



**MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL MEDIADO POR UN OBJETO
VIRTUAL DE APRENDIZAJE (OVA) EN EL CONTEXTO DEL
EMPRENDIMIENTO DIGITAL EN LAS REDES SOCIALES PARA
ESTUDIANTES DE GRADO 9°**

JOHAN DAVID GALLEGU GUZMAN 1726138
JUAN CAMILO BEDOYA ALVAREZ 1730379

Universidad del valle
Facultad de Educación y Pedagogía
Escuelas de Ciencias Tecnologías y Culturas
Licenciatura en Matemáticas
Santiago de Cali - Valle del Cauca

2023



**MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL MEDIADO POR UN OBJETO
VIRTUAL DE APRENDIZAJE (OVA) EN EL CONTEXTO DEL
EMPRENDIMIENTO DIGITAL EN LAS REDES SOCIALES PARA
ESTUDIANTES DE GRADO 9°**

Trabajo de Grado para optar al Título de Licenciados en Matemáticas

JOHAN DAVID GALLEGU GUZMAN 1726138
JUAN CAMILO BEDOYA ALVAREZ 1730379

Director del Trabajo de Grado:
JOSE MIGUEL LEON BANGUERO

Universidad del valle
Facultad de Educación y Pedagogía
Escuelas de Ciencias Tecnologías y Culturas
Licenciatura en Matemáticas
Santiago de Cali - Valle del Cauca

2023

Agradecimientos

Primeramente agradecerle a Dios por haberme permitido terminar esta etapa universitaria, agradecerle a mis padres Héctor Alfonso Gallego y Luz Stella Guzmán qué me han apoyado, a mis abuelos, Rafael Guzmán y Nubia Álvarez qué desde niño me han apoyado y han formado la persona que soy hoy en día, a mi hermano Héctor Alfonso Gallego que luche por sus sueños, que nada es imposible, que él ha sido parte de mi motivación para salir adelante y demostrarle que se puede cumplir lo que uno se propone con disciplina y dedicación. Extender el agradecimiento a toda mi familia que me ha apoyado siempre, que ha sido parte fundamental para poder obtener este título universitario, mil y mil gracias.

Por otro lado, a mi pareja Lindrey Muñoz agradecerle todo su apoyo, su comprensión, su cariño, por brindarme una estabilidad emocional qué me ayudó a fortalecer mi preparación académica, ella fue el motor qué me iluminaba en los momentos más difíciles de la carrera, gracias mi cielo.

Agradecer a mi tutor José Miguel León, por todos sus aportes, por toda su dedicación, por su compromiso, por brindarnos puntos de vista distintos que influyeron de manera positiva en nuestra formación, por su interés en que continuemos los estudios de postgrado, muchas gracias, profesor.

Finalmente agradecer a cada una de las personas que conocí a lo largo de la universidad, especialmente al grupo tan increíble que formamos en la licenciatura en matemáticas, vivimos experiencias increíbles qué siempre tendré presente, de cada uno de ellos me llevo algo muy especial, que no solo se quedan compañeros que vi en una clase de la universidad sino que forme grandes amigos para toda la vida.

Sin lugar a dudas la etapa universitaria ha sido la mejor que he vivido, gracias Universidad del Valle por todo lo que me brindaste en estos casi 6 años y con mucho orgullo puedo decir que seré univalluno de corazón.

Johan David Gallego Guzman

Agradezco a Dios por permitirme cumplir este sueño, a mi familia que fue un apoyo muy importante en este proceso, a mi abuela blanca que está en el cielo, que desde la niñez me enseñó a ser perseverante y aplicado, a mi tía, segunda madre bárbara soto gracias por todo su amor y apoyo, a mi tío parmenides soto que fue un guía en el proceso, a mi hermano andrés bedoya que fue un pilar fundamental en mi vida desde muy niños, a mi hermana mayra alejandra bedoya que desde la distancia fue participe con su motivación a lo largo de toda la carrera. a todos los que faltan y no he podido nombrar mil gracias familia, este logro no es solo mio, también es de ustedes. ¡Los amo!.

A mi pareja Valentina Fernández que con su amor y paciencia me ayudó a sobrellevar todas las cargas que se presentaron en el camino, te amo inmensamente.

Agradecer a mi tutor José Miguel León, por todos sus consejos su paciencia, fue de mucho apoyo, sin duda su experiencia nos ayudó a sacar este trabajo adelante. Por último y no menos importante darle las gracias a todos los amigos que hice a lo largo de la carrera a german camilo mejia, miguel angel moreno, johan david gallego, y a muchos más, gracias por su apoyo los quiero un montón.

Juan Camilo Bedoya Alvarez

Resumen

Luego de la revisión bibliográfica de trabajos que toman como referencia las medidas de tendencia central (MTC) por medio de situaciones problema, se determinó que existen muy pocas investigaciones relacionadas con el uso de la tecnología. Debido a esto se planteó el objetivo de diseñar y analizar un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) enfocado al desarrollo de competencias en estudiantes de grado noveno relacionadas con las Medidas de Tendencia Central. Con base en lo anterior se realiza un diseño de una secuencia de actividades basada en la trayectoria hipotética de aprendizaje. Esta es una investigación cuasi-experimental con un enfoque cualitativo que trabaja el paradigma sociocultural. Previamente a la implementación del diseño de la secuencia se realiza una prueba piloto con expertos en diseño y con una población pequeña de 2 estudiantes. Finalmente el diseño de la secuencia promovió el interés, comprensión y significación de las MTC en estudiantes de grado 9°. Asimismo, aporta a una nueva línea de recursos digitales para el desarrollo de la estadística.

Palabras clave: Estadística, Medidas de tendencia central, Objeto virtual de aprendizaje, Situaciones problema, Tecnología, Gamificación.

Abstract

After the bibliographic review of works that take as reference the measures of central tendency (MTC) through problem situations, it was determined that there is very little research related to the use of technology. Due to this, the objective of designing and analyzing a Virtual Learning Object (VLO) focused on the development of competences in ninth grade students related to the Central Tendency Measures was raised. Based on the above, a design of a sequence of activities based on the hypothetical learning trajectory is carried out. This is a quasi-experimental research with a qualitative approach that works with the sociocultural paradigm. Prior to the implementation of the sequence design, a pilot test is carried out with design experts and with a small population of 2 students. Finally, the sequence design promoted the interest, understanding and significance of MTC in 9th grade students. Likewise, it contributes to a new line of digital resources for the development of statistics.

Keywords: Statistics, Measures of central tendency, Virtual learning object, Problem situations, Technology, Gamification.

Introducción

En el siguiente trabajo de investigación se presenta un informe desarrollado por los autores Johan David Gallego y Juan Camilo Bedoya para optar por el título de Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, Escuelas de Ciencias Tecnologías y Culturas.

En este trabajo de grado, se diseña un objeto virtual de aprendizaje (OVA) dirigido a estudiantes de 9° de educación media, el cual promueve la enseñanza de las Medidas de Tendencia Central. Para ello, se toma como punto de partida la trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) propuesta por Simon (1995 citado por Gomez, 2005).

También, este trabajo de investigación, busca atender todas esas necesidades intelectuales de estudiantes de grado 9°. Aportando a la cultura estadística que un ciudadano bien informado ha de tener para enfrentarse críticamente a la sociedad de la información

Este trabajo de investigación está dividido en 8 capítulos, los cuales abarcan, antecedentes, problemática, justificación, marco matemático, marco referencial, marco teórico, marco metodológico, análisis y conclusiones.

Para el desarrollo de esta investigación se programa un ambiente de aprendizaje (OVA) en el motor de videojuego llamado Scratch con el cual se evidencian resultados positivos sobre los conocimientos que tiene los estudiantes de grado 9° del colegio Gimnasio los Farallones de Valle del Lili sobre las MTC y cómo las relacionan en un contexto conocido como lo es el emprendimiento digital en las redes sociales.

Índice

Tabla de contenido

Agradecimientos	3
Resumen.....	5
Abstract	6
Introducción	7
Índice.....	8
Índice de Figuras.....	11
Índice de Tablas	12
1. Antecedentes	12
1.1 Educación Estadística en la Enseñanza.....	12
1.2 Enseñanza De La Estadística Por Medio De Situaciones Problema ...	14
1.3 Enseñanza De Las Medidas De Tendencia Central (MTC) Utilizando Tecnología	16
2 Problemática	17
2.1 Hipótesis.....	28
2.2 Objetivos de la investigación	29
2.2.1 Objetivo general	29
2.2.2 Objetivos específicos.....	29
3 Justificación	29
4 Marco Matemático.....	34

4.1.1	Media Aritmética.....	36
4.1.2	Mediana.....	38
4.1.3	Moda.....	39
5	Marco Referencial	40
5.1	Errores relacionados con las medidas de tendencia central	40
5.1.1	Toma la variable mayor como la mediana.	40
5.1.2	Calcula la mediana de forma incorrecta, pero llega al resultado. .	41
5.1.3	El total de los datos lo dividen entre 2.	41
5.1.4	Suma todos los datos y los divide entre dos.....	41
5.2	Dificultades relacionadas con las medidas de tendencia central	44
5.3	Concepciones relacionadas con las medidas de tendencia central	45
6	Marco Teórico	45
6.1	Análisis Didáctico	46
6.1.1	Ciclos del análisis didáctico	47
6.1.2	Descripción de los ciclos de análisis didáctico	48
6.2	Tecnologías de la información y la comunicación (TIC).....	54
6.2.1	Objetos virtuales de aprendizaje (OVA)	56
7	Marco Metodológico	59
7.1	Enfoque Cualitativo.....	59
7.2	Investigación Cuasi experimental	61
7.3	Paradigma sociocultural.	62

	10
7.4 Población.....	63
7.5 Tipos de preguntas	63
7.6 Fases del desarrollo de la investigación	66
8. Análisis	67
8.1 Análisis de contenido.....	68
8.2 Análisis de cognitivo.....	73
8.3 Análisis de instrucción.....	76
8.4 Diseño de las actividades	80
8.4.1 Estructura del diseño de las actividades.....	82
8.5 Validación de las actividades.....	91
8.6 Aplicación de las actividades.....	92
8.7 Análisis de actuación	93
8.7.1 Media aritmética	93
8.7.2 Media Ponderada	96
8.7.3 Mediana.....	97
8.7.4 Moda	102
Conclusiones	104
Productos de investigación del trabajo de grado.....	106
Referencias.....	109
Anexos	114
Anexo A. Actividades	114

Anexo B. Formulario	131
---------------------------	-----

Índice de Figuras

Figura 1.....	18
Figura 2	19
Figura 3	19
Figura 4	20
Figura 5	21
Figura 6.....	21
Figura 7.....	21
Figura 8.....	42
Figura 9.....	43
Figura 10.....	61
Figura 11.....	71
Figura 12.....	77
Figura 13.....	77
Figura 14.....	78
Figura 15.....	78
Figura 16.....	79
Figura 17.....	79
Figura 18.....	80
Figura 19.....	80
Figura 20.....	81
Figura 21.....	81
Figura 22.....	82
Figura 23.....	82
Figura 24.....	83
Figura 25.....	83
Figura 26.....	84
Figura 27.....	84
Figura 28.....	85
Figura 29.....	86
Figura 30.....	87
Figura 31.....	88
Figura 32.....	88
Figura 33.....	89
Figura 34.....	89
Figura 35.....	90
Figura 36.....	91
Figura 37.....	91
Figura 38.....	92
Figura 39.....	93
Figura 40.....	94
Figura 41.....	95

Figura 42.....	96
Figura 43.....	97

Índice de Tablas

Tabla 1.....	51
Tabla 2.....	63
Tabla 3.....	72
Tabla 4.....	76

1. Antecedentes

En este capítulo se describen los antecedentes del problema de investigación. Estos están divididos en tres grupos: educación estadística en la enseñanza escolar, enseñanza de la educación estadística por medio de situaciones problema y enseñanza de las medidas de tendencia central utilizando tecnología.

1.1 Educación Estadística en la Enseñanza

En la actualidad, la educación estadística ha tomado un papel fundamental para entender y comprender datos que se presentan en el día a día, un ejemplo de ello es la emergencia provocada por la pandemia del SARS-COVID-19. A raíz de esto, se ha mencionado en publicaciones recientes la importancia de formar futuros ciudadanos, que requieren desarrollar competencias que les permitan comprender y analizar los datos, un ejemplo de ello es la información de infectados por covid los cuales pueden estar presentados en tablas o gráficos (Belfiori, 2014). En ese sentido, el razonamiento estadístico le permite al estudiante tener una postura crítica de la realidad en la que se

desenvuelve y con esto desarrollar un aprendizaje significativo (Holmes, 1980). De este modo, varios autores proponen que la formación estadística es un instrumento para la comprensión de la realidad, en situaciones como la probabilidad de ganar en una rifa, probabilidad de que llueva, el promedio de personas que compren carne roja, el porcentaje de habitantes que votan en las elecciones de un país, etc. (Memnun, Ozbilen & Dinc, 2019)

En concordancia con lo anterior, se aborda el estudio de la estadística como parte del desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva. Esto permite que el estudiante sea capaz de utilizar datos cuantitativos para emitir nuestros juicios e interpretar fenómenos aleatorios. En este orden de ideas, la estadística permite dotar al ciudadano de herramientas teóricas y metodológicas las cuales afectan directamente en la toma de decisiones ante situaciones permeadas por el azar y la aleatoriedad, por ejemplo, apostar o comprar un seguro (Ottaviani, 1998).

Begg (1977) afirma que la estadística es un buen camino para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento y análisis de la información; la resolución de problemas; el uso de ordenadores, trabajo cooperativo y en grupo. En ese sentido, Ernest (1991) menciona que la enseñanza de la estadística *“constituye una actividad de resolución de problemas, socialmente compartida. Los problemas pueden tener relación con el mundo natural y social o bien ser internos a la propia matemática. (...)”*. De igual forma para la Educación Matemática Realista (EMR) son fundamentales los problemas contextualizados, donde se puedan realizar actividades relacionadas con el diario vivir del estudiante, de esta manera la relación de la enseñanza estadística con la EMR está dada por medio de los problemas contextualizados. (Freudenthal, 1973)

1.2 Enseñanza De La Estadística Por Medio De Situaciones Problema

Monsalve (2021) plantea que las situaciones problema en contexto, facilitan no solo la motivación por parte de los estudiantes, sino también la contextualización de conceptos matemáticos a la vida del estudiante. En ese sentido, es importante y necesario aplicar situaciones problemas en contexto, esto puede tener más relevancia al diseñar una secuencia didáctica. De esta manera, un elemento fundamental de la EMR es utilizar situaciones del mundo real o problemas contextuales como un punto inicial para propiciar el aprendizaje de las matemáticas. Estas situaciones significativas, como por ejemplo: elecciones de personero; problemas de la tienda escolar; interclases; enfermedades actuales; entre otras; son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas (Freudenthal, 1973).

Espinoza y Sanchez (2014) identifican metodologías activas en el proceso de enseñar y aprender, bajo ABP (Aprendizaje basado en problemas) en contenidos de estadística y probabilidad. Con esta investigación se promueve el aprendizaje colaborativo en pequeños grupos, orientado a la solución de problemas que son diseñados en general a partir de noticias, donde se aprende investigando y buscando la información de los contenidos y de la propia experiencia de trabajar en el aula facilitando la adquisición de un aprendizaje significativo.

Batanero (2000) propone trabajar la estadística desde una perspectiva interdisciplinar, donde se refleje realmente el uso que se le puede dar, generando conciencia de la aplicabilidad de las matemáticas y de la misma manera aprender matemáticas contextualizadas. En relación con estos hallazgos, Espinoza y Sánchez (2014) mencionan que el rendimiento académico y aprendizaje significativo de los

estudiantes, aumenta cuando se utilizan metodologías como el Aprendizaje Basado en Problemas.

Precisamente, en la educación matemática realista (EMR) a partir de su concepción por Freudenthal en 1973, se busca que la formación matemática sea desarrollada como un proceso gradual, en donde los alumnos autoconstruyen su conocimiento a través de la reflexión ocasionada por la interactividad en problemas contextualizados. En este sentido, la EMR pretende disminuir la brecha entre el bagaje abstracto y el sentido común, es decir, propone la relación del saber matemático con la vida real. (Know, 2002)

Novo, Encinas y Cuida (2021) desarrollan en su trabajo una conciencia de sostenibilidad por medio del enfoque de la matemática realista y establecen su relación con la estadística y la probabilidad en educación infantil. De igual modo, Fernández, Hernández y Andrade Escobar (2021) presentan una exploración acerca de las posibles relaciones y convergencias entre principios de la educación matemática crítica y lineamientos de la educación estadística. En ese sentido, ambas investigaciones manifiestan la necesidad de integrar dimensiones sociales, culturales y políticas en las prácticas educativas de la estadística y así contribuir al aprendizaje de las matemáticas y al desarrollo del pensamiento crítico en estudiantes.

Por otro lado, Clavijo (2015) identificó la manera para fomentar el pensamiento crítico haciendo uso de las matemáticas, partiendo de las ideas de la educación matemática crítica y la educación estadística. A raíz de esto, Mendez-Parra, Conde-Carmona y Tovar-Ortega (2021) caracterizan el uso de la matemática realista y su relación en el aprendizaje de la probabilidad en un contexto rural, por medio de un diseño enfocado en la investigación-acción. Este estudio permitió afirmar a los autores

que el aprendizaje de la estadística y probabilidad a través del enfoque o perspectiva de la EMR impacta de forma positiva el desarrollo del pensamiento estocástico.

1.3 Enseñanza De Las Medidas De Tendencia Central (MTC) Utilizando Tecnología

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) buscan que la enseñanza genere cambios y pueda rediseñar la metodología o modelo pedagógico utilizado en el aula de clase. Además, este tipo de herramientas propician un aprendizaje autónomo por parte del estudiante, suministrando competencias necesarias para el desarrollo personal y profesional de acuerdo con las exigencias presentadas por la sociedad que evoluciona tecnológicamente cada día (Quintero & Jerez, 2019).

El pronóstico del tiempo, encuestas de opinión o pruebas que miden el rendimiento académico, son algunos ejemplos que exigen una buena interpretación para hacer uso correcto de la información suministrada, debido a esto se dice que es necesario que los estudiantes futuros ciudadanos desarrollen un pensamiento aleatorio en contexto. Adicional a lo anterior, se propone que las TIC juegan un papel relevante a la hora de implementar el aprendizaje colaborativo e innovador, permitiendo el diseño y modelación de situaciones problemas de la vida real en entornos computacionales (Batanero, 2001).

De igual manera, la aplicación de las TIC permite ver la estadística desde un punto de vista dinámico, permitiendo un aprendizaje colaborativo en la elaboración e implementación de distintos gráficos y tablas estadísticas (Valdés, 2011).

Adell (2004) propone trabajar con la WebQuest la cual permite integrar recursos que ofrece la internet con el currículum, Con esto se espera utilizar las herramientas y la información que nos ofrece la internet en las actividades diarias de la

clase para conseguir los objetivos del currículum y proporcionar oportunidades de aprendizaje de una manera dinámica y activa por parte de los estudiantes.

2 Problemática

Centrándonos en la ciencia que se quiere abordar para este trabajo de grado, el estudio de la estadística es parte fundamental para el desarrollo de un país, puesto que los futuros ciudadanos adquieren la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos. Además, desarrollar un pensamiento crítico en la toma de decisiones de tipo económico, social y político, dado que la educación estadística no es sólo de los técnicos que producen estas estadísticas, sino de los profesionales y ciudadanos que deben interpretarlas y tomar a su vez decisiones basadas en esta información. Por tanto, Batanero (2001) menciona que la formación en estadística es un motor para el desarrollo de un país, del mismo modo que la educación estadística se ha convertido en una preocupación crucial e importante para la educación matemática y estadística, en vista que las competencias asociadas a la estadística son fundamentales en la formación del ciudadano.

