

ANÁLISIS DE POLÍTICAS ESTATALES PARA LA ENSEÑANZA INICIAL DE LOS
NÚMEROS NATURALES: INTRODUCCIÓN A UNA REFLEXIÓN
EPISTEMOLÓGICA

DIANA MARÍA PARDO RÍOS

Código 0329394

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ENFASIS EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA
MAYO DE 2012

ANÁLISIS DE POLÍTICAS ESTATALES PARA LA ENSEÑANZA INICIAL DE LOS
NÚMEROS NATURALES: INTRODUCCIÓN A UNA REFLEXIÓN
EPISTEMOLÓGICA

DIANA MARÍA PARDO RÍOS

Trabajo de investigación monográfico para optar al título de Licenciada en Educación
Básica con Énfasis en Educación Matemática

Directora

MYRIAM BELISA VEGA RESTREPO

Magíster en Psicología de Lev Vigotski

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ENFASIS EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

MAYO DE 2012

Agradecimientos

Mis más grandes y sinceros agradecimientos a todas aquellas personas que estuvieron conmigo en el desarrollo de este arduo trabajo, a aquellas que me dejaron de una u otra manera, algo de su conocimiento y experiencia durante toda mi carrera.

A Dios por regalarme la oportunidad de llevar a término mis estudios y este trabajo de investigación; por darme salud, fortaleza y conciencia.

A Juan Carlos por estar siempre a mi lado, darme su amor, animo y apoyo constante.

A mis hijas Maria Paula y Katherine por ser mi impulso, la razón de mi vida y un motivo más para el desarrollo de esta investigación.

A mi abuela, mi madre y mis hermanas por su preocupación, interés y ayuda incondicionales.

A la Universidad del Valle por promover mi formación profesional y proporcionar las herramientas necesarias para ello.

A mi directora de tesis Myriam Vega Restrepo, mi evaluador Jorge Enrique Galeano y a aquellos profesores que con sus enseñanzas contribuyeron en mi formación docente y con sus aportes colaboraron en el desarrollo de este trabajo.

A mis compañeras de investigación por acompañar mis angustias, compartir sus experiencias e intereses y colaborar en el desarrollo de este trabajo de investigación.

A todos muchas gracias.

Resumen

Este trabajo de investigación monográfico se desarrolla en el marco de una introducción al análisis epistemológico de los números naturales, y a continuación con base en estos planteamientos muestran algunas propuestas de países latinoamericanos como Colombia, Uruguay, Chile, Argentina, Venezuela, Bolivia, y de Japón y Finlandia acerca de las matemáticas que se están enseñando actualmente y las que deberían enseñarse en el nivel inicial de la educación básica primaria, además se muestra un análisis de pruebas internacionales aplicadas a estos países para identificar deficiencias y logros en la enseñanza de las matemáticas. Este análisis muestra en el marco de la teoría del número de $\mathbb{N}$ naturales y la manera en que se expresan, al tiempo se toman como referencia trabajos de autores como Bishop, Vasco, Carpenter, Newman, Nimier, entre otros, que con sus aportes y conceptos se mencionan y han servido de apoyo para destacar aspectos relevantes acerca de la enseñanza de los números y de las matemáticas en el nivel inicial de la educación básica.

Palabras claves: Análisis epistemológico, números naturales, teoría del número, axiomática, enseñanza, educación básica, pruebas internacionales, propuestas curriculares.

Contenido

Introducción	7
CAPÍTULO I.....	14
APROXIMACIÓN A UN ANÁLISIS EPISTEMOLÓGICO DE LOS NÚMEROS NATURALES PARA SU ENSEÑANZA EN LOS PRIMEROS GRADOS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA	14
2.1 Renovación curricular	15
2.2 Surgimiento y evolución de los números como números de contar.....	22
2.3 Frege y Peano en los comienzos del concepto de número.	31
CAPÍTULO II	38
PROPUESTAS CURRICULARES DE PAÍSES LATINOAMERICANOS, JAPÓN Y FINLANDIA PARA LA ENSEÑANZA INICIAL DE LOS NÚMEROS NATURALES.....	38
1.1 Aspectos transversales de la enseñanza inicial de los números naturales en el análisis de las propuestas curriculares de diferentes países.....	39
1.1.1 El conocimiento matemático como interacción social.	46
1.1.2 La solución de problemas en la cotidianidad	54
1.1.3 Los conocimientos previos y el entorno del niño como punto de partida	59
1.1.4 El juego en el proceso de aprendizaje	63
1.1.5 El error como acercamiento al conocimiento.....	69
1.1.6 Condiciones para la apropiación de nuevas situaciones.....	74
1.1.7 Actividades que desarrolla el niño en el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos	81
1.1.8 La gestión del maestro.....	87
1.2 Pruebas Internacionales: Un análisis oportuno.	96
1.2.1 Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS)	98
1.2.2 Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA)	107
1.2.3 Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE).....	117
CAPÍTULO III.....	131

ASPECTOS DESTACADOS DE PROPUESTAS CURRICULARES EN EL MARCO DEL ANÁLISIS EPISTEMOLÓGICO DE LOS NÚMEROS NATURALES	131
Conclusiones	138
Referencias Bibliográficas	143

Introducción

El presente trabajo de investigación monográfico se ocupa principalmente del análisis epistemológico acerca de la naturaleza con que se expresan los números naturales en los lineamientos curriculares colombianos a partir de la teoría del número de Frege y de la axiomática de Peano. El trabajo que se realizará en el presente proyecto monográfico se propone identificar y analizar perspectivas epistemológicas de los números naturales que permitan el acercamiento a aspectos sobre la existencia de los mismos, la articulación y puesta en escena de caracterizaciones que permitan la vinculación al proyecto de tesis doctoral “Oralidad y escritura en el aprendizaje y enseñanza iniciales de los números naturales” de la docente Myriam Vega Restrepo, aportando elementos conceptuales y así mismo dé cumplimiento a los requisitos académicos y doctos de un proyecto de trabajo de grado.

Por otra parte, se intenta hacer el contraste de los lineamientos curriculares en Colombia con los planteamientos de otros países latinoamericanos Uruguay, Chile, Argentina, Venezuela, Bolivia y de Japón y Finlandia con el fin de verificar similitudes significativas existentes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además se busca distinguir las distintas metodologías empleadas en los diferentes sistemas educativos que permita determinar aspectos relevantes que podrían aplicarse al sistema educativo colombiano para mejorar el rendimiento de los estudiantes en el área de matemáticas.

Algunas de las actividades matemáticas que resultan ser transversales a diferentes culturas como son contar y medir, suelen resultar de las necesidades cotidianas de representar las cosas, de llevar las cuentas en una tienda, de medir los objetos, incluso de preparar una receta de cocina, entre otros. Las distintas maneras de contar, representar y designar los números en las diversas culturas y la evolución de los diferentes sistemas de numeración, dejan ver como a través del tiempo el hombre ha usado con gran imaginación distintas herramientas de conteo y de representación de los números por las mismas necesidades que se iban presentando; así de esta manera en un principio se hizo uso del cuerpo humano para el conteo y como cada vez fueron surgiendo distintas necesidades, la precisión en las cuentas y llevar cantidades elevadas no era fácil, entonces los sistemas de numeración comenzaron a estructurarse y con estos se podían representar más cantidades y la actividad matemática cada vez se fortalecía y se perfeccionaba como resultado de elementos históricos.

En la actualidad se reconoce en los procesos de construcción de los conocimientos matemáticos distintas posturas y concepciones epistemológicas acerca del número natural que están implícitas en las maneras de enseñar, aunque es indiscutible que los factores económicos, sociales, educativos, culturales, entre otros, también inciden en la determinación de estrategias para el aprendizaje y con las cuales se aprende también a generar distintos espacios, para que el proceso de aprendizaje en matemáticas sea posible y se generen formas de interpretación y de reconocimiento.

La investigación y análisis de las diferentes tendencias y aspectos epistemológicos que han servido para el enriquecimiento de los procesos educativos y en especial del

proceso de pensamiento matemático en el primer ciclo de la educación en primaria, ha sido uno de los principales focos de exploración. Actualmente no es suficiente el reconocimiento de los contenidos que son necesarios para ser enseñados sino que también es indispensable reconocer los tiempos, espacios, condiciones y sobre todo cuáles son los conocimientos que los estudiantes traen del entorno y que de una u otra forma han incidido en el desarrollo del pensamiento matemático. En diversas situaciones y con los aportes de diferentes autores que han indagado acerca de la enseñanza de las matemáticas y para el caso del presente trabajo, de la naturaleza de los números naturales, se han brindado diferentes posibilidades en la reflexión acerca de la enseñanza de las matemáticas que al mismo tiempo han servido como aporte al aprendizaje inicial de los números naturales y que de alguna manera han permeado las prácticas y creencias del docente que a su vez determinan las maneras de actuar, pensar, decidir, enseñar, evaluar y sobre todo comprender que cada individuo es un ser pensante que trae distintas experiencias del entorno en el que se desenvuelve.

La presente investigación se fundamenta en analizar los estudios de Frege y Peano enmarcados en la naturaleza de los números naturales, para determinar los conceptos y maneras formales de presentarlos, de tal forma que se profundice en las problemáticas que se presentan en la enseñanza y aprendizaje de los números naturales en los primeros grados de la educación básica y en la incidencia de estos fundamentos en tales procesos. Es importante mencionar que el presente trabajo se ha centrado en la indagación por la enseñanza de las matemáticas y de los números naturales en los primeros grados de la educación, pues a partir de las pruebas aquí analizadas se observó que las dificultades que

presentan los estudiantes se evidencian desde temprana edad. La revisión y distinción de las teorías aquí propuestas aportan elementos para la reflexión y el reconocimiento de un concepto formal y de la noción de número, y de las formas como el estudiante adquiere y construye el concepto de número natural.

Con la presente monografía se propone responder, a partir de la teoría del número de Frege y de la axiomática de Peano, ¿Cuál es la perspectiva epistemológica que subyace a los números naturales que se enseñan durante los primeros grados de la educación básica?

De este modo se plantea desarrollar una monografía siguiendo la metodología planteada por Eco (1994), con la cual se seleccionó y recopiló la bibliografía con la revisión y acompañamiento de discusiones tutoriales que permitieron soportar y establecer los diferentes documentos e interpretaciones de los elementos teóricos empleados para el trabajo. La estructura de organización tuvo en cuenta la propuesta de Eco de implementar fichas en el desarrollo del trabajo, entre las cuales se usaron, parafraseando a Garzón (2011), las *fichas de citas* (relevantes para el trabajo), las *fichas de lectura* (resumen general y valoraciones sobre su importancia) y las *fichas de recuerdo* (ideas, dudas, ejemplos, etc. que se presentaron durante la lectura).

Con la información obtenida de los documentos consultados, se realizó una lectura detallada y se organizó la información en las fichas de lectura para ser usadas continuamente en la estructuración del trabajo de investigación monográfico. Por ser un trabajo de indagación referente a aspectos epistemológicos del número y con el fin de estructurar una investigación que involucrara aspectos relativos a su enseñanza en los primeros grados de la educación, se planteo como primera instancia recopilar y leer

referentes bibliográficos que permitieran hacer una aproximación al análisis epistemológico de los números naturales para reflexionar acerca de su enseñanza en los primeros grados de la educación básica. En este primer capítulo se muestra el desarrollo de la renovación curricular y a continuación se hace brevemente y a manera de recuento, el surgimiento y evolución de los números naturales como números de contar usados para llevar las cuentas y realizar diversas actividades en la cotidianidad. Continuamente se busca plantear aspectos epistemológicos de los números naturales que permitan establecer distintas orientaciones en la sistematización de teorías, que para el caso de la presente investigación se ubican en el trabajo axiomático de Peano y en la teoría del número de Frege, para lo cual se tomó como apoyo el trabajo de Vásquez (2010) enriquecido por reflexiones y documentos de otros autores entre los cuales se destacó Peano y Frege con sus escritos epistemológicos del número.

A continuación se planteó para el desarrollo del segundo capítulo, explorar los diferentes países en los cuales la enseñanza de las matemáticas se viera reflejada en los buenos resultados de las pruebas internacionales. Luego de analizar la información obtenida de cada país, se hizo necesario establecer unos criterios que abarcaran las similitudes presentadas en la enseñanza de las matemáticas en el nivel inicial. Así, cada categoría se convirtió en un subcapítulo en los cuales se plasmó planteamientos textuales de las propuestas para la enseñanza de los diferentes países.

En un segundo momento del presente capítulo se hizo una recopilación de documentos que reflejaran los resultados de pruebas internacionales en el área de

matemáticas en distintos años para identificar la oscilación en el nivel de los estudiantes, sus deficiencias y avances. El grado más cercano a los primeros grados de la escolaridad que presenta pruebas internacionales es grado tercero, que se presentó en la prueba SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo) en el año 2006, con la cual también se presentó grado sexto, en las áreas de lectura, matemática, ciencias y escritura. Aleatoriamente se escogió países latinoamericanos para analizar sus planteamientos respecto a la enseñanza de las matemáticas, sus propuestas curriculares y los resultados reflejados en las pruebas internacionales escogidas para el presente trabajo de investigación, entre las cuales se encuentran además del SERCE, la prueba PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) aplicada en los años 2003, 2006 y 2009, a estudiantes de 15 años; y la prueba TIMSS (Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias) aplicada en los años 2003 y 2007 a estudiantes de cuarto, séptimo y octavo.

Un tercer capítulo contiene los aspectos destacados de las propuestas curriculares o más precisamente los temas o categorías mencionadas en cada subcapitulación del segundo capítulo, de tal forma que se pongan a la luz de los diferentes planteamientos de los autores trabajados y de las teorías de Frege y Peano para dilucidar los aspectos relevantes de estas teorías e intentar mostrar lo que sería acorde en la enseñanza de las matemáticas, mostrando además la relación entre matemáticas y experiencia.

Se espera que el presente trabajo de investigación monográfico promueva y provoque en los lectores el interés de continuar una labor que además de aportar a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, amplíe la visión de los docentes que empiezan el quehacer

en las aulas de clase hacia horizontes de exploración epistemológica de los números naturales, con lo cual se amplían los conocimientos en los autores aquí trabajados y podría extenderse a otros trabajos e investigaciones futuras con las cuales se reconozcan aspectos relevantes sobre la naturaleza de los conceptos en matemáticas. Es importante mencionar que desde la práctica docente reflexiva y crítica es posible obtener con éxito los mejores resultados cuando se enseña en el aula de clase y más precisamente en los primeros grados de la educación básica.

CAPÍTULO I

APROXIMACIÓN A UN ANÁLISIS EPISTEMOLÓGICO DE LOS NÚMEROS NATURALES PARA SU ENSEÑANZA EN LOS PRIMEROS GRADOS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

En el capítulo que se presenta a continuación se intenta poner a la luz de los lectores, una visión clara y sintetizada de lo que ha surgido y evolucionado en la educación matemática, para lo cual se retoman planteamientos de distintos autores, se indaga y se muestran puntualmente elementos de la teoría del número de Frege y la axiomática de Peano que permitirán allegar elementos para la identificación de la naturaleza de los números que se enseñan en el nivel inicial de la básica primaria.

Se muestra en primera instancia lo que ha ocurrido con las reformas en la enseñanza de las matemáticas puntualizando aspectos del proceso de renovación curricular. Seguidamente se hace una breve reflexión sobre el surgimiento y evolución de los números y lo que actualmente se plantea a nivel curricular para la enseñanza de las matemáticas y de los números de contar, para lo cual se retoman diferentes autores que mencionan en algún momento el surgimiento e importancia de los números naturales. En un tercer apartado se mencionan algunos planteamientos de Frege y Peano para el hallazgo de elementos, teorías, fundamentos y métodos que permitan dilucidar la naturaleza de los números naturales que se usan en el aula de clase en el nivel inicial.

2.1 Renovación curricular

Planteando algunos aspectos importantes acerca de la Renovación Curricular o más precisamente, sobre las reformas en la enseñanza de las matemáticas escolares, sabemos que hacia el año 1958 en Europa (García, 1996), se creó un ambiente para modificar la enseñanza de las matemáticas, y con la misma finalidad, hacia mediados de la década de los 60, se convocaron reuniones y seminarios en los demás países Europeos y en los Estados Unidos, pues se vio la necesidad de modernizar las matemáticas. Según lo que menciona García, la educación matemática en Colombia vinculó a todos los involucrados en la enseñanza y aprendizaje de las mismas invitándolos a asumir un compromiso serio con el cambio de las prácticas educativas de acuerdo con las necesidades de estos tiempos.

La modernización de las matemáticas se interpretó como la introducción y adaptación de una filosofía llamada ideología Bourbaki, en los currículos para la enseñanza de las matemáticas en la primaria y la secundaria. Esta ideología organiza las matemáticas mediante tres estructuras, llamadas algebraica, topológica y de orden, y se integran a esta, aportes de las escuelas logicista y formalista de la matemática, las cuales la conciben como un conocimiento absoluto e infalible y en la práctica de ellas se nota como esencia (García, 1996), el rigor, la deducción, la abstracción y la axiomática. García menciona que a partir de aquí se fijaron las orientaciones de los contenidos de la nueva reforma, que confirió gran prioridad al manejo riguroso de la notación simbólica, y en los contenidos se dio más importancia a la teoría de conjuntos, la axiomática del algebra y la lógica matemática. En un principio este proceso se llevó a cabo en la escuela francesa y gracias a su institucionalización y al contexto político e histórico de los Estados Unidos, se instauró en

escuelas estadounidenses, y busca por medio de las matemáticas modernas el mejoramiento en el sistema educativo (García, 1996). Por otra parte, se “contó con un fuerte respaldo financiero que permitió consolidar grupos de trabajo para la elaboración de textos escolares, guías para maestros y entrenamiento de profesores.” (p. 197)

García (1996) menciona en su documento que la Reforma tuvo dificultades y entro en crisis en el plano internacional hacia finales de la década de los años 60, cuando se vieron los altos porcentajes de fracaso escolar y el logro de los objetivos propuestos en la formación científica era bajo, pues las llamadas “nuevas matemáticas” llenaron de confusión y rechazo a los estudiantes y padres de familia, quienes decían no poder ayudar a sus hijos en las tareas, además como la capacitación ofrecida para los docentes fue escasa, se notaba poca preparación, y así como resultado del fracaso, se creó una ambiente de reconocimiento, en el que se evidenció que los problemas de la enseñanza de las matemáticas escolares pertenecen al campo educativo y tienen características diferentes a las matemáticas puras, además deben estar relacionadas con las matemáticas cotidianas o que se manejan en el mundo. Luego de estas reflexiones se plantearon nuevas concepciones sobre las matemáticas escolares y se recuperaron los procesos histórico y epistemológico de las matemáticas. De este modo pueden verse como producto social y como respuesta a las necesidades de una sociedad, y a partir de esta reflexión, se ve falible el conocimiento matemático visto desde la solución de problemas; su práctica, comprensión y validez se manifiestan en el contexto cultural, y se reconocen en su relación con otros conocimientos, de este modo los problemas de otras áreas se convierten también en fuente de comprensión de los conceptos, destacándose el potencial del conocimiento matemático como modelo

para la matematización de aspectos de la vida científica, social y cultural. También es importante mencionar los propósitos utilitarios del conocimiento matemático y su valor como instrumento de comunicación y se muestra cómo el proceso de construcción de las matemáticas en su mayoría proviene del razonamiento y la deducción. Lo anterior ha permitido ampliar la visión de lo que se enseña y la manera de enseñar en matemáticas y a pesar de que los contenidos propuestos en su mayoría son conocidos, el enfoque es distinto al de la reforma, pues se enfatizan las matemáticas en la resolución de problemas, la comunicación y el razonamiento. Así como se presentan distintas necesidades en el proceso evolutivo de la enseñanza de las matemáticas, se crean distintas herramientas que permiten el desarrollo de estrategias para la adquisición de conocimientos, una de ellas se refiere a los distintos avances tecnológicos que incorporados en el aula permiten que el estudiante resuelva problemas y se dedique a la adquisición de conceptos y no a los procesos algorítmicos.

Como comienzo del proceso de aplicación de la Reforma en Latinoamérica, se reciben los libros de texto de los Estados Unidos con la propuesta de implementar la ideología Bourbakiana, pero de igual manera en América Latina la Reforma entro en crisis y se buscó dar solución a situaciones particulares de diversidad cultural, de falta de recursos y formación de maestros, lo cual a su vez ha llevado a la comunidad a pensar en la construcción de una didáctica más valida socialmente y esto permitió preguntar por los temas de investigación a tener en cuenta en este proceso. Los contenidos de la Reforma se implementaron en Colombia y en otros países de América Latina a través de los planes y programas del Ministerio de Educación Nacional (decretos 1710/63 y 080/74), que se

justificaron gracias a los propósitos de descubrir estructuras del universo matemático y el estudio de la ciencia matemática.

Se reconoció hacia mediados de los años 70 que la falla en los planes y programas de la Reforma se debieron a la falta de adecuación de una concepción educativa al medio. De aquí que surge y se lleva a cabo la Renovación Curricular, para responder coherentemente a las necesidades y características del medio educativo colombiano. “La lógica matemática y algunos elementos de la topología se establecieron como contenidos; la teoría de conjuntos, vigente aún en los programas actuales, continuó siendo uno de los fundamentos de las matemáticas escolares.” (García, 1996, p. 201). Es importante reconocer que la Renovación Curricular permitió difundir planteamientos didácticos acerca de la enseñanza de las matemáticas, convirtiéndose en la primera presentación sistemática de la didáctica de las matemáticas en Colombia.

Como se menciona por Vasco (1995), en los años 80 se dio inicio a la elaboración de investigaciones con el modelo piagetiano y a la investigación por la educación matemática. El ambiente que se presentó para la reflexión sobre las matemáticas escolares en Colombia, permitió asegurar la participación de la comunidad de educadores en los cambios que necesitaba la educación matemática, y los formadores de maestros y los programas de formación avanzada dirigieron los esfuerzos para la participación activa en la formulación de las reformas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Además, se modificó la concepción de currículo desde la Ley General de Educación, las condiciones y los principios de su elaboración y formulación.

Así como se visualizó aspectos positivos en la Reforma, también se dieron dificultades que afectaron toda la comunidad educativa, como la autonomía curricular a los maestros ya que no había suficiente preparación para el diseño y elaboración de currículos y los altos costos en la financiación de investigaciones curriculares, pues era necesario un gran apoyo. Analizar los estándares curriculares y de evaluación en matemáticas, en relación con el contexto, los intereses y los problemas locales fue un primer paso a la reflexión sobre las reformas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares.

A partir de la implementación y del ensayo y error en la aplicación de las “nuevas matemáticas”, del descuido con las habilidades de cálculo mental y manejo de símbolos y fórmulas, y aprovechando el trabajo de la escuela de Piaget y la noción de conjunto, se propone el concepto de sistema como clave del currículo de matemáticas. En un segundo nivel, el niño maneja ya las inclusiones y la correlación de comprensión y extensión, en la que Piaget menciona que se empieza a dominar la noción de conjunto, sus operaciones y relaciones. Un sistema está completamente determinado por tres conjuntos, uno de objetos, uno de operaciones y uno de relaciones. De este modo, los sistemas serán lo concreto con respecto a las estructuras y las estructuras serán lo abstracto respecto a los sistemas, entonces por ejemplo, cuando el niño empieza a sumar números naturales hace una operación binaria y por lo tanto el niño se encuentra con el sistema, ya luego llega el conjunto. El niño en primer grado de primaria pasa de la colección figural a la no figural y será muy frecuente que los niños de este nivel no puedan hacer inclusiones, por ejemplo, resolver este problema: *“Un niño tiene 20 frutas, de las cuales 15 son naranjas y 5 son limones. ¿Qué hay más naranjas o frutas?”*

Para este momento de la historia el futuro señalado en los años 80 y 90, de la enseñanza de la matemática deberá estar basado en las relaciones y las operaciones, que denotan una proposición y un número, respectivamente. El nuevo enfoque que se propone es dinámico y activo, donde la teoría y la práctica se unen para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje. Este tiene que ver con el enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas, con el cual se aplican los nuevos programas en todas las áreas a por lo menos los dos primeros grados, y así la renovación curricular empezó su marcha gradual en todo el territorio. Puntualmente, el enfoque de sistemas, trata de acercarse a las distintas regiones de las matemáticas, los números, la geometría, las medidas, los datos estadísticos y la misma lógica y conjuntos, con un enfoque sistémico que los comprenda con sus relaciones, con sus operaciones, con sus elementos y como totalidades estructuradas. (MEN, 1998)

También en el marco teórico del programa de matemáticas se propone en un apartado de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia (1998), que para la preparación de sus clases, el maestro debería enfocar los distintos aspectos de las matemáticas como sistemas y no como conjuntos, es decir, trabajando con el enfoque de sistemas, y se propone distinguir entre tres niveles de sistemas a los que Vasco (1995) ha llamado superficial o sistema simbólico, que es el único que aparece en los libros de texto; este sistema se pinta, se escribe o se habla. El segundo nivel es el básico o sistema conceptual, con el cual se piensan, se construyen, se manipulan, se comprenden y se elaboran conceptos. Un buen ejemplo de este sistema tiene que ver con las actividades que se adoptan para la construcción de los libros de texto. Un tercer nivel se relaciona con lo

que los niños usan para construir conceptos esperados y es llamado sistema concreto. Se menciona en los Lineamientos curriculares respecto del programa de matemáticas de la Renovación Curricular que:

La sugerencia pedagógica del programa es la de explorar los sistemas concretos que ya utilizan los niños, para partir de ellos hacia la construcción de los sistemas conceptuales respectivos; cuando ya se ha iniciado la construcción de éste, el mismo alumno puede desarrollar sistemas simbólicos apropiados, aprender los usuales y aún traducir de unos sistemas simbólicos a otros. (MEN, 1998, p. 16)

Así, el programa de Renovación Curricular permitió, después de un largo proceso de diseño, experimentación, revisión e implementación, pensar en maneras activas para el trabajo de unidades didácticas, que a su vez permitieron avanzar en la conceptualización y fundamentación de las diferentes propuestas pedagógicas. Particularmente, para el área de matemáticas se adoptó el enfoque de sistemas propuesto en los artículos 21 y 22 de la Ley General de Educación, Ley 115 de 1994. Unificando avances logrados en el proceso de Renovación Curricular con los lineamientos curriculares planteados para el área de matemáticas, se puntualizó en un enfoque donde la conceptualización de los estudiantes, la comprensión de sus posibilidades y el desarrollo de competencias para afrontar retos diarios y cotidianos, se convirtieron en el eje central del proceso de renovación en la educación matemática.

La profunda socialización y discusión de lo que se haga en el marco de la aplicación de la Ley General de Educación es importante ya que permite el aprovechamiento y consolidación de distintos procedimientos que facilitan el trabajo sistémico y útil para los estudiantes y los docentes. Actualmente (MEN, 1998) se busca con el planteamiento de los lineamientos curriculares, desarrollar y ampliar la formación de los que hacen el currículo y

asesoran las instituciones educativas para llevar a cabo los procesos curriculares dentro del PEI (Proyecto Educativo Institucional), y las propuestas acerca de la Renovación Curricular que no se incluyen en el currículo nacional puede ser estudiada por los docentes quienes siguen preparándose para tomar diferentes decisiones respecto a los contenidos, metodologías y estrategias en el proceso de enseñanza que a su vez enriquece el currículo.

2.2 Surgimiento y evolución de los números como números de contar.

De acuerdo con distintos estudios y como lo referencia Conant (citado por Newman, 1994; pp. 20-29), el surgimiento de los números, o más precisamente de su escritura, ocurrió después de que los hombres estimaran cantidades. Este proceso de aparición se dio con el crecimiento de las ciudades y la necesidad que encontraron sus pobladores de representar sus transacciones en los negocios, en el comercio, sus datos administrativos y demás, de manera tal que les permitiera tener memoria y datos de lo realizado.

Como lo plantean Vasco (1994) y Bishop (1999), los números como sistema de numeración y como sistema de cuantificación se originaron por las necesidades que se le iban presentando al hombre en su cotidiano vivir, como por ejemplo, contar las ovejas de su manada o los frutos de su cosecha. Los números en tanto que sistema, evolucionan junto con el hombre mismo en un proceso social, conforme varían y se enriquecen las actividades de los grupos humanos. Las actividades de conteo, medición, localización, diseño, explicación, entre otras, motivan y son motivadas por las necesidades relacionadas con el

entorno (Bishop, p.43) estimulando así, el desarrollo de procesos cognitivos y de ideas matemáticas, que implican tipos especiales de lenguaje y de representación que dependen de la cultura y el entorno socio-cultural (MEN, 1998).

Entre las actividades mencionadas y destacando para el presente trabajo de investigación monográfico la actividad más relevante sin el propósito de quitarle importancia a las demás y parafraseando a Bishop (1999), la actividad de conteo vista desde una perspectiva cultural y en el proceso de comunicación, implica distintos tipos de lenguaje, formas de representación y se relacionan con las necesidades sociales y culturales, además es mediada por procesos cognitivos de clasificación que a su vez influyen en el hallazgo de diversas culturas matemáticas. Entre tanto, otra de las actividades a la cual el autor en mención da destacada importancia, que es abordada en el capítulo anterior entre aquellas universales y la cual se menciona como una actividad fundamental en el desarrollo de la cultura, es el juego que vista desde una perspectiva antropológica y cultural, está muy conectada con la educación matemática. No hay duda de que el juego es una actividad que permite el enriquecimiento y el crecimiento en el desarrollo matemático.

