



DISEÑO DE UN BANCO DE PRUEBAS DIDÁCTICO PARA EJES

Propuesta de trabajo de grado para optar por el título de Ingeniera Mecánica

Por

Sara Fernanda Cerón Jiménez

sara.ceron@correounivalle.edu.co

Director:

Gonzalo Fernando Casanova, PhD

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica
Cali, Colombia
23 de abril de 2026

Resumen

En este trabajo se presenta el diseño de un banco de pruebas didáctico para ejes rotativos, orientado a suplir una necesidad formativa identificada en la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad del Valle, en el contexto de la asignatura Diseño de Máquinas 1. El diseño del banco se desarrolló a partir de los fundamentos de la teoría de sólidos y del diseño de elementos de máquinas, permitiendo la selección y el dimensionamiento de los componentes mecánicos del sistema bajo restricciones técnicas y presupuestarias reales.

El comportamiento dinámico del eje fue analizado mediante un enfoque analítico complementado con simulaciones numéricas en ANSYS, empleadas como un acercamiento inicial para comprender la respuesta del sistema y evaluar la influencia de distintas condiciones de frontera. Adicionalmente, se seleccionó un sistema de adquisición de datos y sensores adecuados para la medición de las variables dinámicas de interés, priorizando su compatibilidad con un computador de uso estándar y su aplicación en un entorno académico.

El banco de pruebas se concibió con un enfoque didáctico y flexible, que permite la modificación de parámetros para el desarrollo de futuras prácticas experimentales. El presupuesto final del proyecto se mantuvo por debajo del límite establecido por la institución, lo que posibilita la implementación de mejoras y ampliaciones del sistema. En conjunto, el trabajo presenta una solución técnica coherente, didácticamente útil y económicamente viable para la formación de ingenieros mecánicos.

Palabras clave

Banco de pruebas didáctico; Ejes rotativos; Formación experimental; Análisis dinámico; Diseño de máquinas; Simulación numérica.

Índice

Resumen	1
Palabras clave	1
Lista de Figuras	4
Lista de Tablas	5
1. Introducción	6
1.1. Planteamiento del problema	6
1.2. Justificación	7
1.3. Objetivos	8
1.3.1. Objetivo general	8
1.3.2. Objetivos específicos	8
1.4. Antecedentes	8
2. Marco Teórico	10
2.1. Dinámica de ejes	11
2.1.1. Comportamiento dinámico de los ejes	11
2.1.2. Condiciones críticas de carga	11
2.1.3. Esfuerzos principales	12
2.1.4. Rigidez y deformación	13
2.1.5. Desalineamiento y desbalanceo en sistemas rotativos	14
2.2. Elementos claves en el diseño	15
2.2.1. Sensores y medición de variables	15
2.2.2. Sistemas de adquisición de datos (DAQ)	16
2.2.3. Sistemas de carga y generación de torque	16
2.3. Materiales	17
3. Metodología	17
4. Definición de las propiedades dinámicas del eje a medir	19
5. Diseño y/o selección de los componentes mecánicos	20
5.1. Generador eléctrico	20
5.2. Selección del motor	21
5.3. Variador de frecuencia	22
5.4. Diseño del sistema de transmisión por poleas	23
5.5. Diseño del volante de inercia	25
5.6. Diseño y comprobación del eje	27
5.7. Selección del Soporte de Rodamientos	47
5.8. Diseño de la Estructura	49

6. Sistema de adquisición de datos y sensores	50
6.1. Acelerómetros	50
6.2. Sistema telemétrico con galgas extensométricas	52
6.3. Selección del sistema de adquisición de datos (DAQ)	55
6.4. Acondicionador de señal IEPE	56
6.5. Sensor de velocidad	57
7. Validación numérica del diseño	58
7.1. Análisis modal del eje	58
7.2. Verificación dinámica de la estructura	66
7.3. Creación del modelo tridimensional en software CAD	67
8. Estimación de costos del banco de pruebas	68
9. Guía de operación	69
10. Conclusiones	69
Referencias	71
Anexos	73

Índice de figuras

1.	Árbol del problema. [Autor]	7
2.	Cargas internas en una sección de eje. [17]	13
3.	Generador de imán permanente VQP. [Amazon]	20
4.	Resistencia de frenado de cerámica bobinada. [Amazon]	21
5.	Motor genérico Y90L-2 de 2,2kW. [Mercado Libre Colombia]	22
6.	VFD Micromaster 420. [Siemens]	22
7.	Modelo CAD del sistema de transmisión de potencia en Autodesk Inventor. [Autor]	24
8.	Modelo CAD del volante de inercia en Autodesk Inventor. [Autor]	26
9.	Eje modelado para el análisis torsional. [Autor]	29
10.	Comparación Holzer vs Matriz de rigidez. [Autor]	33
11.	Representación del eje incluyendo sus cargas puntuales y condiciones de apoyo. [Autor]	35
12.	Diagrama de cuerpo libre con reacciones en sus dos apoyos. [Autor]	35
13.	Curva de deflexión del eje en Matlab. [Autor]	38
14.	Propiedades AISI 1045. [AZO materials]	41
15.	Factores de superficie para varios acabados en acero. [30]	42
16.	Factores de confiabilidad. [30]	43
17.	Diagrama de cortante y momento flector. [Autor]	45
18.	Modelo CAD de la configuración del eje en Autodesk Inventor. [Autor]	46
19.	Rodamiento con soporte UCP 207. [WM Rodamientos y Chumaceras]	49
20.	Esquema del diseño en Autodesk Inventor. [Autor]	50
21.	Acelerómetro triaxial 10g ICP/IEPE. [34]	52
22.	Torque Track 10k montado en un eje. [35]	52
23.	Rangos de medición del transmisor TX10K-S según la ganancia del sistema. [35]	54
24.	USB NI-6009 National Instruments. [36]	56
25.	Acondicionador de señal ICP DAS SG-3227. [37]	57
26.	Sensor de Efecto Hall Magnético KY003.	57
27.	Modelo del eje en ANSYS aplicando la condición <i>Cylindrical Support</i> . [Autor]	59
28.	Gráfica de las primeras 20 frecuencias del sistema. [Autor]	60
29.	Deformación total de los primeros modos del sistema en ANSYS. [Autor]	60
30.	Deformación total de los modos flexionantes 3 y 4 del sistema en ANSYS. [Autor]	61
31.	Modelo del eje en ANSYS aplicando la condición <i>Remote Displacement</i> . [Autor]	62
32.	Gráfica de las primeras 20 frecuencias del sistema. [Autor]	62
33.	Deformación total del primer modo del sistema en ANSYS. [Autor]	63
34.	Deformación total del modo 2 del sistema, correspondiente al primer modo flexionante en ANSYS. [Autor]	63
35.	Gráfica de las primeras 20 frecuencias del sistema. [Autor]	64
36.	Deformación total del sistema correspondiente al primer modo flexionante en ANSYS. [Autor]	65
37.	Gráfica de las primeras 10 frecuencias del sistema. [Autor]	66
38.	Deformación total del primer modo del sistema en ANSYS. [Autor] [Autor]	67
39.	Representación tridimensional del diseño final elaborada en Autodesk Inventor. [Autor]	67

Índice de cuadros

1.	Estimación de la aceleración máxima según el amortiguamiento del sistema.	51
2.	Deformaciones torsionales estimadas en función de la velocidad de rotación.	54
3.	Amplificación de la respuesta dinámica según el amortiguamiento.	55
4.	Estimación de costos para componentes comerciales del banco de pruebas.	68
5.	Estimación de costos de componentes para fabricación.	69

1. Introducción

La ingeniería, como campo de acción multidisciplinar, se encuentra comprometida con distintos ámbitos del saber, cada uno de estos con su propio enfoque y habilidades; comparte un objetivo común: resolver problemas y desarrollar soluciones innovadoras para mejorar la calidad de vida de las personas. En [1] se argumenta que el avance de la tecnología y sus implicaciones en el crecimiento de la sociedad han generado, en el entorno científico y académico, la necesidad de replantear significativamente la forma en que se desarrolla y se transfiere conocimiento. Esto ha llevado a que las facultades y los programas de ingeniería en las universidades emprendan actividades en función de mejorar sus procesos administrativos, académicos y de infraestructura, esto último incluyendo equipamiento que aporte también a la formación experimental. En este contexto, el estudiante de ingeniería debe recibir una formación interdisciplinar, conceptual, metodológica y procedimental que lo habilite para enfrentar desafíos reales en su ejercicio profesional.

Este proyecto propone el diseño de un banco de pruebas didáctico para ejes que satisfaga las necesidades y restricciones de la EIME (Escuela de Ingeniería Mecánica) de la Universidad del Valle. Se comienza con una descripción del problema, proporcionando el contexto del proyecto y los desafíos involucrados. Se presentan los antecedentes más relevantes para evaluar el estado actual del conocimiento y los vacíos que este proyecto busca abordar. La relevancia del proyecto se fundamenta en la justificación. Se cubren los conceptos clave del proyecto en el marco teórico. Los objetivos son claramente definidos y la metodología describe, de forma detallada, cómo se llevaron a cabo las actividades siguiendo un cronograma. Se trabaja en función del presupuesto asignado para asegurar que el proyecto sea viable. Finalmente, se analizan los resultados y sus impactos.

1.1. Planteamiento del problema

La formación en la EIME se basa en un enfoque integral en varias áreas de conocimiento, mismas que inquieran de un fuerte componente de pruebas experimentales para su implementación. Según [2], el laboratorio se convierte en un espacio de construcción de conocimientos y metodologías científicas donde se discute la relevancia de los trabajos a desarrollar, la formulación de hipótesis y modelos, el análisis e interpretación de datos y resultados, y la elaboración crítica de síntesis y conclusiones. En este sentido, la EIME ha realizado una reciente modificación de la malla curricular, que se traduce como un paso significativo hacia la actualización de los contenidos y la mejora de la formación práctica de los futuros ingenieros. Esta reforma incluyó la asignatura de *Diseño de Máquinas 1* (780007C), en cuyo micro-curriculum está comprometida la realización de un laboratorio de pruebas dinámicas en ejes.

A pesar de lo anterior, y aunque la escuela ya cuenta con laboratorios que respaldan varias áreas de estudio, no dispone de un laboratorio específico para el diseño de máquinas que permita a los estudiantes desarrollar estas competencias, limitando así su capacidad para realizar experimentos que involucren la medición y verificación de la teoría, generando una brecha en su formación académica y técnica. A largo plazo, esto podría afectar su competitividad en la industria, pues las habilidades experimentales deben caracterizarse por su estrecha relación con los procesos que se dan en la formación del ingeniero mecánico durante el diseño, construcción, explotación y mantenimiento de su objeto de trabajo [3].

En consecuencia, el programa decidió incluir esta prueba y, aunque inicialmente se pensó en adquirir un equipo comercial, las restricciones presupuestarias impiden la compra y no garantizan la construcción del mismo; por ello, se ha considerado la posibilidad de diseñar el equipo como primer paso en el proceso de adquisición. Con todo esto, surge la pregunta: ¿Qué características debe tener el diseño de un banco de pruebas didáctico para ejes que responda a las necesidades formativas de los estudiantes y se adapte a las restricciones presupuestarias de la escuela de ingeniería mecánica de la Universidad del Valle?

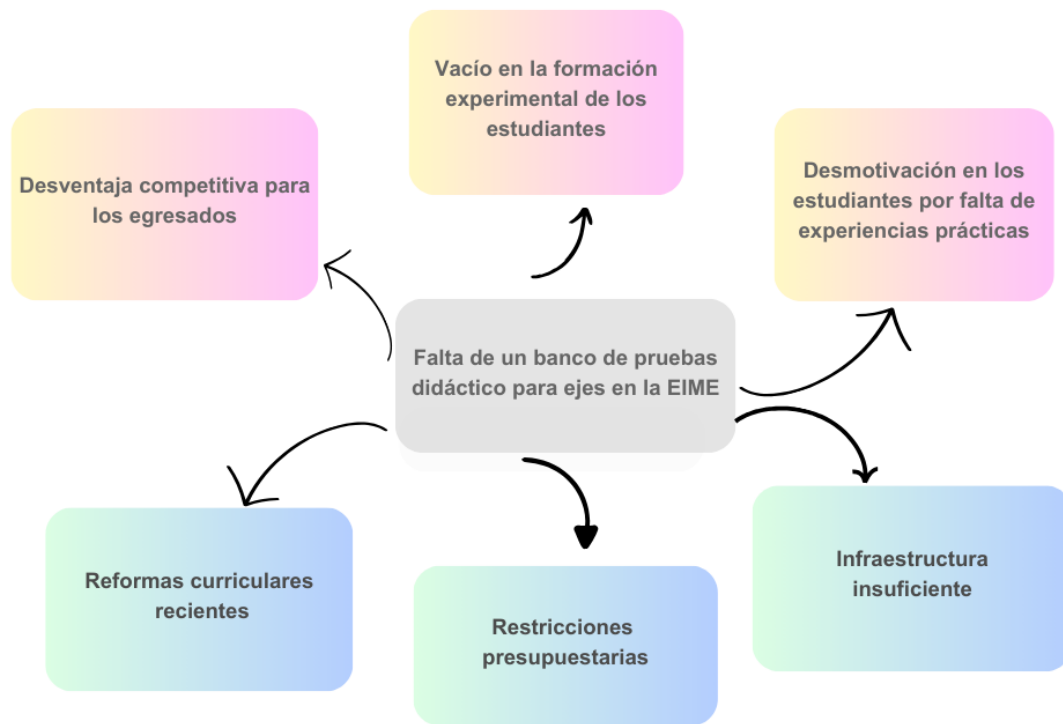


Figura 1: Árbol del problema. [Autor]

1.2. Justificación

Se debe solventar, de alguna manera, la falta de instalaciones y equipamiento experimental, puesto que, para [4], el laboratorio es considerado una parte fundamental para la enseñanza de ingeniería, ya que permite diseñar y realizar experimentos controlados, recoger y organizar información, identificar irregularidades, formular hipótesis y teorías, evaluar evidencias y extraer conclusiones.

Además, existen enfoques en otras instituciones que podrían servir como modelos de innovación para la enseñanza del diseño de ingeniería mecánica. En la Universidad Pública de Nottingham, Inglaterra, [5], los cursos de ingeniería mecánica enfocan el aprendizaje del diseño basado en proyectos prácticos para preparar a los ingenieros modernos, cuyas exigencias evolucionan rápidamente, puesto que los programas educativos deben adaptarse, mejorando la experiencia técnica

y práctica mediante aprendizaje activo.

Por todo lo anterior, un banco de pruebas didáctico para ejes no solo resolvería la necesidad inmediata de este recurso para los estudiantes que cursan Diseño de Máquinas 1, sino que también ofrecería una solución a largo plazo, adaptada al contexto académico y económico de la EIME. Esta propuesta, además, sería útil para otras asignaturas, permitiendo a los estudiantes comprender los principios detrás de su diseño y funcionamiento; asimismo, promovería la aplicación de sus conocimientos teóricos en un entorno práctico, con proyección hacia el ámbito laboral.

1.3. Objetivos

Los siguientes objetivos se han planteado para abordar la pregunta descrita en el planteamiento del problema.

1.3.1. Objetivo general

Diseñar un banco de pruebas didáctico para ejes que permita a los estudiantes de Ingeniería Mecánica de la Universidad del Valle realizar prácticas experimentales en la asignatura de *Diseño de Máquinas 1*, atendiendo tanto a las necesidades formativas como a las restricciones presupuestarias de la EIME.

1.3.2. Objetivos específicos

- Definir las propiedades dinámicas del eje que el banco de pruebas debe ser capaz de medir.
- Diseñar y/o seleccionar los componentes mecánicos necesarios para el banco de pruebas.
- Seleccionar un sistema de adquisición de datos junto con sensores adecuados para medir las variables de interés, garantizando su compatibilidad con un computador estándar.
- Validar numéricamente el diseño del banco de pruebas mediante la creación de un modelo tridimensional en software CAD y la ejecución de simulaciones dinámicas utilizando herramientas de análisis por elementos finitos.
- Desarrollar una guía de operación para las prácticas experimentales que se ofrecerán con el banco de pruebas.

1.4. Antecedentes

Esta sección tiene como propósito presentar las tecnologías disponibles, las limitaciones y los estudios previos sobre el diseño de bancos de pruebas didácticos para ejes. Todo ello, con el fin de reunir ideas de diseño que sirvan como base, referencia y apoyo para el desarrollo de este proyecto.

Tipos de bancos de pruebas comerciales

Los equipos de alto rendimiento y precisión son cruciales para realizar estudios sobre las propiedades dinámicas de los ejes y constituyen un referente en el diseño y la funcionalidad de los sistemas de medición de ejes en aplicaciones académicas e industriales.

El **“Equipo de Estudio de Rotación de Ejes MEER” de EDIBON** [6] resulta relevante, ya que permite explorar los fenómenos de oscilación y resonancia en ejes sometidos a diferentes condiciones. La rotación del motor se transmite a través de un acoplamiento elástico a un apoyo fijo con un mandril y de este apoyo se transmite el giro al eje fijado. La velocidad es medida por un sensor, y diferentes apoyos establecen configuraciones fijas o articuladas. Este equipo destaca la importancia de identificar velocidades críticas, las cuales pueden provocar deformación y fallos en los ejes si se sostienen durante períodos prolongados.

El **“Banco de Medición de Ejes” de ACYGS** [7] permite realizar mediciones precisas y fiables de la ovalización y el alabeo en ejes ferroviarios. Este equipo está diseñado con un soporte fijo y otro desplazable para adaptarse a los ejes, un motor para la rotación, un equipo de medición láser de accionamiento manual en los ejes X e Y, y una luneta de protección para garantizar la seguridad.

Por otra parte, el **“Simmons AXM-430 Axle Measurement System” de NSH USA Corporation** [8] es un equipo que proporciona una forma precisa y automatizada de verificar la calidad de los ejes. Mide el diámetro, la conicidad y la desviación total de carrera (TIR) en componentes como el cojinete, el asiento de la rueda y el engranaje. También detecta ejes doblados y determina la ubicación de características críticas a lo largo de su longitud. Aunque su propósito principal es la verificación geométrica, se considera como antecedente por su estructura y mecanismo de funcionamiento, los cuales resultan útiles como referencia.

En el laboratorio de vibraciones acústicas de la Universidad del Valle se encuentra el **“Simulador de fallas de maquinaria Lite (MFSLT)” de Spectra Quest** [9], una herramienta eficaz para introducir a los estudiantes de ingeniería en conceptos y metodologías de mantenimiento predictivo y consideraciones de diseño. Este simulador está compuesto por una carcasa de cojinetes con soporte dividido, un eje deslizante, rotores con extremos de collar dividido y acoplamientos, diseñados para ser desmontables y sustituibles en diversos experimentos. Entre estos se incluyen estudios controlados sobre alineación, balanceo, resonancia, defectos en rodamientos, grietas en el eje, vibraciones en ventiladores, fricción mecánica y problemas de amortiguamiento.

Proyectos académicos relacionados

Diversos proyectos académicos han propuesto soluciones para diseñar bancos de pruebas de menor costo, ajustados a las necesidades formativas de los estudiantes.

En la **Universidad Tecnológica de Pereira** [10] se diseñó un banco de pruebas para el laboratorio de Mecatrónica de la Escuela de Tecnología Mecánica. Este banco de pruebas para desalineamiento y desbalanceo utiliza un motor trifásico asíncrono de jaula de ardilla, debido a su bajo costo y facilidad de montaje y mantenimiento. Este motor se conecta a un eje mediante un acople flexible, en el cual se montan dos discos balanceados con orificios roscados para ajustar la masa y simular desbalanceo. Además, un soporte permite desalinear el eje respecto al acople, y el sistema cuenta con sensores de vibración para las mediciones. El bastidor está equipado con un sistema antivibratorio para evitar resonancias en el equipo.

De manera similar, en la **Universidad de los Andes** [11] se desarrolló el diseño y montaje de un banco de pruebas para identificar velocidades críticas en ejes. Este montaje consta de un motor que transmite el movimiento al eje mediante un sistema de poleas, que reduce su velocidad. Incluye un contador accionado a través de una cadena y discos dentados. Tiene también un par de

platinas con ranuras a lo largo de su estructura que proporcionan rigidez y permiten modularidad en la posición de los apoyos. Las masas, en forma de volante, se fijan al eje para aplicar una carga puntual. Tanto las masas como los soportes acoplados al eje son móviles, permitiendo realizar pruebas en diferentes configuraciones.

Por otro lado, el diseño del banco de pruebas para análisis de vibraciones mecánicas desarrollado en la **Universidad Francisco de Paula Santander** [12], consiste en un motor acoplado a un eje con un volante que tiene agujeros roscados, lo cual permite inducir vibraciones de desbalance mediante tornillos prisioneros. Los soportes facilitan el ajuste del desalineamiento dentro de los límites permitidos por los rodamientos y el acople. Las vibraciones se generan mediante un rodamiento con un fallo identificado, y los sensores ubicados en los soportes capturan las señales de vibración, que se envían a un registrador para su posterior análisis.

En la **Universidad Autónoma de Occidente** [13] se diseñó un banco de pruebas para ensayos de velocidad crítica y desbalance. Este equipo consiste en un motor regulado por un variador de frecuencia, un eje de sección transversal constante soportado por rodamientos y un disco fijo al eje que lo hace girar. Un sensor de proximidad envía la señal de vibración a una tarjeta de adquisición de datos para su procesamiento y visualización en un computador.

Instrumentación y adquisición de datos en bancos de pruebas

En los últimos años, se han incorporado tecnologías avanzadas en los bancos de pruebas dinámicas, como sistemas de automatización y adquisición de datos (DAQ), que permiten monitorear de manera continua las variables críticas durante el ensayo. Estos avances han mejorado significativamente la precisión de las mediciones y la capacidad para detectar fallas tempranas en los materiales.

Para el banco de pruebas del laboratorio de Mecánica de Materiales de la **Universidad de los Andes (ULA, Venezuela)** [14], se desarrolló un software para el análisis de vibración por desbalance, que emplea datos de sensores como acelerómetros y velocímetros para evaluar modos y efectos de falla en un rotor. Este instrumento fue programado en LabVIEW y utiliza instrumentación especializada: acelerómetro modelo 736T, velocímetro modelo 793V y la tarjeta de adquisición de datos DAQpad-6020E para medir vibraciones en un rotor.

Por su parte, en la **Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL, Ecuador)** [15], se implementó un programa de adquisición de datos mediante LabVIEW 8.6 y sus módulos SignalExpress y Sound and Vibration Assistant, que registran las vibraciones en el banco de pruebas mediante acelerómetros piezoeléctricos ubicados en puntos estratégicos. Una vez adquirida la señal de aceleración, esta se integra para obtener la velocidad, la cual, a través de un espectro de frecuencias, indica posibles fallas mecánicas o eléctricas en la maquinaria.

2. Marco Teórico

El propósito de esta sección es proporcionar el soporte conceptual y técnico necesario para el diseño del banco de pruebas didáctico para ejes. Esto incluye conceptos relacionados con las propiedades mecánicas de los ejes, las pruebas dinámicas, y la integración de sensores y sistemas de adquisición de datos.

2.1. Dinámica de ejes

Un eje es un componente esencial en sistemas mecánicos diseñado para soportar y transmitir movimiento rotatorio, potencia y pares de torsión. Además de sostener piezas que giran solidarias a él, los ejes sirven como enlace entre un dispositivo generador de energía mecánica, como un motor eléctrico o de combustión interna, y otros componentes giratorios del sistema, como engranajes, poleas o ruedas.

2.1.1. Comportamiento dinámico de los ejes

Tipos de fuerzas, momentos principales y vibraciones en un eje

Las fuerzas que actúan sobre un eje se clasifican en radiales, axiales y tangenciales. Las **fuerzas radiales**, que actúan perpendicularmente al eje, provienen de elementos como los engranajes e inducen esfuerzos de flexión y cortante. Por otro lado, las **fuerzas axiales**, generadas por el empuje de componentes como tornillos sin fin, actúan a lo largo del eje, provocando cargas axiales y esfuerzos de flexión. Finalmente, las **Fuerzas tangenciales** actúan a lo largo de la circunferencia del eje, induciendo torsión, flexión y esfuerzos cortantes. [16],[17],[18],[19]

- **Par torsor:** Aparece cuando el eje transmite potencia y depende de la velocidad angular ω así

$$T = \frac{P}{\omega} \quad (1)$$

donde P es la potencia transmitida.