En el currículum colombiano, los lineamientos curriculares (MEN, 1998) y estándares básicos de matemáticas (MEN, 2006), determinan la importancia de

contribuir a los propósitos de formación de la educación, para el avance y desarrollo de los colombianos. En ese sentido, el currículo colombiano actúa como una guía que orienta las acciones que hagan posible la participación efectiva de los estudiantes futuros ciudadanos en la sociedad de la información. (Castro y Moreno, 2019)

Por su parte los lineamientos curriculares de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional recomiendan y estructuran la enseñanza por competencias, como la comunicación, el razonamiento y la resolución de problemas, a través de pensamientos y sistemas. (MEN M. d., Lineamientos Curriculares, 1998)

El estudio de lo estocástico, amplía el horizonte de posibilidades para comprender la variabilidad, medirla y representarla, para Costa y Nacarato (2011) menciona que:

El pensamiento estocástico se convierte en una herramienta que facilita y enriquece la educación para la sociedad actual, proporcionando una mayor agilidad en el uso y combinación de métodos y técnicas para resolver problemas cotidianos y profesionales en las más diversas áreas; además de permitir a cualquier persona diferentes lecturas e interpretaciones de la realidad que le rodea. (p 370).

De esta manera, la Educación Estadística viene avanzando desde hace tres décadas, considerando importante analizar cómo se incluye en el currículo de educación primaria, secundaria y media, de tal forma que sean coherentes los propósitos que se mencionan en los documentos curriculares internacionales como la guía para la evaluación y la instrucción en Educación Estadística (GAISE, 2005), el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2000) y el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, 2009). (Batanero, Arteaga, & Gea, 2012).

A raíz de esta preocupación, distintas comunidades de investigadores en América Latina, Europa y Norteamérica, entre otros, han centrado su atención en responder distintas cuestiones asociadas a la enseñanza y aprendizaje de la estadística en los niveles básico, medio y superior. Sin embargo, a pesar de los esfuerzos, distintos autores concluyen que hasta el momento las investigaciones en educación estadística que utilizan tecnología son limitadas.

La investigación en educación estadística ha tenido un auge muy significativo ya que los diferentes profesores de matemáticas en Colombia han puesto su interés en este campo de investigación, dado que surge la necesidad de implementar nuevas estrategias para la enseñanza del pensamiento aleatorio y sistemas de datos, recomendados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Se necesita que los profesores con las nuevas demandas social-política y tecnológica, logren la incorporación de la estadística en el currículo escolar, para formar ciudadanos competentes. (MEN, 2006). En este sentido Rodríguez-Alveal (2017):

En este contexto la formación de los escolares juega un rol fundamental debido a la gran cantidad de información económica, educativa, social, cultural y política que se presenta mediante representaciones gráficas o indicadores numéricos. Ejemplo de ello son las cifras que hacen referencia a promedios y porcentajes, como así también los datos en coherencia con el tipo de muestreo cuya finalidad es reforzar la credibilidad de la información resumida (p. 1460).

Lo anterior permite participar de manera efectiva en la construcción de una sociedad con cultura estadística y formación ciudadana que va a permitir aportar a la construcción de una sociedad crítica basada en información real y contextual, formulando y resolviendo problemas. Sin embargo, de lo que se trata no es de enseñar

a resolver este u otro problema particular sino de desarrollar en los alumnos la capacidad y disposición para matematizar (Barreiro, y otros, 2012).

Años atrás, la estadística era enseñada como una rama de las matemáticas(cabe aclarar que la estadística no hace parte de las matemáticas), esta asignatura la cual era enseñada por un profesor que a lo mejor no había recibido formación en didáctica de la estadística, una razón de ello es que la didáctica de la estadística estaba y aún está en vía de desarrollo, puesto que son escasas las investigaciones sobre la enseñanza de la estadística, comparadas con las investigaciones en Educación matemática, y apenas estamos comenzando a conocer las principales dificultades que presentan los formación de los estudiantes que posteriormente se enfrentan a un nivel de escolaridad estudiantes en la adquisición del conocimiento estadístico. Esto repercute en la superior e inician sus estudios profesionales con una insuficiencia del conocimiento aprendido en la escuela. (Batanero, 2000)

Los estudiantes terminan la escuela secundaria con escasa comprensión de los principios básicos en el análisis de datos, lo que explica muchos de los problemas que encuentran en el uso posterior de la estadística en su vida cotidiana, profesional, o en los cursos de estadística en la universidad (Meletiou, 2003).

Centrando la mirada en los resultados en evaluaciones nacionales e internacionales en el área de matemáticas, de las instituciones educativas de básica y media, ubicadas en Colombia por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) y la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) muestran un alto porcentaje de estudiantes que tienen niveles de desempeño matemático Bajo y Básico.

De acuerdo con el ICFES, el objetivo de la prueba es evaluar que los estudiantes hayan desarrollado las competencias evaluadas durante su paso por la

educación básica y media. Tomando en cuenta los resultados presentados por el ICFES, donde se hace una comparación de los resultados en matemáticas del año.

En la prueba de Matemáticas, se presentan “situaciones que emulan contextos de la vida cotidiana de los estudiantes, de otras ciencias y de las matemáticas” (Icfes, 2020b, p. 20). Por lo tanto, las pruebas Saber 3°, 5°, 7° y 9° permiten conocer “algunas facetas de la competencia matemática y, más precisamente, aquello que se logra reconocer de esta a través de evidencias” (Icfes, 2020b, p. 20). La estructura de la evaluación tomó como referencia los lineamientos curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) y los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN, 2006). Sumado a esto, se organizaron los procesos y tipos de pensamiento matemático en tres competencias y componentes.

Competencias básicas			
Área	Prueba	Competencia	Componente
Matemáticas	 Matemáticas	Comunicación, modelación y representación	Numérico-variacional
		Planteamiento y resolución de problemas	Espacial-métrico
		Razonamiento y argumentación	Aleatorio

Figura 1. Competencias básicas por área, Tomado de <https://www.icfes.gov.co>

Perspectiva 2021 Grado 9°

Se observa que para los años de 2017 hasta 2021 los resultados fueron similares, para estos años entre 7% y 9% de la población estuvieron en el nivel 1, entre el 36% y 38% de la población evaluada se ubicó en el nivel 2, el nivel 3 estuvo representado desde el 48% hasta el 51% y finalmente para el nivel 4 fue representado desde un 5% y 6% de la población evaluada. Sin embargo, para el año 2021 se refleja

un descenso en las pruebas de matemáticas, puesto que un 10% de la población se ubicó en el nivel 1.

En grado 9°, como se observa en la figura 2, los estudiantes alcanzaron un porcentaje promedio de respuestas correctas de 27%. Este es superado por la región de los Llanos (30%) y por la región Centro Oriente (30%), contrario al porcentaje alcanzado por la región Eje Cafetero-Antioquia (Figura 2). De acuerdo con el reporte de la Oede (2019b) sobre las pruebas PISA 2018, la condición socioeconómica fue un factor clave en el rendimiento en las pruebas de Matemáticas y Ciencias en todos los países participantes. En el caso de Colombia, dicha condición explica el 13% de la variación en el rendimiento en Matemáticas en PISA 2018. En este sentido, se resalta la importancia de indagar sobre las causas por las que los niveles socioeconómicos más bajos (1 y 2) presentan menos respuestas correctas en comparación con los niveles más altos (3 y 4). un 40% en el nivel 2, un 46% en el nivel 3 y un 4% en el nivel 4.

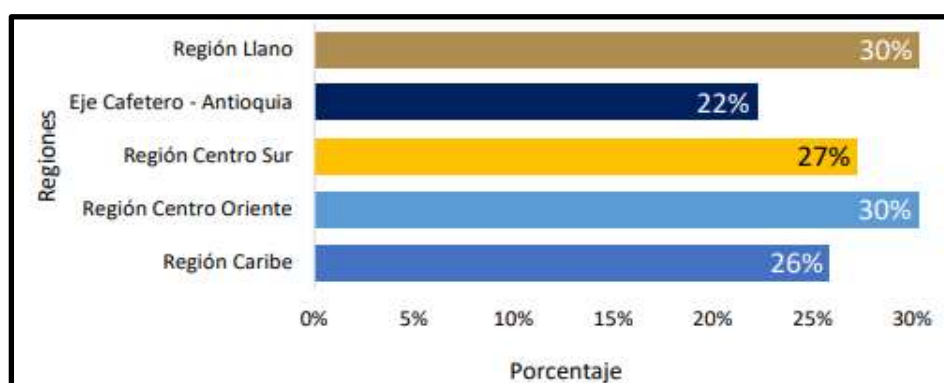


Figura 2. Porcentajes por Regiones. Tomado de <https://www.icfes.gov.co>

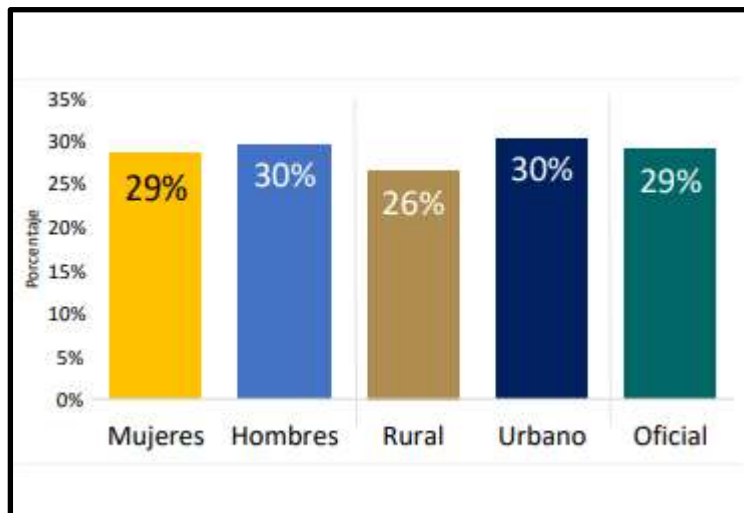


Figura 3. Porcentajes por género, zona y sector. Tomado de

<https://www.icfes.gov.co>

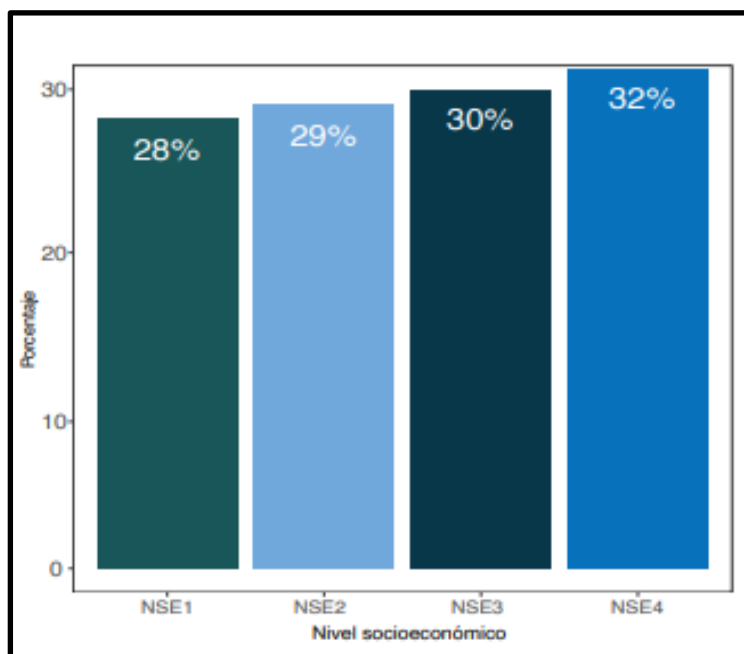


Figura 4. porcentaje por nivel socioeconómico. Tomado de

<https://www.icfes.gov.co>

Perspectiva 2022 Grado 9°

En grado 9, es mínima la proporción de estudiantes en el nivel más alto de desempeño. Se evidencia, en la Figura 7 , que la región Pacífico y la región Caribe

concentran el 1% de estudiantes en el nivel 4 de desempeño. De igual forma, estas regiones fueron las que obtuvieron el mayor porcentaje de estudiantes en el nivel 1 de desempeño (37% en región Caribe y 26% en región Pacífico). En las seis regiones, la mayor proporción de estudiantes se encuentra en el nivel 2 de desempeño; es decir que demostraron ser capaces de describir propiedades de los números racionales y sus operaciones, establecer relaciones de orden entre números racionales dados criterios de ubicación o aproximación, elaborar representaciones (gráficas, tablas, diagramas) de un conjunto de datos a partir de otras representaciones, entre otros aspectos relacionados con los aprendizajes en Matemáticas en grado 9

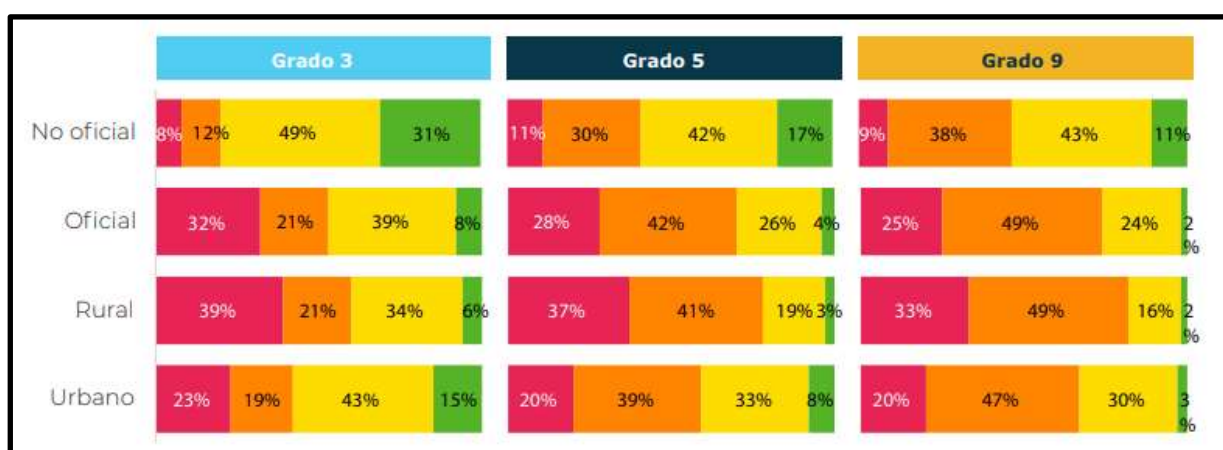


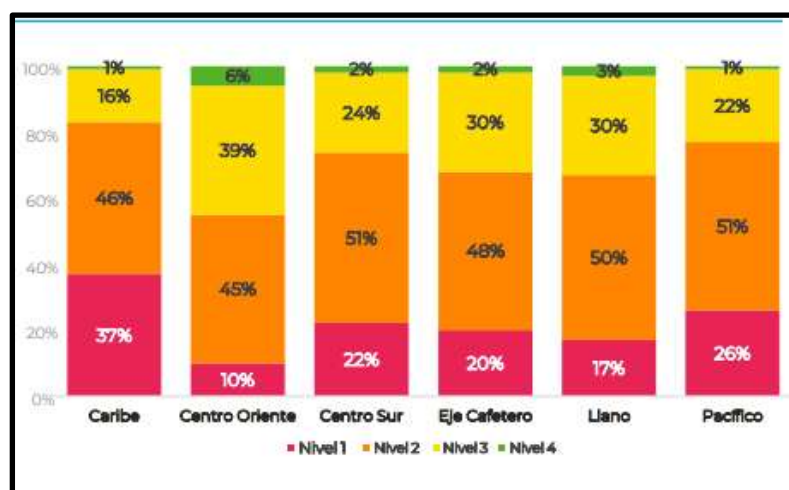
Figura 5. Distribución según el nivel de desempeño, grado, zona y sector.



Figura 6. Distribución según nivel de desempeño.c

Figura 7. Distribución desempeño grado 9° por regiones.

A raíz de los resultados anteriores, se puede inferir que los estudiantes



colombianos tienen bajas competencias en matemáticas año tras año. Lo cual ha

permitido identificar un latente descenso en el puntaje promedio de los estudiantes de las instituciones de educación medio-superior de Colombia desde el 2017 hasta el 2022.

Otro indicador externo es el Programa de Evaluación Internacional de Alumnos PISA, quien en el informe, que cubre el período 2018, comparó resultados en las 34 naciones de la OCDE y en otros 31 países, que representan en conjunto cerca del 80% de la población mundial, Colombia se ubica en el lugar 62 entre 65 países con 390 puntos.

Los estudiantes colombianos lograron en conjunto una puntuación de 390 frente a los 423 de Chile y los 408 de México, se superó el puntaje de Brasil con 377 y se igualó a Perú, Líbano e Indonesia. Frente a estos datos, la OCDE alerta que el 66% de los estudiantes de Colombia no alcanzan los objetivos mínimos en esta materia, frente al 23% del resto de estados miembros que tampoco lo logran. (OCDE, 2019), por otra parte, una posible solución para mitigar los bajos puntajes podría ser la implementación de tecnología, la tecnología juega un papel fundamental en el aprendizaje de los estudiantes, el desarrollo de recursos digitales promueve el aprendizaje significativo de las matemáticas. A pesar de esto, la literatura identifica que son pocas las investigaciones que han desarrollado el empleo de herramientas digitales para promover el aprendizaje de los estudiantes en el contexto colombiano.

Asimismo, reconociendo que la sociedad está cada vez más vinculada a la digitalización por el desarrollo tecnológico, se espera promover el desarrollo del pensamiento estadístico mediante las herramientas tecnológicas, para que los estudiantes tengan una comprensión, desarrollo e interpretación de las técnicas básicas de análisis de datos. Por su parte Batanero (1999) señala que: *“Aunque hace apenas*

unos años era muy escaso el número de personas que se interesaba por los problemas de la enseñanza y aprendizaje de la estadística, en la actualidad asistimos a un aumento notable de las publicaciones, diseños curriculares e investigación relacionados con este tema (...)”(pág.1).

Ahora bien, Martínez Castro & Zapata Cardona, (2019) indican que la sociedad actual del siglo XXI, se ha caracterizado por la facilidad y abundancia de información de naturaleza cuantitativa que se ha desarrollado gracias al auge de las tecnologías, esto ha provocado que la estadística y su estudio esté ganando mayor atención en diferentes ámbitos de la vida, incluido el educativo. De esta manera Gal, (2002), propone desarrollar una cultura estadística, “*que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) La capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) La capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante*”

En la actualidad observamos que los métodos o estrategias de enseñanza actualmente utilizados por los profesores no están produciendo los resultados esperados; por lo tanto, parte de la solución del problema debe consistir en modificar esas prácticas pedagógicas; prácticas como enseñar un concepto de las medidas de tendencia central mostrando una fila de números de diferente valor, en desorden y pedirles a los estudiantes que hallen la mediana sin ningún tipo de contexto, solo empleando un método o algoritmo. Por consiguiente, una forma de cambiar ese tipo de enseñanza es utilizando nuevas estrategias que permitan a los estudiantes una verdadera construcción y asimilación del pensamiento aleatorio y sistemas de datos; a

nivel nacional se están haciendo esfuerzos en cuanto a la promoción y uso de herramientas informáticas tales como el software de geometría dinámica (SGD) y la articulación de actividades contextualizadas, sugiriendo como apoyo al desarrollo de los procesos de enseñanza que le permitan al estudiante tener un aprendizaje significativo.