Entre las conclusiones más significativas presentadas por Bishop (1999), se menciona que en el desarrollo de las matemáticas en la cultura es de gran importancia tomar en consideración las actividades de conteo, localización, medición, diseño, juego, explicación, llamadas universales por su estrecha relación con el entorno y porque permiten el desarrollo de ideas matemáticas en cualquier cultura. Por medio de desarrollos producidos dentro de las culturas y entre ellas y del producto de diversos procesos, se evidencia el crecimiento de las matemáticas, y aunque no son el producto de actividades

culturales, se desarrollan a partir de conocimientos determinados por grupos culturales. Cada una de las actividades mencionadas por Bishop, implican un tipo de lenguaje y de representación especial, están determinadas y motivadas por las necesidades del entorno y ponen a la luz un panorama amplio de lo que en pocas palabras significa la actividad matemática cada vez más extensa, precisa y avanzada.

Las matemáticas no solo se ven actualmente como una de las áreas más importantes a ser enseñadas sino también como una clase de tecnología que aporta y al mismo tiempo produce unos valores determinados, ya que al ser vistas como un fenómeno cultural y al analizar distintas ideas acerca del contexto, se enfatiza en “profundos valores humanos de la existencia y el significado de la vida que nutren la construcción del conocimiento” (Bishop, 1999, p. 54). Vemos como a partir de los planteamientos de Bishop, la actividad de localizar se convierte en una actividad que sin duda desarrolla diversas ideas en geometría que resultan universales para diferentes culturas, y a pesar de que se describen y representan localizaciones de distinta manera, por medio de similitudes en el lenguaje se descubre el surgimiento de las ideas en matemáticas, entonces por ejemplo la ubicación en un mapa del norte, sur, oriente u occidente, hacer un giro de 180 grados, rotar sobre un punto, trasladarse, hacer una reflexión, trazar una línea, entre otras actividades, resultan familiares.

Bishop además menciona cuatro actividades que resultan también universales e importantes en el desarrollo de ideas en matemáticas que se mencionaran de manera somera a continuación, de manera tal que se pueda tener una visión general de lo que a vista del mencionado autor es universal en el desarrollo de las matemáticas. Medir, diseñar, jugar y

explicar, son las otras cuatro actividades mencionadas por él, que parecen ser también comunes, que si bien se practican, no son tan relevantes o simplemente las personas no se detienen en la cotidianidad a ver su importancia y lo que ha significado en el desarrollo cultural y evolutivo de las matemáticas. Medir, es una actividad que se realiza desde tiempos remotos y generalmente surgió por la necesidad de hacer comparaciones y de ordenar, así la primera herramienta usada para esta actividad fue el cuerpo humano, tomando la medida de una cantidad determinada de manos o de pies, la distancia de los brazos o de los dedos, entre otras. Ahora, medir implica más precisión, el desarrollo de sistemas de medida más complejos, aproximaciones, estimaciones, entre otras actividades. Diseñar como actividad universal, es mencionada por Bishop y se refiere a la tecnología y a la conformación del entorno espacial. Se diseña cuando se transforma y se impone una estructura particular a un objeto que se usara cotidianamente y se hace dependiendo de las necesidades y del material disponible para hacerlo. Con la representación y el diseño se crea la idea de figura o de forma.

Muchas conexiones e ideas matemáticas se desarrollan cuando se incluyen juegos en las actividades que se realizan cuando se enseña en matemáticas, “...Esto nos obliga a darnos cuenta de la importancia que ha tenido «jugar» en el desarrollo de la cultura.” (Bishop, 1999, p. 65). En todo el mundo se aborda la educación matemática desde una perspectiva cultural y antropológica a partir de actividades relacionadas con los juegos y esto además implica que los sujetos apliquen reglas, establezcan orden, modelos y distintas maneras de razonar y de interactuar; representar la realidad e imitar son actividades que se

manifiestan en los juegos y que son enriquecedores en el quehacer matemático y en el crecimiento cultural.

La actividad de explicar vista como aquella que permite desarrollar en el sujeto la cognición, da lugar a la abstracción, a la estructuración del lenguaje y de conceptos, y a la clasificación para validar una explicación; y visto de este modo, "...Explicar es tan universal como el lenguaje y, sin duda, tiene una importancia básica para el desarrollo matemático." (Bishop, 1999, p. 78).

A partir de los avances tecnológicos se van descubriendo más avances en el lenguaje y en el desarrollo de las matemáticas; las necesidades del entorno físico y social hacen que cada vez se diseñen y adopten nuevas tecnologías y se inventen artefactos cada vez más avanzados que faciliten y controlan nuestras actividades y nuestro entorno; "...A medida que nuestro entorno se hace más complejo, esta cultura responde desarrollando más maneras de manejarlo." (Bishop, 1999, p. 83).

Han sido muchas las discusiones acerca del surgimiento de los números, de su origen y su escritura, además se sigue investigando las diversas formas de nombrar la unidad y las expresiones usadas para diferenciarla de dos, más o muchos. Los métodos de numeración son diversos, pero uno de los más antiguos y que aún es usado en la actualidad y en todas las culturas, es el conteo con los dedos, pues a pesar de tener sistemas de numeración tan avanzados, los niños más pequeños acuden a contar y realizar operaciones con los dedos. (Conant, citado por Newman, 1994; pp. 20-29). Es importante reconocer que por medio de métodos usados para contar, operar y llevar cuentas, sea con los dedos, con piedras, palitos, semillas u otros medios más avanzados, usados en la actualidad como ábacos, calculadoras,

computadores, etc., se superan distintas dificultades que se presentan en los procesos abstractos de operar.

Buscando ahondar en aspectos relacionados con la educación y teniendo en cuenta la importancia de brindar atención a estos procesos, se ha encontrado a Vasco (1995) como referencia, el cual menciona como en los distintos avances y en esta última década se ha dedicado especial atención por parte de los distintos entes gubernamentales al desarrollo de la educación intentando alcanzar niveles altos en los resultados de distintas pruebas aplicadas a nivel internacional. Menciona Vasco que el conocimiento hace productivos el trabajo, la tierra y el capital, pero que no es suficiente que esté plasmado en los libros o que lo obtengan unos pocos, sino que es necesario que se distribuya a toda la población, además “...No debe existir en el tercer milenio el concepto del trabajador no calificado.” (Vasco, 1995, p. 57). Es muy interesante tomar un poco de tiempo para pensar en lo importante que resultan algunos aspectos tratados por el mencionado autor en su artículo “La Educación: Tema del tercer milenio”; la familia y la escuela, han sido desplazadas por distintos artefactos tecnológicos y por el grupo de compañeros de edades semejantes. La escuela en la actualidad es el espacio educativo y los profesores son aquellos que crean, proporcionan y adecuan ese espacio para que los estudiantes aprendan. Cada vez se hace más necesaria la educación, y en las universidades e institutos será cada vez más fácil obtener la educación que se desea; los docentes obtienen un escalafón más alto cuando se especializan y en un futuro no muy lejano será escalafonado aquel que obtenga un título de postgrado, y será cada vez más fácil acceder a créditos educativos que lo permitan.

El futuro de la educación pareciera ser cada vez más claro, es necesario para el crecimiento y desarrollo de una sociedad que haya más conocimientos e ideas innovadoras, y para eso, las sociedades y sus gobernantes deben invertir, planear y buscar soluciones a problemas de infraestructura que permitan a toda la población acceder a una educación al alcance de todos. Visualizando la educación en un futuro no muy lejano, dice Vasco (1995) que:

...todos los espacios públicos empezaran a ser educativos. La idea de ciudad educadora, de pueblo educador, de vereda educadora, guiará la sustitución de esos espacios deseducadores y agresivos en que vivimos hoy, por ambientes enriquecidos y enriquecedores, en donde aprendamos a vivir y, sobre todo, a convivir. (p. 59)

Las matemáticas han sido y siguen siendo centro de investigación y en el presente trabajo el interés se centra en mostrar una pequeña parte de lo que actualmente se reconoce en nuestra cultura como número a partir de la teoría del número de Frege y hasta la axiomática de Peano que consiste fundamentalmente en la demostración de la existencia del sistema de números naturales, además se toma en consideración, trabajos de otros autores que presentan planteamientos que apoyan el presente análisis; esto, en la perspectiva de identificar cuál es la naturaleza de los números que se supone ha de enseñarse a los niños en los primeros grados de la educación básica.

Es importante pensar en el concepto de número, en lo que esto implica y significa en la sociedad; si todos los profesionales y pensadores vinculados a las matemáticas y/o a la educación matemática se interesaran por ello, quizá lograríamos allegar elementos nuevos y enriquecedores para que en las instituciones educativas fuera menos complejo para los maestros lograr que los niños se apropien y comprendan los números, en particular los

números naturales, y así puedan servirse y usar tal conocimiento de manera oportuna y pertinente en distintas situaciones.

Ahora, y como lo plantea Vega¹, es muy importante pensar en la problemática vinculada con la distancia que va entre los números de contar, tal como viven y funcionan en la lengua natural y, como tal, como parte integral y constitutiva del saber cotidiano en cualquier cultura, y el número como sistema (no solo de numeración sino operatorio), es decir, lo que va del número como *predicación* o cualidad o adjetivación de los hechos del mundo y el número como *sustantivo* o entidad matemática inscrita en un sistema al interior del cual se define y funciona.

A partir de lo anteriormente planteado se ha visto la importancia y la necesidad de realizar un pequeño reporte de algunos estudios de corte epistemológico que congregue las distintas reflexiones sobre la episteme de los números naturales en el marco de las matemáticas formales, de manera que podamos dotarnos de nuevos elementos teóricos para acercarnos a la posibilidad de comprender y explicar las complejidades de su aprendizaje en contextos formales de la educación, en particular lo relacionado con su operatividad.

En este sentido, la pregunta o problema que se propone abordar este trabajo monográfico es como sigue:

A partir de la teoría del número de Frege y de la axiomática de Peano, ¿Cuál es la perspectiva epistemológica que subyace a los números naturales que se enseñan durante los primeros grados de la educación básica?

¹ Myriam VEGA, “De los números de contar a los números naturales”, documento en elaboración.

Y como respuesta a este interrogante se puede mencionar que en la historia y epistemología del número hay aspectos aún poco conocidos y explorados por los maestros de matemáticas de la educación básica que pueden brindarles elementos teóricos para clarificar y perfeccionar conceptos y significados acerca de la existencia y valor de los fundamentos del número. Es indiscutible la incidencia de conceptos y perspectivas planteadas sobre la historia y existencia de los números naturales en las concepciones que adoptan los maestros, que a su vez se ponen de manifiesto en la práctica docente en la enseñanza de los números, y para el caso de este trabajo de investigación, en los primeros grados de la educación básica.

Por lo anterior es importante la revisión y el reconocimiento de aspectos acerca de la existencia, historia y algunas concepciones de autores que permitan dotarnos de nuevos elementos teóricos para la identificación de perspectivas importantes que aporten a la determinación y al valor de conceptos y fundamentos sobre la ontología del número y la aproximación a un análisis epistemológico de los números naturales al servicio de la educación, que permitan la comprensión y explicación de algunas complejidades de su aprendizaje en contextos formales de la educación y más particularmente en lo relacionado con su operatividad.

El interés plasmado en esta monografía es el de hallar, señalar y aportar elementos conceptuales a partir de una revisión bibliográfica, que permitan la identificación de aspectos relativos a la naturaleza de los números naturales en la enseñanza durante los primeros grados de la educación básica, que además estén vinculados al trabajo investigativo que realiza la profesora Myriam Vega para la identificación y análisis de los

macro-actos lingüísticos que se instauran en los salones de clase, las dinámicas para el aprendizaje y la enseñanza de los números naturales. Todo esto a partir de un estudio epistemológico que se propone la aproximación a una sistematización de los trabajos teóricos e investigativos acerca de los números naturales, organizada en torno a la axiomática de Peano y a la teoría del número de Frege.

Como resultado del presente trabajo de investigación monográfica, se espera la aproximación a la sistematización y análisis epistemológico de investigaciones y trabajos teóricos como también de los lineamientos curriculares de matemáticas que aporten elementos conceptuales en la identificación y análisis de la naturaleza de los “números para contar” que se enseñan en los primeros grados de la educación básica y de perspectivas epistemológicas que permitan el acercamiento a aspectos relacionados con la existencia de los números naturales.

2.3 Frege y Peano en los comienzos del concepto de número.

Como lo menciona Russell (citado por Newman, 1994; pp. 129-135), Frege ha dado respuesta a la pregunta sobre qué es el número y aunque su “*Grundlagen der Arithmetik*” no tuvo gran importancia, del año 1893 a 1901 redescubrió su definición. A partir de esto y pretendiendo buscar una definición, menciona Russell que no se trata de buscar el significado de pluralidad sino de aquello que es característico de los números. Si bien se ha mencionado que los números son empleados para contar (p. 131), y aunque se conoce bien

esta operación para definir por ejemplo la cantidad de elementos de un conjunto finito, puede resultar compleja ya que no se debe contar para definir números.

Gottlob Frege (1891), fundador de la lógica moderna y uno de los pensadores que más ha contribuido a conformar la filosofía de nuestro siglo, siempre preocupado por el problema de la naturaleza de los números naturales y la fundamentación de la aritmética, con el objetivo claro de reducir la aritmética y el análisis a la lógica, definiendo las nociones aritméticas a partir de nociones puramente lógicas y deduciendo los axiomas aritméticos a partir de principios lógicos. Menciona Ruiz (1984), que su obra recorre los dominios de la matemática, la lógica, la lingüística y la filosofía, planteando distintas rutas para la reflexión y con cada logro, tal es la clasificación de los resultados lógicos, su ampliación y el paso a una rigurosa teoría de la cuantificación lo colocan como uno de los más importantes en el campo de la lógica, después de Aristóteles, y a pesar de haber sido poco escuchado y leído, en la actualidad ha dejado un legado en la filosofía moderna de la lógica y la matemática. Ruiz (1984) plantea que la idea fundamental de Frege lo lleva a considerar los números como objetos de origen no sensible, es decir, a los productos de la conciencia y por ende a los conceptos.

Frege se dedicó desde 1879 hasta 1883 a desarrollar su lógica sobre la base del formalismo. En 1884 publica “Los fundamentos de la aritmética” y hasta 1890 somete las concepciones acerca de los números naturales a una crítica y, desarrolla y expone su concepción. Entre 1891 y 1905 desarrolla y precisa sus ideas sobre semántica en “Estudios sobre semántica” y entre 1906 y 1925, poco antes de su muerte, repite sus posiciones anteriores y desarrolla una serie de tres artículos con los componentes antológicos de su

teoría semántica. Entre los problemas destacados de su trabajo, se encuentra el de la filosofía del lenguaje (Frege, 1996) con el cual se muestra que en aritmética estos fundamentos solo son posibles si se trabajan desde la lógica.

A partir de las reflexiones filosóficas, Frege intento dar sentido y significado a los conceptos básicos empleados en la lógica para la construcción de principios lógicos basados únicamente en el pensamiento puro, sin la intervención de la intuición y de la experiencia o explicación física, fisiológica o psicológica. (Vásquez, 2010). El número en Frege es visto como un objeto lógico que puede ser formulado como una expresión del pensamiento puro o del pensamiento en sí mismo, y puede ser expresado en el lenguaje separado de la intuición; el número está en relación con la extensión de un concepto y a partir de los planteamientos de Frege, la dilucidación definitiva del concepto de número se realiza en dos etapas, una centrada en el concepto cardinal del mismo, aunque cada número es definido en sí mismo e independiente de los demás, y la otra en precisar el concepto de numero natural finito. Una noción que también se anexa al concepto de número que mantiene Frege se relaciona con definirlo como la clase que agrupa conjuntos equinumericos, que parafraseando a Vásquez (2010), es la noción que “permite expresar cuando dos clases tienen la misma extensión” (p. 67).

Solo hasta finales del siglo XIX se logró fundamentar los números naturales como tal, y con la participación de Frege que planteo la naturaleza del número desde la lógica, se establece que solo así puede definirse como un objeto del pensamiento.

Entre los trabajos de mayor importancia de los matemáticos del siglo XIX, se encuentra también el de Giuseppe Peano, matemático italiano que creó un sistema

descriptivo que permitía enunciar cualquier proposición de lógica o matemática sin recurrir al lenguaje. Expuso la axiomática y deducción de la aritmética de los números enteros naturales en su escrito “Aritmética de Peano”; en 1890 propuso el primer ejemplo de fractal en su escrito “Curva de Peano” y, en su búsqueda de una lengua internacional, en 1903 escribió “Latín sin flexiones” el cual comprendió un vocabulario con palabras latinas comunes al francés, inglés y alemán.

El trabajo de Peano intenta expresar y explicar distintos conceptos matemáticos de manera directa por medio de elementos lógicos y expresiones simbólicas, evitando el uso de lenguajes poco rigurosos. En 1889, Peano publicó “Arithmetices principia: nova método” en el cual presenta de manera axiomática, una teoría de los números naturales, usando los conceptos de unidad “1”, número entero positivo “N”, secuencia “ $a+1$ ”, y lo que significa ser equivalente “ $=$ ”; como base para estructurar unos axiomas que siguiendo el método deductivo constituyen la teoría formal de los números naturales. Los nueve axiomas presentados por Peano (1889) se describen en el trabajo de investigación de la profesora Norma Lorena Vásquez (2010) quien menciona que “...la noción de sucesor, y el recurso al axioma de inducción son la base fundamental de trabajo” (p. 63) que hace Peano en su publicación del año 1889. En el primer axioma, el símbolo que representa la unidad recibe el estatus de número; el segundo, tercero, cuarto y quinto, definen el símbolo “ $=$ ” como una relación de equivalencia, el sexto define que el sucesor de un número es también un número, el séptimo menciona cuando los sucesores de un número son iguales, el octavo dice que la unidad no tiene sucesor, y el noveno presenta una forma específica del axioma de inducción sin cuantificadores. Además de presentar los axiomas, Peano menciona en su

libro las propiedades y teoremas de cada definición de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división, y presenta mediante una aplicación de la noción de sucesor la noción de sistema simple infinito bien ordenado que será fundamental en todos los casos o axiomas mencionados por Peano.

Tomando como referencia la investigación de Vásquez (2010) se acogen algunas anotaciones que para el presente trabajo monográfico son muy significativas, entre las cuales se establece que al igual que los aspectos mencionados anteriormente, Peano enfatiza:

...en una estructura ordinal, basada en la noción de cadenas de clases (conjuntos) que se suceden unos a otros a partir de la operación $+1$, y por ende, el lugar central a la inducción como la condición o la propiedad que de un n se transfiere a $n+1$, para cualquier elemento de la cadena. (p. 63)

Entre las conclusiones más importantes que pueden destacarse del trabajo de Peano se puede mencionar que para este autor, la lógica es una herramienta que fundamenta la matemática, ya que partiendo de expresiones simbólicas y relaciones lógicas pueden desarrollarse los conceptos matemáticos reducidos a fundamentos únicamente matemáticos y teorías formales. En segunda instancia, Peano considera el número como primitivo y a partir de este argumento axiomatiza sus principales propiedades y a partir del axioma de inducción presenta la forma de principio de lógica de primer orden.

A partir del trabajo de distintos autores y para el caso del presente trabajo, de Peano y Frege, la conceptualización de los números naturales fue aceptada y validada, y el desarrollo en los distintos campos de las matemáticas fue cada vez más evidente. El

desarrollo de nuevos conceptos, procedimientos y formas de resolver distintas situaciones matemáticas permitió el avance en el perfeccionamiento de las mismas. Parafraseando a Vásquez (2010), se evidencia como con esta perspectiva de número y haciendo uso del sistema de numeración decimal y de la simbología especializada fueron surgiendo nuevas perspectivas y de ese modo nuevas necesidades y planteamiento de nuevos problemas en base a las definiciones y propiedades aritméticas que fueron surgiendo y que dejaron ver aspectos generalizados de esta.

En el transcurrir de las investigaciones en las matemáticas de esta época y a partir de lo planteado con antelación, se presentan la necesidad de preguntar por lo continuo, lo infinito y el concepto de número real y su continuidad. Así, tomando como base las definiciones y teoremas aritméticos se formalizan y constituyen los infinitesimales, el concepto de límite y de continuidad en las funciones. En el proceso de indagación de estos conceptos, surge la pregunta por la base en los razonamientos numéricos que si bien se fundamentan en conceptos geométricos, intentan evadirlos; entonces en la exploración de los fundamentos puramente numéricos se hace necesario el análisis sobre la naturaleza de los números naturales.

Con los trabajos de Frege y Peano se determinan dos aspectos importantes de análisis, por una parte se intenta determinar la naturaleza de los números naturales, tomando como punto de partida la búsqueda de la naturaleza de número natural y por otra, definir una estructura que de sentido al concepto de número natural. Entre tanto, es importante tomar en consideración que las experiencias y situaciones que acontecen en la vida cotidiana han servido de referente para continuar el trabajo de investigación acerca de la naturaleza del

número y el análisis de las disposiciones referentes a la epistemología de los números permite la determinación de formas, estructuras, orientaciones y objetos propios de las matemáticas en un espacio y periodo de tiempo determinados.

Las condiciones históricas y epistemológicas particulares surgen como respuesta a distintas necesidades y para el caso del saber matemático visto como el producto de la cultura, se expone a distintos cambios y transformaciones, y a la selección y adaptación para ser incorporado a los sistemas educativos ya que no pueden ser enseñados con el rigor con el cual se presentan en las comunidades científicas.

Tal y como es planteado por Vásquez (2010), las conceptualizaciones acerca del número natural aportan al desarrollo de las matemáticas y de los procesos culturales en general pero no todas han sido implementadas logrando un alto nivel de formalización pero aun así, son tomadas en el análisis de prácticas escolares y en los procesos de aprendizaje.

CAPÍTULO II

PROPUESTAS CURRICULARES DE PAÍSES LATINOAMERICANOS, JAPÓN Y FINLANDIA PARA LA ENSEÑANZA INICIAL DE LOS NÚMEROS NATURALES.

En el presente capítulo se intentará mostrar mediante el análisis de diferentes propuestas curriculares de distintos países como Colombia, Uruguay, Chile, Argentina, Venezuela, Bolivia, Finlandia y Japón, que en la enseñanza de las matemáticas existen similitudes significativas y que en el desarrollo de este proceso pueden emplearse distintas metodologías que influyen de diferente forma en los estudiantes y en su manera de aprender. Se identifican dos partes en el capítulo, la primera mostrará las categorías que resultaron de la lectura y organización de documentos que muestran la propuesta de los países mencionados, sobre las matemáticas que deben ser enseñadas en el primer ciclo de la escolaridad, de manera que se presenta al lector una comparación entre los planteamientos propuestos por cada país, con base en algunos aspectos que se han mencionado en los mismos documentos analizados; lo anterior permite establecer una categorización que presenta ocho aspectos transversales involucrados en la enseñanza inicial de los números naturales según dichas propuestas. Posteriormente y como segunda parte del capítulo, se hará una exploración de los análisis de los resultados de pruebas internacionales sobre el desempeño en matemáticas, para determinar el nivel de desarrollo de competencias en los estudiantes de los países mencionados, lo cual permitirá además revisar algunos aspectos

relacionados con los mejores métodos de enseñanza que pueden verse reflejados en el desempeño y en los resultados de los estudiantes frente a las pruebas aplicadas. Y a partir de lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional y el contraste de los resultados de las pruebas en dichos países, podremos observar en qué nivel se encuentra el sistema educativo en Colombia y algunas metodologías que podrían ser aplicadas para mejorar el rendimiento académico en matemáticas.

Después de estudiar y profundizar en el análisis de los diferentes documentos que presentan el desarrollo curricular de los países nombrados anteriormente y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia, se evidencia una cantidad significativa de países que coinciden de manera importante en sus propuestas curriculares acerca de la enseñanza inicial de los números naturales. A partir de estas concordancias entre los diferentes países, se han identificado y propuesto algunos criterios comunes que permitirán comparar distintas propuestas curriculares, profundizar y analizar las consideraciones y argumentos planteados. Estos criterios permiten construir las categorías que se presentan a continuación.

1.1 Aspectos transversales de la enseñanza inicial de los números naturales en el análisis de las propuestas curriculares de diferentes países.

Las siguientes categorías han sido determinadas para el análisis de algunos documentos seleccionados para el estudio de las propuestas curriculares de los países objeto de estudio; surgen a partir de la determinación de algunos aspectos que aparecen de manera recurrente y tienen por objeto presentar una forma de organización de dichas propuestas

para la enseñanza inicial de los números naturales. Se tienen entonces ocho categorías, las cuales se presentan así:

1. El conocimiento matemático como interacción social
2. La solución de problemas en la cotidianidad
3. Los conocimientos previos y el entorno del niño como punto de partida
4. El juego en el proceso de aprendizaje
5. El error como acercamiento al conocimiento
6. Condiciones para la apropiación de nuevas situaciones
7. Actividades que desarrolla el niño en el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos
8. La gestión del maestro

Los elementos que permiten determinar cada una de estas categorías, sus características y la forma en que se toman en algunos de los países analizados constituyen el contenido de la siguiente parte de este capítulo.