- **Momentos flexionantes:** Ocurren debido a fuerzas radiales aplicadas a lo largo del eje y a los puntos de apoyo. El momento flexionante en una sección de una viga o eje se puede expresar como

$$M(x) = \int V(x) dx + C \quad (2)$$

donde M, V, y C son el momento flector, la cortante y la constante de integración por las condiciones de borde, respectivamente.

Las **vibraciones torsionales** surgen por pares fluctuantes, desbalance de carga o irregularidades en el sistema, causando fatiga por torsión y, en algunos casos, resonancia. Por su parte, las **vibraciones transversales** ocurren por cargas radiales, como las de engranajes o poleas, provocando deformaciones, fatiga por flexión y desgaste en componentes. Por último, las **vibraciones longitudinales** se deben a fuerzas axiales periódicas, como las de transmisiones o pistones, generando fatiga por compresión o tracción y resonancia axial. [20]

2.1.2. Condiciones críticas de carga

Frecuencia natural

Es la frecuencia a la que un sistema oscilatorio tiende a vibrar cuando se le perturba y se deja libre para oscilar sin ninguna fuerza externa continua actuando sobre él. Es una propiedad inherente del sistema y depende de sus características físicas.

Velocidad crítica

Es la velocidad de rotación en la que las deflexiones del eje tienden a incrementarse, llevando al sistema a un estado inestable. Las más relevantes para el diseño son la primera y, ocasionalmente, la segunda, ya que frecuencias superiores suelen estar fuera del rango operativo. Para un eje con una carga concentrada W en el centro y soportado en dos extremos, la velocidad crítica se calcula aproximadamente como

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{\delta}} \quad (3)$$

donde g es la aceleración gravitatoria y δ la deflexión estática $\delta = \frac{PL^3}{48EI}$, obtenida al integrar dos veces la ecuación de la curva elástica 11 y aplicar las condiciones de frontera específicas del problema (apoyos y cargas). [19]

Resonancia

Ocurre cuando la frecuencia de excitación coincide con una frecuencia natural del sistema, amplificando las vibraciones de forma extrema. Sus causas incluyen desbalance, cargas asimétricas y características geométricas del eje, puede mitigarse ajustando la velocidad de operación, modificando la rigidez del sistema o añadiendo amortiguadores. En sistemas simples, como una columna, un péndulo o incluso un eje idealizado con condiciones de frontera específicas donde existe una sola frecuencia natural predominante, esta relación se puede aproximar como

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta}} \quad (4)$$

Sin embargo, en el caso de ejes reales o sistemas más complejos, existen múltiples frecuencias naturales que dependen de las propiedades geométricas, la rigidez torsional, el momento de inercia y las condiciones de frontera. En estos casos, la resonancia puede ocurrir cuando la frecuencia de excitación coincide con cualquiera de estas frecuencias naturales, lo que requiere un análisis modal más detallado. [20],[21]

2.1.3. Esfuerzos principales

Como se muestra en la Figura 2, en cualquier sección transversal de un eje existe, en general, un par de torsión T , una carga axial F , una fuerza cortante V , y un momento flector M . Estas cargas producen los siguientes esfuerzos:

- **Esfuerzos cortantes por par de torsión:** Si la sección es circular sólida, los puntos de mayor esfuerzo cortante son los ubicados en la periferia, y dicho esfuerzo está dado por

$$\tau = \frac{Tr}{J} \quad (5)$$

donde T , r , J y d son el par de torsión, el radio del eje, y el momento polar de inercia respectivamente.

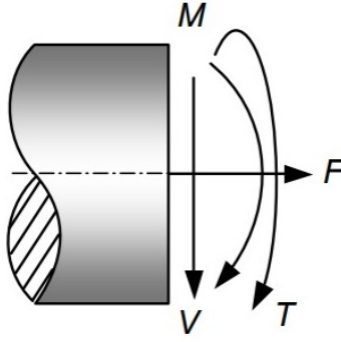


Figura 2: Cargas internas en una sección de eje. [17]

- **Esfuerzos normales por carga axial:** El esfuerzo normal σ_F , es constante en toda la sección y está dado por

$$\sigma_F = \frac{F}{A} \quad (6)$$

donde F y A son la fuerza axial y el área transversal, respectivamente.

- **Esfuerzos normales por flexión:** El esfuerzo normal σ_M , es máximo en las fibras más alejadas del eje neutro y está dado por

$$\sigma_M = \frac{Mc}{I} \quad (7)$$

donde M es el momento flector, c la distancia al punto más alejado del eje neutro, e I el momento de inercia de la sección transversal.

- **Esfuerzo cortante por carga transversal:** Cuando un elemento estructural, como un eje o viga, está sometido a una carga transversal, se generan esfuerzos cortantes internos, y en un punto específico, se puede determinar mediante la siguiente expresión general

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (8)$$

donde τ es el esfuerzo cortante en el punto de interés, V la fuerza cortante interna, Q el primer momento de área, I el momento de inercia, y b es el ancho de la sección. Estos esfuerzos suelen ser menores que los de flexión y, por lo general, se consideran despreciables, excepto cuando alcanzan valores significativos.

2.1.4. Rigidez y deformación

Rigidez

La rigidez de un eje es su capacidad para resistir deformaciones bajo fuerzas externas, asegurando la alineación y el funcionamiento adecuado de los componentes. Depende de factores como los apoyos y las propiedades geométricas y materiales del eje. [18, 19]

Las **propiedades geométricas y del material del eje** incluyen el **momento de inercia (I)**, que está relacionado con la forma y tamaño de la sección transversal y afecta la rigidez en flexión; el **momento polar de inercia (J)**, que es similar al momento de inercia pero para torsión; el **módulo de elasticidad (E)**, que indica la rigidez del material bajo flexión; y el **módulo de rigidez (G)**, que representa la resistencia a la deformación angular.

- **Rigidez en torsión:** La rigidez torsional GJ está relacionada con la resistencia del eje a girar bajo un momento torsor T

$$\theta = \frac{TL}{GJ} \quad (9)$$

donde θ , T , L , G , J , son el ángulo de torsión, el momento torsor aplicado, la longitud del eje, el módulo de rigidez y el momento polar de inercia respectivamente.

- **Rigidez en flexión:** Depende del módulo de elasticidad (E) y del momento de inercia (I) de la sección transversal. La deflexión máxima $\delta_{\max}$ de un eje con carga transversal P se puede calcular, por ejemplo, para un eje simplemente apoyado con una carga puntual en el centro así

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{48EI} \quad (10)$$

donde L es la longitud entre apoyos.

Deformación

La deformación es el cambio de forma o posición que experimenta el eje debido a las cargas externas.

La **deformación por torsión** ocurre cuando el eje está sometido a un momento torsor, generando un ángulo de torsión θ proporcional a la longitud del eje y la carga aplicada. La **deformación por compresión o tracción axial**, aunque menos común, puede ocurrir si hay fuerzas axiales actuando sobre el eje. Finalmente, la **deformación por flexión** aparece cuando el eje recibe cargas transversales, provocando una deflexión perpendicular al eje longitudinal, que puede analizarse usando la ecuación de flexión de vigas, donde el momento flector M se relaciona con la curvatura de la viga así

$$\frac{M(x)}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (11)$$

2.1.5. Desalineamiento y desbalanceo en sistemas rotativos

Los fenómenos de desbalanceo y desalineamiento en sistemas rotativos son dos de las principales fuentes de vibraciones y fallas mecánicas en la maquinaria industrial. Su estudio es esencial para el diseño de equipos rotativos y su mantenimiento predictivo.

Desbalanceo en ejes rotativos

El desbalanceo ocurre cuando la masa de un eje no está distribuida de manera uniforme con respecto a su centro de rotación, lo que genera una fuerza centrífuga periódica. Este problema es común en rotores de máquinas como turbinas, motores eléctricos y ventiladores industriales. Se clasifica en tres tipos principales: **desbalanceo estático**, que ocurre cuando el centro de masa del rotor no coincide con su eje geométrico, generando una fuerza de inercia uniforme en todas las direcciones; **desbalanceo dinámico**, se presenta cuando la distribución de masa del rotor no es simétrica respecto a su eje de rotación en más de un plano transversal. En estas condiciones se generan fuerzas y pares de inercia durante la rotación, produciendo momentos dinámicos adicionales que provocan vibraciones en el sistema; y **desbalanceo combinado**, que es la coexistencia de los dos tipos anteriores y requiere un balanceo en más de un plano para su corrección.

El desbalanceo excesivo genera vibraciones que pueden inducir esfuerzos adicionales en los componentes del sistema, reduciendo su vida útil y aumentando el riesgo de falla. Para corregirlo, se utilizan técnicas de balanceo en campo y sistemas de monitoreo de vibraciones basados en acelerómetros [22].

Desalineamiento en acoplamientos rotativos

El desalineamiento ocurre cuando los ejes de dos componentes acoplados no están correctamente alineados en una misma línea geométrica. Existen tres tipos principales de desalineamiento: el **desalineamiento angular**, que se da cuando los ejes presentan un ángulo entre sí en el acoplamiento; el **desalineamiento paralelo**, que ocurre cuando los ejes están desplazados en dirección radial sin formar un ángulo; y el **desalineamiento combinado**, que es la combinación de los dos tipos anteriores y el más común en la industria.

Los efectos del desalineamiento incluyen el aumento de vibraciones en el sistema, generación de esfuerzos adicionales en los rodamientos y fatiga prematura en los componentes mecánicos. Además, puede inducir calor excesivo en los acoplamientos y aumentar el consumo de energía debido a la fricción adicional [23].

Para la detección del desalineamiento, se emplean técnicas como el análisis del espectro de vibraciones y la medición con láser de precisión. La corrección adecuada del desalineamiento mejora la eficiencia del sistema y prolonga la vida útil de los componentes rotativos. [24]

2.2. Elementos claves en el diseño

2.2.1. Sensores y medición de variables

Sensores:

Los sensores son dispositivos que detectan variaciones en magnitudes físicas y las convierten en señales eléctricas. Cuando una magnitud física cambia, la propiedad sensible del sensor también cambia. Este cambio se traduce en una señal eléctrica que puede ser procesada por sistemas electrónicos para tomar decisiones o realizar acciones basadas en el entorno. [14],[25]

Tipos de sensores relevantes

- **Galgas extensométricas (strain gauges):** Miden la deformación en materiales. Su resistencia cambia cuando el material se estira o comprime, permitiendo calcular esfuerzos y deformaciones.
- **Tacómetros:** Miden la velocidad de rotación de un eje. Proporcionan la información sobre la velocidad angular.
- **Acelerómetros:** Detectan aceleraciones y movimientos en diferentes direcciones, útiles para medir vibraciones y fuerzas dinámicas.
- **Sensores de fuerza (Load cells):** Miden la fuerza aplicada sobre un objeto. Son útiles para medir esfuerzos estáticos o dinámicos.
- **Sensores de desplazamiento (LVDT - Linear Variable Differential Transformer):** Miden desplazamientos lineales con alta precisión, ideales para medir desplazamientos pequeños o deformaciones.

2.2.2. Sistemas de adquisición de datos (DAQ)

Un sistema DAQ (Data Acquisition System) es un conjunto de dispositivos y software utilizado para medir, recopilar y procesar señales físicas de diversos sensores. Su función principal es convertir señales analógicas en datos digitales para su análisis. [14],[26]

Componentes básicos

- **Acondicionadores de señal:** Adaptan las señales del sensor a niveles adecuados para el procesamiento.
- **Convertidor analógico-digital (ADC):** Convierte las señales analógicas en datos digitales.
- **Software de procesamiento:** Gestiona y analiza los datos adquiridos.

Los parámetros clave de un sistema DAQ incluyen la **compatibilidad con sensores**, que garantiza la integración de diversas señales; la **frecuencia de muestreo**, que determina cuántos datos se capturan por segundo; el **número de canales**, que especifica cuántas señales se pueden registrar simultáneamente; y la **resolución**, que es el valor más pequeño de señal que el sistema puede detectar, lo que afecta la precisión con la que se capturan las variaciones de la señal.

2.2.3. Sistemas de carga y generación de torque

Son dispositivos diseñados para aplicar fuerzas y momentos sobre un objeto o componente para simular condiciones operativas o de ensayo.

Generación de torque

El torque es generado mediante actuadores como **motores eléctricos, hidráulicos o neumáticos**. Estos actuadores aplican un momento de torsión al eje, que puede ser controlado en términos de magnitud y sentido de giro. La medición precisa de torque se realiza con transductores o medidores de par, que convierten el momento aplicado en una señal eléctrica proporcional. [27]

Sistema de carga

Conjunto de elementos cuya función es ofrecer resistencia al movimiento rotacional generado por un actuador permitiendo evaluar la respuesta del sistema motriz frente a diferentes niveles de demanda de potencia. Pueden adoptar diversas formas como generadores eléctricos o bombas, elementos de inercia como volantes, o sistemas de frenado que imponen un par resistente controlado.

2.3. Materiales

Las propiedades mecánicas para un diseño de un banco de pruebas incluyen resistencia, rigidez, y durabilidad, para asegurar la vida útil bajo condiciones dinámicas. En la industria, los materiales comunes para ejes y componentes de bancos de pruebas incluyen **acero** (alta resistencia y rigidez), **aleaciones de aluminio** (ligereza y buena durabilidad), y **acero inoxidable** (resistencia a la corrosión y alta durabilidad). [17],[18]

3. Metodología

La metodología de este proyecto se dividió en cinco etapas orientadas al cumplimiento de los objetivos específicos planteados. A continuación, se detallan los procedimientos y actividades desarrollados en cada fase del diseño del banco de pruebas didáctico para ejes, asegurando que, aunque la construcción del sistema no estuviera garantizada, el diseño se mantuviera dentro de los límites presupuestarios establecidos.

Definición de las propiedades mecánicas del eje a medir

En la primera etapa, se definieron las propiedades dinámicas que el banco de pruebas debía ser capaz de medir. Entre estas se incluyeron velocidades críticas, esfuerzos y rigidez. Este proceso incluyó una revisión profunda de la literatura, artículos académicos y documentos técnicos que abordan estas propiedades en el contexto del diseño de máquinas. A partir de esta revisión, se identificaron las variables más relevantes para las prácticas experimentales, asegurando su coherencia con los objetivos del curso *Diseño de Máquinas 1*. Finalmente, se establecieron los rangos de medición necesarios para dichas variables, considerando el eje seleccionado y las limitaciones del sistema de medición utilizado.

Indicador de cumplimiento: Documento técnico que detalla las propiedades dinámicas seleccionadas, los rangos de medición propuestos y las justificaciones basadas en la literatura revisada.

Diseño y selección de los componentes mecánicos del banco de pruebas

La segunda etapa se enfocó en el diseño y la selección de los componentes mecánicos del banco de pruebas, incluyendo el diseño del eje, la estructura, los apoyos y los sistemas de sujeción y control. Se seleccionaron materiales adecuados para cada componente, priorizando aquellos con una adecuada relación costo-beneficio, y se propuso un diseño orientado a mantener los costos dentro de un rango moderado, acorde con el presupuesto sugerido por la EIME, comprendido entre 50 y 70 millones de pesos colombianos (COP).

Utilizando software CAD, se modeló la estructura completa del banco de pruebas y, durante el proceso de diseño, se realizó una estimación preliminar de costos con el fin de garantizar la viabilidad económica del proyecto. Esta etapa también incluyó criterios de facilidad de uso, fundamentales para su implementación en un entorno educativo.

Indicador de cumplimiento: Componentes comerciales seleccionados y justificados, modelos CAD de los componentes diseñados, acompañados de un informe descriptivo que también incluye los materiales seleccionados, los costos preliminares y las consideraciones de seguridad.

Selección del sistema de adquisición de datos y sensores

En la tercera etapa, se seleccionó un sistema de adquisición de datos y los sensores necesarios para la medición de las variables dinámicas. Se evaluaron opciones tecnológicas disponibles en el mercado que cumplieran con los requerimientos de precisión y compatibilidad, evitando aquellas que resultaran excesivamente costosas. Asimismo, se analizó la integración de dichos sensores con un computador estándar, con el objetivo de minimizar los costos asociados a la necesidad de equipos adicionales.

Indicador de cumplimiento: Informe técnico con la selección final de los sensores y del sistema de adquisición de datos.

Validación del diseño mediante simulaciones y modelado tridimensional

La cuarta etapa consistió en la creación final de un modelo tridimensional en software CAD y la validación mediante la realización de simulaciones dinámicas. Estas simulaciones se enfocaron en el análisis modal del eje del banco de pruebas bajo condiciones de operación similares a las que enfrenta durante su uso en las prácticas.

Indicador de cumplimiento: Resultados de simulaciones documentados, junto con una versión final del modelo CAD.

Desarrollo de la guía de operación para las prácticas experimentales

Finalmente, en la quinta etapa se desarrolló una guía de operación para las prácticas experimentales. Esta guía incluyó instrucciones detalladas para el montaje, la configuración del sistema de adquisición de datos y la ejecución de las pruebas, así como recomendaciones para el análisis de los resultados. Adicionalmente, se realizaron pruebas piloto de la guía con profesores, con el fin de garantizar su claridad y funcionalidad, y se efectuaron los ajustes necesarios a partir de la retroalimentación recibida.

Indicador de cumplimiento: Guía de operación completa y revisada.

4. Definición de las propiedades dinámicas del eje a medir

El banco de pruebas fue diseñado para evaluar cinco aspectos clave en la dinámica de ejes: desbalanceo, desalineamiento, velocidad crítica, comportamiento con carga y cargas puntuales. Para ello, contó con una estructura ajustable que permitió modificar la distancia y configuración entre apoyos, aplicar diferentes tipos de cargas y medir variables mecánicas como **las aceleraciones asociadas al fenómeno vibratorio, deflexiones y esfuerzos**. Con este propósito, el sistema cumple con los siguientes requerimientos funcionales:

Análisis del efecto del desbalanceo controlado

El banco de pruebas permitirá inducir un desbalanceo controlado mediante la adición de masas ajustables en un volante, el cual también funcionará como volante de inercia y carga puntual cuando esté balanceado. Se analizará su impacto en las aceleraciones, esfuerzos y deflexiones del eje, evaluando cómo la ubicación y magnitud del desbalance afectan el comportamiento dinámico del sistema.

Estudio del desalineamiento controlado

El banco de pruebas permitirá modificar la alineación del eje mediante ajustes en los soportes, con el fin de analizar cómo el desalineamiento afecta las aceleraciones, los esfuerzos y las deflexiones.

Determinación de la velocidad crítica

El banco de pruebas permitirá analizar la variación de la velocidad crítica en función de la distancia entre apoyos, midiendo las aceleraciones y deflexiones en relación con la velocidad de rotación del eje. Las deflexiones se determinarán a partir de las deformaciones medidas con galgas extensométricas, permitiendo así obtener desplazamientos a partir de esfuerzos. Además, se compararán los resultados experimentales con modelos matemáticos para validar las predicciones teóricas.

Evaluación del comportamiento con cargas puntuales

El banco de pruebas permitirá aplicar cargas puntuales controladas sobre el eje para estudiar su efecto en la deflexión, medir los esfuerzos generados y evaluar la influencia de la rigidez del sistema. Además, se analizará cómo la distribución de cargas afecta el comportamiento dinámico del eje.

Simulación de una carga real acoplada

El banco de pruebas permitirá el acoplamiento de un molino o generador como carga real, lo que permitirá analizar la transferencia de potencia y su impacto en la vibración y los esfuerzos del eje.

Facilidad de configuración y adquisición de datos

El banco de pruebas contará con sistemas de medición de aceleraciones, esfuerzos, torque y velocidad de rotación, integrados a un sistema de adquisición de datos que permitirá el monitoreo en tiempo real. Además, su diseño garantizará ajustes rápidos en la configuración para facilitar la realización de múltiples pruebas.

5. Diseño y/o selección de los componentes mecánicos

5.1. Generador eléctrico

Para simular una carga mecánica real en el banco de pruebas, se propone utilizar un **generador de imán permanente (PMA) modelo 6725PMA-2000-4000 de la marca VQP**, el cual transforma la energía mecánica suministrada por el eje en energía eléctrica, replicando condiciones de funcionamiento similares a las de dispositivos como molinos, bombas o ventiladores. Este generador sin escobillas, de corriente continua, tiene una potencia nominal de **2000 W (1800 W en operación continua)**, una velocidad máxima de **4000 RPM** y una salida de **12–14 V**.

Su diseño compacto, mostrado en la Figura 3, permite la integración al banco mediante un acople directo. Se considera adecuado por su capacidad de generar carga efectiva sobre el eje, su bajo mantenimiento al no tener escobillas, y su disponibilidad comercial. Además, su precio de aproximadamente **\$270.000 COP** lo hace viable dentro de las restricciones presupuestarias del proyecto.



Figura 3: Generador de imán permanente VQP. [Amazon]

En este caso, la corriente continua generada no será utilizada para alimentar una carga eléctrica específica como una estufa, sino que se disipará en una carga resistiva, permitiendo mantener una oposición mecánica realista sobre el eje durante el ensayo. El objetivo principal no es aprovechar la energía eléctrica generada, sino imponer una resistencia que simule condiciones de carga típicas en transmisiones reales.

Se seleccionó la resistencia de frenado de cerámica bobinada mostrada en la Figura 4, diseñada para aplicaciones de disipación de potencia y frenado dinámico. Este tipo de resistencia presenta un rango de potencia nominal seleccionable entre 50 W y 6000 W, así como valores de resistencia comprendidos entre $1\ \Omega$ y $3000\ \Omega$.

Para el presente estudio se seleccionó un valor resistivo de $R = 1\ \Omega$, el cual permite imponer una carga moderada y segura sobre el sistema. Considerando un voltaje de salida del generador de 12 V y una velocidad de operación del eje de 3000 rpm, la corriente eléctrica que circula por la resistencia se calcula mediante la Ley de Ohm:



Figura 4: Resistencia de frenado de cerámica bobinada. [Amazon]

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{1} = 12 \text{ A}$$

La potencia eléctrica disipada en la resistencia, equivalente a la potencia mecánica absorbida por el generador, está dada por:

$$P = V \cdot I = 12 \cdot 12 = 144 \text{ W}$$

Esta potencia se manifiesta mecánicamente como un par resistente sobre el eje. Para una velocidad angular correspondiente a 3000 rpm:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi(3000)}{60} = 314 \text{ rad/s}$$

El par resistivo impuesto al sistema se obtiene como:

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{144}{314} = 0,46 \text{ N}\cdot\text{m} \quad (12)$$

Este valor de par representa una carga controlada y adecuada para el análisis dinámico del eje sin comprometer la integridad del motor ni del generador. En la estimación se asumió, para simplificar, que la potencia mecánica entregada al generador se transforma en potencia eléctrica disipada en la resistencia de frenado. En la práctica, generadores de este tipo presentan eficiencias típicas del orden de 85–90 %, por lo que la potencia mecánica real requerida sería ligeramente mayor. En caso de requerirse mayores niveles de carga, el sistema permite la conexión de múltiples resistencias idénticas en paralelo, reduciendo la resistencia equivalente y aumentando la potencia disipada, lo que se traduce en un mayor par resistente aplicado al eje de forma modular y segura. El costo de la resistencia de frenado es de **\$400.000 COP**, según información disponible en el mercado colombiano.

5.2. Selección del motor

Para accionar el generador de imán permanente seleccionado, se optó por un motor eléctrico trifásico **genérico industrial Y90L-2** de **2,2 kW** (equivalente a **3 HP**), **2 polos** y **carcasa 90L**, con una **velocidad nominal de 3600 RPM**. Este motor mostrado en la Figura 5, permite alcanzar de manera más directa la velocidad nominal del generador (**4000 RPM**) mediante una simple relación de transmisión, lo cual facilita el diseño mecánico del sistema. Además, su potencia y

velocidad son adecuadas para superar las demandas dinámicas del sistema de pruebas, incluyendo la inercia del volante y la carga impuesta por el generador. Su costo es considerablemente menor que otras opciones comerciales, con un precio aproximado de **\$700.000 COP**, según información disponible en el mercado colombiano.



