu_{12}(\nu)| \cos[\beta_{12}(\nu) - \delta], \quad (4.34)$$

donde, $\beta_{12}(\nu) = \arg(\mu_{12}(\nu))$.

Esta es la expresión para la ley de interferencia espectral entre dos haces de cualquier estado de coherencia, la cual, a diferencia de la ley para la interferencia espacio-temporal de dos haces de cualquier estado de coherencia que describe la variación en la irradianza o intensidad promedio observada en la región de superposición, esta última describe los efectos espacio-espectrales que ocurren sobre los espectros de dos haces originados en P_1 y P_2 al superponerlos en Q.

Una interpretación de este resultado nos lleva a dos escenarios:

- (1) Si se fija la frecuencia, se observa que la densidad espectral varía sinusoidalmente con la frecuencia conforme se mueve el punto Q sobre el plano de observación, podíamos hablar de que la distribución espacial de energía sobre el frente de onda se ve modificada fruto de los efectos del grado de coherencia espectral de la fuente.
- (2) En el segundo escenario, en vez de fijar la frecuencia a observar se fija, el punto Q de observación y se mira todo el contenido espectral de frecuencias de la fuente, aquí como se puede notar de esta expresión lo que se observa es una inesperada modulación sinusoidal de las componentes espectrales de la fuente. Este fenómeno llamó notoriamente la atención cuando fue descubierto y publicado por E. Wolf & J. Daniel en 1996 (Wolf, 1996) quien lo denominó “correlation induced spectral changes”. La severidad de estos cambios en el espectro dependerá entonces del grado de coherencia espectral de la fuente y la rapidez de su modulación se manifiesta a través de la función de fase.

Con miras al análisis de datos que se sigue y teniendo en cuenta el carácter pulsado de la fuente usada, es importante notar también que la diferencia de camino expresada por medio de la diferencia de fase $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(s_2 - s_1)$ entre estas fuentes no afecta la modulación que se espera observar en el espectro, por ello, mientras se garantice que existe superposición de estos pulsos en Q sobre el plano de observación B, podemos asumir que este factor de fase es cero $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(s_2 - s_1) = 0$, pues se ajustó en el brazo móvil del interferómetro para que esta superposición y correspondiente interferencia se observara como se muestra en la **Figura 6.6**.

$$S(Q, \nu) = S^{(1)}(Q, \nu) + S^{(2)}(Q, \nu) + 2\sqrt{S^{(1)}(Q, \nu)}\sqrt{S^{(2)}(Q, \nu)} \mathbf{Re}\{\mu_{12}(\nu)\}, \quad (4.35)$$

o,

$$S(Q, \nu) = S^{(1)}(Q, \nu) + S^{(2)}(Q, \nu) + 2\sqrt{S^{(1)}(Q, \nu)}\sqrt{S^{(2)}(Q, \nu)} |\mu_{12}(\nu)| \cos(\beta_{12}(\nu)). \quad (4.36)$$

De esta manera queda expresada la ley de interferencia espectral. Ella nos dicta entonces la forma en la que se podría hacer un diseño experimental y determinar las propiedades de coherencia espectral de una fuente de luz de amplio espectro, como es el caso de la luz Supercontinua que se estudia y se quiere caracterizar con este trabajo.

Si ahora consideramos las situaciones en las que el factor de fase es tal que $[\beta_{12}(\nu) - \delta] = \pm n\pi$ y por ende el $\cos[\beta_{12}(\nu) - \delta]$ alcanza sus valores extremos $\cos[\pm n\pi] = \pm 1$

$$S_{max}(Q, \nu) = S^{(1)}(Q, \nu) + S^{(2)}(Q, \nu) + 2\sqrt{S^{(1)}(Q, \nu)}\sqrt{S^{(2)}(Q, \nu)} |\mu_{12}(\nu)| \quad (4.37)$$

$$S_{min}(Q, \nu) = S^{(1)}(Q, \nu) + S^{(2)}(Q, \nu) - 2\sqrt{S^{(1)}(Q, \nu)}\sqrt{S^{(2)}(Q, \nu)} |\mu_{12}(\nu)| \quad (4.38)$$

Entonces, al igual que para la representación espacio temporal de la interferencia introducida por Michelson, se define la visibilidad espectral de las franjas de interferencia en el entorno del punto Q sobre el plano de observación B, tomando estos dos casos extremos de la siguiente manera:

$$v(Q, \nu) = \frac{S_{max}(Q, \nu) - S_{min}(Q, \nu)}{S_{max}(Q, \nu) + S_{min}(Q, \nu)} = \frac{2\sqrt{S^{(1)}(Q, \nu)}\sqrt{S^{(2)}(Q, \nu)} |\mu_{12}(\nu)|}{(S^{(1)}(Q, \nu) + S^{(2)}(Q, \nu))} . \quad (4.39)$$

De donde finalmente se obtienen todos los elementos para hacer el diseño experimental y el análisis necesario para determinar la magnitud del grado de coherencia espectral de esta fuente.

$$|\mu_{12}(\nu)| = \frac{(S^{(1)}(Q, \nu) + S^{(2)}(Q, \nu))}{2\sqrt{S^{(1)}(Q, \nu)}\sqrt{S^{(2)}(Q, \nu)}} v(Q, \nu) . \quad (4.40)$$

En cuanto a la determinación experimental de la fase, como se mencionó arriba, esta se puede determinar ahora a partir de la condición para cuando se toma el máximo valor para la densidad espectral de esta superposición, esto es para cuando:

$$[\beta_{12}(\nu) - \delta] = \pm 2n\pi , \quad (4.41)$$

$$\beta_{12}(\nu) = \delta \pm 2n\pi . \quad (4.42)$$

Lo cual en la práctica se traduce en que salvo el factor de diferencia de fase absoluta que se puede asumir arbitrariamente como cero en algún máximo el espectro, de ahí en adelante la fase aumentará monótonamente en un factor de 2π cada vez que la densidad espectral pasa por su máximo en las oscilaciones que caracterizan a las franjas de interferencia espectral.

Pero en caso de la presencia de ruido de fase, este aparece como fluctuaciones súbitas en el patrón oscilatorio de este espectro que de ser muy apreciable arruina por completo el interés en su estimación, indicando que la fuente está dejando de ser una fuente de luz láser espectralmente coherente y empieza a asemejarse a una fuente térmica no coherente y por tanto ruidosa.

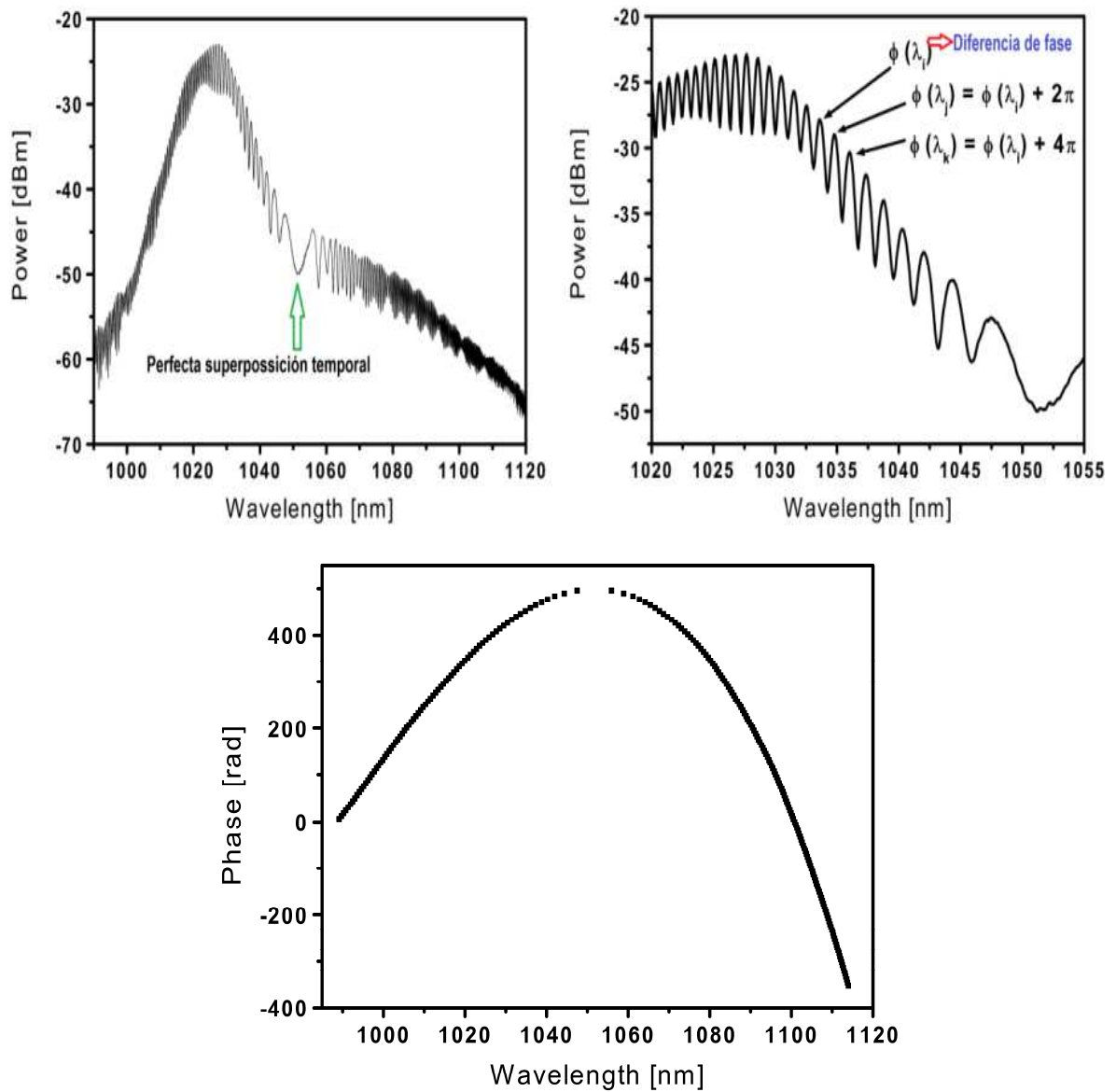


Figura 4.2 Ilustración del proceso de asignación de la fase total para un espectro de interferencia policromático libre de ruido de fase. Adaptado de Andersen (Andersen, 2006)

En conclusión, el diseño experimental que nos permita tomar datos y hacer el procesamiento y análisis de estos datos que nos permita determinar las propiedades de coherencia de esta fuente de luz, lo haremos con respecto a la medición de las variables que estas dos últimas expresiones **Ec. 4.39** y **Ec. 4.40** requieren como entrada; este tema se cubrirá en detalle el **Capítulo 6**.

Capítulo 5

Solución Numérica de la GNLSEE y Simulación Estocástica del Grado de Coherencia Espectral del Supercontinuo

Dado que toda la dinámica que hemos estado estudiando se encuentra implícita dentro de la GNLSEE y a que el grado de complejidad que esta presenta a simple vista impide proponer interpretaciones sobre la dinámica que gobierna más detalladas de las dadas en el capítulo 3, entonces se debe tener una forma de dar una solución numérica esta ecuación para poder construir soluciones, interpretarlas y de ahí contrastar estos datos simulados versus las medidas.

Hasta hoy no se conocen soluciones analíticas generales de la GNLSEE ni de muchas de sus variantes más sencillas, salvo el caso de la NLS (Shabat, 1972) que describe el comportamiento de los solitones, asunto que ya mencionamos en el **Capítulo 3** y que por demás corresponde al corazón de toda esta supraestructura generalizada en la GNLSEE. Como vimos, algunos pocos casos se pueden interpretar como soluciones perturbativas de este caso elemental. Pero en general si se quiere ir más allá de este enfoque perturbativo fenomenológico básico, hay necesidad de recurrir a usar métodos numéricos para dar una solución aproximada a la GNLSEE. Afortunadamente a partir del trabajo de Hasegawa & Tappert (Hasegawa, 1973) durante los últimos 40 años se han desarrollado una gran variedad de métodos de diversa índole para atacar el problema de la solución numérica de la NLS y todas sus variantes posteriores. En ellos además de proponerse una solución numérica como tal, se busca satisfacer diversos requisitos como eficiencia, exactitud y versatilidad de implementación.

Entre los métodos más populares, se encuentran los métodos por diferencias finitas y los métodos pseudo espectrales, en especial este último tiene mucha acogida por su nivel de exactitud versus el tiempo de cómputo requerido.

5.1 Método Simetrizado de Paso Dividido de Fourier o “Symmetrized-Split-Step-Fourier Method” (S.S.S.F.M.)

Este método y sus variantes son quizá unos de los más usados por toda la comunidad que estudia la propagación de pulsos intensos en fibras ópticas y es el que se escogió implementar para realizar todo el trabajo de simulación de la GNLSEE que se va a presentar de ahora en adelante.

Para proceder a describir el método de integración S.S.S.F.M. es conveniente primero reescribir de una manera operacional la estructura de la ecuación GNLSE no estocástica y recordar además que para efectos de la simulación los términos estocásticos quedaron implícitos dentro de la misma densidad de amplitud de campo estocástica $\mathcal{A}$, conservando la misma estructura que la ecuación no estocástica por tanto:

$$\frac{\partial \mathcal{A}(z, T)}{\partial z} = [\hat{D} + \hat{N}] \mathcal{A}(z, T) \quad (5.1)$$

Donde,

$$\hat{D} \left(\frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} \right) = i \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} - \frac{1}{2} \alpha_0 \quad (5.2)$$

y

$$\hat{N}(z, t) \mathcal{A}(z, T) = i\gamma_0 \left[1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right] \mathcal{A}(z, T) \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |\mathcal{A}(z, T - t')|^2 dt' \quad (5.3)$$

Como se puede notar $\hat{D}(\frac{i^n \partial^n}{\partial t^n})$ es un operador diferencial lineal que da cuenta del efecto de la dispersión cromática y de las pérdidas que sufre un pulso al propagarse por la fibra, mientras que $\hat{N}$ es un operador integro diferencial no lineal que da cuenta de todos los efectos no lineales que actúan sobre el pulso en propagación, efectos como SPM, XPM, Kerr, S.S. y Raman entre otros.

La genialidad de la propuesta ideada por Tappert et al (Tappert, 1972); (Hardin, 1973) al desarrollar este método radica en el hecho de que se asume que si el tamaño del paso h con

el que se recorre la fibra al propagar del pulso de entrada es muy pequeño, entonces se puede entender que el resultado de esta propagación es como si se hiciera en dos etapas o pasos intermedios, el paso lineal se hace en el dominio de frecuencia y el otro paso el no lineal se hace en el dominio del tiempo y de frecuencia, los cuales se hacen en consecutivo e independientemente del otro, luego se concatenan y dan como resultado, la propagación completa del pulso para este pequeño paso.

En una de esta etapas se asume que uno de los dos operadores definidos arriba es cero, digamos $\hat{N} = 0$ y se procede a realizar la integración operacional de la ecuación que queda,

$$\frac{\partial \mathcal{A}(z, T)}{\partial z} = \hat{D} \mathcal{A}(z, T) \implies \mathcal{A}(z + \mathbf{h}, T) = e^{h\hat{D}} \mathcal{A}(z, T) \quad (5.4)$$

Luego se procede asumiendo que el otro operador ahora es cero $\hat{D} = 0$ y se hace lo propio de nuevo como sigue:

$$\frac{\partial \mathcal{A}(z, T)}{\partial z} = \hat{N} \mathcal{A}(z, T) \implies \mathcal{A}(z + \mathbf{h}, T) = e^{h\hat{N}} \mathcal{A}(z, T) \quad (5.5)$$

Una vez hecho esto, se construye el resultado preliminar sobre $\mathcal{A}(z, T)$ como fruto de la acción consecutiva de estos dos operadores y se llega a la amplitud de campo propagada una distancia h , $\mathcal{A}(z + \mathbf{h}, T)$, para el cual la hipótesis fundamental de esta propuesta es que si el tamaño del paso seleccionado es lo suficientemente pequeño la aproximación será tan exacta como se quiera, quedando:

$$\mathcal{A}(z + \mathbf{h}, T) \cong e^{h\hat{D}} e^{h\hat{N}} \mathcal{A}(z, T) \quad (5.6)$$

Aunque operacionalmente está indicada la respuesta, aún falta concretar los detalles operativos para poder proceder numéricamente. Para ello lo primero es notar que la presentación diferencial operacional de la GNLSE dada arriba en el dominio del tiempo, se

puede representar equivalentemente transformándola al dominio de frecuencia en donde su interpretación numérica se hace más expedita, veamos:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\left\{\hat{D}\left(\frac{i^n \partial^n}{\partial t^n}\right)\mathcal{A}(z, T)\right\} &= \mathcal{F}\left\{\left(i \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} \frac{i^n \partial^n}{\partial t^n} - \frac{1}{2} \alpha_0\right)\mathcal{A}(z, T)\right\} \\ \Rightarrow \hat{D}(\omega) &= \left(i \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\beta_n}{n!} (\omega - \omega_0)^n - \frac{1}{2} \alpha_0\right)\mathcal{A}(z, \omega)\end{aligned}\quad (5.7)$$

Donde se ha utilizado repetidamente la propiedad, $\frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow -i(\omega - \omega_0)$, para hacer la transformación de Fourier la derivada de una función. Concluido este paso, vemos que desde el punto de vista numérico, el efecto dispersivo sobre la propagación en el dominio de frecuencia, se reduce a simplemente hacer una multiplicación de la transformada de la envolvente del campo por el polinomio de Taylor que representa la dispersión por velocidad de grupo de la fibra, el polinomio de Taylor debe ser evaluado alrededor de la frecuencia de la portadora ω_0 de la envolvente de la impulsión de entrada.

También se encontró que es indispensable para dar buena cuenta de los detalles de la dinámica de las componentes espectrales dentro del pulso durante el proceso de simulación del ensanchamiento y viaje por la fibra, incluir directamente en la simulación de la GNLSEE, bien sea la curva de dispersión obtenida con todo detalle luego de modelar o medir las propiedades modales de la fibra o si se han obtenido los coeficientes de dispersión, se debe tener especial cuidado en que estos deben tomarse hasta el grado del polinomio necesario de tal manera que el polinomio de Taylor para las dispersiones usado efectivamente incluya a tantos términos como sea conveniente para representar “adecuadamente” a la dispersión curva de dispersión en todo el dominio de frecuencias que se espera abarque el supercontinuo a observar. Para ello por tanto, al hacer el proceso de regresión de mínimos cuadrados a los datos de la dispersión obtenidos con el software usado para obtener las propiedades modales de la fibra, en este estudio se usó para ello la ayuda del software COMSOL y las constante de propagación se usó directamente de la gráfica generada a partir de COMSOL, se debe usar un polinomio de alto grado para hacer el proceso de regresión y así en tal caso, dichos coeficientes se pueden usar en reemplazo de los primeros (Frosz, 2006).

De igual manera se procede con el operador no lineal, pero a diferencia de la dispersión, su dependencia en z impide dar una solución exacta, quedando indicada su acción de la siguiente manera:

$$\mathcal{F}\{\hat{N}(z, t)\mathcal{A}(z, T)\} = \mathcal{F}\left\{i\gamma_0\left[1 + \frac{i\partial}{\omega_0\partial t}\right]\mathcal{A}(z, T)\int_{-\infty}^{\infty} R(t')|\mathcal{A}(z, T - t')|^2 dt'\right\}, \quad (5.8a)$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{yields} \hat{N}(z, \omega)\mathcal{A}(z, \omega) &= i\gamma_0\left[1 + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right]\mathcal{F}\left\{\mathcal{A}(z, T)\int_{-\infty}^{\infty} R(t')|\mathcal{A}(z, T - t')|^2 dt'\right\} \\ &= i\gamma_0\left[1 + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right]\mathcal{F}\left\{\mathcal{A}(z, T) * \mathcal{F}^{-1}\left(\tilde{R}(\omega)\mathcal{F}|\mathcal{A}(z, T - t')|^2\right)\right\} \quad (5.8b) \end{aligned}$$

Finalmente se tiene

$$\hat{N}(z, \omega)\mathcal{A}(z, \omega) = i\gamma_0\left[1 + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right]\mathcal{F}\left\{\mathcal{A}(z, T) * \mathcal{F}^{-1}\left(\tilde{R}(\omega)\mathcal{F}|\mathcal{A}(z, T - t')|^2\right)\right\}. \quad (5.9)$$

En este punto, debemos notar que para el caso del silicio, en ausencia de datos experimentales sobre la función de respuesta Raman $h_R(t)$, se debe tomar la propuesta de Blow & Wood u otra generalización que se disponga, en este caso su transformada es (Frosz, 2007):

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{R(t)\} &= \mathcal{F}\{(1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t)\} = (1 - f_R) + f_R \mathcal{F}\{h_R(t)\} \\ &= (1 - f_R) + \mathcal{F}\left\{\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \tau_2^2} e^{-t/\tau_2} \sin(t/\tau_1) \Theta(t)\right\} \\ &= (1 - f_R) + \left\{\frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_2^2 - \tau_1^2(i + \tau_2(\omega - \omega_0))^2}\right\} \quad (5.10) \end{aligned}$$

Afortunadamente en este trabajo, y gracias a la comunicación privada recibida de parte del Profesor J. Dudley, como parte de su Software de Simulación (Dudley, 2011) este incluye directamente a la función de respuesta Raman medida experimentalmente y de ahí se pueden obtener sus transformadas directamente. La gráfica de la función de respuesta

usada y la de su transformada parte real y parte imaginaria fueron representadas en la **Figura 2.3** del **Capítulo 2**.

No es difícil mostrar (Agrawal, 2007) que el método Split-Step Fourier descrito arriba, goza de esta sencillez, gracias a que ignora la dependencia espacial del operador de no linealidad y más aún, ignora la no conmutatividad entre los operadores de dispersión y no linealidad, pues la solución general planteada arriba presupone de manera incorrecta esta conmutatividad. La realidad física impone que tanto la dispersión como la no linealidad actúen en conjunto al mismo tiempo, lo que implicaría (ignorando la dependencia en z de la no linealidad) que:

$$\mathcal{A}(z + \mathbf{h}, T) \cong e^{h(\hat{D} + \hat{N})} \mathcal{A}(z, T) \quad (5.11)$$

Pero en este caso de estos operadores diferenciales no es cierto que:

$$e^{h(\hat{D} + \hat{N})} \neq e^{h\hat{D}} e^{h\hat{N}} \quad (5.12)$$

ya que el conmutador entre estos operadores no es cero; $[\hat{D}, \hat{N}] \neq 0$.

Por este camino Agrawal (Agrawal, 2007) muestra que el error $\mathbf{e}_{\text{SSF}}$, cometido en esta aproximación es de segundo orden $\mathbf{e}_{\text{SSF}} \cong \frac{1}{2} h^2 [\hat{D}, \hat{N}]$ y advierte que si se adopta un esquema de implementación simetrizado al aplicar estos operadores como se ilustra por la siguiente expresión y en la **figura 5.1**:

$$\mathcal{A}(z + \mathbf{h}, T) \cong e^{\frac{h\hat{D}}{2}} e^{h\hat{N}} e^{\frac{h\hat{D}}{2}} \mathcal{A}(z, T) \quad (5.13)$$

Symmetrized Split Step Fourier Method (S.S.S.F.M)

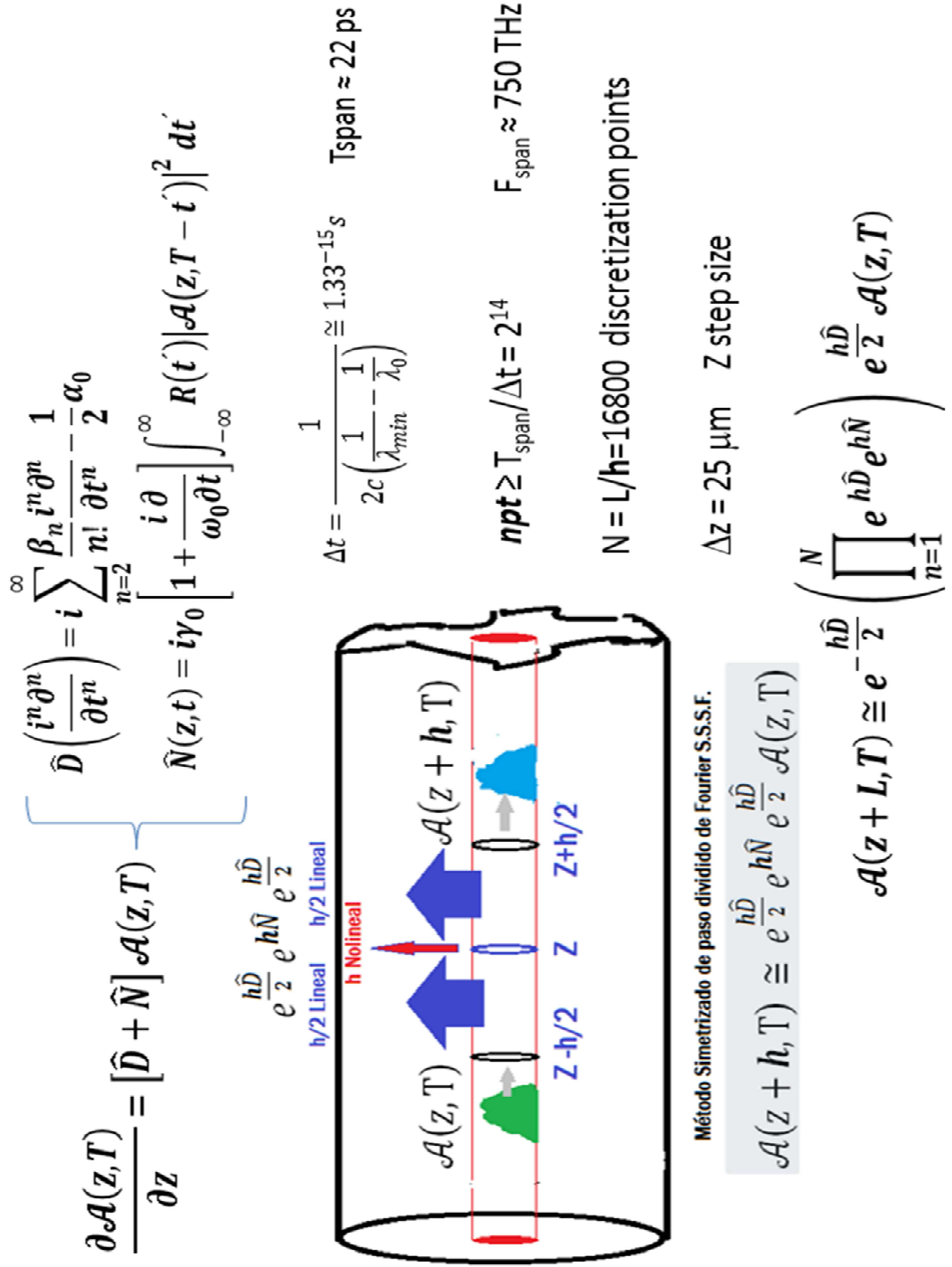


Figura 5.1. Esquema de aplicación del método simetrizado de paso dividido de Fourier S.S.S.F. Symmetrized-Split-Step-Fourier, usado para la solución numérica de la GNLSEE.

el error se reduce en un orden más (Fleck Jr, 1976), dejando el procedimiento de solución numérica simetrizada de Fourier SSSF con error diferencial elemental infinitesimal de orden 3, un orden de magnitud más exacto que el anterior.

En la práctica este método puede hacerse correr mucho más rápido, si se nota que para recorrer todo el largo L de la fibra se necesita la aplicación sucesiva de él al cabo de N ($N=L/h$) pasos de tamaño h , entonces se puede expresar la amplitud de campo a la salida de la fibra respecto de la amplitud de campo a la entrada por la siguiente expresión generalizada finita y no infinitesimal (Agrawal, 2007) dada por,

$$\mathcal{A}(z + L, T) \cong e^{-\frac{h\hat{D}}{2}} \left(\prod_{n=1}^N e^{h\hat{D}} e^{h\hat{N}} \right) e^{\frac{h\hat{D}}{2}} \mathcal{A}(z, T). \quad (5.14)$$

Luego de esto, el error acumulado global se reduce a ser de orden 2.