En diferentes situaciones de la vida cotidiana, los estudiantes se enfrentan a dificultades o problemas, que desde el ámbito educativo, requieren generar herramientas adecuadas para un correcto análisis del problema para así encontrar una óptima solución y lograr un aprendizaje relevante y con esto dar un soporte al avance de la cultura estadística en los conceptos de media mediana y moda. Es razonable entonces pensar cómo a través de la formación didáctica en el entorno social, se puede crear conocimiento estadístico, buscando con esto una mejor comprensión de datos. Es por esto que se realizará una secuencia de actividades que desarrolle las medidas de tendencia central apoyado del uso de las herramientas digitales en situaciones contextualizadas.

2.1 Hipótesis

Existen pocas investigaciones que desarrollen actividades que promuevan el aprendizaje en estudiantes de Grado 9 en las Medidas de tendencia Central, que utilicen Objetos Virtuales de Aprendizaje para su enseñanza en contextos reales para el estudiante.

Como consecuencia surge la pregunta de investigación:

¿Qué actividades promueven el aprendizaje y significación de las medidas de tendencia central en estudiantes de grado 9 a través de un OVA?

2.2 Objetivos de la investigación

2.2.1 Objetivo general

- Diseñar y analizar un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) enfocado al desarrollo de competencias en estudiantes de grado noveno relacionadas con las Medidas de Tendencia Central.

2.2.2 Objetivos específicos

- Reconocer elementos curriculares que guarden relación con las Medidas de Tendencia Central presentes en documentos oficiales propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.
- Identificar errores, obstáculos y dificultades de estudiantes de bachillerato en el aprendizaje en las Medidas de Tendencia Central reportados en la literatura académica.
- Elaborar, programar y validar actividades enfocadas en promover las Medidas de Tendencia Central utilizando contextos de emprendimiento digital y redes sociales orientados para grado 9°.
- Analizar, a partir de elementos del Ciclo de Análisis Didáctico, el Objeto Virtual de Aprendizaje diseñado.

3 Justificación

La aplicación de las TIC en la estadística permite construir el desarrollo del pensamiento crítico-reflexivo, incluso incentiva a los estudiantes a realizar las actividades, debido a que estamos entrando en su mundo virtual pero de una manera educativa, el pensamiento crítico- reflexivo permite sacar conclusiones, defender ideas, considerar varios puntos de vista, analizar conceptos y teorías, resolver

problemas, evaluar hechos y en esa medida, aceptar inconsistencias en el propio razonamiento. En este sentido, es importante que el pensamiento crítico guíe el proceso de aprendizaje, debido a que de lo contrario será sólo aprendizaje por memorización. Por ello el pensar críticamente permite adquirir conocimiento, comprensión y habilidades de cualquier contenido, es decir, brinda herramientas para internalizar y usarlo en el razonamiento de problemas y asuntos reales (Paul y Elder, 2005).

Por lo tanto se propone crear secuencias didácticas con la utilización del software llamado Scratch, este es un motor de videojuegos desarrollado por MIT Media Lab. Su principal característica consiste en que permite el desarrollo de habilidades mentales mediante el aprendizaje de la programación sin tener conocimientos profundos sobre el código los cuales permite generar, construir distintos ambientes dinámicos en 2D que potencian la significación de las MTC.

Diferentes investigaciones sobre medidas de tendencia central (MTC) se centran en un proceso algorítmico y en un uso habitual, por tal motivo consideramos desarrollar una secuencia didáctica enfocada en el aprendizaje de las medidas de tendencia central utilizando tecnología en situaciones contextualizadas en el macrocontexto del emprendimiento digital y en el microcontexto de las redes sociales para investigar si la articulación de la tecnología enseñando las medidas de tendencia central trae consigo beneficios para la enseñanza de la estadística.

Hasta el momento, distintas investigaciones han utilizado distintos contextos para el desarrollo de actividades que promuevan el aprendizaje de las MTC. Sin embargo, son pocas las investigaciones que integran la tecnología y programas dinámicos. En ese sentido, esta investigación propone el uso de contextos como el de

las redes sociales en las TIC y así propiciar el aprendizaje de estos conceptos en los estudiantes.

Marqués, (1995) ha determinado que las secuencias didácticas que utilizan las 11 etapas para el desarrollo del material educativo computarizado (MEC) permiten la construcción de recursos de calidad que contribuyan a la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes. Por esta razón, en este trabajo de grado se utilizará esta metodología y se espera que los resultados obtenidos sirvan como referente para la construcción de nuevas secuencias didácticas que integren tecnologías y estadística,

En varias de las investigaciones que han utilizado las TIC para el desarrollo de la educación matemática se ha integrado de forma efectiva la tecnología, pedagogía y contenido, obteniendo una enseñanza reflexiva y creativa (Belfiori, 2014) (Quintero & Jerez, 2019) (Valdés, 2011), en relación con eso, nuestro trabajo de grado pretende desarrollar de forma creativa el concepto de MTC a partir de la integración de la tecnología, con el fin de desarrollar en los estudiantes un pensamiento crítico-reflexivo.

Batanero (2000) propone que la relación entre el desarrollo de un país y el grado en que su sistema estadístico produce estadísticas completas y fiables es clara, porque esta información es necesaria para la toma de decisiones acertadas de tipo económico, social y político, por lo tanto trabajar la estadística desde una perspectiva interdisciplinar, donde se refleje realmente el uso que se le puede dar, genera conciencia de la aplicabilidad de las matemáticas y de la misma manera aprender matemáticas contextualizadas. La experimentación con fenómenos aleatorios (real o simulada) proporciona al alumno una experiencia estocástica difícil de adquirir en su relación empírica con lo cotidiano.

Sánchez & Batanero (2011) proponen la importancia de incluir diferentes contextos cotidianos para los estudiantes, debido a que estos les permiten visualizar los conceptos de una manera aplicada. Del mismo modo, Batanero (2005) asegura que el razonamiento probabilístico que tienen los estudiantes no solo se desarrolla desde la escuela, sino que inicia desde las experiencias propias frente a fenómenos de tipo aleatorio.

La EMR propone motivar a los estudiantes a que reinventen las matemáticas partiendo de sus propios problemas contextualizados y situaciones realistas. Se considera que uno de los principios fundamentales de la EMR es el principio de la realidad, el cual apoya la importancia de los contextos realistas como generador para el desarrollo de la educación matemática Freudenthal (1973). De esta manera proponemos para nuestro trabajo el diseño de actividades de tipo realista¹, es decir, que consideramos contextos propios de la vida cotidiana tales como: los Casos de contagio por covid-19, tasas anuales de desperdicio de agua, el índice de actividades que hacen los estudiantes recién graduados, etc.

La estadística es fundamental para describir con gran margen de fiabilidad las tendencias y valores de datos económicos, políticos, sociales, psicológicos, biológicos y físicos, y sirve como herramienta para relacionar y analizar dichos datos. Reforzando esta idea, se proponen cuatro buenas razones para estudiar estadística, estas deben ser tenidas en cuenta en la escuela secundaria ya que indican que su estudio capacita para aprender las reglas y métodos para tratar información estadística, permite evaluar y cuantificar la importancia de los resultados estadísticos que se ven publicados, faculta para conocer los aspectos del pensamiento estadístico como un componente esencial

¹ Haciendo énfasis en los contextos de la Educación Matemática Realista.

de una educación humanística, y capacita para entender mejor el mundo real que nos rodea. Todas estas razones son esenciales para que niños y jóvenes adquieran los saberes que les permitan el ejercicio de una ciudadanía (Weimer, 2003). Por consiguiente, nuestro trabajo de grado pretende fomentar el uso de la estadística no sólo como un elemento puramente matemático sino como un elemento social, que está muy relacionado con situaciones vivenciales, que permitirá el desarrollo de un pensamiento crítico sobre la información que se presenta en el día a día.

La estadística es el proceso de análisis de datos que se ha convertido en una herramienta de suma importancia ya que sus métodos y procedimientos son de uso casi obligatorio en la mayoría de las ramas del saber, por ejemplo en las ciencias de la salud se propuso la integración de los MEC con la estadística obteniendo una herramienta innovadora e interactiva con datos reales durante la práctica de enfermería (Amaya, 2014). Además, muy a menudo se utiliza la estadística como un método de argumentación y/o demostración para justificar situaciones científicas o propiamente de la vida cotidiana.

La estadística impacta nuestra vida porque a partir de todas nuestras actividades realizadas día a día es posible recopilar datos, después de ser analizados nos permiten tomar decisiones, con esta, se estudian los fenómenos que pueden ser inciertos, pero con los cuales podemos recabar información. Día a día realizamos acciones y tomamos decisiones a partir de un pensamiento estadístico y casi nunca somos conscientes de ello.

Las medidas de tendencia central ayudan a entender cómo se comportan los datos, estas medidas estadísticas nos darán información sobre la situación y otros patrones de comportamiento de los datos, de manera que sea posible captar

rápidamente la estructura de estos y también la comparación entre distintos conjuntos de datos.

Monsalve (2021) propone una secuencia de actividades para desarrollar las MTC por medio de situaciones problema en contexto. En nuestro trabajo de grado, además de plantear situaciones contextualizadas vamos a hacer uso de MEC para generar afinidad y motivación en los estudiantes, entrando a su mundo virtual para desarrollar conceptos matemáticos, fomentando un desarrollo crítico-reflexivo de algunas situaciones que se presentan en la cotidianidad del estudiante.

Con base en lo mencionado anteriormente, consideramos que un estudio de las MTC por medio de situaciones contextualizadas y a través de MEC puede contribuir a la promoción y fortalecimiento de una cultura estadística. Este trabajo pretende reconocer elementos matemáticos y didácticos importantes a considerar en la enseñanza de las MTC.

4 Marco Matemático

A continuación, en este apartado se definirán los contenidos temáticos que se desarrollarán en este trabajo, de igual forma se definirán las medidas de tendencia central, la media, la mediana y la moda, para ello se tomarán diferentes referentes entre ellos el texto de Carmen Batanero y Juan Godino titulado “Estocástica y su didáctica para maestros” y el documento de Soledad Estrella titulado “Medidas de tendencia central en la enseñanza básica en Chile”.

4.1 Medidas de tendencia central (MTC)

La comparación de dos distribuciones de frecuencias correspondientes, por ejemplo, a muestras distintas de una misma variable (como "número de hermanos", "altura", etc.), puede hacerse de una manera directa por medio de la tabla, o visualmente con ayuda de gráficos estadísticos. Pero también puede hacerse eligiendo un valor representativo de cada muestra. La media, la moda y la mediana son soluciones matemáticas idóneas para este problema según distintas circunstancias. Reciben el nombre de 'estadísticos' o características de posición (o tendencia) central. (Batanero & Godino, Estocástica y su didáctica para maestros, 2002)

Al describir grupos de observaciones, con frecuencia se desea describir el grupo con un solo número. Para tal fin, no se usa el valor más elevado ni el valor más pequeño como único representante, ya que sólo representan los extremos más que valores típicos, si no que se busca uno más adecuado, un valor central. Las medidas que describen al centro de la distribución se les denominan Medidas de Tendencia Central, MTC, entre las que se encuentran la Media, Mediana y Moda.

Este texto destaca que en el caso de variables cuantitativas es de interés buscar valores que representen algunas características del conjunto de datos, por ejemplo, la posición de ciertos puntos de la distribución de una variable (Medidas de Localización), su variabilidad (Medidas de Dispersión), y su forma (Medidas de Forma). Declara que las Medidas de Tendencia Central son valores de la variable que representan al centro de la distribución de frecuencias. Es decir, en vez de manejar todos los datos sobre las variables, estas medidas caracterizan la distribución de frecuencias mediante un valor alrededor del cual se encuentran distribuidos los datos. (Estrella, 2008)

4.1.1 Media Aritmética

La media aritmética: Es la principal medida de tendencia central. Es el número que se obtiene sumando todos los valores de la variable estadística (X_i) y dividiendo por número de valores (N). Si un valor aparece varias veces debe ponderarse por su frecuencia (f_i). Simbólicamente,

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{N}$$

La media es la mejor estimación de una cantidad desconocida, cuando hemos hecho varias medidas de la misma. La media es la cantidad equitativa a repartir cuando tenemos diferentes cantidades de una cierta magnitud y queremos distribuirla en forma uniforme. (Batanero & Godino, Estocástica y su didáctica para maestros, 2002)

Otras propiedades de la media son las siguientes:

- 1) La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.
- 2) El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos.
- 3) La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos. Incluso puede no tener "sentido" para los datos considerados (como decir que el número medio de hijos en las familias españolas es 1.1).
- 4) Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
- 5) La media es un "representante" de los datos a partir de los que ha sido calculada.
- 6) La media se expresa en las mismas unidades de medida que los datos.

La media se calcula sumando todos los valores de la variable y luego dividiendo por el número de observaciones. Sus características primordiales es que es estable en el muestreo, es más uniforme de muestra a muestra que los otros estadígrafos de posición.

Propiedades de la media aritmética

1. Puede ser calculada en distribuciones con escala relativa e intervalos.
2. Todos los valores son incluidos en el cálculo de la media.
3. Una serie de datos solo tiene una media.
4. Es una medida muy útil para comparar dos o más poblaciones.
5. Es la única medida de tendencia central donde la suma de las desviaciones de cada valor respecto a la media es igual a cero.

Por lo tanto, podemos considerar a la media como el punto de balance de una serie de datos.

Desventajas de la media aritmética

1. Si alguno de los valores es extremadamente grande o extremadamente pequeño, la media no es el promedio apropiado para representar la serie de datos.
2. No se puede determinar si en una distribución de frecuencias hay intervalos de clase abiertos.
3. Sólo se usa con variables cuantitativas.

La media no proporciona una adecuada idea de posición cuando existen valores extremos que pueden influir demasiado en su determinación. Una de las limitaciones de la media es que se ve afectada por valores extremos; valores muy altos tienden a aumentarla. Por otro lado, valores muy bajos tienden a

bajarla, lo que implica que puede dejar de ser representativa de la población (Estrella, 2008).

4.1.2 Mediana

Si suponemos ordenados de menor a mayor todos los valores de una variable estadística, se llama mediana al número tal que existen tantos valores de la variable superiores o iguales como inferiores o iguales a él. Para calcular la mediana a partir de una tabla de frecuencias o de un polígono de frecuencias acumuladas, observamos que la frecuencia relativa acumulada que corresponde a la mediana es exactamente igual a $1/2$.

La mediana presenta ciertas ventajas como medida de tendencia central frente a la media en algunas distribuciones, ya que no se ve afectada por los valores extremos de las observaciones; por ello su uso es particularmente indicado en las distribuciones asimétricas. También se puede aplicar con variables estadísticas ordinales, mientras que la media no se puede aplicar en estos casos. (Batanero y Godino, 2002)

La mediana es el valor de la variable que deja el mismo número de datos antes y después que él, una vez ordenados éstos. De acuerdo con esta definición el conjunto de datos menores o iguales que la mediana representarán el 50% de los datos, y los que sean mayores que la mediana representarán el otro 50% del total de datos de la muestra. La mediana coincide con el percentil 50, con el segundo cuartil y con el quinto decil.

Características de la Mediana

1. La mediana de un conjunto de datos es única.
2. El valor de la mediana no es sensible a la presencia de datos extremos.
3. Puede ser calculada para datos en escala ordinal, intervalo y razón.
4. Fácil de determinar en datos no agrupados.

5. Se puede calcular con clases con extremos abiertos.

La mediana es un estadígrafo que divide la distribución en dos grupos con igual número de observaciones. Posee la ventaja que puede calcularse aun cuando los intervalos extremos no están bien determinados, o las variables establecen un orden parcial. Posee la desventaja de su inestabilidad en el muestreo. (Estrella, 2008).

También, la mediana puede ser igual a un valor de los datos que pertenecen al conjunto, esto se da cuando la cantidad de datos son un número par, pero cuando la cantidad de datos es un número impar, en ese caso, la mediana es la media entre los dos valores centrales.

4.1.3 Moda

La moda es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia. En una distribución puede haber más de una moda. Si existe una sola moda se llama unimodal, si existen dos bimodal, si hay más de dos se llama multimodal. En general es una medida de tendencia central poco eficaz ya que si las frecuencias se concentran fuertemente en algunos valores al tomar uno de ellos como representante los restantes pueden no quedar bien representados, pues no se tienen en cuenta todos los datos en el cálculo de la moda. Sin embargo, es la única característica de valor central que podemos tomar para las variables cualitativas. Además, su cálculo es sencillo. (Batanero y Godino, 2002)

La moda es el valor que cuenta con una mayor frecuencia en una distribución de datos. Es un estadígrafo de posición que se define como el valor más frecuente. En términos matemáticos, es el valor de la variable al que corresponde un máximo relativo.

Características de la Moda

1. Útil para medidas nominales y ordinales.

2. No se afecta por valores extremos.
3. Se puede calcular con clases abiertas.
4. Puede no existir o no ser única

La moda al igual que la mediana presenta inestabilidad en el muestreo y no permite un tratamiento algebraico. Estas dos MTC son de fácil comprensión y no se influyen por los valores extremos. (Estrella, 2008)

5 Marco Referencial

En este capítulo se mencionan aspectos centrales del marco teórico. Entre ellos se encuentran los posibles errores, dificultades y concepciones relacionados con las MTC.

5.1 Errores relacionados con las medidas de tendencia central

Teniendo en cuenta la problemática que existe con los estudiantes vista anteriormente en las pruebas saber y pisa, se presentan algunos posibles errores que pueden cometer los estudiantes relacionado al tema de la media, mediana y moda, mencionados por (Cubides y Rosadas, 2011).

5.1.1 Toma la variable mayor como la mediana.

En este caso el estudiante tiene la concepción de que la mediana es el dato mayor del sistema de datos y lo divide entre dos, se podría inferir que el sujeto no comprende el objeto estadístico mediana, indicando en él una confusión conceptual con el dato central de una distribución simétrica. Proporcionando una respuesta incorrecta.

5.1.2 Calcula la mediana de forma incorrecta, pero llega al resultado.

Son los estudiantes que cuentan la cantidad de datos de la distribución, dividen entre dos y posteriormente ordenan los datos de forma ascendente, luego relaciona el cociente de la división para encontrar el centro de la distribución de los datos.

5.1.3 El total de los datos lo dividen entre 2.

Los estudiantes calculan el resultado que obtienen, usando el cálculo de la mediana donde pueden encontrar la posición con el n más uno y dividiéndolo entre dos, pero el cálculo no lo hacen correctamente porque no le suman uno, ni tampoco buscan la posición, solo hallan el resultado y lo asocian a la media. Se podría deducir que no tienen clara la definición de mediana y piensan que es la mitad de los datos y la confunden con la posición, asociándose solamente a dividir entre dos, tienen por ende un error conceptual y algorítmico. Además, hacen una relación inexistente entre la media y la mediana.

5.1.4 Suma todos los datos y los divide entre dos.

Los estudiantes asocian a encontrar la mitad de “algo”, pero no tienen claro ese algo a que hace referencia, si a la mitad de cada dato aislado, o al sistema de datos que se le dan en una situación particular. Es por ello que la mayoría de los estudiantes suman los datos y el resultado lo dividen entre la mitad, es decir entre dos; no tienen claro la definición de la mediana, ni tampoco sus propiedades, ni la parte procedimental.