En un principio se nombrarán los documentos base de este análisis con los cuales se indaga acerca de la enseñanza de las matemáticas en Colombia, Uruguay, Chile, Argentina, Venezuela, Bolivia, Finlandia y Japón, organizados en el mismo orden, así:

Para Colombia:

1. Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas M. d. E. Nacional* (Ed.). [Versión Electrónica]. Recuperado el 5 de enero de 2011, de <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>

2. Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas: Lineamientos Curriculares*. Santafé de Bogotá. [Versión Electrónica]. Recuperado el 10 de enero de 2011, de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Para Uruguay:

3. Kahvedjian, K. Enseñanza de la matemática en el nivel inicial. Uruguay. Recuperado el 17 de Enero de 2011, de <http://www.educacioninicial.com/EI/contenidos/00/4350/4356.asp>
4. Programa de educación inicial para 3, 4 y 5 años. (1997). Uruguay. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: http://www.oei.es/inicial/curriculum/programa3_5anos_uruguay.pdf

Para Chile:

5. Lastra, S. (2010). La formación del pensamiento matemático del niño de 0 a 4 años. Universidad de Chile. Recuperado el 26 de Febrero de 2011, de www.uchile.cl/prontus_uchile/site/artic/20100108/asocfile/20100108171215/lastra.pdf
<http://www.dasumo.com/libros/el-pensamiento-matem%C3%A1tico-de-los-ni%C3%B1os-pdf-2.html>
6. Guzmán, I. (2005). La educación matemática en Chile. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (Nº 2), pp. 53-90. Recuperado el 16 de Octubre de 2010, de http://www.fisem.org/web/union/revistas/2/Union_002_007.pdf

7. Martínez, C. (2008). Nuevo currículo en la formación de profesores básicos. Recuperado el 27 de Noviembre de 2010, de <http://ensenanza-matematica.dim.uchile.cl/>

Para Argentina:

8. Sardella, O. (2006). La enseñanza de la matemática en la Argentina. Unión: Revista iberoamericana de educación matemática, N° 6, paginas 51-61. Recuperado el 22 de Septiembre de 2010, de http://www.fisem.org/descargas/6/Union_006_007.pdf
9. Núcleos de aprendizajes prioritarios. Nivel inicial. Argentina. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: http://www.oei.es/inicial/curriculum/nap_argentina.pdf
10. ¿Para qué la matemática en el nivel inicial? Provincia del Chubut. Argentina. Recuperado el 20 de Enero de 2011, de http://www.chubut.edu.ar/descargas/ini_matematica.pdf
11. Sistema Educativo. Argentina. Recuperado el 29 de Enero de 2011, de <http://www.argentina.gob.ar/informacion/educacion/129-sistema-educativo.php>

Para Venezuela:

12. Ministerio de Educación y Deportes. Educación Inicial procesos matemáticos. (2005). Republica Bolivariana de Venezuela. Recuperado el 12 de Septiembre de 2010, de http://portaleducativo.edu.ve/Politicassedu/lineamientos_mppe/documentos/procesosmatematicos.pdf

Para Bolivia:

13. Ministerio de Educación de Bolivia. Diseño curricular para el nivel de educación inicial. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: http://www.oei.es/linea3/Educacion_Inicial_Bolivia.pdf
14. Ministerio de Educación. Diseño curricular base para la formación de maestros del nivel inicial. Bolivia. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: http://www.oei.es/linea3/Formacion_maestros_inicial_Bolivia.pdf

Para Finlandia:

15. La educación en Finlandia, un modelo a imitar. (2007). Recuperado el 15 de Noviembre de 2010, de <http://www.creatublog.aquiguatemala.com/2007/05/21/la-educacion-en-finlandia-un-modelo-a-imitar/>
16. Ministerio de Asuntos Exteriores de Finlandia. Embajada de Finlandia. (2010). *Educación en Finlandia*. Recuperado el 16 de Enero de 2011, de <http://www.finlandia.es/public/default.aspx?nodeid=36870&contentlan=9&culture=es-ES>
17. Palacios, E. (2007, 25 de Noviembre). La mejor escuela del mundo. El comercio. Recuperado el 3 de Octubre de 2010, de http://elcomercio.pe/edicionimpresa/Html/2007-11-25/la_mejor_escuela_del_mundo.html

18. Robert, P. La educación en Finlandia: Los secretos de un éxito asombroso. Recuperado el 16 de Octubre de 2010, del Sitio Web de EducaRed:
http://www.otraescuelaesposible.es/pdf/secretos_finlandia.pdf
<http://aquevedo.wordpress.com/2010/07/18/la-educacin-en-finlandia-los-secretos-de-un-xito-excepcional/>
19. Sistema educativo Finlandés 1-3 (2010, 20 de Enero). [Video]. Recuperado el 22 de Septiembre de 2010, de
<http://www.youtube.com/watch?v=Pr6c0k3yBj0&NR=1&feature=fvwp>
20. Sistema educativo Finlandés 2-3 (2010, 20 de Enero). [Video]. Recuperado el 22 de Septiembre de 2010, de
<http://www.youtube.com/watch?v=ZED0FRsGwjC&feature=related>
21. Sistema educativo Finlandés 3-3 (2010, 20 de Enero). [Video]. Recuperado el 22 de Septiembre de 2010, de
<http://www.youtube.com/watch?v=CLWqfTI-0OA&feature=fvwrel>
22. Educación en Finlandia. (2011, 9 de Abril). [Video]. Recuperado el 6 de Septiembre de 2011, de
<http://www.youtube.com/watch?v=AL6JTfCXjaY&feature=related>
23. Moran, C. (2004, 19 de diciembre). Finlandia da la nota. Buenos profesores, familias comprometidas y una sólida inversión logran la educación más eficaz del mundo en el país nórdico. Reportaje- La escuela en Finlandia. Recuperado el 22 de Enero de 2011, de
http://elpais.com/diario/2004/12/19/sociedad/1103410803_850215.html

Para Japón:

24. Profesor Japonés presenta revolucionario método de enseñanza en la universidad de Antofagasta. (2007, 23 de Octubre). Recuperado el 20 de febrero de 2011, de <http://aulamagica.wordpress.com/2007/10/23/profesor-japones-presenta-revolucionario-metodo-de-ensenanza-en-la-universidad-de-antofagasta/>
25. Prensa PUCV (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso): Método japonés para matemáticas. Profesores Japoneses (2009, 21 de Octubre). [Video]. Recuperado el 23 de Noviembre de 2010, de http://www.youtube.com/watch?v=KEXdXwmYcf4&feature=player_embedded#!
26. Reportaje Educación Matemática JICA (Proyecto de Mejoramiento de la calidad de la educación Matemática) (2008, 2 de Septiembre). [Video]. Noticiero Teletrece. Chile. Recuperado el 23 de Noviembre de 2010, de <http://www.youtube.com/user/jicaefforts#p/u/4/my0Rd1HQqDo>
27. Niños japoneses, competencias sin límites – 1 de 4 (2008, 21 de Diciembre). [Video]. Recuperado el 12 de Octubre de 2010, de <http://www.youtube.com/watch?v=yamvQ4SU1Kk&feature=related>
28. Niños japoneses, competencias sin límites – 2 de 4 (2008, 21 de Diciembre). [Video]. Recuperado el 12 de Octubre de 2010, de <http://www.youtube.com/watch?v=YLloCHF569c&feature=related>
29. Niños japoneses, competencias sin límites – 3 de 4 (2008, 21 de Diciembre). [Video]. Recuperado el 12 de Octubre de 2010, de

<http://www.youtube.com/watch?v=umhCDvAj-a0&feature=related>

30. Isoda, M., Arcavi, A. & Mena, A. (2007). El estudio de clases Japonés en Matemáticas. Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global. Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
31. Biblioteca del congreso Nacional de Chile. (2007). Las matemáticas según Japón. Recuperado el 13 de febrero de 2011, de <http://asiapacifico.bcn.cl/reportajes/japon-le-ensena-al-mundo-como-ensenar-matematicas>

Se adopta esta manera de citar para evitar confusiones dentro del texto, ya que en algunos de los documentos y recursos utilizados para este análisis no fue posible encontrar autor y año de publicación. Así, se otorga un número a cada referencia utilizada para citarla en el presente capítulo del escrito monográfico. De esta manera será más fácil determinarlas, pues en cada categoría se mencionan las prácticas y planteamientos de los currículos de los países mencionados, y las fuentes citadas podrán verse como introducción de lo que a continuación se plantea como subcapitulación

1.1.1 El conocimiento matemático como interacción social.

El conocimiento matemático en la escuela es considerado una actividad social que parte de los intereses y afectos del niño, que organiza y da sentido a las prácticas cotidianas y de esta manera el proceso de enseñanza se convierte en la posibilidad de un encuentro

académico y cultural. Así, las matemáticas son una potente herramienta intelectual que ha de ser parte del saber del maestro con la cual se espera obtener de los estudiantes buenas respuestas, argumentos y análisis de las situaciones propuestas, además de determinar las dificultades que presentan para crear estrategias que permitan la autonomía y el desarrollo del pensamiento.

El trabajo intelectual del estudiante debe implicar no solo aprender definiciones y teoremas, sino saber reconocer el momento de aplicarlas, ocuparse de problemas encontrando buenas preguntas además de buenas soluciones. Un buen trabajo del alumno (MEN, 1998) debe exigir que realice ciertas actividades tales como probar, actuar, formular, construir modelos, conceptos, lenguajes que además intercambie con otros, que tome decisiones, entre otras. Para hacer todo esto posible, se deben proponer actividades y situaciones que el estudiante pueda vivir en su cotidianidad, debe aceptar que el conocimiento matemático es el resultado de una evolución histórica y que está en constante cambio; se debe considerar que el conocimiento matemático conforma una herramienta potente en el desarrollo de habilidades de pensamiento y además que existe un núcleo de conocimientos básicos que debe tener todo ciudadano, por lo cual se han de privilegiar las situaciones problemáticas en el contexto del hacer cotidiano y reconocer el impacto de las nuevas tecnologías para el desarrollo de las actividades y situaciones que se planteen en el aula.

Tal y como se plantea en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia (1998), reconocer el conocimiento matemático como la representación de las experiencias que surgen de la interacción social y cultural es muy importante en el momento de enseñar

matemáticas. Con el propósito de apropiarnos y estudiar algunos conceptos que sustentan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y en el proceso de desarrollo de las leyes según lo establecido en la Constitución Política de Colombia (1991), surgen algunos interrogantes sobre qué enseñar y qué aprender en la escuela durante el primer ciclo de la educación básica y cómo hacerlo para que el aprendizaje sea significativo y por ende sea asimilado e interiorizado. Esto hace que las reflexiones apunten a temas tales como el plan de estudios, el currículo, la evaluación e incluso la educación y preparación de los maestros, entre otros. Teniendo en cuenta lo anterior y siguiendo algunos de los planteamientos propuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia, se presenta la necesidad de que las comunidades y currículos particulares asuman su autonomía en procesos educativos, sin olvidar que el municipio y la escuela con sus características especiales están inmersos y conectados con un país y un mundo, también con sus particularidades y diversidad de culturas. Con los lineamientos curriculares se pretende atender necesidades de orientación y criterios nacionales sobre los currículos, función de las áreas y nuevos enfoques para comprenderlas y enseñarlas. Las áreas y disciplinas juegan un papel fundamental en los currículos, que varía dependiendo de la época y cultura. Los educadores deben elaborar y asumir como transitorios los programas curriculares que además evolucionan para ser modificados a partir de la práctica. En este proceso, el Ministerio de Educación Nacional asume el rol de orientador y facilitador de ambientes de participación en los cuales las comunidades educativas extiendan su creatividad y autonomía, lo cual será parte fundamental para el compromiso personal e institucional con los procesos que se hacen y se viven en las aulas.

Todo lo anterior para decir que los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia buscan promover el estudio de la fundamentación pedagógica, en este caso de las matemáticas, y plantean la integración de actividades que le permitan al niño comprender los diferentes significados y representaciones del número para el desarrollo de habilidades numéricas con las cuales sea capaz de analizar y emitir juicios. Esto en el marco de un proceso de desarrollo de las ideas que sobre el número y su enseñanza se han dado en la historia reciente de la educación en Colombia, y de la cual dichos lineamientos hacen una presentación enriquecedora en un intento por dilucidar lo que ha sido y significado la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Colombia; en ellos se señala como hacia los años 70 y 80 se debatió acerca de la nueva matemática y la posibilidad de volver a la enseñanza básica de las operaciones. Se decía que los niños aprendían símbolos lógicos y operaciones entre conjuntos pero no podían hacer operaciones con números naturales o fraccionarios. A partir de esto se creó en el Ministerio de Educación Nacional la *dirección general de capacitación y perfeccionamiento del docente, del currículo y de los medios educativos*, con la que se buscaba mejorar la calidad de la educación. Con esta dirección se creó un nuevo enfoque que reúne aspectos de la nueva matemática o matemáticas modernas y de la enseñanza básica con el cual se propuso el acercamiento a las matemáticas y a los números desde una perspectiva sistémica que comprendiera sus distintas regiones como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones. Este nuevo enfoque propone a los profesores hacer una distinción entre el sistema simbólico, que se escribe o se habla, el sistema conceptual, que se piensa y se elabora mentalmente, y los

sistemas concretos, que les permiten a los niños a partir de la exploración construir conceptos esperados.

En Colombia, algunos de los planteamientos que se proponen, vistos en los Lineamientos Curriculares (1998), tienen que ver con el mismo interés de otros países por acercarse a las matemáticas y a los números a partir de la interacción social, la participación y el juego. Así se menciona: “En la discusión los estudiantes aprenden a comunicar sus puntos de vista y a escuchar las argumentaciones de los otros, validan formas de representación y construyen socialmente el conocimiento.” (p. 40).

Para el caso de Venezuela, se menciona respecto a la construcción de los conocimientos en matemáticas y considerando la interacción social como parte de ese proceso, que:

En los últimos tiempos, han surgido investigaciones desde el campo de la matemática, las cuales señalan que los niños y las niñas mucho antes de ingresar a cualquier contexto educativo (convencional o no convencional), han construido ciertas nociones de matemática en interacción con su entorno y con los adultos que la utilizan. (Ministerio de Educación y Deportes de Venezuela, 2005, fuente 12, internet, p. 5).

Se plantea para el caso de Uruguay que “los intercambios, la imitación de lo que hacen sus colegas, son factores de progreso para los niños. El pensamiento de cada uno, se construye en confrontación con los demás, de ahí la necesidad de favorecer el intercambio constante.” (Fuente 3, internet, párr. 19). Se ve claramente que esta dimensión social del conocimiento, y en particular del conocimiento matemático, hace énfasis en la necesidad de las interacciones comunicativas entre el estudiante, sus compañeros y el profesor como elemento fundamental en la elaboración de conceptos, además del lugar que dichas

interacciones tienen en los acercamientos de los estudiantes a los elementos que les brinda la realidad, en este sentido el programa Argentino señala:

En este nivel, el niño y la niña orientan sus acciones para conocer y llegar a comprender cómo funciona la realidad que los rodea, y el conocimiento matemático es una herramienta básica para la comprensión y manejo de esa realidad en la que deben insertarse en forma creativa y crítica. Se inician a partir de allí, formas de representación y configuraciones mentales cada vez más complejas, para que ante nuevas situaciones, ellos puedan simbolizar, categorizar, abstraer. (Fuente 10, internet, párr. 4)

Algunos apartados que también se han tomado como referencia y que tratan aspectos de la enseñanza de las matemáticas en Argentina, tomado de la fuente 8 (Sardella, 2006) dicen que los procedimientos relacionados con el quehacer matemático incluyen la comunicación ya que posibilita recibir y brindar información y establecer conexiones entre las diferentes formas de representación concretas, verbales y mentales de los conceptos y relaciones matemáticas.

Algunos planteamientos propuestos en los apartados de Chile tomados de (Lastra, 2010) mencionan que el desarrollo del cerebro y el fundamento para su evolución dependen de la interacción que establezca el niño a temprana edad con su entorno. Además plantea Vigotsky (citado por Lastra, 2010; p. 6) que el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio social, físico y cultural, y que a mayor interacción social, mayor conocimiento y posibilidades de actuar.

En el marco de la interacción social, algunos planteamientos de Bolivia (fuente 13, internet) proponen la reflexión permanente sobre la relación que existe entre cultura y educación, incorporando estrategias metodológicas de enseñanza adecuadas para promover el diálogo y la cooperación entre individuos y culturas diferentes. Se menciona además, que:

...las situaciones de aprendizaje escolar deben ser vistas como oportunidades para que el aprendiz sistematice sus experiencias y construya nuevos conocimientos sobre la base de sus conocimientos previos (culturales, históricos, lingüísticos, etcétera) en un proceso de interacción con sus pares, sus maestros y la comunidad en general. (Fuente 14, internet, p. 24)

Entre las propuestas de los currículos de los diferentes países y que se relacionan estrechamente con la interacción social, se presenta la socialización de los saberes en el proceso de formación matemática permanente. Y al respecto se menciona (fuente 26, internet [Video]) que: “...el profesor japonés estimula durante toda la hora a los alumnos y hace gala del humor y de ingeniosos trucos para mantener la atención de los escolares...” y se menciona que gracias a esto, se produce la interacción y el aprendizaje con alegría. De este modo la interacción se convierte en una actividad fundamental y necesaria para favorecer el intercambio constante de información con los demás, puesto que hay múltiples procedimientos para resolver un problema y el pensamiento se construye en esa confrontación. Se trata de intercambiar, confrontar e imitar en el proceso de prueba para dar solución a un problema y de reflexionar acerca de la manera de enfrentar una situación.

Al respecto de la interacción social algunos planteamientos de Finlandia (2007, fuente 15, internet) mencionan que el trabajo con los estudiantes es muy placentero, pues la comunicación es cordial y de mucha cooperación, además los estudiantes son muy solidarios entre sí, ya que los más adelantados y en general toda la comunidad educativa centran la atención en los que están más atrasados en los estudios o en algunos temas para ayudar y solidarizarse para que no se queden atrás.

Después de observar las relaciones entre las opiniones de los diferentes países mencionados, se hace una implicación importante (Markarian, 2002) que tiene que ver con la manera en que se entiende el papel de la matemática en la sociedad en que vivimos, ya

que desde sus comienzos en la historia ha sido creada en el proceso de desarrollo cultural y social, y en un ambiente de interacción con el otro.

Menciona Alberto Tinoco en su reportaje en México acerca de la enseñanza en Finlandia que: “Aquí aprenden a sumar, la maestra simplemente deja que los niños resuelvan los problemas y entre toda la clase buscan las respuestas correctas.” (Fuente 22, internet, video)

Una manera de entender el proceso de socialización e interacción del conocimiento, la menciona Fuenlabrada (1995), cuando dice que el proceso de aprendizaje es visto más como un acto social que individual, ya que esto les permite expresar lo realizado y establecer una confrontación con el resto del grupo en la búsqueda de la solución del problema. Los niños tienen la oportunidad de expresar, argumentar y definir, además de escuchar y objetar las respuestas de sus compañeros, lo que permite fortalecer sus propios conocimientos y adquirir otros.

En el documento de la Biblioteca del congreso Nacional de Chile (fuente 31, internet) se menciona por Yasuhiro Hosomizu, profesor de la básica primaria, que uno de los pilares fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y que apoya el sistema de educación, tiene que ver con un modelo de resolución de problemas que se centra en el proceso que se realiza y no en el resultado. Del mismo modo se menciona en este documento por la profesora del programa talleres comunales de CPEIP (Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas) Silvia Navarro, que en las clases que han dictado los profesores japoneses en Chile en el “Proyecto de mejoramiento de la enseñanza

de matemática con asistencia de Japón”², se ha observado que estos se ocupan de que los estudiantes piensen y reflexionen en vez de mecanizar los conceptos sin darles sentido, además de incentivar la interacción para apoyar el razonamiento.

1.1.2 La solución de problemas en la cotidianidad

La resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas pone especial énfasis en los procesos de pensamiento y de aprendizaje, y toma los contenidos matemáticos como “campo de operaciones” (fuente 3, internet, párr. 13). Tomando en consideración los planteamientos de Uruguay (fuente 3), resolver un problema debe representar un reto, aceptar un desafío, formular de manera adecuada las preguntas y luego de clarificar los objetivos definiendo un plan de acción, buscar y evaluar la solución. Será importante el arte de descubrir o la heurística en la enseñanza de las matemáticas, para que haya autonomía en la resolución de problemas y el trabajo sea divertido, satisfactorio y creativo. (párr. 12). Es interesante nombrar en este apartado que en la solución de problemas y en general en la enseñanza de las matemáticas no hay limitaciones, es decir, el mundo de las matemáticas se vuelve muy amplio ya que se pueden incluir ejercicios y problemas que contengan situaciones de distintas áreas. Así, se concede al conocimiento de las matemáticas la herramienta básica de comprensión y manejo de la realidad en que vivimos.

²Iniciativa desarrollada por el Ministerio de Educación Chileno y la Agencia de Cooperación de Japón (JICA). Se extendió entre 2006 y 2008, tuvo su génesis en la reunión APEC 2004 y se inserta en un convenio de cooperación firmado en noviembre del 2005, entre el Mineduc y la JICA. Su propósito principal fue incidir en los procesos de formación continua de los profesores en Matemática e indirectamente en la formación inicial de los mismos, centrándose especialmente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de ese sector, con foco en el segundo ciclo de Educación Básica.

Al respecto de la solución de problemas y relacionando esto con la cotidianidad del niño, se menciona en algunos planteamientos de Argentina que:

Al resolver un problema en un contexto particular, construye distintas estrategias cognitivas que los llevan a veces a crear un nuevo conocimiento. Para que pueda apropiarse de ese conocimiento y utilizarlo en situaciones nuevas, debe aprenderlo en un contexto que tenga sentido para él, partiendo de sus conocimientos previos. (Fuente 10, internet, párr. 9)

Para el caso de Bolivia, algunos apartados de los documentos del Ministerio de Educación mencionan que:

El conocimiento matemático es construido por los niños a partir de los problemas a los que se enfrentan cotidianamente, como producto de su interacción con diferentes situaciones que exigen el uso de los números con diferentes propósitos. En este sentido, el eje que articula el área es la resolución de problemas. Ésta implica conceptualizar y utilizar métodos matemáticos a partir de la exploración de problemas que demandan de los alumnos el desarrollo de algún tipo de estrategia para resolverlos. (Fuente 13, internet, p. 57)

Y en Venezuela, “El abordaje de los conocimientos espaciales deberá realizarse mediante el planteo de situaciones problemáticas, concretas e intencionales, que le permitan al niño y a la niña construir nuevos conocimientos” (Ministerio de Educación y Deportes de Venezuela, 2005, p. 10)

Según estos planteamientos, la solución de problemas está inmersa en la cotidianidad no solo de los niños sino del ser humano, y para resolverlos nos valemos de conocimientos y de la intuición, planteando conjeturas y desarrollando una serie de actividades de ensayo y prueba. Para todos es claro que gracias a la cultura, el conocimiento matemático está presente en el diario vivir de los niños desde muy temprana edad, pues la interacción con elementos matemáticos inmersos en la cotidianidad antes de ingresar a la escuela e incluso desde el comienzo de la escolaridad permiten el desarrollo de actividades matemáticas numéricas.

Para el caso de Uruguay, se plantea de manera puntual que: “Es necesario, por lo tanto, que apliquemos la matemática a la vida cotidiana, así el aprenderla se hace más dinámico, interesante, comprensible, y lo más importante, útil.” (Fuente 3, internet, párr. 4).

Otro planteamiento importante en el caso de Uruguay, al respecto de la solución de problemas y que se relaciona con la enseñanza durante la educación inicial, es:

Es el período de mayor adquisición de experiencias y de desarrollo de la capacidad de emplearlas en la solución de nuevos problemas. Por ello es imprescindible brindar el ambiente y la estimulación necesaria para crecer, desarrollarse, madurar, aprender, construir conocimientos, afirman las relaciones afectivas, socializarse. (Fuente 4, internet, p. 6)

Argentina, como otro de los países mencionados para el análisis y desarrollo del presente trabajo de investigación y al respecto de la solución de problemas menciona como aporte a este capítulo, que:

El conocimiento matemático está presente en la vida diaria del niño y de la niña desde edades muy tempranas, porque forma parte de la cultura en la que ellos están inmersos. Antes de ingresar y durante su permanencia en la escuela, incorporan del medio gran cantidad de información numérica y espacial. (Fuente 10, internet, párr.2)

Tomando como referencia la solución de problemas propuesto como una actividad importante en el desarrollo del conocimiento matemático y teniendo en cuenta que para la enseñanza en Chile uno de los objetivos propuestos dice que se debe “resolver problemas, abordables a partir de los contenidos del nivel, con el propósito de profundizar y ampliar el conocimiento del entorno natural, social y cultural.” (Guzmán, 2005, p. 57), puede mencionarse que:

El conocimiento matemático le sirve al niño para comprender y manejar la realidad en el que debe insertarse. Contribuye a desarrollar la comunicación, recoger, interpretar el mundo en que vive y porque favorece el desarrollo de conocimientos que le permiten razonar, aplicar estrategias de análisis y de resolución de problemas. (Lastra, 2010; p. 14)

De acuerdo con los planteamientos de Finlandia acerca de la solución de problemas, se menciona que la escuela es inclusiva, es decir, los estudiantes Finlandeses tienen la oportunidad de estudiar aquello que les interesa y lo hacen a su propio ritmo, es así como logran obtener los mejores resultados en actividades como solución de problemas y según se menciona por Robert (fuente 18, internet) lo más importante es que se despierte en los estudiantes desde temprana edad, aptitudes, habilidades y curiosidad.

Los métodos para la enseñanza de las matemáticas en Japón, centran su atención en permitir que los estudiantes hagan su trabajo y orientar la clase de modo que las actividades sean entretenidas y amenas, es así como la solución de problemas se torna fácil y práctica. Además se menciona que:

En cuanto a la metodología, enfatizó que es importante incentivar a los alumnos a la experimentación, aunque se equivoquen, lo que no sólo los prepara para enfrentar dificultades en el campo de las Matemáticas, sino que extrapolar esta postura a diferentes instancias de la vida cotidiana del alumno... (Fuente 24, internet, párr.4)

Se plantea en el documento de Isoda, M., Arcavi, A. & Mena, A. (2007) que en 1991 se aceptó la educación para todos como Declaración Mundial, lo cual permitió hacer propuestas en vía del mejoramiento en la educación y más específicamente en promover la excelencia especialmente en el desarrollo de la capacidad para hacer cálculos y razonamiento matemático útiles en la vida diaria.

De igual modo y como lo propone Markarian (2002), es necesario tomar en serio, el asunto sobre qué y para qué enseñar matemáticas en la escuela, y esto llevará a pensar que el niño debe aprender a manipular los números, pues en algún momento de su vida los usará y no tendrá a la mano una herramienta tecnológica o computacional que le permita

encontrar respuestas inmediatas. Así, cuando se habla de la actividad de conteo dice Markarian:

El niño pequeño aprende rápidamente a contar. Luego a distinguir. De individualizar los objetos que le rodean pasa a 'saber' sus nombres y a distinguir que algunas cosas pueden clasificarse en las mismas categorías. El ejemplo mejor estudiado es el de los pares, quizás porque tenemos varias partes del cuerpo que vienen de a dos. Después de distinguir que mis dos manos y las suyas tienen algo en común, reconoce que la misma propiedad es común a sus dos pies y, después, cuando pide un juguete y luego otro, el niño dice dos juguetes. Y ha empezado a contar. (párr. 3).

De esta manera es posible darse cuenta que el entorno y los elementos que le rodean al estudiante, es el principio de la actividad de conteo y el comienzo de actividades tales como la solución de problemas y la identificación de mecanismos que la faciliten y permitan tipificar situaciones. Como es mencionado por Markarian, las matemáticas se convierten en todos los casos en la herramienta más eficaz para la solución de problemas, desde el más sencillo hasta aquel en el cual se requiera la tecnología más avanzada.

En Colombia se da un importante aporte al respecto de la solución de problemas, mencionando que: "...las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos." (MEN, 2006, p. 52). Emplear estrategias para encontrar resultados, interpretar, modificar, originar, entre otras, serán las actividades que se podrán lograr cuando se aborda una situación problema, y serán la clave para el desarrollo del pensamiento matemático.

En el intento por enmarcar distintas formas de ver la solución de problemas en la cotidianidad de los estudiantes, se han hecho diferentes citas que han permitido ver, cómo cada uno de los países a estudiar en el presente trabajo, presentan opiniones parecidas y han brindado aportes en la consolidación del presente fragmento de la monografía.

1.1.3 Los conocimientos previos y el entorno del niño como punto de partida

Todos los niños traen del entorno en el que se desenvuelven distintas experiencias y capacidades numéricas y espaciales que sirven como punto de partida para ampliar y sistematizar conceptos. Sin necesidad de estar en la escuela un niño realiza ciertas actividades que permiten dar cuenta de que usa elementos de las matemáticas, entonces acciones como desplazarse de un lugar a otro, llevar el puntaje o los goles de sus amigos o de los equipos en un juego, y en general representar cantidades para identificar el dinero, los números telefónicos, para nombrar objetos, para contarlos, entre otros, son muestra del contacto que tienen los chicos con los números. Las experiencias de uno u otro niño dependen de la situación y las condiciones en las que se encuentre, pues unos tienen acceso a la tecnología o distintos medios de comunicación, en unos casos es más restringido y otros niños viven en zonas rurales o indígenas y se les muestra de distintas formas los conceptos.

Todas estas implicaciones hacen que se tenga presente que el estudiante se desenvuelve en el espacio y que es participe de una cultura que usa números para contar, memorizar, registrar, anticipar y comparar, sean cantidades, posiciones, resultados, entre otras. Lo anterior para decir que en la educación inicial, casi cualquier situación puede ser aprovechada para el desarrollo de los conceptos matemáticos y que los números están presentes en la mayoría de las acciones que realizamos y por ello decimos que lo están en la sociedad. Será importante para la evolución de las matemáticas que se tengan en cuenta distintos medios, como el planteamiento de preguntas, enfoques imaginativos, que además

permitan el desarrollo de ideas en los estudiantes. Para el caso de Uruguay y a propósito de los conocimientos previos del niño, se menciona:

Para trabajar en matemática resolviendo distintas situaciones y abriendo nuevos interrogantes, debemos partir siempre de los conocimientos previos de los niños y de aquellos contenidos matemáticos que nacen de la vida cotidiana. Si nuestra propuesta frente a los chicos es realizar agrupaciones y marcar sus elementos agrupados, esta tarea no necesitara demostración previa porque el concepto de grupo, conjunto y el de elemento, son conceptos primitivos que ellos traerán consigo. (Fuente 3, internet, párr. 8)

Se observa cómo para el caso de Argentina hay similitudes en los planteamientos que se proponen al respecto de los conocimientos previos del niño y la importancia que se da a ellos en el proceso de enseñanza:

Todos los aprendizajes informales que los niños de este nivel traen, serán tomados como punto de partida por la escuela, que procurará ampliar, sistematizar y en algunos casos generar rupturas estableciendo conflictos cognitivos. Resulta difícil imaginar de qué modo un niño o una niña podría enfrentarse con el entorno, en ausencia de capacidades numéricas y espaciales incipientes” (Fuente 10, internet, p. 1)

En general para el caso de Chile se proponen algunos objetivos llamados fundamentales para grado primero y segundo de la básica, en los cuales se menciona: “Identificar e interpretar la información que proporcionan los números presentes en el entorno y utilizar números para comunicar información en forma oral y escrita, en situaciones correspondientes a distintos usos.” (Guzmán, 2005, p. 55)

Desde los planteamientos que hace Lastra (2010), se menciona tener en cuenta la etapa en la que el niño aún no ha nacido, ya que desde allí se generan distintas sensaciones y se desarrolla el cerebro, al respecto de esto Lastra dice textualmente:

Desde la neurociencia se aporta el cómo se desarrolla el cerebro, cómo su estructura está determinada biológicamente en la fase prenatal, y que el fundamento para su evolución posterior depende de la interacción que el niño/a establezca a temprana edad en su entorno. (p. 2)

Después de los planteamientos de Lastra, se reflexiona acerca de lo importante que resulta la interacción con el entorno, pues es por este medio que se van estableciendo los conocimientos, el desarrollo y la evolución del pensamiento. Los conocimientos y las experiencias que se adquieren en el entorno y antes de la escolarización, es entonces un primer momento que debe ser analizado y aprovechado para el desarrollo y construcción de actividades que propicien la adquisición de habilidades y de procesos de abstracción, justificación, estimación, entre otros. Respecto de esta reflexión se establece para el caso de Colombia, que:

Los conocimientos, experiencias, sentimientos y actitudes de éstos hacia las matemáticas van a condicionar, en parte, la forma en que se desarrolle el proceso de enseñanza. Por tanto, el boceto no puede pensarse hasta el detalle, con todo previsto, sino como un análisis previo de diferentes alternativas que se puedan adoptar. (MEN, 1998, p. 39)

A partir de los planteamientos para la enseñanza de las matemáticas en Venezuela, se propone: “...se hace necesario proponer a los niños y niñas, situaciones didácticas contextualizadas en lo social, donde se tome en cuenta sus experiencias previas, como punto de partida para planificar nuevos problemas a plantear.” (Ministerio de Educación y Deportes de Venezuela, 2005, p. 6)

Dando continuidad al trabajo de análisis de los documentos presentados en el presente trabajo monográfico, se encontró también para el caso de Venezuela que: “Es importante que el/la docente y otros adultos indaguen sobre las experiencias que han construido los niños y niñas previamente, para ampliar sus conocimientos en dirección de un trabajo pedagógico intencional...” (p. 13). Del mismo documento, se menciona para la enseñanza de las matemáticas en que:

Podemos decir que el niño o la niña construye el concepto de número natural a partir de los conocimientos previos que proporciona el medio en que vive y coordinando las actividades sistemáticas de aprendizaje que le brinda el contexto educativo. (p. 21)

De igual forma y siguiendo las similitudes entre los planteamientos de los diferentes países aquí analizados, se establece específicamente en Bolivia (fuente 13) para la enseñanza que: “Las competencias conforman un “horizonte de aprendizajes” cuyo desarrollo implica diversos procesos que se basan en los conocimientos previos de los niños...” (Ministerio de Educación Bolivariana, internet, p. 16). Del mismo modo se establece otro aporte muy puntual acerca del entorno y los conocimientos previos del niño como punto de partida en el proceso de enseñanza, este menciona que:

Las situaciones de aprendizaje deben considerar la diversidad de los niños, teniendo en cuenta sus características personales, sus ritmos de aprendizaje y las experiencias propias de su cultura, y creando espacios en los que se respeten y se usen los conocimientos previos adquiridos en su interacción con la familia y con los entornos social y natural, así como en situaciones de aprendizaje de la matemática. (p. 58)

En general, se menciona que para avanzar en el desarrollo de pensamiento y permitir que los estudiantes amplíen sus capacidades y experiencias, es importante que utilicen sus conocimientos previos y que se planteen problemas en el contexto escolar que favorezcan este proceso. Así, algunos planteamientos para los currículos en Bolivia proponen que: “Es importante que la maestra, para elaborar una planificación adecuada, tenga en cuenta algunas características de los niños, como por ejemplo: Sus saberes y sus conocimientos previos, puesto que a partir de ellos los niños construyen nuevos aprendizajes.” (Fuente 13, p. 109)

Otro aporte importante que hace Bolivia (fuente 14) se refiere a los conocimientos previos de los estudiantes de manera que sean vistos como la oportunidad para la

interacción y construcción de nuevos conocimientos. Al respecto se menciona de manera textual en un apartado del documento que:

...las situaciones de aprendizaje escolar deben ser vistas como oportunidades para que el aprendiz sistematice sus experiencias y construya nuevos conocimientos sobre la base de sus conocimientos previos (culturales, históricos, lingüísticos, etcétera) en un proceso de interacción con sus pares, sus maestros y la comunidad en general.” (Ministerio de Educación Bolivariana, internet, p. 24)

Visto desde las diferentes perspectivas propuestas por los países mencionados, se evidencia la importancia de tomar en consideración las experiencias y conocimientos que los estudiantes traen del entorno en el que se desenvuelven antes de llegar a la escuela. En el proceso de socialización y construcción de los nuevos conocimientos se hace importante rescatar las experiencias previas para que el proceso de enseñanza y aprendizaje se facilite y permita desarrollar distintas estrategias para que este sea más significativo.