En este trabajo se adoptó este método para la integración de la GNLSE.

5.2 Inclusión de Ruido de Amplitud y Ruido de Fase en el S.S.S.F. para la Solución de la GNLSEE

Al final del **Capítulo 4** se planteó la necesidad de modelar las 2 fuentes principales de aleatoriedad en el proceso de propagación de impulsiones en fibras y se concluyó que estas fuentes hacían que la otrora amplitud de campo compleja $A(z,t)$ se generalizara a ser ahora una variable compleja estocástica tanto en su amplitud como en su fase.

Para implementarlo dentro del código de simulación en MATLAB se procedió de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_{\text{temp}}(z, t) &= \text{abs}(A(z, t)).^2 \\ \mathcal{P}_{\text{temp}}(z, t) &= P_{\text{temp}}(z, t).*(1+\text{noisefrac}*\text{randn}(\text{size}(\text{Itemp}))) \\ \mathcal{A}(z, t) &= \text{sqrt}(\mathcal{P}_{\text{temp}}(z, t)) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Smith en 1972 (Smith, 1972), mostró que la ganancia Raman a lo largo de la fibra se podía modelar de la siguiente manera:

La suma sobre la longitud de toda la fibra de la emisión espontánea ponderada por su ganancia neta, es equivalente a suponer un flujo de entrada inicial en $z = 0$ equivalente a insertar un fotón con fase aleatoria por modo de frecuencia de la discretización numérica del problema.

La implementación de esto usando MATLAB sobre la amplitud de campo, se hizo de la siguiente manera (Paschotta, 2004):

```
ppm = 1
TE=sqrt(ppm*hplanck.*(f+fr0)/df)/dt.*exp(1i*rand(1,npt)*2*pi)
E = E0r + fftshift(ifft(fftshift(TE)))
```

(5.16)

Para facilitar la implementación numérica ambas contribuciones se proyectan sobre la amplitud de campo inicial dejando inalterado todo el procedimiento de integración simetrizado de Fourier S.S.S.F. descrito arriba.

El objetivo de este trabajo se centra en la simulación y medida del supercontinuo generado en una fibra micro estructurada bombeada con pulsos de femtosegundo y requiere que las simulaciones que se hagan del SC con ayuda de la GNLSEE sean estocásticas, o sea debemos usar la GNLSEE, para ello entonces se requiere de coleccionar un número suficiente de simulaciones de la solución de la GNLSEE mientras estos parámetros aleatorios cambian al azar, la implementación formal del anterior algoritmo se realizó usando la plataforma de software MATLAB y en ella se incluyó una manera de garantizar que las semillas de los números aleatorios se escogieran adecuadamente, luego de cada simulación se almacenaron los eventos requeridos para conformar un ensamble o conjunto estadístico con todos ellos, bajo estas condiciones suponemos que dicho ensamble reproduce las condiciones de medida y además impone la hipótesis del modelo desarrollado en el **capítulo 4** donde se pidió que este evento de la producción de SC estudiado aquí cumpliera con ser cuasi estacionario y ergódico (Born, 1999). De ser así, y así lo asumimos, esto nos permite evaluar propiedades estadísticas de esta variable de campo aleatoria a partir de un análisis posterior de los datos almacenados en el conjunto estadístico generado.

5.3 Condiciones para la Simulación del Supercontinuo Producido en una Fibra de Cristal Fotónico.

Con el ánimo de validar el acuerdo entre los espectros medidos y los espectros simulados por medio de la solución de la GNLSEE, se deben hacer una pruebas de simulación para contrastar el grado de acuerdo se logra entre simulaciones y medidas y verificar que las condiciones necesarias para que esto ocurra sean las viables.

Muchas son las variables de entrada necesarias a considerar en este tipo de experimentos para hacer una correcta simulación de la GNLSEE, algunas de ellas están bajo nuestro pleno control y conocimiento, para otras se goza de una valor esperado aceptablemente establecido, pero como en otros muchos casos experimentales, algunas otras variables y su influencia no han estimados ni evaluado aceptablemente su efecto sobre la dinámica que estudiamos, el carácter estocástico y no lineal de la GNLSEE la hace muy susceptible respecto a la incertidumbre asociada a los parámetros de entrada que ella requiere como insumo, veamos.

Para comenzar, se debe tener especial cuidado con la escogencia de los tamaños de la discretización espacial y *temporal/espectral* a usar, pues la evolución dinámica esperada así lo exige, de antemano sabemos que esta dinámica demanda disponer de un gran ancho espectral que pueda contener toda la dinámica no lineal esperada, además la dispersión cromática de la velocidad de grupo nos alerta a que debemos esperar un gran ensanchamiento temporal de la impulsión y por tanto debemos disponer de un ancho temporal que se corresponda con ello, veamos todo esto.

El tamaño del paso h a lo largo del eje z que demanda el proceso del método SSSF descrito arriba debe escogerse de tal suerte que optimice el error innato del método numérico y de paso minimice el tiempo de computación requerido y el tamaño los arreglos con los conjuntos estadísticos a guardar para el post proceso, de gran ayuda para esta escogencia resulta la dinámica misma cómo se desarrolla el supercontinuo, pues ella nos ayuda a establecer el orden de magnitud del máximo tamaño de avance en z a utilizar. Pues este debe contener con detalle suficiente la abrupta conformación y ruptura del solitón de orden superior que se conforma al inicio de la propagación, para ello, entonces como mínimo se recomienda muestrear esta dinámica abrupta a un paso h no mayor de $h < 0.01L_{fiss}$, donde L_{fiss} , se denomina longitud de fisión del solitón (Agrawal, 2007) y se define en términos de la longitud de dispersión L_d y del orden N del solitón engendrado, $L_{fiss} = L_d/N$, L_{fiss} estima la distancia a la cual ocurre la ruptura del solitón de orden superior responsable principal del supercontinuo formado en el régimen de pulsos de femtosegundo bombeando fibras

altamente no lineales en la región anómala que es de nuestro interés. Claro está, quizá lo más conveniente a este respecto sería adoptar algún método adaptativo durante la integración numérica pero estos no fueron considerados en este trabajo.

En cuanto al tamaño de las ventanas temporal (T_{span}) y espectral (F_{span}), ellas deben escogerse de tal forma que satisfagan simultáneamente dos condiciones.

1. La primera proviene del teorema de muestreo de Nyquist-Shannon, el cual pide que si se quiere muestrear una señal cuya banda de frecuencias contenga a la frecuencia f_{max} como máxima frecuencia de interés, entonces basta con muestrear esa señal a un tasa cuya frecuencia sea de $2f_{\text{max}}$ (Nyquist, 1928), (Shannon, 1949). Para garantizar que la frecuencia más alta previsible en el espectro de nuestro interés quede incluida en la solución simulada entonces se decidió muestrear la solución numérica de la amplitud de campo espectral una tasa tal que las componentes de frecuencia fueran mayores o iguales al equivalente en longitud de onda de 400 nm. La cual corresponde con ser la máxima frecuencia observada en todos los espectros medidos. Así que si Δt corresponde a la tasa de muestreo temporal que cumple el requisito de Nyquist-Shannon, y f_0 corresponde a la frecuencia central del pulso excitador, y la frecuencia de bombeo usada fue de $\lambda_0=800\text{nm}$, se tiene que:

$$\frac{1}{2\Delta t} = f_{\text{max}} - f_0 \quad (5.17)$$

$$\frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{1}{2c\Delta t} + \frac{1}{\lambda_0} \quad (5.18)$$

$$\Delta t = \frac{1}{2c \left(\frac{1}{\lambda_{\text{min}}} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} \cong 1.33^{-15} \text{s} \quad (5.19)$$

2. La segunda condición tiene que ver con contener completamente la dinámica del pulso dentro de la ventana temporal T_{span} . Si el número de puntos de discretización necesarios para esto es ***npt***, entonces $T_{\text{span}} = \textbf{npt} * \Delta t$, debe ser tal que contenga al pulso en evolución en todo momento, en especial a la salida de la fibra. Para proseguir necesitamos tener una idea de cómo discurrirá esta dinámica y cuanto se estima que será el retardo del solitón o la radiación lineal más retrasada. Un estimado puede hacerse mediante la deriva relativa entre componentes espectrales de máxima diferencia en la velocidad de grupo estas se pueden estimar a partir de la constante de

propagación del modo fundamental en propagación estudiado previamente con el software COMSOL o mediante un proceso de aproximaciones sucesivas de corridas de prueba. En este trabajo se hizo de esta última manera y el estimado de este retardo máximo para la dinámica simulada fue del orden de 11 ps, lo cual corresponde a una ventana temporal total de aproximadamente 22 ps, así el número mínimo de puntos requerido para la discretización **temporal/espectral** debe ser del orden de:

$$npt \geq T_{span}/\Delta t = 2^{14} \quad (5.20)$$

Además siguiendo estos lineamientos y por el teorema de incertidumbre (Folland, 1997) de la transformada de Fourier, los anchos espectrales y temporales deben cumplir:

$$T_{span} * F_{span} = npt \quad (5.21)$$

Así que $F_{span} \approx 750$ THz. Una escogencia inadecuada de una de estos parámetros trae como consecuencia inmediata que la dinámica quede cortada en uno u otro lado del dominio transformado generando dinámicas falsas o incompletas en los pulsos simulados (Dudley, 2010). O por el contrario un excesivo costo y manejo computacional en la generación de los conjuntos estadísticos y en el pos proceso de ellos.

Así que se decidió dejar $npt=2^{14}$ puntos de discretización temporal/espectral y $N = L/h=16800$ puntos de discretización espacial a lo largo de la fibra correspondientes a un paso $\Delta z = 25$ μm aproximadamente y se analizó un máximo de 200 eventos por conjunto estadístico generado, pues al momento de realizar todos los estudios de simulación el recurso de cómputo era limitado para generar, almacenar y post procesar estos grandes conjuntos estadísticos de datos.

Capítulo 6

Simulación y Medida del Grado de Coherencia Espectral Mutua del Supercontinuo

En este capítulo se muestra cómo se articularan todos los temas revisados en los capítulos anteriores y se indica el paso a paso de todo el procedimiento seguido para realizar la estimación de la medida y simulación de la magnitud del grado de coherencia espectral mutua del supercontinuo, para así con esto dar cumplimiento al objetivo de esta investigación.

El aprestamiento experimental, computacional, el diseño, montaje y todo el proceso de recolección de datos experimentales se realizó como parte de las pasantías prácticas requeridas para completar mi formación doctoral, durante las escuelas STELLA 2011 y STELLA 2012. Específicamente, durante la escuela de verano en la ciudad de Como, y con la participación de los profesores M. Kolesik, A. Couairon y J. M. Dudley se logró afinar las competencias para entender y completar el desarrollo de la herramienta de Software para la simulación estocástica de la GNLSEE y obtener por simulación la magnitud del grado de coherencia espectral. Posteriormente durante la escuela en Pavía se logró desarrollar las competencias experimentales requeridas para registrar un conjunto básico de datos que contuvieran las densidades espectrales de potencia de las franjas de interferencia espectral y de todas las cantidades que se requieren como entrada para realizar la estimación de la medida, como se estableció al final del **capítulo 4**, para hacer la cuantificación por medición indirecta de la magnitud del grado de coherencia espectral requerida, posteriormente en Colombia, se procedió con el procesamiento y análisis de todos estos datos, con la parametrización del software COMSOL y con la realización del proceso de optimización de parámetros para la realización de los experimentos computacionales de simulación de la GNLSEE para generar los conjuntos estadísticos a partir de los cuales se puede obtener la estimación por simulación de esta medida.

Siendo consistentes con lo anterior, este capítulo empieza con describir con buen detalle el montaje experimental y el proceso de medida llevado a cabo, se sigue con la descripción del procesamiento de estos datos para extraer la coherencia medida, luego se presentan los resultados de la modelación de la propiedades modales de la fibra usando Comsol, después de lo cual se termina con la descripción del proceso de optimización de los parámetros que

alimentan la GNLSEE y con ella reproducir los resultados de medida de acuerdo a la dinámica esperada, para así de manera preliminar terminar con una estimación del grado de coherencia espectral mutua del supercontinuo simulado, luego se plantea una hipótesis de investigación con el fin de dar una mejor solución parcial a la problemática encontrada y se procede a validar su impacto, para luego concluir con un reporte final de esta medida y así dar respuesta al objetivo de medición propuesto en esta investigación y con ello concluir esta compleja actividad de medición.

6.1 Montaje Experimental y Proceso de Toma de Datos.

Durante la escuela STELLA 2012 y como parte de ella, se dio inicio, al estudio de la producción de supercontinuo en una fibra óptica micro estructurada, con el reconocimiento de las características principales del haz láser utilizado en el laboratorio, estas fueron sus principales características:

- | | |
|---|-------------------------------|
| • Laser de Bombeo: | Millennia Xs |
| • Laser Spectra Physics <i>Tsunami</i> : | Titanium Sapphire Mode locked |
| • Forma del pulso de salida: | Secante Hiperbólica |
| • Frecuencia de repetición: | 81.8 MHz |
| • Ancho temporal del pulso de salida: | T_{FWHM} 70-130 fs |
| • Potencia promedio disponible: | ≤ 1.7 W |
| • Potencia pico disponible : | ≤ 100 kW |
| • Rango ajustable de longitudes de onda: | 780-820 nm |

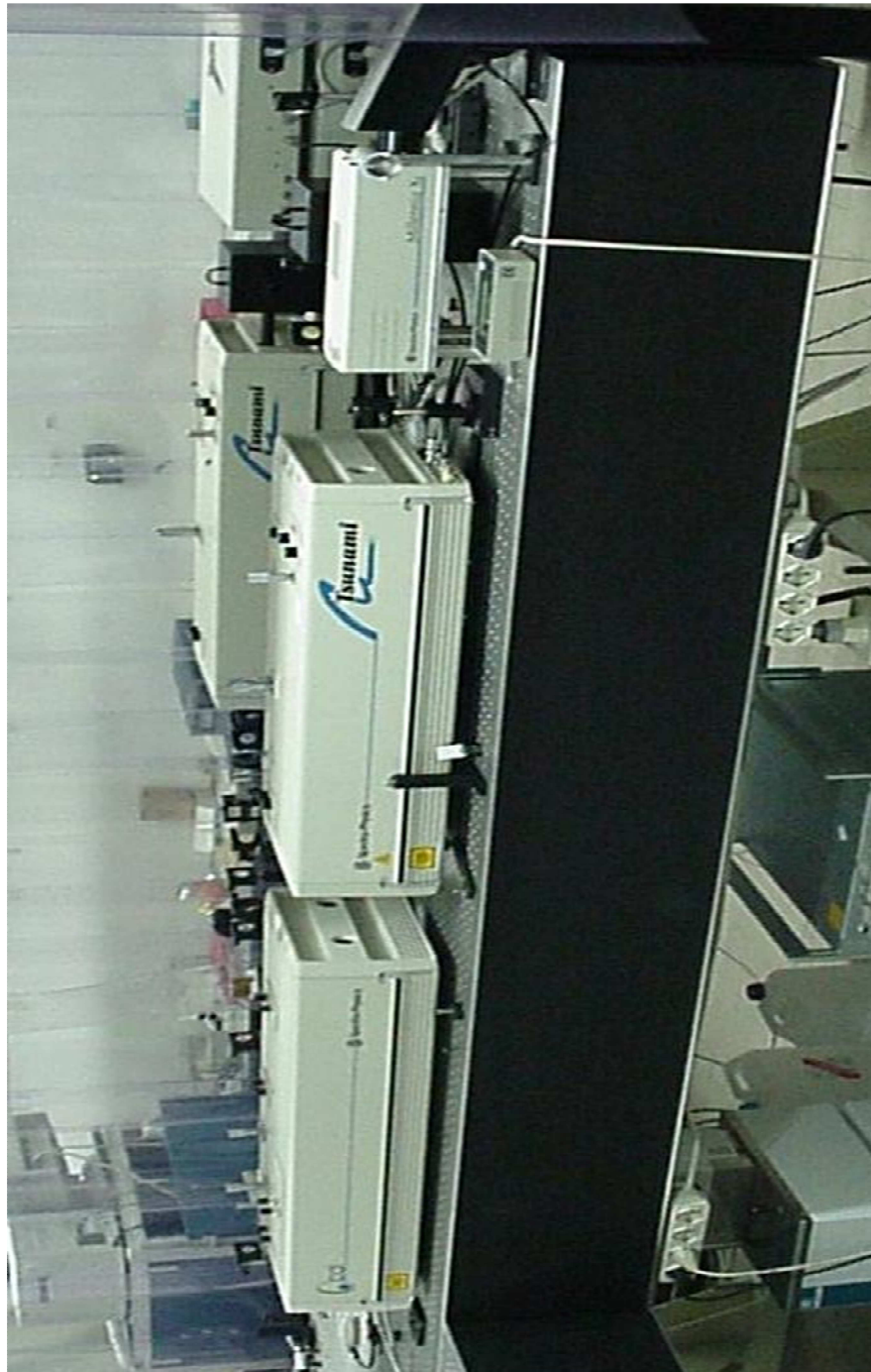


Figura 6.1. Vista general del laboratorio “Laboratory of Nonlinear Optics and Ultrafast Spectroscopy” utilizado durante la escuela STELLA en Pavía en el verano de 2012.

Luego, sobre la mesa óptica (ver **figura 6.1**) se realizó el montaje para hacer el transporte del haz y la caracterización de las impulsiones emergentes de aislador óptico a ser insertadas en la fibra, algunos parámetros pertinentes medidos fueron:

- Longitud de onda de Bombeo λ_{bombeo} 789 -815 nm,
- Potencia máxima promedio disponible ≈ 900 mW,
- Ancho temporal del pulso luego del aislador óptico $T_{\text{FWHM}} \approx 170$ fs.

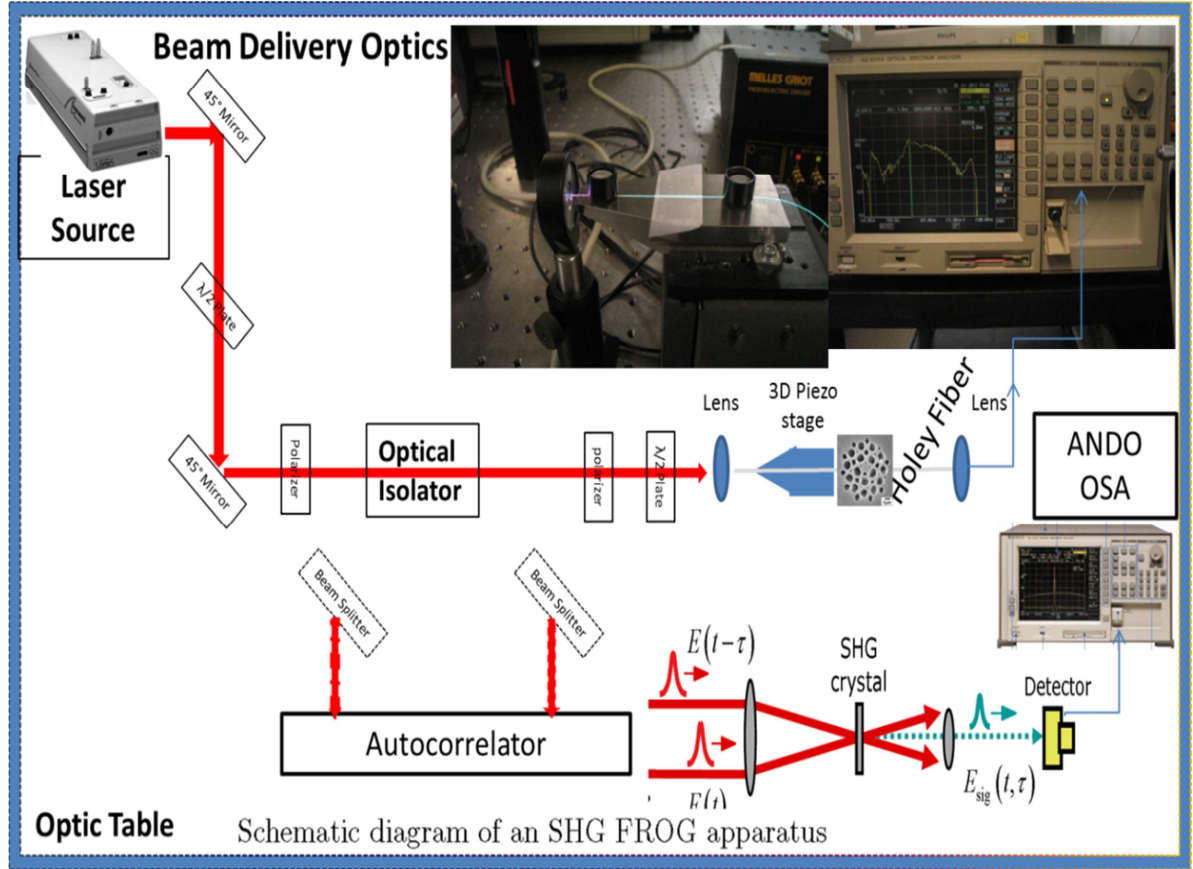


Figura 6.2. Montaje para la caracterización del pulso incidente y el transporte del haz hasta insertarlo en el núcleo de la fibra con la ayuda de una base 3-D nanométrica Melles Griot. La caracterización espectral y temporal del haz se hizo con la ayuda de un osciloscopio, un autocorrelacionador FEMTOCHROME -103XL y analizador de espectros ópticos ANDO AQ 6315A. El aislador óptico O.I. previene el ingreso de reflexiones a 180° que realimenten la cavidad resonante del láser desestabilizándolo y de paso debido a su dispersión cromática ensancha temporalmente al haz haciéndolo pasar de cerca de $T_{\text{FWHM}} = 100$ fs a cerca de $T_{\text{FWHM}} = 170$ fs.

En esta primera parte se comprobó la habilidad para producir y caracterizar espectralmente la producción de supercontinuo y se registraron varios de estos espectros como función de la potencia del impulso incidente (ver **Figura 6.3**).

Pavia's Measured Spectra expanding Towards Supercontinuum

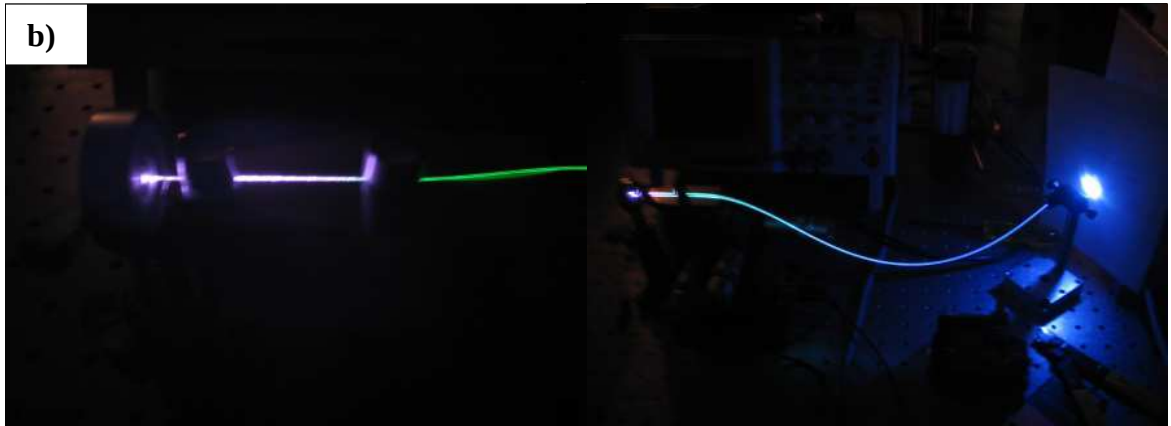
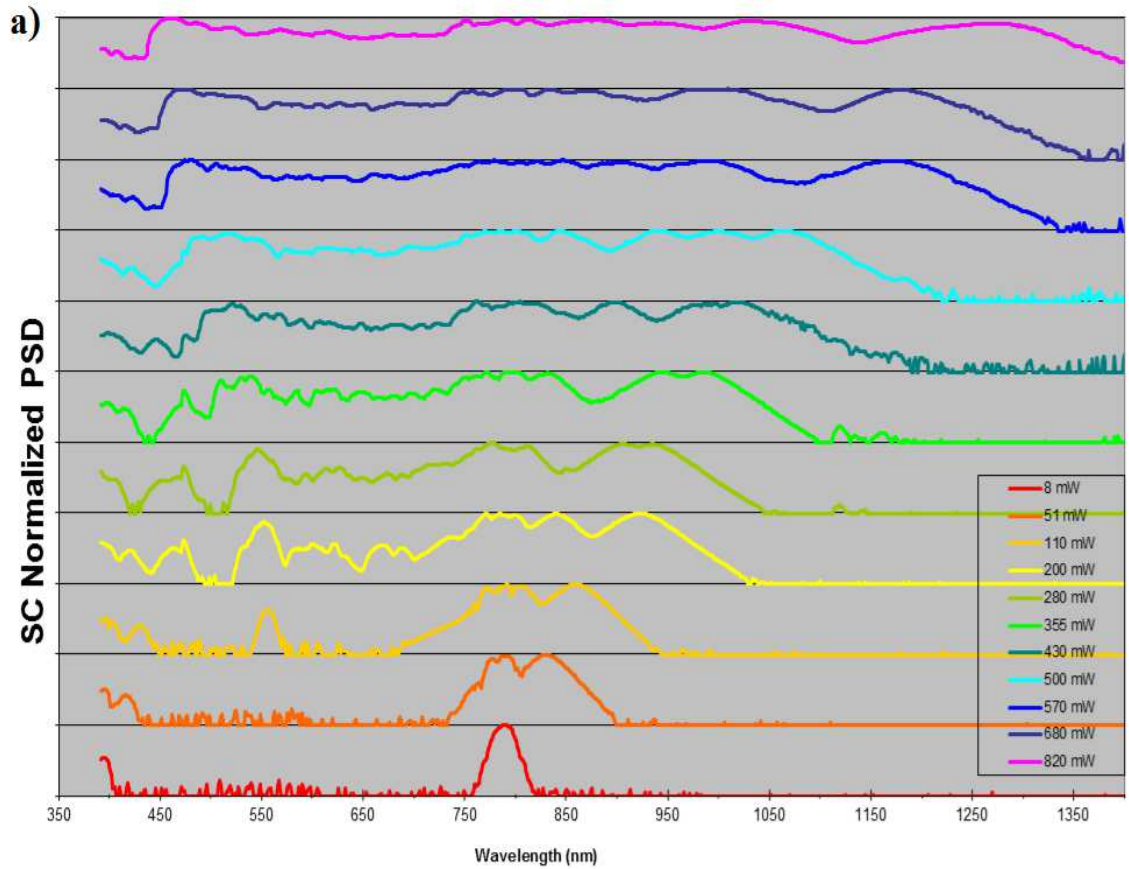


Figura 6.3 a) La figura muestra una colección de espectros de pulsos que muestran en pleno, el proceso de ensanchamiento espectral conducente a un supercontinuo de cerca de 1000 nm de ancho espectral. También se indican las respectivas potencias medias del haz incidente justo antes del enfoque que hace la lente para la inserción del haz en la fibra, la potencia pico máxima acoplada en la fibra es de unos pocos kW, correspondiente a una eficiencia de acople del haz en la fibra cercana a **6%**. **b)** Registro fotográfico de un par de estos espectros, en donde se puede apreciar claramente el fenómeno del súper ensanchamiento en el visible.

Estos espectros fueron tomados durante la primera etapa de ajuste del sistema para observar la producción de supercontinuo en la fibra de nuestro interés. Los espectros se tomaron como función de la potencia y no como función de la longitud como se propuso inicialmente, pues esto demandaba destruir la fibra, por ello en los objetivos iniciales de este trabajo se cambió a caracterizar el Supercontinuo como función de la potencia en vez de la longitud de la fibra.