Pollatsek y cols (1981) observan que los estudiantes suelen creer que un conjunto de números, junto con la operación media aritmética constituye un grupo algebraico, satisfaciendo los cuatro axiomas de clausura, asociatividad, elemento neutro y elemento inverso. En su investigación, llevada a cabo con 103 estudiantes de primer curso de universidad, encuentra un alto porcentaje de alumnos que atribuyen

alguna de estas propiedades a la media aritmética. Esto conlleva a que los estudiantes las confundan entre sí (media con la mediana). Respecto a la comprensión de los aspectos conceptuales, Strauss y Bichler (1988) investigaron el desarrollo evolutivo de la comprensión de esta noción en alumnos de 8 a 12 años, distinguiendo las siguientes propiedades:

- a) La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.
- b) La suma de las desviaciones de los datos respecto de la media es cero.
- c) El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos.
- d) La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos.
- e) El valor obtenido de la media puede ser una fracción (ello puede no tener sentido para la variable considerada).
- f) Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
- g) La media es un “representante” de los datos a partir de los que ha sido calculada.

Para cada una de estas propiedades, los autores citados emplearon diversas tareas, variando el tipo de datos (continuos, discretos) y el medio de presentación (verbal, numérico y concreto). No encontraron efectos significativos respecto al tipo de datos o medio de presentación empleado. Sus resultados sugieren una mejora de la comprensión con la edad, y diferencias de dificultad en la comprensión de las propiedades, siendo más fáciles las a), c) y d) que las b), f) y g).

Como se sabe, la media es un valor “típico” o “representativo” de los datos. Campbell (1974) observa que, debido a ello, se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas. Pero cuando la distribución es muy asimétrica la media se desplaza hacia uno de los extremos y la moda o la mediana serían un valor más representativo del conjunto de

datos. La comprensión de la idea de “valor típico” implica, según Russel y Mokros (1991), tres tipos diferentes de capacidades:

- Dado un conjunto de datos, comprender la necesidad de emplear un valor central, y elegir el más adecuado.
- Construir un conjunto de datos que tenga un promedio dado.
- Comprender el efecto que, sobre los promedios (media, mediana o moda), tiene un cambio en todos los datos o parte de ellos.

Russell y Mokros estudiaron las concepciones que los alumnos de 4° a 8° tienen sobre los valores de tendencia central, empleando para ello las tareas anteriores, de las cuales la más difícil fue la segunda. Este tipo de tarea ha sido también propuesta por Goodchild (1988), quien proporcionó a los estudiantes cajas de cerillas en las que se había impreso la frase “contenido medio 35 cerillas”. Una de sus preguntas, presentada mediante entrevista a 8 alumnos, requería que el alumno construya una distribución hipotética del contenido de 100 cajas. El hecho más notable de estas distribuciones fue su falta de forma, ya que el gráfico no tenía en absoluto forma acampanada (como la distribución normal). Goodchild sugirió que ello se debe a la falta de comprensión de la media como medida de posición de la distribución obtenida a partir de un proceso estocástico.

Finalizan el artículo, señalando la necesidad de usar diferentes contextos y representaciones en la enseñanza de un concepto matemático. En nuestra opinión, los resultados de las investigaciones que hemos descrito sobre la media muestran también que el conocimiento de las reglas de cálculo por parte de los estudiantes no implica necesariamente una comprensión real de los conceptos subyacentes. Si los alumnos adquieren sólo el conocimiento de tipo computacional es probable que cometan

errores predecibles, salvo en los problemas más sencillos. (Godino, Batanero, Green, Valecillos y Holmes, 2014)

5.2 Dificultades relacionadas con las medidas de tendencia central

El estudio de los estadísticos de orden presenta dificultades, tanto a nivel procedimental como a nivel conceptual. En primer lugar, el cálculo de la mediana, percentiles y rango de percentiles se enseña empleando un algoritmo diferente para el caso de variables estadísticas agrupadas en intervalos o no agrupadas. Como sabemos, la opción de agrupar o no en intervalos se toma a juicio del que analiza los datos. Como indica Schuyten (1991), incluso los alumnos universitarios encuentran difícil aceptar que se pueda emplear dos algoritmos diferentes de cálculo para el mismo promedio y que puedan obtenerse valores distintos para el mismo parámetro, al variar la amplitud de los intervalos de clase.

Schuyten (1991) ha señalado también la diferencia entre el conocimiento conceptual de la mediana y el método de cálculo que se emplea para obtener su valor. Desde la definición de la mediana como “valor de la variable estadística que divide en dos efectivos iguales a los individuos de la población supuestos ordenados por el valor creciente del carácter”, hasta su cálculo basado en la gráfica de frecuencias acumuladas intervienen una serie de pasos no siempre suficientemente comprendidos.

Para Barr (1980) la mayoría de los alumnos entiende la idea de mediana como valor central, pero no tienen claro a qué secuencia numérica se refiere ese valor central. Los estudiantes pueden interpretar la mediana como el valor central de los valores de la variable, de las frecuencias o incluso de la serie de datos antes de ser ordenada (Godino, Batanero, Green, Valecillos y Holmes, 2014).

5.3 Concepciones relacionadas con las medidas de tendencia central

Russell y Mokros también encontraron cuatro categorías generales en las que clasificaron las concepciones de los estudiantes sobre los promedios:

- a) el “valor más frecuente” o moda;
- b) el “valor razonable”;
- c) el “punto medio”;
- d) una “relación algorítmica”, es decir, una fórmula de cálculo.

Cada uno de estos aspectos puede ser cierto en un caso dado, pero puede ser inapropiado en otro. (Godino, Batanero, Green, Valecillos y Holmes, 2014)

6 Marco Teórico

El desarrollo del presente trabajo de investigación está basado en el ciclo de enseñanza de las matemáticas, el cual es un modelo que parte desde la perspectiva de un constructivismo social y que reconoce la interrelación de aspectos del conocimiento, pensamiento, toma de decisiones y actuaciones del profesor a la hora de abordar la planificación de una sesión de clase (Simon 1995).

Para Simon (1995) *“la enseñanza, desde la perspectiva del profesor, está guiada por la trayectoria hipotética de aprendizaje. Esta trayectoria consiste en la predicción que el profesor hace acerca del camino por el cual puede proceder el aprendizaje. Una trayectoria hipotética de aprendizaje le da al profesor criterios para seleccionar un diseño instruccional particular; por lo tanto, yo tomo mis decisiones de enseñanza basado en mi mejor conjetura acerca de cómo va a proceder el aprendizaje”* (p. 135).

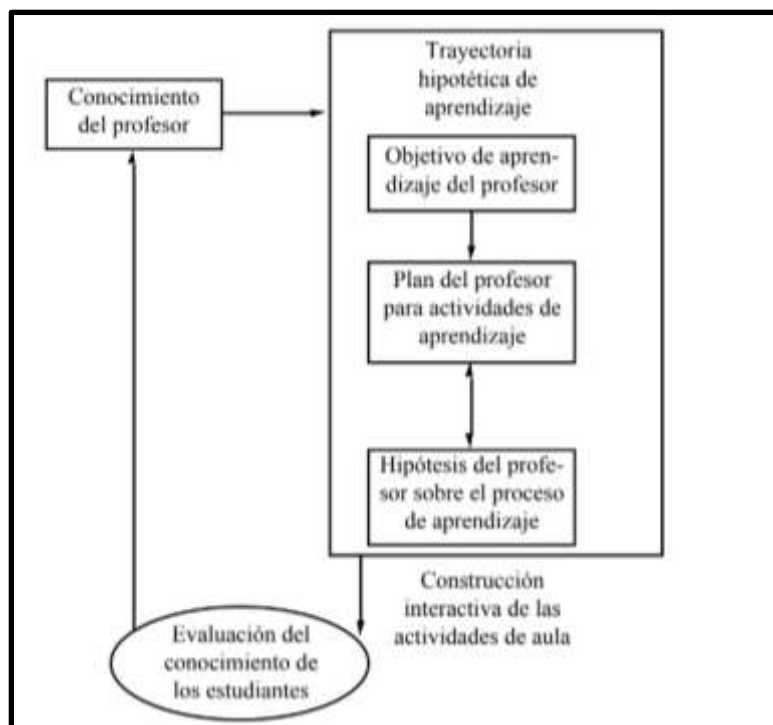


Figura 8. Ciclo de Enseñanza de las Matemáticas (Adaptado de Simon, 1995)

Para este modelo Gómez (2002) propone los conceptos de: Análisis Didáctico; Ciclos del análisis didáctico; Diseño curricular global; Análisis de Contenido; Análisis Cognitivo; Análisis de Instrucción; Diseño de actividades y Análisis de Actuación. (Gómez, Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas, 2002)

A continuación, se procederá a describir de manera breve cada uno de los elementos mencionados anteriormente de este modelo.

6.1 Análisis Didáctico

El análisis didáctico se centra en el procedimiento que hace el profesor para la planificación, la práctica realizada y la evaluación de una unidad didáctica, una hora de clase o una porción de una clase, es decir una unidad de programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos (Gómez, 2002).

6.1.1 Ciclos del análisis didáctico

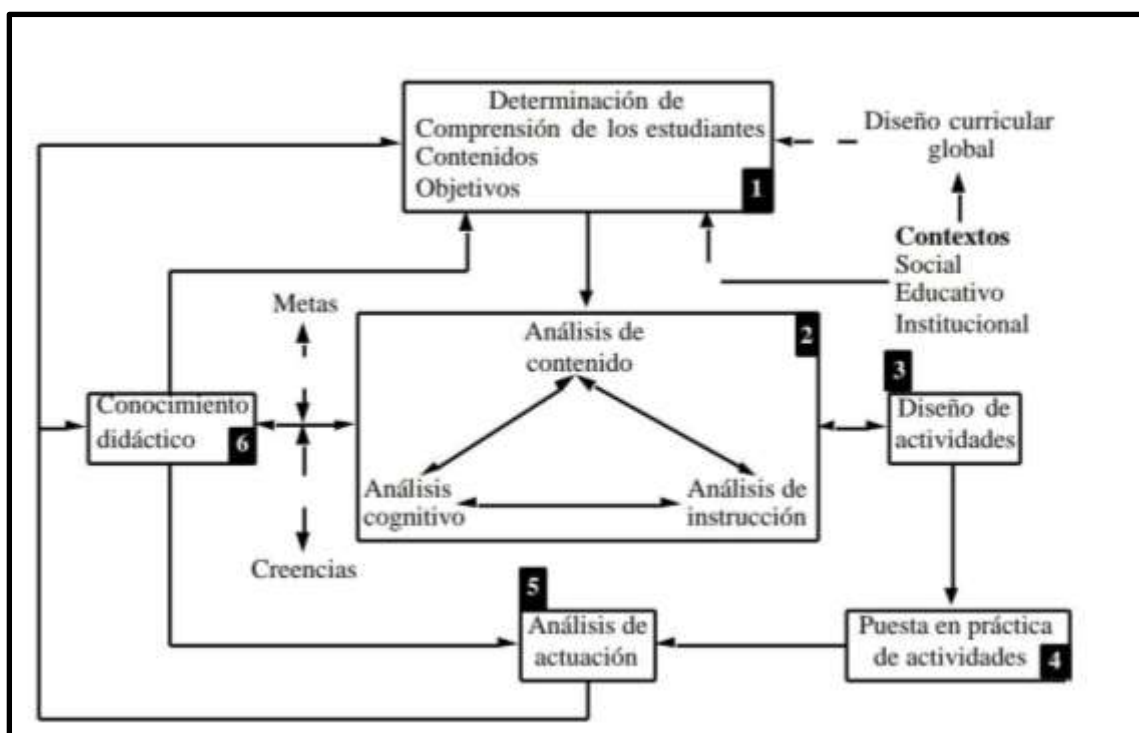


Figura 9. Ciclo de análisis Didáctico

El análisis didáctico se inicia con la determinación del contenido que se va a tratar y de los objetivos que se quieren lograr, a partir de la percepción que el profesor tiene de la comprensión de los escolares con motivo de los resultados del análisis de actuación del ciclo anterior y teniendo en cuenta los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción (cuadro 1 de la Figura N.º 3). A partir de esta información, el profesor inicia la planificación con el análisis de contenido. La información que surge del análisis de contenido sustenta el análisis cognitivo. A su vez, la realización del análisis cognitivo puede dar lugar a la revisión del análisis de contenido. Esta relación simbiótica entre los análisis también se establece con el análisis de instrucción. Su formulación depende y debe ser compatible con los resultados de los análisis de contenido y cognitivo, pero, a su vez, su realización puede generar la necesidad de corregir las versiones previas de estos análisis (cuadro 2). La selección de tareas que componen las actividades debe ser

coherente con los resultados de los tres análisis y la evaluación de esas tareas a la luz de los análisis puede llevar al profesor a realizar un nuevo ciclo de análisis, antes de seleccionar definitivamente las tareas que componen las actividades de enseñanza y aprendizaje (relación entre cuadros 2 y 3). El profesor pone en práctica estas actividades (cuadro 4) y, al hacerlo, analiza las actuaciones de los escolares para obtener información que sirve como punto de inicio de un nuevo ciclo (cuadro 5). El conocimiento didáctico (cuadro 6) es el conocimiento que el profesor pone en juego durante este proceso. La realización de un ciclo de análisis didáctico se encuentra condicionada por las creencias y las metas del profesor y por los contextos social, educativo e institucional. (Gómez, 2002)

6.1.2 Descripción de los ciclos de análisis didáctico

6.1.2.1 Diseño curricular global

En el diseño curricular global el profesor debe de identificar y relacionar los factores que influyen tanto en la planificación como en la puesta en práctica de la actividad. Factores como: el contexto social de los estudiantes (reconocer los intereses y situaciones propias de los estudiantes); Contexto institucional (el proyecto educativo institucional (PEI) de la institución en donde se vaya a realizar la sesión de clase); Contexto de aula (es el entorno estructurado dentro del cual tiene lugar la construcción del conocimiento matemático por parte de los escolares); metas y creencias propias del profesor son aspectos que se deben de tener en cuenta.

El diseño curricular global y el resultado del ciclo anterior del análisis didáctico en las sesiones anteriores determinan unos objetivos que se deben lograr, un contenido que se debe tratar y unos esquemas generales para la gestión de la clase y la evaluación de los estudiantes. (Gómez, 2002)

6.1.2.2 Análisis de Contenido

El contenido matemático es el eje central del análisis didáctico. El proceso de planificación, puesta en práctica y evaluación de las actividades de enseñanza y aprendizaje se refiere a una estructura matemática específica. Las herramientas conceptuales y metodológicas en las que se basa el análisis didáctico adquieren sentido cuando se utilizan para analizar los diferentes significados de esa estructura matemática. Por lo tanto, el análisis de contenido, siendo el análisis matemático de esa estructura matemática, debe ser el punto de inicio y de referencia en el proceso cíclico del análisis didáctico. El análisis de contenido es un análisis de las matemáticas escolares. Su propósito es la descripción de la estructura matemática desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje en el aula.

En el análisis de contenido se busca identificar y describir estructuradamente los diversos significados matemáticos de la estructura matemática. Este análisis se hace desde la perspectiva de las matemáticas escolares y tiene en cuenta tres tipos de significados: la estructura conceptual, los sistemas de representación y los modelos (análisis fenomenológico). (Gómez, Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas, 2002)

6.1.2.2.1 Estructura conceptual.

La estructura conceptual, como herramienta para el análisis de las matemáticas escolares, es la descripción, a nivel de conceptos y relaciones entre ellos, de la estructura matemática en cuestión. Por lo tanto, la estructura conceptual no es solamente la enumeración de los conceptos que se encuentran involucrados en la estructura matemática.

La estructura conceptual es un proceso que se inicia con la identificación de los conceptos y algunas de sus relaciones pero que se desarrolla en la medida en que se

tienen en cuenta los sistemas de representación, los modelos y los fenómenos asociados. (Gómez, Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas, 2002)

6.1.2.2.2 Sistemas de representación

Los sistemas de representación juegan un papel fundamental para el análisis de contenido, Cada uno de estos sistemas de representación aportan un significado de la estructura matemática desde la perspectiva de las matemáticas escolares.

La noción de sistema de representación permite describir las actividades matemáticas que tienen lugar en el discurso matemático del aula. Esta descripción se basa en cuatro operaciones que se pueden realizar con respecto a los sistemas de representación y que es posible representar en la estructura conceptual. La primera operación es la creación de signos o expresiones. Esta operación está regida por las normas que regulan el sistema de representación y es importante en las matemáticas escolares porque es la que produce expresiones válidas e inválidas. Las operaciones segunda y tercera son las transformaciones sintácticas variantes e invariantes. Estas son transformaciones de una expresión en otra dentro de un mismo sistema de representación. La cuarta operación es la traducción entre sistemas de representación, se refiere al paso de un sistema de representación a otro. (Gómez, Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas, 2002)

6.1.2.2.3 Análisis fenomenológico y modelos

El profesor debe analizar la relación entre las matemáticas y la experiencia para identificar, describir, caracterizar y clasificar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser organizados (modelizados) por subestructuras contenidas en la estructura en cuestión.

El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste entonces en describir cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto y la estructura con esos fenómenos.

Denominamos modelo a la tripla (subestructura, fenómeno, relación) en la que la subestructura modeliza el fenómeno de acuerdo con una relación. Esta relación identifica aquellas características estructurales del fenómeno que se pueden representar con elementos y propiedades de la subestructura en cuestión.

El análisis fenomenológico no consiste únicamente en establecer la relación entre subestructuras y fenómenos y clasificar los fenómenos de acuerdo con las subestructuras con las que están relacionados, en el análisis fenomenológico el profesor debe también describir esas relaciones, el profesor debe caracterizar los aspectos relevantes del fenómeno (o del problema que se quiere resolver dentro del contexto del fenómeno) que pueden asociarse (modelizarse) con elementos y propiedades específicas de la estructura matemática (Gómez, 2002).

6.1.2.3 *Análisis Cognitivo*

El análisis cognitivo es un análisis a priori. Con él, el profesor pretende prever las actuaciones de los escolares en la fase posterior del ciclo en la que se ponen en juego las actividades de enseñanza y aprendizaje que él ha diseñado. Estas hipótesis deben estar sustentadas por una descripción de aquellos aspectos cognitivos que se relacionan directamente con la estructura matemática sobre la cual se trabaja en dichas actividades. Por lo tanto, el análisis de contenido sirve de punto de partida y de punto de referencia para el análisis cognitivo.

El análisis cognitivo de una estructura matemática es, por un lado, la identificación, descripción y caracterización sistemática, detallada y fundamentada de

las tareas (relacionadas con dicha estructura matemática) que los escolares pueden resolver en ese momento y de aquellas tareas que deberían poder abordar durante la sesión que se está planificando y por otro lado también es la identificación, descripción y caracterización de los errores en los que los escolares pueden incurrir al abordar dichas tareas, de las dificultades que subyacen a esos errores y de los obstáculos que es necesario superar para resolver dichas dificultades.

En el análisis cognitivo, el interés del profesor se debe centrar en identificar las capacidades de los escolares para establecer las relaciones necesarias para abordar y resolver la tarea en cuestión (Gómez, 2002).

6.1.2.4 Análisis de Instrucción

En el análisis de instrucción el profesor organiza las tareas que conforman las actividades y lo complementa con la resolución de problemas y los materiales y recursos disponibles, además, se busca que las tareas seleccionadas promuevan el desarrollo de destrezas, razonamientos y estrategias de modelización para los escolares esto implica la necesidad de que el profesor tenga conocimientos sobre resolución de problemas.