Figura 5: Motor genérico Y90L-2 de 2,2kW. [Mercado Libre Colombia]

5.3. Variador de frecuencia

Para el control de velocidad del eje en el banco de pruebas, se empleará un variador de frecuencia **Siemens MICROMASTER 420** que se observa en la Figura 6. Este equipo se encuentra disponible en el taller de la EIME y permite regular la velocidad del motor trifásico al modificar la frecuencia de alimentación, en un rango ajustable desde 0 hasta 100 Hz de forma segura, permitiendo así variar la velocidad de rotación del motor por debajo de su valor nominal.

El motor seleccionado tiene una velocidad nominal de **3600 RPM a 60 Hz**, y se implementará una transmisión por correas dentadas sincrónicas que permita aumentar mecánicamente la velocidad del eje hasta **4000 RPM**. El variador de frecuencia permitirá realizar ajustes finos de velocidad para reproducir escenarios reales de funcionamiento sin necesidad de modificar continuamente la configuración mecánica. El sistema eléctrico del taller opera con una tensión trifásica de 220 V, lo cual se tendrá en cuenta al configurar tanto el variador como el motor.

En este tipo de variadores, el control se realiza manteniendo aproximadamente constante la relación voltaje-frecuencia (V/f), lo que permite conservar un par cercano al nominal del motor dentro del rango de frecuencias de operación considerado.



Figura 6: VFD Micromaster 420. [Siemens]

5.4. Diseño del sistema de transmisión por poleas

Se diseñó un sistema de transmisión por **correas dentadas sincrónicas** para adaptar la velocidad del motor a los requerimientos del generador y de las pruebas. Este tipo de correas se seleccionó debido a su alta precisión en la transmisión del movimiento, ausencia de deslizamiento y elevada eficiencia. La relación de transmisión de **1,11** permite incrementar la velocidad nominal del motor de **3600 RPM** hasta las **4000 RPM** necesarias para el generador, asegurando su funcionamiento dentro del rango óptimo. Además, mediante el uso del variador de frecuencia (VFD), es posible reducir la velocidad del conjunto para ubicar la velocidad crítica del eje dentro del rango de diseño, facilitando su análisis por resonancia y garantizando tanto la seguridad operativa como un margen adecuado para futuros ajustes.

La metodología y los valores utilizados para el diseño se tomaron de [28].

Para la potencia de diseño, se multiplica la potencia nominal del motor (**3 HP**) por el valor del **factor de servicio básico** para generadores y excitadores. (**1,8**):

$$P_{\text{diseño}} = 3 \text{ HP} \cdot 1,8 = 5,4 \text{ kW}$$

A partir de la tabla de **selección del paso para transmisiones sincrónicas**, se selecciona la **correa tipo L** (3/8" de paso) al cruzar en la tabla los 5,4 HP con las 4000 RPM.

La relación de velocidad se obtiene dividiendo las RPM mayores entre las RPM menores.

$$i_1 = \frac{4000}{3600} = 1,11$$

De las tablas de **selección de transmisiones estándar** se determina:

$$\begin{aligned} \text{Dientes polea motriz} &= 40 \\ \text{Dientes polea impulsada} &= 36 \\ \text{Longitud de correa} &= 42 \text{ pulgadas} \\ \text{Distancia entre centros} &= 13,87 \text{ pulgadas} \end{aligned}$$

Tomando las tablas de **capacidad de transmisión con correas de ancho estándar**, se eligió una correa de **1 pulgada** de ancho a partir del número de dientes y RPM de la polea menor.

Finalmente, siguiendo la estructura en mm Ref: longitud/número de dientes - código del paso - ancho de la correa, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Polea motriz} &= \text{Ref: 40L100} \\ \text{Polea impulsada} &= \text{Ref: 36L100} \\ \text{Correa} &= \text{Ref: 420L100} \end{aligned}$$

Las poleas utilizadas en la transmisión serán fabricadas en acero AISI 1020, material con una densidad aproximada de 7850 kg m^{-3} . A partir de las propiedades obtenidas directamente del

modelo CAD mostrado en la Figura 7, se determinó una masa de 1,839 kg para la polea montada en el eje. Por lo tanto, para el análisis de resonancia y deflexión del eje, se considerará un peso equivalente de **18,04N**.

Además del peso propio de la polea, en el análisis de resonancia y deflexión se debe considerar la carga radial producida por la transmisión de torque a través de la correa. Dado que las correas son sincrónicas y no dependen de fricción para la transmisión de potencia, no se requiere un factor de aumento significativo como en las correas en V. Por lo tanto, se adopta un factor unitario, considerando únicamente la fuerza tangencial derivada del torque transmitido. Dicha carga tangencial F_t puede estimarse a partir del par transmitido T y el diámetro primitivo de la polea D_p mediante la expresión:

$$F_t = \frac{2T}{D_p}$$

Se busca que el sistema presente su primera frecuencia de resonancia en torno a los **3000 rpm** (314.159 rad/s), de manera que esta condición pueda alcanzarse y ajustarse durante las pruebas mediante el variador de frecuencia. Para la estimación del par a esa velocidad se toma la potencia nominal del motor $P = 2200 \text{ W}$; por tanto,

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{2200 \text{ W}}{314,159 \text{ rad/s}} = 7,003 \text{ Nm}.$$

La polea montada en el eje tiene un diámetro primitivo $D_p = 0,1084 \text{ m}$; la fuerza tangencial se calcula como:

$$F_t = \frac{2T}{D_p} = \frac{2 \cdot 7,003 \text{ N m}}{0,1084 \text{ m}} = 129,18 \text{ N}.$$

Por tanto, la fuerza W_p considerada para los análisis será la suma de la fuerza tangencial ejercida por la polea (**129,18N**) más su peso propio (**18,04N**).

$$W_p = 147,22 \text{ N}$$



Figura 7: Modelo CAD del sistema de transmisión de potencia en Autodesk Inventor. [Autor]

Para estimar el costo de fabricación de las poleas se consideró la masa obtenida directamente de los modelos CAD, el precio del material y los procesos de manufactura requeridos. La masa total de las dos poleas es de 4,257 kg y el costo del material se estimó empleando un precio de referencia de aproximadamente 7 925,46 COP/kg para acero estructural en el mercado colombiano, según el Generador de Precios de la Construcción, lo que representa un valor cercano a 34.000 COP para el material de ambas poleas. Adicionalmente, se incluyó un costo estimado de mecanizado asociado a operaciones de torneado y conformación de las ranuras de transmisión, típicas en la fabricación de poleas, así como el costo de la correa de transmisión tipo L (paso de 3/8", longitud de 42 pulgadas y ancho de 1 pulgada), cuyo valor comercial se encontró a partir de consultas en catálogos de proveedores industriales y plataformas comerciales en línea, en aproximadamente 90.000 COP. De esta manera, el costo total asociado a las dos poleas y a la correa de transmisión se estimó en aproximadamente **\$ 350.000 COP**, considerando material, manufactura y componente comercial.

5.5. Diseño del volante de inercia

En sistemas mecánicos donde las variaciones de torque son significativas, el volante de inercia juega un papel fundamental en el almacenamiento y la liberación de energía para estabilizar el movimiento.[30] Sin embargo, en el presente sistema, las fluctuaciones de torque son relativamente pequeñas dado que el motor opera bajo condiciones de carga estables y el generador está acoplado directamente. Por lo tanto, el volante de inercia tiene principalmente un propósito académico y experimental, orientado a reproducir y estudiar efectos dinámicos mínimos en el eje.

Se ha decidido realizar un diseño preliminar del volante basado en criterios prácticos, para posteriormente cuantificar el porcentaje que representa su inercia respecto a la inercia total del sistema. En caso de que esta contribución resulte marginal, se podrá ajustar el tamaño o la masa del volante para asegurar que aporte un efecto dinámico significativo y que el banco de pruebas cumpla con los objetivos educativos planteados. Para calcular la inercia total del sistema, se analizarán por separado los componentes principales.

El momento de inercia de masa del eje, tomado de su modelo en Autodesk Inventor, es:

$$I_e = 1615,026 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2 = 0,001615026 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

El momento de inercia de masa del motor se denota como I_m , cuyo valor de catálogo es:

$$I_m = 0,00968 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

No se cuenta con planos detallados ni datos precisos del generador, por ello, se realiza una aproximación basada en las dimensiones comerciales y peso del equipo, modelándolo como un cilindro macizo de masa y radio equivalentes. Este método permite obtener una estimación razonable de su momento de inercia, adecuada para los fines de este análisis preliminar.

Para estimar la inercia del generador, se modela el rotor como un cilindro macizo girando alrededor de su eje. El momento de inercia de un cilindro macizo se calcula como:

$$I = \frac{1}{2}mr^2,$$

Donde m y r son la masa y el radio del rotor, respectivamente.

El generador tiene un peso de 6,6 libras (3 kg), y sus dimensiones comerciales son $7,9'' \times 6,1'' \times 6,1''$ ($2,201m \times 0,155m \times 0,155m$). Asumiendo que el radio del rotor es la mitad de la menor dimensión (ancho o alto):

$$r = \frac{0,155}{2} = 0,0775 m$$

Finalmente, la inercia estimada del generador es:

$$I_g = \frac{1}{2} \times 3 \times (0,0775)^2 = 0,0090 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Teniendo en cuenta que una de las pruebas a realizar en el banco es la prueba de desbalanceo, se diseñó el volante con una serie de perforaciones radiales, que permitirán más adelante inducir desbalance de forma controlada mediante el uso de masas atornillables. Estas perforaciones fueron consideradas desde el diseño inicial para dicha prueba.

El volante mostrado en la Figura 8 fue modelado en Autodesk Inventor como un cilindro macizo con un cubo acoplado para permitir su montaje mediante chavetas, considerando un eje de 35 mm. El cuerpo principal tiene un diámetro exterior de **210 mm** y un espesor de **30 mm**. El cubo adicional posee un diámetro exterior de **55 mm** y espesor de **30 mm**.

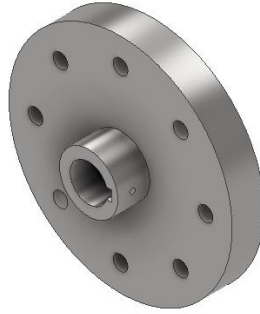


Figura 8: Modelo CAD del volante de inercia en Autodesk Inventor. [Autor]

Asignando al modelo el material *Steel, Mild* (equivalente a un acero AISI 1020) y utilizando la herramienta de análisis físico del software, se obtuvo el peso W_v y el momento de inercia I_v respecto al eje de rotación del conjunto. Estos valores fueron:

$$W_v = 78,6 N$$

$$I_v = 43549,650 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2 = 0,0435 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Así, el volante de inercia representa aproximadamente el **68 %** de la inercia del sistema analizado. Este resultado es coherente con su función y su aporte no resulta marginal.

El volante tiene una masa aproximada de 8 kg y el costo del material se estimó utilizando nuevamente un precio de referencia de 7 925,46 COP/kg, lo que representa un valor cercano a 63.000 COP por concepto de material. Adicionalmente, se incluyó un costo estimado de mecanizado

asociado principalmente a operaciones de torneado. Considerando el material y la manufactura, el costo total estimado del volante se fijó en aproximadamente \$ **300.000 COP**.

5.6. Diseño y comprobación del eje

El eje principal del banco de pruebas será fabricado en **acero AISI 1045**, una opción común y económica para aplicaciones de transmisión mecánica. Según [30] y [31], los aceros de bajo y medio carbono son ampliamente utilizados para ejes con diámetros menores a 3 pulgadas.

Con fines didácticos y pedagógicos, se plantea que el eje atraviese al menos una vez por la primera velocidad crítica (modo fundamental), con el objetivo de observar y analizar su comportamiento dinámico en condiciones reales de operación. Esta elección se debe a que dicha velocidad es la más baja del sistema, por lo que resulta accesible dentro del rango de operación del banco y permite evidenciar de manera clara los fenómenos de resonancia asociados a la vibración flexional del eje.

Con este rango de velocidades, se evaluará la distancia entre apoyos que genere vibración crítica para un diámetro tentativo de 35 mm, elegido para el eje. Este valor se selecciona buscando una resistencia adecuada frente a los esfuerzos torsionales y de flexión presentes durante las pruebas dinámicas, sin ser tan robusto como para evitar completamente la aparición de deflexiones y vibraciones.

Una vez obtenida esta configuración, se procederá a analizar el eje bajo solicitaciones combinadas de torsión y flexión, para verificar que las tensiones y deformaciones se mantengan dentro de los límites admisibles. En caso de que el eje no cumpla con las condiciones de resistencia o rigidez, se ajustarán las variables del diseño, ya sea el diámetro del eje, la velocidad de operación o la distancia entre apoyos hasta obtener un equilibrio adecuado entre el desempeño dinámico y la resistencia estructural.

Análisis de velocidad crítica

Para comprender el comportamiento dinámico del eje rotatorio, es necesario considerar tanto las vibraciones transversales como las torsionales. En la configuración actual del banco, los elementos que aportan masa, como las poleas y el volante de inercia, se encuentran montados de manera que favorecen principalmente la excitación de vibraciones transversales debido a desalineaciones, excentricidades y efectos de masa. Si bien el eje también puede presentar vibraciones torsionales asociadas a la transmisión de par, estas no serán evaluadas experimentalmente, dado que su medición requiere instrumentación especializada de mayor complejidad. Por esta razón, el análisis experimental mediante sensores se enfocará únicamente en las vibraciones transversales.

Análisis de frecuencias torsionales

Las vibraciones torsionales son especialmente relevantes en sistemas que experimentan variaciones cíclicas pronunciadas de par, desacoples bruscos o transitorios asociados a la transmisión de potencia en maquinaria de elevada inercia o con holguras mecánicas. En la presente aplicación, el eje está sometido principalmente a cargas laterales, derivadas de la disposición de los elementos acoplados y del mecanismo empleado para simular la carga mecánica. Aun así, se incluye el análisis torsional como parte de la validación dinámica integral del sistema para corroborar que,

en ninguno de sus modos de vibración torsional, el eje entre en resonancia con la velocidad de operación del banco de pruebas.

En el análisis de vibraciones torsionales de sistemas con múltiples grados de libertad, existen diversos métodos que permiten la determinación de las frecuencias naturales y los modos de vibración. Entre los más conocidos se encuentran la fórmula de Dunkerley, el método de Rayleigh, el método de Holzer, el método matricial y el método de Jacobi. Cada uno presenta ventajas y limitaciones: por ejemplo, los métodos de Dunkerley y Rayleigh ofrecen estimaciones aproximadas de la frecuencia natural fundamental, mientras que Holzer y los enfoques matriciales permiten abordar de manera más completa el problema de varios grados de libertad. [29]

La **rigidez torsional** de cada tramo se calcula a partir de las propiedades geométricas y del material, según:

$$k = \frac{GJ}{L},$$

donde $G = 8 \cdot 10^4$ MPa es el módulo de corte del acero AISI 1045, L es la longitud del tramo, y J es el momento polar de inercia de la sección circular, definido así:

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

Se deben considerar las inercias de los componentes acoplados para modelar el sistema equivalente de masas y resortes:

Generador: $I_g = 9,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Volante de inercia: $I_v = 4,35 \cdot 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Polea conducida: $I_p = 2,87 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Motor: $I_m = 9,68 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

La inercia del motor debe reflejarse en el eje considerando la relación de transmisión:

$$i = \frac{\omega_{\text{eje}}}{\omega_{\text{motor}}} = 1,11$$

por lo que la inercia equivalente en el eje es

$$I_{m,\text{ref}} = \frac{I_m}{i^2} = \frac{9,68 \cdot 10^{-3}}{1,11^2} = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Finalmente, la inercia que se tendrá en cuenta para el análisis es la suma de la inercia de la polea acoplada mas la inercia que refleja el motor, así:

$$I_{mp} = 2,87 \cdot 10^{-3} + 7,85 \cdot 10^{-3} = 10,72 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

A continuación, se analiza el eje mediante el método Matricial y el método de Holzer, con el fin de verificar que ambos enfoques entregan las mismas frecuencias naturales torsionales y no presentan inconsistencias entre sí.

Método de Holzer

El método de **Holzer**, resulta especialmente adecuado para el análisis torsional de ejes mecánicos, modelando al eje como un **resorte de rigidez torsional** y considerando los elementos acoplados como **discos con momento de inercia de masa**. Este procedimiento, de carácter tabular y basado en un esquema de prueba y error, permite determinar de manera práctica las frecuencias naturales torsionales y, con ellas, analizar el comportamiento dinámico del sistema de tres grados de libertad.

Deducción de las ecuaciones dinámicas para el sistema de tres grados de libertad

Partiendo de la segunda ley de Newton para movimiento rotatorio, la suma de los momentos (torques) aplicados sobre un cuerpo rígido es igual al producto del momento de inercia por la aceleración angular

$$\sum M = I_m \ddot{\theta}$$

En un eje con elementos discretos (discos) acoplados por tramos flexibles, cada tramo de eje se modela como un resorte torsional de rigidez k que genera un par restaurador proporcional a la diferencia de giros entre sus extremos. La Figura 9 muestra el modelo para el análisis torsional del eje del banco de pruebas. Si se denotan los ángulos de giro de los tres discos como $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$, $\theta_3(t)$, sus momentos polares de inercia como I_{m1} , I_{m2} , I_{m3} , y las rigideces torsionales de los tramos 1-2 y 2-3 como k_1 y k_2 , respectivamente, entonces los pares aportados por los tramos son:

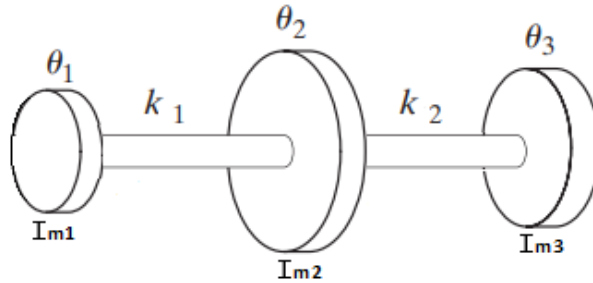


Figura 9: Eje modelado para el análisis torsional. [Autor]

- entre 1 y 2: $M_{k_1} = k_1(\theta_1 - \theta_2)$
- entre 2 y 3: $M_{k_2} = k_2(\theta_2 - \theta_3)$

Aplicando $\sum M = I_m \ddot{\theta}$ a cada disco y tomando la convención de signos consistente con los torques que actúan sobre el disco, se obtienen las tres ecuaciones diferenciales acopladas:

$$\begin{aligned} I_{m1} \ddot{\theta}_1 + k_1(\theta_1 - \theta_2) &= 0 \\ I_{m2} \ddot{\theta}_2 + k_1(\theta_2 - \theta_1) + k_2(\theta_2 - \theta_3) &= 0 \end{aligned}$$

$$I_{m3}\ddot{\theta}_3 + k_2(\theta_3 - \theta_2) = 0$$

Estas ecuaciones describen el equilibrio dinámico: en cada disco la inercia $I_i\ddot{\theta}_i$ es equilibrada por la suma de los pares elásticos procedentes de los tramos adyacentes.

Para determinar las frecuencias naturales y las formas modales se busca una solución en forma armónica libre, es decir

$$\theta_i(t) = \Theta_i \cos(\omega t + \phi) \quad i = 1, 2, 3,$$

donde Θ_i son las amplitudes modales, ω la frecuencia angular y ϕ una fase inicial. Sustituyendo y usando $\ddot{\theta}_i = -\omega^2\Theta_i \cos(\omega t + \phi)$, se obtiene el sistema algebraico en las amplitudes

$$I_{m1}\omega^2\Theta_1 = k_1(\Theta_1 - \Theta_2) \quad (1)$$

$$I_{m2}\omega^2\Theta_2 = k_1(\Theta_2 - \Theta_1) + k_2(\Theta_2 - \Theta_3) \quad (2)$$

$$I_{m3}\omega^2\Theta_3 = k_2(\Theta_3 - \Theta_2) \quad (3)$$

Y al sumar estas ecuaciones, se obtiene la expresión

$$\sum_{i=1}^3 \omega^2 I_{mi} \Theta_i = 0 \quad (4)$$

En el método de Holzer, se asume una frecuencia de prueba ω , y Θ_1 se elige arbitrariamente como la unidad. Luego, Θ_2 se calcula a partir de la Ec. (1), y después Θ_3 se obtiene de la Ec. (2). Así, se tiene

$$\Theta_1 = 1 \quad (5)$$

$$\Theta_2 = \Theta_1 - \frac{\omega^2 I_{m1} \Theta_1}{k_1} \quad (6)$$

$$\Theta_3 = \Theta_2 - \frac{\omega^2}{k_2} (I_{m1} \Theta_1 + I_{m2} \Theta_2) \quad (7)$$

Los valores de $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ se sustituyen en la Ec. (4) para verificar si la restricción se cumple. Si la Ec. (4) no se satisface, se asume un nuevo valor de prueba ω y el proceso se repite.

Método matricial

Se plantea una solución analítica basada en la formulación matricial del sistema torsional. Para un sistema discreto de tres discos acoplados mediante dos ejes elásticos, las ecuaciones del movimiento se pueden expresar en forma matricial como

$$[M]\{\ddot{\Theta}\} + [K]\{\Theta\} = 0$$

donde $[M]$ es la matriz diagonal de inercia, $[K]$ la matriz de rigidez torsional y $\{\Theta\}$ el vector de desplazamientos angulares. Asumiendo una respuesta armónica del tipo $\{\Theta\} = \{\hat{\Theta}\}e^{j\omega t}$, se obtiene el sistema algebraico

$$([K] - \omega^2[M]) \{\hat{\Theta}\} = 0$$

Para que existan soluciones no triviales, el determinante del sistema debe anularse

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (1)$$

Las matrices de rigidez y de inercia para el sistema de tres discos se expresan como

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix}, \quad [M] = \begin{bmatrix} I_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{m3} \end{bmatrix}$$

Sustituyendo en la Ec. (1) se obtiene

$$\begin{vmatrix} k_1 - \omega^2 I_{m1} & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 - \omega^2 I_{m2} & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 - \omega^2 I_{m3} \end{vmatrix} = 0$$

Al desarrollar el determinante anterior, se obtiene un polinomio cúbico en ω^2 de la forma general

$$a(\omega^2)^3 + b(\omega^2)^2 + c(\omega^2) + d = 0$$

donde sus raíces reales y positivas de corresponden a las frecuencias naturales torsionales del sistema, permitiendo verificar si alguna de ellas se encuentra dentro del rango operativo del banco de pruebas.

La resolución del determinante indicado en la Ec. (1) se efectuó numéricamente mediante la función `eig()` de MATLAB, la cual permite obtener los autovalores del sistema generalizado $[K]\phi = \omega^2[M]\phi$. Para contrastar las frecuencias naturales, se implementó además un código iterativo basado en el método de Holzer. En el siguiente fragmento se presenta el código comparativo de ambos métodos, y en la Figura 10 se muestra la gráfica correspondiente.