1.1.4 El juego en el proceso de aprendizaje

Colombia, Uruguay, Chile, Argentina, Venezuela, Bolivia, Finlandia y Japón, países mencionados anteriormente, han mostrado de acuerdo con los documentos y consideraciones al respecto del uso de material didáctico y de la introducción del juego específicamente en la enseñanza de las matemáticas, con el cual el estudiante interactúe con los objetos del medio y con sus pares, que este será la manera con la que compare reglas y saque sus propias teorías, para que el aprendizaje sea más dinámico, interesante, comprensible y sobre todo útil. Se piensa que esta es una actividad que se destaca de entre otras nombradas, pues se encuentran muchas similitudes entre las opiniones y propuestas de los países consultados. Así, para el caso de Uruguay se plantea que: “Al introducirse en la

práctica de un juego, se adquiere cierta familiarización con sus reglas, relacionando unas piezas con otras, del mismo modo, el novato en matemáticas compara y hace interactuar los primeros elementos de la teoría unos con otros.” (Fuente 3, internet, párr. 15)

Del mismo modo, puede verse como Argentina en sus propuestas menciona claramente la importancia del juego para el aprendizaje de las matemáticas:

Las propuestas didácticas deberán considerar actividades que entrañan lo lúdico y el desarrollo cognitivo. Hoy tenemos evidencias claras acerca de la relación entre el juego y el acceso a las matemáticas. Contamos con aportes que muestran un delicado equilibrio entre el juego exploratorio, juego libre y juego dirigido, puede favorecer la organización de la realidad, la conceptualización y los procesos que caracterizan a los aprendizajes más complejos. (Fuente 10, internet, p. 4)

Otro aporte importante que se propone como objetivo para la enseñanza inicial en Argentina, dice: “promover el juego como actividad necesaria para el desarrollo cognitivo, afectivo, ético, estético, motor y social.” (Fuente 11, internet, párr. 24)

Thomas Crump (1993) menciona los juegos como categoría de la actividad humana, los reconocemos más fácil que definirlos, y dice que será importante saber orientar el juego propuesto para lograr que los estudiantes adquieran habilidades matemáticas en el desarrollo intelectual. El niño emplea símbolos para construir su propio universo cognitivo, entonces, por ejemplo, puede aceptar reglas establecidas para un juego determinado aunque el carácter formal de las matemáticas esté fuera de su alcance. Al respecto, Markarian (2002) propone el tema de la investigación en matemática, ya que a cualquier edad puede desarrollarse y conlleva a la actividad lúdica y a ver los conceptos y objetos de las matemáticas en los juegos, que al igual permiten un mejor desarrollo en la formación de la inteligencia y en general de los seres como individuos pensantes.

Parafraseando algunos planteamientos de Lastra (2010) acerca del juego, es propuesto como una actividad necesaria que promueve el desarrollo y la construcción del pensamiento y de procesos cognitivos con los cuales se adquiere la capacidad de representar, además se convierte en una forma de relación o interacción, de comunicación con los pares y de instrumento para la asimilación e integración con el mundo. Se plantea también la importancia del juego mencionando un apartado de la Convención sobre los Derechos del Niño, que específicamente dice: “Los estados reconocen el derecho del niño al descanso y al esparcimiento, al juego y a las actividades recreativas propias de su edad y a participar libremente en la vida cultural y en las artes”. (Artículo 31). Para el caso de Chile, se menciona que:

Para jugar con otros hay que comparar acciones, diseñar estrategias, consensuar normas o reglas, comprender los puntos de vista del otro. Jugar implica y demandar procesos de análisis, de combinación, de comparación de acciones, de selección de materiales a partir de criterios y de producción de argumentos. Procesos que constituyen la bases del proceso cognitivo necesario para los aprendizajes matemáticos. (Lastra, 2010, p. 8)

De otro lado, en Colombia se establece el juego como una actividad que se realiza en conjunto con otras, que a su vez permiten desarrollos matemáticos y se menciona que:

...vale la pena destacar especialmente cómo a partir de estas investigaciones se ha podido establecer el hecho de que diferentes culturas han llegado a desarrollos matemáticos similares trabajando independientemente y que han realizado actividades matemáticas semejantes, como el contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, actividades éstas que resultan ser universales. (MEN, 1998, p. 30)

Para el caso de Venezuela (2005) se menciona el planteamiento de actividades o situaciones didácticas de carácter lúdico para generar conflictos cognitivos que el estudiante supere y las cuales garanticen la motivación de los niños y la construcción de nuevos saberes. Se menciona que el docente debe brindar a los niños propuestas didácticas

centradas en el juego y en situaciones que contengan actividades lúdicas, donde se planteen nuevos desafíos cognitivos con los cuales se desarrolle el pensamiento matemático a partir de la construcción, observación, anticipación, representación, interpretación, entre otras, que además propongan la comunicación a los demás y den la oportunidad a los niños de tomar sus propias decisiones y buscar la forma de resolver los problemas mediante su propia acción. Textualmente se establece que: "...por parte del docente, ofrecer a los niños una propuesta didáctica centrada en el juego y actividades lúdicas variadas, donde se incluyan acciones tales como: construir, anticipar, observar, representar, describir, interpretar y comunicar..." (Ministerio de Educación y deportes, 2005, p.10)

A partir de los planteamientos propuestos para la educación en Venezuela (2005), las actividades que deberían desarrollar los niños deben estar relacionadas con las palabras o comunicación, los movimientos, las canciones, los juegos en lugares agradables que sin necesidad de mostrar los contenidos matemáticos como tal, desarrollen el pensamiento numérico. Es de gran importancia en la enseñanza de las matemáticas, tener en cuenta el juego, pues esto permite familiarizarse con el uso de las reglas, haciendo comparaciones e interactuando con los elementos de las teorías.

Un aporte importante para este apartado lo hace Japón, y parafraseando el reportaje de prensa de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (2009), se menciona el protagonismo de los estudiantes en la adquisición de sus conocimientos como algo fundamental y para que esto sea posible el desarrollo de las clases debe ser más interactivo, esto a su vez será la clave para lograr una enseñanza afectiva y serán los profesores quienes den lugar a la participación de los niños y ser capaces de facilitar el proceso de aprendizaje.

Se menciona en el reportaje (fuente 26) de Educación Matemáticas JICA (Agencia Japonesa de cooperación Internacional) que el secreto de los japoneses en el aprendizaje de las matemáticas tiene que ver con el dejar hacer y pasarlo bien en clase, esto mejora notablemente el desempeño de los escolares. La idea es que los niños sientan que pensar es muy entretenido y que entiendan el por qué de un resultado, que ellos mismos busquen la respuesta y más de una forma de llegar a una solución y para ello los maestros basan sus clases en la diversión, estimulando a los estudiantes por medio del buen humor y de ingeniosos trucos para mantener su atención, lo que hace que los estudiantes aprendan con alegría y calidad, desarrollen autonomía en su pensamiento y estén en las mejores condiciones académicas y afectivas.

Orientando las ideas hacia la importancia de los juegos y las actividades lúdicas como parte del proceso de aprendizaje, se menciona para el caso de Finlandia que:

...en cada aula hay pizarrones y dispositivos electrónicos que permiten un aprendizaje más dinámico, las clases son interactivas, desde su escritorio la maestra presenta diferentes materiales que se reflejan en el pizarrón electrónico, y aunque parece que esta niña juega, lo que hace es aprender de una forma divertida... (Educación en Finlandia, 2011)

Para la enseñanza de las matemáticas en Bolivia (fuente 13) se establece: “...que el juego es la principal herramienta de expresión y de aprendizaje para el niño y que éste aprende sobre el mundo asumiéndolo en toda su complejidad y construyendo su comprensión acerca de él a partir de sus capacidades.” (Ministerio de Educación Bolivariana, internet, p. 27). Además se propone que: “El juego se constituye en la actividad básica que contribuye a que los niños reconozcan el mundo, lo exploren, lo conozcan y establezcan las relaciones con el medio social, con el medio natural y consigo mismos...” (p. 28).

Con mucha claridad se observa la importancia a que le da Bolivia a la enseñanza a través del juego, con cada aporte se identifican aspectos cada vez más importantes que se desarrollan a partir de la actividad lúdica y se afirma claramente que en el proceso de desarrollo de los conocimientos es necesario tenerlo en cuenta. De aquí se menciona también en el mismo documento de política que:

A través del juego los niños plantean sus propias interpretaciones acerca del medio que los rodea, de los fenómenos naturales, de los hechos sociales, de los objetos y sobre sí mismos, a la vez que se apropian de las maneras culturales de actuar, de ser y de interpretar el mundo y de expresar lo que sienten y lo que piensan.[...]la educación inicial tiene en cuenta el juego, en sus diversas formas, como base de manifestaciones placenteras y como medio para favorecer los procesos de aprendizaje orientados a ampliar las experiencias de los niños hacia el desarrollo de competencias. Esto no significa que se denomine juego a todo lo que se hace en el nivel inicial. (p. 29)

En el diseño curricular para la formación de docentes en Bolivia (fuente 14), se establece de igual manera el planteamiento de actividades que contengan actividades lúdicas. Al respecto se menciona que:

En el nivel inicial, entre otras propuestas pedagógicas, es particularmente importante el abordaje del juego, pues éste se constituye en la actividad básica de los niños, actuando como un factor primordial en la exploración del mundo que lo rodea y como recurso fundamental para despertar sus intereses. (Ministerio de Educación Bolivariano, internet, p. 81)

En reportajes realizados en México y España acerca de la educación en Finlandia, se encontró que los estudiantes manejan ambientes más relajados y propicios para la enseñanza, gracias a los medios físicos y la atención que reciben de los maestros. Al respecto se plantea: “Después de cada clase siempre hay un rato de recreo, cuando suena el timbre los niños salen al patio, no importa las condiciones climáticas...” (Fuente 19, internet, video). Además menciona el profesor de español, Marc Cerdá que: “Cuando los

tienes dos o tres horas sentados escuchándote al final no te escuchan, no te prestan atención porque no pueden estar tanto rato concentrados.”

Menciona Alberto Tinoco en su reportaje en México sobre la enseñanza en Finlandia que:

En cada aula hay pizarrones y dispositivos electrónicos que permiten un aprendizaje más dinámico, las clases son interactivas, desde su escritorio la maestra presenta diferentes materiales que se reflejan en el pizarrón electrónico y aunque parece que ésta niña juega, lo que hace es aprender de una forma divertida.” (Fuente 22, internet, video)

1.1.5 El error como acercamiento al conocimiento

Si bien el error es considerado un juicio que no es aceptado como válido, se menciona por la mayoría de los países en las propuestas analizadas como importante, ya que con los errores que cometen los estudiantes, puede establecerse el grado de acercamiento al conocimiento y constituyen una parte importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En muchos casos, los errores son una constante preocupación para el docente y durante el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos aparecen sistemáticamente errores, así que será necesario que dicho proceso incluya criterios de diagnóstico, corrección y superación por medio de actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones.

Probablemente lo que más preocupa a los docentes es la persistencia de los errores, ya que influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos. Será importante que el mismo estudiante, a partir de diversas estrategias y actividades diseñadas y propuestas por el maestro, se dé cuenta que los procedimientos que usó no eran adecuados, reconozcan y asuman la necesidad de superarlos para obtener logros en el aprendizaje. La interpretación

que como docentes, se le da al error y la forma en que se trabaja con él, influye en el aprendizaje y en el rendimiento académico de los niños, así que es preciso conocer y tratar el tema en conjunto con los estudiantes si se pretende obtener aprendizajes significativos. Los errores que presentan los niños se relacionan en la mayoría de los casos con las concepciones que traen del exterior y con las experiencias que han tenido con el medio y con las personas con las que conviven a diario, aunque es en ocasiones el mismo docente que dicta la clase de matemáticas, quien crea confusión y abre paso al error, que en el proceso de enseñanza hace más difícil la asimilación de nuevos conceptos y procedimientos, pero esto es en muchos casos, producto de que las mismas instituciones ponen la enseñanza de las matemáticas en manos de personas que son profesionales en otros campos distintos a la educación o en licenciaturas con el énfasis en áreas diferentes y, en el primer caso se pueden tener los conocimientos en matemáticas pero no en la manera de enseñar y en el segundo caso, se tienen conocimientos en la manera o pedagogía para la enseñanza pero no en los contenidos de las matemáticas, así que en ambos casos, resultará perjudicado el estudiante para quien será más difícil la asimilación de los conocimientos.

Los niños más pequeños suelen tener concepciones distintas, esto no quiere decir que sean erróneas o no sean razonables, de hecho estas están llenas de sentido y proporcionan a los niños una base para el aprendizaje de los conceptos y las destrezas matemáticas con comprensión, entonces el docente podrá utilizar esas experiencias para lograr en los niños el desarrollo de un pensamiento lógico. Es importante entender que la enseñanza de las matemáticas tiene ciertas implicaciones que de distinta manera pone al maestro como un

protagonista principal y cuando solo intenta explicar algo y no se construye una verdadera comprensión, es solamente repetición y no habrá un verdadero aprendizaje.

Uruguay menciona al respecto del error que:

El error forma parte del aprendizaje, ya que indica el grado de acercamiento al conocimiento. Hay que procurar que las consecuencias de un error, producido por un niño, sean las que se lo revelen; tiene que ver que el resultado es incorrecto, entonces, así comprenderá claramente que sus procedimientos no eran buenos. (Fuente 3, internet, párr. 18)

...la posibilidad de equivocarse y rectificar sin que el error se cargue de valor negativo. (Fuente 4, internet, p. 25)

Guzmán (2005) para el caso de Chile, plantea que los niños durante el primer año de escolarización desarrollan una serie de actividades que le permiten acercarse a los conocimientos, “resolver problemas seleccionando secuencias adecuadas de operaciones y métodos de cálculo, incluyendo una sistematización del método ensayo-error; analizar la pertinencia de los datos y soluciones.” (p. 82)

Para el caso de Colombia, se plantea en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) que se debe: “...propiciar gradualmente la adquisición de niveles superiores de formalización y abstracción; diseñar además situaciones que generen conflicto cognitivo teniendo en cuenta el diagnóstico de dificultades y los posibles errores.” (p. 32). Es importante aclarar que los posibles errores serán aquellos que se suponen antes del proceso de enseñanza y aprendizaje, y que serán un primer momento para la anticipación de errores y el establecimiento y descubrimiento de nuevos conocimientos y propiedades.

El reconocimiento de las dificultades y los errores de los estudiantes permite que se transformen y se creen nuevas estrategias para la enseñanza, al respecto se menciona en documentos de política de Colombia que:

El docente modifica y enriquece los elementos presentes en el boceto con base en las estrategias, en aprendizajes no previstos, en dificultades y errores de los estudiantes; podría decirse que para él la experiencia de enseñar es al mismo tiempo la oportunidad de aprender con los estudiantes. (MEN, 1998, p. 40)

Se puede observar en otros apartados de los documentos en Colombia, cómo es mencionado el error como un proceso en el desarrollo de actividades de los estudiantes: “Una actividad importante en el desarrollo del razonamiento matemático es aprender de los errores que cometemos.” (MEN, 1998, p. 83)

Del mismo documento se encontró: “Nunca deberán utilizarse los errores de los estudiantes para reprimirlos; por el contrario, deberán aprender a utilizar el error o la insuficiencia como un medio y un desafío para la cualificación personal.” (p. 117)

Se plantea en apartados propuestos para la enseñanza en Argentina que: “...las prácticas de enseñanza deberán orientarse a la comprensión de indicios del progreso y dificultades de los alumnos, para generar cada vez más y mejores apoyos, a través de intervenciones pedagógicas oportunas.” (Fuente 9, 2004, internet, p. 11)

Para Argentina, en otro documento (fuente 10, internet, p. 5) se propone el aprovechamiento de las reflexiones propias de los estudiantes para generar respuestas y argumentos, además:

“...tomando al “error” como inicio de nuevas problemáticas. Es importante poner en práctica las soluciones que los niños y las niñas vayan proponiendo, aunque sepamos que no nos llevan a la solución buscada; porque así ellos podrán ver dónde está la dificultad, sino elaborar luego una nueva propuesta que no tenga los mismos defectos.”

Para la enseñanza de las matemáticas en Venezuela, se propone:

La integración de los nuevos conocimientos a los ya existentes es un proceso muy complejo que requiere de múltiples y variadas situaciones de aprendizaje, tiempo y oportunidades para que los niños y niñas pongan en juego ciertas acciones: comparar, establecer relaciones, transformar, analizar, anticipar los resultados, el proceso a seguir, ensayar una posible solución, razonar y justificar los resultados. (Ministerio de Educación y deportes, 2005, p.6)

En el caso particular de Bolivia, se plantea (fuente 13) respecto a los errores que cometen los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos que es importante: "...brindarles oportunidades para producir, confrontar y poner a prueba estrategias y conceptualizaciones propias, argumentar y anticipar resultados de experiencias aún no realizadas, cuestionar tanto sus propias ideas como las de otros y reflexionar a partir de sus errores." (Ministerio de Educación Bolivariana, internet, p. 58). Del mismo documento se plantea: "...proponerles diversas actividades de auto y de coevaluación en espacios donde los niños puedan reflexionar sobre sus errores y buscar estrategias para rectificarlos." (p. 110). En la nota publicada (fuente 24) por el editor de Aula Mágica, Iván Esteban Pérez se menciona lo que se tiene en cuenta para la metodología de enseñanza en Japón según el profesor Japonés Yasuhiro Hosomizu quien explica puntualmente que el trabajo que se realice con los estudiantes debe ser interesante y motivador, se dice textualmente que:

En cuanto a la metodología, enfatizó que es importante incentivar a los alumnos a la experimentación, aunque se equivoquen, lo que no sólo los prepara para enfrentar dificultades en el campo de las Matemáticas, sino que extrapolar esta postura a diferentes instancias de la vida cotidiana del alumno, "a través del error se puede aprender, por lo cual se debe motivar al estudiante para seguir intentándolo" (párr. 4)

Del mismo modo se menciona en esta nota, que el doctor Luis Manríquez, académico del Departamento de Educación de la UA (Universidad de Antofagasta), menciona que la diferencia entre Chile y Japón se debe en gran parte a la cultura y que el docente en Japón

es capaz de trabajar con cuarenta estudiantes sin usar tecnología pues maneja de manera fascinante el tablero y trabaja con base en los errores de los estudiantes promoviendo el pensamiento lógico, mientras que en Chile se sanciona el error.

Es importante aclarar que en la actualidad, se intenta hacer un trabajo que se asemeje al de países tan avanzados como Finlandia y Japón para que los resultados en la educación sean cada vez mejor. En este sentido se logra identificar que el manejo del error en el aula de clase es fundamental y debe ser aprovechado para desarrollar de manera más efectiva los conocimientos.

Una conclusión importante para este apartado, después de leer los aportes que hacen cada uno de los países aquí mencionados, se relaciona con el aprender a ver en las producciones de los estudiantes, no solamente los errores, sino también sus aciertos o más precisamente sus hipótesis acerca de los números y conceptos generales de las matemáticas, ya que a partir de ese conocimiento podremos ofrecerles grandes desafíos y actividades realmente significativas que provocaran el conflicto cognitivo que se necesita para que se produzca un aprendizaje certero y autentico.

1.1.6 Condiciones para la apropiación de nuevas situaciones

Cada individuo es un ser pensante y cada estudiante trae consigo un conocimiento o experiencias previas a la escuela, que han aprendido en casa, con sus amigos, con sus familiares y en distintos contextos. Será importante reconocer esto como primera medida para entender que cada individuo, goza de distintas posibilidades o condiciones para apropiarse de nuevas situaciones y enfrentar la realidad de acuerdo a las exigencias del

mundo actual, pero esas condiciones deben ser equitativas, es decir, el acceso a la apropiación de situaciones y las maneras de enfrentarse a ellas, debe estar mediado por igualdad de condiciones. Así, y parafraseando un apartado con algunos planteamientos sobre la enseñanza de las matemáticas en Argentina (fuente 10, internet, p. 2), la matemática adquiere un importante valor social, pues se deben brindar a los niños las mismas posibilidades de acceder a códigos elaborados de la cultura y se debe garantizar que cuenten con las mismas condiciones y herramientas en cualquier contexto. Si se brindan estas oportunidades a todos los niños, se contribuye a la formación del pensamiento lógico y a desarrollar en ellos actitudes de indagación y constancia en la búsqueda de respuestas, de crecimiento y confianza en sí mismos y de valoración de su propio trabajo y el de los demás. Será importante que los maestros reconozcan y sepan aprovechar los conocimientos informales o que traen consigo desde la diversidad cultural, para integrarlos y que todos tengan la posibilidad de alcanzar los conocimientos matemáticos. Una de las condiciones más importantes que permiten a los estudiantes apropiarse adecuadamente de las situaciones matemáticas que se plantean, tiene que ver con los procedimientos que emplea el docente, es por ello que es tan importante que esté capacitado para asumir la enseñanza de las matemáticas, y de este modo planee adecuadamente las actividades que se trabajaran en clase para lograr los mejores resultados. Al respecto Markarian (2002) plantea:

... es fundamental que los niños se impregnen de matemática en la escuela, que se interioricen con sus aspectos formales y abstractos. Ésta es la única manera que les será útil, en el sentido más aplicado de la palabra. Y los profesores debemos asumir el desafío y el compromiso de colaborar para que esa impregnación se haga bien. (párr. 35)

Otro aporte importante que se plantea como objetivo en el caso de Argentina, para la enseñanza inicial dice:

Brindar oportunidades equitativas a todos/as los/as niños/as para el aprendizaje de saberes significativos en los campos del conocimiento, en especial la lengua y la comunicación, las ciencias sociales, la matemáticas, las ciencias naturales y el medio ambiente, las lenguas extranjeras, el arte y la cultura y la capacidad de aplicarlos en situaciones de la vida cotidiana. (Fuente 11, internet, párr. 16)

En el mismo documento se menciona también como un objetivo para la enseñanza inicial: “Atender a las desigualdades educativas de origen social y familiar para favorecer una integración plena de todos/as los/as niños/as en el sistema educativo.” (párr. 11). Como aporte a este apartado y para el caso de Uruguay, se plantea que:

Los chicos, al ingresar en el nivel inicial, llegan con ciertos conocimientos numéricos. La función de la escuela es entonces, organizar, complejizar, y sistematizar los saberes que los niños traen con ellos a fin de garantizar la construcción de nuevos aprendizajes (Fuente 3, internet, párr. 25)

Para el caso de Chile, se propone que: “...es necesario crear y realizar una serie de situaciones de enseñanza que promuevan el lenguaje, el pensamiento y la actividad lógica.” (Lastra, 2010, p. 10). Un aporte que se hace en el caso de Chile, se refiere a las maneras de entender y a las diferentes condiciones o situaciones a las que está expuesto un estudiante, a los procesos que vive mientras aprende y puntualmente dice Lastra: “Los procesos de asimilación y acomodación son innatos en el ser humano por un factor genético y se van desplegando por medio de estímulos en muy determinadas etapas o estadios de desarrollo.” (p. 3)

Antes de mencionar las condiciones bajo las cuales los estudiantes se apropian de las situaciones que van surgiendo, se plantea en los Lineamientos Curriculares de Colombia (1998), que se deben constituir espacios en la clase, donde los estudiantes tengan la oportunidad de interactuar y comunicar ideas y pensamientos, se menciona puntualmente que: “Para que los estudiantes puedan comunicarse matemáticamente necesitamos establecer un ambiente en nuestras clases en el que la comunicación sea una práctica

natural, que ocurre regularmente, y en el cual la discusión de ideas sea valorada por todos.” (p. 96).

En el mismo documento del Ministerio de Educación Nacional, en el caso de las condiciones de los estudiantes para enfrentarse y apropiarse de nuevas situaciones, se establece puntualmente:

Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas. (p. 36)

Ciertamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Colombia, es importante tener en cuenta las condiciones en que los estudiantes reciben los conocimientos, ya que aspectos sociales, culturales, las creencias que traen de sus hogares y las condiciones económicas influyen en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Para el caso de Venezuela se propone para la enseñanza de las matemáticas que: “El descubrimiento, la exploración, la práctica continúa de procedimientos (acciones sistemáticas, ordenadas y encaminadas hacia un fin) y la mediación intencionada del adulto permitirá a los niños(as) apropiarse de los aprendizajes matemáticos.” (Ministerio de Educación y deportes, 2005, p.7).

A partir de las necesidades sociales y económicas que afectan la educación y pensando en el bienestar y la adecuada incorporación a la escuela, se plantea en Bolivia que:

Además del sistema formal atendido por el Ministerio de Educación (Minedu), y debido a diversos factores económicos, sociales, culturales y educativos, diferentes tipos de instituciones comenzaron a apoyar la labor de la familia con el fin de ampliar el ámbito de relaciones de estos niños y de orientarlos para incorporarse en

mejores condiciones en la escuela primaria. (Ministerio de Educación Bolivariana, internet, p. 5)

Del mismo documento en Bolivia, se mencionan distintos aspectos fundamentales a tener en cuenta, uno de ellos se refiere al desarrollo integral de los estudiantes, el cual se precisa como:

...es el proceso que considera todas las dimensiones relacionadas con el desarrollo de los niños y facilita las condiciones para: satisfacer sus necesidades de afecto, de protección y de aprendizaje, y poner en marcha el potencial básico de capacidades que el niño tiene al nacer, para ayudarlo a construir conocimientos que, a su vez, contribuyen a desarrollar dichas capacidades. (p.18)

Otro aspecto importante mencionado en el mismo documento de Bolivia, considera que los ambientes y el entorno del niño es fundamental en el proceso de adquisición de los conocimientos; se menciona que ofrecer a los niños un entorno que brinde seguridad y confianza es importante no solo en la escuela sino también en el entorno familiar. Así se menciona textualmente que:

Para promover la construcción de aprendizajes, el niño necesita un ambiente de seguridad afectiva. Esto implica que el entorno familiar... y las instituciones que apoyan a la familia en esta labor deben brindarle condiciones que favorezcan la afirmación de su identidad, la exploración, la curiosidad, la independencia, la espontaneidad, el juego y la expresión como medios básicos para desarrollar experiencias que promuevan su desarrollo integral. (p. 27) [...] *La sociedad, especialmente en esferas como la política, la económica, la administrativa y la académica, funciona utilizando el lenguaje escrito y el acceso a éste es una de las condiciones para que exista la igualdad de oportunidades para todos los bolivianos.* (p. 37)

Desde los planteamientos de Bolivia es importante mencionar que el acceso a la educación en igualdad de condiciones es un derecho que tienen los niños y dice puntualmente que: “Los derechos humanos y los derechos de la niñez expresan las condiciones a las que debemos acceder todos desde el nacimiento, sin distinción alguna;

son imprescindibles para el desarrollo pleno y digno en todos los ámbitos de la vida.” (p. 82)

También se propone: “...la visión integral es importante para que la maestra genere condiciones favorables para que los niños alcancen las competencias deseadas.” (p. 107)

En cuanto a la formación de los docentes, se propone (fuente 14): “El aula está inmersa en un contexto institucional vivo y cambiante, en un medio social en el que interactúan múltiples factores y condiciones, de los cuales el maestro y la escuela son parte integrante.” (p. 114). Se habla de la educación para la democracia (fuente 14), y como uno de los aspectos importantes se menciona:

Los derechos humanos como aquellas condiciones a las que debe acceder toda persona por el sólo hecho de nacer, sin distinción de sexo, raza, edad, condición social, nacionalidad o forma de pensar, y que son necesarias para su desarrollo pleno y digno en todos los campos de la vida. (Ministerio de Educación Bolivariana, internet, p. 197)

Se concluye en el documento de Bolivia (fuente 13) respecto de las responsabilidades que tienen los docentes en el proceso de enseñanza que:

Las maestras tienen en sus manos la responsabilidad de desarrollar y de valorar el proceso educativo de manera equitativa, justa y pertinente, a fin de que todos los niños tengan igualdad de oportunidades para la satisfacción de sus necesidades y puedan, en consecuencia, tener una formación útil para mejorar su calidad de vida. (Fuente 13, p. 113)

Para el caso de la enseñanza en Finlandia, Robert (2010) menciona que: “Finlandia respeta profundamente los conocimientos, pero respeta aún más a los individuos que están en proceso de adquirirlos.” (Fuente 18, párr. 12).