El resultado del análisis de instrucción debe ser la identificación y descripción de las áreas que es posible utilizar en el diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje. (Gómez, 2002)

6.1.2.5 Diseño de actividades

El diseño de actividades se centra en la selección y justificación de las tareas que conformarán esas actividades a partir de un universo de tareas que son compatibles con el análisis de contenido y el análisis cognitivo.

Para cualquier estructura matemática existen multitud de tareas disponibles en los libros de texto y en la literatura de investigación e innovación curricular. Por lo

tanto, el problema de la planificación en esta fase del análisis didáctico no es necesariamente el de crear nuevas tareas, sino el de seleccionar justificadamente un grupo de tareas que sean coherentes con los contenidos y objetivos propuestos al inicio del ciclo y con los resultados de los análisis de contenido, cognitivo y de Instrucción. De esta manera, la información que resulta de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción delimita el universo de tareas que se pueden utilizar en las actividades de enseñanza y aprendizaje. La selección de tareas y la planificación de su gestión en el aula también depende de la visión que el profesor tenga de las matemáticas escolares, su aprendizaje y enseñanza.

En definitiva, el profesor no termina nunca de hacer análisis, seleccionar tareas y diseñar actividades, evaluarlas a la luz de los análisis, reformular esos análisis con motivo de la evaluación y volver a seleccionar tareas y diseñar actividades. Sin embargo, es el profesor quien decide cuándo termina una fase de este proceso. Habrá diferentes razones para hacerlo, entre ellas el tiempo.

Con la selección de las tareas y la previsión de las actuaciones de los alumnos y las posibles reacciones del profesor a ellas culmina la fase de planificación del análisis didáctico. (Gómez, 2002)

6.1.2.6 Análisis de Actuación

El análisis de las actuaciones de los escolares se centra en la descripción de la manera como ellos abordan las tareas. El análisis de actuación es la última fase del análisis didáctico (cuadro 5 del esquema de la Figura N.º 3) donde el profesor recoge la información para el análisis de actuación durante la puesta en práctica de las actividades y basándose en las actuaciones de los escolares. Mientras que en el análisis cognitivo el profesor hace una previsión de las actuaciones de los escolares cuando ellos aborden las tareas propuestas, en el análisis de actuación él debe describir esas

actuaciones. El análisis cognitivo es un análisis a priori y el análisis de actuación es un análisis a posteriori.

El resultado del análisis de actuación es la descripción sistemática de la comprensión de los escolares con el propósito de proporcionar información que sea útil para el inicio de un nuevo ciclo del análisis didáctico. Esta descripción debe hacerse, por un lado, en términos de las tareas que los escolares pudieron resolver. Estas tareas pueden ser indicadores del conocimiento adquirido por los escolares en ese ciclo del análisis didáctico y de las dificultades y obstáculos que ellos pudieron superar.

El resultado de este análisis será la descripción de la comprensión de los escolares en este punto de la instrucción en términos, por un lado, del conocimiento adquirido y, por el otro, de las dificultades y obstáculos que es necesario superar. Con base en esta información, el profesor podrá iniciar un nuevo ciclo del análisis didáctico. (Gómez, 2002)

6.2 Tecnologías de la información y la comunicación (TIC)

En la actualidad existen diferentes definiciones sobre lo que son las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), acto seguido, se presentan las definiciones que consideramos más relevantes²:

Las TIC (Fundesco, 1986 citando en Farigua Guacaneme, 2016) se denominan un conjunto de tecnologías que permiten la adquisición, producción, almacenamiento, comunicación, registro y presentación de información, que viene presentada en forma

² Farigua 2016. Propuesta de Enseñanza para medidas de tendencia central a través de objetos virtuales de aprendizaje Universidad pedagógica nacional.

de voces, imágenes y datos contenidos en señales de naturaleza acústica, óptica o electromagnética.

Las TIC según González (1999 citado de Farigua, 2016) son *“el conjunto de herramientas, soportes y canales para el tratamiento y acceso a la información que generan nuevos modos de expresión, nuevas formas de acceso y nuevos modelos de participación y recreación cultural”*, además señala que el punto de confluencia es el computador y lo novedoso se encuentra en el acceso y tratamiento de la información que se produce sin barreras espacio-temporal y si las restricciones de inmaterialidad, interactividad e instantaneidad.

Según las definiciones nombradas anteriormente, se puede observar que tienen en común tres aspectos importantes y relevantes como:

- Un medio de acceso a la información que existe.
- Dicha información se transmite por medio de un canal auditivo o visual.
- Generan nuevas posibilidades para áreas o trabajos, como lo es el ámbito educativo.

La integración de las TIC en el ámbito educativo presenta ventajas y desventajas en el aula, a continuación, se presenta desde lo que propone Gutiérrez (1997):

Tabla 1. Ventajas y Desventajas de las TIC

VENTAJAS	DESVENTAJAS
----------	-------------

• Variedad Metodológica y atención a la diversidad. • Facilidad del tratamiento, presentación y comprensión de ciertos tipos de información. • facilitan el protagonismo del estudiante en su propio aprendizaje. • motivar, propiciar y optimizar el trabajo colaborativo. • permite que el estudiante acceda a mundos y situaciones fuera de su alcance.	• Percepción del medio como “fácil, pasividad”. • uso inadecuado y abuso. • Estructura y organización de la información en los documentos multimedia. • tecnofobia y tecnofilia de algunos profesores y estudiantes. • dificultades organizativas y problemas técnicos.
--	---

Ahora, como el propósito de esta propuesta es trabajar haciendo uso de la tecnología, se acude a los OVA.

6.2.1 Objetos virtuales de aprendizaje (OVA)

El desarrollo e implementación de las TIC en procesos de enseñanza y aprendizaje, ha permitido crear una comunidad en la cual existe un amplio catálogo al cual pueden acceder los docentes para buscar recursos educativos Online, de modo que es de gran interés conocer que existen recursos digitales diseñados para que los

docentes y estudiantes hagan uso de ello para mejorar los procesos educativos, por lo tanto fomentar la creación de objetos de aprendizaje usando tecnología constituye un avance en la enseñanza y aprendizaje en la red.

Un Objeto Virtual de Aprendizaje, generalmente llamado OVA, también se conoce en algunos contextos como OA, que significa Objeto de Aprendizaje, tomado de OL (en Inglés) Object Learning.

Aunque existen diferentes definiciones de un Objeto de Aprendizaje, en Colombia expertos de diferentes universidades, por solicitud del Ministerio de Educación, construyeron un concepto propio para nuestro país, el cual está disponible en el portal Colombia Aprende:

Un objeto de aprendizaje es:

“Un conjunto de recursos digitales, que pueden ser utilizados en diversos contextos, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización. Además, el Objeto de Aprendizaje, debe tener una estructura de información externa (metadato), para facilitar su almacenamiento, identificación y recuperación”¹

A su vez, se define un Objeto Informativo como:

“Un conjunto de recursos digitales, que pueden ser utilizados en diversos contextos educativos, y que posee una estructura de información externa (metadato), para facilitar su almacenamiento, identificación y recuperación”.

Y, un recurso digital:

“Un recurso digital es cualquier tipo de información, que se encuentra almacenada en formato digital”³

▪ **6.2.1.1 Componentes internos de una OVA**

Contenidos: Se da a conocer el tema, utilizando diferentes estrategias con el fin de capturar la atención del estudiante; puede ser a través de aplicaciones Multimedia, donde se involucre texto, imágenes, animaciones, audio, etc. Todo esto, con el fin de contribuir con la comprensión del tema por parte de los estudiantes.

Actividades de aprendizaje: Son actividades que debe desarrollar el estudiante, ya sean directamente en el software, o a través de otros mecanismos.

Elementos de contextualización: Estos pueden ser los objetivos, la metodología de diseño instruccional implementada, la técnica de estudio para la que fue pensada el material, la descripción de la población a la que se dirige el material y los créditos del grupo desarrollador; de esta manera, se contextualiza al cibernauta con el material.

▪ **6.2.1.2 Estructura externa de una OVA**

La estructura externa de un objeto virtual de aprendizaje se conoce con el nombre de metadatos, los cuales describen múltiples atributos de los objetos de aprendizaje e informativos. esta información se clasifica por categorías de la siguiente manera:

- General: Título, idioma, descripción, palabras clave.

³ 1 tomado de: <http://www.colombiaaprende.edu.co/objetos/>

2 tomado de: <http://www.colombiaaprende.edu.co/objetos/>

3Tomado de: <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-117373.html>
UPTC. (s.f.). TIC y ambientes de aprendizaje. Objetos virtuales de aprendizaje y propiedad intelectual.

- Ciclo de Vida: Versión, autor(es), entidad, fecha.
- Derechos: Costo, derechos de autor y otras restricciones.
- Anotación: Uso educativo.
- Clasificación: Fuente de clasificación, ruta taxonómica.

De esta manera, toda esta información es la que facilita el almacenamiento, organización e identificación de los objetos de aprendizaje e informativos.

▪ **6.2.1.3 Características de un objeto de virtual aprendizaje OVA**

- Reusable: Es decir, que pueda ser utilizable en diferentes contextos con fines educativos.
- Interoperable: Capacidad de integrarse en diferentes plataformas de aprendizaje.
- Escalable: Permite integración con estructuras más complejas.
- Interactivo: Capacidad de generar actividades y comunicación entre sujetos involucrados.
- Autocontenible: El contenido debe ser lo suficientemente completo, como para el tema que se pretende enseñar.

7 Marco Metodológico

En este capítulo se presentará los métodos de investigación utilizados, los cuales están divididos en 6 apartados: Enfoque cualitativo, investigación cuasi experimental, paradigma sociocultural, población, tipos de preguntas y las fases del desarrollo de la investigación.

7.1 Enfoque Cualitativo

La investigación cualitativa permite estudiar desde una perspectiva cualitativa agentes educativos que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje

(Bisquerra, 2004 citado en León, 2020). En este enfoque se pretende comprender la realidad que se investiga a través del análisis de diversas realidades subjetivas y en la manera en cómo piensa la población de estudio. Los estudios cualitativos se fundamentan en un proceso inductivo, es decir, van de lo particular a lo general.

En las investigaciones cualitativas el proceso no necesariamente se aplica de manera secuencial. Aquí las técnicas de recolección de los datos pueden ser múltiples (entrevistas, pruebas proyectivas, cuestionarios abiertos, sesiones de grupos, análisis de episodios, biografías, casos, grabaciones en audio o video, registros, revisión de archivos, observación, etcétera. (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2004). Para este trabajo de investigación se utilizará como técnica de recolección de datos la grabación de las sesiones de clase, registros fotográficos y las respuestas de los estudiantes que quedan guardadas en la plataforma.

Por otro lado, Leon (2020):

[...] la investigación cualitativa en educación se define como “una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimiento.”

(Sandin, 2003,p.123, citado por Bisquerra, 2004).

En ese sentido, la utilización de este tipo de métodos en el ámbito de la investigación en educación considera la existencia de los siguientes rasgos comunes (Eisner, 1998):

- Son estudios centrados en contextos específicos.
- Los investigadores participan de la investigación y son el principal instrumento de medida.

- Tienen una naturaleza interpretativa por un doble motivo.
- El uso del lenguaje es importante.
- La atención a lo concreto.

A partir de lo mencionado anteriormente, el uso de este tipo de investigación permitirá comprender de manera inherente la realidad educativa y los fenómenos que se presentan en ella.

De esta forma este trabajo de investigación está fundamentado en el enfoque cualitativo dado que en nuestro objetivo general se plantea el propiciar el aprendizaje de las MTC que se realizará por medio de un OVA, cabe resaltar que no buscamos analizar los resultados específicos de los estudiantes, sino de reconocer que se está promoviendo el aprendizaje a través del diseño de la secuencia.

7.2 Investigación Cuasi experimental

El diseño cuasi-experimental es un plan de trabajo con el que se pretende estudiar el impacto de los tratamientos y/o los procesos de cambio en situaciones donde los sujetos o unidades de observación no han sido asignados de acuerdo con un criterio aleatorio. (Arnau, 1995 citado en Fernández, Vallejo, Livacic y Tuero 2014).

En las investigaciones cuasi-experimentales se trabajan con dos tipos de grupos: un grupo de control y un grupo experimental. Para el caso de este trabajo de investigación se realizará a un grupo de aproximadamente 20, previamente se hace una prueba piloto a tres estudiantes con las mismas características, en donde analizaremos sus respuestas, miraremos sus conocimientos previos y con base en ellos realizar las modificaciones pertinentes en el OVA, para finalmente aplicarlo en el grupo de mayor participantes.

7.3 Paradigma sociocultural.

La idea principal del modelo de este trabajo es el de la enseñanza de la estadística en la realidad o cotidianidad relevante para la sociedad. Por tanto las herramientas conceptuales como lo son los contextos y situaciones problemáticas, con modelos y tipos de modelos atendiendo una fenomenología específica, son de suma importancia para la realización de este trabajo.

El paradigma sociocultural es un programa teórico que relaciona el aprendizaje, el desarrollo psicológico, la educación y la cultura para entender y mejorar los procesos psicológicos y socioculturales en el aprendizaje. El paradigma sociocultural establece tres ideas pedagógicas fundamentales que se relacionan con la significación e interiorización de los conocimientos. (Lev Vygotsky, 1925-1934)

La primera idea afirma que el desarrollo humano es interdependiente del proceso de aprendizaje, esto significa que el ser humano requiere de este tipo de interacción para su desenvolvimiento intelectual.

La segunda idea se basa en el uso de herramientas como una amplificación de las capacidades de consciencia. Las herramientas, o también referida por Vygotsky como signos, ayudan a adquirir nuevas o mejores habilidades como lo son la memoria, la atención y la resolución de problemas.

La tercera idea indica que el aprendizaje formal precede al desarrollo intelectual. En este sentido, el aprendizaje dirigido como en el caso de la educación formal constituye la base para formar y profundizar en los procesos del intelecto.

Por esta razón se trabaja con preguntas de tipo realista relacionadas con las redes sociales y el emprendimiento digital relacionando gráficas estadísticas presentadas en el objeto virtual de aprendizaje, su programación permite la interacción del estudiante con el ambiente de aprendizaje propiciando una zona de desarrollo próximo y aprendizaje colaborativo con los demás estudiantes.

7.4 Población

Este trabajo se realizará en el colegio Gimnasio los farallones de valle de lili, fundado en el año de 1974, por Luís H. Pérez Páez, María Luisa de Pérez, Alfonso Ocampo Londoño, Hugo Lora Camacho y Janeth Samper de Sánchez, utilizando las antiguas edificaciones del Colegio Universitario del Sagrado Corazón, las cuales fueron adquiridas a la Comunidad del Sagrado Corazón. En un terreno aproximado de 30.000 mts y zona construida de 9.000 mts, con infraestructura deportiva para natación, baloncesto, fútbol y voleibol, se iniciaron labores en la Sección Primaria y 1º A 4º de la Sección Bachillerato. El Gimnasio los Farallones Valle del Lili tiene como misión formar estudiantes con valores éticos, morales y religiosos, autónomos y solidarios, con capacidad crítica, para transformar la sociedad, con hábitos de responsabilidad y destrezas para tomar adecuadas y oportunas decisiones; con aptitud de liderazgo y visión internacional para responder a las exigencias de la sociedad moderna.

7.5 Tipos de preguntas

De acuerdo con el objetivo general de este trabajo, se considera realizar un cuestionario de preguntas como el instrumento de recogida de la información para el posterior análisis de esta investigación. Los cuestionarios se consideran como las técnicas más utilizadas para la recolección de datos y consiste en un conjunto de preguntas respecto a una o varias variables a medir (Hernández et al., 2006). Según Meneses y Rodríguez (2011):

“el cuestionario es una herramienta que permite al científico social plantear un conjunto de preguntas para recoger información estructurada sobre una muestra de personas, utilizando el tratamiento... para describir la población a

la que pertenecen o contrastar estadísticamente algunas relaciones entre variables de su interés”. (p.9)

Existen dos tipos de preguntas; Abiertas y cerradas.

- Abiertas: Este tipo de preguntas no delimitan con anterioridad las alternativas de respuestas, por ello, el número de respuestas consideradas es grande. Este tipo de preguntas se consideran de gran utilidad cuando no se posee información alguna sobre las posibles respuestas de los casos o cuando esta información no es la suficiente.
- Cerradas: Este tipo de preguntas contienen en sí una delimitación de las categorías o alternativas de respuesta. Para formular estas preguntas, es fundamental que se anticipen todos los tipos de alternativas de respuesta a la situación.

El tipo de pregunta más adecuado para el desarrollo del trabajo son las preguntas abiertas. En ese orden de ideas, este tipo de interrogantes poseen algunas características particulares, las cuales Rojas (1981) describe:

- Deben ser claras y comprensibles para los participantes; por lo cual se debe evitar utilizar términos ambiguos o confusos.
- La redacción de las preguntas debe procurar no incomodar a los participantes.
- Las preguntas deben procurar referirse únicamente a un solo aspecto o relación lógica.
- En la redacción de las preguntas no se deben incluir las respuestas.
- En la redacción de las preguntas no deben estar implícitas ideas respaldadas socialmente, institucionalizadas o evidencia comprobada.

- El orden en que se organizan las preguntas puede afectar las respuestas de los participantes; por lo tanto, las preguntas en donde haya alternativas o categorías de respuestas deben estar organizadas de manera aleatoria.
- El lenguaje que se utilice en la redacción de las preguntas debe ser acorde al contexto y nivel formativo de los participantes.

En complemento a lo anterior, un cuestionario es el instrumento de recogida de la información más apropiada para esta investigación. A continuación, algunas de las razones por la cual tomar en consideración esta técnica se exponen de manera detallada.⁴

- Realizar un cuestionario permite estudiar el conocimiento del profesor que posee a través de su formación y experiencia profesional. En ese sentido, se reconocen por medio de esta técnica aspectos como: concepción de la naturaleza de las variables puestas en juego, los tipos de procedimientos asociados a la situación, las definiciones personales que posee cada profesor estudiado y las representaciones que utiliza para comunicar.
- En términos del conocimiento didáctico del contenido, esta técnica permite identificar y analizar el conocimiento que tiene del profesor sobre los estudiantes, debido a que permite indagar el conocimiento que posee el profesor sobre los errores, dificultades, falacias y sesgos presentes en las respuestas de los estudiantes, entre otros aspectos didácticos. Es importante mencionar que esta técnica utiliza preguntas que están elaboradas de tal

⁴ M. León (2020).UAZ. Conocimiento de las características de aprendizaje en probabilidad condicional que evidencian profesores de Bachillerato en Zacatecas.

manera que el profesor realice un “análisis didáctico” de cada una de las respuestas de los estudiantes hipotéticos.