Listing 1: Comparación método de Holzer y Matriz de rigidez en MATLAB

```

1
2 % Comparación Holzer vs. Matriz de rigidez
3
4 clear; clc; close all;
5
6 % Datos del eje
7
8 L1 = 0.7;           % m
9 L2 = 0.7;           % m
10 d = 0.035;         % m
11 G = 80e9;          % Pa
12
13 % Inercias de los discos
14
15 I1 = 9.0e-3;         % kg m^2 (genrador)
16 I2 = 4.35e-2;        % kg m^2 (volante)
17 I3 = 10.72e-3;       % kg m^2 (poleas)

```

```

18
19 % Cálculo de rigideces torsionales
20
21 Jp = pi * d^4 / 32;    % momento polar
22 k1 = G * Jp / L1;
23 k2 = G * Jp / L2;
24
25 fprintf('k1 = %.2f N m/rad, k2 = %.2f N m/rad\n', k1, k2);
26
27 % MÉTODO ANALÍTICO CON MATRICES
28
29 K = [ k1,    -k1,    0;
30       -k1, (k1+k2), -k2;
31       0,    -k2,    k2];
32
33 M = diag([I1 I2 I3]);
34
35 % resolver el problema propio K*phi = w^2*M*phi
36
37 [phi, lambda] = eig(K, M);
38 omega = sqrt(diag(lambda));    % rad/s
39 rpm = omega * 60 / (2*pi);
40
41 % Mostrar resultados
42
43 fprintf('\nFrecuencias naturales (matriz):\n');
44 for i = 1:length(omega)
45     fprintf('Modo %d:  %.3f rad/s   %.1f rpm\n', i, omega(i), rpm(i));
46 end
47
48 % MÉTODO DE HOLZER
49
50 rpm_max = 20000;    % rango ampliado
51 w_vec = linspace(0, rpm_max*2*pi/60, 4000);
52 Mr_vec = zeros(size(w_vec));
53
54 for n = 1:length(w_vec)
55     w = w_vec(n);
56     theta1 = 1;
57     theta2 = theta1 - (w^2*I1*theta1)/k1;
58     theta3 = theta2 - (w^2*(I1*theta1 + I2*theta2))/k2;
59     Mr_vec(n) = I1*w^2*theta1 + I2*w^2*theta2 + I3*w^2*theta3;
60 end
61
62
63 % Graficar
64 figure;
65 plot(w_vec*60/(2*pi), Mr_vec, 'LineWidth', 1.3);
66 xlabel('Velocidad [rpm]');

```

```

67 ylabel('Residual M_r [N·m]');
68 title('Método de Holzer - Eje de 3 discos');
69 grid on; yline(0,'k--');

```

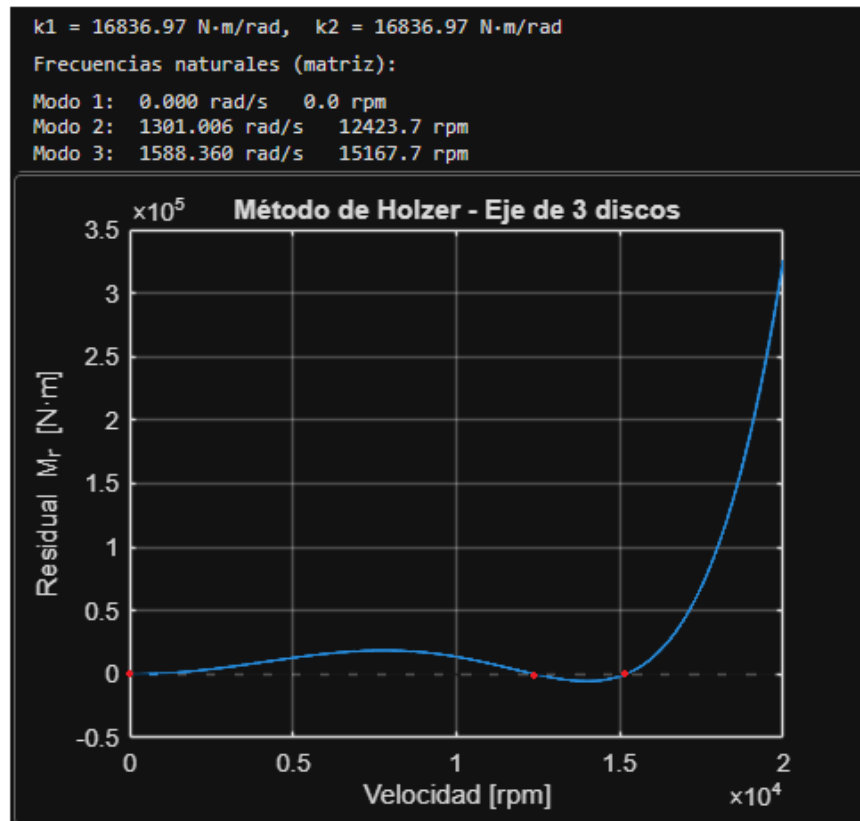


Figura 10: Comparación Holzer vs Matriz de rigidez. [Autor]

Se puede observar que en ambos casos se obtuvo un comportamiento coherente, con coincidencia en los valores de las frecuencias naturales y en las formas modales. Los resultados muestran tres modos, de los cuales el primero corresponde a una frecuencia nula (0 rpm), asociada a la rotación rígida del conjunto sin deformación torsional, mientras que los dos modos torsionales reales aparecen alrededor de 12400 rpm y 15100 rpm. **Dado que el banco de pruebas opera muy por debajo de estas velocidades, se concluye que el eje no trabajará en condiciones de resonancia torsional durante su funcionamiento normal.**

Análisis de vibraciones transversales

En las primeras fases del diseño, cuando las geometrías de la pieza aún no están totalmente definidas, es muy útil contar con un método rápido y fácil para obtener al menos una frecuencia fundamental aproximada. El **método de Rayleigh** cumple con este propósito.

Este método iguala las energías potencial y cinética del sistema. La energía potencial se encuentra en forma de energía de deformación en el eje flexionado y es máxima en la deflexión más grande.

La energía cinética es máxima cuando la vibración del eje pasa por la posición no flexionada a máxima velocidad. Este método supone que el movimiento vibratorio lateral del eje es senoidal y que existe alguna excitación externa que fuerza la vibración lateral [30, 32].

La energía potencial total almacenada en la deflexión máxima es la suma de las energías potenciales de cada grupo de masa

$$E_p = \frac{g}{2} \sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2$$

Todas las deflexiones se toman como positivas, ya que la energía de deformación no depende del sistema de coordenadas externo. La energía del eje flexionado se ignora, pues es pequeña en comparación con la energía de las masas.

La energía cinética total es la suma de las energías cinéticas individuales

$$E_k = \frac{\omega_n^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2$$

Al igualar ambas energías, se obtiene

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n W_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i^2}}$$

donde W_i son los pesos de los agrupamientos discretos en que se divide el sistema y δ_i son las deflexiones en las ubicaciones de dichos pesos debido a la vibración.

Dado que, por lo general, las deflexiones dinámicas no se conocen a priori, **Rayleigh demostró que prácticamente cualquier estimación razonable de la curva de deflexión es suficiente, siempre que represente adecuadamente la deflexión máxima y las condiciones de frontera reales.** [30]

En este sentido, la curva de deflexión estática, obtenida al aplicar los pesos de los agrupamientos (con o sin el peso propio del eje), constituye una estimación adecuada. Por ello, se resuelve analíticamente el problema estático mediante las ecuaciones de equilibrio y la ecuación diferencial de la viga, junto con sus condiciones de frontera, para determinar la curva de deflexión del eje.

Para este análisis, se consideraron las principales fuerzas actuantes sobre el eje. El peso del volante de inercia $W_v = 78,6N$, y la acción combinada del peso propio de la polea y de la fuerza de flexión generada por las correas, ambas aplicadas en el mismo punto del eje, cuya suma corresponde a un valor de $W_p = 147,22N$.

La Figura 11 muestra la representación del eje.

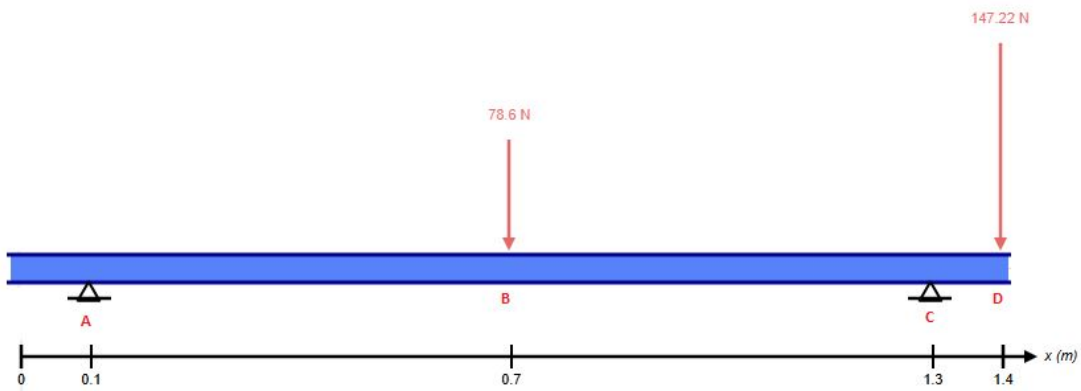


Figura 11: Representación del eje incluyendo sus cargas puntuales y condiciones de apoyo. [Autor]

Para la solución analítica de la ecuación de la curva de deflexión, se presenta el diagrama de cuerpo libre con sus respectivas reacciones en la Figura 12.

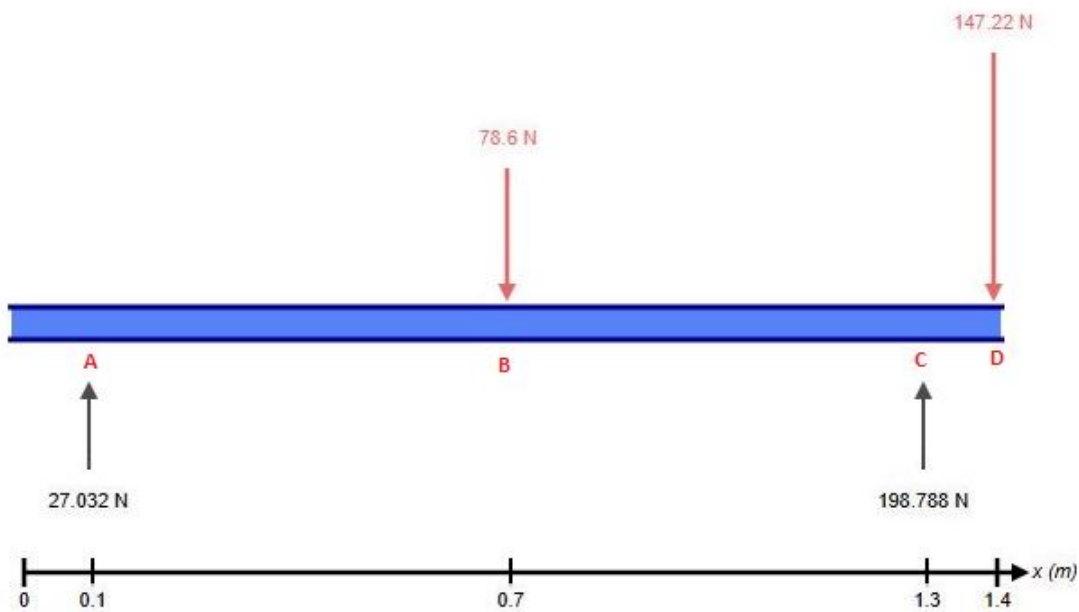


Figura 12: Diagrama de cuerpo libre con reacciones en sus dos apoyos. [Autor]

Estas reacciones fueron obtenidas a partir de la suma de momentos en A y de fuerzas en Y así

$$\sum M_A = -78,6(0,6) + R_C(1,2) - 147,22(1,3) = 0$$

$$R_C = \frac{78,6(0,6) + 147,22(1,3)}{1,2}$$

$$\boxed{R_C = 198,788 \text{ N}}$$

$$\sum F_y = R_A - 78,6 + 198,788 - 147,22 = 0$$

$$\boxed{R_A = 27,032 \text{ N}}$$

Calculando el momento flector en el extremo derecho del eje, y considerando las cargas y reacciones presentes, se obtiene

$$\sum M = M - 27,033(x - 0,1) + 78,6(x - 0,7) - 198,788(x - 1,3) = 0$$

De la ecuación de la curva elástica

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} = 27,033(x - 0,1) - 78,6(x - 0,7) + 198,788(x - 1,3)$$

Donde $(x - a)^3$ solo se considera cuando $x \geq a$, siguiendo la notación de Macaulay.

De la primera integración se obtiene la pendiente

$$EI \frac{dy}{dx} = 13,516(x - 0,1)^2 - 39,3(x - 0,7)^2 + 99,394(x - 1,3)^2 + C_1$$

Integrando nuevamente, se obtiene la deflexión

$$EI y(x) = 4,5055(x - 0,1)^3 - 13,1(x - 0,7)^3 + 33,131(x - 1,3)^3 + C_1 x + C_2$$

Como condiciones de frontera, se tiene que $y = 0$ en $x = 0,1$ y en $x = 1,3$. Por lo tanto

$$\begin{aligned} EI y(0,1) = 0 &= 4,505(0,1 - 0,1)^3 + 0,1C_1 + C_2 \\ 0,1C_1 + C_2 &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} EI y(1,3) = 0 &= 4,5055(1,3 - 0,1)^3 - 13,1(1,3 - 0,7)^3 + 33,131(1,3 - 1,3)^3 + 1,3C_1 + C_2 \\ 1,3C_1 + C_2 &= -4,95504 \end{aligned} \tag{2}$$

De (1)

$$C_2 = -0,1C_1 \tag{3}$$

De (2)

$$C_2 = -4,95504 - 1,3C_1 \tag{4}$$

Igualando (3) y (4)

$$\begin{aligned} -0,1C_1 &= -4,95504 - 1,3C_1 \\ 1,3C_1 - 0,1C_1 &= -4,95504 \\ 1,2C_1 &= -4,95504 \end{aligned}$$

$$C_1 = -4,1292$$

Reemplazando C_1 en (3)

$$C_2 = -0,1(-4,1292)$$

$$C_2 = 0,41292$$

Para un eje de acero AISI 1045 con diámetro $d = 0,035$ m, se considera un módulo de elasticidad $E = 2,05 \cdot 10^{11}$ Pa y un momento de inercia de área $I = 7,36 \cdot 10^{-8}$ m⁴. Con los valores de C_1 y C_2 previamente determinados, la ecuación de la curva elástica queda completamente definida así

$$y(x) = 6,62 \cdot 10^{-5}(4,5055(x - 0,1)^3 - 13,1(x - 0,7)^3 + 33,131(x - 1,3)^3 - 4,1242 + 0,41242)$$

A fin de obtener la deflexión máxima y visualizar la deformación del eje, se implementó la resolución de la ecuación elástica en MATLAB. A continuación se presenta el código utilizado y en la Figura 13 la gráfica obtenida.

Listing 2: Cálculo de la deflexión del eje (Macaulay) en MATLAB

```

1 % Deflexión con Macaulay - Banco de pruebas eje
2 clc; clear; close all;
3
4 % Definición de la ecuación con Macaulay
5 y = @(x) 6.62e-5 * ( ...
6 4.505 * ((x-0.1).*(x>=0.1)).^3 ...
7 - 13.1 * ((x-0.7).*(x>=0.7)).^3 ...
8 + 33.131 * ((x-1.3).*(x>=1.3)).^3 ...
9 - 4.1292 * x ...
10 + 0.41292 );
11
12 % Vector de posiciones a lo largo del eje (0 a 1.4 m)
13 x = linspace(0,1.4,500);
14 deflexion = y(x);
15
16 % Graficar
17 figure;
18 plot(x, deflexion*1000,'b-','LineWidth',2); hold on;
19 xlabel('Longitud del eje [m]');
20 ylabel('Deflexión [mm]');
21 title('Deflexión del eje con método de Macaulay');
22 grid on;
23
24 % Encontrar el máximo (en valor absoluto)
25 [def_max, idx] = min(deflexion); % mínimo porque es negativo
26 x_max = x(idx);
27
28 % Marcar el punto de máxima deflexión
29 plot(x_max, def_max*1000,'ro','MarkerSize',8,'MarkerFaceColor','r');
30 text(x_max, def_max*1000, sprintf(' Max = %.4f mm en x=%.2f m', def_max
    *1000, x_max));

```



Figura 13: Curva de deflexión del eje en Matlab. [Autor]

Finalmente, la velocidad crítica obtenida es

$$\omega_n = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{9810 \text{ mm/s}^2}{0,1007 \text{ mm}}} = 2981 \text{ RPM}$$

Para una distancia entre apoyos de 1200 mm y un diámetro de eje de 35 mm, el análisis arrojó una velocidad crítica aproximada de **2981 RPM**. Este resultado es coherente con el rango de velocidades esperado para las pruebas experimentales, ya que permite explorar el fenómeno de resonancia de forma controlada. Gracias al uso del variador de frecuencia, es posible ajustar con precisión la velocidad del sistema para realizar ensayos cercanos a la velocidad crítica con seguridad y control.

Influencia de la velocidad de rotación en el análisis modal del eje

En sistemas rotatorios, la velocidad de giro puede modificar el comportamiento dinámico del eje debido a la aparición de efectos adicionales asociados a la rotación. Entre estos se encuentran principalmente los *efectos giroscópicos* y las variaciones de *rigidez centrífuga* (conocidas como *spin-stiffening* o *spin-softening*), los cuales pueden alterar las frecuencias naturales del sistema y generar fenómenos como la separación de modos de precesión hacia adelante (*forward whirl*) y hacia atrás (*backward whirl*). Estos fenómenos son ampliamente discutidos en la literatura de vibraciones y roto-dinámica [29].

Los métodos analíticos empleados en el presente trabajo, como el método de Rayleigh para la estimación de las frecuencias naturales flexionales y el método de Holzer para el análisis torsional, se formulan para sistemas estructurales en reposo y no incluyen explícitamente los términos asociados a la rotación. Con el fin de mantener coherencia metodológica entre los modelos analíticos y el modelo de elementos finitos utilizado para la validación de las frecuencias naturales, se realizó

una estimación cuantitativa de la influencia de estos efectos dentro del rango de operación del banco de pruebas.

Una aproximación del efecto giroscópico puede realizarse a partir de la relación entre la variación relativa de la frecuencia natural y la velocidad de rotación del rotor:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_n} \approx \frac{I_v\Omega}{m\omega_n}$$

donde I_v corresponde al momento de inercia polar del volante de inercia, m su masa, Ω la velocidad angular de operación y ω_n la frecuencia natural del sistema.

Para el sistema estudiado se tiene un momento de inercia del volante de inercia de $I_v = 0,043 \text{ kg m}^2$ y una masa de $8,1 \text{ kg}$. La velocidad máxima de operación del banco es de 4000 rpm , equivalente a $\Omega \approx 418 \text{ rad/s}$, mientras que la frecuencia natural fundamental estimada mediante el método de Rayleigh es aproximadamente $f_n \approx 50 \text{ Hz}$, correspondiente a una frecuencia angular de $\omega_n \approx 314 \text{ rad/s}$.

Sustituyendo estos valores en la expresión anterior, se obtiene:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_n} \approx 0,0070 \quad (13)$$

lo cual corresponde a una variación relativa aproximada del 0,7 % en la frecuencia natural.

Por otro lado, la rotación del sistema genera fuerzas centrífugas que producen una tensión axial en el eje, modificando ligeramente su rigidez efectiva. Una estimación del efecto de *spin-stiffening* puede realizarse comparando la rigidez centrífuga inducida por la rotación con la rigidez flexional del eje.

La rigidez flexional equivalente del eje puede aproximarse mediante:

$$k = \frac{48EI}{L^3}$$

donde E es el módulo de elasticidad del material, I el momento de inercia de área de la sección transversal y L la distancia entre apoyos. Para el eje analizado el momento de inercia de área es:

$$I = \frac{\pi(0,035)^4}{64} = 7,36 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

Por lo tanto,

$$k = \frac{48(210 \times 10^9)(7,36 \times 10^{-8})}{(1,2)^3} = 4,29 \times 10^5 \text{ N/m}$$

La rigidez centrífuga inducida por la rotación puede aproximarse mediante:

$$k_c = \frac{mr^2\Omega^2}{L^2}$$

donde r es el radio del disco. Para el sistema estudiado:

$$k_c = \frac{(8,01)(0,105)^2(377)^2}{(1,2)^2} = 8,7 \times 10^3 \text{ N/m}$$

La relación entre ambas rigideces resulta:

$$\frac{k_c}{k} = \frac{8,7 \times 10^3}{4,29 \times 10^5} = 0,02$$

Esto indica que la rigidez centrífuga representa aproximadamente un 2 % de la rigidez flexional del eje. La variación relativa de la frecuencia natural puede estimarse como:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_n} \approx \frac{1}{2} \frac{k_c}{k}$$
$$\frac{\Delta\omega}{\omega_n} \approx 0,01$$

lo que corresponde aproximadamente a una variación del 1 % en la frecuencia natural del sistema.

Los resultados obtenidos indican que tanto los efectos giroscópicos como los asociados a la rigidez centrífuga producen variaciones inferiores al 1 % en la frecuencia natural del sistema. En consecuencia, estos efectos no modifican de manera significativa la posición de la resonancia y pueden considerarse despreciables dentro del análisis modal realizado.

Esto justifica el uso de modelos analíticos clásicos, como los métodos de Rayleigh y Holzer, así como del análisis modal por elementos finitos sin incluir explícitamente la velocidad de rotación del eje.

Diseño a fatiga por flexión alternante y torsión constante

El eje será diseñado para resistir esfuerzos combinados de flexión alternante y torsión constante, condiciones típicas en sistemas rotativos de transmisión de potencia. En este caso, el eje está sometido a cargas radiales generadas por el volante de inercia y la transmisión mediante poleas en voladizo, lo que produce un momento flector completamente alternante durante la rotación. Simultáneamente, el eje transmite un torque constante proveniente de un motor, que impulsa la rotación del conjunto e impone un esfuerzo cortante medio sostenido.

Estas condiciones representan un escenario crítico para la fatiga multiaxial; por ello, el diseño se realizará siguiendo criterios de resistencia a la fatiga combinada, considerando concentraciones de esfuerzo y factores correctivos según el material y la geometría. En esta sección también se verificará si el diámetro preliminar de 35 mm seleccionado para el eje es adecuado para soportar estas solicitaciones sin riesgo de falla por fatiga.

El método ASME: El estándar ANSI/ASME para el diseño de ejes de transmisión se publicó bajo el código B106.1M-1985. Este estándar presenta un procedimiento simplificado para el diseño de ejes sometidos a ciclos de flexión invertida y torque constante, bajo la condición de que los esfuerzos se mantengan por debajo de la resistencia a la fluencia por torsión del material. Esta metodología es adecuada para muchos ejes de máquinas que entran en esta categoría.[30] La siguiente ecuación corresponde al diámetro necesario para un eje sometido a fatiga combinada por flexión alternante y torsión constante.

$$D = \left[\frac{32N}{\pi} \sqrt{\left(\frac{K_f M}{S'_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T}{S_y} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

En ella, K_f representa el factor de concentración de esfuerzos, N es el factor de seguridad elegido para el diseño, S'_e es la resistencia a la fatiga del material ajustada para la superficie y condiciones del eje, y S_y es el límite elástico del material.

Es posible hacer un estimado burdo del límite de resistencia a la fatiga S'_e a partir de la resistencia última a la tensión publicada del material mostrada en la Figura 14, como se ve a continuación:

		
Tensile Strength, Ultimate	565 MPa	81900 psi
Tensile Strength, Yield	310 MPa	45000 psi

Figura 14: Propiedades AISI 1045. [AZO materials]

$$\text{aceros: } \begin{cases} S'_e \approx 0,5S_{ut} & \text{para } S_{ut} < 200 \text{ kpsi (1400 MPa)} \\ S'_e \approx 100 \text{ kpsi (700 MPa)} & \text{para } S_{ut} \geq 200 \text{ kpsi (1400 MPa)} \end{cases}$$

Así, se tiene que:

$$S'_e = 0,5 \cdot 565 \text{ Mpa} = 282,5 \text{ Mpa}$$

Los límites de resistencia a la fatiga obtenidos a partir de muestras estándar de prueba deben ajustarse para reflejar las diferencias físicas entre dichas muestras y la pieza real que se está diseñando. Factores como el ambiente, la temperatura, el tipo de carga y otras condiciones de operación se consideran mediante un conjunto de factores de reducción de la resistencia que se multiplican por el valor teórico estimado para obtener un límite de resistencia a la fatiga corregido en una aplicación específica así:

$$S_e = C_{carga} C_{tamaño} C_{sup} C_{temp} C_{conf} S'_e$$

Con base en estudios de pruebas de fatiga axial y de flexión, se define ahora un factor de carga por flexión de reducción de la resistencia como:

$$C_{carga} = 1$$

Se necesita aplicar un factor de tamaño de reducción de resistencia, considerando el hecho de que piezas más grandes fallan con menores esfuerzos. Shigley [32] presenta una expresión muy simple, que es bastante conservadora.

$$C_{\text{tamaño}} = 1,189 d^{-0,097} \quad \text{para } 8 \text{ mm} < d \leq 250 \text{ mm}$$

Por tanto:

$$C_{\text{tamaño}} = 1,189 \cdot 35^{-0,097} = 0,842$$

El factor de superficie de reducción de la resistencia es necesario porque considera que los acabados rugosos disminuyen la resistencia a la fatiga. Esto se debe a que introducen concentraciones de esfuerzo y/o alteran las propiedades físicas de la capa superficial del material. Estos efectos pueden observarse en la Figura 15.