En reportajes hechos por España al respecto de la educación en Finlandia, se menciona que: “Solo existen veintisiete colegios privados en todo el país, una cifra que no llega a representar ni el 1% del total de centros escolares y todos, públicos y privados son

gratuitos, así evitan la marginación y las diferencias sociales.” (Fuente 19, internet, video).

También dice Jukka Havu, Catedrático de la universidad de Tampere que:

“...yo creo que la clave del éxito... es que es una enseñanza mucho más democrática que en muchos países y eso también se debe a la evolución de toda la sociedad Finlandesa... cuando digo enseñanza democrática quiero decir que un niño, independientemente de su clase social, independientemente de su lugar de residencia tiene acceso a una enseñanza correcta.” (Fuente 19, internet, video)

La profesora de español en Finlandia, Conchi Flores haciendo referencia al tiempo que llevan corrido del año lectivo dice que:

...en lo que llevamos de curso ya escriben, leen porque tienen una madurez adquirida que es lo que hace falta, no los agobian como un poco en el sistema español, que con cuatro o cinco años tienen que tener una lectura comprensiva. (Fuente 19, internet, video)

En todos los colegios Finlandeses cuentan con el apoyo de psicólogos y trabajadores sociales que están dispuestos a atender y cooperar en los procesos con los estudiantes, como es el caso de la enfermera Jutta Hahl-Andersson quien dice:

Los servicios sanitarios que tenemos aquí son sobre todo servicios de prevención, tenemos una reunión con cada alumno una vez al año, hacemos todo tipo de exámenes, análisis, reconocimiento médico, pero sobre todo charlamos sobre todo tipo de cosas, de la comida, del deporte. (Fuente 20, internet, video)

En el reportaje hecho en España se menciona: “En Finlandia todos los niños comen en el colegio, la comida es gratuita, igual que el transporte, los libros y el material escolar.” (Fuente 20, internet, video)

Menciona Eik Kakosonen, representante de la comisión UE en Finlandia que: “La meta es ofrecer a todos los ciudadanos las mismas posibilidades para que puedan desarrollarse, ofrecemos esta misma seguridad básica en otros campos de la vida social, también ofrecemos los fundamentos necesarios para el desarrollo personal del ciudadano.” (Fuente 20, internet, video). Menciona Alberto Tinoco en su reportaje en México sobre la

enseñanza en Finlandia que: “En los salones los ambientes son cálidos, con mucha luminosidad y están tapizados con los trabajos que han hecho los propios alumnos.” (Fuente 22, internet, video). A partir de los aportes que se hacen en la página de internet de la embajada de Finlandia (fuente 16), no solo se sitúa entre los primeros países con el mejor rendimiento académico sino que las condiciones sicológicas, físicas y materiales que se proporcionan a los estudiantes son las mejores, pensando en que cada vez sea mejor y así cada generación gradúe profesionales al servicio de la comunidad que además ayude en la construcción de una sociedad y una economía cada vez más avanzadas.

En la enseñanza de las matemáticas en Japón se tiene muy presente la labor que realiza el docente y se menciona (fuente 31) que la calidad de los alumnos depende en gran parte del apoyo constante a los estudiantes con más dificultades. En este sentido, la condición será que los mejores docentes se encarguen de la enseñanza, y para esto destinar parte de tiempo extra en la revisión y discusión colectiva de métodos, será oportuno para corregir errores y aprender buenas ideas de los colegas.

1.1.7 Actividades que desarrolla el niño en el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos

Cuando un docente se enfrenta a un grupo de estudiantes en un aula de clase, debe estar seguro, en primera instancia, de querer estar ahí. Esto permite, además, ser consciente de que los procesos matemáticos que aborda un niño en primer grado de educación básica deben ser realmente significativos y eso incluye que los contenidos presentados sean de fácil comprensión y manejo, que puedan ser aprendidos mediante la exploración, la indagación, el análisis, entre otras actividades, para que los estudiantes, como lo hemos

mencionado anteriormente, reconozcan las matemáticas como algo útil, divertido y fácil de aprender.

Las diferentes actividades que desarrollan los niños en el proceso de adquisición de los conocimientos serán un momento importante en las etapas de construcción de conceptos matemáticos. Se plantea en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia (1998), que el universo o el material que se ofrezca a los niños deben estar bien definidos, es decir, se debe diferenciar la forma, el color, el tamaño, el grosor y demás características que le permitan al niño descubrir las propiedades que caracterizan cada objeto.

Al respecto, dice Markarian (2002), que actividades tales como categorizar, que se hace después de percibir y reconocer los objetos mediante el trabajo de construcción y razonamiento, las cuales permiten que estos adquieran significado, son actividades muy importantes, ya que se establecen características propias de cada objeto, como la clase, el género o el tipo, además se pueden identificar cualidades que los distinguen uno del otro. Mientras se elaboran los conceptos matemáticos, los niños dan prioridad a ciertas nociones, desarrollan actividades de abstracción y discriminación, y estas a su vez lo llevan a generalizar. Todas estas actividades son fundamentales cuando se trata de avanzar y madurar intelectualmente, y son procesos desarrollados por el niño, que transforman la matemática que trae de su entorno, en normas o reglas que crearan dificultades en el proceso de enseñanza pero que el maestro deberá asumir como normales, constitutivas y además inevitables en el proceso mismo de aprendizaje de la disciplina.

Las actividades más relevantes en este proceso, son como sigue, la clasificación, la correspondencia y la seriación, que propician el desarrollo de nociones matemáticas y

llevan al niño a la construcción de los conceptos de cardinal, número y orden, respectivamente, además de otras actividades como ordenar, contar y operar. Otra de las actividades que también es mencionada en distintos documentos analizados de los diferentes países y que se mostrara más adelante de manera textual, es la comparación para el establecimiento de relaciones; esa comparación lleva al estudiante a clasificar o seriar elementos teniendo en cuenta que la información que ellos obtienen resulta de las acciones que realicen. Es una misión importante para el maestro de matemáticas, proponer y gestionar situaciones de aprendizaje que permitan a los niños elegir por sí mismos en una actividad matemática los criterios de clasificación, la realización de agrupaciones, entre otras tareas, respecto al número natural. Carpenter (1999), menciona que muchas de las estrategias utilizadas por los niños más pequeños en la solución de problemas se relacionan con la representación de la acción, pues es lo que llama más su atención. La correspondencia uno a uno, la estrategia de ensayo y error, o de “quitar” y “poner”, son algunas de las actividades que usan los niños cuando se están apropiando implícitamente del concepto de conteo.

Al respecto de las actividades que desarrollan los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje del número, se aporta un importante planteamiento de lo que se pone en práctica en Uruguay:

Para que los chicos puedan hacer uso del número como recurso, como instrumento, es necesario que la maestra plantee situaciones – problema, en distintos contextos, que permitan ver las distintas funciones del número:

- *El número como memoria de la cantidad. (Relacionada con el aspecto cardinal).*
- *El número como memoria de la posición. (Aspecto ordinal).*
- *El número para anticipar resultados, para calcular. (Aspecto de operar).* (Fuente 3, internet, párr. 28)

En general la política de países como Colombia, resaltan la importancia de reconocer que en el quehacer matemático se desarrollan ciertas actividades:

...vale la pena destacar especialmente cómo a partir de estas investigaciones se ha podido establecer el hecho de que diferentes culturas han llegado a desarrollos matemáticos similares trabajando independientemente y que han realizado actividades matemáticas semejantes, como el contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, actividades éstas que resultan ser universales. (MEN, 1998, p. 30)

Para el caso de Chile, Lastra (2010) propone que “...la adquisición de los saberes radica en estudio, lectura y escritura de los números, las relaciones y el conteo, por el lado de la geometría esta es el uso e interpretación de las relaciones espaciales.” (p. 14). Lastra plantea además que: “Hay operaciones o procesos que transitan entre la actividad lógica propiamente tal y la construcción del concepto de número... la conservación de la cantidad... la clasificación... la seriación...” (p. 10).

Para el caso de Argentina, se plantea que las actividades realizadas por los estudiantes surgen en la interacción con los demás y se plantea que:

...diferentes manifestaciones de acciones y procesos internos y se expresan cotidianamente, en diversas actividades individuales o grupales de comprensión (al explicar, dar argumentos, ejemplificar, comparar, resolver problemas, etc.) y muy generalmente en el diálogo que se observa en la interacción con el docente durante el proceso pedagógico que tiene lugar en las instituciones escolares. (Fuente 9, 2004, internet, p. 11)

Para la enseñanza de las matemáticas en Argentina se plantea (fuente 10, internet, p. 4) que: “Las propuestas didácticas deberán considerar actividades que entrañan lo lúdico y el desarrollo cognitivo.” Además se mencionan algunas de las actividades que desarrolla el estudiante como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje:

...mayor dominio de su experiencia espacial. Estas situaciones problemáticas, en un determinado contexto, deberán permitirles descifrar mensajes sobre trayectos y posiciones, imaginar recorridos, comunicar posiciones, anticipar resultados de acciones en el espacio, usar códigos... confeccionar croquis para planificar

posiciones, construir laberintos respetando relaciones espaciales, describir y anticipar cambios...determinar posiciones de los objetos... (p. 8)

A partir de los planteamientos de los documentos de Venezuela, y para el caso de las distintas actividades que se desarrollan en el proceso de enseñanza de las matemáticas se establece que:

Las actividades de la rutina diaria pueden ser aprovechables en la medida que se presenten a los/las niños(as) en forma de problema vinculadas con la serie numérica. Se deben presentar múltiples experiencias, que permitan resolver diferentes tipos de problemas, oportunidad de construir colecciones, actuar sobre las mismas, comparar cantidades, situaciones en las cuales puedan acceder a los conocimientos. Se trata de proponer actividades en las que se utilicen los números en diferentes contextos. (Ministerio de Educación y deportes, 2005, p. 27).

En planteamientos propuestos para el caso de Bolivia (fuente 13, Ministerio de Educación Bolivariana), se establece que en la realización de diferentes actividades y resolución de problemas se ve reflejada la capacidad y el quehacer del estudiante visto como un proceso continuo de aprendizaje en el cual se exploran y se construyen conocimientos.

En el mismo documento se menciona que algunas de las actividades que realiza el estudiante cuando resuelve problemas se fortalecen en el mismo proceso y son a su vez facilitadoras en la adquisición de nuevas habilidades y en el desarrollo de otras actividades. La importancia de incluir en ellas otras que permiten una mejor comprensión y apropiación de los conocimientos, hace que estos sean adquiridos más fácilmente. Al respecto se menciona: “...es importante realizar actividades que, relacionadas con un tema problematizador, involucren la explicación, la búsqueda de evidencias, la representación y la aplicación de lo comprendido en situaciones nuevas o en la resolución de problemas.” (p. 66)

En otros aportes del mismo documento se menciona que: “Los niños realizan procesos cognitivos tales como identificar, describir, comparar, deducir, interpretar y dar significado a su entorno.” (p. 36). Y respecto al aprendizaje de los números se mencionan el desarrollo de otras actividades: “Trabajar la numeración escrita debe permitir a los niños comparar y ordenar, así como producir e interpretar notaciones numéricas.” (p. 62)

Para el caso de Finlandia, se propone (fuente 18) respecto a las actividades que realizan los estudiantes que:

Desde hace poco existe un programa nacional para los jardines de infancia, basado esencialmente en actividades de iniciación... son aquellas propias de la educación inicial y de los primeros grados, que permiten la identificación y despliegue de aptitudes, de intereses, de primeras experiencias sobre la realidad. (Robert, 2010)

Para el caso de Japón se mencionan aspectos de gran importancia que serán tenidos en cuenta en este apartado. Se menciona (fuente 27, internet, video) que además de los éxitos escolares todos los niños japoneses tienen que demostrar sus capacidades atléticas y artística. Se desarrollan distintas actividades extraescolares para estimular los reflejos sicomotrices, la disciplina, la precisión, la paciencia y la estimulación intelectual que los convierte en estudiantes más vivaces y eficientes.

Para los japoneses es muy importante la disciplina y el respeto en cualquier instancia o situación, esto les permite aprender y desarrollar distintas actividades de manera exitosa y se menciona: “Las tardes se dedican a aprender artes tradicionales un complemento indispensable a las materias académicas.” (Fuente 28, internet, video)

1.1.8 La gestión del maestro

Un criterio de análisis que se destaca a nivel general en el transcurso de este primer capítulo y que ha sido mencionado someramente en algunos de los criterios anteriores, tiene que ver con la puesta en escena del maestro, referido como aquel que guía la clase para disponer y crear un ambiente de aprendizaje propicio.

En un principio, se sabe que el estudiante orientado y supervisado por el maestro, tendrá a su alcance distintos medios y materiales en el proceso de enseñanza y aprendizaje, entonces las consignas, situaciones y materiales didácticos que se utilicen para plantear cualquier situación o problema, deben tener una intención pedagógica vinculada con las experiencias previas de los niños. En este proceso tanto el docente como el estudiante cumplen un papel fundamental, pero el docente se apropia de los conocimientos y habilidades que traen los niños, de su curiosidad y el deseo de dar sentido a su mundo; es importante reconocer que en las primeras experiencias de un niño hay gran variedad de situaciones en las cuales se involucran cantidades y que en su mayoría muestran destreza de conteo en la solución de problemas. Fuenlabrada (1995) menciona que, con frecuencia las matemáticas se han enseñado en la escuela de modo que se encuentran totalmente desvinculadas de lo que piensan los niños y de la manera de resolver los problemas, entonces uno de los problemas más importantes en el bajo rendimiento de los estudiantes se refleja en el rechazo de los mismos por los números y en general por el aprendizaje de las matemáticas, ya que además las estrategias empleadas en el momento de ser enseñadas, las muestran como algo riguroso que no acepta cuestionamientos, así que este será un cambio importante que debe ser tenido en cuenta a la hora de enseñar los conceptos, y el objetivo

de trabajar los conocimientos en matemáticas deberá implicar, la ampliación e indagación en el marco de las experiencias que los niños han construido en su entorno social y familiar.

Al respecto, dice Barlett (2005) que la sociedad oral en la que vivimos, a la que se refiere por comunicación, exige habilidad y eficacia para conseguir el éxito en los aprendizajes no solo del lenguaje sino también de diversas áreas. En general, será importante desarrollar adecuadamente el lenguaje y saber expresar los conocimientos a los estudiantes, si se desea un nivel alto de comprensión, para así obtener diferentes respuestas de los mismos, como que se sirvan oportunamente de determinado conocimiento, propiciar en ellos actividades o tareas que permitan el desarrollo de habilidades matemáticas, que usen de manera eficiente y en distintos contextos lo aprendido en clase, entre otras. Carpenter (1999) menciona que no se puede asumir que los niños recuperan hechos numéricos de la memoria simplemente porque nos parece que lo hacen, es decir, los niños pueden llegar a tener la capacidad de utilizar distintas estrategias de conteo con eficiencia y aplicarlas con rapidez, las cuales pueden ser útiles al momento de resolver un problema, pero será importante pensar que no en todos los casos podemos asumir que los niños usan determinados recuerdos acerca del número, ya que nos enfrentamos a distintas maneras de pensar, de asumir los hechos numéricos y de usar las situaciones que se le plantean. Así, será importante que el maestro de la oportunidad al estudiante de utilizar aquellas estrategias que él mismo haya inventado al momento de resolver un problema, que muestre la manera en que asume y resuelve determinada situación.

Markarian (2002) señala, que a nivel cultural e histórico de las matemáticas, los profesores deberían profundizar en conocimientos, y en las maneras en que se han formado

las ideas matemáticas a través de la historia además de conocer y aprovechar distintos aspectos y facetas de las mismas, para así usarlos en la manera de enseñar y como alternativa para mostrarle a los estudiantes que en el proceso de aprendizaje las matemáticas pueden verse y aprenderse fácilmente desde distintas perspectivas. Queda en manos del docente que el prestigio del cual goza el matemático, no lleve al estudiante al rechazo y, a la incapacidad de comprender y avanzar en el aprendizaje de las matemáticas.

Para el caso de Uruguay se menciona: “Desde la clase debemos ir evolucionando a través de distintos medios, buscar planteos de preguntas, otros enfoques imaginativos y permitir el desarrollo de ideas.” (Fuente 3, internet, párr. 3).

Específicamente se establece en Chile que:

En el jardín hay objetivos de aprendizaje que se deben promover para que el niño aprenda. Todo esto implica que el rol del educador debe ser la persona que elige, reorganiza y transforma los conocimientos, un trabajo de naturaleza didáctica y matemática. (Lastra, 2010, p. 9)

En cuanto a la innovación y el uso de nuevas tecnologías, Lastra (2010) plantea que su incorporación en la enseñanza es muy benéfica, pues desarrolla en los estudiantes la imaginación, el trabajo creativo y un interés propio por descubrir y aprender, y se menciona que: “El profesor ha de adquirir un nuevo rol y nuevos conocimientos, para diseñar actividades que faciliten en el aula enseñar a sus alumnos sus beneficios y desventajas.” (p. 12). Otro aporte desde la perspectiva Chilena, la hace Martínez (2008), quien dice que:

...la calidad docente se demuestra cuando los profesores disponen de conocimientos y de capacidades que les permiten enfrentar tareas y resolver los problemas propios de su esfera de trabajo. Pero, en forma más importante, se demuestra cuando ellos evidencian claro uso de ellas en su desempeño profesional. (p. 3)

Por otro lado, específicamente se propone para el caso de Colombia, respecto a la gestión que realiza el docente de matemáticas, que este a manera de enriquecer el contexto en el que se desenvuelve el estudiante, cree situaciones problemáticas que además permitan el desarrollo de diversas actividades en los estudiantes. Específicamente se plantea respecto al docente que:

No será desde luego ni un simple transmisor ni un simple “usuario” de los textos o de un currículo particular, sino más bien parte activa del desarrollo, implementación y evaluación del currículo. Fundamentalmente su papel será el de propiciar una atmósfera cooperativa que conduzca a una mayor autonomía de los alumnos frente al conocimiento. (MEN, 1998, p. 32)

Para el caso de Argentina, se plantea que: “Es importante que el docente pueda reconocer y aprovechar esos conocimientos informales desde la diversidad cultural, para integrarlos de manera que todos los niños puedan alcanzar los conocimientos matemáticos socialmente legitimados.” (Fuente 10, internet, p. 4). Además, se propone que: “...nuestra tarea como docentes es concebida como una “provocación” de los aprendizajes que los alumnos van construyendo.” (p. 5). Otro aporte importante que se hace en el mismo documento, dice:

La construcción de un sistema conceptual es algo que el niño y la niña deben hacer por sí mismos, pero el orden jerárquico en la adquisición de los conceptos y las condiciones para que esa estructura sea óptima, depende de la intención e intervención del docente. (p. 6)

Siguiendo con el recorrido por los documentos aquí citados, se hace otra contribución a este apartado. Del mismo documento se menciona que: “El docente brindara la posibilidad de llenar de significados esas expresiones familiares y construir desde la experiencia nuevos sentidos...” (p. 8)

Referente al trabajo del docente en el área de matemáticas, se plantea para el caso de Venezuela que:

Las múltiples aplicaciones de la matemática reseñadas en este documento, invitan a el/la docente a profundizar, indagar y explorar en este campo, para adecuarlo de manera creativa y pertinente a los diversos contextos sociales y experiencias previas de los niños y niñas. (Ministerio de Educación y Deportes, 2005, p. 4)

Otro planteamiento importante que se hace en el mismo documento de Venezuela y que deja ver la importancia que se da al trabajo del docente es: “El/la docente debe proponer a los/las niños(as), situaciones didácticas de carácter lúdico que generen conflictos cognitivos superables, que garanticen la motivación del niño/a, y la construcción de saberes.” (p. 9). Se menciona también que: “El/la docente deberá plantear situaciones de aprendizaje que le permitan a niños y niñas elegir por si mismos los criterios clasificatorios, las relaciones cuantitativas entre los elementos y las diferencias que los distinguen...” (p. 18)

Para el caso de Bolivia (fuente 14) se plantea que:

Para apoyar el desarrollo del pensamiento matemático en los niños, los futuros docentes tienen que estar en condiciones, por un lado, de desarrollar sus propios aprendizajes matemáticos, profundizando los conocimientos ya adquiridos y, por otro, desarrollar las competencias necesarias para desempeñarse efectivamente como educadores capaces de generar situaciones de aprendizaje que provoquen desafíos reales para los niños del nivel inicial. (Ministerio de Educación Bolivariana, internet, p. 149)

En muchas ocasiones se menciona al maestro o docente como mediador de los conocimientos. Aquí se mencionan algunos apartados del documento propuesto por el Ministerio de Educación para la enseñanza en Bolivia (fuente 13):

El maestro es un orientador permanente que no debe censurar los trabajos de los niños. Por el contrario, debe ser cómplice en la aventura de expresarse y de crear con los colores, las formas, las texturas y otros elementos propios del lenguaje plástico-visual. (p. 54)

La mayor parte del trabajo y orientación que se realiza con los estudiantes se pone en manos del docente, así se menciona que: “Es responsabilidad de la maestra estimular los

aciertos de los niños y ayudarlos en todo momento para que optimicen sus procesos de aprendizaje.” (p. 11)

...la maestra debe trabajar con una variedad de actividades y de instrumentos de observación y de registro para evaluar esa diversidad de procesos y de resultados. Además, como la evaluación es integral, las actividades y los instrumentos deben permitirle observar las distintas variables que intervienen en el proceso educativo. (p. 111) [...]es fundamental que las maestras reflexionen sobre cómo ayudar a los niños para que, una vez logradas las exigencias básicas, realicen actividades que aborden contenidos y procesos de mayor exigencia relacionados con los desempeños... (p.112)

En cuanto a la formación de docentes en Bolivia (fuente 14), se establecen algunos objetivos o propósitos generales, uno de ellos dice puntualmente: “Formar al maestro boliviano para que asuma su papel de organizador, facilitador, guía y orientador de los procesos de enseñanza, y genere procesos de aprendizaje en los cuales el protagonismo lo tienen los niños y los jóvenes.” (Ministerio de Educación Bolivariana, internet, p. 19). Entre otros también importantes, que mencionan que la formación del docente debe incluir la creación de conciencia acerca de la necesidad, realidad y diversidad cultural, y que el trabajo que se haga debe ser de forma cooperativa, de actualización e investigación constantes.

Para Finlandia, la importancia que se da al docente es excepcional y se menciona (Robert, 2010) que: “...los profesores finlandeses están ampliamente inclinados hacia la comprensión de los niños y de sus necesidades, y sienten que se encuentran al servicio de la infancia más que al servicio de una materia.” (Fuente 18)

Otros aportes importantes se mencionan en reportajes hechos por México y España (2010), donde hablan del trabajo que hace Finlandia para que la educación sea cada vez mejor: “...los profesores son muy respetados allí y considerados, para hacer esa carrera

necesitan notas tan altas como las que piden aquí por ejemplo para estudiar medicina...”

(Fuente 19, internet, video). Al respecto dice Henna Virkkunen, Ministra de Educación de Finlandia en el año 2010 que:

“La razón principal es que los profesores son muy buenos y la profesión del maestro está bien considerada. Para estudiar magisterio hay miles de candidatos, solo los mejores son elegidos. La carrera universitaria dura cinco años y los profesores están muy especializados.” (Fuente 19, internet, video)

Es importante mencionar que al respecto de la gestión que hace el maestro debe existir vocación, tal como lo plantea Conchi Flores, profesora de español en Finlandia, quien apunta que:

Cuando yo estudiaba magisterio el que te encontrabas al lado era el que no había sacado el 7 o el 8 para entrar en la TS, el que no podía llegar a medicina porque tenía que esperar un año a que, o bajaran nota o que él pudiera, entonces en el magisterio estaban todos los que no podían haber llegado a otras facultades y los que verdaderamente queríamos, o sea ahí se notaba un poquito que la falta de vocación existe... en los Finlandeses como pasan tantísimos filtros, al final el que llega es el que verdaderamente quiere y está preparado. (Fuente 20, internet, video)

Por otro lado, los estudiantes de magisterio que optan por un título para docente, deben realizar las prácticas pedagógicas que duran seis meses, y estas se hacen bajo la supervisión de un docente graduado, con maestría y con mucha experiencia. Los docentes en la mayoría de los casos, tienen un docente ayudante también graduado, pero en ningún caso este será un suplente en caso de ausencia del titular, si el curso tiene dos docentes a cargo, siempre habrán dos independientemente de la ausencia de alguno porque habrá alguien que haga la suplencia. Si un estudiante tiene deficiencias y necesita apoyo, el docente ayudante se encargara de nivelar sus deficiencias y de acompañarlo para que supere sus dificultades.

Se menciona en una página de Guatemala sobre la educación en Finlandia que:

*Pero si algo caracteriza el perfecto funcionamiento del sistema escolar en Finlandia, es el profesor, piedra angular del éxito finlandés en materia educativa. **Se ve enseguida que un profesor está motivado cuando te anima a estudiar y siempre parece feliz. Ah, y no nos mandan deberes**, dice una alumna que ha participado en el estudio. La buena formación técnica y humana de los profesores garantiza unos excelentes resultados.* (Fuente 15, internet)

Así a nivel general según las políticas establecidas para la educación, en Finlandia se da gran valor a la labor que desempeñan los docentes ya que su acompañamiento es fundamental y permite el desarrollo de actividades para la asimilación, el avance y perfeccionamiento de los conocimientos.

Para la enseñanza en Japón se propone en el documento de la Biblioteca del congreso Nacional de Chile (fuente 31, internet) que, desde hace 130 años se elabora estudio de clases para que el nivel docente mejore y que, de manera progresiva en Chile, se ha creado la necesidad de revisar y analizar las clases para retroalimentarse y poder mejorar la enseñanza. En Japón, el análisis de clases es una cuestión fundamental, y dice el profesor Hosomizu que se maneja un tipo de evaluación para los docentes en las escuelas con la cual, el profesor es evaluado en función de su cumplimiento por medio de su plan de trabajo y en ninguna circunstancia se pierde de vista el currículo nacional.

En la nota publicada por el editor de Aula Mágica, Iván Esteban Pérez se menciona lo que se tiene en cuenta para la metodología de enseñanza en Japón según el profesor Japonés Yasuhiro Hosomizu:

Hosomizu destacó el papel del profesor durante las clases de Matemáticas, “quien debe pensar cuál es la mejor forma en que sus alumnos puedan adquirir conocimiento, ya que la mayoría de los docentes no los motiva, por lo cual ellos no muestran interés por aprender”. (Fuente 24, internet, párr. 3)

En Japón: “El corazón del sistema es educar a los niños del país, en cuanto nacen les enrolan en un sistema diseñado para convertirlos en los mejores en todas las disciplinas

imaginables.” (Fuente 27, internet, video). “Desde sus más tiernos años los niños japoneses se ven atados por un sistema que no deja nada al azar, comparten una única obligación, triunfar...” (Fuente 28, internet, video).

En el transcurso de este apartado y de este primer capítulo en general, se ha observado una coincidencia entre los planteamientos de los países aquí analizados frente a cada una de las categorías mencionadas, y la tarea del docente de matemáticas, en la enseñanza y aprendizaje de las mismas se ha mostrado bastante marcada para el caso de la educación en Finlandia. Con cada una de las propuestas y planteamientos de los países presentados para esta investigación, se han puntualizado por medio de las categorías antes mencionadas, las particularidades en la enseñanza de las matemáticas en el nivel inicial de la básica primaria.

Se pueden observar también algunas diferencias entre los países aquí analizados, por ejemplo en Uruguay y Japón, el aprendizaje de las matemáticas debe comenzar lo antes posible para que el niño se familiarice con las maneras de razonar, deducir y en sí con el lenguaje que se maneja en las mismas, en cambio en Finlandia la educación no es obligatoria sino hasta los siete años de edad, pues para ellos es cuando los niños adquieren la madurez para recibir y captar adecuadamente los conocimientos. También es importante mencionar que una gran diferencia que hace que países como Finlandia tengan tanto éxito en la educación se relaciona con las condiciones en las que se aprende, y en sí, por la cultura inculcada desde la infancia.