7.6 Fases del desarrollo de la investigación

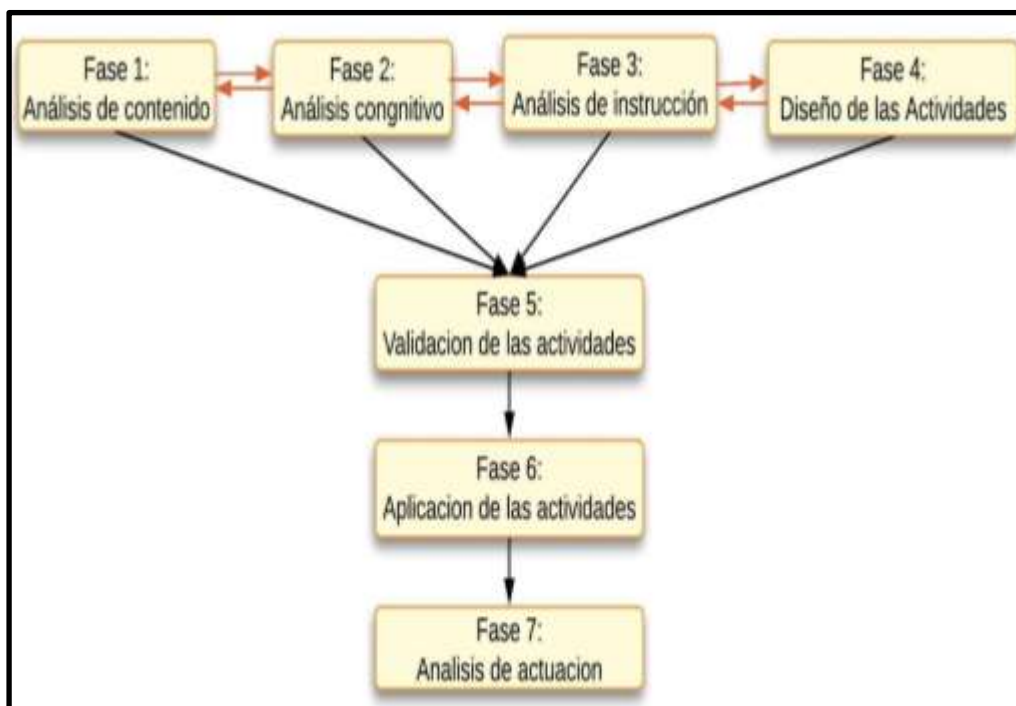


Figura 10. Fases del Desarrollo de la Investigación

A continuación, se describe brevemente cada una de las fases del desarrollo de la investigación previamente mostrada en la figura.

7.6.1 Fase 1: Análisis de contenido

En esta fase se buscará en los documentos curriculares como se trabaja las MTC para grado 9, los conocimientos previos que deben de tener los estudiantes, asimismo se planteará las diferentes representaciones, estructuras y modelos para abordar las MTC teniendo en cuenta las herramientas que provee la institución educativa y el contexto social al que está involucrado la población.

7.6.2 Fase 2: Análisis de Cognitivo

En esta fase se determinarán las actividades que se van a realizar en la puesta en práctica, los posibles errores que puedan tener los estudiantes y la manera en cómo resolverlos durante la implementación.

7.6.3 Fase 3: Análisis de instrucción

En esta fase se organizará la estructura en que se desarrollarán las tareas de las actividades propuestas y se indaga sobre materiales y/o recursos disponibles.

7.6.4 Fase 4: Diseño de las actividades

En esta fase se seleccionará las tareas que conforman las actividades según lo analizado en las 3 fases anteriores para determinar el diseño de actividades que se utilizará en la implementación.

7.6.5 Fase 5: Validación de las actividades

En esta fase el diseño de actividades propuesto en la fase 4 será analizado por expertos y se realizará una prueba piloto con 2 estudiantes, para finalmente de acuerdo con lo recomendado por los expertos y a los comentarios de los estudiantes realizar los últimos ajustes antes de la puesta en práctica.

7.6.6 Fase 6: Aplicación de las actividades

En esta fase se realizará la implementación del diseño de actividades y se recolectarán las respuestas de los estudiantes.

7.6.7 Fase 7: Análisis de actuación

En esta fase se efectuará el análisis de las actuaciones de los estudiantes durante la implementación del diseño de actividades, igualmente se analizará las respuestas y si fue pertinente la construcción del diseño de actividades para la enseñanza-aprendizaje de las MTC.

8. Análisis

En este capítulo abordaremos cada una de las fases establecidas anteriormente, describiendo y analizando lo que encontramos en cada una de ellas.

8.1 Análisis de contenido

Para esta fase del análisis identificamos en los derechos básicos de aprendizaje (DBA), en los estándares básicos de competencias en matemáticas y en los lineamientos curriculares los ítems relacionados con las MTC hasta grado 9, de acuerdo con lo establecido por los documentos curriculares, esto es lo que se deben tener presente con respecto a las Medidas de tendencia central en la educación básica y media.

Tabla 2. MTC en el Currículo Colombiano

Lineamientos curriculares
Para el desarrollo de los conocimientos básicos trabajaremos el pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Los procesos que desarrollaremos en este trabajo son: • Resolución y planteamientos de problemas • Comunicación • Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos El contexto se encuentra ubicado en situaciones problema de la vida diaria del estudiante.
Estándares básicos de competencias en matemáticas
De grado 4 a 5 En el pensamiento aleatorio y sistemas de datos • Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican. De grado 6 a 7 En el pensamiento aleatorio y sistemas de datos • Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos. De grado 8 a 9 En el pensamiento aleatorio y sistemas de datos

- Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.

Derechos básicos de aprendizaje (DBA)

Grado 3

10. Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

Evidencias de aprendizaje

- Identifica la moda a partir de datos que se presentan en gráficos y tablas.

Grado 4.

10. Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

Evidencias de aprendizaje

- Encuentra e interpreta la moda y el rango del conjunto de datos y describe el comportamiento de los datos para responder las preguntas planteadas.

Grado 5

11. Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.

Evidencias de aprendizaje

- Interpreta y encuentra la media y la mediana en un conjunto de datos usando estrategias gráficas y numéricas.
- Explica la información que brinda cada medida en relación con el conjunto de datos.
- Selecciona una de las medidas como la más representativa del comportamiento del conjunto de datos estudiado.

Grado 6.

11. Compara características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población para lo cual seleccionan muestras, utiliza

representaciones gráficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango.

Evidencias de aprendizaje

- Interpreta la información que se presenta en los gráficos usando las medidas de tendencia central y el rango.
- Compara las características de dos o más poblaciones o de dos o más grupos, haciendo uso conjunto de las respectivas medidas de tendencia central y el rango.
- Describe el comportamiento de las características de dos o más poblaciones o de dos o más grupos de una población, a partir de las respectivas medidas de tendencia central y el rango.

Grado 7.

8. Plantea preguntas para realizar estudios estadísticos en los que representa información mediante histogramas, polígonos de frecuencia, gráficos de línea entre otros; identifica variaciones, relaciones o tendencias para dar respuesta a las preguntas planteadas.

Evidencias de aprendizaje

- Encuentra e interpreta las medidas de tendencia central y el rango en datos agrupados, empleando herramientas tecnológicas cuando sea posible.

Grado 8.

11. Interpreta información presentada en tablas de frecuencia y gráficos cuyos datos están agrupados en intervalos y decide cuál es la medida de tendencia central que mejor representa el comportamiento de dicho conjunto.

Evidencias de aprendizaje

- Usa estrategias gráficas o numéricas para encontrar las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados.
- Describe el comportamiento de los datos empleando las medidas de tendencia central y el rango.
- Reconoce cómo varían las medidas de tendencia central y el rango cuando varían los datos.

Grado 9.

10. Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.

Evidencias de aprendizaje

- Compara las distribuciones de los conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central, las de variación y las de localización.

Observamos la coherencia vertical propuesta en el currículo nacional, puesto que, el estudiante desde grados inferiores, ha tenido acercamientos con la estadística que le permiten, a partir de su experiencia, contar con los conocimientos previos necesarios para el desarrollo de este pensamiento. Por otro lado, en la coherencia horizontal se evidencia una transversalidad entre los diferentes tipos de pensamientos que se deben tener en cuenta pues al desarrollar el pensamiento aleatorio, también es necesario desarrollar otros tipos de pensamiento matemático como lo son: el desarrollo del pensamiento numérico y geométrico, ya que estos son necesarios para realizar procedimientos de cálculo, para la construcción de representaciones en tablas, diagramas de (barra circular, líneas).

Haciendo un análisis del currículo colombiano vemos que los estudiantes desde edades tempranas cumplen con ciertas competencias, pues, desde grado 4 a 5 el estudiante usa e interpreta la media (o promedio) y la mediana, además de comparar lo que indica cada una de estas MTC, satisfaciendo tal cual, los procesos que indican los lineamientos curriculares en el cual elaborar, comparar y ejercitar procedimientos en problemas de contextos que se encuentran en la vida cotidiana atendiendo así, una estadística temprana en los estudiantes que permite el desarrollo de razonamiento cognitivo. Por otro lado los estudiantes entre grado 8 y 9 interpretan información presentada en tablas de frecuencia y gráficos cuyos datos están agrupados además de proponer diseños estadísticos adecuados para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación

y de localización, haciendo mención a la construcción e interpretación de gráficos estadísticos es también parte importante de la cultura estadística que Gal (2002, pg. 2) define como la unión de dos competencias relacionadas:

a) Interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante (Gal, 2002, pp. 2-3).

Este trabajo de investigación, busca atender todas esas necesidades intelectuales que tienen que ver con las necesidades de entendimiento en educación, comunicación y cultural. Aportando a la cultura estadística que un ciudadano bien informado ha de tener para enfrentarse críticamente a la sociedad de la información tal como lo menciona (Batanero 2004).

“La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos. Desarrollar una cultura estadística que es útil para la vida posterior ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema,”(Batanero 2004, pp 28).

Por lo tanto, para determinar el desarrollo de las actividades y teniendo en cuenta que vamos a trabajar desde un contexto de la vida diaria, hemos decidido que

las actividades se sitúan en un macrocontexto del emprendimiento digital y el micro contexto de las redes sociales aportando a ese desarrollo de la cultura estadística. Consideramos que este contexto va a generar un impacto significativo y positivo en los estudiantes. Debido a que es un contexto actual, real, asincrónico, atemporal y que promueve una relación de datos fácilmente manipulable según el lugar donde se quiera implementar. Se pretende que con estos contextos se puedan brindar a los estudiantes experiencias ante situaciones reales que hagan uso de las matemáticas y de esta misma manera propiciar el aprendizaje de las MTC. Tal como lo plantea Gattuso y Mary (1998) el cual *“sugieren que el contexto y forma de representación influye en la dificultad de los problemas de promedio”*.

8.2 Análisis de cognitivo

Para el desarrollo de este trabajo presentaremos diferentes tipos de representaciones semióticas que promuevan un mayor conocimiento de las MTC, entre ellas tenemos el uso de tablas de datos, diagramas de barras y diagramas circulares, tal como lo propone Duval en su libro *Semiosis y pensamiento humano* donde hace énfasis en la coordinación de diferentes registros de representación de un mismo objeto matemático para su comprensión (Duval, 2019).

También, considerando los posibles errores que presentan los estudiantes a la hora de encontrar las medida de tendencia central, ya que algunas veces, el estudiante no reflexiona, ni es crítico sobre ese conocimiento estadístico, y solo se encarga de realizar procedimientos algoritmos, por ende se le dificulta argumentar los resultados obtenidos. Como lo indica CAI (1995):

“Mientras la mayoría de alumnos de doce a trece años son

capaces de aplicar adecuadamente al algoritmo para calcular la media, solo algunos saben determinar un valor desconocido en un conjunto pequeño de datos para obtener un valor medio dado". (CAI 1995, pp 149)

Algunos autores mencionan que nos encontramos con la paradoja de pedir a los profesores que impartan un nuevo contenido, para el que no todos han tenido una formación didáctica específica.

“Por otro lado, el número de investigaciones sobre la enseñanza de la estadística es aún escaso, y sólo estamos comenzando a conocer las principales dificultades de los alumnos en los conceptos más importantes. Sería también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística” (Batanero 2000, p 7).

Es por ello que los estudiantes presentan errores, debido a que algunos docentes omiten en su enseñanza contextos o se enseña de una manera generalizada, lo que no permite que el estudiante se apropie de esos conocimientos estadísticos que son de vital importancia para sus estudios posteriores.

Como lo hemos mencionado anteriormente, existen diferentes dificultades, obstáculos y errores relacionados a las MTC, en este trabajo de investigación queremos evidenciar que tipo de obstáculo y/o error se sigue presentando en los estudiantes, cuál medida de tendencia central es la que tiene mayor y menor significado para los estudiantes, asimismo, cómo el estudiante utiliza las MTC según situaciones problema. Por lo tanto, las orientaciones curriculares y cognitivas

expuestas con anterioridad en el análisis de contenido nos permiten establecer algunos aspectos que están inmersos en el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos (actividades de recolección de datos, diferente representación en tablas, diagramas de barras, etc), además de establecer sugerencias sobre los procesos y conceptos que se deben tener en cuenta en el desarrollo de las MTC entre ellas el concepto de promedio, frecuencia, etc. Teniendo en cuenta lo anterior, nos permitimos elaborar el un mapa conceptual que explica la trayectoria de aprendizaje de las MTC desde un punto de vista cognitivo.

En concreto, el análisis bibliográfico permitió identificar temas y subtemas asociados a las medidas de tendencia central. A partir de ello, se realizó un esquema que consideraba representaciones y definiciones las cuales se tienen en cuenta para la elaboración del Objeto virtual de aprendizaje atendiendo a características, conceptos y representaciones de las medidas de tendencia central como se muestran en el siguiente gráfico.

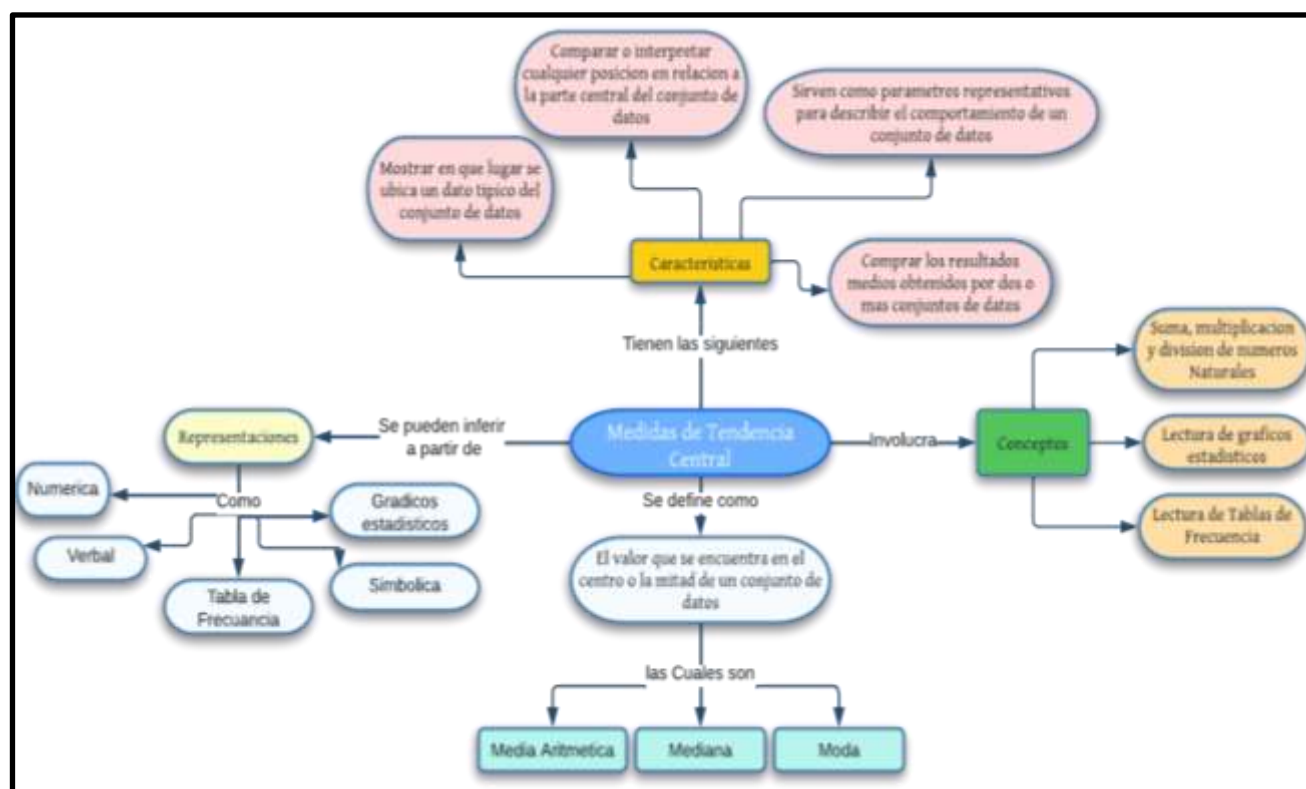


Figura 11. Mapa explicativo de las Medidas de Tendencia Central (Orientado por Farigua, 2016)

8.3 Análisis de instrucción

Para esta fase de instrucción hemos organizado la estructura de las actividades de la siguiente manera:

Grado: Noveno

Tabla 3. Distribución de actividades por tema

Tema: Medidas de tendencia central		
Medida de tendencia central	Contenidos	Actividades
Media Aritmética	Calcula e interpreta la media aritmética de un conjunto de datos de manera gráfica y numérica para generar argumentos crítico-reflexivos.	3 y 7
	Utiliza algunas propiedades de la media aritmética por medio de un contexto de la vida diaria.	
Media Ponderada	Calcula analiza e interpreta la media ponderada de un conjunto de datos de manera gráfica y numérica para generar argumentos crítico-reflexivos.	1 y 8

Mediana	Calcula analiza e interpreta la mediana de un conjunto de datos de manera gráfica y numérica para generar argumentos crítico-reflexivos.	5 y 6
	Utiliza algunas propiedades de la mediana por medio de un contexto de la vida diaria.	
Moda	Calcula analiza e interpreta la moda de un conjunto de datos de manera gráfica y numérica para generar argumentos crítico-reflexivos.	2 y 4
	Utiliza algunas propiedades de la moda por medio de un contexto de la vida diaria.	

Pretendemos que el desarrollo de las actividades se hagan a partir de un juego, haciendo uso del término denominado Gamificación el cual propone *“potenciar procesos de aprendizaje basados en el empleo del juego, en este caso de los videojuegos para el desarrollo de procesos de enseñanza-aprendizaje efectivos, los cuales faciliten la cohesión, integración, la motivación por el contenido, potenciar la creatividad de los individuos”* (Marín, 2015).

Para nadie es un secreto que la tecnología está teniendo un grán auge. Tanto así, que hoy en día un gran porcentaje de la población mundial está vinculado al uso de las redes sociales y emprendimientos digitales. De esta manera queremos poner en juego esta relación de los negocios con la tecnología, específicamente en redes sociales, para que los estudiantes le den sentido al uso tan importante que es el de las MTC, reconociendo que actualmente se ve mucho emprendedor independiente en redes sociales que no necesariamente tiene una empresa física legalmente constituida e incentivando posiblemente a los mismos estudiantes a ser emprendedores independientes.

Diferentes estudios del márketing han identificado la gran influencia que las redes sociales ejercen sobre el consumidor, impulsando así el crecimiento de las pequeñas empresas, teniendo más cobertura y llegando así a más personas, destacando de esta manera el trabajo de Gruen et al (2006), citado en Rambocas & Gama (2013).

Para los recursos tecnológicos hemos indagado diferentes motores de videojuegos para la realización del diseño de las actividades, entre ellas: Unity, Scratch, Unreal Engine y Cryengine, Partiendo del hecho de que las Tecnologías buscan que la enseñanza genere cambios y pueda rediseñar la metodología o modelo pedagógico utilizado en el aula de clase y que este tipo de herramientas propician un aprendizaje autónomo, suministrando competencias necesarias para el desarrollo personal y profesional de acuerdo con las exigencias presentadas por la sociedad que evoluciona tecnológicamente cada día (Quintero & Jerez, 2019). Proponemos la enseñanza e importancia de la programación en educación matemática para el diseño de objetos virtuales de aprendizaje.