Además es fácil notar que tan pronto el haz entra en la fibra este se ensancha fuertemente y se produce radiación visible y quizá UV, luego se observa una fluorescencia de color verde sobre el cuerpo de la fibra lo que denota el inicio de la amplificación de la radiación lineal por el solitón de alto grado que se fisionó a la entrada del pulso láser a la fibra, según se observa en los espectros mostrados arriba esta radiación cae en el rango entre 500 nm y 550 nm, y además se observa que la longitud de fisión de solitón debe ser quizá cercana a unos 8 cm.

Aprovechando esta misma figura, se puede también hacer notar que la fibra responde con un único modo, a pesar de que en esta región las simulaciones hechas con COMSOL (Ver sección 6.3 más adelante para más detalles) muestran que ella debe presentar comportamiento multimodal.

Vale la pena destacar también que la gran iluminación observada sobre el cuerpo de la fibra, evidencian grandes pérdidas por mal confinamiento según ya se había medido y predicho por los fabricantes y el estudio detallado hecho por Saitoh & Koshiba en el 2004 (Saitoh, 2004), esta razón es la que en últimas es responsable de que el comportamiento mono modo sea el que prevalezca, pues los modos de orden superior simplemente se “evaporan” por entre medio de la micro estructura.

Habiendo verificado la capacidad de generación del supercontinuo se procedió a montar en primera instancia el sistema interferométrico de tipo Michelson de brazos iguales que permitiera observar la coherencia espectral mutua “intrapulso” y luego se procedió con el montaje del sistema de brazos desiguales que permitiera observar la coherencia espectral (o estabilidad) entre un par de pulsos sucesivos del tren de pulsos de luz SC, el montaje que se ilustra a continuación en la **Figura 6.4**.

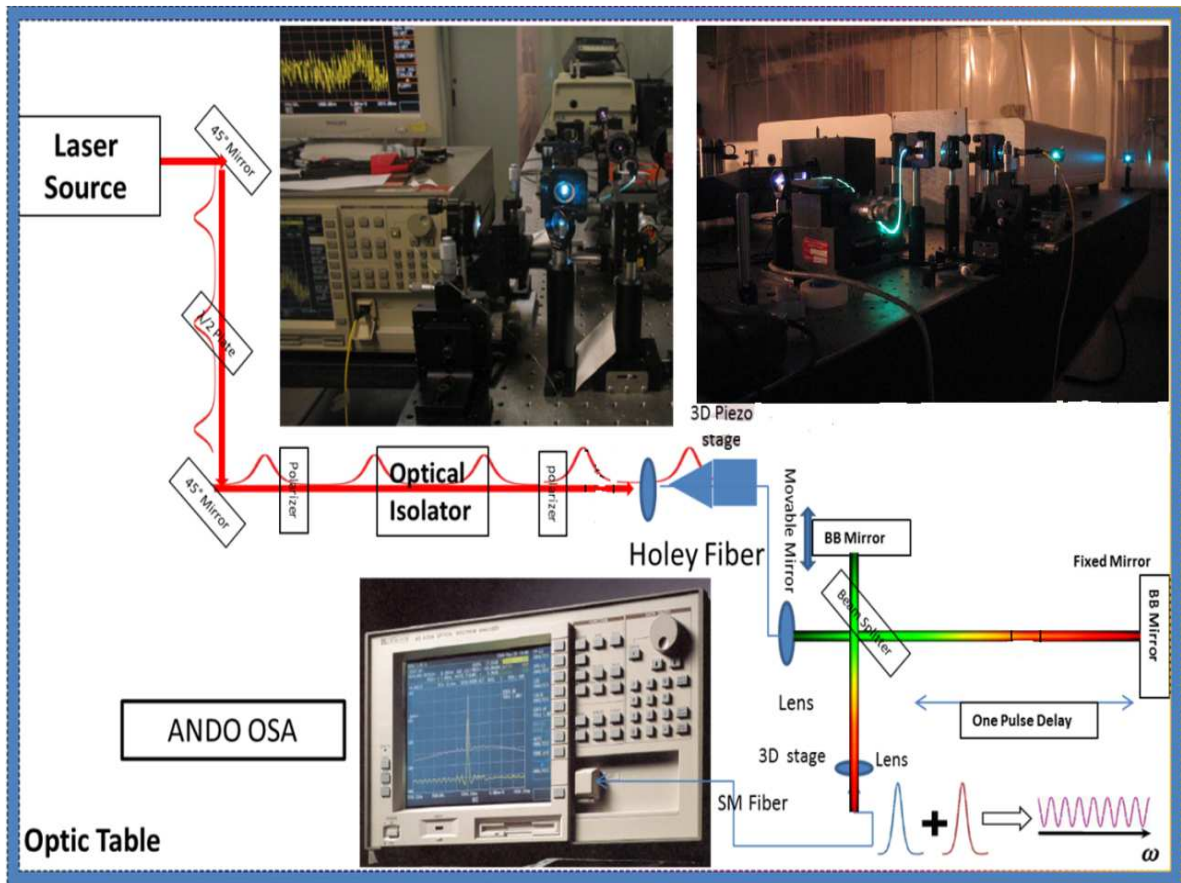


Figura 6.4 Montaje para producir y registrar el patrón de franjas de interferencia espectral que resulta de interferir dos pulsos sucesivos de luz SC por medio de un interferómetro del tipo de Michelson de brazos desiguales.

Una vez verificado que se presentan franjas espaciales sobre la pared y franjas espectrales en el OSA (sinónimo de la presencia remanente en el SC de algún grado coherencia temporal y espectral) y ver que ellas ocurrían acompañadas de gran cantidad de ruido de fondo y con una periodicidad espectral que en ocasiones era de tan solo una fracción de nanómetro, se optimizó el proceso de toma de datos para que fuera de tal manera que se pudiera registrar para todo este amplísimo espectro las oscilaciones espectrales que registraba el OSA. En las fotos de campo de lejano de SC que se muestran a continuación se puede apreciar parte de esta coherencia temporal observada a la vista (y espectralmente observada en la pantalla del monitor del OSA) al variar la separación entre los brazos del interferómetro, Ver **Figura 6.5**.

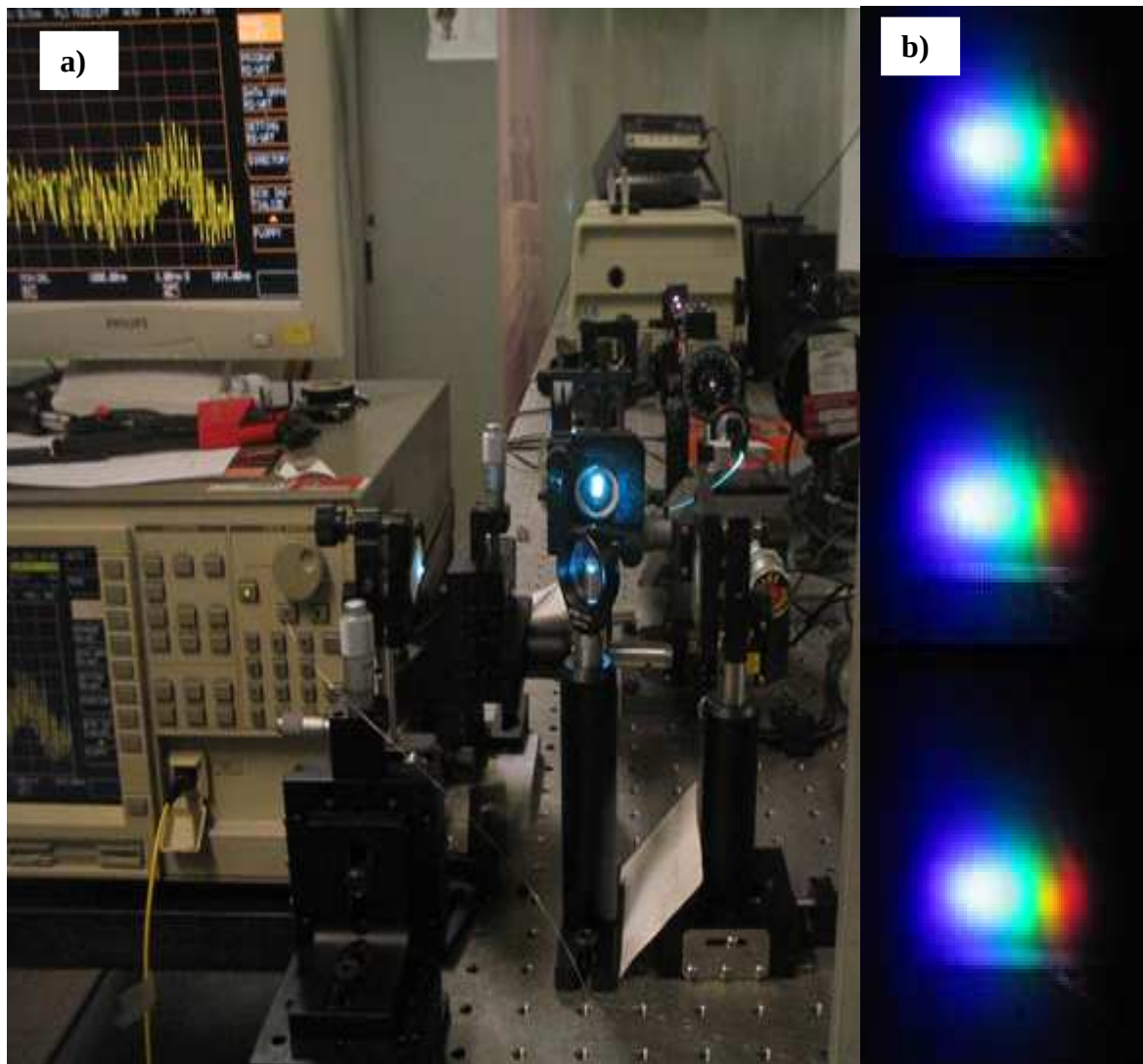


Figura 6.5 En la figura **a)** a la izquierda se observa una parte del montaje interferométrico de brazos desiguales y en él se aprecia que el espectro que registra el monitor del OSA, registra la clara formación de franjas de interferencia espectral acompañadas de mucho ruido de fase espectral signo inconfundible de un grave deterioro de la fase espectral del grado de coherencia del SC y no tanto de su magnitud. A la derecha en **b)** se muestra una composición de 3 fotos de campo lejano del supercontinuo dispersado por un prisma y proyectado sobre una pantalla, donde se alcanza a evidenciar la ocurrencia de franjas de interferencia espacial hacia el rojo del espectro visible

En la **figura 6.6** se muestra una composición del muestreo completo hecho al espectro del SC. Este consta de 26 muestras de 30 nm de ancho espectral y resolución de medida de 0.03 nm para el rango comprendido desde $\lambda = 365$ nm hasta $\lambda = 1130$ nm, el espectro se compone de aproximadamente 26000 puntos y fue tomado a una potencia promedio incidente sobre la fibra de aproximadamente 256 mW.

Data Taken: Interference Fringes

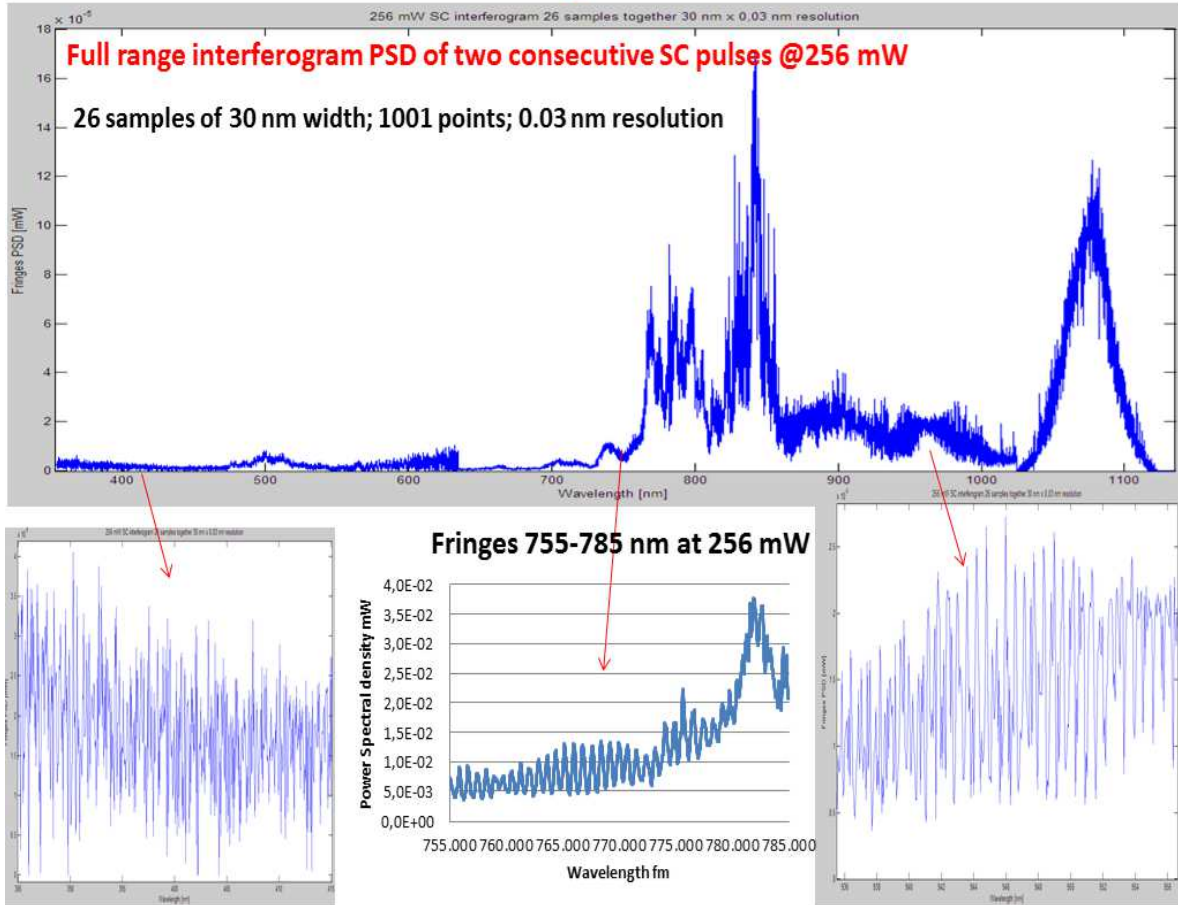


Figura 6.6 Registro del patrón de interferencia del Supercontinuo generado con pulsos a una potencia media de 256 mW, $\lambda_p = 800$ nm, $L_{\text{fibra}} = 42$ cm y pulso incidente ensanchado por el OI desde $T_{\text{FWHM}} = 100$ fs a $T_{\text{FWHM}} = 170$ fs.

Según el presupuesto para hacer estas medidas, según se concluyó en el **capítulo 4**, nos demanda registrar adicionalmente los espectros completos de ambas ramas por separado del interferómetro y además se debe registrar el espectro del SC incidente en el interferómetro para usarlo a posteriori para ajustar los parámetros de la simulación para ser aquellos que representen este SC incidente en el interferómetro de la mejor manera posible, ya que solo así se podrá tener un valor simulado apropiado que represente esta medida de la mejor manera y que esté de acuerdo a la dinámica predicha en el **capítulo 5**, este asunto es en sí mismo un problema inverso, pues pretende predecir con simulaciones lo que se midió y demanda de un gran esfuerzo computacional ya que algunos de los parámetros de entrada que nos pide la GNLSEE poseen mucha incertidumbre en la asignación de su valor

esperado y/o en otros de ellos la misma dinámica física se muestra especialmente sensible pequeñas variaciones en estos valores estimados. Como recomendación para aquellos que deseen realizar futuras medidas de este tipo, el procedimiento más adecuado y mucho menos dispendioso entonces consistiría en adelantar toda la parametrización de la GNLSEE hacer y correr los conjuntos estadísticos por adelantado antes de ir al laboratorio, con estos resultados hechos, entonces una vez en el laboratorio se puede hacer la variación de todos estos parámetros alrededor de los valores simulados y entonces hacer la comparación en vivo frente al OSA y así hacer todo este proceso mucho más ágil y eficiente.

Una muestra de estos espectros se presenta continuación en la **figura 6.7** y la **figura 6.8** respectivamente a para el caso de la potencia incidente de 256 mW nombrada anteriormente.

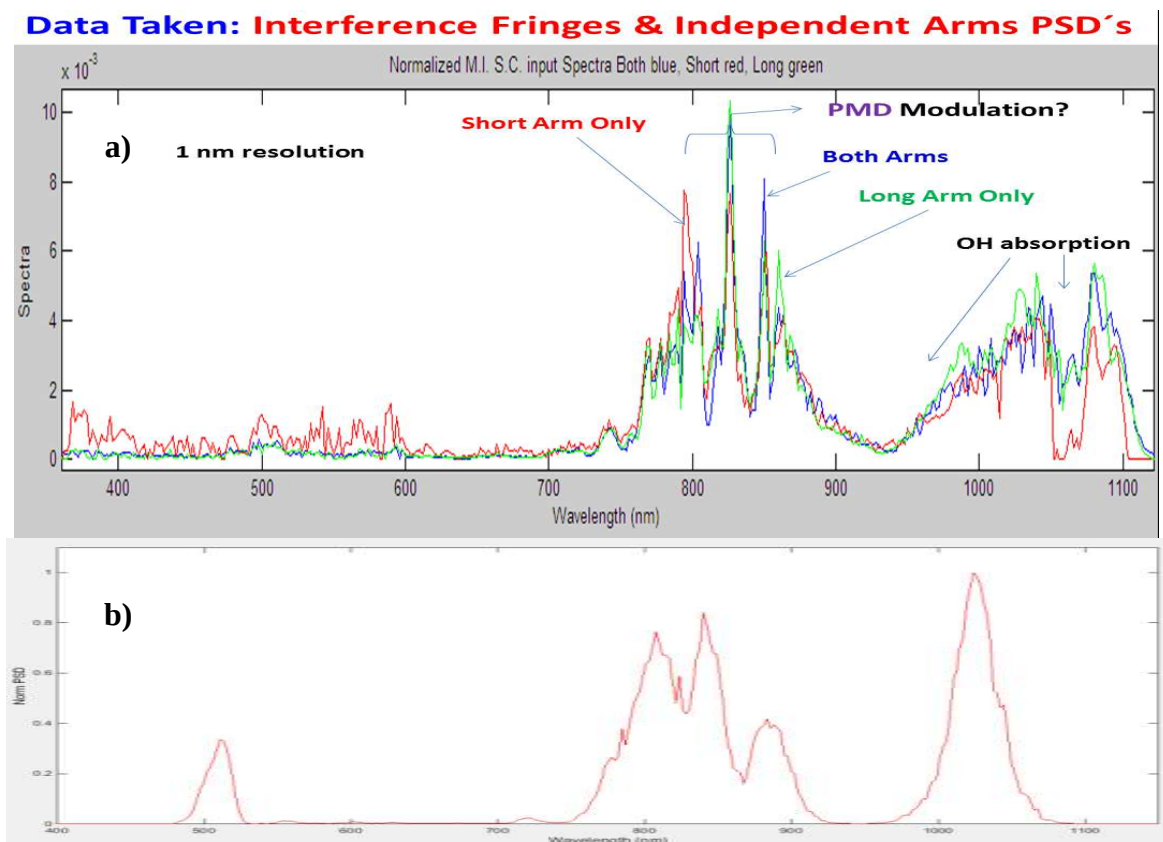


Figura 6.7 a) Registro de los espectros normalizados emergentes del supercontinuo luego de pasar por el interferómetro generado con pulsos a una potencia media del láser antes de ingresar a la fibra de 256 mW, $I_p = 800$ nm, $L_{\text{fibra}} = 42$ cm y pulso incidente ensanchado por el OI de $T_{\text{FWHM}} = 100$ fs a $T_{\text{FWHM}} = 170$ fs. En azul se muestran ambos brazos interferencia de amplio espectro, en rojo el brazo corto y en verde el brazo largo del interferómetro. **b)** Supercontinuo emergente de la fibra e incidente sobre el interferómetro, medido luego de desmontar todo el interferómetro a una potencia cercana a 256 mW.

Antes proseguir con la descripción del procesamiento posterior de estos datos, conviene aclarar algunos detalles que se escapan en esta presentación detallada pero aún somera del trabajo experimental realizado.

En primera instancia es claro que una gran cantidad de fuentes de variación están presentes en todo este procedimiento de medida aquí ilustrado. Algunas de ellas y las principales fueron objeto de algún tipo de control durante esta medida pero con otras no fue posible hacerlo propio o se nos escapó por completo hacer alguna consideración durante el diseño y montaje experimental hecho.

Cuidado especial se tuvo en el montaje interferométrico de brazos desiguales para garantizar la efectiva superposición espacial y temporal de los haces a la entrada del OSA, factor este de carácter fundamental en este experimento, pero gracias a la extensión espacial de dichos pulsos también se observó que al hacer un ajuste fino de los tornillos micrométricos el patrón de interferencia solo cambiaba levemente a lo largo de este amplísimo espectro, lo cual es sinónimo de que los pulsos de SC, se habían ensanchado mucho más allá del control posible para hacer la “superposición espectral completa”, debiéndonos conformar con garantizar la existencia de una región de máxima claridad de la franjas dentro de la ventana total del espectro al inicio del muestreo de la medida.

Al tener que construir un interferómetro con brazos desiguales la divergencia del haz que viaja hasta el brazo lejano deterioraba la amplitud espectral reflejada y acrecentaba el ruido asociado a la absorción selectiva de algunas componentes del espectro del SC por las especies químicas presentes en la atmosfera del laboratorio, cosa esta que no fue posible controlar salvo la implementación de una configuración interferométrica más compleja no prevista ni disponible en el momento de la toma de datos, en especial se sabe que (Berk, 2005) (Griffin, 2003) las absorciones debidas a los iones OH del agua y el O_2 y el O_3 son responsables de una gran deterioro en la calidad de una señal que se propaga en la atmósfera en este rango espectral.

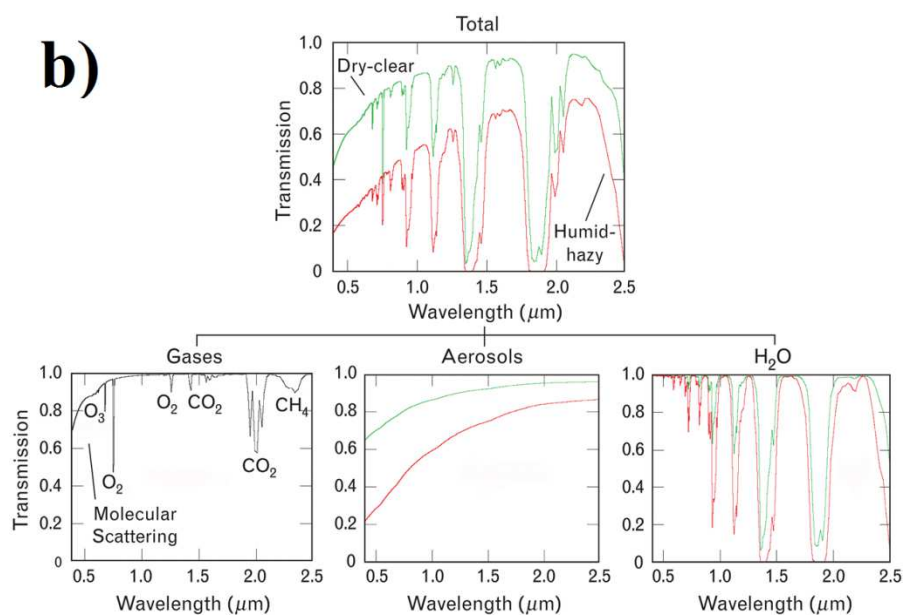
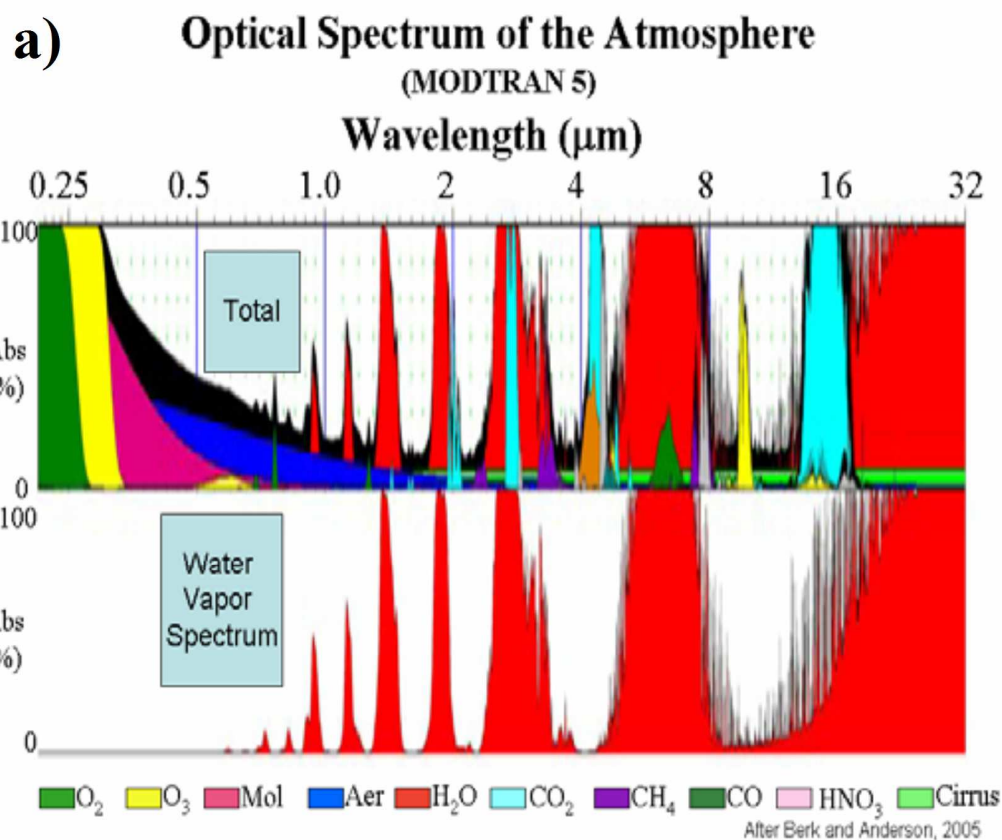


Figura 6.8. Espectros de **a)** Absorción vertical. Tomado de Berk (Berk, 2005) y **b)** Transmisión en atmósfera húmeda en rojo y en atmósfera seca en verde. Tomado de (Griffin, 2003)

Adicionalmente dado que las franjas de interferencia podrían oscilar con periodos espectrales de hasta fracciones de nanómetro y con un ruido evidente, que son sinónimo de poca coherencia temporal y de una gran degradación de la fase espectral, se decidió muestrear todo el espectro a intervalos de 30 nm, lo cual implicó el uso de una resolución de medida de $\Delta\lambda_{\text{Min_orig}} = 0.03$ nm, lo cual al momento del post proceso de estos datos mostró que sobrepasaba la capacidad de discriminación del ANDO OSA utilizado. Por ello, hubo necesidad de hacer posteriormente un proceso de suavizado y remuestreo para todo el espectro para facilitar en el post proceso la estimación de la visibilidad, pues esta es una fuente “ficticia” de ruido relacionada con la pobre relación señal a ruido SNR resultante para cada “bin” de medida espectral que toma el OSA y que explica lo ruidosa que se observa la fase espectral.

6.2 Procesamiento de Datos y Determinación del Grado de Coherencia Espectral Mutua Medida.

Concluida esta etapa donde se comprobó la generación de SC y se verificó la existencia de franjas de interferencia espectrales fruto de la superposición de pulsos, el paso a seguir es el de procesar los datos de interferencia de acuerdo la ley de interferencia espectral revisada en el **Capítulo 4**, y tratar de extraer la estimación del grado de coherencia espectral mutua de SC medida de ellos. Veamos cómo se procedió a este respecto.

Con los datos de interferométricos medidos a las potencias de 256 mW, 364 mW y 764 mW, inicialmente se realizó una composición de todos ellos para formar un solo archivo con todas las muestras a una misma potencia como el que se mostró en la **Figura 6.6** arriba para 256 mW.