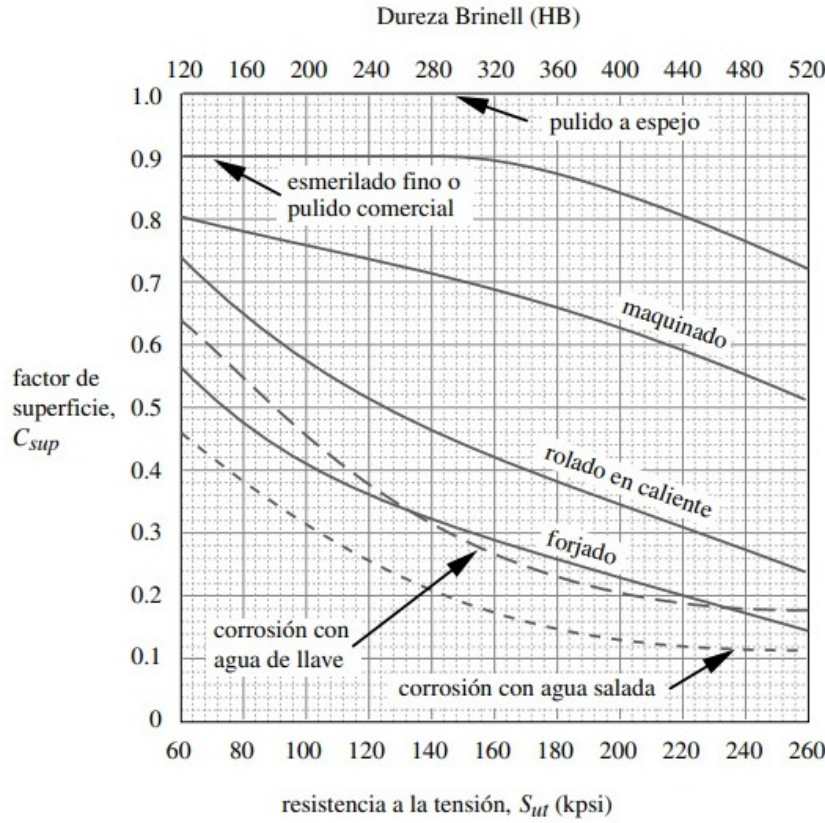


Figura 15: Factores de superficie para varios acabados en acero. [30]

Entonces, para $S_{ut} = 565 \text{ Mpa} = 81,9 \text{ Kpsi}$, maquinado:

$$C_{sup} = 0,78$$

La articulación de rodilla del límite de resistencia a la fatiga en la curva S-N desaparece a altas temperaturas, lo que provoca que la resistencia a la fatiga continúe disminuyendo con el número de ciclos. Por esta razón, se define un factor de temperatura. Shigley [32] sugiere el siguiente:

para $T \leq 450^{\circ}\text{C}$ (840°F) : $C_{\text{temp}} = 1$

Así, en condiciones normales de operación:

$$C_{\text{temp}} = 1$$

Muchos de los datos de resistencia reportados son valores medios. Hay una gran dispersión en múltiples pruebas del mismo material bajo las mismas condiciones de prueba. Los valores de la Figura 16 proporcionan factores de reducción de resistencia para los niveles de confiabilidad seleccionados.

Factores de confiabilidad
para $S_d = 0.08 \mu$

% de confiabilidad	C_{conf}
50	1.000
90	0.897
95	0.868
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659
99.9999	0.620

Figura 16: Factores de confiabilidad. [30]

Para una confiabilidad del 99,9 %, se tiene que:

$$C_{\text{conf}} = 0,753$$

Con todo lo anterior, se calcula el límite de resistencia a la fatiga corregido:

$$S_e = 1 \cdot 0,842 \cdot 0,78 \cdot 1 \cdot 0,753 \cdot 282,5 \text{ Mpa}$$

$$S_e = 139,7 \text{ Mpa}$$

La condición más crítica de diseño a torsión constante corresponde al torque máximo transmitido, el cual ocurre cuando el variador de frecuencia se encuentra operando en su límite inferior. Dado que el motor es de 60 Hz de frecuencia nominal, se establece un rango de operación seguro entre 60 Hz y 30 Hz, siendo este último el límite inferior adoptado para el diseño.

Para determinar el nuevo par transmitido cuando el variador reduce la frecuencia a 30 Hz se procede bajo la hipótesis conservadora de potencia constante igual a la potencia nominal del motor. La velocidad síncrona del motor viene dada por

$$n_s = \frac{120 f}{p},$$

donde f es la frecuencia (Hz) y p el número de polos. Para un motor de 2 polos a $f = 30$ Hz resulta $n_{30} = 1800$ rpm y la velocidad angular:

$$\omega_{30} = 2\pi \frac{n_{30}}{60} = 60\pi \text{ rad/s}.$$

Partiendo de la potencia nominal $P = 2,2$ kW y usando la relación $T = P/\omega$, el par en el eje motor a 30 Hz es:

$$T_{motor,30} = \frac{P}{\omega_{30}} = \frac{2200}{60\pi} = 11,67 Nm$$

Debido a la relación de transmisión por poleas, el generador gira 1,11 veces más rápido que el motor, el par disponible en el eje del generador se reduce aproximadamente según la relación inversa:

$$T_{gen} = \frac{T_{motor,30}}{i} = \frac{11,67}{1,11}$$

$$\boxed{T_{gen} = 10,52 Nm = 10520 Nmm}$$

Se aclara que el cálculo anterior asume potencia constante y desconsidera el deslizamiento real del motor; en la práctica, el control V/f del variador y la menor ventilación a bajas velocidades pueden limitar la potencia efectiva disponible, por lo que los valores numéricos deben tomarse como caso conservador para el diseño y verificarse experimentalmente midiendo corriente y temperatura durante las pruebas.

Ahora, con el análisis estático del eje ya hecho, se determinan los diagramas de cortante y momento flector a lo largo de su longitud.

La Figura 17 presenta los diagramas.

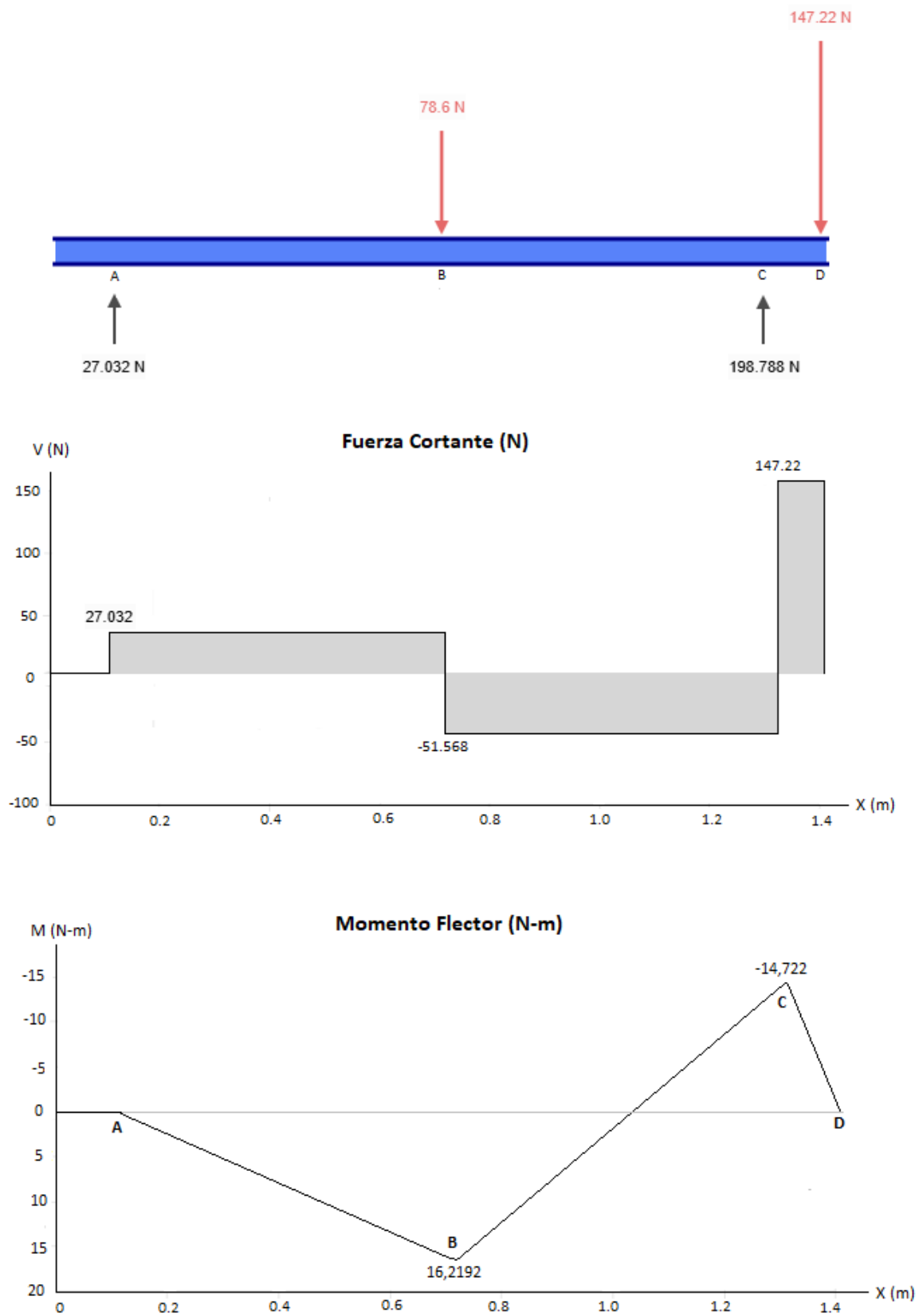


Figura 17: Diagrama de cortante y momento flector. [Autor]

Partiendo del diagrama de fuerzas cortantes, por el método del área se tiene:

$$\boxed{M_A = 0}$$

$$M_B = M_A + (27,2192 \cdot 0,6) = 0 + 16,2192Nm = 16,2192Nm$$

$$\boxed{M_B = 16219,2Nmm}$$

$$M_C = M_B - (51,568 \cdot 0,6) = 16,2192 - 30,9408Nm = -14,722Nm$$

$$\boxed{M_C = -14722Nmm}$$

$$M_D = M_C + (147,22 \cdot 0,1) = -14,722Nm + 14,722Nm$$

$$\boxed{M_D = 0}$$

Con todo lo anterior, siguiendo el orden de la Figura 18, de izquierda a derecha entre 0 y 1400 mm, se calculara el diámetro para cada tramo.

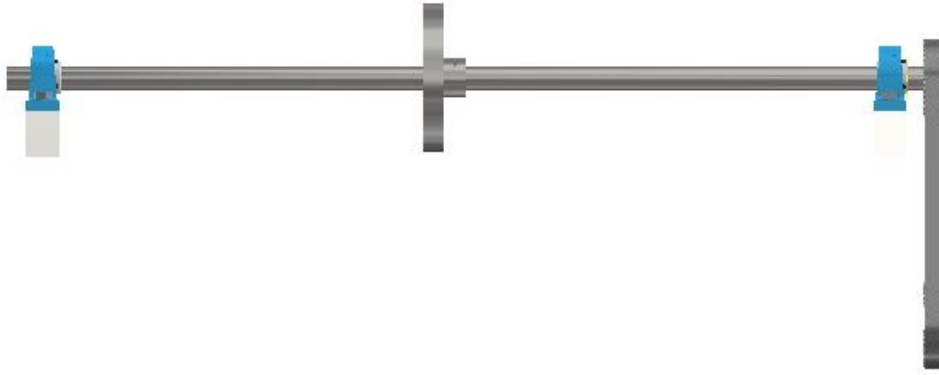


Figura 18: Modelo CAD de la configuración del eje en Autodesk Inventor. [Autor]

Se eligió un factor de seguridad de 2.5 debido a la presencia de cargas dinámicas, vibraciones y al uso académico del banco de pruebas, donde se prioriza la seguridad operativa y la durabilidad del sistema.

- En A, hacia la derecha e izquierda del primer apoyo (100 mm), se tiene una salida de torque de 10520 Nmm por el generador, no hay momento.

$$D = \left[\frac{32 \cdot 2,5}{\pi} \sqrt{\frac{3}{4} \left(\frac{10520}{310} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 9,1mm$$

- En B, hacia la derecha e izquierda del volante (700mm), se conserva el torque, hay un momento de 16219,2 Nmm y un concentrador de esfuerzos $k_f = 2$ para cuñero de perfil.

$$D = \left[\frac{32 \cdot 2,5}{\pi} \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 16219,2}{139,7} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{10520}{310} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 18,1mm$$

- En C, hacia la derecha e izquierda del segundo apoyo (1300 mm), se conserva el torque y el momento es de 14722 Nmm.

$$D = \left[\frac{32 \cdot 2,5}{\pi} \sqrt{\left(\frac{14722}{139,7} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{10520}{310} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 14,1mm$$

- En D (1400 mm), hay una entrada de torque por las poleas, el momento es 0.

$$D = \left[\frac{32 \cdot 2,5}{\pi} \sqrt{\frac{3}{4} \left(\frac{10520}{310} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 9,1mm$$

Finalmente, **se concluye que el diámetro previamente seleccionado de 35 mm es más que suficiente para resistir las solicitaciones mecánicas del sistema.** Además, este diámetro resulta adecuado para la instalación de galgas extensométricas, facilitando la instrumentación necesaria para la medición de esfuerzos. Un diámetro menor podría dificultar significativamente dicha instalación y comprometer la precisión del montaje experimental.

Para estimar el costo de fabricación del eje se consideró su masa obtenida a partir del modelo CAD, el material seleccionado y los procesos de manufactura requeridos. El eje tiene una masa aproximada de 10,5 kg y costo del material se estimó utilizando un precio de referencia de barras de acero AISI 1045 en el mercado colombiano, ofrecidas desde aproximadamente 53.400 COP por unidad de barra de longitud estándar (6 m), lo que permite tomar un valor indicativo de 10,5 kg de material para el eje. Adicionalmente, se incluyó un costo estimado de mecanizado asociado principalmente a operaciones de torneado para la obtención de los diámetros funcionales, alojamientos de rodamientos y ranuras para chaveta. Considerando el material y los procesos de manufactura, el costo total estimado del eje se fijó en aproximadamente **300.000 COP**

5.7. Selección del Soporte de Rodamientos

La selección adecuada de los rodamientos es un aspecto fundamental para garantizar la vida útil y el correcto funcionamiento del sistema mecánico, ya que estos elementos son responsables de soportar las cargas transmitidas por el eje durante su operación. En este sentido, la selección no debe realizarse únicamente con base en el diámetro del eje, sino que debe considerar las cargas reales que actúan sobre cada apoyo y la vida útil esperada del sistema.

A partir del análisis estático del eje realizado previamente, se determinaron las reacciones en los apoyos, obteniéndose valores de carga radial iguales a $R_A = 27,032N$ y $R_C = 198,789N$. Estas reacciones representan las cargas que actúan directamente sobre cada rodamiento y son utilizadas como base para la evaluación de su vida útil.

De acuerdo con la teoría clásica de vida de rodamientos, la vida nominal L_{10} se define como el número de revoluciones, expresada en millones de revoluciones, que el 90 % de un conjunto de rodamientos idénticos puede alcanzar antes de presentar falla por fatiga. Para rodamientos de bolas, esta vida puede estimarse mediante la expresión

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^3$$

donde C corresponde a la capacidad de carga dinámica del rodamiento, proporcionada por el fabricante, y P es la carga dinámica equivalente aplicada. En el presente caso, debido a que las cargas axiales son despreciables y el rodamiento trabaja predominantemente bajo carga radial, se adopta P igual a la reacción en cada apoyo. El exponente igual a 3 se utiliza debido a que el rodamiento seleccionado es de bolas, lo cual responde a la naturaleza del contacto puntual entre los elementos rodantes y las pistas, tal como se describe en la literatura clásica de diseño de máquinas. [31, 30, 32]

Con base en lo anterior, se seleccionó un rodamiento con soporte tipo **Ball Pillow Block modelo UCP 207**, con un diámetro interior de 35 mm y una capacidad de carga dinámica $C = 19,9 \text{ kN}$. La vida útil expresada en millones de revoluciones se evaluó de manera independiente para cada rodamiento, utilizando las reacciones R_A y R_C como cargas dinámicas equivalentes. De esta forma, la vida nominal del rodamiento ubicado en el apoyo A se calcula como

$$L_{10,A} = \left(\frac{19\,900}{27,032} \right)^3 = 3,99 \times 10^8$$

, mientras que la vida nominal del rodamiento ubicado en el apoyo C se obtiene a partir de

$$L_{10,C} = \left(\frac{19\,900}{198,789} \right)^3 = 1,00 \times 10^6$$

. Debido a la diferencia en las cargas radiales que actúan sobre cada apoyo, la vida útil del sistema se encuentra gobernada por el rodamiento ubicado en el apoyo C, el cual está sometido a la mayor carga radial.

Para expresar la vida útil en horas de operación, se consideró la velocidad máxima de giro del eje, correspondiente a $n = 4000 \text{ rpm}$, por representar la condición de operación más desfavorable. De esta forma, la vida nominal del rodamiento crítico se obtiene

$$L_{10h,C} = \frac{L_{10,C} \times 10^6}{60 n} = \frac{1,00 \times 10^6 \times 10^6}{60 \times 4000} = \boxed{4,17 \times 10^6 \text{ h}}$$

Adicionalmente, se verificó el ángulo de rotación del eje en la zona de los rodamientos, con el fin de comprobar que la desalineación angular se mantiene dentro de los límites admisibles para el rodamiento seleccionado. Dicho ángulo se evaluó de forma analítica a partir del análisis de flexión del eje, utilizando las mismas relaciones estáticas empleadas previamente.

El ángulo de rotación del eje corresponde a la pendiente de la línea elástica y se obtiene a partir de la primera integración de la ecuación de flexión obtenida anteriormente así

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} (13,516(x - 0,1)^2 - 39,3(x - 0,7)^2 + 99,394(x - 1,3)^2 - 4,129)$$

A partir de esta expresión, el ángulo de rotación se evaluó en las posiciones correspondientes a cada rodamiento, obteniéndose los siguientes valores

$$\theta_A = \theta(0,1) = 6,62 \cdot 10^{-5} \cdot (-4,1292)$$

$$\boxed{\theta_A = -0,00027 \text{ rad} = 0,016^\circ}$$

$$\theta_C = \theta(1, 3) = 6,62 \cdot 10^{-5} \cdot (13,516(x - 0,1)^2 - 39,3(x - 0,7)^2 - 4,1292)$$

$$\theta_C = 0,000078rad = 0,0045^\circ$$

Se verifica que los ángulos de rotación del eje en ambos apoyos son considerablemente menores a 1° . De acuerdo con la información de catálogo para rodamientos con soporte tipo Ball Pillow Block modelo UCP 207, el ángulo máximo de desalineación admisible es del orden de $\pm 2^\circ$, por lo que los valores obtenidos se encuentran ampliamente dentro del rango permitido [30, 31, 32] En consecuencia, se comprueba que el rodamiento con soporte seleccionado y mostrado en la Figura 19 no solo satisface el criterio de vida útil bajo las cargas de operación, sino que además admite sin inconvenientes la rotación angular del eje. Adicionalmente, gracias a soporte con tornillos de fijación, permite asegurar el eje sin necesidad de mecanizados especiales como chaveteros. Su costo aproximado es de **\$250.000COP**, según información disponible en el mercado colombiano.

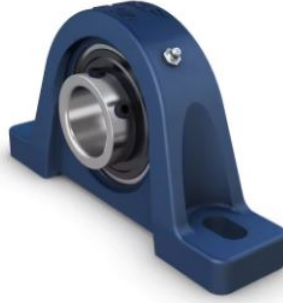


Figura 19: Rodamiento con soporte UCP 207. [WM Rodamientos y Chumaceras]

5.8. Diseño de la Estructura

La estructura principal del banco de pruebas, como se observa en la Figura 20, fue diseñada para proporcionar rigidez, modularidad y facilidad de montaje de los distintos componentes. El marco está construido a partir de perfiles tubulares cuadrados de sección 30×30 mm y espesor de pared de 3 mm. Como material se seleccionó **acero estructural ASTM A36**, debido a su buena resistencia mecánica, facilidad de soldadura y bajo costo, lo que lo convierte en una opción adecuada para proyectos con restricciones presupuestarias. Las uniones entre los perfiles están completamente soldadas, lo cual garantiza una estructura sólida y duradera. Las dimensiones generales del marco son: 1247 mm de largo, 530 mm de ancho y 342,4 mm de alto.

Una platina de 10 mm de espesor, con orificios de 17 mm espaciados a 120 mm entre sí, se instala a lo largo de toda la longitud del marco con el objetivo de modular la distancia entre apoyos. Los cojinetes se montan sobre soportes cuyas dimensiones son $47 \times 167 \times 23,4$ mm. Un aspecto clave en esta sección del diseño es la incorporación de ranuras en los soportes de los cojinetes para el ajuste horizontal: aunque inicialmente los cojinetes están centrados, pueden desplazarse lateralmente, lo que permite inducir un **desalineamiento controlado** durante las pruebas dinámicas del eje.

En los extremos, se incorporaron dos bases. La primera es una base fabricada en una placa de 10 mm de espesor, la cual se encuentra elevada y soportada por dos elementos estructurales que brindan estabilidad adicional al generador, que se instala sobre esta base elevada.

La segunda se encuentra a nivel del piso, dentro del marco principal, y está destinada al motor que está acoplado al eje del banco mediante un sistema de correas.

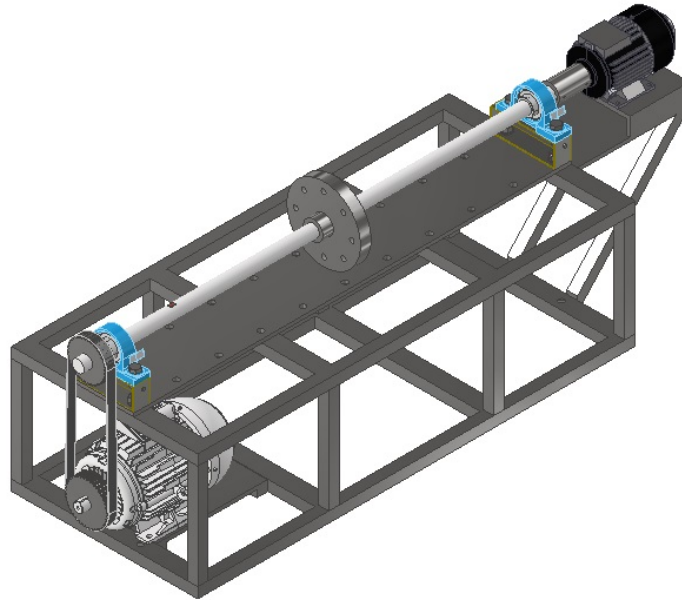


Figura 20: Esquema del diseño en Autodesk Inventor. [Autor]

La estructura, incluyendo el marco principal, las bases del motor y del generador, la platina modular longitudinal y los soportes de los cojinetes, presenta una masa aproximada de 77 kg y está fabricada en acero estructural ASTM A36. El costo del material se estimó utilizando precios de referencia de perfiles tubulares y platinas de acero estructural disponibles en el mercado colombiano, resultando en un valor del orden de 8 000 COP/kg, lo que representa un costo aproximado de 616.000 COP por concepto de material. Adicionalmente, se incluyó un sobrecosto global asociado a los procesos de fabricación y ensamble, que comprenden operaciones de corte, soldadura de las uniones estructurales, mecanizado básico de orificios y ranuras, así como la tornillería necesaria y la aplicación de pintura anticorrosiva. Considerando el material y los procesos de manufactura involucrados, el costo total estimado de la estructura se fijó en aproximadamente **\$ 1'500.000 COP**.