Analizando los estudios realizados por (Briz, A, Serrano 2017). Se denota que la programación a cierto nivel constituye una actividad de pensamiento matemático. (Saeli et al., 2011).

Nuestro OVA, busca promover el desarrollo del pensamiento aleatorio, a través de la creación y programación en un software, así como Howe et al. (1982) argumentan que la razón principal de enseñar matemáticas mediante la programación se debe a que el estudiante necesita replantearse los conceptos matemáticos para poder traducirlos a un lenguaje y contexto, que favorezcan la adquisición de estrategias en la resolución de problemas. Además, el conocimiento ganado en programación puede

también ser utilizado para discutir conceptos y problemas clásicos de matemáticas (Feurzeig et al., 2011).

Akpinar y Aslan (2015) aplicaron el lenguaje Scratch para la creación de un entorno de aprendizaje que permitiese el estudio de la probabilidad. Pese a que Scratch no dispone de elementos específicos para el tratamiento de cuestiones probabilísticas, la puesta en práctica de situaciones experimentales y simuladas pudo ayudar a mejorar la destreza de los alumnos hacia esta rama de las matemáticas.

Otro de los muchos trabajos recientes acerca del lenguaje Scratch en educación es el estudio de Foerster et al. (2016) aplicado a estudiantes, también de unos 11 años, con la idea de que aprendieran sobre congruencias de polígonos y construcción de teselaciones, lo cual permitió demostrar, meses después, los posibles efectos positivos a largo plazo que puede producir una metodología de estas características

Decidimos trabajar con el programa de Scratch, debido a que es un software libre, con acceso de manera online, donde se puede dirigir el juego de manera que no promueva la distracción en los estudiantes además del fácil manejo. Scratch es un motor de videojuegos permite el desarrollo de habilidades mentales mediante el aprendizaje de la programación sin tener conocimientos profundos sobre el código. Sus características ligadas al fácil entendimiento del pensamiento computacional han hecho que sea muy difundido en la educación de niños, adolescentes y adultos.

Scratching quiere decir reutilizar código, el cual puede ser usado de forma beneficiosa y efectiva para otros propósitos y fácilmente combinado, compartido y

adaptado a nuevos escenarios, lo cual es una característica clave de Scratch. De esta forma, cualquier usuario puede descargarse y trabajar sobre proyectos públicos subidos y desarrollados por otros usuarios. También se reconoce a los participantes que construyeron y crearon el programa original. El nombre es un derivado de la técnica de turntablism, scratching, es decir, mezclar sonidos, relacionando de este modo la facilidad de mezclar sonidos con la facilidad de mezclar proyectos creados con Scratch.

El uso de Scratch sirvió de modelo para centros post - educacionales demostrando cómo los entornos de aprendizaje pueden apoyar el desarrollo de la tecnología, permitiendo a los jóvenes diseñar y programar proyectos que son importantes para ellos y sus comunidades.

8.4 Diseño de las actividades

Siguiendo la estructura establecida en el diseño de instrucción, se ha construido un juego donde el estudiante entrará en el mundo de los negocios digitales, donde expandirá el reconocimiento de su empresa por medio de situaciones propias de las redes sociales: Facebook, Instagram y Tiktok, cabe destacar que el estudiante tiene la posibilidad de escoger con qué personaje abordar el juego y asignarle un nombre al personaje escogido. Consideramos que este tipo de contextos pueden contribuir a la educación matemática realista (EMR) donde se promueve el proceso de enseñanza y aprendizaje por medio de situaciones realistas, que los fenómenos que son propios de las redes sociales y el emprendimiento digital pueden generar el aprendizaje de las MTC (Freudenthal, 1973).

El diseño está dividido en 3 niveles de juego. El primer nivel es el mundo de Facebook, donde se presentan 2 situaciones, el segundo nivel es el mundo de

Instagram donde se presentan 3 situaciones y finalmente el tercer nivel es el mundo de Tiktok donde se presentan 3 situaciones. En cada una de las situaciones planteadas en el mini-juego, se ha determinado algunas preguntas de control previas al desarrollo del concepto de las MTC, esto con el fin de reconocer que el estudiante esté entendiendo las diferentes representaciones gráficas que se presentan en las situaciones. De igual manera en la esquina superior derecha, está ubicado un contador de puntos que aumenta cada vez que los estudiantes responden a una pregunta correctamente.

Para el diseño de las actividades hemos realizado previamente un análisis a cada una de las actividades donde establecemos: a) propósito de la actividad b) intencionalidad didáctica c) intencionalidad matemática d) posibles respuestas. (ver anexo A)

En la tabla N°4 se muestra la manera en que fue distribuido el diseño de las actividades según la MTC a desarrollar en el OVA.

Tabla 4. Distribución Niveles del OVA

Nivel 1. Mundo de Facebook	
Situación 1	Media ponderada
Situación 2	Moda
Nivel 2. Mundo de Instagram	
Situación 1	Media aritmética
Situación 2	Moda
Situación 3	Mediana
Nivel 3. Mundo de Tiktok	
Situación 1	Mediana

Situación 2	Media aritmética
Situación 3	Media ponderada

8.4.1 Estructura del diseño de las actividades

Introducción
En esta parte se presenta el personaje Crash y se orienta sobre lo que se pretende hacer en el juego.
 Figura 12. Presentación del OVA

Selección de personaje
En esta parte se escoge un personaje para el desarrollo de todo el juego.



Figura 13. Selección de personaje por género

Asignación de nombre al personaje

En esta parte se selecciona el nombre para el personaje que queda vinculado para el resto del juego y posteriormente se guía a que mueva el personaje con la flecha derecha hasta el botón “inicia el nivel 1”



Figura 14. Asignación del nombre

Nivel 1. Mundo de Facebook

En esta parte se muestra un escenario de facebook y se guía para que mueva con la



flecha derecha hasta el boton “Situación 1”

Figura 15. Nivel 1 Facebook



Figura 16. Nivel 1 Facebook lobby.

Situación 1.

En la situación 1 se muestra un diagrama de barras y una tabla de datos con el fin de que el estudiante de manera interactiva responda una serie de preguntas de control, si responde bien se le retroalimenta al estudiante con una respuesta positiva y si se equivoca se le retroalimenta con una respuesta la cual lo encamina a que observe

detenidamente ya sea el diagrama de barras o la tabla de datos y posteriormente responder la pregunta sobre las MTC la cual como es una pregunta abierta no tiene una retroalimentación.

Figura 17. Nivel 1 Facebook situación 1.



Situación 2.

En la situación 2 se muestra un diagrama de barras, con el fin de que el estudiante de manera interactiva responda una serie de preguntas de control, si responde bien se le retroalimenta al estudiante con una respuesta positiva y si se equivoca se le retroalimenta con una respuesta la cual lo encamina a que observe detenidamente el diagrama de barras y posteriormente responder la pregunta sobre las MTC la cual como es una pregunta abierta no tiene una retroalimentación.



Figura 18. Nivel 1 Facebook situación 2.

Nivel 2. Mundo de Instagram

En esta parte se muestra un escenario de Instagram y se guía para que se mueva con la flecha derecha hasta el botón “Situación 1”.

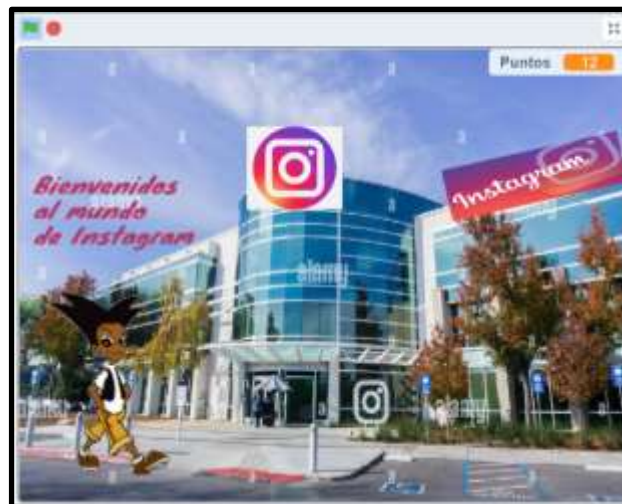


Figura 19. Nivel 2 Instagram.



Figura 20. Nivel 2 Instagram lobby.

Situación 1

En la situación 1 se muestra una tabla de datos con el fin de que el estudiante de manera interactiva responda una serie de preguntas de control, si responde bien se le retroalimenta al estudiante con una respuesta positiva y si se equivoca se le retroalimenta con una respuesta la cual lo encamina a que observe detenidamente la tabla de datos y posteriormente responder la pregunta sobre las MTC la cual como es una pregunta abierta no tiene una retroalimentación.



Figura 21. Nivel 2 Instagram situación 1.

Situación 2

En la situación 2 se muestra un diagrama de barras y una tabla de datos con el fin de que el estudiante de manera interactiva responda una serie de preguntas de control, si responde bien se le retroalimenta al estudiante con una respuesta positiva y si se

equivoca se le retroalimenta con una respuesta la cual lo encamina a que observe detenidamente ya sea el diagrama de barras o la tabla de datos y posteriormente responder la pregunta sobre las MTC la cual como es una pregunta abierta no tiene una retroalimentación.



Figura 22. Nivel 2 Instagram situación 2.

Situación 3

En la situación 3 se muestra un diagrama de barras y una tabla de datos con el fin de que el estudiante de manera interactiva responda una serie de preguntas de control, si responde bien se le retroalimenta al estudiante con una respuesta positiva y si se equivoca se le retroalimenta con una respuesta la cual lo encamina a que observe detenidamente ya sea el diagrama de barras o la tabla de datos y posteriormente responder la pregunta sobre las MTC la cual como es una pregunta abierta no tiene una retroalimentación.



Figura 23. Nivel 2 Instagram Situación 3.

Nivel 3. Mundo de Tiktok

En esta parte se muestra un escenario de Tiktok y se guía para que mueva con la flecha derecha hasta el boton “Situación 1”



Figura 24. Nivel 3 Tik Tok.

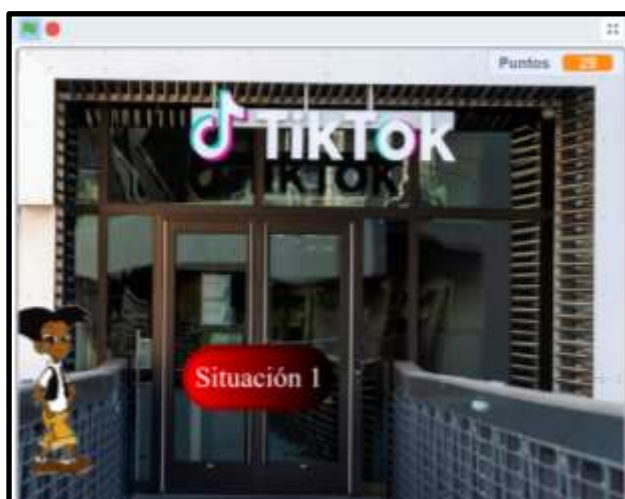


Figura 25. Nivel 3 Tik Tok Lobby.

Situación 1

En la situación 1 se muestra un diagrama de barras, con el fin de que el estudiante de manera interactiva responda una serie de preguntas de control, si responde bien se le retroalimenta al estudiante con una respuesta positiva y si se equivoca se le retroalimenta con una respuesta la cual lo encamina a que observe detenidamente el diagrama de barras y posteriormente responder la pregunta sobre las MTC la cual como es una pregunta abierta no tiene una retroalimentación.



Figura 26. Nivel 3 Tik Tok Situación 1.

Situación 2

En la situación 2 se muestra una tabla de datos con el fin de que el estudiante de manera interactiva responda una serie de preguntas de control, si responde bien se le retroalimenta al estudiante con una respuesta positiva y si se equivoca se le retroalimenta con una respuesta la cual lo encamina a que observe detenidamente la tabla de datos y posteriormente responder la pregunta sobre las MTC la cual como es una pregunta abierta no tiene una retroalimentación.



Figura 27. Nivel 3 Tik Tok Situación 2.

Situación 3

En la situación 3 se muestra un diagrama de barras y una tabla de datos con el fin de que el estudiante de manera interactiva responda una serie de preguntas de control, si responde bien se le retroalimenta al estudiante con una respuesta positiva y si se equivoca se le retroalimenta con una respuesta la cual lo encamina a que observe detenidamente ya sea el diagrama de barras o la tabla de datos y posteriormente responder la pregunta sobre las MTC la cual como es una pregunta abierta no tiene una retroalimentación.



Figura 28. Nivel 3 Tik Tok Situación 3.

8.5 Validación de las actividades

Para la validación de las actividades se implementó el diseño a dos estudiantes de grado noveno de 14 y 15 años respectivamente, en donde realizaron la secuencia en un tiempo aproximado de 45 minutos.

Con relación al desarrollo de la implementación se percibió un gran nivel de motivación y de competitividad, además del interés por seguir utilizando el recurso.

Después de finalizada la implementación los estudiantes sugirieron que se dejara más tiempo para leer las preguntas, debido a que en algunas preguntas no alcanzaron a leer toda la información y también que en algunas situaciones el texto que dice el personaje tapaba el diagrama de barras o la tabla de datos y por eso no

podían avanzar en las actividades. De esta manera con las sugerencias mencionadas por los estudiantes se cambió el tiempo por pregunta de 10 segundos a 25 segundos y se decidió que las gráficas de cada situación se desplazaran a la esquina superior derecha.

Adicionalmente notamos que en el desarrollo de las actividades no teníamos una manera clara de registrar los procesos que estaban realizando los estudiantes para resolver las preguntas, para ello elaboramos un formato que nos permite identificar qué procesos está realizando en cada pregunta. (*Ver anexo B*)



Figura 29. Prueba piloto del OVA

8.6 Aplicación de las actividades

La aplicación de las actividades se realizó a 20 estudiantes de grado 9° en el colegio Gimnasio los farallones de valle de lili, en la ciudad de Cali, en una sesión de clase con una duración aproximada de 45 minutos. Para el desarrollo de la clase, los estudiantes se desplazaron hasta la sala de sistemas, donde previamente cada computador ya tenía la ventana del juego, cabe aclarar que la actividad se desarrolló de manera online por medio de la página de scratch. Posteriormente se dieron las orientaciones del juego y del uso del formulario escrito del juego.



Figura 30. Implementación del OVA en estudiantes de 9°

8.7 Análisis de actuación

Para desarrollar el análisis de actuación hemos decidido abordarlo conceptualmente con cada una de las Medidas de Tendencia Central.

8.7.1 Media aritmética

Para analizar esta MTC nos enfocaremos en la situación 1 del nivel 2 y en la situación 2 del nivel 3, donde se pretende que se desarrolle la media aritmética.

Evidenciamos que aún algunos estudiantes presentan dificultades a la hora de resolver este tipo de problemas, se identifican 4 estudiantes que tienen un error similar, el cual consiste en que ellos presuponen que solo con sumar la cantidad total de datos hallaran el promedio. Este tipo de errores Rico (1995 citado en Grijalba,

2021) los denominan “Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos”.

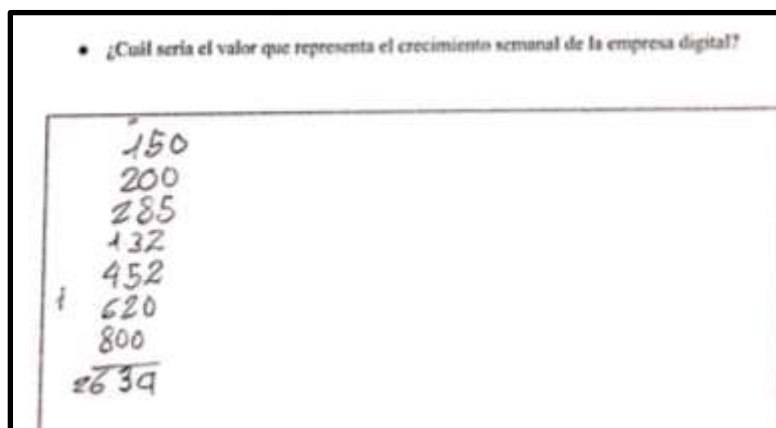


Figura 31. Respuesta incorrecta en la media aritmética

Además uno de estos 4 estudiantes también incurrió en un “*error sorprendente*” debido a que en el momento de realizar la suma cometió un error.
(Rico, 1995 citado en Grijalba, 2021)

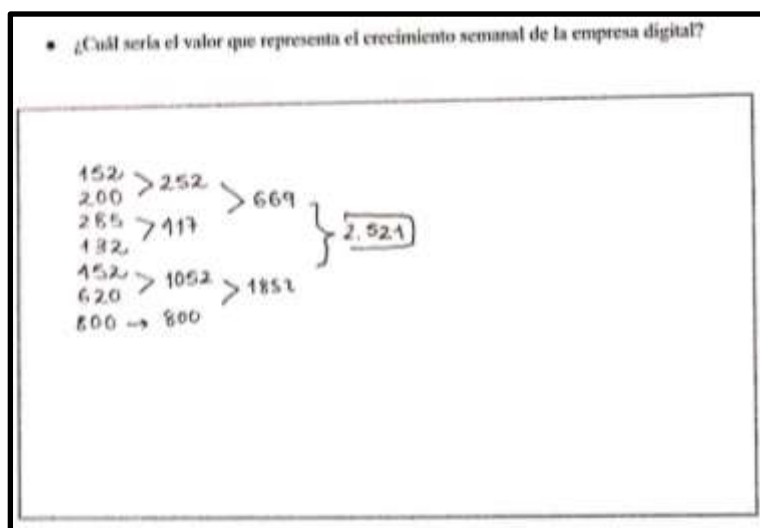


Figura 32. Respuesta incorrecta en la suma de los datos

Por otra parte se observa que los estudiantes no reconocen algunas propiedades de la media aritmética, debido a que en la situación 2 del nivel 3 no realizan un procedimiento adecuado. Esta respuesta es una de las que ya teníamos previstas y que supone que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de sumar todos los números de ventas del día, para el estudiante el resultado de la suma es 21 (incurriendo

en un “*error sorprendente*”), por eso propone la siguientes expresión algebraica $21 + x$, pero no es claro porque el resultado le da 8 y luego 5. (Rico, 1995 citado en Grijalba, 2021)

• Si el promedio de ventas para el día martes fue de 5. ¿Cuántas decoraciones se vendieron en el horario de 4 a 6?

$$\frac{21 + x}{4} = 5$$

Figura 33. No reconocen propiedades de la media aritmética

Por otro lado, gran parte de los estudiantes realizó el proceso correcto para hallar la media aritmética, como lo vemos en la figura 33.

• ¿Cuál sería el valor que representa el crecimiento semanal de la empresa digital?

150	+	$2.639 \div 7 = \boxed{377}$
200		
280		
132		
452		
620		
800		
2.639		

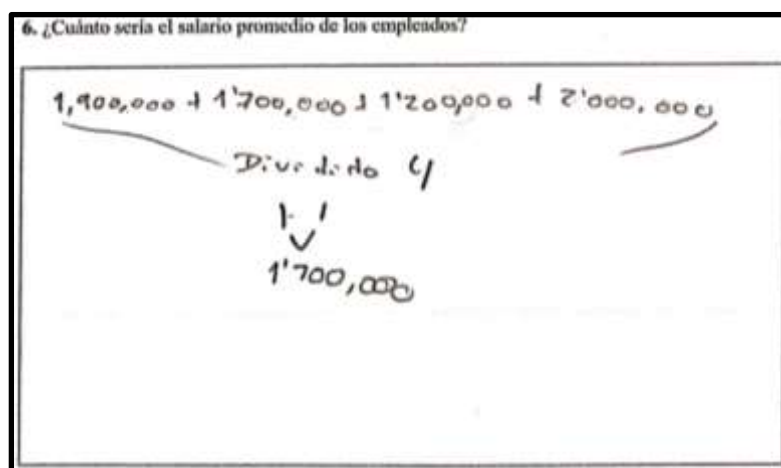
Figura 34. Respuesta correcta en la media aritmética

Finalmente resaltar que el 60% de los estudiantes respondió de manera correcta ante este tipo de situaciones, realizando un procedimiento satisfactorio, identificando en qué situaciones es conveniente utilizar la media aritmética para representar un conjunto de datos.