Hecho esto se procedió a elaborar un programa de cómputo para hacer el cálculo de la función visibilidad de estos espectros tramo a tramo, especial cuidado se tuvo con buscar no ceñirse a las fluctuaciones muy finas observadas asociadas a la inadecuada resolución de medida y las absorciones atmosféricas antes mencionadas, pero a la vez buscando representar el comportamiento global observado en las franjas de interferencia de los datos, buscando hacer esta representación de la mejor manera posible el algoritmo de computo desarrollado utilizó funciones de interpolación de Hermite, con la habilidad de pegarse y mantener la forma dentro del intervalo de medida lo mejor posible, luego se realizó un remuestreo para corregir parcialmente el asunto de la muy fina resolución del OSA elevándola a ser equivalente a haber sido medida con una resolución de $\Delta\lambda_{\text{Min_remuestriada}} = 0.15$ nm.

Luego de esto, se procedió a calcular la función visibilidad Para ello primero se procedió trazando un par de curvas suavizadas sobre todos los máximos y sobre todos los mínimos según se indica en la **Figura 6.9**, una vez hecho esto se aplicó la definición de visibilidad espectral dada en el **Capítulo 4**, Una vez hecho esto y para facilitar la comparación con las simulaciones de nuevo se suavizó la visibilidad calculada remuestriandola para que la resolución $\Delta\lambda_{\text{remuestriada_total}} = 1 \text{ nm}$ coincidiera aproximadamente con la resolución de medida de los espectros totales, la cual fue de $\Delta\lambda_{\text{medida_total}} = 1 \text{ nm}$.

En la **figura 6.9** se muestra un par de estos espectros remuestriados, la curva de ajuste para los máximos en verde y para los mínimos en magenta de las franjas de interferencia, abajo se muestra la visibilidad calculada en azul y la visibilidad remuestriada como se indicó arriba, además en rojo se muestra la visibilidad promedio de todo este intervalo.

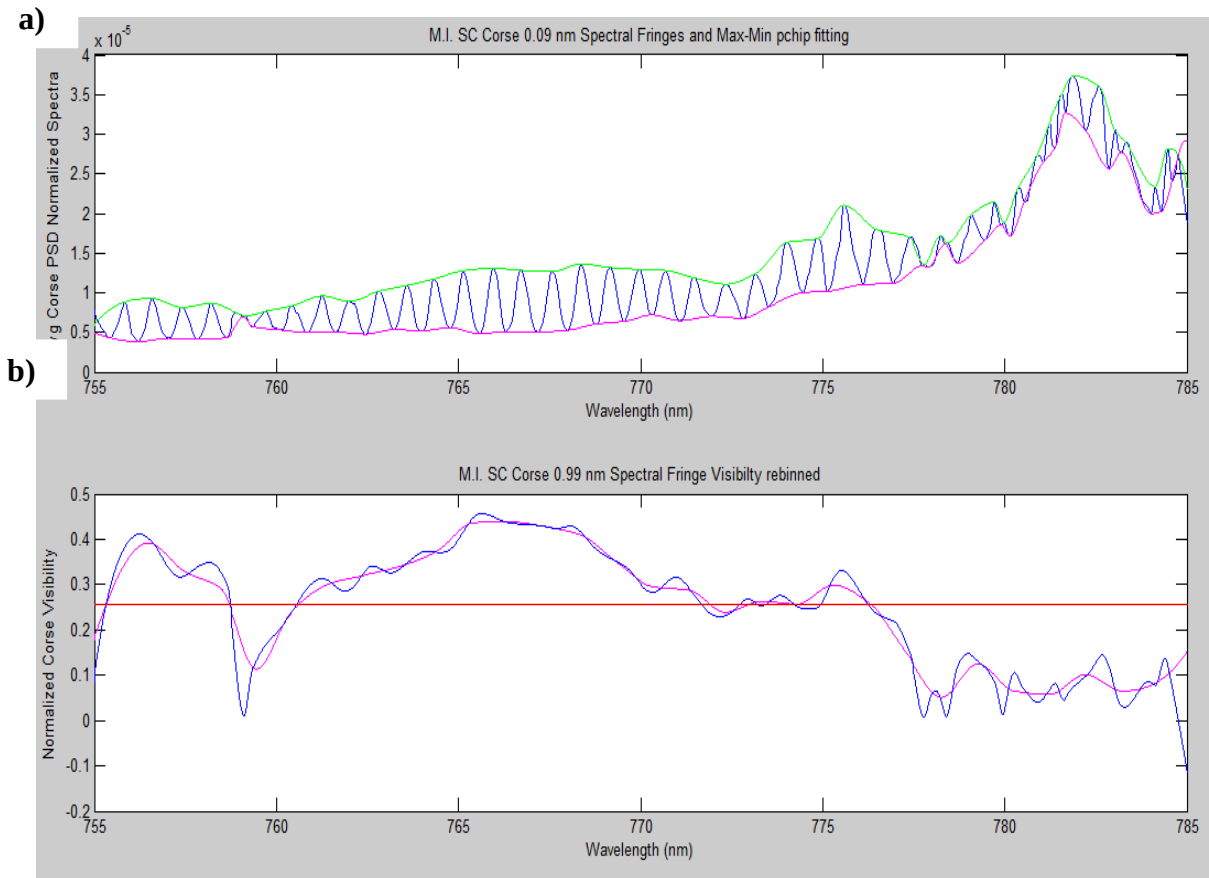


Figura 6.9 a) Curvas de ajuste para los máximos (verde) y mínimos (magenta), **b)** Visibilidad calculada original (azul), remuestriada (rosado) y la visibilidad promedio (rojo).

Una vez se realizó este cálculo se extiende a todas las muestras de cada espectro y se compone la visibilidad para todo el rango del SC medido, como se muestra en la **Figura 6.10** para el espectro del supercontinuo generado con 256 mW.

Como la visibilidad se calcula muestra a muestra, se tuvo especial cuidado en los extremos de cada muestra pues puede darse el caso que el comportamiento de los polinomios de ajuste utilizados mediante la función de ajuste FIT de MATLAB usando la opción “pchip”, se comporten mal en algunos de estos extremos de los 26 espectros de medida para toda la banda espectral dando visibilidades inconsistentes, por ejemplo, considere este hecho observando detenidamente lo que pasa con estos polinomios entre 784 nm y 785 nm la **Figura 6.9**, así que para minimizar estas malas estimaciones, se decidió desechar el primer y último nanómetro de cada muestra espectral y así evitar esta situación. Adicionalmente se observó que cuando la densidad espectral era muy pequeña o cercana a “cero”, las visibilidades medidas se acercan artificialmente a 1, pues está asociado con la definición de la visibilidad que se usa.

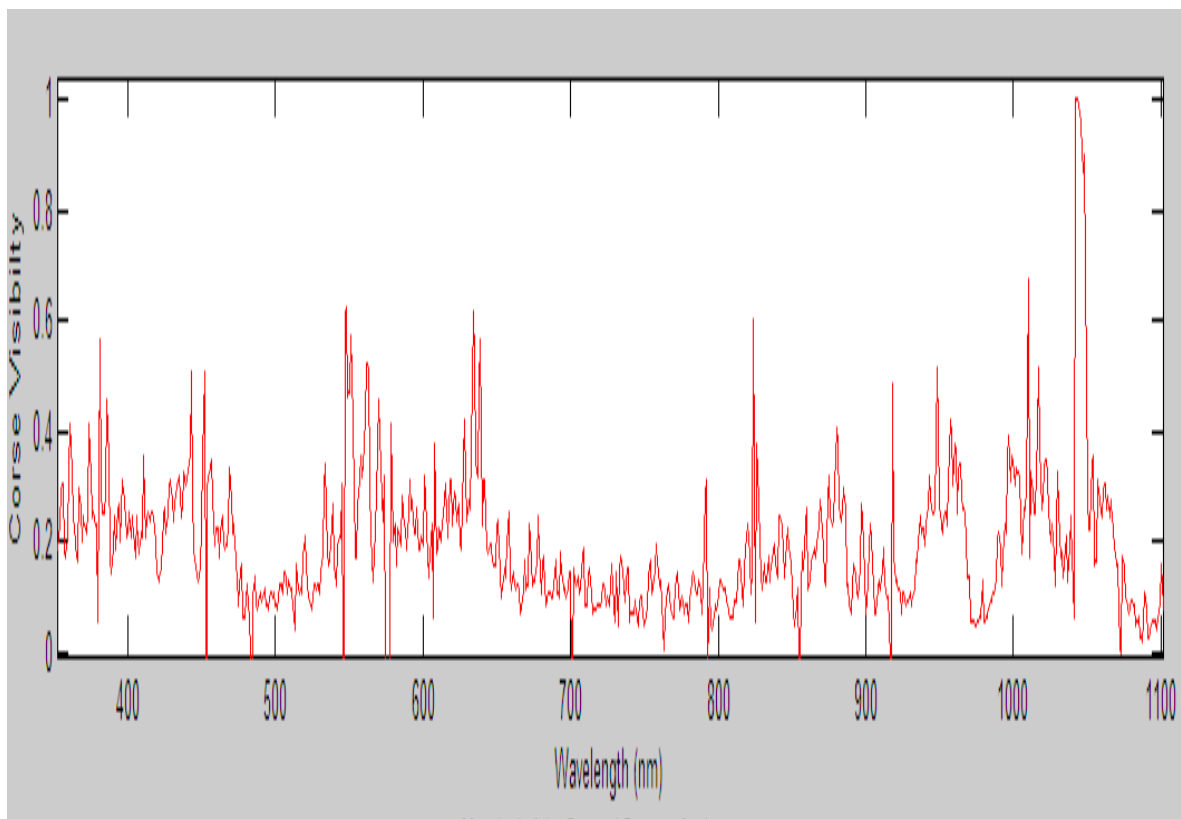


Figura 6.10 Visibilidad calculada y remuestriada para todo el rango espectral para el supercontinuo correspondiente a 256 mW.

Habiendo calculado la visibilidad para todo el rango espectral y de acuerdo a la **Ecuación 4.40** para estimar el grado de coherencia espectral mutua que nos interesa debemos conocer las densidades espectrales individuales propagadas hasta el punto de observación (entrada al OSA) para cada brazo del interferómetro. Ellas únicamente se midieron para todo el rango de espectro y se usó una resolución de medida en el OSA de 1nm y se presenta en la siguiente figura ver **Figura 6.11**.

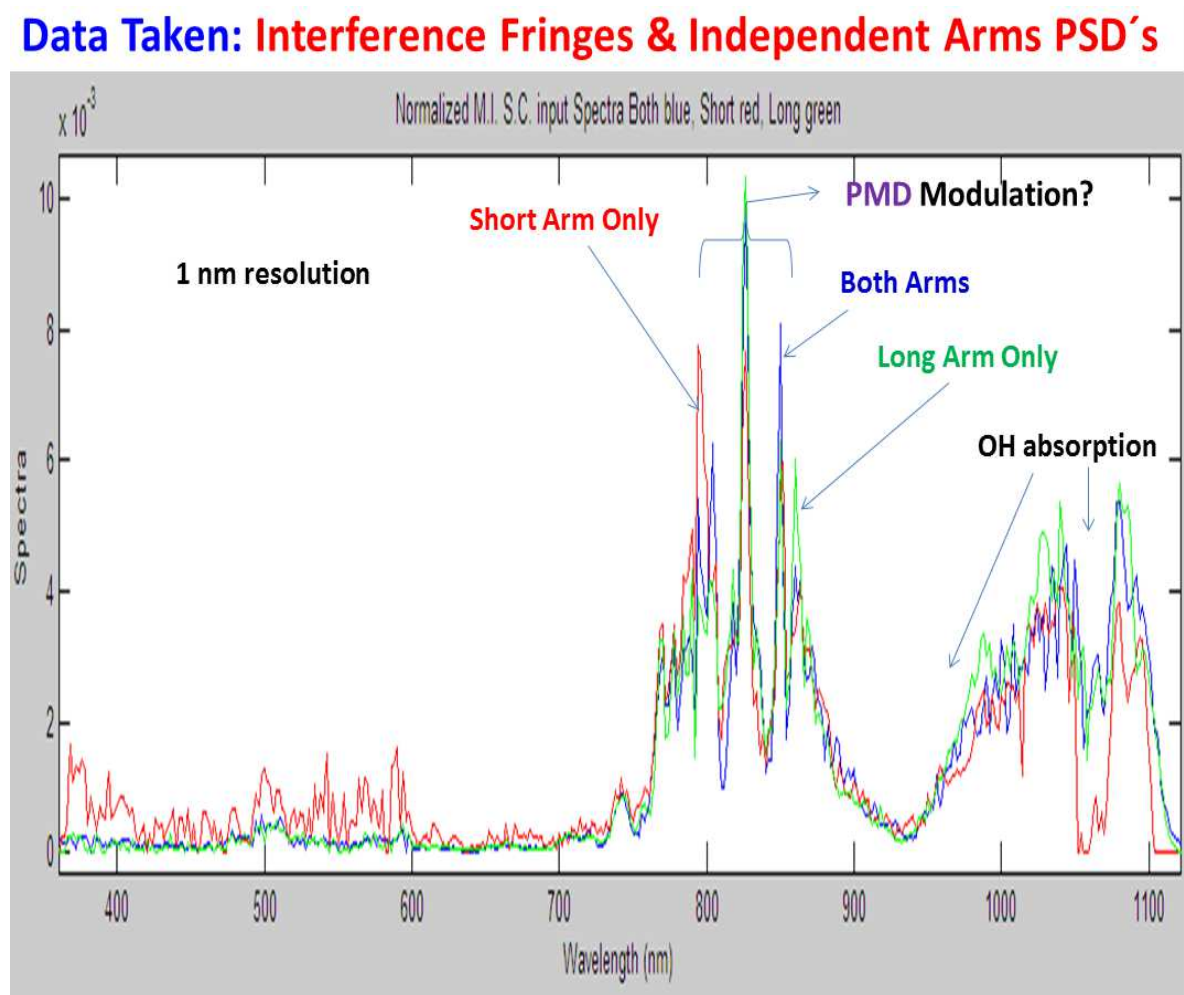


Figura 6.11 Espectros normalizados provenientes de ambas ramas del interferómetro que llegan sin interferencia hasta el OSA para el SC de 256 mW. En rojo se aprecia el espectro proveniente de la rama corta del interferómetro y en verde se aprecia el espectro proveniente de la rama larga. Obsérvese además unas 3 grandes franjas de interferencia en la región central cercan a los 800 nm, donde no debería verse tal cosa pues estos no son espectros de interferencia. Este hecho es clave y ayuda a sustentar una hipótesis que se propondrá en la **sección 6.7**.

A simple vista se puede notar (compare el espectro de absorción del agua de la **Figura 6.8** y lo que se ve en el rango espectral comprendido entre 1050-1070 nm en la **Figura 6.11** por ejemplo) que estos espectros reflejan la presencia de absorciones que dificultan y oscurecen el cálculo final de la coherencia e incrementan la incertidumbre con la que se puede estimar este grado de coherencia a partir de las condiciones de medida utilizadas.

Como se mencionó arriba un mejor diseño experimental de esta medida debe blindar o minimizar al interferómetro de todas estas absorciones selectivas que sufre el supercontinuo. En el aire, trabajando el interferómetro dentro de una atmósfera modificada que no contenga vapor de agua, ni CO₂, ni Oxígeno y en los espejos, lentes y demás óptica involucrada asegurándose que ella sea diseñada para transmitir una banda ancha, cosa que es por demás muy difícil de lograr para un espectro tan ancho, por tanto, se debe hacer una caracterización de todas estas absorciones para luego compensar en la medida de lo posible el resultado medido. Otra posibilidad puede ser incluir en el pos proceso de los datos de del conjunto estadístico simulado estas absorciones con sus correspondientes atenuaciones como función de la frecuencia, asunto quizá sea más viable y menos costoso, esta es quizá la única manera de dar cuenta de este efecto, pero por los razones nombras al comienzo de este capítulo no fue posible hacer algo a posteriori una vez se empezó a hacerse el análisis de estos datos y percatarme de toda esta compleja problemática.

También y quizá como una medida paliativa de no existir la posibilidad de blindar al interferómetro de estas absorciones, ni hacer las correcciones vía simulación, se podría tratar de garantizar que ambas amplitudes espectrales fuesen muy cercanas entre sí, para entonces con un muy buen grado de aproximación proponer que la visibilidad coincida con ser el grado de coherencia espectral buscado, ver **Ec. 4.39** y así evitar tener que pasar por indeterminaciones adicionales fruto de la utilización de la expresión ver **Ec. 4.40**.

Siguiendo con el algoritmo de medida propuesto en el **Capítulo 4**, entonces con la ayuda de la visibilidad ya calculada y los espectros medidos que se acaban de mostrar, se procede a hacer la estimación del grado de coherencia espectral mutua medido, quedando el resultado así.

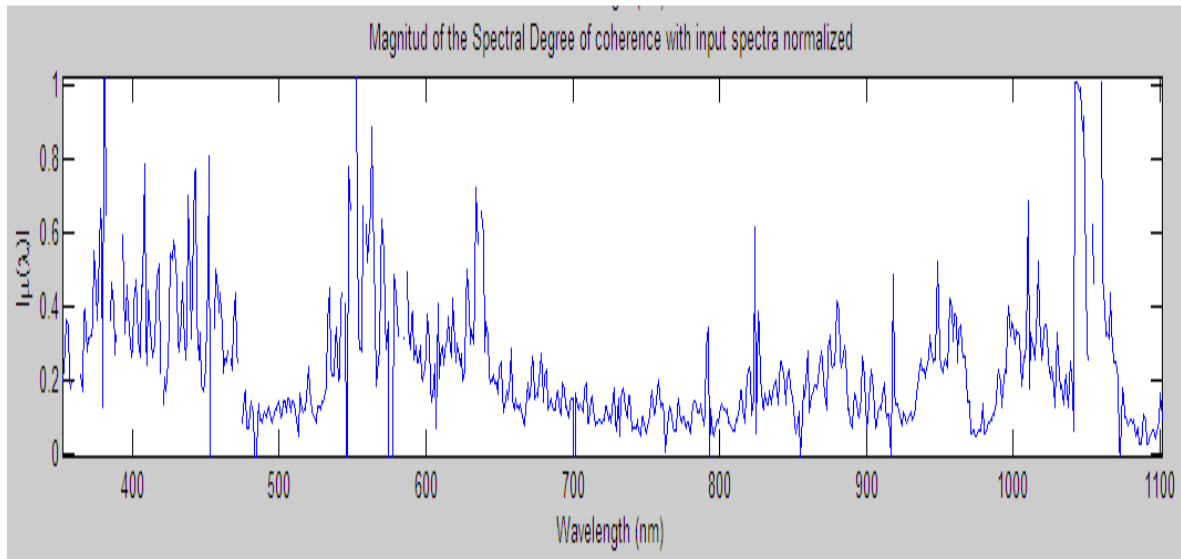


Figura 6.12 Magnitud del grado de coherencia espectral mutua entre pulsos sucesivos para el supercontinuo generado con una potencia media incidente en una fibra micro estructurada altamente no lineal de 256 mW.

Los valores por encima de 1 y por debajo de 0 se deben a los problemas antes mencionados y adicionalmente al hecho de que por el carácter estocástico y cuasi estacionario mas no caótico de este proceso, el espectro del supercontinuo sufre de variaciones que imposibilitan punto a punto para todo el espectro contar con medidas que reflejen el comportamiento puntual ente partes espectrales a no ser de que se tomen todas ellas en simultaneo, cosa que no se pensó a la hora del diseño de esta experiencia ni había la viabilidad técnica disponible para ello en el momento de la escuela STELLA. Ahora, gracias a la cuasi estacionaridad y ergodicidad demandada en el **Capítulo 4** para este proceso, esto no debe representar un inconveniente mayor y de ahí se entiende que el resultado de la medida como un todo es el que tiene una mayor significancia.

Al observar los espectros compuestos completos y notar que las franjas espectrales están muy juntas y con presencia de mucho ruido surgen dos consideraciones inmediatamente,

1. La primera nos indica que la función de fase espectral está cambiando muy rápidamente y que la coherencia supercontinuo se está deteriorando apresuradamente para pasar a convertirse en una fuente de luz no coherente y ruidosa.

2. En segunda instancia y a causa de las múltiples fuentes de ruido exógenas, de inmediato se pierde interés la determinación de esta fase espectral. Razón por la cual no se estimó ni midió en este trabajo.

Una vez concluido el proceso de análisis de los datos, solo queda la labor de hacer una comparación contra las predicciones que para este efecto propone el modelo de la GNLSEE. Labor esta que en principio suena sencilla y muy viable de hacer, pero al ser en sí mismo este un problema inverso, puede y en realidad fue un proceso muy dispendioso en tiempo y demandó de un gran recurso computacional para poder elaborar esta comparación.

A continuación se mostrará con detalle, gran parte de todo el proceso seguido para encontrar una solución consistente a todo este acertijo.

6.3 Propiedades Modales de la Fibra.

Ante la necesidad de modelar el SC vía simulación de la GNLSEE, inmediatamente nos percatamos de que es de vital importancia tener claridad sobre el comportamiento modal de esta fibra, pero este asunto es todo otro mundo lleno de sutilezas y habilidades que trataré de mencionar en esta sección.

6.3.1 Cronología de una Aventura Inversa.

Quizá uno de los problemas iniciales más importantes por resolver a fin de hacer la simulación de la GNLSEE, es el de establecer con la mayor claridad posible (o mínima incertidumbre) todas las propiedades modales pertinentes de la fibra utilizada, propiedades como la dispersión por velocidad de grupo o índice de refracción efectivo y constante de propagación modal, el valor de la constante no lineal γ , el área efectiva modal, los rangos de longitud de onda para los que la fibra es o deja de ser mono modo, etc.

El establecimiento de todos estos parámetros demanda de la utilización de algún tipo de software especializado en la solución de la ecuación modal nombrada en el capítulo 2, software que no estaba a mi disposición al comienzo de esta investigación. Por esta razón, inicialmente y por muchos meses se utilizaron como datos de entrada para las propiedades

modales de la fibra usada, aquellos suministrados con motivo de la escuela STELLA por el grupo de Pavía (Tartara, 2012), estos datos fueron:

La Dispersión modal del modo fundamental, un estimado del valor de la constante no lineal $\gamma = 0.117 \text{ W}^{-1} \text{ m}^{-1}$, y 3 fotos S.E.M. del área transversal de la fibra medida por ellos, ver **Figura 6.13**.

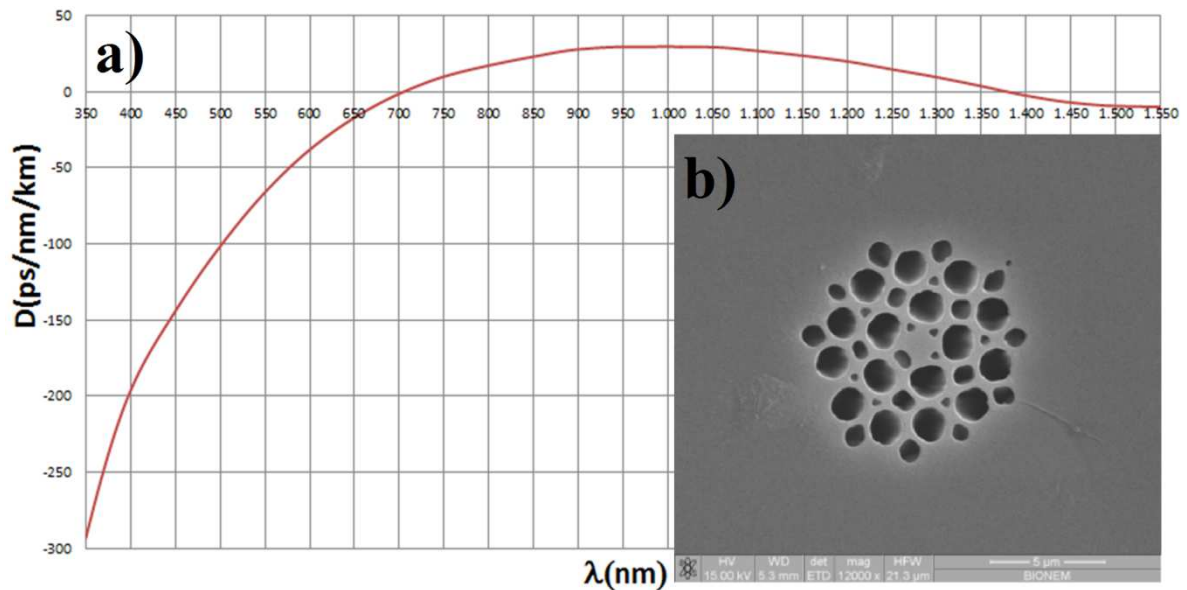


Figura 6.13. a) Dispersión modal del modo fundamental de la fibra. **b)** Imagen SEM del núcleo de la fibra.

Con esta información y con otros datos recabados durante la experiencia de medida en el escuela STELLA, se procedió a realizar un proceso que buscaba encontrar la potencia del pulso incidente más óptima (luego de generar un conjunto estadístico apropiado se tomaba su promedio para hacer la comparación contra la medida) para reproducir la densidades espectrales que salían de la fibra y alimentaban el interferómetro de Michelson y sirvieron para la evaluación y reporte de la coherencia medida en el apartado anterior.

Gracias a la ausencia de un estimativo de la incertidumbre en casi todos los parámetros que nutren a la GNLSEE y a el carácter estocástico de este proceso altamente no lineal, por muchos meses se surtió el proceso de búsqueda por ensayo y error del conjunto de parámetros óptimos que pudieran generar los 3 espectros medidos que guardaran la misma relación de potencia con la que se midió la coherencia y que a su vez representaran la dinámica esperada y una función de coherencia comparable a la ya medida (pues se espera

por lo reportado en algunos trabajos previos (Lu, 2004) que la GNLSEE fuera capaz de hacer predicciones razonablemente cercanas a las medidas hechas).

Por más que se trató y se trató con un gran número de ensayos de sutiles variantes en los parámetros nunca se logró llegar a una respuesta satisfactoria de este estimado, lo cual obligó a dudar de todos y cada uno de los parámetros usados aumentando a así de manera muy onerosa las semanas y meses de computo de esta búsqueda tediosa y desesperanzadora en el que se había convertido esta simple tarea de búsqueda de parámetros “un problema inverso”.

Por fortuna al ser ésta una de las primeras fibras micro estructuradas fabricadas exitosamente en el mundo y por la Universidad de Southamton, en U. K en el centro O.R.C. , los fabricantes de esta fibra la habían sometido a una investigación amplia y caracterización de algunos de sus parámetros y habían publicado en diversas tesis y artículos investigativos (Finazzi, 2003), (Price, 2003) , (Belardi, 2003) , (Hillman, 2001), (Saitoh, 2003), algunos datos medidos de sus propiedades de interés para este estudio, ayudando a complementar y corregir algunos de los datos de la información inicial suministrada con motivo de la escuela STELLA.

Motivado por ello, se decidió hacer un esfuerzo adicional y de mayor envergadura por ensayo y error de parámetros dentro de sus posibles tolerancias, pero ahora involucrando aquellos parámetros iniciales inamovibles obtenidos durante la escuela STELLA, como lo eran el valor de la constante no lineal γ y la curva de dispersión por velocidad de grupo suministrada por ellos. Según algunas medidas puntuales (Price, 2003) reportados en estos trabajos en Southamton todo indicaba que la dispersión por velocidad de grupo $D(\lambda)$ mostrada arriba en la **Figura 6.13** debía ser en valor absoluto mayor al valor inicialmente provisto en los datos de Pavía, pues ellos en el ORC @1060 nm estimaban una dispersión del orden de 150 ps/nm km mucho mayor a los cerca de 29 ps/nm km que se leen de la simulación hecha por ellos, así mismo ocurría con el valor de la constante no lineal, se esperaba que esta fuera un poco mayor que el mayor valor de los valores usados por los miembros de Pavía en sus publicaciones en las que hacen referencia a esta fibra (Tartara, 2003a), (Tartara, 2003b), (Cristiani, 2004), (Degiorgio, 2005), ahí sugieren que como máximo el valor de γ es de $\gamma=117$ /W km@800 nm, entre tanto Hillman, luego de una muy detallada caracterización geométrica hecha en el ORC (Hillman, 2001) logró estimar un radio para el modo fundamental comprendido entre 0.631 nm según sus simulaciones y 0.710 nm por medición directa, lo cual corresponde a una no linealidad del orden de $\gamma=140$ -170/W km@785 nm, valor que discrepa en cerca de un 30% del valor suministrado directamente en esta escuela.