1.2 Pruebas Internacionales³: Un análisis oportuno.

Después de categorizar las propuestas curriculares de los diferentes países estudiados, Colombia, Uruguay, Chile, Argentina, Venezuela, Bolivia, Finlandia y Japón, y de presentar las más nombradas, nos interesa mostrar las propuestas, objetivos y algunos resultados de pruebas internacionales aplicadas a los estudiantes en las que han participado los países aquí estudiados para analizar su nivel en el rendimiento en el área de matemáticas.

Algunos de los organismos de reconocido prestigio que aplican las evaluaciones internacionales para determinar el nivel de los estudiantes en áreas como lectura y escritura, matemáticas y ciencias, son la IEA (Asociación Internacional para la evaluación del logro educativo), la OCDE (Organización para la cooperación y desarrollo económico) y la OREALC/UNESCO (Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe/Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura) y el LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluaciones de la calidad de la Educación).

Algunas de las pruebas aplicadas y que se analizarán en este trabajo son las evaluaciones TIMSS (Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias) aplicadas y coordinadas por la IEA en 2003 y 2007. Esta prueba evalúa las áreas de matemáticas y ciencias cada cuatro años a estudiantes de cuarto y octavo, además TIMSS recoge información valiosa acerca de las actitudes y el contexto de aprendizaje de los

³ PISA, TIMSS y SERCE

estudiantes, la formación profesional de los docentes y la gestión que realizan las instituciones.

Otra evaluación importante que se tendrá en cuenta en este análisis es PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes), una prueba que se aplica cada tres años y se coordina por la OCDE, que mide las capacidades de los estudiantes de 15 años⁴ en los países que participan. Esta prueba evalúa las áreas de matemáticas, ciencias y lectura, y cada tres años que se aplican se enfatiza en una de ellas y se le llama foco o dominio principal. Para el caso del presente trabajo de investigación, se analizarán los resultados de las pruebas aplicadas en el año 2003 en el cual el dominio principal fue el área matemática, en 2006 y en 2009.

El SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo) es un estudio organizado y coordinado por el LLECE, enmarcado por las acciones de la OREAL de la UNESCO que evalúa el nivel de los estudiantes de tercero y sexto en lecto-escritura, ciencias y matemáticas, que busca ser aplicada cada cinco años y tiende a asegurar el derecho de todos los estudiantes de Latinoamérica y el Caribe a recibir una educación de calidad. Para el caso de este análisis se tendrá en cuenta la prueba aplicada entre el 2002 y 2008.

⁴ La prueba PISA se aplica a estudiantes de 15 años independientemente del grado de escolaridad que estén cursando.

1.2.1 Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS)

El propósito fundamental de TIMSS, como bien es llamado, mide las tendencias en el rendimiento de los estudiantes de los grados cuarto y octavo en las áreas de matemáticas y ciencias. Es liderado y aplicado por la IEA (Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo), que se encarga de dirigir y administrar el proyecto, coordina la participación de los países y maneja la base de datos, además lidera las instituciones internacionales como son, el Centro Internacional de Estudios, ubicado en Boston College que se encarga de diseñar e implementar el estudio y verificar la traducción de los instrumentos; el Statistics Canada, que realiza las actividades de muestreo y el ETS (Educational Testing Service) que se encarga de manejar psicométricamente los datos. En Colombia el TIMSS está a cargo del ICFES, institución encargada de llevar a cabo cada una de la etapas de la prueba de acuerdo con criterios estrictos, sírvase mencionar, el muestreo de los establecimientos educativos y estudiantes, la aplicación, calificación y captura de datos, entre otras.

A partir de los planteamientos del documento “¿QUÉ ES TIMSS?” de la secretaria de educación en Colombia, se plantea que las áreas evaluadas desarrollan en los estudiantes competencias relacionadas con la solución de problemas y el razonamiento. Y se menciona (Ministerio de Educación Gobierno de Chile, 2004) que, el manejo de estas disciplinas será importante a la hora de comprender dimensiones del mundo contemporáneo e insertarse en una economía global donde se pongan a prueba capacidades en el uso del conocimiento científico.

El TIMSS, además supervisa la implantación de los currículos en ambas áreas y los aportes al mejoramiento en los procesos de aprendizaje de las matemáticas por medio de las buenas prácticas en la enseñanza. Las pruebas TIMSS se realizan cada cuatro años desde 1995, esto posibilita obtener información sobre el progreso relativo entre grados, ya que los estudiantes de cuarto evaluados en un ciclo de TIMSS cursaran octavo grado en el siguiente ciclo de aplicación de las pruebas. Para el caso del presente trabajo de investigación monográfico se tendrá en cuenta los resultados de las pruebas de matemáticas aplicadas en los años 2003 y 2007, solamente a los estudiantes de grado cuarto por ser este el más próximo a edades del nivel inicial en la enseñanza, la labor se centra en ver el progreso en un ciclo de TIMSS en el año 2003 y las diferencias con el ciclo de TIMSS aplicado en 2007.

El TIMSS recoge información sobre las estructuras de los currículos y sus contenidos, sobre el contexto de los sistemas educativos, la organización escolar, las estrategias que se emplean para la enseñanza, los recursos de los cuales disponen las instituciones educativas para facilitar la enseñanza y la actitudes y percepciones de los estudiantes, para así identificar todo aquello que interfiere en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Para llevar a cabo este proceso, se trabaja en la prueba, con preguntas de selección múltiple y preguntas abiertas con las cuales los estudiantes deben dar solución a problemas justificando un determinado planteamiento. Las herramientas (Ministerio de Educación Gobierno de Chile, 2004) utilizadas para la aplicación de la prueba y que permitieron obtener información sobre el desempeño de los estudiantes, fueron:

- La prueba de conocimientos y habilidades en el área aplicada a estudiantes, la cual estuvo compuesta por preguntas sobre contenidos específicos y habilidades en el área.
- El cuestionario del estudiante con el cual se indagó sobre los antecedentes familiares y personales, actitudes, intereses y motivaciones.
- El cuestionario del docente aplicado al mismo con el cual se obtuvo información acerca de la formación académica, prácticas pedagógicas, percepciones sobre los estudiantes y sobre la institución.
- El cuestionario de la institución aplicada al director de la misma, con la cual se indago acerca de la organización y recursos disponibles y acerca de la percepción del director sobre la institución, y en general información que permitió contextualizar el ambiente de aprendizaje de los estudiantes.
- El cuestionario del currículo de matemáticas aplicado al coordinador del estudio y a quienes diseñaron el currículo, y con el cual se obtuvo información acerca de las políticas nacionales respecto a la enseñanza de las matemáticas y la inclusión de contenidos sobre TIMSS 2003 en el currículo.

El TIMSS utiliza principalmente el currículo para ver cómo se brindan las oportunidades educativas a los estudiantes e identificar que afecta el aprovechamiento de esas oportunidades. De ese modo TIMSS propone medir tres aspectos fundamentales como son, el currículo prescrito o lo que la sociedad pretende que aprenda el estudiante y cómo se organiza el sistema educativo para facilitar ese aprendizaje; el currículo aplicado o más

precisamente el que se imparte en las aulas, quién lo aplica y cómo lo hace; y el currículo logrado o aquel que se evidencia en lo que saben y piensan los estudiantes sobre el área.

Esta prueba además presenta dominios de contenido que incluyen temas específicos del área, y para el caso de matemáticas se tuvieron en cuenta, los números, el álgebra, la medición, la geometría y los datos; para los dominios cognitivos que corresponden a las destrezas y habilidades que se asocian con los conocimientos concretos, se tuvo en cuenta el conocimiento de los hechos y procedimientos, la utilización de conceptos, la resolución de problemas habituales y el razonamiento. (Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa, 2007).

Colombia ha participado en las pruebas TIMSS en los años 1995 donde se evaluaron estudiantes de séptimo y octavo, y en el año 2007 donde se evaluaron estudiantes de grados cuarto y octavo, organización pensada y aplicada para el análisis planteado anteriormente donde se evalúa al estudiante en ciclos cuatrienales observando el progreso relativo entre grados.

Para el año 2003 solo se analizan los resultados de Chile y Japón como únicos participantes entre los países aquí mencionados. Entre los países participantes en TIMSS en el año 2007 y teniendo en cuenta los países nombrados en la presente investigación, se encuentran Colombia y Japón. Así que solo se podrá comparar el rendimiento y avance de Japón por ser el único participante en ambos ciclos de aplicación de la prueba. Además se podrá hacer la comparación de los resultados de Chile y Colombia con el resto de países, teniendo en cuenta la media internacional.

En el año 2007 se evaluaron aproximadamente cuatrocientos veinticinco mil estudiantes de cincuenta y nueve países y ocho entidades. (Secretaría de Educación nacional, internet). Para el caso de Colombia, se evaluaron para grado cuarto, cuatro mil ochocientos un estudiantes de ciento cuarenta y dos planteles públicos y privados de zonas rurales y urbanas. La aplicación de la prueba en Colombia permitió establecer avances en el área de matemáticas en el grado octavo, y las comparaciones que se hacen con estas pruebas a nivel internacional, permiten establecer qué tan distantes se encuentran los estudiantes de alcanzar niveles necesarios para el buen desempeño en un mundo que muestra cada vez más avances en la cultura, la informática, la comunicación, la política; una sociedad cada vez más civilizada, con distintas necesidades.

Los resultados de las pruebas TIMSS se expresan en puntajes promedio y en niveles de desempeño, los cuales se definen según criterios sobre lo que deben saber los estudiantes, qué comprenden y qué son capaces de hacer. TIMSS estableció un promedio de quinientos puntos a partir del cual se ordenaron los países. Se ha establecido puntos de corte en los puntajes, que separa a los estudiantes en cuatro niveles de logro, de acuerdo a lo que saben o pueden hacer en el área de matemáticas. Así, los estudiantes que obtienen puntajes entre 400 y 474 se ubican en el nivel bajo, los que alcanzan el nivel intermedio están entre 475 y 549, los que alcanzan el nivel alto se ubican entre 550 y 624 y los que obtienen puntajes desde 625 en adelante se ubican en el nivel avanzado. Así como hay estudiantes que obtienen más de 625 puntos hay estudiantes que no alcanzan 400 puntos, pero este nivel no es descrito en el reporte internacional, simplemente se menciona como inferior y en todos los países hay estudiantes en este. (Ministerio de Educación Gobierno de

Chile, 2004). A continuación se describe por porcentajes, los estudiantes chilenos que alcanzan cada nivel de logro de matemáticas; en el nivel inferior o que se ubican por debajo del nivel bajo, se encuentra el 59% de los estudiantes, en el nivel bajo se ubica el 26%, en el intermedio el 12%, en el alto el 3% y en el avanzado el 0%. (p. 47)

Para el caso de TIMSS en el año 2007, los estudiantes de los países asiáticos, entre ellos Japón, tuvieron promedios más altos, mientras que Colombia acompañado de otros países se ubico por debajo del promedio establecido por el TIMSS. Indudablemente se deben pensar estrategias para la enseñanza en el intento por mejorar los promedios y más precisamente los desempeños de los estudiantes pues aun son bajos, pero “...en Colombia se registraron avances muy importantes entre 1995 y 2007. En 8° grado el promedio de nuestro país subió 20 puntos en matemáticas...” (Secretaria de Educación nacional, internet, p. 7). En los resultados de la prueba en el año 2007, el promedio de Colombia para los estudiantes de grado cuarto fue de 355 ocupando el trigésimo lugar y en Japón fue de 568 ocupando el cuarto lugar. Se menciona de igual manera que países como Ucrania y Argelia con niveles de desarrollo económico similares al colombiano, obtuvieron promedios superiores a los de nuestro país. (p. 8). Mientras que en países asiáticos el 40% de los estudiantes de grado tercero en matemáticas alcanzaron niveles avanzados de desempeño, en Colombia solo el 2% llegó al nivel alto, el 7% al nivel medio y el 69% no alcanzo el nivel mínimo.

En los resultados por género no hubo diferencias considerables entre los países presentados, pero en Colombia se registraron en matemáticas los niños con un promedio de 364 y el de las niñas de 347, registros consistentes con los presentados en PISA y SERCE.

Entre los factores que inciden en los resultados de TIMSS 2007 y que aporta información para la orientación, diseño y ejecución de procesos de mejoramiento, se identificaron algunos relativos al entorno familiar de los estudiantes, como por ejemplo que los padres hayan culminado los estudios en la educación superior, deja ver resultados con un promedio de 455 frente a estudiantes cuyos padres no los culminaron con un promedio de 394, tener libros de consulta en el hogar y medios tecnológicos como un computador y acceso a internet son otros factores influyentes en los resultados de las pruebas; otro factor influyente se refiere al contexto escolar, como por ejemplo, que rectores y docentes tengan una percepción positiva sobre el clima escolar, la satisfacción con el trabajo y las altas expectativas sobre los logros de sus estudiantes. La asistencia regular a las clases, la disponibilidad de los recursos para la enseñanza y en general un buen clima escolar son factores altamente relacionados con los buenos resultados de los estudiantes. En Colombia, solo el 9% de los docentes en el área de matemáticas reportó tener los recursos suficientes para la realización de sus clases, esto equivale al 60% de los estudiantes que presentaron la prueba, los cuales obtuvieron un promedio de 441, que comparado con el promedio de docentes que informaron no contar con recursos, valga decir, 40% de los estudiantes que presentaron la prueba fue de 330.

A nivel internacional, los estudiantes con actitudes positivas hacia las matemáticas obtienen puntajes más altos. Aunque en Colombia no es significativo, se observa en matemáticas que el 69% de los estudiantes que manifiestan una actitud positiva frente al área obtuvo un promedio de 385, y quienes manifestaron lo contrario tuvieron 380 puntos.

(Secretaría de Educación nacional, internet, p. 10). Aunque valorar el área de manera positiva, facilita los aprendizajes, no será suficiente para lograr buenos promedios.

Es muy importante mencionar que cuanto más y mejor formación reciben los docentes, más altos son los promedios de los estudiantes. En Colombia, más de las tres cuartas partes de los docentes tienen educación superior, lo que permite ver que existe el talento humano preparado para enseñar y cuando se hace un trabajo conjunto con otros docentes al menos una vez por semana, el promedio de los estudiantes aumenta.

Para el año 2003 se observa en la presentación de las pruebas que en Chile se presentaron solamente los estudiantes de grado octavo y de igual manera analizaremos sus desempeños. La muestra de los estudiantes en Chile estuvo compuesta por seis mil trescientos setenta y siete estudiantes seleccionados de un curso de octavo grado de cada una de las ciento noventa y cinco instituciones de todo el país. Los resultados expresan grandes diferencias en los logros de los estudiantes de los distintos países; la media internacional en la prueba de matemáticas es de 467 puntos. Treinta países lograron resultados superiores al de la media internacional, entre ellos Japón con 570 puntos en el quinto lugar. El resultado de 19 países es inferior al de la media internacional y entre estos se encuentra Chile con 387 puntos en el treceavo lugar por debajo de la media.

Además de analizar promedios en los resultados de los estudiantes vistos desde diferentes contextos y condiciones que permiten el desarrollo de aprendizajes, según el género, los recursos a los cuales los estudiantes tienen acceso, el clima escolar, la asistencia a las clases y la seguridad de los estudiantes en la escuela; se analiza también el índice de excelencia en el área, el tiempo de enseñanza dedicado a las matemáticas y la distribución

del tiempo en la realización de distintas actividades. En el primer caso, se observa (Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa, 2007) el índice de excelencia de Japón en 20 puntos ocupando el quinto lugar, mientras que Chile tiene cero puntos ocupando el lugar veintinueve por debajo de la media internacional que es de 7 puntos; el tiempo de enseñanza que se dedica a las matemáticas dado por la media de horas al año (p. 9), para el caso de Japón es mucho menor que el tiempo dedicado en Chile, ya que teniendo en cuenta que la media internacional es de 123, Chile tiene un promedio de 160, mientras que Japón tiene 107. Así, concluimos que Japón usa menos tiempo al año para la enseñanza de las matemáticas que Chile y los resultados son más altos en Japón. Por otra parte, hay distintas actividades a las cuales los estudiantes dedican tiempo en clase de matemáticas, estas actividades son, escuchar explicaciones magistrales, resolver problemas con ayuda, escuchar el repaso de contenidos, hacer exámenes o controles, gestionar el orden de la clase, resolver problemas sin ayuda, entre otras.

Ahora, analizando y comparando los resultados de Chile en TIMSS 2003 a partir de los factores más relacionados con el rendimiento de los estudiantes, se escogieron en primer lugar, los países con el PIB (producto interno bruto) similar al de Chile y los países con el rendimiento similar al de Chile en matemáticas. Entonces se encontró (Ministerio de Educación Gobierno de Chile, 2004) que, Malasia y Letonia son países con el PIB similar y Hong Kong, Noruega y Australia los países con mayor PIB de su continente (p. 16). Filipinas con aproximadamente la mitad del PIB de Malasia tiene un rendimiento similar al de Chile en matemáticas.

De los datos expuestos por el Gobierno de Chile, se tienen algunas conclusiones puntuales e importantes para el avance en el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas. Hay una necesidad ineludible de hacer trabajo dirigido hacia los profesores donde participe el Ministerio de Educación, las universidades, los centros formadores de profesores, entre otros, y se proponen algunos temas importantes a tener en cuenta, por ejemplo, profundizar en la formación inicial y en la capacitación de docentes en el área de matemáticas, enfatizando en las subáreas de mayor debilidad, tales como geometría y álgebra y que incluyan el énfasis en el currículo nacional. Será importante de igual manera la exigencia de una especialización en el área para los profesores de educación básica, aumentar el número de profesores jóvenes pensando en la calidad y cantidad de docentes para las generaciones futuras y buscar formas alternativas de requisitos para ejercer como docente.

1.2.2 Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA)

PISA es una prueba que estudia una gama amplia de resultados, evaluando los conocimientos y habilidades adquiridos en el proceso de enseñanza y que son necesarios para la participación en la sociedad (OCDE, PISA en español, internet). PISA brinda un informe acerca del rendimiento y los desempeños de los estudiantes de 15 años de los países participantes, en las áreas de ciencias, lectura y matemáticas, independientemente del año lectivo que estén cursando. Es una prueba que se aplica por la OCDE (Organización para la cooperación y desarrollo económico) cada tres años y en cada ciclo de aplicación

pone el énfasis en una de las áreas evaluadas. Para el caso del presente trabajo de investigación monográfico, se analizarán los resultados de las pruebas aplicadas en matemáticas en los años 2003, 2006 y 2009, en los cuales se dio énfasis al área de matemáticas, ciencias y lectura respectivamente. Así que se obtendrá mayor información en el área de matemáticas en el año 2003, donde la resolución de problemas fue un área temática especial. En este año con las pruebas PISA se incluyó la evaluación acerca de la motivación de los estudiantes, sus opiniones sobre sí mismos y las estrategias de aprendizaje que utilizan, así como la comprensión de factores que intervienen en el desarrollo del conocimiento dentro y fuera del aula, la relación entre ellos y su impacto en la elaboración de las políticas educativas.

En la presentación de las pruebas PISA han participado todos los países miembros de la OCDE así como también algunos asociados, y los estudiantes que participaron fueron seleccionados por medio de una muestra aleatoria de escuelas públicas y privadas, eligiéndose aquellos que están entre los 15 años y tres meses y 16 años y dos meses de edad, así que no se tiene en cuenta el grado de escolaridad en el que se encuentren. Para llevar a cabo la evaluación se aplican pruebas en lápiz y papel y cuestionarios sobre su vida personal y familiar, al mismo tiempo los directores presentan pruebas y cuestionarios sobre ellos mismos y las escuelas a su cargo. Por medio de la aplicación de estas pruebas, PISA hace un seguimiento del rendimiento de los estudiantes y profundiza en las evaluaciones futuras por medio de mejores formas de seguimiento del progreso de los estudiantes y de comparaciones e instrucción. (OCDE, PISA en español, internet).

Con esta prueba al igual que las de los años anteriormente descritos, se recoge información durante dos horas y media, con preguntas de selección múltiple y preguntas abiertas que contienen pasajes escritos y gráficas que plantean situaciones reales. Se indaga a los estudiantes y a los directores de las instituciones, acerca de las instituciones de los docentes, de la infraestructura y en general aspectos socioeconómicos y percepciones del entorno.

En PISA 2003 participaron 41 países. De los citados en este trabajo de investigación monográfico fueron evaluados, Uruguay, Finlandia y Japón. En los ciclos de aplicación de PISA de los años 2006 y 2009 participaron 57 y 65 países respectivamente, entre los cuales están para ambos ciclos de aplicación, Uruguay, Argentina, Chile, Colombia, Finlandia y Japón; los únicos países que no participaron en ningún ciclo de aplicación fueron Bolivia y Venezuela.

El estudio PISA 2003 (OCDE, 2004) no consideró los conocimientos del estudiante de manera aislada es decir, se busca relacionar la capacidad para reflexionar sobre los conocimientos y las experiencias, aplicadas a la vida real y cotidiana, y lo que más relevancia tiene es la comprensión de conceptos y la capacidad de actuar en diversas situaciones; además los estudiantes evalúan sus propias formas de aprendizaje. En esta prueba se amplía mucho más la evaluación de competencias del estudiante y su capacidad para solucionar problemas, se establece un conocimiento más detallado del rendimiento escolar en matemáticas, se profundiza en el examen de las competencias transversales, se introduce nueva información acerca del contexto de los estudiantes y las instituciones, se compara los cambios a lo largo del tiempo haciendo seguimiento en los conocimientos y

habilidades de los estudiantes. En esta prueba se utilizaron 85 ejercicios de matemáticas y se presentaron divididos en cuatro grupos, en bloques de media hora de duración, así la prueba de matemáticas duró dos horas.

Para la evaluación de los estudiantes en PISA 2003 se establecen seis niveles de rendimiento y una desviación estándar de 500 puntos. En Japón, más del 10% de los estudiantes alcanza el nivel 6, pero en Uruguay el nivel 6 es alcanzado solo por el 1%. La cuarta parte de los estudiantes en Uruguay no alcanza el nivel 2. Se establecen también diferentes áreas de contenido de matemáticas como son, “espacio y forma” en el cual se destaca Japón con las puntuaciones medias de la escala así: 553, 536, 527 y 528; “cambio y relaciones”, donde se destacó con sus puntajes Francia; otra área llamada de “contenido” fue la de cantidad donde se destacó Finlandia con las puntuaciones medias de la escala así: 539, 543, 549 y 545; en el área o escala “incertidumbre” los estudiantes obtienen mejores resultados y se destacan Grecia, Islandia, Irlanda, Nueva Zelanda y Noruega. Los resultados del rendimiento en las cuatro áreas de contenido se exponen en una escala combinada (OCDE, 2004, p. 91) en la cual se evidencia que países miembros de la OCDE para el caso de este trabajo, Finlandia y Japón, la tercera parte de los estudiantes alcanzan los tres primeros niveles y la mitad de los estudiantes de Finlandia alcanzan el rendimiento del nivel 4, mientras que Uruguay difícilmente alcanza a llegar al nivel 3.

En cuanto al análisis que se hace sobre las diferencias por género en el rendimiento de los estudiantes en matemáticas, según las escalas o áreas de contenido, se observa que en Uruguay los niños obtienen mejores resultados que las niñas, y en Japón y Finlandia también sobresale el género masculino pero estadísticamente no son significativas. Entre

las comparaciones más importantes a tener en cuenta para observar los resultados de los sistemas educativos en el rendimiento de los estudiantes, se menciona (OCDE, 2004, p. 99) que el entorno socioeconómico en el cual se encuentran los estudiantes es un factor de varianza entre los resultados de uno y otro país. Los recursos que se destinan a la educación varían dependiendo del desarrollo del país y de su relativa prosperidad; PISA evalúa estos factores presentando la relación entre la renta nacional en términos del PIB (producto interno bruto) y el rendimiento medio en matemáticas de los estudiantes. Japón y Finlandia obtienen resultados por encima de 500 puntos en el rendimiento en la escala de matemáticas y hacen una inversión entre los 25.000 y 30.000 dólares estadounidenses, cabe aclarar que hay países que hacen una inversión alta en educación y aun así no obtienen buenos resultados en las pruebas u otros que invierten mucho menos y obtienen puntajes altos en su rendimiento. (Obsérvese gráfico, OCDE, 2004, p. 100)

Resulta importante para el futuro éxito del país y de los individuos que sea consistente el conocimiento y las habilidades adquiridas en la escuela y que se permita crecer y mejorar en el rendimiento académico a personas adultas, es por eso que PISA con sus resultados pone alarmas a los países con bajos rendimientos, sugiere estrategias de mejoramiento e invita a países con altos rendimientos a mantenerse e incluso mejorar sus resultados.

Entre los resultados de PISA 2003 se menciona que el interés de los estudiantes por aprender matemáticas o por temas relacionados, es importante y se ve reflejado en los resultados de las pruebas, sin embargo para Finlandia y Japón el porcentaje de estudiantes que disfrutan y se interesan por las matemáticas es bajo y aun así obtienen buenos

resultados, de igual manera este debe seguir siendo un objetivo importante para las instituciones educativas. Entre otros factores influyentes en los resultados de las pruebas se encuentran aspectos como la actitud de los estudiantes hacia la escuela, hacia los docentes, lo que piensan del futuro, lo que piensan de sí mismos y su auto concepto de las matemáticas y de su capacidad de superar las dificultades en el área, entre otros aspectos. El nivel de estrés y angustia en Japón es más alto a diferencia de Finlandia y se nota mayor porcentaje de ansiedad en las niñas que en los niños; los estudiantes sienten más preocupación por obtener bajas notas y aun así, ambos países obtienen puntajes altos en el rendimiento en matemáticas.

La evaluación PISA 2006 propone seis niveles de rendimiento para medir la competencia en matemáticas y sitúa la media global en 498 con una desviación típica de 91,5. Por medio de los niveles se describe el grado de competencia alcanzado por los estudiantes y de igual manera se establece un nivel inferior al primer nivel donde se ubican los estudiantes que no alcanzan esta puntuación. En el conjunto de países analizados hay un grupo de estudiantes que no logra realizar tareas del nivel más bajo, este equivale a un poco más de un millón de estudiantes.

Proponer estos niveles permite asignar a cada estudiante una puntuación según los ítems respondidos correctamente y además describe el tipo de tareas que es capaz de realizaren cada nivel. A partir de la puntuación obtenida por los estudiantes en cada ítem, se construyen los niveles en orden ascendente de dificultad y teniendo en cuenta que entre cada nivel habrá una distancia de 62 puntos.

Para que cada estudiante alcance la puntuación en cada uno de los niveles se identifican unas habilidades y competencias matemáticas necesarias. A continuación se define y describe cada uno de los niveles:

En el nivel 6 se ubican los estudiantes con más de 669,3 puntos, que muestran ser competentes aplicando sus conocimientos y llevando a cabo pensamientos y razonamientos matemáticos avanzados (OCDE, 2008), además mostrando dominio en el manejo de operaciones y relaciones matemáticas en el desarrollo de nuevas estrategias para afrontar diversas situaciones. En este nivel los estudiantes están en la capacidad de comunicar y formular sus pensamientos, reflexiones y actos, interpreta y argumenta adecuando cada situación a la cotidianidad. Un 6% de los estudiantes de Finlandia llegan a este nivel, mientras que en Argentina, solo el 0,1% de los estudiantes que llegan a este nivel y en Colombia, menos del 0,1% alcanzan a llegar a este nivel.

En el nivel 5 donde las puntuaciones son superiores a 607,0 puntos e inferiores a iguales a 669,3 puntos, los estudiantes pueden desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, seleccionan, comparan y evalúan estrategias para la solución de un problema, trabajan estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento, representaciones, caracterizaciones e intuiciones relativas en distintas situaciones. El 20% de los estudiantes de Finlandia alcanza los niveles 5 o 6, mientras que en Argentina solo un 0,9% de los estudiantes alcanza ese nivel, entonces en total, solamente el 1% de los estudiantes alcanza los niveles 5 y 6.

En el nivel 4, donde las puntuaciones son superiores a 544,7 e inferiores o iguales a 607,0 puntos, los estudiantes pueden trabajar eficazmente con modelos explícitos en el

desarrollo de situaciones complejas concretas, son capaces de seleccionar e integrar distintas situaciones con la vida real, utilizan habilidades y razonan con perspicacia y de forma flexible. Para el caso de Finlandia, la mayoría de los estudiantes se encuentran en este nivel. Japón tiene más del 40% de los estudiantes en este nivel y Argentina en los tres niveles, enténdase por nivel 4, 5 y 6, alcanzan solamente el 4,8%, eso significa que menos de uno de cada veinte estudiantes llegó a los tres niveles superiores.

En el nivel 3, donde las puntuaciones son superiores a 482,4 pero inferiores o iguales a 544,7 puntos, los estudiantes pueden llevar a cabo procedimientos descritos de forma clara y aquellos donde deben tomar decisiones y seguir secuencias, pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas simples, saben interpretar y usan representaciones a partir de distinta información, elaboran escritos cortos donde presentan interpretaciones, razonamientos y resultados. En Japón y Finlandia, más del 67% de los estudiantes son competentes al menos en este nivel, y en Argentina para los cuatro niveles, enténdase por nivel 3, 4, 5 y 6 lo alcanzan solo el 15,4% de los estudiantes, lo que permite ver que un 84,6% se ubica en las últimas categorías.