6. Sistema de adquisición de datos y sensores

En esta sección se presentan los sensores y el sistema de adquisición de datos del banco de pruebas, definiendo los dispositivos seleccionados para medir las variables de interés y las características mínimas que debe cumplir el sistema de adquisición para garantizar mediciones confiables.

6.1. Acelerómetros

Para la medición de vibraciones del eje se seleccionaron acelerómetros triaxiales tipo IEPE, capaces de registrar las aceleraciones dinámicas asociadas a fenómenos como desbalanceo, desalineamiento y resonancia. Las señales medidas en el dominio del tiempo se analizan posteriormente

mediante la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y herramientas derivadas de análisis en frecuencia, con el fin de identificar las frecuencias predominantes y la magnitud de las vibraciones.

Para una selección con coherencia física del acelerómetro, se requiere estimar en orden de magnitud la aceleración máxima esperada en el banco de pruebas, considerando el efecto de un desbalance de prueba en el volante de inercia. Dicho volante, de masa total $m_v = 8,011$ kg, posee orificios radiales a $r = 0,08$ m del eje donde se puede insertar una masa de desbalance $m_d = 0,03$ kg. La fuerza centrífuga generada por dicha masa a la velocidad angular de resonancia $\omega = 2981$ rpm = 312 rad/s se calculó como: [29][33]

$$F_d = m_d r \omega^2 = 0,03(0,08)(312)^2 = 233 \text{ N.}$$

Suponiendo que esta excitación actúa sobre una masa efectiva del conjunto eje - volante - bancada de $M_{ef} = 56$ kg, la aceleración máxima aproximada sería:

$$a = \frac{F_d}{M_{ef}} = \frac{233}{56} = 4,16 \text{ m/s}^2 = 0,42g$$

Al acercarse a la velocidad crítica, la respuesta puede amplificarse debido al bajo amortiguamiento estructural. [29] [33] Se consideran algunos valores típicos de amortiguamiento para estimar el factor de amplificación dinámico y la aceleración máxima.

Cuadro 1: Estimación de la aceleración máxima según el amortiguamiento del sistema.

Amortiguamiento ζ	Factor de amplificación ($1/2\zeta$)	Aceleración máxima [g]
0,20	2,5	1,05
0,10	5,0	2,1
0,05	10,0	4,2
0,03	16,7	7,01
0,02	25,0	10,5

Para ejes rotativos montados en soportes con rodamientos, los valores típicos de amortiguamiento adimensional suelen encontrarse alrededor de $\zeta \approx 0,05$. [33] Con esto, la aceleración máxima esperada se ubica cerca de $4,2 g$. La selección de un acelerómetro con rango de medición de $\pm 10 g$ resulta adecuada para evitar saturación o pérdida de señal durante las pruebas experimentales, incluso al atravesar la zona de resonancia.

El sensor seleccionado mostrado en la Figura 21, corresponde al modelo **ATO-SAE30001** de tecnología ICP/IEPE, con una sensibilidad de 500 mV/g y un rango de $\pm 10 g$, aproximadamente un 20 % por encima del valor máximo estimado de aceleración. Presenta una respuesta en frecuencia de $0,5 \text{ Hz}$ a 5000 Hz , con una linealidad menor al 1 %, lo que indica que la relación entre la aceleración medida y la señal de salida es prácticamente proporcional dentro de su rango de operación, y sensibilidad lateral inferior al 3 %, lo que garantiza precisión en la medición tridimensional. Está fabricado con material piezoeléctrico PZT-5, y su conexión se realiza mediante conector M12 y rosca M5, facilitando el montaje en la carcasa de los soportes del rodamiento.

El precio de referencia encontrado para este sensor es de aproximadamente **\$3.600.000 COP**, valor que se considera razonable teniendo en cuenta que los acelerómetros triaxiales IEPE suelen tener costos significativamente más altos. Esta opción representa una relación costo-beneficio adecuada, ya que garantiza mediciones precisas y confiables, indispensables para un banco de pruebas donde la obtención de datos experimentales de buena calidad resulta prioritaria.



Figura 21: Acelerómetro triaxial 10g ICP/IEPE. [34]

6.2. Sistema telemétrico con galgas extensométricas

Para la medición de deformaciones y deflexiones en el eje del banco de pruebas se implementará un sistema basado en galgas extensométricas, cuya señal será transmitida de forma inalámbrica mediante el sistema **Torque Track 10K de Binsfeld Engineering**, disponible en la EIME. Las galgas permiten cuantificar pequeñas variaciones de longitud superficial asociadas a la deformación del eje y a partir estas, se podrán estimar las deflexiones máximas y validar el comportamiento teórico obtenido en el análisis estructural. En la Figura 22 se muestra la instalación del sistema Torque Track sobre el eje. Las galgas están orientadas a $\pm 45^\circ$ respecto al eje, disposición utilizada para medir esfuerzos cortantes debidos a la torsión. Si se orientaran paralelas al eje, permitirían medir esfuerzos normales por flexión.

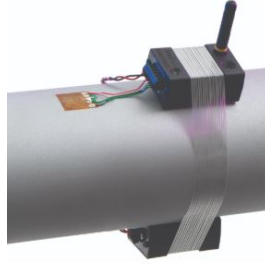


Figura 22: Torque Track 10k montado en un eje. [35]

El Torque Track 10K funciona como un sistema telemétrico compuesto por un transmisor montado sobre el eje y un receptor fijo. El módulo transmisor alimenta las galgas, amplifica la señal proveniente del puente de Wheatstone y la transmite inalámbricamente al receptor, evitando interferencias o daños por cables en movimiento. Este enfoque permite obtener mediciones confiables durante la rotación del eje y registrar las deformaciones en tiempo real.

La deformación superficial máxima $\varepsilon_{\max}$ para una sección circular sometida a flexión se obtiene a partir del momento flector máximo $M_{\max}$ mediante las relaciones clásicas de resistencia de materiales:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} c}{I}, \quad \varepsilon_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{E}$$

donde $c = d/2$ es la distancia de la fibra extrema al eje neutro e $I = \frac{\pi d^4}{64}$ el momento de inercia de la sección circular.

Sustituyendo los valores del caso $d = 35$ mm, $M_{\max} = 16,22$ N·m (obtenido del análisis estático anterior) y $E = 210$ GPa:

$$d = 35 \text{ mm} \Rightarrow c = 17,5 \text{ mm}$$

$$I = \frac{\pi(35)^4}{64} = 7,366 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$M_{\max} = 16,22 \text{ N}\cdot\text{m} = 16,22 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{16,22 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm} \times 17,5 \text{ mm}}{7,366 \times 10^4 \text{ mm}^4} = 3,85 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{3,85 \text{ MPa}}{210 \times 10^3 \text{ MPa}} = 1,835 \times 10^{-5} = 18,35 \mu\varepsilon$$

Por tanto, la deformación unitaria máxima esperada en la superficie del eje es de aproximadamente

$$\boxed{\varepsilon_{\max} = 18,35 \mu\varepsilon.}$$

Se estimó también la deformación unitaria máxima generada en el eje debido al momento torsor transmitido durante las pruebas. En este caso, se consideró únicamente el par resistivo impuesto por el generador de imán permanente (PMA), ya que en régimen estable el par transmitido por el eje es igual al par resistivo del generador. De esta forma, las deformaciones torsionales pueden evaluarse sin incluir explícitamente al motor en el análisis, dado que su efecto se equilibra con el del generador.

El momento torsor transmitido por el eje se calculó a partir de la potencia mecánica del generador y su velocidad de rotación:

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi n/60}$$

donde P es la potencia del generador (2000 W) y n la velocidad en rpm.

Con $J = 1,47 \times 10^{-7} \text{ m}^4$ y $G = 80 \text{ GPa}$, la deformación cortante máxima en la superficie del eje es:

$$\gamma = \frac{Tr}{GJ}$$

donde $r = d/2$. En el caso de galgas orientadas a $\pm 45^\circ$, cada una mide una deformación normal igual a $\varepsilon_{45^\circ} = \gamma/2$; sin embargo, el puente de Wheatstone utilizado por el sistema de telemetría combina ambas mediciones y entrega una señal proporcional a la deformación cortante total γ .

A continuación, se presentan las deformaciones estimadas para distintas velocidades de operación considerando la potencia nominal del generador (2000 W):

Cuadro 2: Deformaciones torsionales estimadas en función de la velocidad de rotación.

Velocidad	Par	Deformación cortante γ ($\mu\epsilon$)	Deformación por galga ϵ_{45° ($\mu\epsilon$)
500	38.2	58.9	29.4
1000	19.1	29.5	14.7
2000	9.55	14.7	7.4
3000	6.37	9.83	4.9
4000	4.77	7.37	3.7

La tabla presenta los pares resultantes al asumir que el generador entrega su potencia nominal $P = 2000W$ en todas las velocidades. Esta hipótesis no pretende describir el comportamiento real del PMA (que en la práctica entrega potencia creciente con la velocidad y no 2000 W a bajas rpm), sino establecer un escenario conservador para evaluar si el Torque Track podría detectar la deformación torsional en la condición de mayor par posible. Dado que las deformaciones resultantes incluso en este caso son reducidas, se concluye que la medición por torsión queda fuera del rango útil del sistema telemétrico.

Basándose en las especificaciones técnicas del sistema *TorqueTrak 10K-S* de Binsfeld Engineering Inc.[35], se selecciona un transmisor de deformación **TX10K-S** compatible con galgas extensométricas dispuestas en un puente de Wheatstone completo (de cuatro brazos activos) con una resistencia estándar de 350Ω . Este sistema posee una respuesta en frecuencia de 500 Hz, adecuada para la medición de deformaciones dinámicas en el eje bajo condiciones de rotación. La entrada del puente opera a 2.5 V CC con una tolerancia de $\pm 0,1 \%$, lo que garantiza una excitación estable para las galgas.

El transmisor permite seleccionar distintos niveles de ganancia según el rango de microdeformaciones a medir. Para un factor de galga $GF = 2$, los rangos de medición disponibles se pueden ver en la Figura 23

GANANCIA DEL TRANSMISOR	PUENTE COMPLETO CON 4 BRAZOS ACTIVOS (PAR DE TORSIÓN O FLEXIÓN)	PUENTE COMPLETO 2.6 BRAZOS ACTIVOS (TENSIÓN O COMPRESIÓN)	1/4 PUENTE 1 BRAZO ACTIVO (UN SOLO MEDIDOR)
16000	± 125 MICRODEFORMACIÓN	± 192 MICRODEFORMACIÓN	± 500 MICRODEFORMACIÓN
8000	± 250 MICRODEFORMACIÓN	± 385 MICRODEFORMACIÓN	± 1000 MICRODEFORMACIÓN
4000	± 500 MICRODEFORMACIÓN	± 769 MICRODEFORMACIÓN	± 2000 MICRODEFORMACIÓN
2000	± 1000 MICRODEFORMACIÓN	± 1538 MICRODEFORMACIÓN	± 4000 MICRODEFORMACIÓN
1000	± 2000 MICRODEFORMACIÓN	± 3077 MICRODEFORMACIÓN	± 8000 MICRODEFORMACIÓN
500	± 4000 MICRODEFORMACIÓN	± 6154 MICRODEFORMACIÓN	± 16.000 MICRODEFORMACIÓN

Figura 23: Rangos de medición del transmisor TX10K-S según la ganancia del sistema. [35]

Se observa que la ganancia máxima del transmisor (16000) ofrece una resolución de $\pm 125 \mu\epsilon$, en este contexto, la deformación de $18 \mu\epsilon$ representa aproximadamente el 14,4 % del rango total de medida. Si bien se encuentra cerca del límite inferior de resolución, el valor es físicamente consistente y sirve como referencia para la condición estática.

Es importante considerar que las deformaciones calculadas corresponden a una condición estática idealizada, sin la amplificación dinámica que ocurre en la proximidad de la velocidad crítica. En resonancia, la respuesta del sistema se incrementa debido a la relación entre la excitación y el amortiguamiento estructural. De manera análoga a como se empleó el factor de amplificación para estimar la aceleración máxima en la selección del acelerómetro, las amplificaciones teóricas de las deformaciones se presentan a continuación:

Cuadro 3: Amplificación de la respuesta dinámica según el amortiguamiento.

Amortiguamiento ζ	Factor de amplificación $1/(2\zeta)$	Deformación amplificada ($\mu\epsilon$)
0.20	2.5	45.0
0.10	5.0	90.0
0.05	10.0	180.0
0.03	16.7	300.6
0.02	25.0	450.0

Como puede observarse, dependiendo del nivel de amortiguamiento presente en el eje y sus apoyos, la deformación podría amplificarse, en consecuencia, las deformaciones efectivas durante las pruebas experimentales (especialmente cerca de la resonancia) se ubicarían dentro de un rango claramente medible para el sistema de telemetría.

En esta condición base, la deformación por torsión obtenida a 4000 rpm es de aproximadamente 3.7μ , un valor incluso menor que la deformación por flexión. Debido a su magnitud reducida, la contribución torsional no constituye el mecanismo dominante, por lo que el enfoque experimental se centra en las deformaciones a flexión, que representan la señal más significativa del comportamiento del eje.

En este sentido, el valor de $18 \mu\epsilon$ representa una condición base segura y conservadora, que garantiza la integridad estructural del banco y establece el punto de partida para la exploración experimental. Al ser un banco de carácter didáctico, los estudiantes podrán modificar variables como la masa puntual aplicada (para incrementar el momento flector) o la velocidad de operación (para variar el momento torsor), observando cómo se amplifican las deformaciones dentro de límites seguros previamente definidos. De esta forma, se define tanto una condición inicial robusta como un rango operativo seguro para el uso académico del banco.

6.3. Selección del sistema de adquisición de datos (DAQ)

Debido a limitaciones presupuestales, se decidió no adquirir un sistema DAQ nativo con soporte integrado para IEPE, puente de galgas y contador, que resultan significativamente más costosos, sino armar una cadena de adquisición con equipos separados que cumpla con los requerimientos básicos del banco de pruebas.

Para ello se seleccionó el **NI USB-6003 de National Instruments** [36], mostrado en la Figura 24, el cual permite la adquisición de señales analógicas diferenciales provenientes de dos

acelerómetros IEPE y del TorqueTrak, así como de la señal digital de un tacómetro. Este DAQ se alimenta directamente a través del bus USB y ofrece una velocidad de muestreo de hasta 100kS/s, suficiente para capturar con precisión las vibraciones y esfuerzos del eje. Además, es totalmente compatible con MATLAB, LabVIEW, Python y otras herramientas de análisis, lo que permite el procesamiento en tiempo real y la obtención de espectros de vibración mediante transformadas de Fourier. Aunque los acelerómetros IEPE generan internamente señales en milivoltios, estas son acondicionadas por el módulo ICP DAS SG-IEPE-3227, presentado en el siguiente apartado, que proporciona la corriente constante necesaria y convierte la señal a un voltaje dentro del rango de ± 10 V, rango totalmente compatible con las entradas analógicas diferenciales del NI USB-6003.

El NI USB-6003 dispone de un convertidor A/D de 16 bits. Operando en un rango de entrada de ± 5 V por ejemplo (10 V pico a pico), la resolución efectiva del sistema se calcula mediante:

$$\text{Resolución} = \frac{10 \text{ V}}{2^{16}} = 0,0001525 \text{ V} \approx 0,153 \text{ mV/bit}.$$

La unidad mV/bit describe la variación mínima de voltaje que representa un incremento de un bit en la salida digital del ADC, es decir, el cambio más pequeño que el sistema puede distinguir. Esta resolución equivale a una variación mínima detectable del orden de 0.003 m/s^2 . Con esta resolución, el NI USB-6003 permite detectar variaciones pequeñas en la señal de aceleración, incluso después del acondicionamiento IEPE.



Figura 24: USB NI-6009 National Instruments. [36]

Este equipo, puede adquirirse en plataformas como eBay y Amazon por un valor aproximado de **\$3.600.000 COP**, lo que representa una alternativa económica frente a los sistemas DAQ nativos completos.

6.4. Acondicionador de señal IEPE

Para la alimentación y acondicionamiento de las señales provenientes de los acelerómetros tipo IEPE, se seleccionó el módulo **ICP DAS SG-IEPE-3227** [37], un acondicionador de dos canales diseñado específicamente para sensores de vibración.

Este dispositivo, mostrado en la Figura 25, proporciona la corriente de excitación constante que los acelerómetros IEPE requieren para su funcionamiento (configurable entre 2 mA, 4 mA, 6 mA y 10 mA), con una tensión de salida de 30 V DC. Permite seleccionar tres niveles de ganancia ($\times 1$, $\times 10$ y $\times 100$) y ofrece un rango de frecuencia superior de 80 kHz para las configuraciones de baja ganancia, garantizando una respuesta adecuada frente al rango operativo de los sensores ATO-SAE30001 (0.5 Hz – 5 kHz). Asimismo, su salida analógica diferencial de ± 10 V resulta totalmente compatible con las entradas del sistema de adquisición NI USB-6009, lo que permite mantener una señal estable y lineal, sin saturación y con una respuesta en frecuencia adecuada dentro del

rango operativo de los acelerómetros ATO-SAE30001. La atenuación y el desfase introducidos en este rango pueden considerarse despreciables



Figura 25: Acondicionador de señal ICP DAS SG-3227. [37]

Su configuración de dos canales lo hace especialmente adecuado para el presente diseño, en el cual se emplearán dos acelerómetros triaxiales, permitiendo medir vibraciones en ambos apoyos del eje de prueba sin requerir equipos adicionales.

El costo del ICP DAS DN-IEPE-3227 se encuentra en el rango de **\$850.000 – \$1.050.000 COP**, según distribuidores como ICP DAS y Mouser Electronics, representando una alternativa económica y confiable frente a los módulos integrados de acondicionamiento IEPE de mayor costo.

6.5. Sensor de velocidad

Para la medición de la velocidad de rotación del eje se selecciona un **sensor de efecto Hall modelo KY-003** mostrado en la Figura 26, el cual permite detectar la presencia de un campo magnético mediante la variación del voltaje generado en un semiconductor cuando es atravesado por un flujo magnético. Su principio de funcionamiento se basa en la detección de cada paso de un imán solidario al eje, generando una señal digital tipo onda cuadrada (0–5 V), en donde cada ciclo corresponde a una vuelta completa.

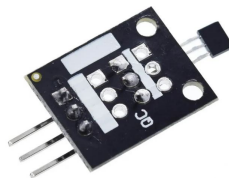


Figura 26: Sensor de Efecto Hall Magnético KY003.
[38]

Este sensor resulta particularmente adecuado debido a su compatibilidad directa con el sistema de adquisición NI USB-6003, sin requerir acondicionadores ni interfaces adicionales. El KY-003 opera con una alimentación de 5 V DC, la cual puede obtenerse directamente del pin de salida de voltaje del DAQ, mientras que el pin de tierra (GND) se conecta al terminal de referencia común, garantizando una base de potencial compartida.

La señal de salida del sensor (pin S) se conecta a uno de los canales digitales del NI USB-6003, que puede configurarse de dos maneras según el software. La primera es como entrada de contador, en

cuyo caso el DAQ registra los pulsos generados por el sensor durante un intervalo de tiempo; dado que cada pulso corresponde al paso del imán y, por tanto, a una vuelta completa del eje, es posible calcular directamente la velocidad de rotación en rpm. La segunda opción consiste en emplear la señal como trigger digital, usándola únicamente como referencia temporal para sincronizar otras mediciones, como vibración o deformación, sin utilizar el pulso para el cálculo de rpm.

En este proyecto, la función de interés es la de contador, ya que permite determinar la velocidad angular del eje a partir de la frecuencia de los pulsos generados por el sensor Hall.

En el mercado colombiano, el sensor KY-003 puede encontrarse en plataformas como Mercado Libre o Amazon, con un precio aproximado de **\$10.000 a \$15.000 COP**, lo que lo convierte en una alternativa económica y funcional para la implementación del sistema de medición.

7. Validación numérica del diseño

7.1. Análisis modal del eje

Se realizó un análisis modal en ANSYS para validar las frecuencias naturales teóricas del eje en su condición base. Los resultados numéricos permiten identificar los modos propios de vibración y verificar el comportamiento dinámico esperado del sistema.

Modelo numérico

Con el fin de evaluar el comportamiento dinámico del eje y comparar los resultados obtenidos mediante distintos enfoques de modelado, se desarrollaron tres configuraciones de análisis modal por elementos finitos, cada una asociada a un nivel diferente de idealización de las condiciones de apoyo, lo que permitió analizar la sensibilidad de las frecuencias naturales frente a la rigidez de los soportes.

En primer lugar, se implementó un modelo que representa de forma más fiel las condiciones reales de operación del banco de pruebas, en el cual los apoyos se modelaron mediante *Soporte Cilíndrico (Cylindrical Support)* aplicados sobre superficies equivalentes al ancho real de los rodamientos. Esta configuración busca reproducir el comportamiento físico del eje montado sobre rodamientos, considerando la restricción radial y axial, así como la capacidad de giro del sistema.

Adicionalmente, se desarrollaron dos modelos alternativos utilizando la condición de *Desplazamiento Remoto (Remote Displacement)*, con el objetivo de establecer una comparación directa con el método analítico de Rayleigh, el cual asume apoyos idealizados tipo viga simplemente apoyada. En estos modelos, se consideraron dos casos: uno con desplazamiento axial libre en ambos extremos (free-free axial) y otro con desplazamiento axial restringido en uno de los apoyos (fixed-free axial). La diferencia entre ambas condiciones se explica más adelante.

La geometría del eje se exportó desde Autodesk Inventor e importó en ANSYS Mechanical, garantizando la correspondencia dimensional con el diseño real del banco de pruebas. Al modelo se le asignaron las propiedades mecánicas del material, a partir de las cuales el software calcula automáticamente la rigidez y las propiedades inerciales necesarias para el análisis modal.

Dado que el análisis modal considera exclusivamente efectos inerciales y de rigidez, los componentes acoplados al eje (generador, volante de inercia y polea) se modelaron como *Masas Puntuales (Point Mass)* ubicadas en sus posiciones reales a lo largo del eje. Esta formulación incorpora tanto

la masa como los momentos de inercia asociados, sin necesidad de modelar detalles geométricos adicionales que no influyen de forma significativa en la respuesta modal del sistema

Soporte cilíndrico

En el primer modelo se empleó la condición de frontera *Cylindrical Support*, la cual permite controlar de manera independiente los desplazamientos radiales, axiales y tangenciales sobre superficies cilíndricas, siendo especialmente adecuada para representar el comportamiento de un eje apoyado sobre rodamientos.

Los apoyos se aplicaron sobre superficies cilíndricas definidas mediante caras divididas, cuyo ancho coincide con el ancho real de los rodamientos, con el fin de limitar la restricción únicamente a la zona de contacto efectiva entre el eje y los soportes. En esta configuración se restringió únicamente el desplazamiento radial en ambos apoyos, mientras que los desplazamientos axial y tangencial se dejaron libres, permitiendo el giro del eje y su desplazamiento axial. La convergencia del modelo se garantiza al encontrarse el sistema correctamente estabilizado por las restricciones radiales aplicadas en ambos apoyos.

La Figura 27 muestra el eje modelado en ANSYS utilizando la condición de frontera *Cylindrical Support* aplicada en las zonas correspondientes a los apoyos del rodamiento.