Con lo cual, esta simple búsqueda de la potencia y ruido de amplitud optimas se convirtió en una monumental empresa de simulación que copó muchos esfuerzos de trabajo por casi dos años, logrando por fin llegar a decantar un conjunto de parámetros óptimos y consistentes que conciliara las diversas exigencias de consistencia que ellos debían de cumplir en sí mismos y que además por supuesto, reprodujeran aceptablemente los resultados de los espectros medidos, de tal manera que conservaran la morfología interna de los espectros, que como ya se ilustró previamente en el capítulo 3, responde a una dinámica solitónica característica del régimen de producción de SC con pulsos de femtosegundo bombeados en la región de dispersión anómala de una fibra cuya constante de no lineal sea alta.

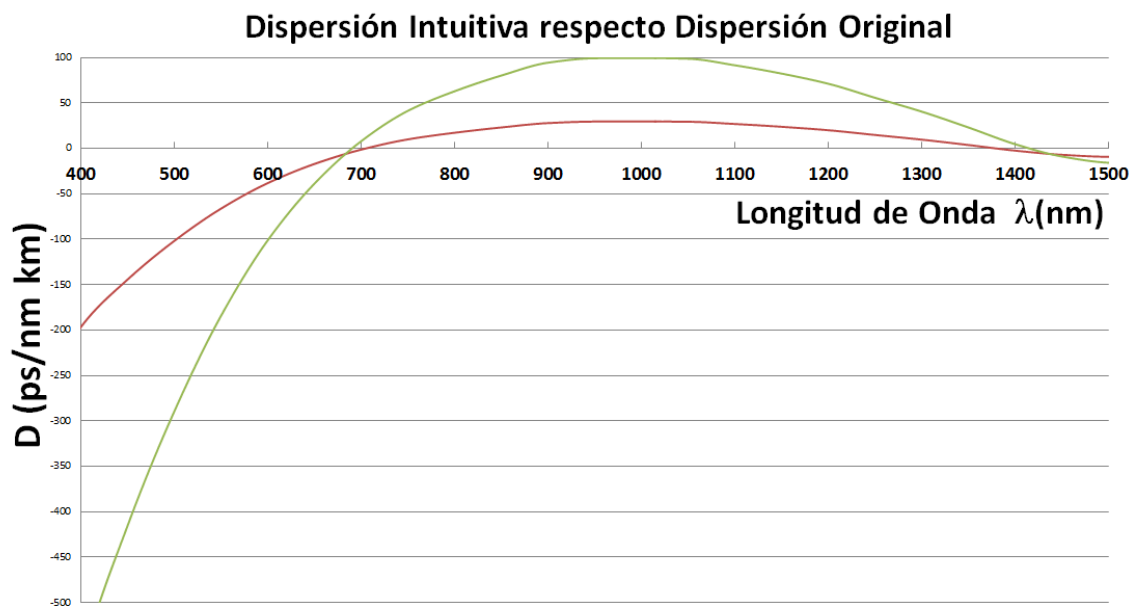


Figura 6.14. Dispersión intuitiva (heurística) propuesta por el autor, pues con ella se “describe mejor” a las densidades espectrales de potencia medidas. Esta curva de dispersión se acerca más al resultado de medida del ORC en el que se estimó que la GVD@1060 nm era cercana a 150 ps/nm km y además, tiene en cuenta al hecho de que la primera región de dispersión cero debe ser cercana 700 nm, según lo midió y reportó el grupo de Pavía (Tartara, 2003) en sus trabajos con esta fibra.

Luego de este resultado alentador, y para efectiva y razonablemente poder describir desde la simulación a los datos, había que aclarar un par de asuntos, a saber.

- El primero consistía en que no se contaba con una relación de dispersión propia obtenida desde primeros principios que validara la nueva curva de dispersión “intuitiva” que había usado para obtener una solución más aceptable de este acertijo.

- El segundo provenía de la reiterada omisión de predicción de algunas de las características morfológicas secundarias de los espectros en las miles de simulaciones hechas y la existencia de una discrepancia no achacable a variantes menores en los parámetros de los modelos de ruido propuestos con respecto a la coherencia que reportaban estas simulaciones versus la ya observadas en los datos.

Para aclarar el primer asunto, había que recurrir a software especializado para generar una estimación propia de las propiedades modales de la fibra a fin de dirimir la duda sembrada por una estimación puntual de los fabricantes en el ORC respecto de la usada por el grupo de Pavía, esta discrepancia y la falta de acuerdo entre simulaciones y datos fue la que guió a proponer una curva de dispersión heurística o “intuitiva” de mayor valor absoluto respecto de la relación de dispersión provista en Pavía con motivo de la escuela STELLA.

Ante la necesidad imperiosa de modelar las propiedades de dispersión de esta fibra, se inició la búsqueda de un software que permitiera hacer esta estimación de manera amigable y confiable. Luego de hacer varios intentos con distintas herramientas de computo de software libre que fallaban debido a la gran asimetría presente en la microestructura o por su complejidad de programación desde la distancia, se encontró que el software COMSOL era muy apropiado y con él se realizó la estimación de algunas de las propiedades modales más importantes de esta fibra antes mencionadas, e inclusive se pudo modelar algunas de la características no antes reportadas para esta fibra.

Veamos algunos resultados conseguidos con todo este proceso de simulación hecho con la ayuda de COMSOL.

6.3.2 Modelamiento Propiedades Modales de la Fibra con COMSOL.

Una de la ventajas principales del software COMSOL para este propósito radica en que permite calcular las propiedades modales y hacer cálculos complejos adicionales con los parámetros que el mismo genera, todo esto dentro de un ambiente de ventanas muy amigable con el usuario.

Inicialmente y como principal parámetro se requiere ingresar la sección transversal de la fibra, para ello por medio de las fotos obtenidas por medio del microscopio por barrido de electrones S.E.M. y provistas por el grupo de Pavía, ver **figura 6.13**, se hizo el proceso de

generar una versión gráfica vectorial de esta sección transversal y luego por medio del mismo software se procedió a ingresar los parámetros asociados a los materiales de construcción, a la geometría circundante y se ajusta la escala absoluta, también se debe hacer una selección de lo que se llama una capa perfectamente absorbente o P.M.L., en la parte exterior para limitar el tamaño del revestimiento o “cladding” y así evitar que el software deba simular las regiones mucho más allá del núcleo y del revestimiento micro estructurado economizando tiempo y capacidad de computo, esta barrera artificial se construyó de tal manera que se evitan los efectos indeseados debido a reflexiones en esta interfaz ficticia. Hecho todo esto, el software COMSOL que usa la técnica de elementos finitos, genera un enmallado muy fino que permite hallar la solución numérica de la ecuación de valor propio que gobierna a los modos que se propagan y con ella entonces, se procede a cuantificar las propiedades modales de la fibra. Las figuras siguientes muestran lo expuesto anteriormente.

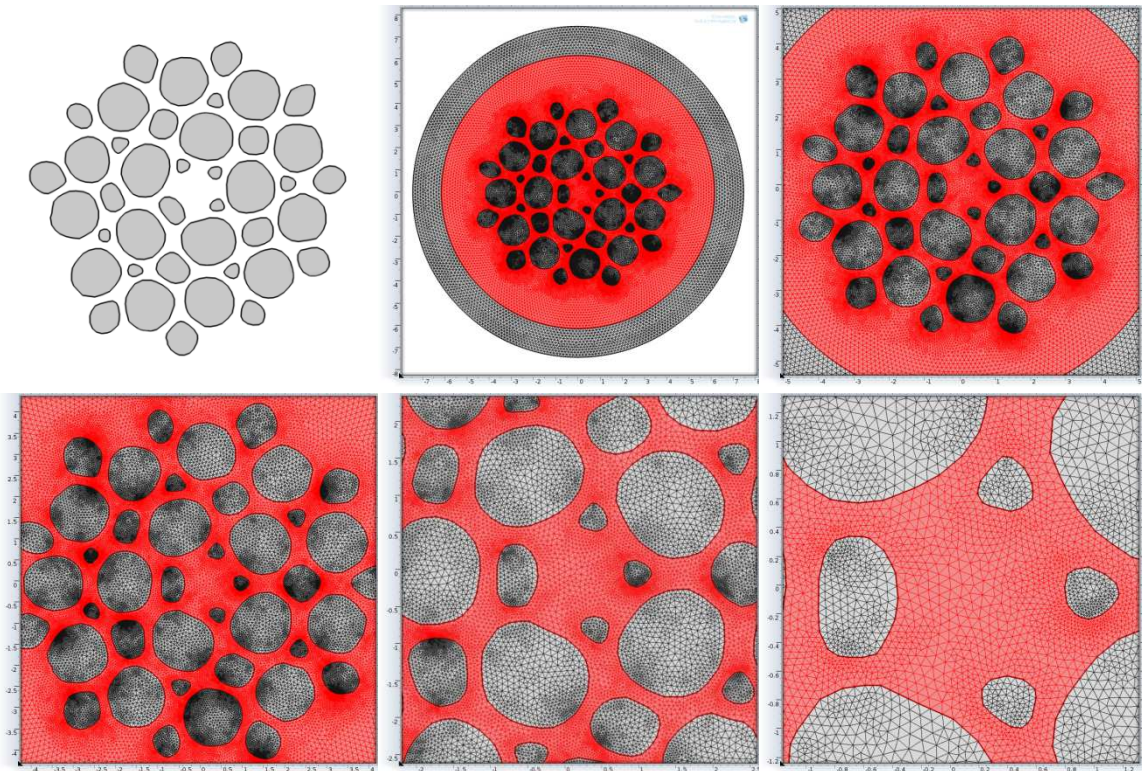
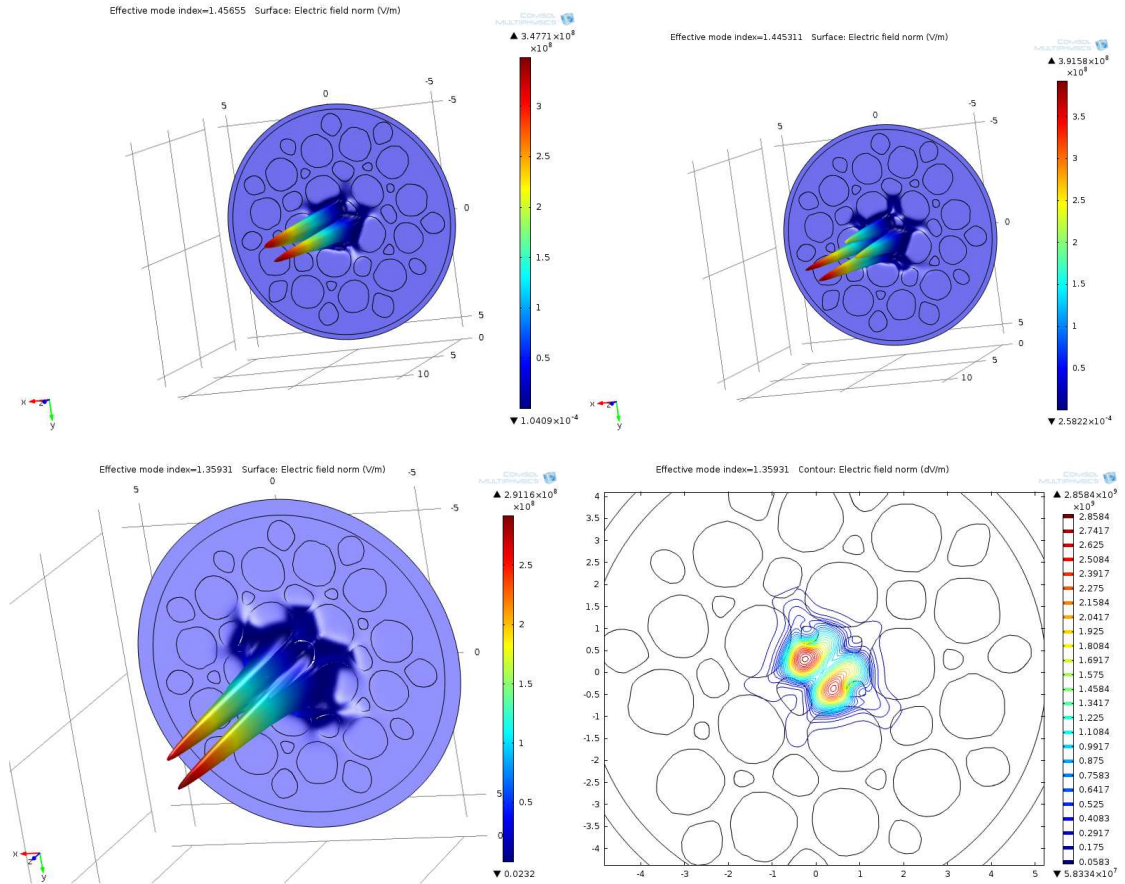


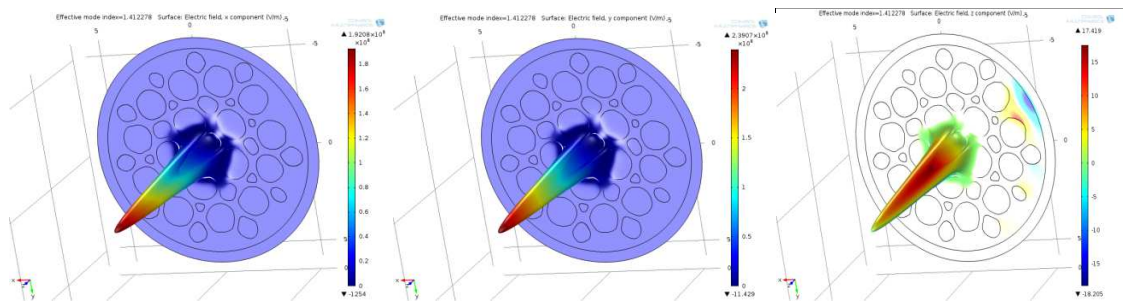
Figura 6.15 Detalle del enmallado fino (mesh) generado por COMSOL para la solución numérica de la ecuación de valor propio de los modos en una fibra, mediante la técnica de elementos finitos.

Enseguida se inicia el proceso de evaluar para todo el rango de longitudes de onda el valor de índice de refracción efectivo de los modos en propagación. La **Figura 6.16** muestra algunos de estos modos observados como función de la longitud de onda dentro del rango de longitudes de onda de la dinámica observada.

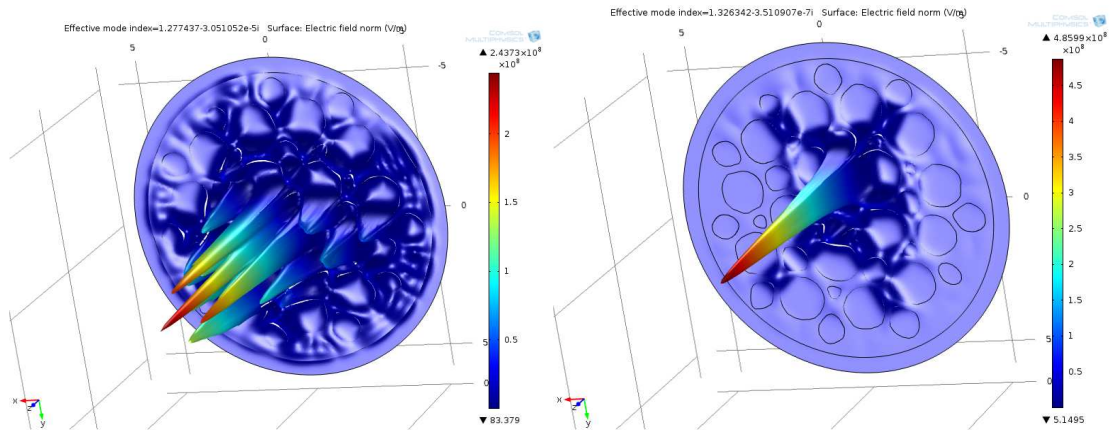
a) Modos segundo y tercer orden @350 nm



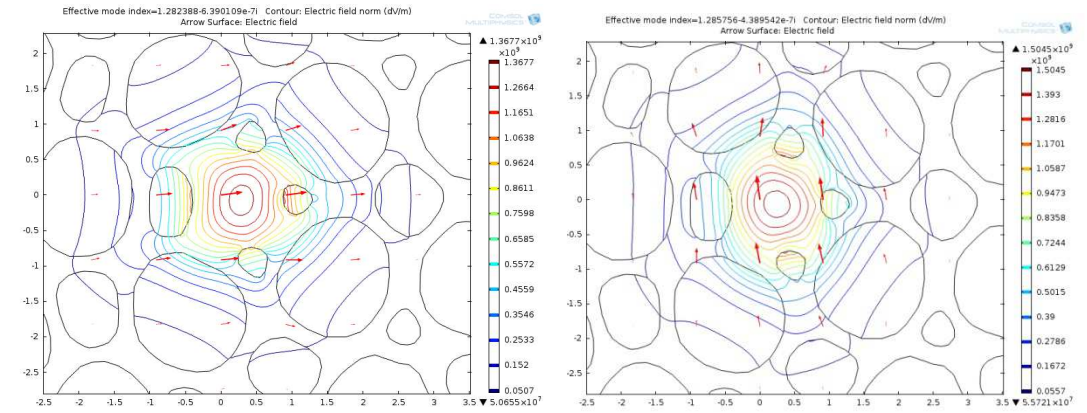
b) Componentes de Campo E_x , E_y , E_z del Modo fundamental @800 nm respectivamente; como se supuso en capítulo 2, note que $E_z \ll E_x$ y E_y



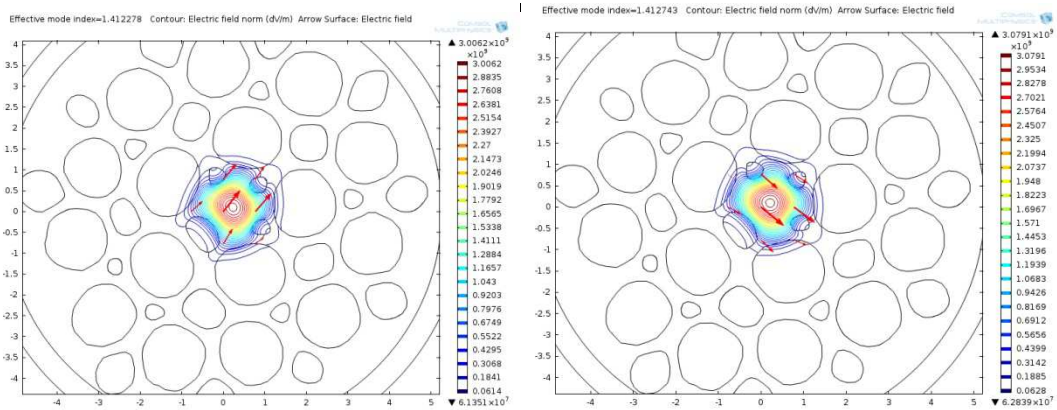
c) Modo de orden superior y Modo auxiliar @ 800 nm con grandes pérdidas por mal confinamiento



d) Modo fundamental birrefringente X y Y con pérdidas @2000 nm.



e) Modos birrefringencia fibra @800 nm



f) Contorno de intensidad de campo del modo fundamental birrefringente @780 nm

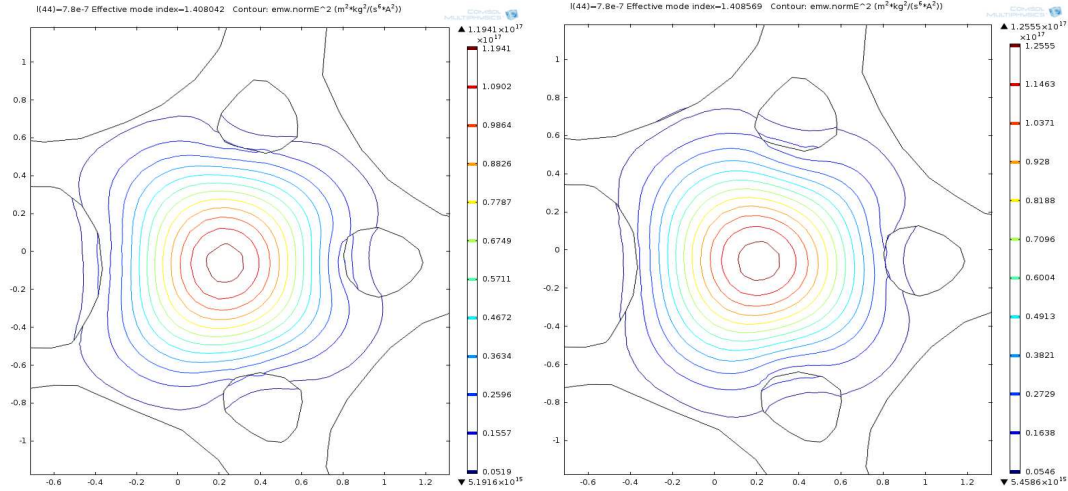


Figura 6.16 Algunos resultados obtenido con COMSOL sobre las propiedades modales de la fibra.

Una vez vemos que el software reproduce las propiedades modales de la fibra esperadas, se procede a extraer toda la información que se necesita para alimentar la GNLSEE a partir de los datos del índice de refracción efectivo modal que esta herramienta de software suministra y otros más, veamos algunos de estos resultados obtenidos.

Con el índice efectivo modal simulado se procede a calcular, la Birrefringencia **B** dada por:

$$\mathbf{B}=|n_x-n_y|, \quad (6.1)$$

la dispersión cromática **D** dada por:

$$\mathbf{D} = - \lambda \, d^2n/cd\lambda^2, \quad (6.2)$$

para los dos modos birrefringentes y la velocidad de grupo v_g dada por:

$$\mathbf{v_g}=c/(n+\omega dn/d\omega) \text{ ó } v_g=1/\int Dd\lambda. \quad (6.3)$$

Algunos resultados obtenidos se muestran a continuación, donde además se incluyen la dispersión **D** original y la dispersión **D** intuitiva para su comparación.

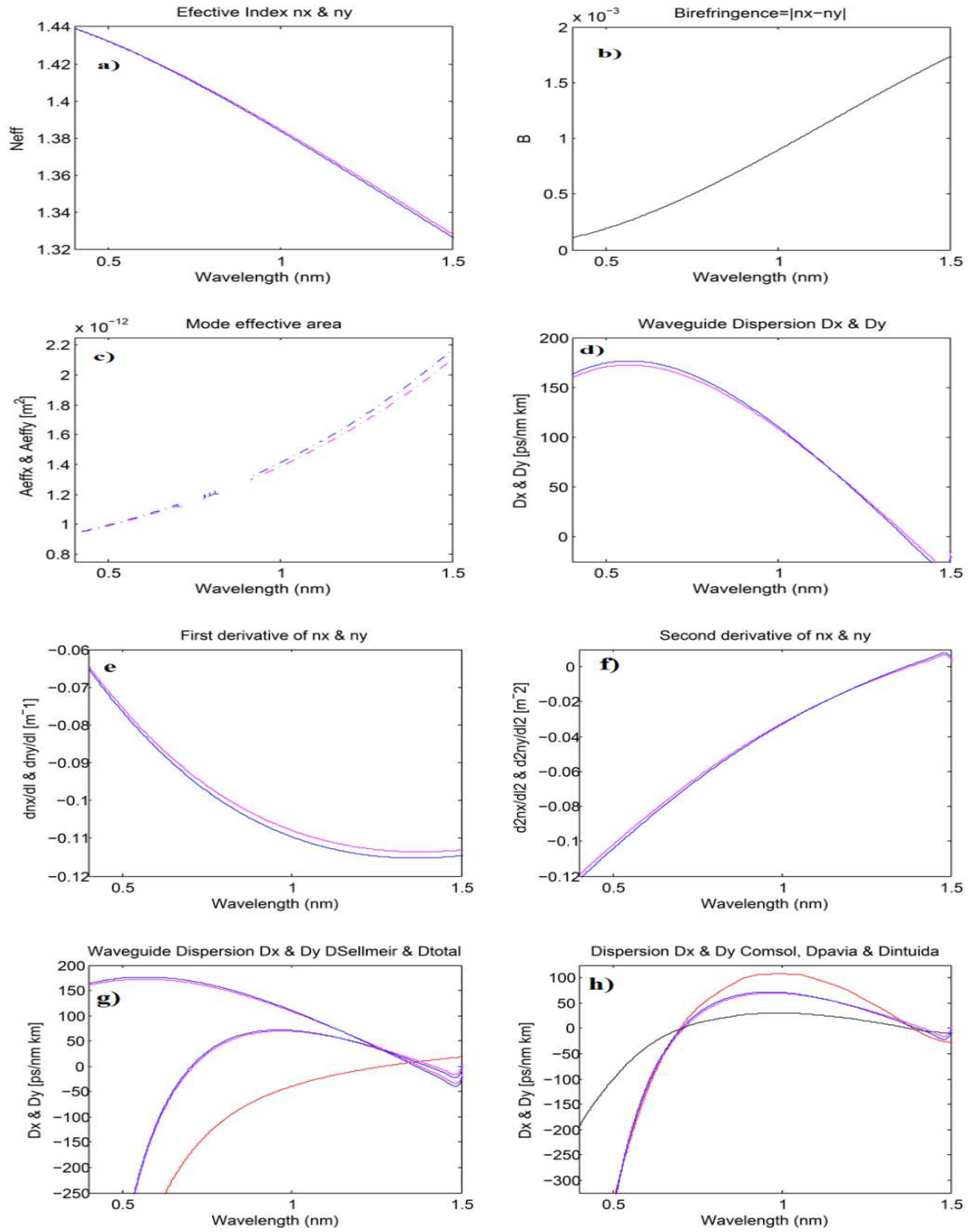


Figura 6.17 Propiedades modales del modo fundamental de la fibra simuladas con COMSOL **a)** Índice efectivo n_x & n_y ; **b)** Birrefringencia $B = |n_x - n_y|$; **c)** Área Efectiva modal x & y; **d)** Dispersión de la Guía x & y; **e)** Primera derivada de n_x & n_y ; **f)** Segunda derivada de n_x & n_y ; **g)** Dispersión de la guía, Dispersión del material (Sellmeier) y Dispersión total de la fibra x & y; **h)** Dispersión total. En negro Original Pavia, en rojo intuïda, y en magenta D_x , en azul D_y .

luego se calcula por derivación numérica directa la dispersión por velocidad de grupo (solo se trabaja con el modo fundamental porque a pesar de observar que la fibra soporta múltiples modos en la región inferior a los 800 nm, durante la experiencia práctica en Pavía, solo se observó la presencia de este modo en la fibra, además dentro de los objetivos de la propuesta de investigación se asumió que no se tendrían en cuenta modos de orden superior y solo se usaría el modelo escalar para hacer la medida de este estudio.