En el nivel 2 donde las puntuaciones son superiores a 420,1 e inferiores o iguales a 482,4 puntos, los estudiantes saben interpretar y reconocen situaciones en contextos donde solo se requiere una inferencia directa, usan una sola fuente para extraer información y usan un único modelo de representación, emplean convenciones, algoritmos, formulas y procedimientos elementales, tienen la capacidad de razonar e interpretar sus resultados, en este nivel los estudiantes apenas empiezan a demostrar las habilidades de conocimiento necesarias para usar las matemáticas, y se consideran habilidades elementales en el empleo

futuro de las matemáticas. En Finlandia, el 90% de los estudiantes se encuentra en este nivel o por encima de él, y en Argentina el 35,9% lo alcanza.

En el nivel 1, donde las puntuaciones son superiores a 357,8 e inferiores o iguales a 420,1 puntos o inferior, los estudiantes saben responder preguntas relacionadas con contextos conocidos, que presenta toda la información necesaria y las preguntas están bien definidas y claras, son capaces de identificar información y llevar a cabo procedimientos de rutina con instrucciones directas, hacen deducciones y acciones obvias de estímulos presentados. Para el nivel por debajo de 357,8 puntos, se menciona que (OCDE, 2008) son estudiantes que no son capaces de resolver el tipo de matemáticas más básicas aplicadas por PISA. Los estudiantes por debajo del nivel 1 tendrán más dificultades para usar las matemáticas como instrumento en situaciones cotidianas y lo largo de sus vidas. En Finlandia, menos del 10% de los estudiantes se encuentra en el nivel 1 o inferior, mientras que en Argentina el 64,1% de los estudiantes se ubica en este nivel, esto es, dos de cada tres estudiantes.

En la participación de Colombia, Uruguay, Argentina y Chile en PISA 2006, se observó que los resultados obtenidos se ubican por debajo del promedio internacional, no solo en matemáticas sino también en ciencias y en lectura. En Colombia el mejor resultado fue en lectura y sin embargo se ubica por debajo del promedio. (Reporte del centro virtual de noticias de la educación, Ministerio de Educación Nacional, 2008)

Con los resultados de PISA 2009, donde el enfoque fue en lectura, se pueden obtener diferencias entre los resultados en matemáticas de cada ciclo de aplicación, observando el avance en el aprendizaje y más específicamente en la enseñanza de las matemáticas. En

este ciclo de aplicación participaron 65 países de los cuales, 34 son miembros de la OCDE y 31 son países asociados.

Uno de los intereses más importantes para PISA a nivel general de las pruebas, es el enlace entre lo que aprenden los estudiantes en la escuela y los aprendizajes a largo plazo y es por esta razón que se evalúan competencias de los currículos, de los estudiantes y de sus motivaciones percepciones de sí mismos y del contexto y, de sus estrategias de aprendizaje.

La prueba aplicada en 2009 se completó con un cuestionario sobre el uso del computador y las TIC (Tecnologías de la información y la Comunicación) asumido por 19 países y completado por 17 de ellos. Observaremos a continuación los resultados globales y niveles de rendimiento y un análisis comparativo de los promedios de los estudiantes.

En la evaluación PISA 2009 se observó en los resultados en matemáticas entre los países miembros de la OECD, Finlandia y Japón tuvieron desempeños significativamente por encima del promedio de la OECD (OECD, 2010).

En promedio, entre los países miembros de la OECD, entre los que están Finlandia y Japón, la diferencia de género entre los estudiantes con mejores rendimientos es significativa en el área de matemáticas con un 3,4% en el grupo de las niñas y un 6,6% en el grupo de los niños.

En la comparación de desempeño entre los países y economías se tienen los siguientes resultados, con un promedio de la OECD de 496 puntos:

Con puntajes estadísticamente significativos por encima del promedio de la OECD, Finlandia y Japón tienen promedios de 541 y 529 respectivamente. Argentina con un promedio de 388, Colombia con un promedio de 381, Uruguay con un promedio de 427 y

Chile con 421, muestran resultados estadísticamente significativos por debajo del promedio de la OECD. En general, el desempeño de los países miembros en el área de matemáticas no cambio en gran porcentaje entre el 2003 y el 2009. El porcentaje de estudiantes de más alto desempeño en matemáticas en los países de la OECD decreció ligeramente de 14,7% en 2003 al 13,4% en el 2009. (OECD, 2010).

1.2.3 Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE)

Los países latinoamericanos han logrado (LLECE, 2008) importantes avances en la educación en los últimos años, como ampliar la duración de la educación obligatoria, aumentar la cobertura del sistema, diseñar nuevos currículos, dotar de materiales y de infraestructura escolar e invertir en la formación de los docentes. Aun así los problemas persisten y los resultados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son insuficientes y no se ha logrado un cambio significativo hacia el mejoramiento. Como muestra de ello se analizan los resultados en las pruebas internacionales aplicadas en distintos países, con las cuales se pudo observar algunas diferencias que podrán analizarse con la información que se brinda a continuación. Es importante hacer comparaciones con otros países pues nos permite conocer qué tan distantes estamos de alcanzar los niveles necesarios para que los estudiantes se desempeñen con éxito en un mundo cada vez más globalizado.

La oficina regional de la UNESCO para América Latina y el Caribe, plantea un concepto de calidad vista la educación como un derecho de la humanidad que incluye cinco dimensiones: la relevancia, la pertinencia, la equidad, la eficacia y la eficiencia. De manera

que se consideren las necesidades de las personas y sociedades, que el aprendizaje sea significativo, que se ofrezcan recursos para la igualdad de condiciones en el acceso a la educación, que se alcancen los propósitos o metas propuestas y se utilicen los recursos adecuadamente.

En adelante se usara el término calidad, como es aclarado en el documento del LLECE (2009) sobre las pruebas SERCE:

Cuando se habla de calidad de la educación matemática de nuestros estudiantes, la palabra de orden es “comprender” cuáles son las herramientas necesarias para resolver ciertos problemas y distinguirlos de otros, en cuya solución se emplean otras herramientas. Comprender también que pueden variar los procedimientos y, sin embargo, ser válidos; que los problemas pueden presentar datos de más, o de menos; que pueden tener una, ninguna o varias soluciones posibles; que cada uno tiene la posibilidad de buscar, crear y validar su propio procedimiento. Comprender, en definitiva, que no todo “está hecho”. (p. 11)

En la evaluación SERCE 2006, según los datos emitido en (LLECE, 2008), se evaluaron 3.065 escuelas con un total de 4.627 aulas de grado tercero de primaria y 4.227 aulas de grado sexto, con 100.752 y 95.288 estudiantes respectivamente. Con la aplicación de la prueba se recogió información acerca del contexto familiar, personal socio-demográfico y de los procesos dinámicos y escolares no solo de los estudiantes sino también de los docentes y directivos.

A continuación se describe los objetivos de cada material utilizado para la presentación de la prueba y la recolección de información del SERCE.

Para el estudiante (LLECE, 2008) se utilizo un cuestionario para indagar aspectos del entorno familiar y socio-cultural, la dinámica e interacción en el aula, la satisfacción con la escuela, con los compañeros y los docentes, entre otros.

Para los docentes se uso también un cuestionario para indagar aspectos socio-demográficos, formación profesional, condiciones laborales satisfacción con la institución, experiencia docente, entre otros. Y un cuestionario acerca de la enseñanza con el cual se profundizo en las practicas pedagógicas en el grado y área correspondiente, gestión del tiempo, disponibilidad de recursos, expectativas con los estudiantes, tipo de actividades, implementación curricular, estrategias de evaluación, entre otras.

A los directores se aplico un cuestionario cuyo objetivo se centro en recoger información referida a sus características personales, formación y experiencia profesional, modelo de gestión utilizado en la dirección, expectativas, satisfacción con la escuela y sus miembros, además de otros aspectos del ámbito escolar. Y una ficha llamada de empadronamiento con la cual se recopiló información sobre la localización, equipamiento e infraestructura de la escuela.

A los padres de familia se aplico un cuestionario para indagar sobre características socio-demográficas de la familia, además de la disponibilidad de servicios y recursos en el hogar, la participación y apoyo en el proceso de educación de los hijos y satisfacción con la escuela, entre otros.

Con la presentación de la prueba se busca obtener resultados del desempeño de los estudiantes, las puntuaciones medias y su variabilidad por país, según las áreas y los grados, y las relaciones entre el promedio de puntajes por cada individuo e índice de desigualdad de Gini, que generalmente se utiliza para medir la desigualdad en los ingresos. La aplicación de la prueba SERCE también arroja resultados del porcentaje de estudiantes con perfiles de rendimiento similar en cada país. Para su elaboración y aplicación se hizo

un análisis curricular con el cual se identificaron contenidos comunes, enfoques a partir de los cuales los países evalúan el desempeño de los estudiantes y la forma en que se organizan. Uno de los enfoques más importantes llamado “enfoque de habilidades” intenta establecer en los estudiantes de Latinoamérica los principios, destrezas, valores y actitudes que deberían aprender y desarrollar como individuos y ciudadanos. Esto incluye tomar decisiones, resolver problemas, enfrentar distintas situaciones del diario vivir, defender y argumentar su opinión. Tener en cuenta todos estos aspectos en el diseño de las pruebas es un reto a la búsqueda de éxito en el desarrollo de los conocimientos y el desafío a brindar espacios y aprendizajes que permitan mejorar la calidad de vida social y personal de los estudiantes.

En la prueba SERCE se incluyeron preguntas abiertas para dar la oportunidad al estudiante de construir su respuesta y a partir de allí se analizaron las estrategias aplicadas, el grado de apropiación de actitudes, procedimientos y valores. Algunas de las preguntas contienen textos escritos y otras, muestran información en tablas y graficas, presentando también situaciones cotidianas en las que comúnmente se desenvuelve el estudiante, para observar desde aquí, la utilidad que este le da a los aprendizajes. Para evaluar lo que saben los estudiantes, se tuvo en cuenta los saberes específicos de cada área y los procesos cognitivos u operaciones mentales que realiza el estudiante en el establecimiento y reconocimiento de las relaciones entre objetos, elementos, situaciones y fenómenos. Puntualmente se estableció tres niveles implicados en los procesos cognitivos en la evaluación, mencionados así (LLECE, 2009): “Reconocimiento de objetos y elementos, solución de problemas simples y solución de problemas complejos” (p. 18)

Los porcentajes de estudiantes con respuestas correctas para el área de matemáticas del grado tercero por cada uno de los procesos cognitivos y por país se muestra (p. 25) en detalle en el documento del LLECE (2009). Para el caso de los países aquí analizados, se muestran los resultados en el mismo orden, así:

Para Argentina 54.24%, 41.89% y 40.14%

Para Colombia 52.94%, 39.14% y 39.39%

Para Chile 60.81%, 45.80% y 44.23%

Para Uruguay 56.16%, 47.73% y 49.14%

Por región y por proceso cognitivo los porcentajes fueron 52.94%, 41.29% y 42.14% respectivamente. En una relación del 100% resulta poco satisfactorio ver los resultados de la región pero se debe considerar la dificultad y diversidad de condiciones en la enseñanza.

Los dominios conceptuales y procesos implicados en la prueba SERCE de matemáticas se establecen (LLECE, 2008) así:

Dominios numérico, geométrico, de la medición, estadístico o del tratamiento de la información y variacional o de cambio, los cuales incluyen los procesos de reconocimiento de objetos y elementos, la solución de problemas simples y la solución de problemas complejos. Para presentar los resultados de la prueba sin que signifique aprobar o no aprobar, se sacan las puntuaciones promedio y variabilidad para cada país con una escala arbitraria de media 500 y 100 de desviación estándar. Esto se hace por grado y por área evaluada. Los niveles de desempeño clasifican a los estudiantes por lo que son capaces de hacer, además se comparan según el contexto en el que se desenvuelven sea urbano o rural y por el género. Se tiene en cuenta la relación entre los resultados de aprendizaje y el PIB

(Producto Interno Bruto) de cada país y la distribución del ingreso, usando el índice de Gini.

El promedio de las puntuaciones en matemáticas de los estudiantes de tercero, teniendo en cuenta la media y la desviación estándar se presenta así (LLECE, 2009):

Para Argentina el puntaje promedio fue de 505,36.

Para Chile el puntaje promedio fue de 529,46

Para Colombia el puntaje promedio fue de 499,35

Para Uruguay el puntaje promedio fue de 538,53

Para cada dominio evaluado en el área de matemáticas, se muestra el porcentaje de estudiantes con respuestas correctas en el grado tercero por cada país, estos resultados pueden verse gráficamente en el documento del LLECE (2009) en las páginas 22, 23 y 24.

Observando los resultados presentados por la OREALC de la UNESCO y la LLECE (2008), en el área de matemáticas, según se plantea se encuentran diferencias importantes entre los países. “En efecto, existe una diferencia mayor a 250 puntos entre las naciones que se encuentran en el extremo superior e inferior de rendimiento, lo que equivale a más de 2,5 desviaciones estándar.” (p. 21). De igual manera, si se compara entre el segundo y el penúltimo país, la diferencia es más o menos de una desviación estándar, entonces se concluye que entre los países que no están en los extremos de rendimiento hay mayor homogeneidad.

En el análisis de los resultados y teniendo en cuenta solamente los países analizados para este trabajo de investigación monográfico, se describe a continuación la clasificación hecha por el LLECE (2008) de acuerdo a la diferencia con el promedio de los países:

Países con puntuaciones medias superiores al promedio de la región, pero menores que una desviación estándar: Chile, Costa Rica, México y Uruguay, junto con el estado mexicano de Nuevo León.

• Países iguales al promedio, es decir, sin diferencias estadísticamente significativas con él: Argentina, Brasil y Colombia forman este grupo (p. 21)

Los promedios y variabilidad de las puntuaciones en matemáticas en las pruebas SERCE pueden verse en el documento del LLECE 2008 (p. 22). En cuanto a la descripción de los niveles de desempeño de los estudiantes de tercer grado de primaria en matemáticas, para el cuarto nivel se plantea:

-Reconocen la regla de formación de una secuencia numérica e identifican su enunciado.

-Resuelven situaciones problemáticas en el campo multiplicativo que involucran una incógnita en uno de los factores o que requieren aplicar equivalencia entre medidas usuales de longitud.

-Los estudiantes identifican un elemento en un plano bidimensional y las propiedades de los lados de un cuadrado o rectángulo para resolver un problema. (p. 23)

Se observa según los datos arrojados que en este cuarto nivel se encuentra el 11,23% de los estudiantes.

En el nivel tercero se menciona:

-Resuelven problemas en el campo multiplicativo o que incluyen una ecuación aditiva o que requieren dos operaciones.

-Resuelven problemas en el campo aditivo con unidades de medida y sus equivalencias o que incluyen fracciones usuales.

-Reconocen la regla de formación de una secuencia gráfica o numérica aditiva para poder continuarla.

-Los alumnos identifican elementos de figuras geométricas no usuales e interpretan distintos tipos de gráficos para extraer información y resolver problemas que implican operar con los datos. (p. 23)

Se observa según los datos que en este tercer nivel se encuentra el 14,30% de los estudiantes.

En el nivel segundo, donde:

- Los estudiantes reconocen la organización decimal y posicional del sistema de numeración y los elementos de figuras geométricas.*
- Identifican un recorrido en un plano y la unidad de medida o el instrumento más apropiado para medir un atributo de un objeto conocido.*
- Interpretan tablas y cuadros para extraer información y comparar datos.*
- Resuelven problemas en el campo aditivo o que requieren una multiplicación con sentido de proporcionalidad en el campo de los números naturales. (p.23)*

Se encuentra en este nivel el 28,26% de los estudiantes.

En el primer nivel, se menciona:

-Los alumnos reconocen la relación de orden entre números naturales y las figuras geométricas usuales de dos dimensiones en dibujos simples.

-Localizan posiciones relativas de un objeto en una representación espacial.

-Interpretan tablas y gráficos para extraer información directa.” (p. 23). Y se encuentra el 36,03% de los estudiantes.

Por debajo del primer nivel, donde “Los estudiantes en este nivel no son capaces de lograr las habilidades exigidas por el nivel I” (p. 23), se encuentra el 10,19% de los estudiantes.

Este porcentaje de estudiantes requiere atención urgente y adecuada, ya que sus niveles de aprendizaje son muy bajos. Entre otras observaciones se menciona:

En Chile, Costa Rica, México, Uruguay y Nuevo León, más de un tercio de sus alumnos se ubica en los Niveles III y IV. Una cuarta parte de los estudiantes de Brasil y Argentina se ubican en los niveles III y IV. En el resto de los países menos de la cuarta parte de los estudiantes alcanzan los niveles III y IV. (p. 24)

Teniendo en cuenta solamente los países aquí analizados, se encontró los siguientes datos de los porcentajes de estudiantes de tercero de primaria por nivel de desempeño en matemáticas en cada país.

Argentina tiene su mayor porcentaje en el primer nivel con un 32,77% de los estudiantes, un 31,13% en el segundo nivel, un 15,17% en el tercer nivel y solo el 10,47% en el cuarto nivel. Por debajo del primer nivel hay un 10,46% de los estudiantes.

Chile tiene su mayor porcentaje en el segundo nivel con un 33,60% de los estudiantes, un 27,90% en el primer nivel, un 19,37% en el tercer nivel y un 14,02% en el cuarto nivel. Por debajo del primer nivel hay un 5,10% de los estudiantes, un porcentaje menor que el de Argentina.

Colombia tiene su mayor porcentaje en el primer nivel con un 38,60% de los estudiantes, un 33,19% en el segundo nivel, un 12,97% en el tercer nivel y solo el 6,67% en el cuarto nivel. Por debajo del primer nivel hay un 8,57% de los estudiantes.

Uruguay tiene su mayor porcentaje en el segundo nivel con un 30,03% de los estudiantes, un 25,95% en el primer nivel, un 19,29% en el tercer nivel y un 18,95% en el cuarto nivel. Por debajo del primer nivel hay un 5,78% de los estudiantes.

Para hacer comparaciones con el resto de los países latinoamericanos que participaron en la evaluación SERCE, se puede observar el cuadro de porcentajes del documento del LLECE del año 2008 (p. 24). Vale la pena aclarar que, para el caso del presente trabajo de investigación monográfico, hacen falta Venezuela y Bolivia puesto que no participaron en la prueba SERCE.

Una importante observación que se hace al respecto de las diferencias en el desempeño de los estudiantes, tiene que ver con el lugar donde se encuentre la escuela, ya que los estudiantes que asisten a escuelas rurales obtienen desempeños más bajos que aquellos que asisten a escuelas urbanas. Aunque se debe tener en cuenta que las distintas definiciones de ruralidad no son estrictamente comparables entre los países, para el caso de las pruebas SERCE se usó la definición vigente para cada país. Observando las diferencias de puntajes promedio entre escuelas rurales y urbanas, y según el género con un nivel de confianza del 5%, se tienen los siguientes datos para los estudiantes de grado tercero:

Argentina con una diferencia del 40,09% entre las escuelas urbanas y rurales y una diferencia de -1,42% entre masculino y femenino.

Chile con una diferencia del 33,29% entre las escuelas urbanas y rurales y una diferencia de -13,37% entre masculino y femenino. Un porcentaje significativo respecto al nivel de confianza.

Colombia con una diferencia del 26,29% entre las escuelas urbanas y rurales y una diferencia de -8,26% entre masculino y femenino. Estos porcentajes también son significativamente altos respecto al nivel de confianza.

Uruguay con una diferencia del 31,72% entre las escuelas urbanas y rurales y una diferencia de 0,28% entre masculino y femenino.

En Argentina y Uruguay no se observan diferencias significativas por género. En cambio, Chile y Colombia presentan diferencias significativas, las cuales indican que el género masculino alcanza mayores desempeños que el género femenino en el área de matemáticas.

Es importante mencionar (LLECE, 2008) que la producción de cada país y las desigualdades en la distribución de los ingresos, es un factor influyente en el rendimiento de los estudiantes. “En concreto, 28, 37% de la varianza del rendimiento promedio de los países es explicado por este indicador económico.” (p. 26). Mientras tanto el coeficiente de Gini en relación con los resultados, aunque significativo, es inverso, ya que mientras mayor es la desigualdad de los países hay resultados más bajos en la prueba de matemáticas. “El coeficiente de Gini logra explicar 17,06% de la varianza del desempeño promedio en Matemáticas de los países.” (p. 26).

Del mismo modo puede observarse en el documento del LLECE de la UNESCO los diferentes resultados de la prueba SERCE en matemáticas para los estudiantes de grado sexto. Como para el caso de este trabajo de investigación monográfico solo nos interesa ver los resultados de los estudiantes en el nivel inicial de la educación para observar las incidencias de la enseñanza en los estudiantes y los factores de mayor influencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje en las escuelas, no se hará énfasis en el análisis de los resultados de los estudiantes de grado sexto.

En Colombia según el reporte del centro virtual de noticias de la educación (Ministerio de Educación Nacional, 2008), presentaron la prueba doce mil estudiantes de 198 instituciones educativas oficiales y privadas tanto urbanas como rurales y fue el ICFES, el encargado de aplicar esta evaluación. En este sentido, Colombia presenta un desempeño promedio igual al promedio del conjunto de los países, es decir sin diferencias estadísticamente significativas. Los estudiantes colombianos junto con los argentinos se

ubicaron en la media regional y el porcentaje de estudiantes con bajo rendimiento en matemáticas que asisten a escuelas rurales es bajo.

Algunos factores que sobresalieron en los resultados de las pruebas aplicadas asociados al desempeño de los estudiantes, se relacionan con el contexto socioeconómico, cultural y variables asociadas a la escuela y relacionadas con diferencias sociales, en realidad el ambiente escolar es la variable que ejerce más influencia sobre el rendimiento de los estudiantes. Entonces será importante que se genere un espacio acogedor, positivo y de respeto para promover el aprendizaje de los estudiantes, así como también es primordial la dotación de recursos escolares a la infraestructura y los servicios básicos de la escuela.

Se ha observado en los resultados de las pruebas internacionales que entre los países con mejores rendimientos en el área de matemáticas están Finlandia y Japón, y será importante rescatar que las condiciones e inversión en educación es considerable y los maestros son también educados, capacitados y mejor remunerados, para obtener de manera efectiva resultados sobresalientes, garantizando la mejor enseñanza en sus aulas de clase.

El objetivo y gran desafío de los sistemas educativos es el de mejorar la calidad de la educación en el sentido socio-económico y afectivo. Los gobiernos trabajan en la implementación de políticas que busquen brindar una educación disponible para todos, con el apoyo y las condiciones de acceso necesarias, buscando acabar con las diferencias y desventajas de los sectores más vulnerables. “La educación de calidad es un derecho de todos los niños y niñas. Alcanzarla se constituye en una sólida base para el desarrollo sostenible, el avance democrático y la igualdad social.” (LLECE, 2008, p. 47)

La diversidad en la calidad de los aprendizajes de los estudiantes fue clasificada según los resultados promedio obtenidos en la prueba de matemáticas. Las diferencias respecto a la media regional se describen así (LLECE, 2008): “mayor que la media a menos de una desviación estándar de distancia” (p. 48), aquí encontramos de los países analizados para este trabajo de investigación monográfico, a Chile y Uruguay; “igual a la media regional” (p. 48), del mismo modo se encuentra aquí, a Colombia y Argentina.

A manera de conclusión se plantea (LLECE, 2009) que las matemáticas son necesarias para el ciudadano y en vía de desarrollar las habilidades en los estudiantes para la vida. Se plantea:

Hoy las expectativas sobre la educación indican que la escuela debe contribuir al desarrollo de la capacidad de utilizar conceptos, representaciones y procedimientos matemáticos para interpretar y comprender el mundo real, tanto en lo referido a la vida en el entorno social inmediato, como a los ámbitos de trabajo y de estudio. (p. 33)

En muchos currículos y documentos que proponen los métodos para la enseñanza de las matemáticas (LLECE, 2009) se menciona la importancia de trabajar y poner en práctica distintas pedagogías y metodologías para el desarrollo de procedimientos en diversas situaciones que permite además la aplicación de otras actividades, como el análisis, justificación, validación, argumentación, entre otras.

Gracias a la diversidad y vulnerabilidad de condiciones socio-económicas y culturales que afectan un gran porcentaje de estudiantes y docentes, que están inmersos en un ámbito cada vez más desafiado a posibilitar la educación como una educación de calidad para todos (LLECE, 2009), y se indaga constantemente sobre aquello que se enseña, que se debe enseñar, para que enseñarse, para quienes y cómo enseñarse, y entonces el desarrollo de

capacidades, valores y actitudes que den herramientas a los estudiantes para enfrentar distintas situaciones son el centro de atención en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, donde los estudiantes también adquieran la capacidad de tomar decisiones y utilizar la información disponible para resolver problemas presentes también en la vida cotidiana.

Entre algunas conclusiones respecto de las evaluaciones internacionales se observa la coincidencia entre las áreas evaluadas en PISA y SERCE, además se enfocan hacia la evaluación de competencias y habilidades para la vida. Pero de igual manera algunas diferencias entre ellos tiene que ver con la población evaluada, ya que en PISA se hace con los jóvenes de 15 años que cursan distintos grados de educación básica secundaria y en SERCE se hace con los estudiantes de 3º y 6º grados. También se observa que los países participantes son diferentes, pues en PISA se hizo con 57, 30 miembros de la OCDE donde se encuentran las economías más desarrolladas del mundo. En cambio en SERCE por ser un estudio a nivel de América Latina y el Caribe solo se hizo con 16 países latinoamericanos. Se observa también, como SERCE se estructura por los elementos comunes de los currículos de cada país, estableciendo puntos de corte para cada nivel de desempeño, entonces de esta manera los resultados intentan ser más cercanos a lo que hacen los estudiantes y la prueba en sí, se acerca más a la evaluación del contexto educativo en Latinoamérica. (Reporte del centro virtual de noticias de la educación, Ministerio de Educación Nacional, 2008)

CAPÍTULO III

ASPECTOS DESTACADOS DE PROPUESTAS CURRICULARES EN EL MARCO DEL ANALISIS EPISTEMOLÓGICO DE LOS NÚMEROS NATURALES

Se pueden mencionar varios aspectos importantes que se destacan en el presente trabajo de investigación, tomando en consideración que el capítulo que sigue contiene aquellos aspectos destacados que se mencionaron en el segundo capítulo acerca de los currículos en los diferentes países analizados. Uno de esos aspectos nos remite al “Proyecto de mejoramiento de la enseñanza de matemática con asistencia técnica de Japón” que se implementa en las aulas de clase de Chile, quienes en el año 2007 recibieron en su país al profesor nipones Isoda Masami, de la Universidad de Tsukuba, quien mostrando su método de enseñanza, menciona que “no hay gran diferencia entre el currículo de la enseñanza matemática tanto en Chile como en Japón. Lo que cambia es cómo se da la clase dentro de la sala.” (Fuente 32, internet). Este profesor argumenta que los maestros en Japón trabajan en sus clases de acuerdo al programa nacional y a las guías o textos de estudio y que sobre todo ponen mucho entusiasmo y creatividad a la clase para que los conceptos sean adquiridos más fácilmente.

En la actualidad aún no hay respuestas suficientes a cuestiones sobre el aprendizaje de las matemáticas, y aunque se han creado y diseñado mecanismos para reorientar el

proceso de enseñanza y aprendizaje, no se logra cambiar los resultados. Es fácil darse cuenta de esto, solo analizando las pruebas aplicadas a nivel internacional.

Una observación general de los aspectos a los que aluden la mayoría de los currículos de los países analizados en el presente trabajo, permite notar que las propuestas son afines y se refieren a que el estudiante comprenda y sea capaz de poner a su disposición en cualquier momento de la vida, el conocimiento que adquiere en la escuela. Pero esto pareciera ser cada vez más difícil, ya que por cuestiones sociales, culturales, y hasta personales, cambian las condiciones en la enseñanza, hay diversidad de culturas e incluso los problemas de salud en los estratos más bajos no permiten que las condiciones sean las mismas. Los docentes que se encargan del área de matemáticas en muchos colegios y escuelas no pueden lidiar con cuestiones tan adversas, sea porque su formación básica no corresponde al área en que se desempeña o, simplemente, porque no están capacitados para hacerlo. Entonces, todo se convierte en la enseñanza monótona de siempre y el docente deja el resto del proceso en manos del libro de texto o de la familia, y asume que esa es la manera adecuada y no hay otra en que el estudiante alcance los propósitos.

La construcción del concepto de número natural pareciera ser superficial y se pone como prioridad la enseñanza de algoritmos los cuales, finalmente, se vuelven un proceso mecánico; así, no se fortalecen procesos de conteo o cálculos informales. ¿Nos habremos preguntado, con toda la seriedad que la pregunta amerita, en manos de quién está la enseñanza de las matemáticas, y más precisamente la de los números naturales, durante los primeros grados de la educación básica? Si nuestros estudiantes de grados superiores tienen tantas dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, incluso desde grado segundo o

tercero de primaria, ¿No valdría la pena pensar que las dificultades se vienen incubando desde la educación preescolar?

La actividad de contar se ha evidenciado desde tiempos remotos y surge como una necesidad para la representación de las cosas o de los objetos, quizá las ovejas en una manada, o los cálculos en las cuentas. Sea como fuere, con piedras, palitos, nudos, semillas e incluso con su propio cuerpo, el hombre en su cultura, con su propio lenguaje y sistema de representación, encontró la manera de llevar cuentas, de adicionar o quitar, e incluso de operar, y es así como necesitó representar cantidades, lo que dio paso a la creación de sistemas de numeración. Entonces es cierto que desde la cotidianidad surgen los números, desde la cotidianidad y las necesidades del entorno se manifiestan también las herramientas para la actividad de conteo, entonces también es cierto que se puede y se debe tener en cuenta el proceso de los estudiantes antes de ingresar a la escuela, y se debe tener en cuenta los objetos con los cuales se ha establecido contacto y que a su vez han servido para la adquisición y desarrollo del pensamiento matemático.