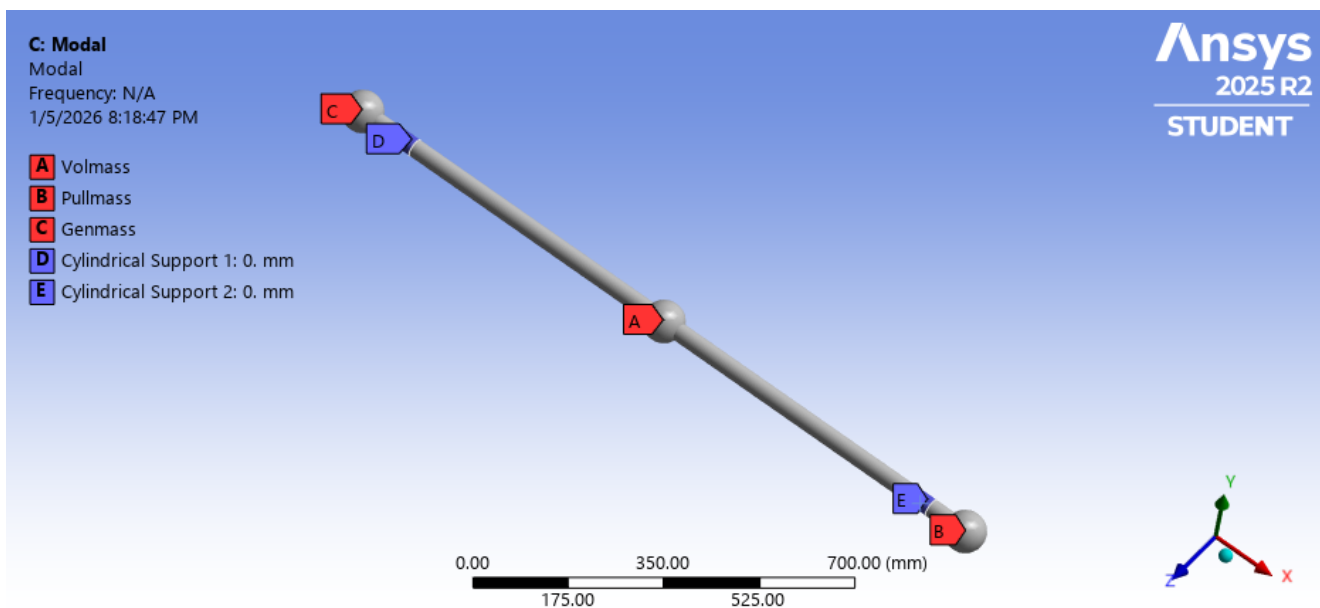


Figura 27: Modelo del eje en ANSYS aplicando la condición *Cylindrical Support*. [Autor]

El análisis modal se resolvió considerando los primeros 20 modos propios del sistema para observar la evolución de las frecuencias naturales en un rango amplio y facilitar la identificación de los modos asociados a flexión y torsión. La Figura 28 se presenta las frecuencias y la gráfica correspondiente a las primeras 20 frecuencias naturales del eje.



Figura 28: Gráfica de las primeras 20 frecuencias del sistema. [Autor]

La Figura 29 muestra los primeros modos obtenidos para este modelo que corresponden a frecuencias cercanas a 0 Hz. Estos modos no representan deformaciones estructurales relevantes del eje, sino movimientos de cuerpo rígido asociados a grados de libertad no restringidos, lo cual se manifiesta visualmente como una variación radial uniforme del eje. Este comportamiento es característico en análisis modales cuando se emplean condiciones de apoyo que permiten desplazamientos globales del sistema y no tiene implicaciones dinámicas reales para la operación del banco de pruebas.

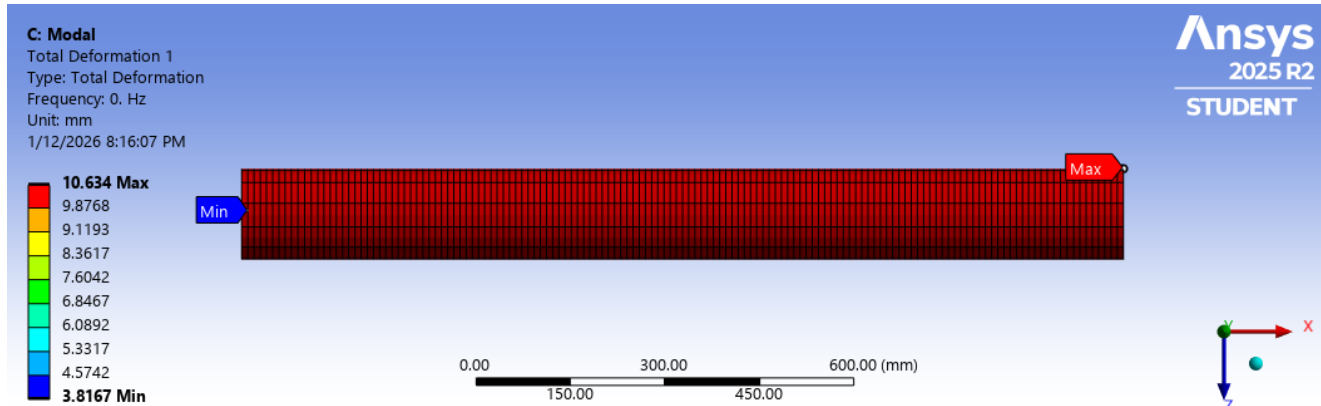


Figura 29: Deformación total de los primeros modos del sistema en ANSYS. [Autor]

En la Figura 30 se puede ver que los modos de mayor interés aparecen alrededor de 62.6 Hz y 62.7 Hz y corresponden a modos de vibración predominantemente flexionales, caracterizados por una deformada con máxima deflexión en la zona central del eje y curvatura suave a lo largo de su longitud. La forma modal obtenida es cualitativamente consistente con la deformada asumida en el método analítico de Rayleigh, lo que confirma que dicho enfoque permite anticipar adecuadamente el tipo de comportamiento dinámico del sistema. No obstante, la frecuencia estimada mediante el método de Rayleigh (49 Hz) resulta inferior a la obtenida mediante el modelo numérico, presentando una diferencia del orden del 28 %, lo cual es coherente con el carácter conservador

del modelo analítico y con las hipótesis simplificadas que este adopta. En este sentido, el análisis por elementos finitos proporciona una representación más completa del sistema, mientras que el método de Rayleigh constituye una aproximación inicial útil para estimar el orden de magnitud de la frecuencia natural y comprender el fenómeno vibratorio.

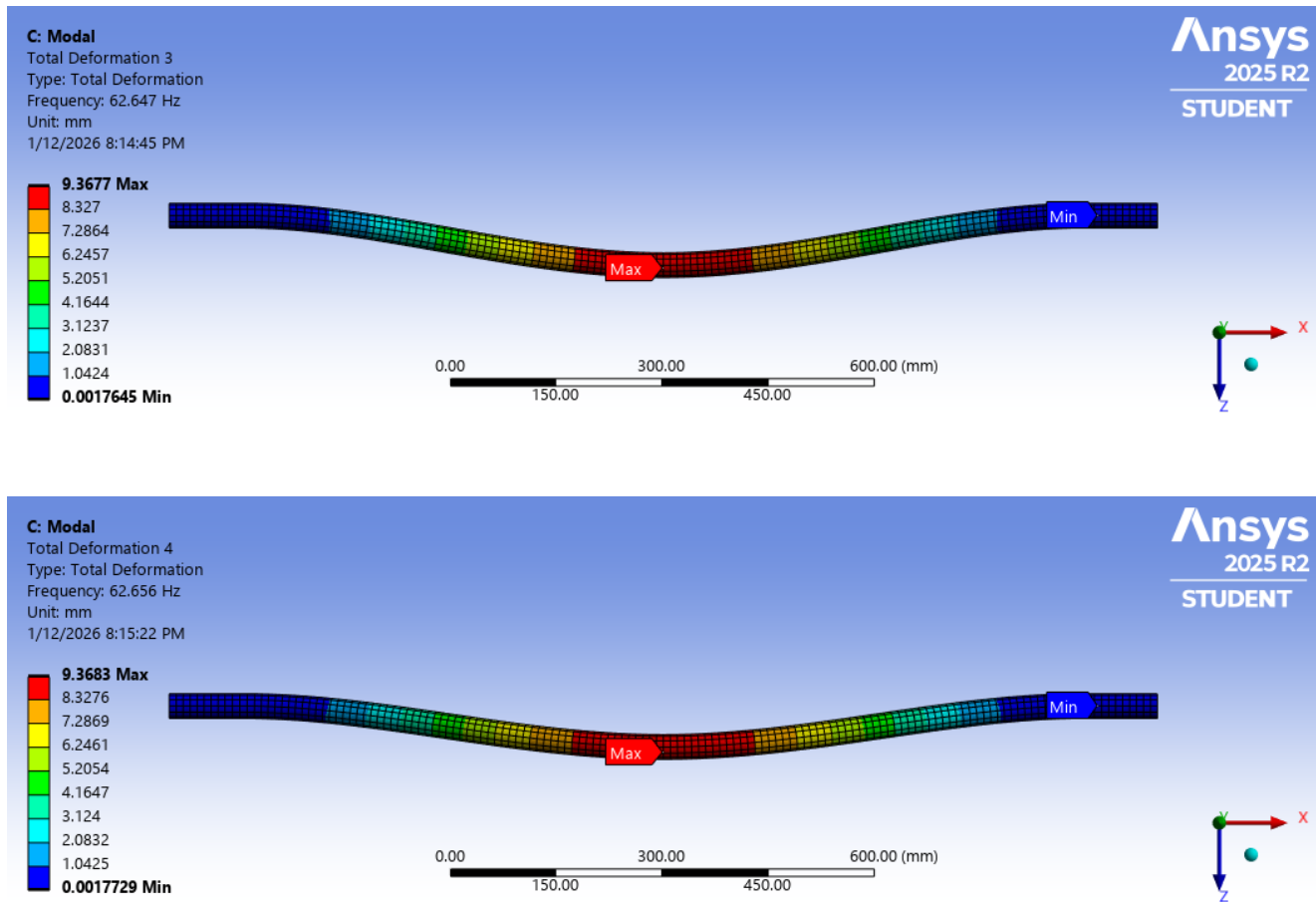


Figura 30: Deformación total de los modos flexionantes 3 y 4 del sistema en ANSYS. [Autor]

Desplazamiento Remoto - Condición *libre-libre*

En el segundo modelo se empleó la condición de frontera *Remote Displacement*, la cual permite controlar de manera independiente los desplazamientos y rotaciones en los ejes x, y y z, siendo una herramienta especialmente práctica para idealizar apoyos simples y configuraciones clásicas empleadas en modelos analíticos como Rayleigh.

Las condiciones de frontera se aplicaron mediante puntos remotos en las secciones correspondientes a los apoyos reales del eje. Se permitió el desplazamiento axial en ambos extremos, reproduciendo una condición libre-libre axial ya que las restricciones impuestas no representan apoyos físicos, sino que se introducen con el objetivo de controlar los grados de libertad del modelo tridimensional. Se permitió la rotación alrededor del eje longitudinal y se restringió el desplazamiento en la dirección Z, con el fin de aproximar las hipótesis del modelo de Rayleigh y facilitar la comparación entre ambos enfoques.

En la Figura 31 se muestra el eje modelado en ANSYS utilizando la condición de frontera *Remote Displacement* aplicada en los bordes correspondientes a las posiciones de los apoyos, restringiendo el movimiento en Z de todo el cuerpo y bajo una configuración completamente libre axialmente.

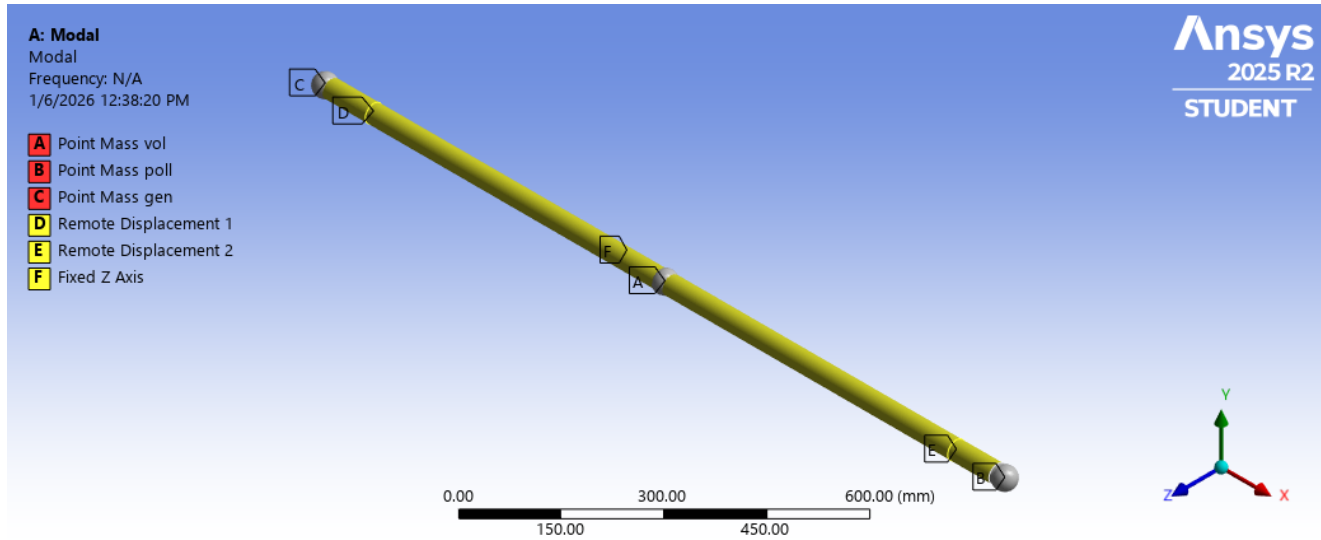


Figura 31: Modelo del eje en ANSYS aplicando la condición *Remote Displacement*. [Autor]

Por las mismas razones expuestas anteriormente, el modelo se resolvió considerando las primeras 20 frecuencias naturales. En la Figura 32 se presenta la información correspondiente a las frecuencias obtenidas para esta configuración.



Figura 32: Gráfica de las primeras 20 frecuencias del sistema. [Autor]

En esta configuración, el primer modo obtenido mostrado en la Figura 33, presenta una frecuencia prácticamente nula, donde el eje se desplaza lateralmente en la dirección x de manera rígida, sin que se evidencie deformación apreciable del cuerpo. Este comportamiento es característico de modelos tridimensionales en los que ciertos grados de libertad no poseen rigidez asociada. Al no existir deformación elástica, este modo no representa un modo vibratorio propiamente dicho y, por tanto, no tiene influencia en el análisis de las frecuencias naturales flexionantes del sistema, siendo habitual descartarlo en la interpretación de resultados.

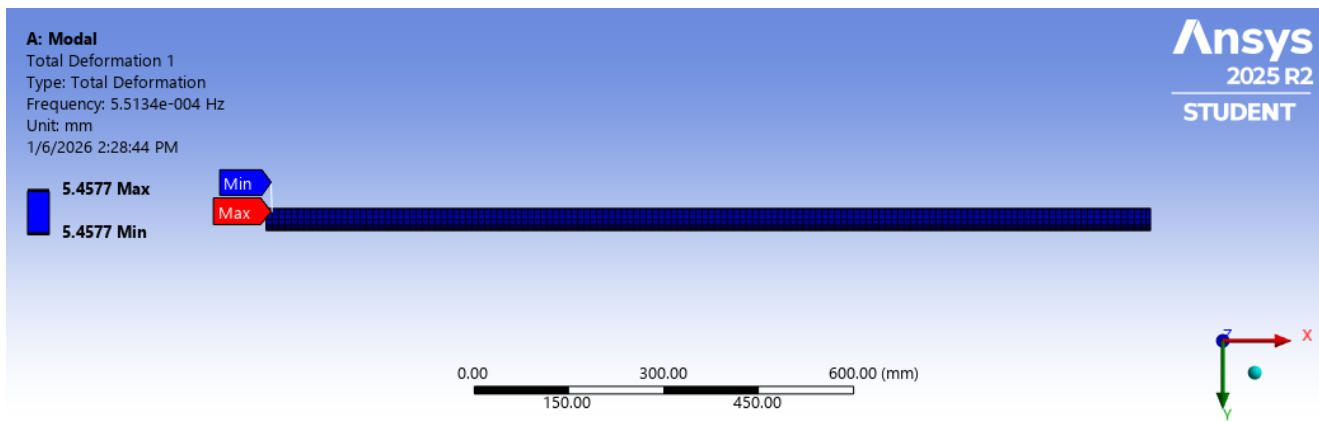


Figura 33: Deformación total del primer modo del sistema en ANSYS. [Autor]

El segundo modo, mostrado en la Figura 34, corresponde al primer modo flexionante del eje para la configuración libre–libre, con una frecuencia cercana a los 29 Hz. En este caso se observa una deformada característica de flexión, con un desplazamiento máximo aproximadamente en la zona central del eje y sin la imposición de desplazamientos transversales nulos en los extremos, lo cual es coherente con un sistema que no presenta restricciones geométricas asociadas a apoyos flexionales.

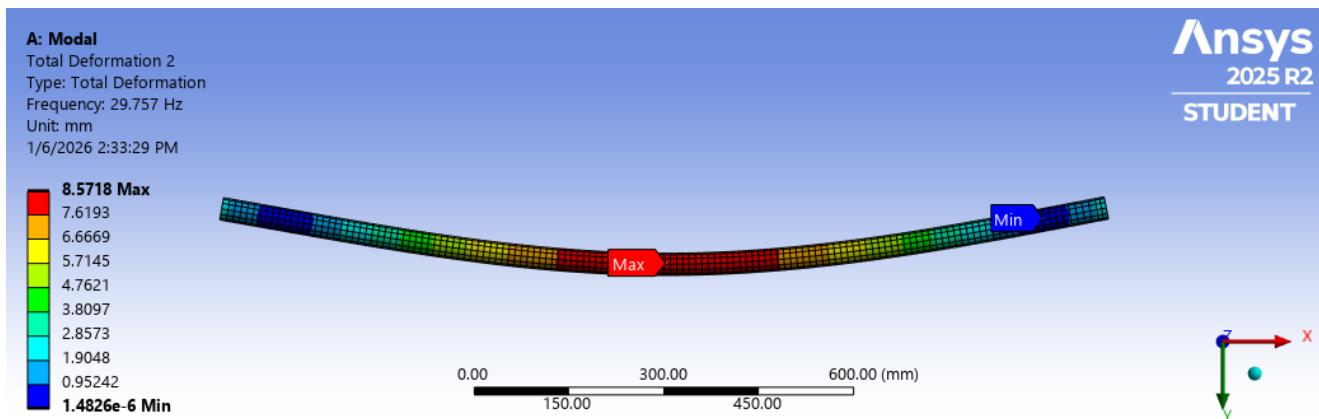


Figura 34: Deformación total del modo 2 del sistema, correspondiente al primer modo flexionante en ANSYS. [Autor]

La diferencia respecto al valor obtenido mediante el método de Rayleigh (49 Hz) se explica por las hipótesis de frontera implícitas en cada enfoque. El método de Rayleigh, aplicado a una viga simplemente apoyada, impone desplazamientos transversales nulos en los extremos, condición que introduce una mayor rigidez global del sistema. Si bien en la definición clásica de viga simplemente apoyada se distingue entre un apoyo articulado y uno de rodillo, el desplazamiento axial no forma parte del modelo de Rayleigh, dado que el análisis se limita exclusivamente a la vibración flexional. En contraste, el modelo numérico tridimensional bajo una condición libre–libre axial elimina dicha rigidez asociada a los apoyos, resultando en una frecuencia flexionante inferior.

Esta diferencia pone de manifiesto la fuerte influencia de las condiciones de frontera en la respuesta dinámica del eje y permite anticipar que, al introducir en el modelo numérico restricciones geométricas más cercanas a las hipótesis del método de Rayleigh, como ocurre al restringir axialmente uno de los extremos, se espera una mejor correspondencia entre los resultados analíticos y numéricos.

Desplazamiento Reomoto - Condición *libre* - *fijo*

En el tercer modelo se empleó nuevamente la condición de frontera *Remote Displacement*, utilizando la misma configuración geométrica descrita previamente. La diferencia principal respecto al caso libre-libre radica en que, en este modelo, se restringió el desplazamiento axial del eje en uno de los extremos, mientras que en el extremo opuesto dicho desplazamiento se mantuvo libre.

De esta forma, el sistema conserva un comportamiento simplemente apoyado desde el punto de vista flexional, al no imponerse restricciones de rotación ni momentos en los extremos, pero incorpora una restricción axial mínima en uno de ellos. Las restantes restricciones se mantuvieron coherentes con los modelos anteriores, permitiendo únicamente la rotación del eje alrededor de su eje longitudinal y restringiendo el desplazamiento en la dirección Z.

Nuevamente, el modelo se resolvió considerando las primeras 20 frecuencias naturales. En la Figura 35 se presenta la información correspondiente a las frecuencias obtenidas para esta configuración.



Figura 35: Gráfica de las primeras 20 frecuencias del sistema. [Autor]

Bajo esta configuración, el primer modo obtenido corresponde directamente a un modo flexionante, desapareciendo los modos rígidos presentes en la condición libre-libre. Este comportamiento se debe a la introducción de la restricción axial en uno de los extremos, la cual elimina los grados de libertad asociados al movimiento rígido del eje y define una referencia cinemática para el sistema. Como resultado, la primera frecuencia natural, mostrada en la Figura 36, se obtiene alrededor de los 47 Hz, valor notablemente cercano a los 49 Hz calculados mediante el método analítico.

Esta concordancia no es casual, sino consecuencia directa de la similitud entre las condiciones de frontera implícitas en el modelo de Rayleigh y las restricciones de grados de libertad adoptadas en el modelo numérico tridimensional. De este modo, los resultados obtenidos confirman la validez del modelo analítico cuando se aplican condiciones de frontera coherentes y se restringe el análisis a un comportamiento predominantemente flexional.

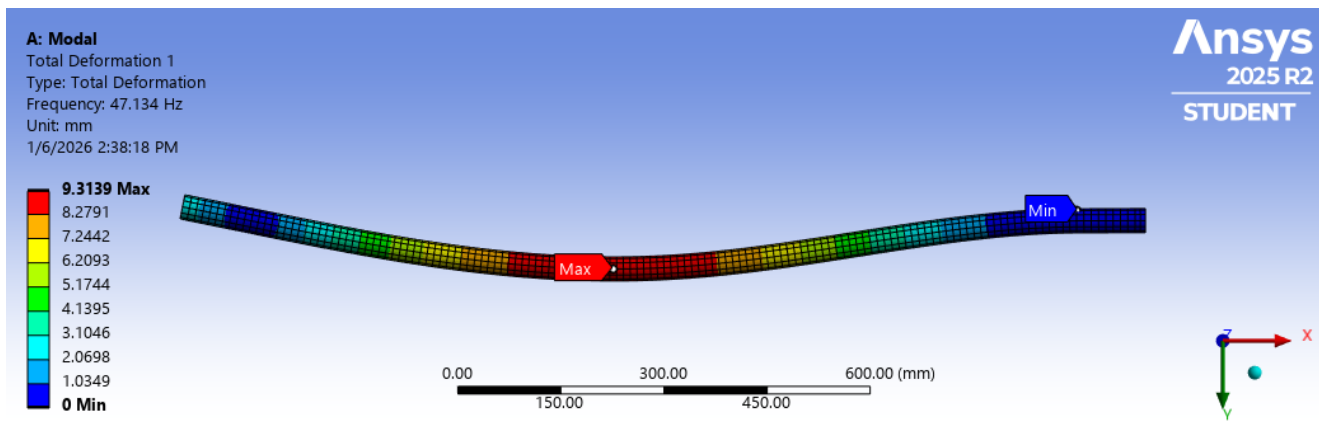


Figura 36: Deformación total del sistema correspondiente al primer modo flexionante en ANSYS. [Autor]

Discusiones finales

Los resultados del análisis modal numérico permitieron evidenciar de manera clara la fuerte influencia que ejercen las condiciones de frontera en la respuesta dinámica del eje, particularmente en la estimación de sus frecuencias naturales flexionantes. Al adoptar en el modelo tridimensional restricciones de grados de libertad coherentes con las hipótesis del método analítico de Rayleigh, es decir, una configuración equivalente a una viga simplemente apoyada con restricción axial mínima en uno de los extremos, se obtuvo una notable concordancia entre los valores numéricos y analíticos, lo que confirma la validez del enfoque teórico cuando se respetan sus supuestos fundamentales. Este resultado pone de manifiesto que las diferencias frecuenciales observadas no responden a limitaciones del método analítico en sí, sino principalmente a la forma en que se idealizan los apoyos y se modelan las restricciones del sistema.