Ya que el software revela que todos los modos no están bien confinados y sufren de pérdidas por confinamiento, entonces se puede calcular estas pérdidas mediante la expresión:

$$C_{\text{loss}}[\text{dB/m}] = 40\pi \text{Im}(n_{\text{eff}})/\lambda * \ln 10. \quad (6.4)$$

La asimetría que se observa en la región del núcleo y en el revestimiento micro estructurado de esta fibra inducen una gran birrefringencia, ruptura de la degenerancia del modo fundamental, la cual se puede observar a simple vista en las gráficas mostradas arriba. Como el software permite operar con las magnitudes físicas calculadas por el a posteriori de haber determinado los modos, y en virtud de la definición del área efectiva del modal convencional dada en el **capítulo 2** (Agrawal, 2007), esta se pudo calcular para el modo fundamental y su representación gráfica está arriba:

Como se puede notar, la simulación hecha con COMSOL difiere poco en la forma con la simulada por el grupo de Pavía en el 2002 y se acerca un poco más a la estimación puntual @1060 nm hecha por los fabricantes, para ganar confianza en que esta nueva estimación de COMSOL es mejor, se decidió buscar algunas otras cuantificaciones de magnitudes físicas medidas y reportadas en la literatura existente sobre esta fibra y se encontró la siguiente información:

Parámetro	Valores ORC	Valor Pavía	Valor COMSOL
Radio modo @785 nm [μm]	0.632 sim/0.71 med	1.26-0.726	0.635 nm
C_{loss} @ 1550 [dBm]	1.0 med/ 10 sim	-	0.15 dBm
Birrefringencia @1060 nm	9.217E-4	-	9.994E-4
D @ 1060 nm [ps/nm km]	~150	29.1	66.5
λ_{ZDW} [nm]	<800	700med/710 sim	~704/~710
γ [1/W m] @810 nm	-	~0.117	~0.170

Tabla 6.1. Parámetros relevantes sobre la fibra estudiada recabados de la literatura proveniente los fabricantes en el ORC, de los datos publicados o suministrados por el grupo de Pavía, y de los simulados buscando ajustarse a la medidas del ORC y modelados con COMSOL en este estudio.

Luego de mucho simular con variantes sutiles en la geometría de la fibra que se ingresa a COMSOL, como principal insumo, se observó que en realidad era muy difícil tener certeza sobre el mejor valor para los parámetros que se necesita conocer de la fibra, pues sus propiedades modales son muy sensibles a sutiles variantes en la geometría y la pureza del material de fabricación, pues como es conocido, la geometría en una fibra real cambia oscilantemente a lo largo de ella. Luego de toda esta experiencia interactiva con COMSOL se concluyó que la dispersión original suministrada en la escuela STELLA se podía mejorar su estimación con la hecha por este método usando COMSOL, pues como se observa en la **Tabla 6.1** los valores obtenidos se soportaba y contrastan mejor contra los estimados originales del ORC y lo que es mejor aún, luego de muchas simulaciones de la GNLSEE hechas con estos insumos los resultados de simulación observados estan en mejor acuerdo con las medidas, como como se hará notar más adelante.

El segundo asunto pendiente del que se comentó arriba, precisamente tiene que ver con el carácter altamente birrefringente de esta fibra, que ha salido a relucir en pleno con los resultados arrojados por COMSOL y del hecho de que durante el proceso de toma de datos no se tuvo especial precaución con garantizar en todo momento que la iluminación de la fibra fuera siempre coincidente a lo largo del mismo eje propio de polarización, es más, al proponer una sola curva de dispersión para la fibra, casi se da por sentado que no es importante distinguir cuál de los 2 ejes de polarización está siendo iluminando, cosa que en general es inapropiado y trae inconvenientes a la hora de analizar datos contra simulaciones de ellos. Más adelante veremos cómo se pudo solventar parcialmente este hecho crítico, sin tener que entrar en la generalización vectorial de la GNLSEE que este tratamiento demandaría, pero como se verá las consideraciones que se van a hacer darán luz suficiente a este respecto y permitirán cumplir parcialmente con el objetivo central propuesto, como lo fue el de simular y medir el grado de coherencia espectral mutua de SC desde la perspectiva escalar de la GNLSEE.

6.4 Parámetros Óptimos para la GNLSEE y Generación Estocástica del Conjunto Estadístico de Supercontinuos Para la Determinación Simulada del Grado de Coherencia Espectral Mutua.

Una vez soportada con las simulaciones de COMSOL la intuición de cómo podría ser la curva de dispersión cromática de la fibra utilizada, se procedió a afinar los parámetros de potencia y ruido de amplitud que alimentan la GNLSEE para generar el conjunto estadístico del cual se puede estimar el grado de coherencia espectral simulado. A continuación se ilustrará un paso a paso del proceso seguido para alcanzar este propósito.

En el apéndice A1, se muestra parte del conjunto de parámetros optimizados que se usaron para alimentar la GNLSEE y en la **Figura 6.18** abajo se muestra la comparación entre las simulaciones para las tres potencias de interés y las tres medidas correspondientes de la densidad espectral de potencia que se usaron como guía para optimizar estos parámetros. **Nota:** Cabe recordar aquí que estas medidas no corresponden exactamente a las medidas de potencia usadas para estimar la coherencia medida reportada arriba, pues ellas fueron medidas a posteriori después de hacer el proceso de desmontaje del interferómetro que impedía coleccionarlas al momento del registro de los interferogramas, pero sirvieron de guía cuantitativa en este proceso de optimización de este apartado.

GNLSEE Stochastic Simulations 200 events
Simulated 1045 W peak pump power
Measurement @256 mW average input power (6% coupling efficiency)

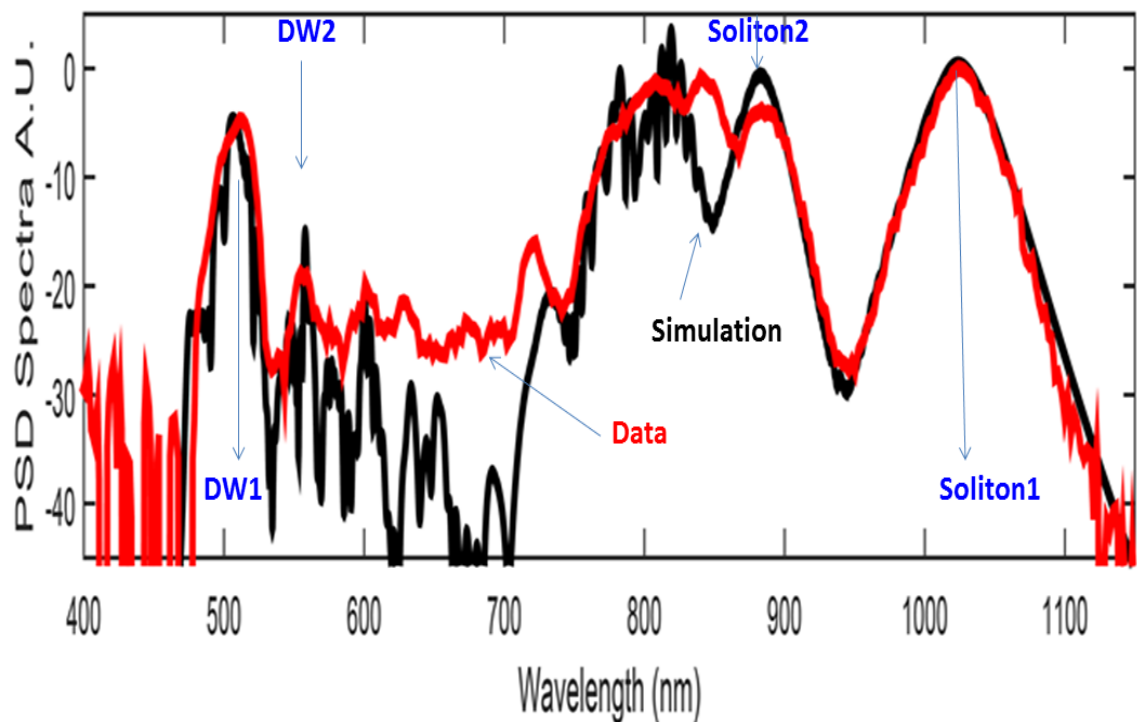


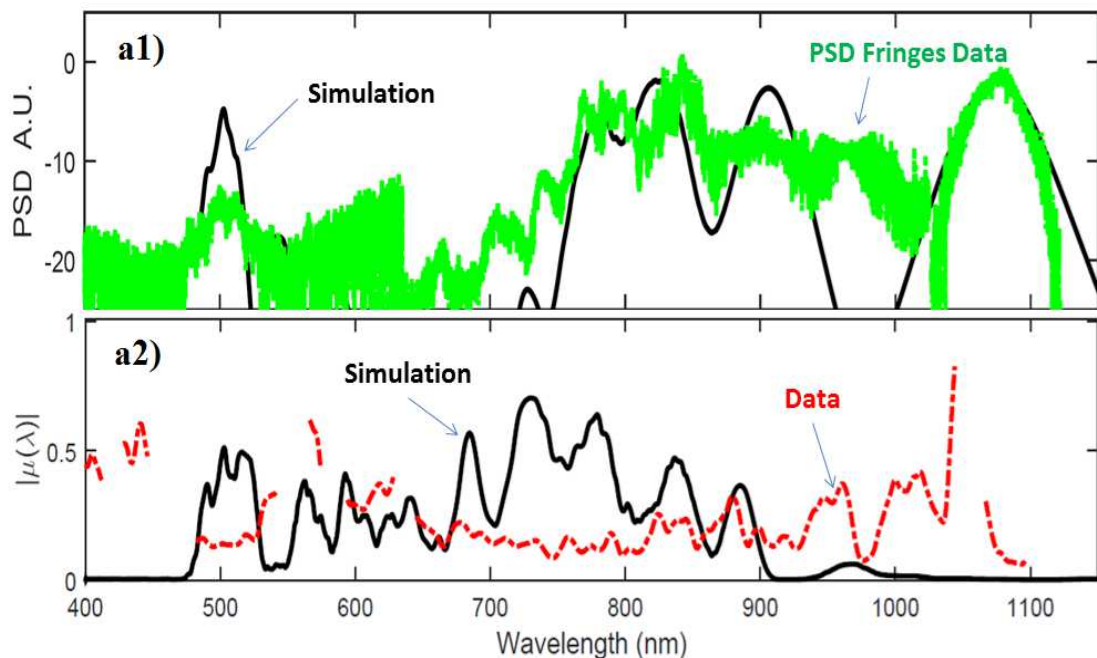
Figura 6.18 Densidad espectral de potencia Medida (rojo) y densidad espectral de potencia Simulada (negro) para una potencia media incidente sobre la fibra de 256 mW.

Tras haber logrado esta correspondencia muy razonable entre simulaciones y medidas para las tres potencias, con confianza entonces puede pasar a reportar la estimación de la magnitud del grado de coherencia espectral mutua $|\mu_{12}(\lambda)|$ simulada.

6.5 Reporte Preliminar de la Medición del Grado de Coherencia Espectral Mutua Como Función de la Potencia.

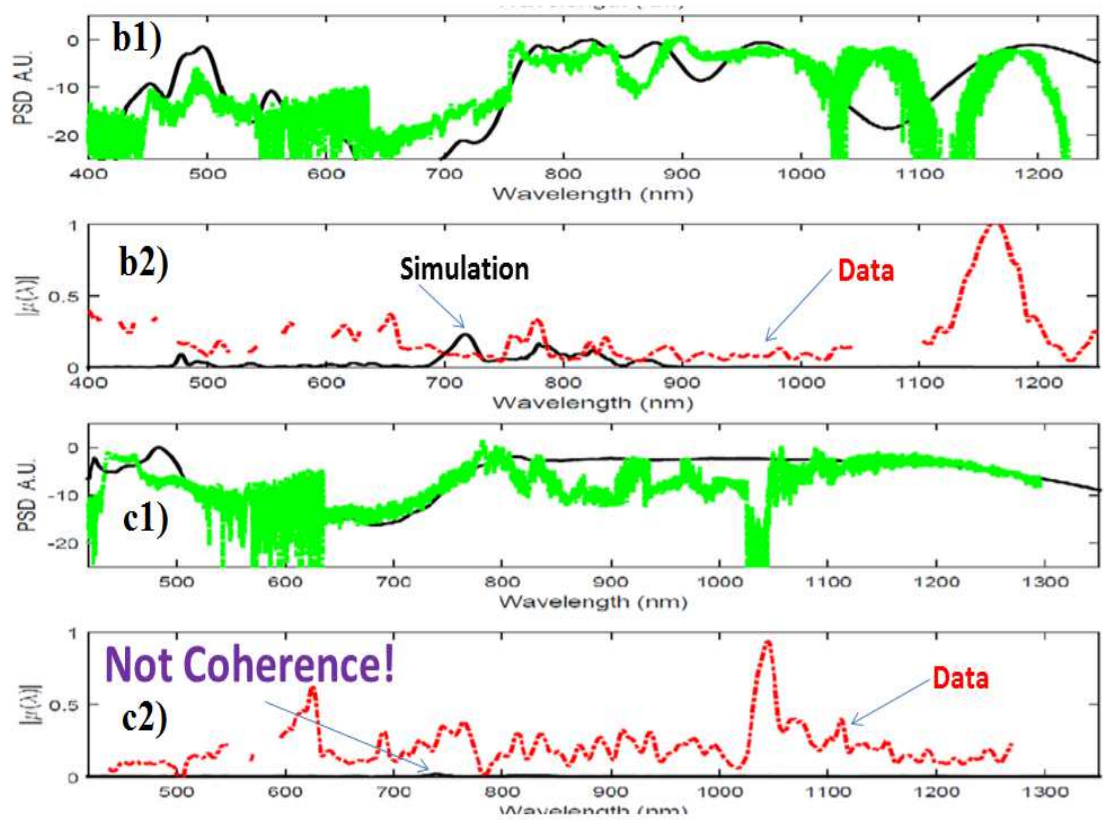
Puesto que la coherencia espectral se mide de manera indirecta, se ha tenido que pasar por todo este proceso de simulación de las PSD responsables del iluminar el interferómetro y no de las coherencias mismas directamente. Así, una vez se ha verificado que la simulación reproduce aceptablemente a las densidades de potencia espectral de la luz SC que alimentaban el interferómetro, se procedió a hacer un ajuste fino de potencias en las simulaciones para comparar los nuevas PSD simuladas con las PSD que se usaron para hacer la inferencia mostrada arriba en la **Figura 6.18** y así por fin comparar esta medidas contra las simulaciones, veamos esto.

A Preliminar report on the Simulation and Measurement of the Magnitude of the Degree of Mutual Spectral Coherence $|\mu_{12}(\lambda)|$, of Supercontinuum Light Produced in a Microstructure Optical Fiber Pumped with Femtosecond Laser Pulses at 256 mW.



a1) PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **a2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y Grado de coherencia espectral mutua medida (rojo) @256 mW

A Preliminar report on the Simulation and Measurement of the Magnitude of the Degree of Mutual Spectral Coherence $|\mu_{12}(\lambda)|$, of Supercontinuum Light Produced in a Microstructure Optical Fiber Pumped with Femtosecond Laser Pulses at 364 mW & 764 mW.



b1) PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **b2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y Grado de coherencia espectral mutua medida (rojo) @364 mW y **c1)** PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **c2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y Grado de coherencia espectral mutua medida (rojo)@764 mW.

Figura 6.19 Simulación y Medida del Grado de coherencia espectral mutua $|\mu_{12}(\lambda)|$ del supercontinuo a tres potencias de bombeo de la fibra.

De la simple comparación visual entre estos resultados para la coherencia conforme aumenta lo potencia, surge de inmediato la preocupación de que quizá algún factor preponderante o crítico no haya sido tenido en cuenta apropiadamente en todo lo elaborado hasta ahora o quizá un error craso y grande pudo afectar todo el experimento y no nos percatamos de esto al momento de medir. Ya que por otro lado, se tiene la experiencia misma de haber vivenciado el fenómeno de que el haz SC poseía un remanente de

coherencia, pues se había observado dicha interferencia tanto en el haz mismo como al mirar en el OSA las franjas de interferencia, como se hizo notar en la **Figura 6.5**. De otro lado, de acuerdo a lo concluido en algunos de los pocos resultados publicados a este respecto recientemente (Lu, 2004), (Gu, 2003), (Dudley, 2002), (Genty, 2011) y de los parámetros de las impulsiones usadas, se esperaba que se debiera obtener un grado de coherencia simulado mucho más acorde a las medidas a las potencias altas, cosa que como se puede notar en esta última estimación no parece ser así. Para dar respuesta a este interrogante, se procedió a ensayar diversas hipótesis tendientes a lograr entender que estaba ocurriendo y proceder a buscar una mejor solución.

6.6 Retrospectiva Crítica a las Condiciones de Medida y al Modelo Escalar de la GNLSEE.

Luego de muchas simulaciones con variantes sutiles, pero posibles de los parámetros optimizados e incluso asumiendo un posible incremento de unos cientos de grados en la temperatura del núcleo de la fibra, buscando averiguar cuál era la fuente de esta discrepancia injustificada, se llegó a la conclusión de que quizá el factor que mayormente impactaba a la coherencia simulada debía de ser el de haber obviado del efecto de la gran birrefringencia presente en la fibra y en especial el no haber garantizado que siempre la iluminación de la fibra se hubiera hecho a lo largo del mismo eje propio de polarización, o en su defecto, no haber medido el ángulo de incidencia del impulso incidente respecto de este eje, para así hacer una cuantificación vectorial de todo lo tratado hasta aquí, cosa que no fue prevista en la propuesta original de este trabajo ni se podía ya diferenciar en los datos tomados. Por ellos se decidió hacer una propuesta de investigación y un plan de generación de conjuntos estadísticos que procurara avalar o descartar esta hipótesis. Enseguida se detallan algunas de las consideraciones y las acciones que a este respecto se tomaron

6.7 Una Propuesta Para Mejorar el Acuerdo y su Impacto Sobre el Reporte de la Medida.

Para validar esta hipótesis y poner punto final a este trabajo, se empezó entonces con recordar que todos los datos medidos y procesados para las 3 potencias registradas, se tomaron bajos las mismas condiciones de medida y que todo el proceso de registro de datos tomó cerca de 4 horas durante los cuales la fibra siempre estuvo bien iluminada y sin

fluctuaciones notorias en el acople del pulso en la fibra y lo que es más importante, por esto el ángulo de incidencia del haz polarizado sobre la fibra era desconocido pero fijo.

Aunque parece contradictorio, gracias a la gran birrefringencia medida por los fabricantes de esta fibra en el ORC, $B_{\text{medida}}(@1060 \text{ nm}) \approx 1\text{e-}3$, podía ser de que el efecto neto a observarse a la salida de la fibra bajo esta situación fuera como si los dos pulsos componentes en los se puede pensar se divide el haz incidente se dividiesen en dos subpulsos independientes que se propagan sin interactuar entre sí, salvo quizá muy al comienzo de la fibra en donde se solapan y su interacción debía ser del tipo de modulación cruzada de fase XPM o quizá si se cumplen las condiciones vistas en el **Capítulo 3**, para la generación de componentes espectrales de mezcla de 4 ondas FWM, de ser así entonces, se podría hacer una aproximación burda pensada desde el modelo escalar, que quizá se aproxime mejor a describir las densidades espectrales medidas y con ellas se podría estimar nuevamente la coherencia simulada.

El razonamiento intuitivo dado arriba, se puede soportar de manera aproximada (Agrawal, 2007) si, a partir de la birrefringencia medida y guiados por las estimaciones de COMSOL, se estima el orden de magnitud de la separación temporal entre los centros de estos pulsos para las componentes lenta y rápida en la fibra, veamos

Para una longitud de la fibra L y birrefringencia B_m constante, la separación entre los centros se puede aproximar en primera instancia por:

$$\Delta T = \left| \frac{L}{v_{gX}} - \frac{L}{v_{gY}} \right| = L|\beta_{1X} - \beta_{1Y}| = L(\Delta\beta_1) \quad (6.5)$$

Usando como guía la birrefringencia medida en ORC y con los parámetros estimados de COMSOL para la velocidad de grupo a la frecuencia de bombeo, el estimado para esta separación entre las componente rápida y lenta del haz a la máxima potencia de bombeo utilizada, vista a la salida del pulso de fibra en las simulaciones de la GNLSEE se observó que aproximadamente era del orden de,

$$\Delta T \approx 9 \text{ ps.} \quad (6.6)$$

Con lo cual, vemos que si se asume un proceso uniforme de separación entre ellos (el pulso incidente tiene un ancho inicial cercano a los 0.170 ps) a lo largo de la fibra entonces vemos que en buena medida, la interacción directa por superposición entre estos dos haces

componentes, debe cesar al cabo de $\sim 1/50$ del recorrido, esto es, solamente durante los primeros ~ 8 milímetros se puede dar una interacción no lineal directa que no se puede estimar por esta vía escalar, pero si ocurre que los efectos generados son despreciables, un modelo en el que propaguemos una par de haces usando la GNLSEE por separado independientemente para cada uno de ellos con su respectiva constante de propagación y demás constantes propias de cada modo polarizado, y con un factor de potencia por determinar, donde luego de esto se sumen estas contribuciones por separado y resulte que así se describan de manera más acorde las densidades espectrales de potencia PSD medidas, entonces se esperaría que las coherencias así estimadas debían mejorar su predicción y acercarse un poco más a las observaciones hechas.

6.8 Reporte Final de la Medición del Grado de Coherencia Espectral Mutua como Función de la Potencia.

Para verificar esta hipótesis, se realizaron simulaciones adicionales en donde ahora lo que se buscaba era si existía un par de nuevas soluciones tales que mejorara los acuerdos entre las PSD observadas versus las simuladas y de ahí, mirar el nuevo cálculo de la coherencia predicho por la nueva amplitud de campo A_{total} construida a partir de la suma escalar $A_{\text{total}} = A_x + A_y$. (**Nota:** Recordar que no se tiene registro vectorial del patrón de interferencia, el OSA colapsa ambas amplitudes de campo en una única componente escalar que es la que se está modelando por medio de esta hipótesis de investigación)

Para validar todo esto, inicialmente se realizó un barrido de potencia del impulso incidente para ambas polarizaciones, que aunque muy semejantes entre sí, los espectros que ellas generan difieren sutilmente entre sí. Luego, bajo la hipótesis de que quizá el ángulo de incidencia del pulso fuese cercano a alguno de los ejes de polarización, lo que se hizo fue buscar complementar algunas de las características de la morfología de los espectros medidos en la región cercana a la frecuencia de la impulsión de entrada, ya que si se cumple la hipótesis de ángulo pequeño la potencia del impulso ortogonal debía ser pequeña y la dinámica debía ser cuasi lineal o cuando mas no pasará más allá de representar la evolución típica de la SPM o quizá la de un solitón de orden uno, cuya propagación no sufre de mayores corrimientos espectrales hacia el infrarrojo debido al efecto de la SSFS y no amplifica de manera eficiente las ondas dispersivas que se nombraron en el **Capítulo 3**.

Detail of the improved description resulted from the inclusion of pseudo polarization on the PSD simulated with respect to the measured PSD @ 256 mW

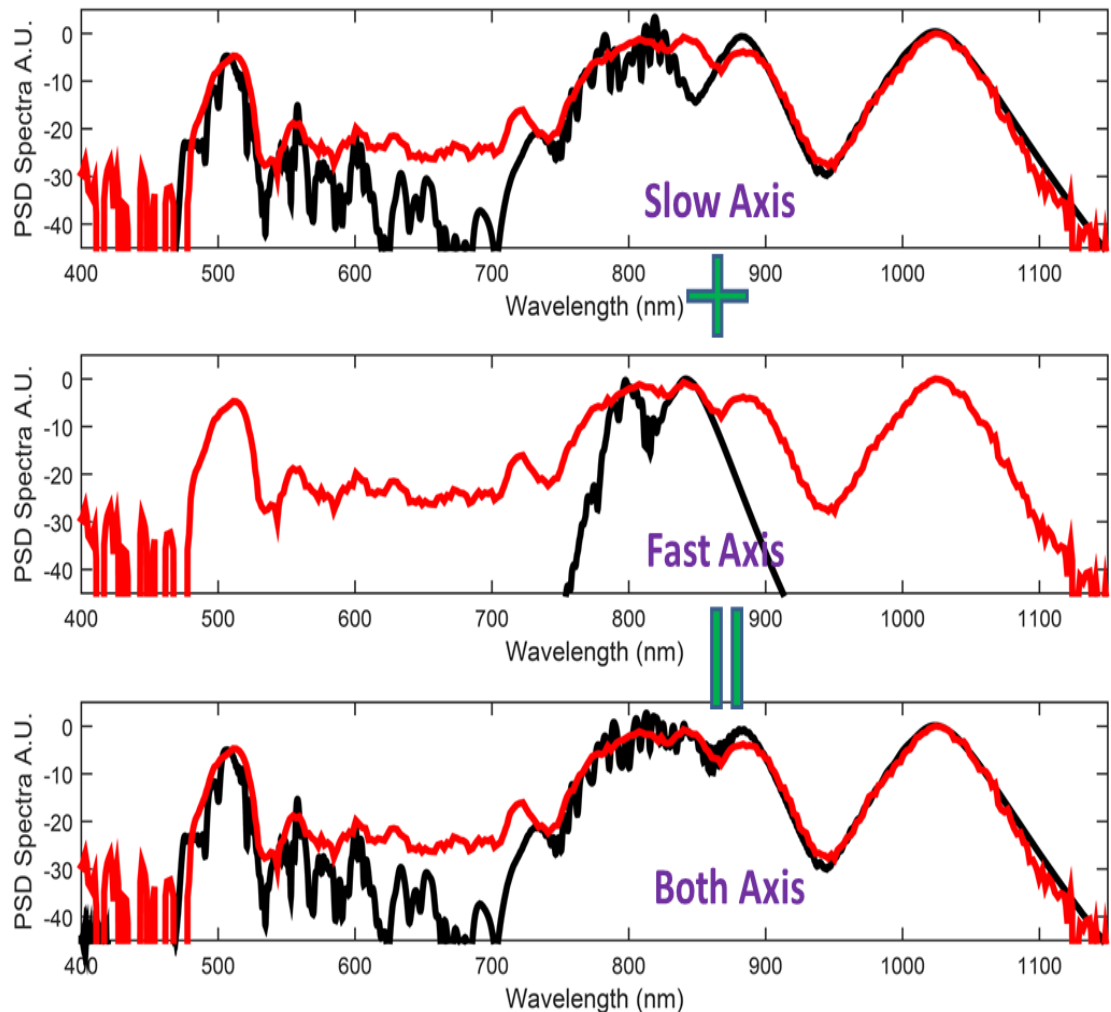


Figura 6.20 La figura muestra el efecto de incluir una pseudo polarización en la morfología de los espectros simulados (negro). Se observa que la “nueva componente” solo contribuye en la región espectral central mejorando la descripción que la simulación estocástica de la GNLSEE hace de todo el espectro medido (rojo) y como veremos de la coherencia que este predice.

De hecho, se espera que esto sea lo que deba ocurrir, pues el acuerdo entre los espectros mostrados arriba está muy de acuerdo a aquellos que fascinaron a los pioneros en hacer la descripción del supercontinuo con la GNLSE (Dudley, 2006). Veamos que resultó de todo esto.