Curricularmente hablando se plantea enseñar los números con metodologías y didácticas que permitan el desarrollo integral del estudiante y en términos generales, la enseñanza toma un rumbo diferente puesto que en las instituciones no se hace lo que se plantea en los currículos y en las propuestas o políticas educativas, entre el currículo propuesto, el aplicado y el aprendido aún hay una brecha amplia. Se evidencia en los resultados de las evaluaciones internacionales, la distancia entre los contenidos que aprenden los estudiantes y lo que se plantea curricularmente, esto gracias al contexto, la cultura, las costumbres y las condiciones sociales y económicas, entre otros aspectos

analizados por los mismos organismos que aplican las pruebas a los distintos países. Es muy importante mencionar que entre los países analizados en el presente trabajo de investigación se evidenció las similitudes en el aprendizaje de las matemáticas y aunque países como Colombia, Uruguay, Chile, Argentina Venezuela y Bolivia plantean enseñar las matemáticas como se hace en Japón y Finlandia los resultados en las evaluaciones no son los mismos. Se puede destacar para el caso de Finlandia y como lo menciona Marisa Jurado en el reportaje acerca del sistema educativo Finlandés (fuente 19, video), que no solo el clima y las costumbres son distintos, sino que también el tema de la educación es bien distinto, por ejemplo el fracaso escolar no llega al 1%.

Es importante destacar entre las conclusiones que los números y su enseñanza se presentan como necesarios para el desempeño en el futuro y se plantean como fundamentales en el desarrollo del pensamiento, de habilidades y destrezas, además de permitir al sujeto desenvolverse en la vida cotidiana y usarlos como herramienta en la interacción con los otros. Independientemente de la cultura o el contexto, los números son usados diariamente en el medio en el que se vive y son de gran utilidad a la hora de realizar distintas actividades; digamos que así se usen o no los números, siempre necesitaremos una medida, establecer relaciones, patrones, secuencias, y en actividades como, indicar la hora, decir cuánto tiempo tardo en hacer una tarea, preparar una torta, cortar y cocer las cortinas para las ventanas de una casa, entre muchas otras, implican conocer los números, saber contar o simplemente relacionar como lo hacia el Imperio Inca cuando relacionaba cada

cabeza de su ganado con un nudo en el Quipu⁵. Como pregunta al lector y para una próxima investigación nos queda indagar si las dificultades que presentan los estudiantes en niveles superiores de la básica primaria y secundaria, son el reflejo de lo que se ha aprendido o de lo que ha faltado aprender en el nivel inicial.

Ahora y con el fin de obtener una visión epistemológica o, más precisamente, una visión sobre la naturaleza en que se expresa el conocimiento matemático y los números naturales desde la perspectiva de Peano y Frege, se desarrolla un análisis acerca de la axiomática y teoría del número respectivamente. Observamos así, que en la marcha del desarrollo de nuevos conceptos y maneras de resolver, analizar y proceder en las matemáticas; a principios del siglo XIX comienzan a usarse símbolos especializados que permitieron ver las matemáticas con sus definiciones y propiedades, más generales y precisas. Se van creando entonces, otras necesidades y preguntas sobre lo infinito, lo continuo y en general sobre los números reales, lo cual conllevó a nuevas indagaciones y razonamientos más profundos que a su vez condujo las reflexiones al análisis sobre la naturaleza de los números, y entonces también de los números reales y finalmente, de los naturales.

Sería importante desarrollar actividades de aula con las cuales los estudiantes exploren y construyan los diferentes significados del concepto de número natural. Principalmente se debe tener en cuenta que entre los planteamientos de los diferentes países aquí analizados se propone aspectos de la interacción social, la solución de problemas en la cotidianidad, tomar en consideración los conocimientos previos de los niños para el

⁵ Sistema nemotécnico usado con cuerdas de lana o algodón y nudos de uno o varios colores desarrollado por civilizaciones andinas.

aprendizaje de los conocimientos matemáticos, hacer uso de estrategias de juego, usar el error en el proceso de aprendizaje, entre otras actividades que permiten integrar aspectos teóricos, así, pueden usarse formas numéricas partiendo de situaciones de la vida cotidiana del estudiante, pues este ya trae ideas previas acerca del número natural.

Indiscutiblemente se trata de retomar las nociones y conceptos del número natural para orientarlas a la exploración de los diferentes usos que puede darse al número y de este modo usarlo en tareas cada vez más complejas que permitan conducir al estudiante a la identificación y abstracción de propiedades.

Desde la perspectiva epistemológica de Peano, se enmarcan distintos conceptos que se pueden tener en cuenta a la hora de plantear actividades a los estudiantes, el de sucesor y antecesor, el conjunto de números naturales, la unidad y el valor que se da a la equivalencia, estos entre otros aspectos que retomados y reorientados son la base de la enseñanza en el primer ciclo de la educación básica. Desde la perspectiva de Frege se sigue la noción de cardinal aunque se da valor propio a cada uno de los números y al igual que Peano se tiene en cuenta la noción de sucesor pero con la diferencia de ver y definir el número lógicamente como el elemento.

Para el caso del presente trabajo de investigación se retoman las propuestas epistemológicas de Frege y Peano por tratarse de una perspectiva sistémica que comprende que los números no son el resultado de una acción, es un proceso constante que evoluciona en la elaboración del conocimiento y principalmente lleva los aspectos prácticos a la teoría.

Entre las propuestas curriculares de los diferentes países aquí estudiados, se encuentran los planteamientos de Colombia en los Lineamientos Curriculares y estándares

básicos de matemáticas, los cuales proponen orientar el trabajo escolar respecto del número natural desde los distintos contextos que este los use. De esta forma y con la exploración de diversas situaciones cotidianas, los estudiantes tendrán amplias posibilidades de establecer relaciones conceptuales y de dar sentido y significado a los conceptos y más precisamente al concepto de número natural, puede ser más viable el reconocimiento del conocimiento matemático visto desde la construcción gradual y que a la vez responde a las necesidades que van surgiendo del entorno. El acercamiento a propuestas curriculares que permitan considerar aspiraciones, condiciones, necesidades e intereses de toda la comunidad educativa, que además permitan la aproximación a las matemáticas y particularmente a los números desde una perspectiva sistemática que los comprendiera como totalidades estructuradas.

Entre los planteamientos propuestos para educación en Colombia se menciona en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas que el educador matemático debe reconocer además que existe un núcleo de conocimientos básicos que tiene todo ciudadano y debe privilegiar las situaciones problemáticas en el contexto del hacer cotidiano, teniendo en cuenta que las matemáticas son el resultado de una evolución histórica y de un proceso cultural que surge de los procesos constructivos y de la interacción social.

La actividad del estudiante que se propone, enfatiza no solo en aprender teoremas y definiciones y el momento de aplicarlas, sino también en la solución de problemas y en encontrar buenas preguntas y también respuestas. Para esto es importante que el estudiante formule, pruebe y construya conceptos, teorías, lenguajes, entre otros, que permitan el reconocimiento y toma de decisiones.

En la revisión bibliográfica realizada de los currículos de matemáticas de otros países, tales como Argentina, Uruguay, Venezuela, Bolivia, Chile, Japón, entre otros, se puede destacar que sin importar la cultura y trabajando de manera independiente en cada una se busca trabajar las matemáticas de la misma manera, desarrollando distintas actividades que resultan universales, algunas de estas son, contar, medir, localizar, diseñar, explicar, operar y sobre todo jugar; ésta es una actividad que además de ser universal, resulta ser muy importante a la hora de enseñar matemáticas. Se plantea en los distintos países explorados que se deben proponer actividades en las que los estudiantes, a partir del juego sean capaces de aplicar las matemáticas a la vida cotidiana comparando reglas y sacando sus propias teorías, que los maestros deben tener en cuenta el entorno del estudiante, los conocimientos previos que trae del entorno, los obstáculos potenciales de los estudiantes para la construcción de nuevos aprendizajes, entre otros aspectos que parecen ser comunes a los distintos países y culturas.

Conclusiones

Pensar en el currículo y cómo enriquecerlo ha llevado a las instituciones y demás organismos al análisis de distintas evaluaciones aplicadas nacional e internacionalmente, a analizar sus resultados, cómo es el desarrollo de las competencias básicas en el área de matemáticas, cuáles son las capacidades cognitivas que se desarrollan y que deberían desarrollarse, y qué debe enseñarse y aprenderse para que ese proceso sea más efectivo y significativo para los estudiantes. Además con los resultados y análisis de estas pruebas se puede reflexionar sobre distintos factores asociados a la enseñanza y aprendizaje de las

matemáticas, como por ejemplo, qué aprenden los estudiantes con más efectividad, cuáles son sus dificultades y errores, y los niveles que alcanzan en los logros. En el análisis se ha encontrado por ejemplo, que el currículo propuesto es bastante diferente del que se desarrolla en las aulas de clase y del que aprenden los estudiantes. En general, es importante mencionar que el avance y comprensión de la importancia de las evaluaciones y su implicación en la toma de decisiones respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y el aprendizaje como reflejo de la experiencia para orientar el currículo en la actualidad, depende de cada organismo relacionado con la educación, comprendido esto por el Ministerio de Educación Nacional, las secretarías de educación, las universidades, las instituciones educativas con todos sus entes y los centros de investigación.

Como lo menciona Fuenlabrada (1995), es también importante tener en cuenta en cuanto a la cultura que tradicionalmente se usan estrategias de enseñanza que han hecho que los estudiantes vean a las matemáticas como algo rígido en lo cual no se puede cuestionar, analizar o experimentar, además como se menciona es común en nuestra cultura que los estudiantes sigan paso a paso las instrucciones dadas por el maestro para intentar lograr al menos una nota que permita pasar la materia.

Entre otras conclusiones fuertemente sustentadas, en el documento de Fuenlabrada (1995) se menciona la investigación desarrollada por el Laboratorio de Psicomatemática sobre el diseño, la experimentación y el análisis de secuencias didácticas para que los maestros planteen problemas en el aula de clases. Con esta investigación se dio la posibilidad de reconceptualizar el conocimiento matemático que debían tener los maestros de la primaria, entonces se propone que no es necesario que estos tengan conocimientos en

álgebra, cálculo o geometría analítica, para estar en mejores condiciones de enseñar la geometría o aritmética elementales. Parafraseando a Fuenlabrada, en realidad lo que necesitan es enriquecer su conocimiento en estas áreas básicas, ampliando, profundizando y comprendiendo “mejor los conceptos que sustentan al lenguaje matemático y los procesos algorítmicos que hasta ahora han enseñado.” (p. 4)

Actualmente el maestro de matemáticas debe valerse de todas las herramientas que permitan una mejor asimilación de los conocimientos, entre ellas, saber cuáles son las nociones que trae el niño y sobre todo saber usarlas y aprovechar el entorno para que haya un mejor aprendizaje; así mismo, usar el error para la construcción de conceptos y manejar convenientemente el lenguaje y la escritura; se trata, pues, de que los maestros de los primeros grados de la educación básica tengan solvencia en aspectos fundamentales en la enseñanza de las matemáticas. Igualmente, que estén en buena disposición y con el conocimiento y la creatividad para aprovechar actividades tan sencillas como cocinar o simplemente jugar, las cuales, orientadas de manera adecuada, hacen que el aprendizaje sea significativo, duradero y estable.

Tal y como lo plantea Nimier (1993), la representación que tiene el profesor sobre las matemáticas, hace que este funda sus intereses y la manera en que es representada a sus estudiantes. La manera de comunicar los conocimientos y en que asume la educación de las matemáticas permite que el docente vea con claridad aquellas dificultades que se presentan y que requieren de la imaginación y actuación inmediata. Con esto, se dice a modo de conclusión que el docente de matemáticas debe continuar acrecentando sus conocimientos e indagar en las diversas perspectivas y concepciones que permitan la creación de estrategias

y nuevas formas de plantear y estructurar las actividades que se llevaran al aula de clase, de manera que estas permitan un proceso de enseñanza y aprendizaje más efectivo y significativo.

En lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas se tiene en cuenta que los alumnos son los protagonistas de aquello que el maestro propone en el camino del aprendizaje. Será importante que el maestro proponga a los alumnos actividades en las que se enfrenten a situaciones que comprometan cantidades sin que sea necesario iniciar el proceso con actividades pre-numéricas, estas serán interesantes en el desarrollo del pensamiento lógico, sin embargo no se pueden usar como sustitutas de los problemas numéricos, y para esto será necesario que los alumnos tengan contacto con los números y con situaciones que manejen cantidades. Será entonces importante y necesario tomar los aspectos epistemológicos de los números naturales, de manera que podamos dotarnos de nuevos elementos teóricos para acercarnos a la posibilidad de comprender y explicar las complejidades de su aprendizaje en contextos formales de la educación, en particular lo relacionado con su operatividad. Pero, en la aproximación a ese estudio es indispensable congrega las distintas reflexiones epistemológicas sobre los números que se han adelantado en el marco de las matemáticas formales y más precisamente las realizadas por Frege y Peano, con las cuales se abre paso a la dotación de nuevos elementos teóricos para la identificación de perspectivas importantes que aporten a la determinación y al valor de conceptos y fundamentos sobre la ontología del número y la aproximación a un análisis epistemológico de los números naturales al servicio de la educación, que permitan la

comprensión y explicación de algunas complejidades de su aprendizaje en contextos formales de la educación y más particularmente en lo relacionado con su operatividad.

Como se plantea en el documento de Isoda, M., Arcavi, A. & Mena, A. (2007): “El centro de todo este esfuerzo es, por cierto y genuinamente, el niño que aprende.” (p. 18)

Referencias Bibliográficas

Alcaldía Mayor de Bogotá D.C. Secretaria de educación. ¿Qué es TIMSS?

Recuperado el 12 de Enero de 2011, de

http://www.redacademica.edu.co/archivos/redacademica/proyectos/evaluacion/publicaciones/material_pruebas_internacionales/timss/timss.pdf

Barlett, H. (2005). *El arte de conversar con los niños*. España: Magda.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación Matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. (G. S. Barberán, Trans.). Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.

Carpenter, T. P.; Fennema, E.; Franke, M. L.; Levi, L.; Empson, S. B. (1999). *Las Matemáticas que hacen los niños. La enseñanza de las matemáticas desde un enfoque Cognitivo*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Castro, E. y Castro, E. (2001). Primeros conceptos numéricos. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en Educación Primaria* (pp. 123-149). Madrid: Editorial Síntesis.

Congreso de Colombia. (1991). *Constitución Política de Colombia*. [Versión Electrónica]. Bogotá: Recuperado el 12 de febrero de 2011, de <http://www.banrep.gov.co/regimen/resoluciones/cp91.pdf>

Congreso de Colombia. (1994). *Ley 115 del 8 de febrero de 1994*. [Versión Electrónica]. Recuperado el 10 de agosto de 2011, de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

Crump, T. (1993). *La antropología de los números*. Madrid: Alianza Editorial, S. A.

Eco, U. (1994), *¿Cómo hacer una tesis? Técnicas y procedimientos de investigación, estudio y escritura*. (1ª edición). Barcelona, España: Gedisa S.A.

Educación en Finlandia. (2011, 9 de Abril). [Video]. Recuperado el 6 de Septiembre de 2011, de <http://www.youtube.com/watch?v=AL6JTfCXjaY&feature=related>

Examen a la secundaria-educación-informe PISA 2003. Recortes de prensa. Recuperado el 21 de Enero de 2011, del Sitio Web del Stecyl http://paideia.synaptium.net/pub/pesegpatt2/Problemas%20Sociales/ps_InformePisa2003.htm

Fernández, C. (2009). Modelización de competencias ordinales en escolares de 3 a 6 años. *PNA*, 3(4), 185-212.

Fernández, C (2001). Relaciones lógicas ordinales entre los términos de la secuencia numérica en niños de 3 a 6 años. Tesis doctoral. Málaga: Universidad de Málaga.

Fernandez, C. y Ortiz, A. (2008). *La evolución del pensamiento ordinal en los escolares de 3 a 6 años*. Revista Infancia y aprendizaje, Vol. 31 (Nº 1), pp. 107-130.

Frege, G. (1891). *Estudios sobre semántica*. Introduccion de Jesus Mosterin. Barcelona: Editorial Anel, S. A.

Frege, G. (1996). *Escritos Filosóficos*. Barcelona: CRÍTICA Grijalbo Mondadori, S. A.

Fuenlabrada, I. (1995). Actualización en la enseñanza de las matemáticas. Conferencia presentada en el tercer Simposium en Ciencias de la Educación, Proceso de Formación y Actualización de Profesionales de la Educación. Recuperado el 19 de Noviembre de 2011, de http://portal.iteso.mx/portal/page/portal/Sinectica/Historico/Numeros_anteriores02/007/Fuenlabrada%20Irma%207.pdf

García, G. (1996). Reformas en la enseñanza de las matemáticas escolares: Perspectivas para su desarrollo. Revista EMA, Vol. 1 (Nº 3), pp. 195-206.

Gardner, H. (1983). Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences. New York: BasicBooks.

Garzón, L. (2011). Aprendizaje y/o construcción del número: perspectiva cognitiva. Trabajo de investigación monográfico. Universidad del valle. Colombia.

Guzmán, I. (2005). La educación matemática en Chile. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (Nº 2), pp. 53-90. Recuperado el 16 de Octubre de 2010, de http://www.fisem.org/web/union/revistas/2/Union_002_007.pdf

Guzmán, M. d. (2007). *Enseñanza de las ciencias y la matemática*. Revista iberoamericana de educación, Nº 43, pp. 19-58.

Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa. (2007). TIMSS 2003. Resumen de informes de Euskadi. Victoria-Gasteiz: España. Recuperado el 13 de Enero de 2011, de http://www.isei-ivei.net/cast/pub/resumen_timss_cast.pdf

Kahvedjian, K. Enseñanza de la matemática en el nivel inicial. Uruguay. Recuperado el 17 de Enero de 2011, de <http://www.educacioninicial.com/EI/contenidos/00/4350/4356.asp>

Klein, F. y Bass, H. Educación matemática. Recuperado el 22 de Enero de 2011, del Sitio Web de Matemáticas y Filosofía en el aula: <http://www.matematicasyfilosofiaenlaula.info/conferencias.htm>

La educación en Finlandia, un modelo a imitar. (2007). Recuperado el 15 de Noviembre de 2010, de <http://www.creatublog.aquiguatemala.com/2007/05/21/la-educacion-en-finlandia-un-modelo-a-imitar/>

Lastra, S. (2010). La formación del pensamiento matemático del niño de 0 a 4 años. Universidad de Chile. Recuperado el 26 de Febrero de 2011, de www.uceval.cl/prontus_ucentral/site/artic/20100108/.../lastra.pdf
<http://www.dasumo.com/libros/el-pensamiento-matem%C3%A1tico-de-los-ni%C3%B1os-pdf-2.html>

Markarian, R. (2002). *¿Para qué enseñar matemática en la escuela primaria?* Revista Correo del maestro, N° 73. Recuperado el 19 de noviembre de 2010, de <http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2002/junio/incert73.htm>

Márquez, C. M. (2001). *El concepto de número: La posición de Gottlob Frege*. Saga. Revistas de estudiantes de Filosofía, Vol. I (N° 3), pp. 67-74. Recuperado el 18 de Agosto de 2011, de <http://www.saga.unal.edu.co/etexts/PDF/saga3/Markquez.pdf>

Martínez, C. (2008). Nuevo currículo en la formación de profesores básicos. Recuperado el 27 de Noviembre de 2010, de <http://ensenanza-matematica.dim.uchile.cl/>

Ministerio de Asuntos Exteriores de Finlandia. Embajada de Finlandia. (2010). *Educación en Finlandia*. Recuperado el 16 de Enero de 2011, de <http://www.finlandia.es/public/default.aspx?nodeid=36870&contentlan=9&culture=es-ES>

Ministerio de Educación de Bolivia. Diseño curricular para el nivel de educación inicial. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web de la Organización de Estados

Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura:
http://www.oei.es/linea3/Educacion_Inicial_Bolivia.pdf

Ministerio de Educación Nacional. Centro Virtual de Noticias de la educación. (2008). Positivo desempeño estudiantes colombianos-SERCE 2006. Recuperado el 24 de Octubre de 2011, de <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-163405.html>

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas M. d. E. Nacional* (Ed.). [Versión Electrónica]. Recuperado el 5 de enero de 2011, del Sitio Web del Ministerio de Educación Nacional: <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas: Lineamientos Curriculares*. Santafé de Bogotá. [Versión Electrónica]. Recuperado el 10 de enero de 2011, del Sitio Web del Ministerio de Educación Nacional:

http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación. Diseño curricular base para la formación de maestros del nivel inicial. Bolivia. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura:

http://www.oei.es/linea3/Formacion_maestros_inicial_Bolivia.pdf

Ministerio de Educación. Gobierno de Chile. Sistema de medición de calidad de la educación. ¿Qué es el SIMCE?. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web del SIMCE: http://www.simce.cl/index.php?id=288&no_cache=1

Ministerio de Educación. Gobierno de Chile. Unidad de Curriculum y evaluación SIMCE. (2004). Chile y el aprendizaje de matemáticas y ciencias según TIMSS.

Recuperado el 24 de enero de 2011, de
<http://www.oei.es/quipu/chile/pruebaTIMSS2003.pdf>

Ministerio de educación y deportes. (2005). *Educación inicial procesos matemáticos*. Republica Bolivariana de Venezuela. Recuperado el 12 de septiembre del 2010, de
http://portaleducativo.edu.ve/Políticas_edu/lineamientos_mppe/documentos/procesosmatematicos.pdf

Moran, C. (2004, 19 de diciembre). Finlandia da la nota. Buenos profesores, familias comprometidas y una sólida inversión logran la educación más eficaz del mundo en el país nórdico. Reportaje- La escuela en Finlandia. Recuperado el 22 de Enero de 2011, de
http://elpais.com/diario/2004/12/19/sociedad/1103410803_850215.html

Newman, J. R. (1994). *Sigma el mundo de las matemáticas 4*. (1ª edición). Barcelona: Ediciones Grijalbo S.A.

Nimier, J. (1993). *Las matemáticas, el español, los idiomas... ¿Para qué me sirven? El profesor y la representación de su disciplina*. (1ª ed. en castellano). Cali-Colombia: Programa editorial Universidad del Valle.

Niños japoneses, competencias sin límites – 1 de 4 (2008, 21 de Diciembre). [Video]. Recuperado el 12 de Octubre de 2010, de
<http://www.youtube.com/watch?v=yamvQ4SU1Kk&feature=related>

Niños japoneses, competencias sin límites – 2 de 4 (2008, 21 de Diciembre). [Video]. Recuperado el 12 de Octubre de 2010, de
<http://www.youtube.com/watch?v=YLloCHF569c&feature=related>

Niños japoneses, competencias sin límites – 3 de 4 (2008, 21 de Diciembre). [Video]. Recuperado el 12 de Octubre de 2010, de <http://www.youtube.com/watch?v=umhCDvAj-a0&feature=related>

Núcleos de aprendizajes prioritarios. Nivel inicial. Argentina. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: http://www.oei.es/inicial/curriculum/nap_argentina.pdf

OECD. (2008). Los niveles de competencia en Matemáticas en PISA 2006 y realidad Argentina. Recuperado el 4 de Noviembre de 2010, del Sitio Web de Evaluaciones Internacionales de Calidad Educativa: <http://www.evaluacionesinternacionales.edusanluis.com.ar/2008/12/los-niveles-de-competencia-en.html>

OECD (2010). Resultados PISA 2009: Resumen Ejecutivo. Recuperado el 16 de Junio de 2011, de <http://www.eduteka.org/pdfdir/Pisa2009.pdf>

OREALC/UNESCO y LLECE (2008). Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe. Resumen Ejecutivo del Primer Reporte de Resultados del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo. Chile: Salesianos Impresores S. A.

OREALC/UNESCO y LLECE (2009). SERCE. Aportes para la enseñanza de las matemáticas. Chile: Salesianos Impresores S. A.

Organización para la cooperación y el desarrollo económico OECD. (2004). *Informe PISA 2003 Aprender para el mundo del mañana*. España: Santillana Educación S. L. Recuperado el 15 de Enero de 2011, de <http://www.oecd.org/dataoecd/59/1/39732493.pdf>

OECD. Programme for International Student Assessment (PISA). *PISA en español*.

Recuperado el 16 de enero de 2011, de

http://www.oecd.org/document/25/0,3746,en_32252351_32235731_39733465_1_1_1_1,00.html

¿Para qué la matemática en el nivel inicial? Provincia del Chubut. Argentina.

Recuperado el 20 de Enero de 2011, de

http://www.chubut.edu.ar/descargas/ini_matematica.pdf

Palacios, E. (2007, 25 de Noviembre). La mejor escuela del mundo. El comercio.

Recuperado el 3 de Octubre de 2010, de http://elcomercio.pe/edicionimpresa/Html/2007-11-25/la_mejor_escuela_del_mundo.html

Peano, G (1889). Arithmetices principia: nova método. Recuperado el 4 de septiembre de 2011, de <http://www.archive.org/details/arithmeticespri00peangoog>

Prensa PUCV (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso): Método japonés para matemáticas. Profesores Japoneses (2009, 21 de Octubre). [Video]. Recuperado el 23 de Noviembre de 2010, de

http://www.youtube.com/watch?v=KEXdXwmYcf4&feature=player_embedded#!

Profesor Japonés presenta revolucionario método de enseñanza en la universidad de Antofagasta. Octubre 23 de 2007. Recuperado el 20 de febrero de 2011, de <http://aulamagica.wordpress.com/2007/10/23/profesor-japones-presenta-revolucionario-metodo-de-ensenanza-en-la-universidad-de-antofagasta/>

Programa de educación inicial para 3, 4 y 5 años. (1997). Uruguay. Recuperado el 20 de Enero de 2011, del Sitio Web de la Organización de Estados Iberoamericanos para la

Educación, la Ciencia y la Cultura:

http://www.oei.es/inicial/curriculum/programa3_5anos_uruguay.pdf

Reportaje Educación Matemática JICA (Proyecto de Mejoramiento de la calidad de la educación Matemática) (2008, 2 de Septiembre). [Video]. Noticiero Teletrece. Chile.

Recuperado el 23 de Noviembre de 2010, de

<http://www.youtube.com/user/jicaefforts#p/u/4/my0Rd1HQqDo>

Robert, P. La educación en Finlandia: Los secretos de un éxito asombroso. Recuperado el 16 de Octubre de 2010, del Sitio Web de EducaRed:

http://www.otraescuelaesposible.es/pdf/secretos_finlandia.pdf

<http://aquevedo.wordpress.com/2010/07/18/la-educacin-en-finlandia-los-secretos-de-un-xito-excepcional/>

Ruiz, A. (1984). *La Aritmética en Frege: Una introducción al logicismo*. Revista de Ciencia y tecnología de la Universidad de Costa Rica, Vol. VIII (Nº 1), pp. 111-145.

Sardella, O. (2006). La enseñanza de la matemática en la Argentina. Sociedad Argentina de Educación Matemática. Recuperado el 22 de Septiembre de 2010, de http://www.fisem.org/descargas/6/Union_006.pdf#page=51

Sistema Educativo. Argentina. Recuperado el 29 de Enero de 2011, de <http://www.argentina.gov.ar/argentina/portal/paginas.dhtml?pagina=141>

Sistema educativo Finlandés 1-3 (2010, 20 de Enero). [Video]. Recuperado el 22 de Septiembre de 2010, de

<http://www.youtube.com/watch?v=Pr6c0k3yBj0&NR=1&feature=fvwp>

Sistema educativo Finlandés 2-3 (2010, 20 de Enero). [Video]. Recuperado el 22 de Septiembre de 2010, de

<http://www.youtube.com/watch?v=ZED0FRsGwjc&feature=related>

Sistema educativo Finlandés 3-3 (2010, 20 de Enero). [Video]. Recuperado el 22 de Septiembre de 2010, de

<http://www.youtube.com/watch?v=CLWqfTI-0OA&feature=fvwrel>

Terigi, F., Wolman, S. (2007). *Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza*. Revista iberoamericana de educación, N° 43, pp. 59-83.

Vasco, C. E. (1985). *El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas*. Revista de la Universidad Nacional (2ª época), Vol. I (N° 2), pp. 45-51.

Vasco, C. E. (1994). *La educación Matemática: una disciplina en formación*. Matemáticas. Enseñanza Universitaria. Revista de la ERM., Vol. 3 (N° 2), pp. 59-75.

Vasco, C. E. (1994). *Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas*. Serie Pedagogía y Currículo, Ministerio de Educación Nacional, Vol. 2.

Vasco, C. E. (1995). *La educación: Tema del tercer milenio*. Revista Credencial. N° 100, pp. 56-59.

Vasco, C. E. (2010). *De los modelos matemáticos estáticos a los dinámicos: el pensamiento variacional*. Recuperado el 12 de Abril de 2011, de <http://www.docstoc.com/docs/21209264/De-los-modelos-matem%C3%A1ticos-est%C3%A1ticos-a-los-din%C3%A1micos-el>

Vásquez, N. L. (2010). *Un ejercicio de transposición Didáctica en torno al Concepto de Número Natural en el Preescolar y el Primer grado de Educación Básica*. Trabajo de Maestría. Universidad de Antioquia. Colombia.

Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2007). *Whole Number Concepts and Operations*. Tomado de: Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Frank Lester (Edit).