Por otro lado, al emplear la condición de frontera *Cylindrical Support*, que representa de manera más realista el comportamiento del eje montado sobre rodamientos, las frecuencias naturales obtenidas mediante el modelo numérico resultaron superiores a las estimadas por el método de Rayleigh. Este incremento se explica por el aumento efectivo de la rigidez global del sistema, asociado a la distribución espacial de las restricciones, al ancho real de los apoyos y a la interacción más completa entre rigidez e inercia capturada por el modelo de elementos finitos. En este contexto, el método de Rayleigh, basado en suposiciones simplificadas y en una idealización unidimensional del sistema, proporciona una estimación conservadora del comportamiento dinámico, mientras que el modelo numérico con soporte cilíndrico ofrece una aproximación más cercana a las condiciones reales de operación del banco de pruebas.

En relación con el comportamiento torsional del eje, las frecuencias naturales fueron estimadas teóricamente mediante el método de Holzer y el método matricial, obteniéndose valores correspondientes a regímenes de rotación del orden de 12 000 a 15 000 rpm, equivalentes a frecuencias superiores a 200 Hz. Sin embargo, en los modelos numéricos tridimensionales desarrollados en ANSYS no se identificaron modos torsionales puros de forma explícita. Este resultado es consistente con el enfoque de modelado adoptado, particularmente en la configuración con *Cylindrical Support*, la cual representa de manera más realista el comportamiento del eje montado sobre

rodamientos y da lugar a modos de vibración combinados, en los que la torsión no se presenta de forma desacoplada como en los modelos analíticos idealizados. En el caso de los modelos con Remote Displacement, esta situación es aún más evidente, dado que dichas configuraciones se alinean con las hipótesis del método de Rayleigh y priorizan el análisis flexional del sistema.

Adicionalmente, la marcada separación entre las frecuencias torsionales teóricas y el rango operativo del banco de pruebas, limitado a aproximadamente 4000 rpm (66.7 Hz), permite concluir que la ocurrencia de fenómenos resonantes de tipo torsional durante la operación normal del sistema es altamente improbable. Esta conclusión se ve reforzada por los resultados del análisis modal numérico, en los cuales, tras los primeros modos predominantemente flexionales, las frecuencias naturales se desplazan rápidamente hacia valores superiores a 100 Hz. En este contexto, el análisis torsional realizado cumple un rol de verificación teórica y confirma que el diseño del banco de pruebas presenta un margen adecuado de seguridad frente a fallas asociadas a vibraciones torsionales.

Finalmente, es importante señalar que el modelo numérico desarrollado se basa en ciertas idealizaciones propias de la etapa de diseño conceptual. En particular, el eje se considera como un elemento geoméricamente perfecto y homogéneo, mientras que los apoyos se modelan mediante condiciones de frontera ideales que no incorporan posibles holguras o flexibilidades asociadas a los rodamientos reales. De igual manera, como en todo modelo de elementos finitos, los resultados dependen en cierta medida de la discretización adoptada y de la forma en que se representan las restricciones del sistema. No obstante, estas simplificaciones son comunes en estudios preliminares de dinámica rotatoria y permiten capturar de manera adecuada las tendencias principales del comportamiento vibratorio del eje dentro del rango operativo considerado.

7.2. Verificación dinámica de la estructura

Con el objetivo de identificar las frecuencias naturales de la estructura, se realizó también un análisis modal de esta para descartar posibles condiciones de resonancia durante la operación del banco.

El modelo analizado corresponde al ensamble estructural del banco de pruebas, incluyendo el marco principal y las platinas de soporte, modelados como sólidos tridimensionales. Las uniones entre los diferentes componentes estructurales se representaron mediante contactos tipo *bonded*, con el fin de modelar las uniones soldadas y considerarlas como perfectamente rígidas. Adicionalmente, se restringieron las superficies inferiores del marco, representando el apoyo de la estructura sobre el suelo, para establecer adecuadamente las condiciones de frontera del modelo.

El modelo se resolvió considerando las diez primeras frecuencias naturales. En la Figura 37 se presenta la información correspondiente a las frecuencias obtenidas para esta configuración.

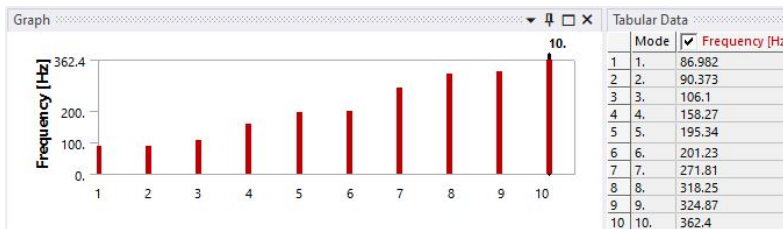


Figura 37: Gráfica de las primeras 10 frecuencias del sistema. [Autor]

En la Figura 38 se puede ver el primer modo de vibración natural de la estructura del banco, con una frecuencia natural aproximada de 87 Hz.

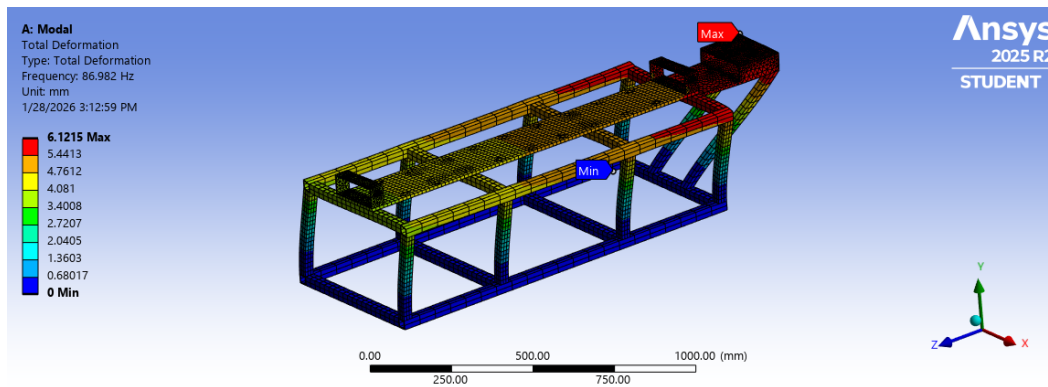


Figura 38: Deformación total del primer modo del sistema en ANSYS. [Autor] [Autor]

En conclusión, la primera frecuencia natural fundamental de la estructura se encuentra por encima del rango máximo de operación del banco de pruebas, por lo que se descartan condiciones de resonancia durante su funcionamiento.

7.3. Creación del modelo tridimensional en software CAD

Con el fin de representar el diseño propuesto, se desarrolló un modelo tridimensional completo utilizando el software Autodesk Inventor, lo que permitió analizar la configuración final del banco de pruebas y comprobar la compatibilidad geométrica entre sus componentes. En la Figura 39 se presenta el modelo 3D del sistema, mientras que los planos técnicos detallados y el archivo del ensamble .IAM correspondiente se incluyen en los anexos para su consulta.

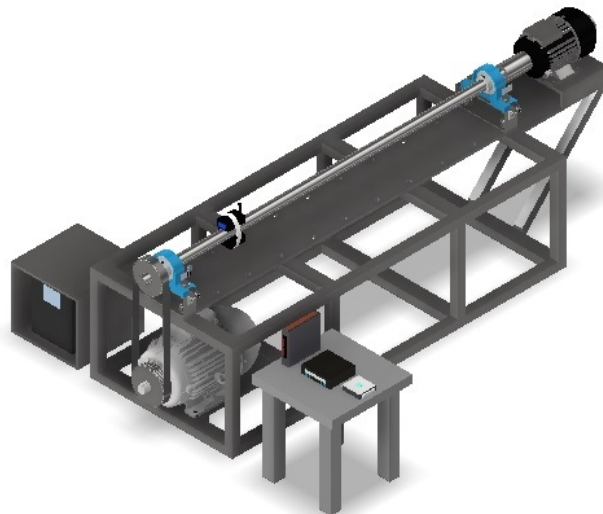


Figura 39: Representación tridimensional del diseño final elaborada en Autodesk Inventor. [Autor]

8. Estimación de costos del banco de pruebas

Con el fin de evaluar la viabilidad económica del banco de pruebas propuesto, se realizó una estimación del presupuesto asociado a su implementación. Dicha aproximación contempla tanto los componentes comerciales que deben ser adquiridos, como aquellos elementos diseñados y construidos específicamente para el sistema, considerando costos de materiales y procesos de fabricación. Los valores presentados corresponden a estimaciones de orden de magnitud, basadas en precios de mercado y referencias comerciales, y pueden variar en función del proveedor y las condiciones de adquisición.

Cuadro 4: Estimación de costos para componentes comerciales del banco de pruebas.

Ítem	Descripción	Cantidad	Costo unitario	Costo total
1	Generador de imán permanente (PMA) VQP modelo 6725PMA-2000-4000	1	270 000 COP	270 000 COP
2	Motor eléctrico trifásico industrial Y90L-2, potencia nominal 2,2 kW	1	700 000 COP	700 000 COP
3	Rodamiento con soporte tipo Ball Pillow Block modelo UCP 207	2	250 000 COP	500 000 COP
4	Acelerómetro triaxial ICP/IEPE modelo ATO-SAE30001	2	3 600 000 COP	7 200 000 COP
5	Sistema de adquisición de datos (DAQ) NI USB-6003, National Instruments	1	3 600 000 COP	3 600 000 COP
6	Acondicionador de señal ICP/IEPE modelo SG-IEPE-3227	1	1 050 000 COP	1 050 000 COP
7	Sensor de velocidad por efecto Hall modelo KY-003	1	15 000 COP	15 000 COP
8	Resistencia de frenado de cerámica bobinada.	1	400 000 COP	400 000 COP
Total				13 735 000 COP

Es importante señalar que los valores reportados en el presente presupuesto corresponden a precios de referencia obtenidos a partir de catálogos comerciales y plataformas de venta en línea. En el contexto institucional, los costos de adquisición pueden ser mayores debido a procesos administrativos, proveedores autorizados, costos de envío y condiciones contractuales propias de la universidad. No obstante, el presupuesto presentado tiene carácter estimativo y permite establecer un orden de magnitud del costo del banco de pruebas. Aun considerando un incremento porcentual conservador sobre el valor total, que incluya costos logísticos y de adquisición, el costo global del sistema se mantiene dentro del rango presupuestal asignado, confirmando la viabilidad económica de la propuesta.

Adicionalmente, se realizó una estimación de costos para los componentes del banco de pruebas que fueron diseñados específicamente y que requieren procesos de fabricación. En este caso, los

valores reportados corresponden a costos globales estimados, obtenidos a partir del precio de los materiales y de una aproximación de los procesos de manufactura necesarios. El detalle del diseño y los criterios utilizados para la estimación de dichos costos se presentaron en las secciones técnicas correspondientes.

Cuadro 5: Estimación de costos de componentes para fabricación.

Ítem	Descripción	Cantidad	Costo unitario	Costo total
1	Poleas dentadas sincrónicas fabricadas en acero AISI 1020	1	350 000 COP	350 000 COP
2	Volante de inercia fabricado en acero AISI 1020	1	300 000 COP	300 000 COP
3	Eje de transmisión de 35 mm fabricado en acero AISI 1045	1	350 000 COP	350 000 COP
4	Estructura general del banco de pruebas en acero estructural ASTM A36 (incluye soldadura, tornillería y acabados)	1	1 500 000 COP	1 500 000 COP
Total				2 500 000 COP

La estimación global de costos arroja un valor total cercano a los 16 millones de pesos colombianos, el cual se encuentra considerablemente por debajo del presupuesto asignado al proyecto. Esta condición resulta favorable, ya que proporciona un margen suficiente para atender posibles imprevistos asociados al diseño, la adquisición, fabricación o montaje de los componentes, sin afectar el cumplimiento de los objetivos técnicos ni el alcance funcional del banco de pruebas.

9. Guía de operación

Para facilitar su consulta, la guía de operación se presenta como documento independiente en los anexos.

10. Conclusiones

El diseño del banco de pruebas didáctico se desarrolló a partir de los fundamentos de la mecánica de sólidos y el diseño de elementos de máquinas, integrando de manera coherente los conocimientos adquiridos durante la formación en ingeniería mecánica. Este proceso permitió dimensionar adecuadamente los componentes del sistema y establecer una configuración funcional orientada al estudio del comportamiento dinámico de ejes rotatorios bajo condiciones controladas.

El análisis dinámico del eje se abordó mediante una combinación de métodos analíticos y simulaciones numéricas, lo que permitió no solo estimar las frecuencias naturales del sistema, sino también evaluar la influencia de las condiciones de frontera sobre la respuesta dinámica. La concordancia entre los resultados obtenidos mediante los métodos de Rayleigh y Holzer y el modelo de elementos finitos respalda la consistencia del enfoque adoptado. No obstante, se reconoce como limitación la ausencia de validación experimental directa, por lo que los resultados deben interpretarse como una validación numérica del diseño.

En este sentido, el modelo desarrollado constituye una herramienta de predicción del comportamiento dinámico del sistema, cuya principal utilidad radica en la definición de rangos de operación seguros y en la identificación de condiciones críticas de funcionamiento. Sin embargo, la precisión de estos resultados depende de las simplificaciones adoptadas, tales como la idealización de los apoyos, la ausencia de juego en los rodamientos y la no inclusión explícita de efectos como el amortiguamiento o las no linealidades del sistema.

Desde el punto de vista experimental, el banco de pruebas fue concebido como una plataforma flexible que permite modificar parámetros como la velocidad de rotación, la distribución de masas y las condiciones de carga, facilitando la reproducción de fenómenos como desbalanceo y resonancia. A diferencia de equipos comerciales o sistemas existentes en laboratorio, el presente diseño prioriza la comprensión del fenómeno físico y la trazabilidad entre modelo teórico y respuesta experimental, lo cual representa un valor agregado en contextos de formación académica.

La selección del sistema de instrumentación se fundamentó en criterios de calidad de señal, compatibilidad y viabilidad económica, permitiendo la medición de variables dinámicas relevantes mediante una arquitectura modular. Esta configuración, aunque más simple que sistemas industriales integrados, facilita la comprensión del proceso de adquisición y tratamiento de señales, constituyendo una ventaja desde el punto de vista pedagógico.

Como limitaciones del trabajo, se identifican la ausencia de implementación física del banco, la falta de validación experimental de los modelos desarrollados y la simplificación de ciertos fenómenos dinámicos en el análisis numérico. Estas limitaciones abren la posibilidad de trabajos futuros orientados a la construcción del banco, la validación experimental de las frecuencias naturales y modos de vibración, la inclusión de efectos de amortiguamiento y no linealidades, así como el desarrollo de estrategias de análisis más avanzadas, como identificación modal experimental o análisis en el dominio tiempo-frecuencia.

Finalmente, el trabajo establece una base técnica y conceptual para el desarrollo de prácticas experimentales en dinámica de maquinaria, aportando una herramienta académica que permite articular el análisis teórico, la simulación numérica y la futura validación experimental dentro del proceso de formación en ingeniería mecánica.

Referencias

- [1] D. A. Ovallos Gazabon, S. M. De La Hoz Escorcía, y D. J. Maldonado Perez, "Creatividad, innovación y emprendimiento en la formación de ingenieros en Colombia. Un estudio prospectivo," *Revista Digital de Educación en Ingeniería*, vol. 10, no. 19, pp. 90–104, jun. 2015.
- [2] M. Pesa, S. del V. Bravo, S. Pérez, y M. Villafuerte, "Las actividades de laboratorio en la formación de ingenieros: propuesta para el aprendizaje de los fenómenos de conducción eléctrica," *Cadernos Brasileiros de Ensino de Física*, vol. 31, no. 3, pp. 642–665, mayo 2014.
- [3] L. A. García Argüelles, F. López Medina, y F. López Roque, "Metodología para contribuir a la formación experimental en los estudiantes de la carrera de Ingeniería Mecánica," *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, vol. VIII, no. 2, artículo no. 15, pp. 1–15, enero-abril 2021.
- [4] M. Masen, A. T. Butt, y C. Agg, "Análisis comparativo de la enseñanza de diseño y manufactura en ingeniería mecánica," en Proc. 25^a Conf. Int. Educ. Diseño Prod. e Ing., ELISAVA University School of Design and Engineering, Barcelona, España, 7–8 de septiembre de 2023.
- [5] M. F. Bastida de la Calle, F. Ramos Fernández, y J. Soto López, "Prácticas de laboratorio: ¿una inversión poco rentable?", *IE*, no. 11, pp. 77–91, mayo 2021.
- [6] Edibon, "Equipo de estudio de rotación de ejes MEER," 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.edibon.com/es/equipo-de-estudio-de-rotacion-de-ejes/catalogo>
- [7] ACYGS Sales Management S.L., "Banco de Medición de Ejes ACYGS – Gestión Integral de Talleres Ferroviarios," [En línea]. Disponible en: <https://www.acygs.es/banco-medicion-ejes>
- [8] NSH USA Corporation, "Sistema de medición de ejes Simmons AXM-430," [En línea]. Disponible en: <https://nsh-usa.com/es/measurement/sistema-de-medicion-de-ejes-axm-430/#>
- [9] SpectraQuest, Inc., "Machinery Fault Simulator Lite (MFS-LT)," [En línea]. Disponible en: <https://spectraquest.com/machinery-fault-simulator/details/mfs-lt/>
- [10] H. Álvaro González, J. F. Cardona, y G. A. Monroy, "Diseño de un banco de pruebas de desalineamiento y desbalanceo mecánico," *Sci. tech*, vol. 2, no. 28, ene. 2005.
- [11] C. A. Martínez Sampaño, "Diseño y montaje de un banco de ejes para encontrar velocidades críticas," Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Bogotá, Colombia, 2011.
- [12] R. A. García León, E. Flórez Solano, y J. Pedroza, "Diseño de un banco de pruebas para el análisis de vibraciones mecánicas," *RCTA*, vol. 1, no. 33, pp. 24–35, ene. 2019.
- [13] N. J. Montoya Echeverry y L. A. Cardona García, "Diseño y montaje de un banco de pruebas para ensayos de velocidad crítica y desbalance," Universidad Autónoma de Occidente, Santiago de Cali, 2014.

- [14] J. Lizarazo Parada, A. M. Puentes Velásquez, y M. Vergara, "Sistema de adquisición de datos para análisis de desbalance en máquinas rotativas," *RCTA*, vol. 1, no. 31, pp. 89–95, ene. 2018.
- [15] D. S. Acosta Avecillas y J. K. Molina Jiménez, "Adquisición de vibraciones mecánicas de un motor en funcionamiento usando LabVIEW," Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador, 2011.
- [16] R. L. Mott, "Diseño de elementos de máquinas", 4^a ed. University of Dayton, 2006.
- [17] L. V. Vanegas Useche, "Diseño de Elementos de Máquinas," Colección Textos Académicos, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad de Pereira, 2018.
- [18] R. G. Budynas, K. Gleason, y J. K. Nisbett, "Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley", 9.^a ed., McGraw-Hill/Interamericana Editores, 2008.
- [19] F. P. Beer, E. R. Johnston, Jr., J. T. DeWolf, y D. F. Mazurek, "Mecánica de Materiales", 7.^a ed., McGraw-Hill Education, 2015.
- [20] S. S. Rao, "Vibraciones Mecánicas", 5^a ed., University of Miami, 2011.
- [21] J. A. Peralta, P. Reyes López, y A. Godínez Muñoz, "El fenómeno de la resonancia," Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, Adolfo López Mateos, México D.F., 2005.
- [22] D. E. Bently, C. T. Hatch, y H. H. Grissom, "Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics", 1^a ed., Bently Pressurized Bearing Press, 2002.
- [23] L. D. Mitchell, "Vibration Analysis: Identifying Unbalance and Misalignment in Rotating Equipment", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 304, no. 1-2, pp. 81-95, 2007.
- [24] T. Goodman y R. Singh, "Effect of Misalignment on Machinery Vibrations", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 15, no. 5, pp. 905-922, 2001.
- [25] Grupo de Investigación en Sistemas Inteligentes, "Ingeniería Mecánica Eléctrica," UNAM Cuautitlán, <https://virtual.cuautitlan.unam.mx/intar/ime/sensores/>
- [26] Omega Engineering, "Adquisición de datos," Omega, <https://es.omega.com/prodinfo/adquisicion-de-datos.html>
- [27] I. Matulic, "Introducción a los Sistemas Eléctricos de Potencia," *Revista Acta Nova*, vol. 2, no. 2, pp. 208–215, 2003. ISSN 1683-0789.
- [28] Intermec, *Manual técnico poleas dentadas y correas sincrónicas*, Intermec S.A.S., Colombia. [En línea]. Disponible en: https://www.intermec.com.co/Pdf/Manual_poleas_dentadas_intermec.pdf [Accedido: 6-jul-2025].
- [29] S. S. Rao, *Mechanical Vibrations*, 5th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2011.
- [30] R. L. Norton, *Diseño de máquinas: un enfoque integrado*, 4^a ed. México: Pearson Educación, 2008.

- [31] R. L. Mott, *Diseño de elementos de máquinas*, 4^a ed., Ciudad de México, México: Pearson Educación, 2006.
- [32] R. G. Budynas and J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*, 10^a ed., Ciudad de México, México: McGraw-Hill, 2015.
- [33] W. T. Thomson and M. D. Dahleh, *Theory of Vibration with Applications*, 5th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1998.
- [34] ATO, "ICP/IEPE Accelerometer Sensor, 3 Axis, 10g/50g/100g," [Online]. Available: <https://www.ato.com/iepe-accelerometer-sensor?utm>
- [35] Binsfeld Engineering Inc., "TorqueTrak 10K: Temporary Torque Measurement System." [En línea]. Disponible en: <https://binsfeld.com/torquetrak/temporary-torque-measurement/torquetrak-10k/>.
- [36] National Instruments, "USB-6003 Multifunction I/O Device," *National Instruments*, 2025. [En línea]. Disponible en: https://www.ni.com/es-co/shop/model/usb-6003.html?srsltid=AfmB0oosUEh0WolX2Cq_LL1a6t_e2UujgJGwU4M-UyFS5Xr704ev88jn.
- [37] ICP DAS USA Inc., "SG-3227 2-Channel IEPE Signal Conditioner," [Online]. Available: <https://www.icpdas.com/en/product/SG-3227>.
- [38] "Sensor de efecto Hall magnético KY-003", MACTRONICA, [En línea]. Disponible en: https://www.mactronica.com.co/sensor-de-efecto-hall-magnetico-ky-003?srsltid=AfmB0oqImaw0sYFp7bxR_nCC1fGI1ItfgqGYIKqPUDZ11TFIgFJ01Xxw. [

Anexos

1. Microcurrículo de Diseño de Maquinas 1.
Disponible en: https://eime.univalle.edu.co/images/documentos/programas/Semes9_8/Asig/DISE_MAQ_I.pdf
2. Guía de operación.
La guía de operación completa se presenta como un documento independiente en formato PDF. Puede consultarse en el siguiente enlace: <https://drive.google.com/file/d/1p1FtAATz3w3QWwzA4BQ3HLHohvPxR-s3/view?usp=sharing>
3. Planos y vista del archivo IAM del modelo 3D.
Consulte el siguiente enlace: <https://drive.google.com/drive/folders/1w06cToCSPUoseiAzCntOCQLk8U1G?usp=sharing>