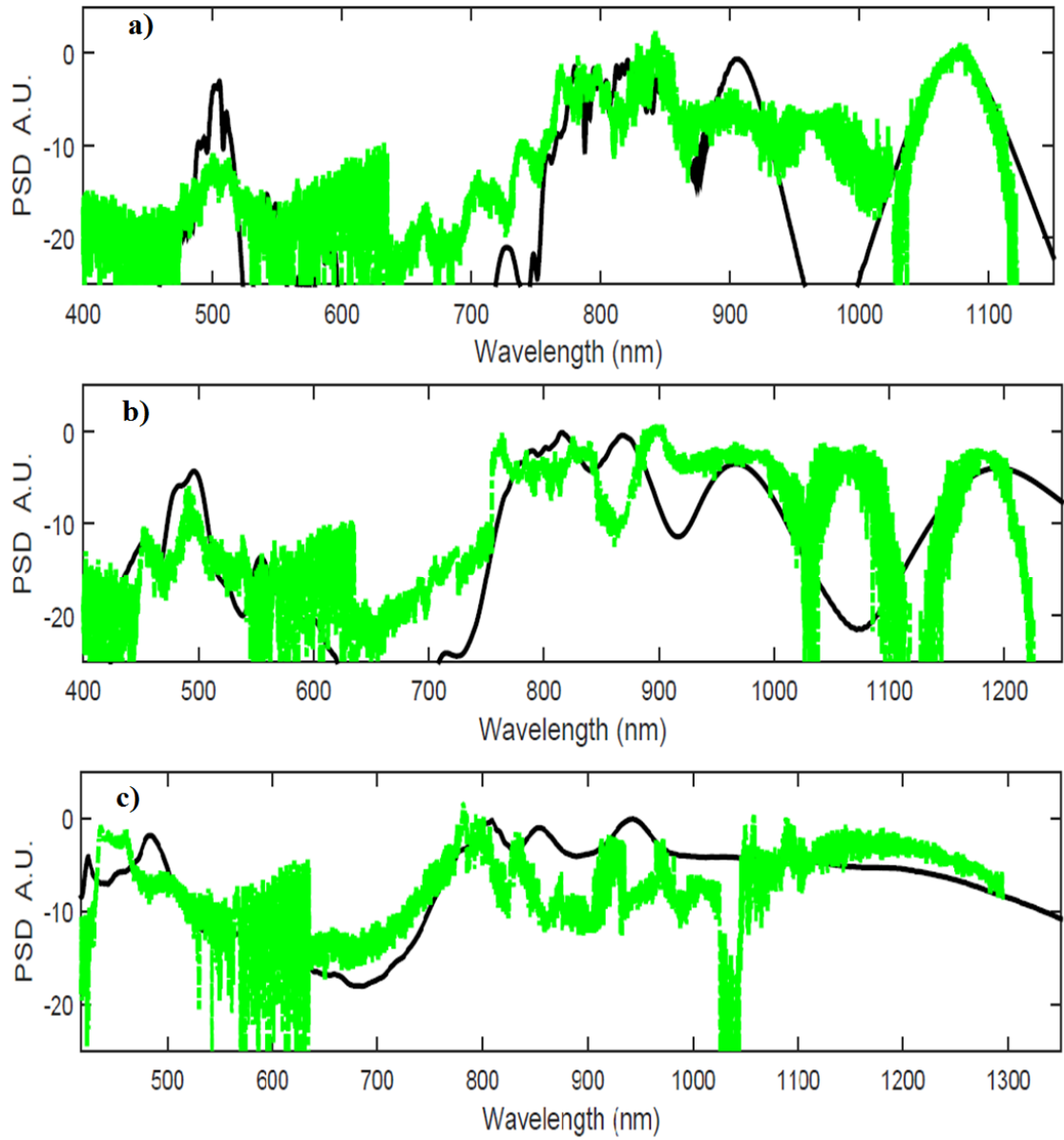
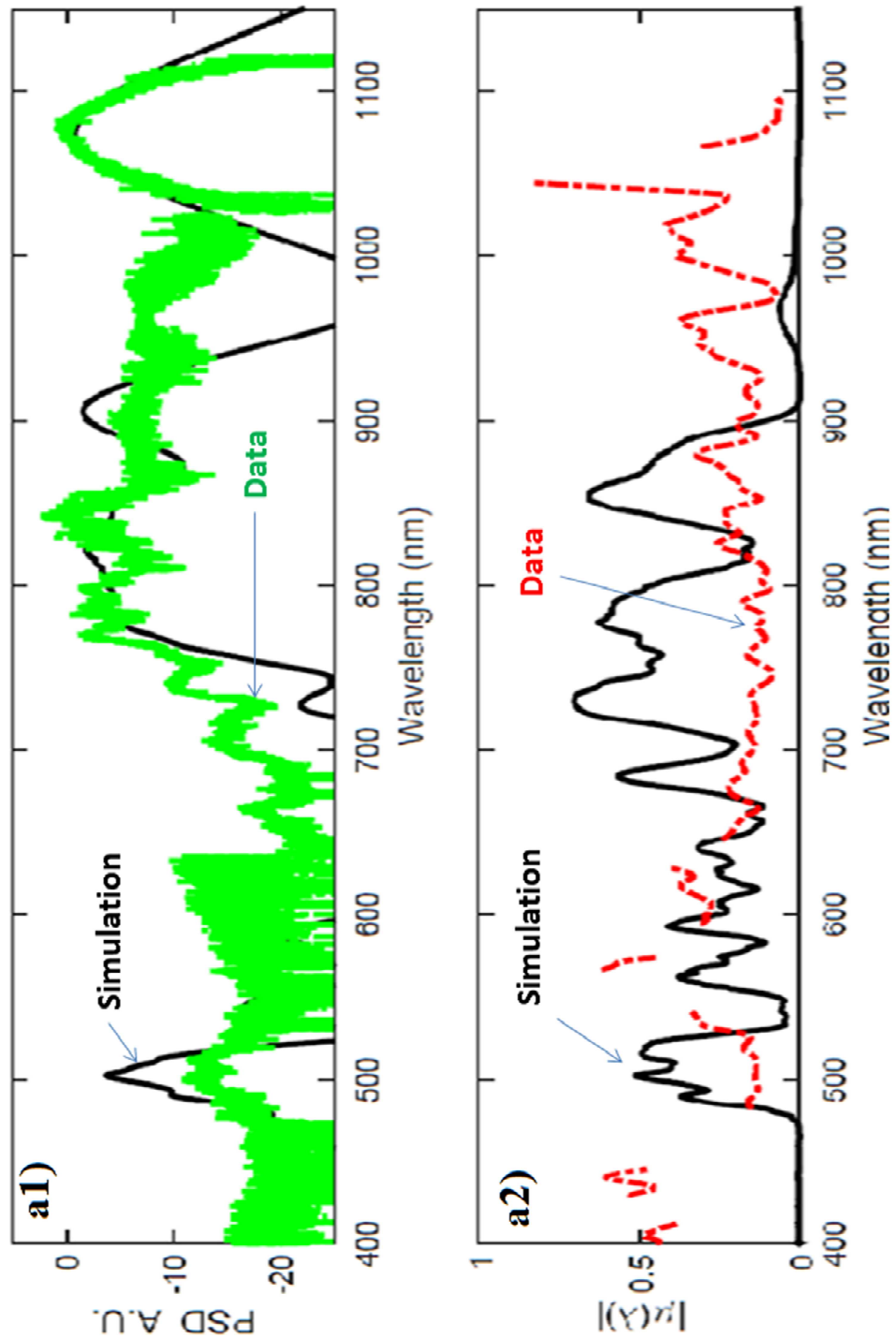


Figura 6.21 PSD medidos (verde) versus nuevos PSD simuladas (negro) a tres potencias de bombeo de la fibra **a)** 256 mW, **b)** 364 mW y **c)** 764 mW, bajo la hipótesis de poca interacción entre modos ortogonales en la fibra birrefringente, iluminada a un ángulo pequeño respecto a uno de los ejes de polarización, $\theta_{\text{estimado}} \approx 24^\circ$.

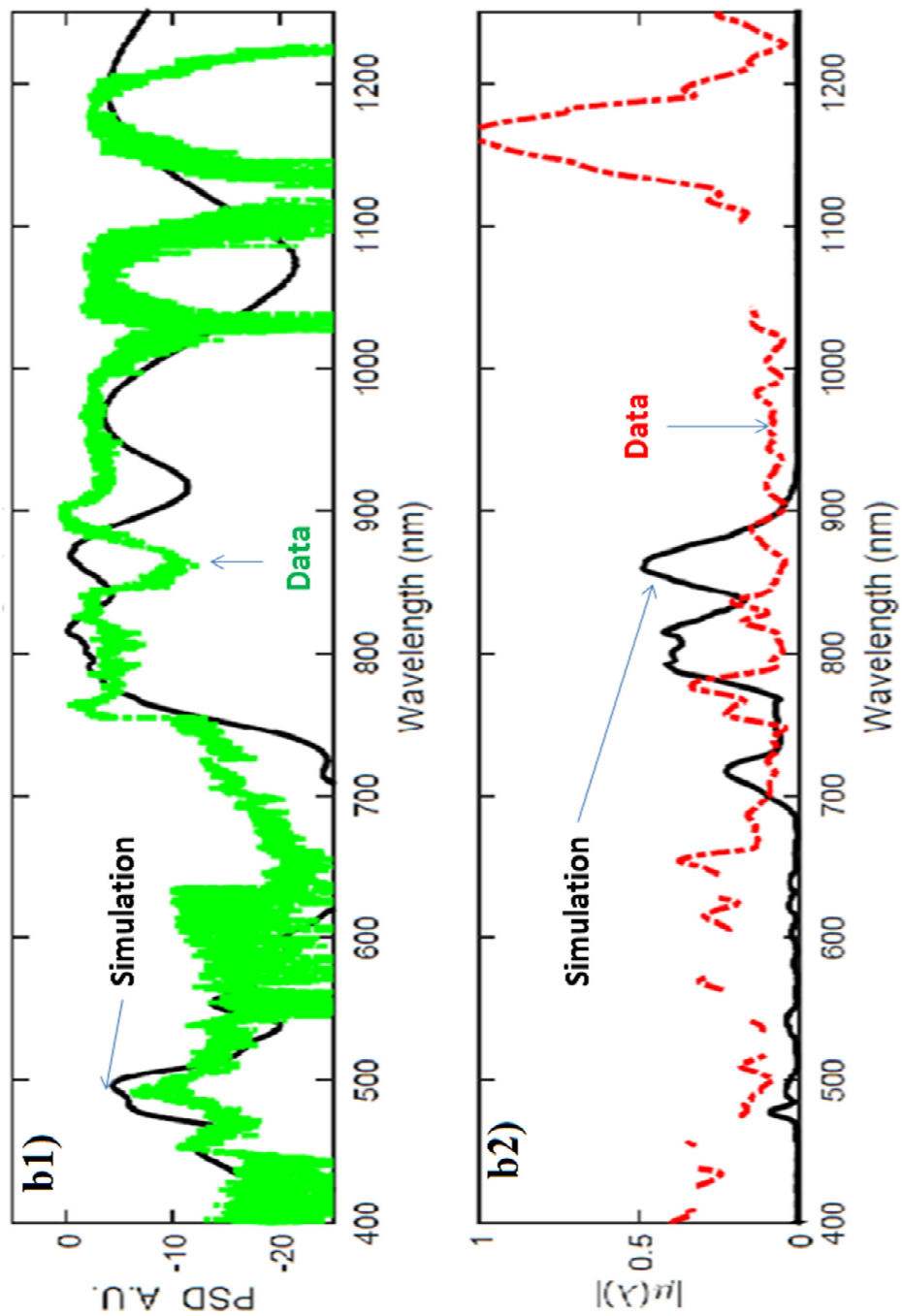
Como se puede observar, algunas características morfológicas de los espectros no simulados apropiadamente en esta versión que emula un tratamiento vectorial colapsado a una dimensión, mejoran el ajuste entre la observación y la simulación de estos espectros. Pasando a la comparación del grado de coherencia espectral simulado una vez establecido este acuerdo entre los espectros medidos y los espectros simulados tenemos el siguiente resultado.

Report on the Simulation and Measurement of the Magnitude of the Degree of Mutual Spectral Coherence $|\mu_{12}(\lambda)|$, of Supercontinuum Light Produced in a Microstructure Optical Fiber Pumped with Femtosecond Laser Pulses @ 256 mW pump power .



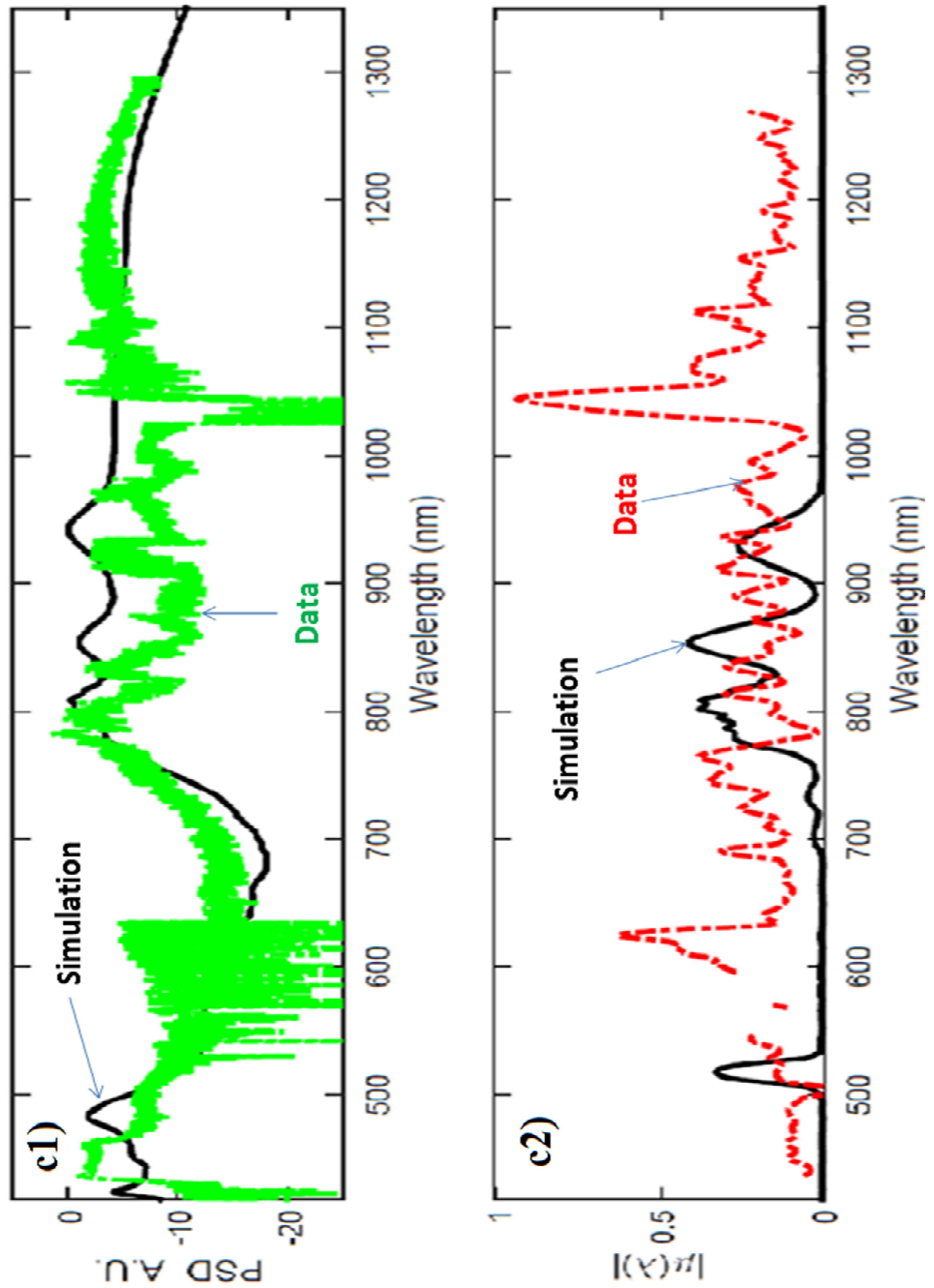
a1) PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **a2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y grado de coherencia espectral mutua medida (rojo) @256 mW

Report on the Simulation and Measurement of the Magnitude of the Degree of Mutual Spectral Coherence $|\mu_{12}(\lambda)|$, of Supercontinuum Light Produced in a Microstructure Optical Fiber Pumped with Femtosecond Laser Pulses at 364 mW pump power.



b1) PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **b2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y grado de coherencia espectral mutua medida (rojo) @364 mW y

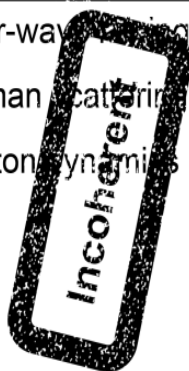
Report on the Simulation and Measurement of the Magnitude of the Degree of Mutual Spectral Coherence $|\mu_{12}(\lambda)|$, of Supercontinuum Light Produced in a Microstructure Optical Fiber Pumped with Femtosecond Laser Pulses at 764 mW pump power.



c1) PSD simulada (negro) y PSD Medida (verde), **c2)** Grado de coherencia espectral mutua simulada (negro) y grado de coherencia espectral mutua medida (rojo)@764 mW.

Figura 6.22 Simulación y Medida del Grado de coherencia espectral mutua $|\mu_{12}(\lambda)|$ del supercontinuo a tres potencias de bombeo de la fibra. Todo esto, bajo la hipótesis de poca interacción entre las 2 componentes de polarización dentro de la fibra altamente birrefringente e iluminación a un ángulo pequeño, $\theta_{\text{estimado}} \approx 24^\circ$ respecto del eje de polarización rápida X y modelados escalarmente con la GNLSEE por separado, para luego superponer escalarmente ambas componentes.

La evidente mejora que se presenta entre el acuerdo de la simulación y la medida entre estos resultados indica que la hipótesis de investigación hecha arriba quizá es válida y confirma que la descripción completa general y apropiada de los datos tomados en Pavía, demanda de un tratamiento vectorial de ellos y de las simulaciones, pero a la vez y por raro azar circunstancial para este caso muy particular de este estudio, la presunción de la no interacción entre los modos ortogonales gracias a la gran birrefringencia que presenta esta fibra es la causal de que con la ayuda de un modelo pseudo escalar se pueda describir adecuadamente la magnitud del grado de coherencia espectral de esta fuente de luz con estos datos tomados escalarmente y además explica porque aún se observa un poco de coherencia residual en esta fuente de luz, ya que gracias a que prioritariamente la componente de baja potencia no involucra la fisión y deriva de un solitón de orden superior que es una de las fuentes reconocidas (Dudley, 2006) de decoherencia en el supercontinuo en el régimen de femtosegundo en la región anómala.

	Short pulse regime	Long pulse regime
Anomalous dispersion	- Soliton dynamics - Dispersive waves 	- Modulation instability - Soliton dynamics 
Normal dispersion	- Self-phase modulation - Four-wave mixing - Soliton dynamics 	- Four-wave mixing - Raman scattering - Soliton dynamics 

Regimes of Coherence

Figura 6.23 Regímenes de coherencia en una fibra óptica. Adaptado de Genty (Genty, 2012)

6.9 Análisis y Discusión de Resultados.

En el reporte de la medida presentado en la **figura 6.22**, el acuerdo entre la simulación y la medida es razonablemente bueno, pues cubre el ancho espectral y las principales características morfológicas a lo largo del todo el espectro y en especial como función de la potencia, pero dista de ser perfecto debido a muchas otras causas nombradas arriba, entre las cuales de seguro se cuentan las absorciones por agentes contaminantes no modelados presentes en la fibra y en la atmósfera del laboratorio cuando el haz hace el recorrido por los brazos del interferómetro, también e indudablemente en los elementos ópticos por donde para o se refleja el haz SC pues la respuesta en frecuencia tanto para la absorción como para la transmisión no es la óptima tratándose de estos amplios espectros. Una alternativa en este caso, que puede mejorar aún más el nivel de acuerdo general que se ha logrado aquí, consiste en hacer una caracterización de la respuesta en frecuencia para todo el ancho espectral esperado de todo del sistema interferométrico de medida, y con esto luego hacer la corrección respectiva a las densidades espectrales medidas o en su defecto a las medidas simuladas a partir de los conjuntos estadísticos generados. Estudios de este tipo lo han hecho en el contexto de la medida del supercontinuo [Price, 2003b] pero no se conocen reportes para el caso de la estimación de la coherencia del supercontinuo.

También, en el caso de potencias altas, la evolución de los solitones de orden superior demanda de una discretización longitudinal y temporal/espectral a unas tasas de muestreo mucho más finas que hacen que el presupuesto de número de horas de computo se incrementen de manera notable. Con el advenimiento popular de los sistemas de cómputo de alto desempeño hoy día esta tarea ciertamente se puede emprender pero aun así esto no es garantía completa de lograr un mejor acuerdo del logrado aquí, pues en estos casos, los anchos espectrales de dichos solitones de altísimo grado sobrepasan por mucho los presupuestos hecho sobre un no muy grande ensanchamiento espectral durante la deducción de la GNLSE escalar en el **capítulo 2**, herramienta ésta que se ha usado paradigmáticamente en todo este trabajo, por ello el camino que resulta ineludible es el de adoptar un enfoque vectorial más general.

Aparte de todo lo anterior, queda claro que todo el recorrido hecho hasta aquí muestra una senda que puede ser repetida bajo condiciones mejor y más controladas y de seguro puede permitir hacer el estimado de esta valiosa magnitud física en fuentes de luz supercontinua cuya coherencia espectral esperada sea alta, pues de ser así, muchas de las causales de dificultad encontradas a lo largo de todo este método de comparación elaborado en esta tesis, desaparecerían y la caracterización del grado de coherencia y el de la fase espectral se podía hacer de forma más expedita y rutinaria, pues siempre es mucho mejor hacer un buen

control de las condiciones de medida (mejor diseño experimental) y no tener que hacer luego un modelamiento de las fuentes no controladas.

En cuanto a las medidas mismas reportadas en la **figura 6.22**, se observa que el grado de coherencia espectral es muy pobre y que este además depende grandemente de la potencia del pulso usado para generar el SC, deteriorándose de manera significativa conforme esta aumenta. El gran ruido de fase observado en los datos, véase por ejemplo la **figura 6.6**, confirma de manera alterna este deterioro, pues la señal se asemeja más a lo que sería una fuente térmica (ruidosa), que la una fuente láser como se esperaba y concordando con el diagrama esquemático de Genty presentado en la **figura 6.23**, pues en él se supone que la coherencia es buena para pulsos cortos y por cortos se entiende como pulsos menores a 50 fs o que engendren solitones de bajo orden, con lo cual, en este experimento nos situamos en una región intermedia como lo comprueba el resultado obtenido que muestra residuos de coherencia espectral en el haz del SC generado, sin ser este un mecanismo oficial de validación de los resultados, todo el proceso elaborado e ilustrado en este documento coincide con los hallazgos de los grupos que han hecho y reportado sus medidas de este tipo en los últimos años.

Capítulo 7

Conclusiones y Perspectivas Futuras

Al iniciar esta investigación que se concluye aquí, se planteó un único objetivo principal amplio y suficiente de naturaleza metrológica que fue el de: “modelar, simular y determinar experimentalmente, las propiedades de coherencia de la luz blanca de espectro supercontinuo producida durante la propagación de pulsos ultracortos en fibras ópticas micro estructuradas, como función de la potencia”

Por tal razón, la estructuración de este trabajo ha pretendido mostrar con detalle suficiente algunos de los ¿cómos?, que hubo que enfrentar y sortear para hacer la cuantificación de una magnitud física de este tipo, partiendo desde el fundamento de la teoría electromagnética clásica y soportado con la ayuda de instrumentación óptica avanzada, sólo disponible en laboratorios especializados.

Además de lo dicho arriba es bueno recordar que desde el comienzo se presupuestó que el enfoque de este estudio era escalar y que no se modelarían los efectos de polarización de la fibra, lo cual a su vez, implicaba que se debía garantizar que la condición de propagación debía ser la que en el capítulo 2, se usó para reducirse al modelo escalar (fibra altamente birrefringente iluminada paralelamente a uno de los ejes propios de polarización), como resultado de esta investigación se concluye que las simulaciones numéricas de la GNLSEE demuestran una muy buena capacidad para reproducir el comportamiento y la morfología de los espectros medidos y en un menor grado el comportamiento de la coherencia espectral que de ellos se puede inferir.

En caso de darse una desviación de las condiciones ideales que permiten usar el modelo escalar de la GNLSEE, se observó que ocurre un deterioro en la capacidad de predicción de este modelo en lo referente a la predicción de la coherencia, lo que como es de esperar invita a adoptar un modelo vectorial para la GNLSEE⁴, una teoría vectorial para la cuantificación del grado de coherencia espectral. Ahora, como un aporte importante de este estudio se logró mostrar que existen condiciones intermedias (para fibras altamente birrefringentes) en las que el modelo escalar puede proyectarse para ayudar a hacer

⁴ Recordar que aunque esto no se hizo aquí, con la hipótesis propuesta en este trabajo se logró validar que este efecto es el principal causante de las discrepancias observadas entre las medidas y las simulaciones escalares.

estimados de la coherencia espectral sin la necesidad de tener que adoptar la gran complejidad que implica la vectorialización de la GNLSEE y de la medida vectorial de la Coherencia.

Cómo se propuso al inicio de esta investigación, en este trabajo se estableció una metodología que permitió comparar los espectros observados versus los simulados, y de ahí entonces se pudo cuantificar el grado de coherencia espectral mutua del haz de luz SC emergente de la fibra que se estudió, esto por medida directa y por simulación, resultados que muy pocos grupos han reportado hasta ahora.

Haciendo uso del grado de libertad en uno de sus dos parámetros estocásticos que da el modelo de la GNLSEE propuesto, las simulaciones modelaron adecuadamente las correlaciones espectrales observadas con el método implementado a partir de un interferómetro de Michelson de brazos desiguales. Fruto del modelo propuesto he implementado en este trabajo en donde se propuso la inclusión de:

- Un 1.0% de ruido gaussiano en la potencia del haz incidente (ruido técnico) y
- Ruido consistente con la inclusión en la amplitud de campo de 1 fotón por modo de discretización con fase plana aleatoria, ruido fundamental, asociado al efecto Raman espontáneo.

Se encontró que los resultados observados coinciden con resultados equivalentes de otras observaciones realizadas sobre el supercontinuo producido en fibras ópticas de este tipo, e iluminadas similarmente.

Por lo observado aquí, se concluye, que si las condiciones que garantizan el uso del modelo escalar para la producción de SC con la GNLSEE se garantizan, este método de medida y simulación elaborado aquí, demuestra ser una forma fiable, sencilla y ágil para evaluar las propiedades de coherencia espectral del supercontinuo, donde una muy detallada y fina estimación de las propiedades modales de la fibra, con un software apropiado, es crucial para atinar a la dinámica que se observa y por consiguiente a las propiedades de coherencia que se desean simular para que la comparación con los datos sea exitosa.

El grado de coherencia espectral reportado aquí, es una forma de caracterizar las fluctuaciones inherentes en la magnitud y posición espectral a través de un tren de pulsos sucesivos de SC generados en un experimento con láseres de femtosegundo pulsados a una alta frecuencia, las fuentes de ruido no controladas durante la toma de datos, deterioraron la fase espectral en tal manera que esta fuente de luz ha perdido en gran parte de su estabilidad de fase, siendo ella casi aleatoria, lo cual de otro lado como se puede observar,

en la medida reportada en la **figura 6.22** no necesariamente implica que la magnitud del grado de coherencia espectral sea cero, a este respecto se abre un campo de acción que creo no ha sido explorado suficientemente en la literatura que se ha revisado, respecto de las propiedades del SC.

Como experiencia colateral ganada fruto de muchas horas de correr y ver simulaciones con multitud de variantes en parámetros. Se puede adicionalmente concluir respecto a la dinámica misma observada responsable del supercontinuo y de la conservación o deterioro del grado de coherencia espectral simulado lo siguiente:

- Los procesos que son responsables del espectacular ensanchamiento espectral llamado supercontinuo son el concurso en simultáneo de muchas interacciones ópticas lineales y no lineales, como la conformación y fisión del solitones de orden superior, la amplificación de ondas lineales por los solitones, auto modulación y la modulación cruzada de fase, y la mezcla de cuatro ondas, así como la interacción entre solitones y radiación lineal amplificada, y es la GNLSE una herramienta imprescindible que da una primera cuenta amplia, completa y suficiente de toda esta fenomenología en primera aproximación.
- También se encontró que es indispensable, para dar buena cuenta de los detalles de la dinámica de las componentes espectrales dentro del pulso durante el proceso de simulación del ensanchamiento y viaje por la fibra, incluir directamente en la simulación de la GNLSEE, bien sea la curva de dispersión obtenida con todo detalle luego de modelar o medir las propiedades modales de la fibra o si se han obtenido los coeficientes de dispersión, se debe tener especial cuidado en que estos deben tomarse hasta el grado del polinomio necesario de tal manera que el polinomio de Taylor para las dispersiones usado efectivamente incluya a tantos términos como sea conveniente para representar “adecuadamente” a la dispersión por la curva de dispersión para todo el dominio de frecuencias que como mínimo se espera abarque el supercontinuo a observar.
- De este estudio quedo muy claro que la exactitud en la descripción geométrica de la microestructura es quizá el factor más crítico para lograr una exitosa predicción de la relación de dispersión de un modo, en especial se observó que sutiles variaciones en la geometría pueden provocar grandes cambios en la posición de los ceros de la dispersión cromática y en los valores absolutos a todos los órdenes de la dispersión, la cual es a su vez de importancia crítica como insumo de la GNLSEE para la descripción por simulación de la dinámica del SC y por ende en la predicción de la propiedades de coherencia de esta luz. En especial se observó que para lograr una

descripción apropiada del proceso de generación de solitones (número, ancho espectral y temporal, deriva a lo largo de la fibra y su decaimiento final) y las ondas dispersadas asociadas, es crítica una muy buena modelación de la ecuación de valor propio de los modos que soporta la fibra.

En esta experiencia se observó una gran degradación de la coherencia, lo cual coincide con observaciones y predicciones (Dudley, 2006); (Genty, 2011) previas en las que se augura de que si se bombea una fibra cerca de la región de dispersión cero (o de otro modo para un valor del parámetro β_2 es pequeño), entonces esto da pie a que si se bombea la fibra con potencias suficientemente altas, necesariamente se va inducir la propagación de un solitón de orden muy superior, el cual como parte de su dinámica propia decaerá de manera que amplificará el ruido de fondo y deteriorará la coherencia grandemente como se observó en este trabajo.

Para la fibra que hemos estudiado, la longitud de batido de polarización es del orden de $L_B \approx 1.15$ mm mientras que la longitud no lineal pasa de ser cercana $L_{NL} \approx 5.6$ mm @ 1kW a cercana a $L_{NL} \approx 1.8$ mm @ 3kW lo que causa una fuerte interacción no lineal al momento de coincidir el batido de polarización con la no linealidad, lo cual en parte ayuda a explicar por qué a potencias altas el modelo escalar falla.

Como perspectiva de futuros trabajos, un paso siguiente es el de implementar la descripción de toda esta fenomenología implementando un modelo vectorial que de una mejor cuenta de la naturaleza vectorial del campo de radiación, además antes de iniciar cualquier proceso de simulación se debe tener especial cuidado con establecer lo mejor posible la incertidumbre con la que se estiman cada uno de los valores de los parámetros que alimentarían esta GNLSEE vectorial, así por el carácter mismo del super ensanchamiento espectral en que se convierte esta dinámica se requiere de la cuantificación detallada de la dependencia en frecuencia de todas aquellas funciones que se ingresan como parámetros en la GNLSEE vectorial, por ejemplo, la atenuación, el área efectiva, la constante no lineal, además, de preferencia se debe tener una caracterización muy pormenorizada de las absorciones endógenas (al interior de la fibra) y exógenas (mientras la luz viaja por el espacio del laboratorio en el interferómetro) presentes no modeladas en la GNLSEE vectorial.

Muy recientemente, Buch & Agrawal (Buch, 2015), confirman la necesidad de adelantar estudios donde, desde el diseño experimental y la simulación numérica, se incluyan simultáneamente los efectos de la birrefringencia y además la interacción del modo fundamental con los modos de orden superior presentes, para así dar cuenta fiel de los detalles de los fenómenos dinámicos observados y una vez hecho esto, se puede pasar a

describir la coherencia medida lo más fielmente posible respecto a las observaciones. Ante el gran reto de interpretación física y de simulación que un modelo así demandaría y ante el poder predictivo que este representaría, estoy convencido que una gran multitud de fenómenos no antes vistos y de tecnologías poderosas emergerá fruto de profundizar en el entendimiento de esta compleja pero fascinante fuente de luz.

Por último y aunque no quedó registrado en la fenomenología estudiada y en los hallazgos que se presentan en este documento, en estudios preliminares se observó que quizá haya una fuente de control/deterioro en la “calidad” del supercontinuo asociada a los efectos de calentamiento del núcleo de la fibra, calentamiento éste asociado a las grandes densidades de energía que se concentran en su núcleo en tan grande ancho de banda, hasta donde conozco hoy, estos efectos no han sido mencionados por ningún autor versado en este campo.

Ciertamente la inclusión de uno o todos estos efectos en la descripción del supercontinuo debe corresponder a una actividad que se va a explorar en el inmediato futuro por la comunidad internacional que investiga en este campo.

Bibliografía

Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (2006). Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables. In Conference on XYZ. Dover.

Agrawal, G. P., (2007) Nonlinear Fiber Optics, Fourth Edition, Academic Press, San Diego

Aguirre, Aaron, et al. (2006) Continuum generation in a novel photonic crystal fiber for ultrahigh resolution optical coherence tomography at 800 nm and 1300 nm. Optics Express 14(3), 1145-1160.

Akhmediev, N., Królikowski, W., & Lowery, A. J. (1996). Influence of the Raman-effect on solitons in optical fibers. Optics communications, 131(4), 260-266

Akhmediev, N., & Karlsson, M. (1995). Cherenkov radiation emitted by solitons in optical fibers. Physical Review A, 51(3), 2602.

Alfano, R. R. (1989). The supercontinuum laser source.

Alfano, R. R. (2006). The Supercontinuum Laser Source: Fundamentals with Updated References. Springer Science & Business Media.

Andersen, T. V. (2006). Applications of Nonlinear Optics and Optical Fibers: PhD Thesis (Doctoral dissertation, Department of Physics and Astronomy & NKT Academy, University of Aarhus).

Arriaga, J. (2005). Effective index model and guided modes in a photonic crystal fiber. physica status solidi (b), 242(9), 1868-1871

Baggett, J. C. (2004). Bending losses in large mode area holey fibres (Doctoral dissertation, University of Southampton).

Bandelow, U., Demircan, A., Kesting, M. (2003) Simulation of Pulse Propagation in Nonlinear Optical Fibers. WIAS Technical report 23

Belardi, W. (2003). Holey optical fibres for high nonlinearity devices (Doctoral dissertation, University of Southampton).

Bellini, M., & Hänsch, T. W. (2000). Phase-locked white-light continuum pulses: toward a universal optical frequency-comb synthesizer. Optics letters, 25(14), 1049-1051

- Berk, A., Anderson, G. P., Acharya, P. K., Bernstein, L. S., Muratov, L., Lee, J., & Lewis, P. E. (2005, June). MODTRAN 5: a reformulated atmospheric band model with auxiliary species and practical multiple scattering options: update. In Defense and Security (pp. 662-667). International Society for Optics and Photonics.
- Birks, T. A., Wadsworth, W. J., & Russell, P. S. J. (2000). Supercontinuum generation in tapered fibers. *Optics letters*, 25(19), 1415-1417.
- Birks, T. A., Knight, J. C., & Russell, P. S. J. (1997). Endlessly single-mode photonic crystal fiber. *Optics letters*, 22(13), 961-963.
- Bloembergen, N. (1996). *Nonlinear optics*. World Scientific.
- Bloembergen, N. (1967). The stimulated Raman effect. *American Journal of Physics*, 35(11), 989-1023.
- Blow, K. J., & Wood, D. (1989). Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 25(12), 2665-2673.
- Born, M., & Wolf, E. (1999). *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Cambridge university press.
- Boyd, Robert (2008), *Nonlinear Optics*, 3rd Ed. Academic Press.
- Boyd, R. W. (2003). *Nonlinear optics*. Academic press.
- Butcher, P. N., & Cotter, D. (1991). *The elements of nonlinear optics* (Vol. 9). Cambridge University Press.
- Buch, S., & Agrawal, G. P. (2015). Soliton stability and trapping in multimode fibers. *Optics letters*, 40(2), 225-228
- Corney, J. F., & Drummond, P. D. (2001). Quantum noise in optical fibers. II. Raman jitter in soliton communications. *JOSA B*, 18(2), 153-161.
- Corwin, K. L., Newbury, N. R., Dudley, J. M., Coen, S., Diddams, S. A., Weber, K., & Windeler, R. S. (2003). Fundamental noise limitations to supercontinuum generation in microstructure fiber. *Physical review letters*, 90(11), 113904.
- Corwin, K. L., Newbury, N. R., Dudley, J. M., Coen, S., Diddams, S. A., Washburn, B. R., & Windeler, R. S. (2003). Fundamental amplitude noise limitations to supercontinuum spectra generated in a microstructured fiber. *Applied Physics B*, 77(2-3), 269-277.

Couairon, A., Brambilla, E., Corti, T., Majus, D., Ramírez-Góngora, O. D. J., & Kolesik, M. (2011). Practitioner's guide to laser pulse propagation models and simulation. *The European Physical Journal Special Topics*, 199(1), 5-76.

Cristiani, I., Tediosi, R., Tartara, L., & Degiorgio, V. (2004). Dispersive wave generation by solitons in microstructured optical fibers. *Optics express*, 12(1), 124-135.

Diddams, S. A., Jones, D. J., Ye, J., Cundiff, S. T., Hall, J. L., Ranka, J. K., ... & Hänsch, T. W. (2000). Direct link between microwave and optical frequencies with a 300 THz femtosecond laser comb, *Physical Review Letters*, 84(22), 5102.

Dudley, J.M. (2011) comunicación privada.

Dudley, J. M., & Taylor, J. R. (Eds.). (2010). *Supercontinuum generation in optical fibers*. Cambridge University Press.

Dudley, J. M., Peacock, A. C., & Millot, G. (2001). The cancellation of nonlinear and dispersive phase components on the fundamental optical fiber soliton: a pedagogical note. *Optics communications*, 193(1), 253-259.

Dudley, J. M. (2008). *Fiber Supercontinuum Generation: Fundamentals to Applications*. In *Optical Fiber Communication Conference* (p. OWM4). Optical Society of America.

Dudley, J. M., Genty, G., & Coen, S. (2006). Supercontinuum generation in photonic crystal fiber. *Reviews of modern physics*, 78(4), 1135.

Dudley, J. M., & Coen, S. (2002). Coherence properties of supercontinuum spectra generated in photonic crystal and tapered optical fibers. *Optics letters*, 27(13), 1180-1182.

Fei Lu, Wayne H. Knox, "Generation of a broadband continuum with high spectral coherence in tapered single-mode optical fibers", *Optics Express*, Vol. 12 Issue 2 Page 347 (January 2004)

Finazzi, V. (2003). *A theoretical study into the fundamental design limits of devices based on one-and two-dimensional structured fibres* (Doctoral dissertation, University of Southampton).

Finazzi, V., Monro, T. M., and Richardson, D. J. (2002) Confinement loss in highly nonlinear holey optical fibers. in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Anaheim, CA, 2002, Paper ThS4.

Fleck Jr, J. A., Morris, J. R., & Feit, M. D. (1976). Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere. *Applied Physics*, 10(2), 129-160.

Folland, G. B., & Sitaram, A. (1997). The uncertainty principle: a mathematical survey. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 3(3), 207-238.

- Francois, P. L. (1991). Nonlinear propagation of ultrashort pulses in optical fibers total field formulation in the frequency domain, *J. Opt. Soc. Am. B* Vol. 8, No. 2.
- Frosz, M. H. (2006). Supercontinuum generation in photonic crystal fibers (Doctoral dissertation, Ph. D. thesis, Department of Communications, Optics, and Materials).
- Frosz, M. H., Moselund, P. M., Rasmussen, P. D., Thomsen, C. L., & Bang, O. (2011). Increasing the blue-shift of a picosecond pumped supercontinuum. Cambridge University Press
- Gabor, D. (1946). Theory of communication. Part 1: The analysis of information. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III: Radio and Communication Engineering*, 93(26), 429-441.
- Genty, G., Kinsler, P., Kibler, B., & Dudley, J. M. (2007). Nonlinear envelope equation modeling of sub-cycle dynamics and harmonic generation in nonlinear waveguides. *Optics express*, 15(9), 5382-5387.
- Genty, G., Surakka, M., Turunen, J., & Friberg, A. T. (2011). Complete characterization of supercontinuum coherence. *JOSA B*, 28(9), 2301-2309.
- Genty, G. (2004). Supercontinuum generation in microstructured fibers and novel optical measurement techniques. Helsinki University of Technology.
- Genty, G., Lehtonen, M., & Ludvigsen, H. (2004). Effect of cross-phase modulation on supercontinuum generated in microstructured fibers with sub-30 fs pulses. *Optics express*, 12(19), 4614-4624.
- Genty, G. STELLA 2012 talk
- Genty G., Lehtonen M., Ludvigsen H. (2005). Route to broadband blue-light generation in microstructured fibers. *Opt. Lett.* 30, 7, 756–758.
- Gorbach A. V., Skryabin D. V., Stone J. M., Knight J. C. (2006). Four-wave mixing of solitons with radiation and quasi-nondispersive wave packets at the short-wavelength edge of a supercontinuum. *Opt. Express* 14, 21, 9854–9863.
- Gorbach A. V., Skryabin D. V. (2007). Light trapping in gravity-like potentials and expansion of supercontinuum spectra in photonic-crystal fibres. *Nature Photonics* 1, 11, 653–657.
- Gordon, J. P. (1986). Theory of the soliton self-frequency shift. *Optics Letters*, 11(10), 662-664.

- Griffin, M. K., & Burke, H. H. K. (2003). Compensation of hyperspectral data for atmospheric effects. *Lincoln Laboratory Journal*, 14(1), 29-54.
- Gu, X., Kimmel, M., Shreenath, A., Trebino, R., Dudley, J., Coen, S., & Windeler, R. (2003). Experimental studies of the coherence of microstructure-fiber supercontinuum. *Optics express*, 11(21), 2697-2703.
- Hardin, R. H., & Tappert, F. D. (1973). Applications of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations. *Siam Rev*, 15(1), 423-429.
- Hasegawa, A., & Tappert, F. (1973). Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion. *Applied Physics Letters*, 23(3), 142-144.
- Hasegawa, A. (1989). *Optical solitons in fibers* (pp. 1-74). Springer Berlin Heidelberg.
- Hasegawa, A., & Brinkman, W. F. (1980). Tunable coherent IR and FIR sources utilizing modulational instability. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 16, 694-697.
- Haus, H. A., & Melcher, J. R. (1989). *Electromagnetic fields and energy*. Prentice Hall.
- Haus, H. A. (1984). *Waves and Fields in Optoelectronics* (Prentice-Hall series in solid state physical electronics)
- Hecht, J. (2015). *Understanding fiber optics*.
- Hellwarth R. W. (1977). Third-order optical susceptibilities of liquids and solids. *Prog. Quantum Electron.* 5, 1, 2-68.
- Herrmann, J., & Nazarkin, A. (1994). Soliton self-frequency shift for pulses with a duration less than the period of molecular oscillations. *Optics letters*, 19(24), 2065-2067
- Hillman, C. W. J., Brocklesby, W. S., Monroe, T. M., Belardi, W., & Richardson, D. J. (2001). Structural and optical characterisation of holey fibres using scanning probe microscopy. *Electronics Letters*, 37(21), 1283-1284.
- Hochman, A., & Leviatan, Y. (2007). "Efficient and spurious-free integral-equation-based optical waveguide mode solver". *Optics express*, 15(22), 14431-14453.
- Holzwarth, R., Udem, T., Hänsch, T. W., Knight, J. C., Wadsworth, W. J., & Russell, P. S. J. (2000). Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy, *Physical Review Letters*, 85(11), 2264.
- Hsu, H. P. (1973) *Análisis de Fourier*, Addison-Wesley Ibero Americana.

- Hu, J., & Menyuk, C. R. (2009). Understanding leaky modes: slab waveguide revisited. *Advances in Optics and Photonics*, 1(1), 58-106.
- Husakou, A. V. & Herrmann, J. (2001) Supercontinuum generation of higher-order solitons by fission in photonic crystal fibers. *Physical Review Letters*, **87**, 203901.
- Ippen, E.P., Shank, C.V. and Gustavson, T.K. Self-phase modulation of picoseconds pulses in optical fibers, *App. Phys. Lett.* **24**, 190–192.(1974)
- Ippen, E. P., & Stolen, R. H. (1972). Stimulated Brillouin scattering in optical fibers. *Applied Physics Letters*, 21(11), 539-541.
- Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics*, J. Wiley and Sons
- Jesper Laegsgaard, Mode profile dispersion in the generalized nonlinear Schrödinger equation. *Opt. Express* 15, 16110-16123 (2007)
- Kibler, B. (2007). *Propagation non-linéaire d'impulsions ultracourtes dans les fibres optiques de nouvelle génération* (Doctoral dissertation, Université de Franche-Comté).
- Kodama, Y., & Hasegawa, A. (1987). Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 23(5), 510-524.
- Koshiba, M. and Saitoh, K. (2003) Polarization-dependent confinement losses in actual holey fibers,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 15, no. 5, pp. 691– 693.
- Koshiba, M., & Saitoh, K. (2005). Simple evaluation of confinement losses in holey fibers. *Optics communications*, 253(1), 95-98
- Kruhlak, R. J., Wong, G. K., Chen, J. S., Murdoch, S. G., Leonhardt, R., Harvey, J. D., ... & Knight, J. C. (2006). Polarization modulation instability in photonic crystal fibers. *Optics letters*, 31(10), 1379-1381.
- Leble, S., & Reichel, B. (2009). Coupled nonlinear Schrödinger equations in optic fibers theory. *The European Physical Journal Special Topics*, 173(1), 5-55.
- Lehtonen, M., Genty, G., Ludvigsen, H., & Kaivola, M. (2003). Supercontinuum generation in a highly birefringent microstructured fiber. *Applied physics letters*, 82(14), 2197-2199.
- Lin, Q. (2006). *Polarization and fiber nonlinearities* (Doctoral dissertation, University of Rochester)

- Lin, Q., & Agrawal, G. P. (2006). Raman response function for silica fibers. *Optics letters*, 31(21), 3086-3088.
- Lu, F., & Knox, W. W. (2004). Generation of a broadband continuum with high spectral coherence in tapered single-mode optical fibers. *Optics express*, 12(2), 347-353.
- Mamyshev, P. V., & Chernikov, S. V. (1990). Ultrashort-pulse propagation in optical fibers. *Optics letters*, 15(19), 1076-1078.
- Mamyshev, P. V., Wigley, P. G. J., Wilson, J., Stegeman, G. I., Semeonov, V. A., Dianov, E. M., & Miroshnichenko, S. I. (1993). Adiabatic compression of Schrödinger solitons due to the combined perturbations of higher-order dispersion and delayed nonlinear response. *Physical review letters*, 71(1), 73.
- Mandel, L., & Wolf, E. (1995). *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge university press.
- Marcuse Dietrich. (1982), *Light transmission Optics.*, Van Nostrand Reinhold Company
- Marcuse, D. (1978). Gaussian approximation of the fundamental modes of graded-index fibers. *JOSA*, 68(1), 103-109.
- Milam, D. (1998). Review and assessment of measured values of the nonlinear refractive-index coefficient of fused silica. *Applied optics*, 37(3), 546-550.
- Mitschke, F. (2010). *Fiber Optics: Physics and Technology*. Springer Science & Business Media.
- Mitschke, F. M. and Mollenauer, L. F. (1986). Discovery of the soliton selffrequency shift, *Opt. Lett.* **11**(10), 659–661
- Mizuta, Y., Nagasawa, M., Ohtani, M., & Yamashita, M. (2005). Nonlinear propagation analysis of few-optical-cycle pulses for subfemtosecond compression and carrier envelope phase effect. *Physical Review A*, 72(6), 063802.
- Mollenauer, L. F., & Stolen, R. H. (1984). The soliton laser. *Optics Letters*, 9(1), 13-15.
- Monro, Tanya M., et al. (2001) Sensing with microstructured optical fibres. *Measurement Science and Technology*, 12(7), 854.
- Monro, T. M., Finazzi, V., Belardi, W., Kiang, K. M., Lee, J. H., & Richardson, D. J. (2002). Highly nonlinear holey optical fibres: design manufacture and device applications.
- Nishizawa N., Goto T. (2002). Characteristics of pulse trapping by ultrashort soliton pulses in optical fibers across the zero-dispersion wavelength. *Opt. Express* 10, 21, 1151–1160.

- Nyquist, H (1928). Certain topics in telegraph transmission theory, Trans. AIEE, volumen 47, 617-644
- Ortigosa-Blanch, A., Knight, J. C., Wadsworth, W. J., Arriaga, J., Mangan, B. J., Birks, T. A., & Russell, P. S. J. (2000). Highly birefringent photonic crystal fibers. Optics letters, 25(18), 1325-1327.
- Paschotta, R. (2004). Noise of mode-locked lasers (Part I): numerical model. Applied Physics B, 79(2), 153-162.
- Price, J.H.V., Belardi, W., Lefort, L., Monroe, T.M. and Richardson, D.J. (2001) Nonlinear pulse compression dispersion compensation and soliton propagation in holey fiber at 1 μm . In, Nonlinear Guided Waves and Their Applications 2001, Clearwater Florida, 25 - 28 Mar 2001.
- Price, J., Belardi, W., Monroe, T., Malinowski, A., Piper, A., & Richardson, D. (2002). Soliton transmission and supercontinuum generation in holey fiber, using a diode pumped Ytterbium fiber source. Optics Express, 10(8), 382-387.
- Price, J. H. V. (2003a). The development of high power, pulsed fiber laser systems and their applications (Doctoral dissertation, University of Southampton).
- Price, J. H. V., Monroe, T. M., Furusawa, K., Belardi, W., Baggett, J. C., Coyle, S., ... & Richardson, D. J. (2003b). UV generation in a pure-silica holey fiber. Applied Physics B, 77(2-3), 291-298.
- Proulx, A., Ménard, J. M., Hô, N., Laniel, J., Vallée, R., & Paré, C. (2003). Intensity and polarization dependences of the supercontinuum generation in birefringent and highly nonlinear microstructured fibers. Optics express, 11(25), 3338-3345.
- Provino, L. (2002). Génération et amplification contrôlées de très larges bandes spectrales dans les fibres optiques conventionnelles et microstructures (Doctoral dissertation, Université de Franche-Comté).
- Renversez, G., Nicolet, A., Kuhlmeier, B., Guenneau, S., Felbacq, D., Argyros, A., & Leon-Saval, S. (2005). Foundations of photonic crystal fibres. World Scientific.
- Russell, J. S. (1844, September). Report on waves. In 14th meeting of the British Association for the Advancement of Science (Vol. 311, p. 390).
- Santran, S. (2000). Caractérisation non linéaire de composants optiques d'une chaîne laser de forte puissance (Doctoral dissertation, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I).

- Santran, S., Canioni, L., Sarger, L., Cardinal, T., & Fargin, E. (2004). Precise and absolute measurements of the complex third-order optical susceptibility. *JOSA B*, 21(12), 2180-2190.
- Sauter, E. G. (1996). *Nonlinear optics* (Vol. 44). John Wiley & Sons.
- Serkin, V. N., Vysloukh, V. A., & Taylor, J. R. (1993). Soliton spectral tunnelling effect. *Electronics Letters*, 29(1), 12-13.
- Shabat, A., & Zakharov, V. (1972). Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Soviet Physics JETP*, 34(1), 62.
- Shannon, C. E. (1949). Communication in the presence of noise, *Proc. Institute of Radio Engineers*, volumen 37, no.1, 10-21
- Shen, Y. R. (1984). *Principles of nonlinear optics*.
- Shimizu, F. (1967). Frequency broadening in liquids by a short light pulse. *Physical Review Letters*, 19(19), 1097.
- Skryabin D. V., Luan F., Knight J. C., Russell P. S. J. (2003). Soliton self-frequency shift cancellation in photonic crystal fibers. *Science* 301, 1705–1708.
- Skryabin, D. V., & Yulin, A. V. (2005). Theory of generation of new frequencies by mixing of solitons and dispersive waves in optical fibers. *Physical Review E*, 72(1), 016619.
- Skryabin, D. V., & Gorbach, A. V. (2010). Colloquium: Looking at a soliton through the prism of optical supercontinuum. *Reviews of Modern Physics*, 82(2), 1287.
- Smith, R. G. (1972). Optical power handling capacity of low loss optical fibers as determined by stimulated Raman and Brillouin scattering. *Applied Optics*, 11(11), 2489-2494.
- Snyder, A. W., & Love, J. D. (1983). *Optical Waveguide Theory*, Chapman and Hall, London.
- Snyder, A. W., & Love, J. (2012). *Optical waveguide theory*. Springer Science & Business Media.
- Stolen, R. H. (1975). Phase-matched-stimulated four-photon mixing in silica-fiber waveguides. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 11(3), 100-103.
- Stolen, R. H., & Bjorkholm, J. E. (1982). Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 18(7), 1062-1072.

- Stolen, R. H. (2008). The early years of fiber nonlinear optics. *Journal of Lightwave Technology*, 26(9), 1021-1031.
- Stolen, R. H., Tomlinson, W. J., Haus, H. A., & Gordon, J. P. (1989). Raman response function of silica-core fibers. *JOSA B*, 6(6), 1159-1166.
- Stolen, R. H., & Lin, C. (1978). Self-phase-modulation in silica optical fibers. *Physical Review A*, 17(4), 1448.
- Stolen, R. H., Ippen, E. P., & Tynes, A. R. (1972). Raman oscillation in glass optical waveguide. *Applied Physics Letters*, 20(2), 62-64.
- Tappert, F. D., & Judice, C. N. (1972). Recurrence of nonlinear ion acoustic waves. *Physical Review Letters*, 29(19), 1308;
- Tartara, Luca, et al. (2003) Phase-matched nonlinear interactions in a holey fiber induced by infrared super-continuum generation. *Optics communications* 215, 191-197
- Tartara, L., Cristiani, I., & Degiorgio, V. (2003). Blue light and infrared continuum generation by soliton fission in a microstructured fiber. *Applied Physics B*, 77(2-3), 307-311.
- Taylor, J. R. (1992). *Optical solitons: theory and experiment* (Vol. 10). Cambridge University Press.
- Thévenaz, L. (Ed.). (2011). *Advanced fiber optics: concepts and technology*. EPFL press.
- Tombelaine, V. (2007). *Etude de rayonnements à large bande spectrale induits dans les fibres optiques microstructurées air-silice* (Doctoral dissertation, Limoges).
- Travers, J. C., Kennedy, R. E., Popov, S. V., Taylor, J. R., Sabert, H., & Mangan, B. (2005). Extended continuous-wave supercontinuum generation in a low-water-loss holey fiber. *Optics letters*, 30(15), 1938-1940.
- Udem, T., Holzwarth, R., & Hänsch, T. W. (2002). Optical frequency metrology, *Nature*, 416(6877), 233-237.
- Usechak, N. G. (2006). *Mode Locking of Fiber Lasers at High Repetition Rates* (Doctoral dissertation, University of Rochester).
- Wai, P. K. A., Menyuk, C. R., Lee, Y. C., & Chen, H. H. (1986). Nonlinear pulse propagation in the neighborhood of the zero-dispersion wavelength of monomode optical fibers. *Optics letters*, 11(7), 464-466.

White, T. P., Mcphedran, R. C., De Sterke, C. M., Botten, L. C. & Steel, M. J. (2001) Confinement losses in microstructured optical fibers. *Optics Letters*, **26**, 1660–1662.

Wolf, E., & James, D. F. (1996). Correlation-induced spectral changes. *Reports on Progress in Physics*, 59(6), 771.

Yu, S. S., & Lai, Y. (1995). Impacts of the self-Raman effect and third-order dispersion on pulse-squeezed state generation using optical fibers. *JOSA B*, 12(12), 2340-2346.

Apéndice

Algunos Parámetros Usados para la Simulación de la GNLSEE

npt = 2^14;	%Number of time-frequency points
tspan = 21.88e-12;	% t-axis span (s)
nstep = 4*4200;	% Number of z-integration steps
Dtau = 170e-15;	% Input Pulse Temporal FWHM (s)
P0 = 1000-3200;	% Input Pulse Peak Power (W)
lambda0 = 800e-9;	% Input Pulse Wavelength (m)
L = 0.42;	% Fiber length (m)
n2 = 2.85e-20;	% Fused Silica Nonlinear Refractive
gamma = 0.17;	% Nonlinear constant
loss = 1.3	% Linear loss
N = 200;	% Number of elements in the Statistical Ensemble Generated
AN= 0.01	% Input Pulse Amplitud Fluctuation – Technical Shot Noise
ppm = 1	% Number of photons per Freq. discretization mode – Fundamental Raman noise.