8.7.2 Media Ponderada

Para analizar esta MTC nos enfocaremos en la situación 1 del nivel 1 y en la situación 3 del nivel 3, donde se pretende que se desarrolle la media ponderada.

Se evidencia que para algunos estudiantes no es fácil identificar la relación entre los datos para calcular la media ponderada. (Godino *et al* 2014). Debido a eso la manera de resolver estas situaciones es empleando la media aritmética. Lo evidenciamos en 2 estudiantes que realizan el siguiente procedimiento:



6. ¿Cuánto sería el salario promedio de los empleados?

$$1,900,000 + 1,700,000 + 1,200,000 + 2,000,000$$

Divido 4

$$\begin{array}{r} 1\ 700,000 \\ \hline 1,900,000 + 1,700,000 + 1,200,000 + 2,000,000 \end{array}$$

Figura 35. Utilizan la media aritmética en vez de la media ponderada

Este tipo de respuesta la habíamos planteado en las posibles respuestas y surge de que el estudiante suma cada uno de los salarios de los empleados y posteriormente lo dividió entre 4, es decir por la cantidad de profesiones, utilizando la media aritmética para resolver esta situación, ignorando la cantidad de empleados que tiene por profesión.

Aún así, se reconoce que varios estudiantes respondieron acertadamente a la pregunta, realizando un procedimiento correcto para hallar la media ponderada, como se muestra a continuación la figura 35.

6. ¿Cuánto sería el salario promedio de los empleados?

$$\begin{array}{r}
 1200000 \times 6 = 7200000 \\
 2000000 \times 2 = 4000000 \\
 1900000 \\
 1700000 \\
 7200000 \\
 + 4000000 \\
 \hline
 14800000
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 14800000 \div 10 \\
 \hline
 1480000
 \end{array}$$

Figura 36. Respuesta correcta en la media ponderada

Por último, presentar que el 47% de los estudiantes realizaron los procedimientos adecuados para este tipo de MTC, evidenciando que siguen habiendo dificultades al momento de diferenciar en qué situación es pertinente hacer uso de la media ponderada.

8.7.3 Mediana

Para analizar esta MTC nos enfocaremos en la situación 3 del nivel 2 y en la situación 1 del nivel 3, donde se pretende que se desarrolle la mediana.

Para este concepto encontramos que aún persisten varias dificultades, que analizaremos a continuación.

En este caso el estudiante emplea el uso de la media aritmética en vez de la mediana, esta es un tipo de respuestas que ya teníamos previstas en las posibles respuestas.

• ¿A partir de qué minuto se obtendrán los premios?

$$25$$

Figura 37. Utiliza la media aritmética en vez de la mediana

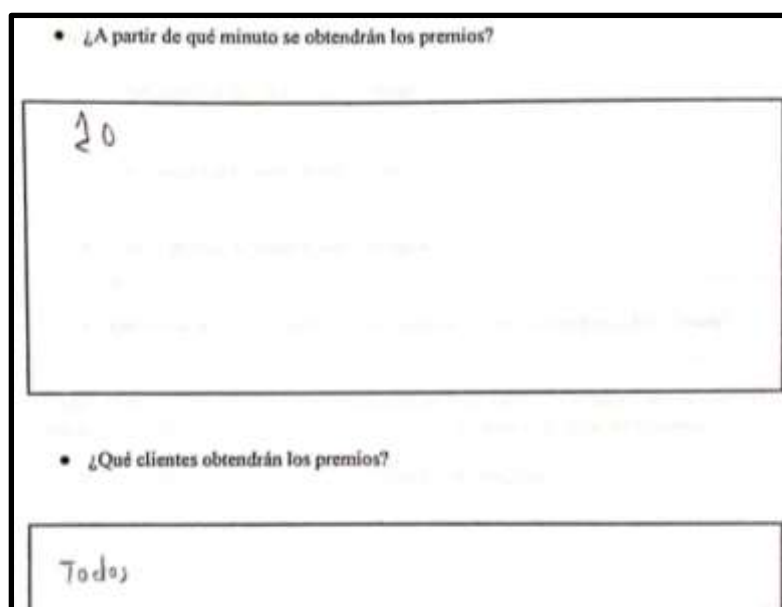
Al obtener esta respuesta como el estudiante no es claro con el procedimiento que realizó, suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de escoger el tiempo de permanencia en la página de los clientes, sumarlos

$$11 + 14 + 18 + 19 + 24 + 36 + 38 + 45 = 205$$

Luego procede a dividirlo entre la cantidad de clientes en este caso 8, aquí el estudiante confunde los conceptos de media aritmética con mediana y halla el promedio de los datos tal como lo describen Cubides y Rosada (2011).

Además el estudiante tenía que argumentar en otra casilla los clientes que ganaban los premios, sin embargo, dejó esta casilla en blanco lo cual hace referencia a que el estudiante no pudo relacionar la cantidad de minutos con el cliente, este tipo de errores que se refieren al uso de representaciones gráficas y tablas de frecuencias Curcio (1989 citado en Godino et al, 2014) lo llamo “*Leer dentro de los datos*” y surge de no interpretar e integrar correctamente los datos de un gráfico.

Para esta otra respuesta el estudiante identifica la mediana de forma incorrecta, pero si argumenta cuáles serían los clientes ganadores.



• ¿A partir de qué minuto se obtendrán los premios?

20

• ¿Qué clientes obtendrán los premios?

Todos

Figura 38. Halla la mediana de manera incorrecta

En este caso reconocemos que el estudiante al hallar la mediana incurre en un “*error sorprendente*” tal como lo plantea Rico (1995 citado en Grijalba, 2021) ya que no es claro que razonamiento utilizó el estudiante para obtener ese resultado, pero cuando responde que clientes ganaron los premios, según su resultado lo hace de manera correcta, es decir, que este estudiante al contrario del anterior si está realizando el proceso de “*Leer dentro de los datos*” como lo explica Curcio (1989 citado en Godino et al, 2014).

En esta respuesta el estudiante realiza el proceso correcto pero no relaciona el valor encontrado con la temática ganadora

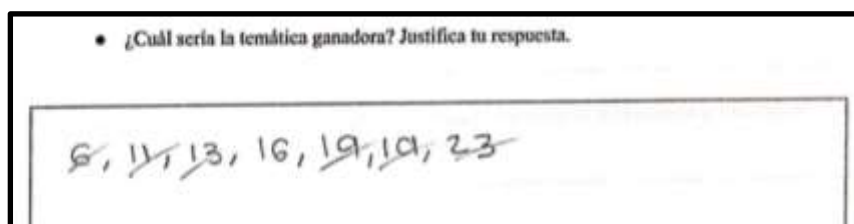


Figura 39. Halla la mediana sin relacionarla con el contexto

Reconocemos que el estudiante realiza el proceso correcto, primero al interpretar los datos numéricos de cada temática, segundo al organizarlo de menor a mayor y posteriormente al escoger el valor que divide los datos en partes iguales. Pero se queda en el valor numérico y no interpreta a qué temática corresponde ese valor numérico que encontró. Podríamos intuir que el estudiante incurrió como lo dice Rico (1995 citado en Grijalba, 2021) “*errores que ignoran el significado*” puesto que, no le da significado al resultado y por eso no lo relaciona con la temática, también podríamos pensar que tuvo dificultades a la hora de “*Leer dentro de los datos*” y por eso no relaciono su resultado con la temática correcta (Curcio, 1989 citado en Godino et al, 2014). Cabe decir que solo 1 estudiante respondió de esta manera.

Para la siguiente respuesta los estudiantes utilizan la moda en vez de la mediana y se evidencia al escribir “es de las más populares” haciendo referencia a la moda.

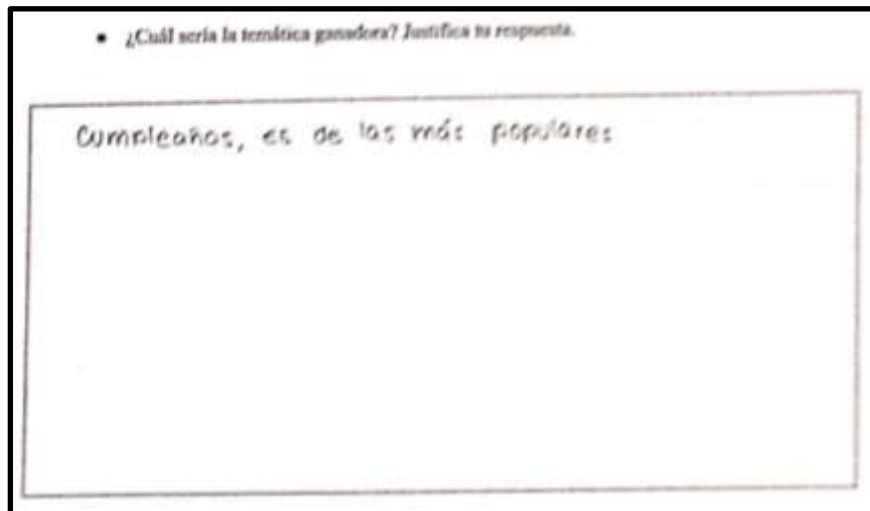


Figura 40. Empleo de la moda en vez de la mediana

Esta respuesta es una de las que estaba prevista en las posibles respuestas a esta situación y se debe a que el estudiante utiliza la moda en vez de la mediana tal como lo explica Cubides y Rosada (2011). Al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue ver que la gráfica de cumpleaños es la gráfica con mayor cantidad, esto quiere decir que los clientes compran más decoraciones de esta temática por lo tanto debe ser la ganadora del giveaway. Cabe decir que 2 estudiantes respondieron de esta manera.

Por otra parte se reconoce que varios estudiantes realizan el procedimiento correcto para identificar la mediana en las dos situaciones, tal como se muestra en la figura 40.

• ¿A partir de qué minuto se obtendrán los premios?

24 ya que entre los 4 primeros es el menor tiempo

• ¿Qué clientes obtendrán los premios?

- Gloria Gomez
- Camila Guevara
- José Benítez
- Luis Sanchez

Figura 41. Respuesta correcta en la mediana

Al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de ordenar los datos de menor a mayor según los minutos que permanecieron en la página y al analizar la mediana como es una cantidad par de datos, quedan dos datos en el centro de la distribución, de esta manera el estudiante escoge el valor mayor de esos dos datos que en este caso es 24 y a partir de ahí asocia el tiempo con cada cliente, lo cual se evidencia en la respuesta que da el estudiante nombrando cada cliente.

Se reconoce de igual manera que el 70% de los estudiantes se encuentran en el nivel de *“Leer dentro de los datos”* en la comprensión de los gráficos y por eso relacionan su resultado con los clientes correctamente. (Curcio, 1989 citado en Godino et al, 2014).

8.7.4 Moda

Para analizar esta MTC nos enfocaremos en la situación 2 del nivel 1 y en la situación 2 del nivel 2, donde se pretende que se desarrolle la moda.

En esta respuesta el estudiante confunde la gráfica de la región indicada o no leyó detenidamente la pregunta.

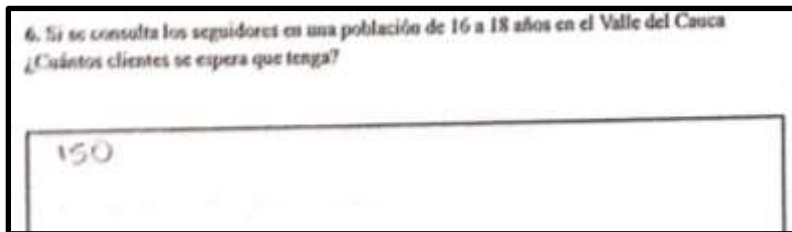


Figura 42. Error en la interpretación del diagrama de barras

En esta respuesta suponemos que el estudiante observa los datos de la región de antioquia lo cual para esa región ese sería el resultado correcto, pero la pregunta está orientada para la región del Valle del Cauca. Por lo tanto es incorrecto. En este caso el estudiante incurre en un “*error sorprendente*” ó en un problema al “*leer los datos*” debido a que la respuesta dada por el estudiante no corresponde a la región solicitada. (Rico, 1995 citado en Grijalba, 2021) (Curcio, 1989 citado en Godino et al, 2014)

Para esta MTC es muy satisfactorio reconocer que la mayoría de los estudiantes respondió de manera correcta a las dos situaciones planteadas.

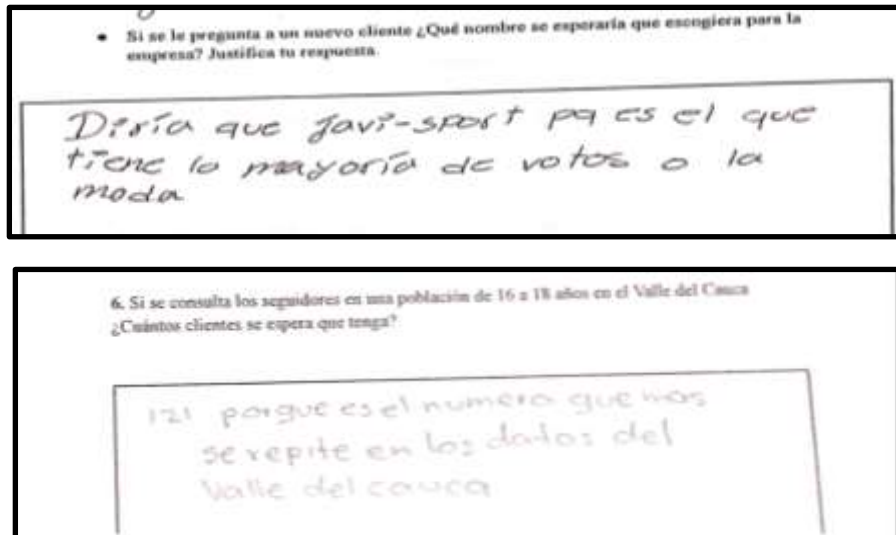


Figura 43. Respuesta correcta Moda

Estos resultados nos permite reconocer que el 95% de los estudiantes están en el nivel “*leer más allá de los datos*” el cual dice que “*el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico*” que propone Curcio (1989 citado en Godino et al, 2014).

Conclusiones

Con base a los resultados obtenidos en el análisis de actuación podemos decir que en los grados inferiores a 9° se debe reforzar y/o afianzar los conceptos de media aritmética, media ponderada y mediana, haciendo uso de estos conceptos en diferentes contextos que promuevan al estudiante a identificar cual MTC es la indicada para representar un conjunto de datos según sus características. Una de las cosas que proponemos con los resultados de esta investigación, es que a raíz de las competencias que demostraron los estudiantes, se puede incluir con mayor fortaleza currículum colombiano las MTC en él desde los primeros grados de la escolaridad, haciendo uso de diferentes contextos y ambientes digitales que promuevan desde los primeros ciclos de escolaridad el interés y la motivación de los estudiantes desarrollando competencias básicas relacionadas al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

En el transcurso del diseño de las actividades, se tuvo dificultades en el proceso de programación, es ahí donde evidenciamos que nosotros los futuros docentes de matemáticas, no tenemos formación en ningún tipo de programación bien sea: HTML, JavaScript, Css, Python, PHP, etc. A raíz de lo experimentado este trabajo de grado, creemos que se hace necesario que la Licenciatura en matemáticas de la Universidad Del Valle, tenga un componente de programación reconociendo que hoy en día el contexto sociocultural de los estudiantes cada vez es más tecnológico y digital, a partir de estos procesos creativos de programación es que podemos motivar e incentivar al aprendizaje del estudiante.

Inicialmente se pretendía que el diseño de las actividades estuviera ambientada en un motor de videojuegos llamado unity pues es más especializado y cuenta con

modelado 3D, pero lastimosamente no pudimos utilizar este tipo de motores porque teníamos que pagar una licencia y además por nuestro poco conocimiento en programación, era prácticamente imposible, esa fue una de nuestras grandes limitaciones para el desarrollo del diseño del OVA.

Reconocemos que este trabajo de investigación puede contribuir a profesores en formación o en ejercicio como parte de planeación e implementación de una sesión de clase, adaptándolo según la situación y el contexto que lleven en el aula de clase, promoviendo de forma interactiva y dinámica las MTC, incluso puede hasta formar parte del método de evaluación que tenga un profesor en conceptos estadísticos.

Por otro lado se invita a la comunidad de educadores a que puedan seguir trabajando con el diseño elaborado en esta investigación, este trabajo es un primer acercamiento acerca de las medidas de tendencia central, pero sería interesante que se pueda integrar dentro de una plataforma, ampliarlo considerando no solo las MTC sino también las medidas de centralización:cuartiles, deciles, percentiles y complementandolo con las medidas de dispersión, para desarrollar de una manera global las medidas en estadística dentro de un mismo contexto en este caso el del emprendimiento digital y las redes sociales y de esta manera contribuir a la enseñanza-aprendizaje de la estadística.

Productos de investigación del trabajo de grado







XVI CIAEM 

Conferencia Interamericana de Educación Matemática
 Conferência Interamericana de Educação Matemática
 Inter-American Conference of Mathematics Education

 UNIVERSIDAD DE LIMA

Lima - Perú
 30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

February 1st, 2023

San José, Costa Rica

Johan David Gallego Guzman,
 Juan Camilo Bedoya Alvarez,
 José Miguel León Banguero

Dear professor,

I am very pleased to inform you that your submission with the title "Medidas de Tendencia Central Desde un Enfoque de la Matemática Realista Mediante un Ambiente Dinámico (OVA)" has been accepted by the *International Program Committee of our XVI Inter American Conference on Mathematics Education [XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática]*, to be held in Lima, Perú, July 30 to August 4, 2023.

As you should know, for a definitive inclusion of a contribution in the scientific program at least one of its authors must pay the conference fees before June the 1st, 2023.

You can follow all the updated information about the congress at <https://xvi.ciaem-iacme.org>.

Thank you very much for accompanying us in our congress. We are looking forward to see you in Lima.

Best regards



Angel Ruiz

President

Inter-American Committee of Mathematics Education
 International Program Committee IACME XVI CIAEM

www.angelruizz.com

Referencias

- Adell, J. (2004). Internet en el aula: Las WebQuest. *Revista electrónica de tecnología educativa. EDUTEC*.
- Amaya, E. (2014). Material educativo computarizado para el aprendizaje de las medidas de tendencia central con datos biomédicos. *Revista de tecnología de información y comunicación en educación*, 83-97.
- Banguero, J. M. (2020). *Conocimiento de las características de aprendizaje en probabilidad condicional que evidencian profesores de Bachillerato en Zacatecas*. Zacatecas, México.
- Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., Casetta, I., Crespo, C., . . . Zolkower, B. (2012). *Educación Matemática aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*.
- Batanero, C. (2000). *¿Hacia dónde va la educación estadística?* Granada, España.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada, España.
- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana. Revista de Educación Matemática de la UNL*, 1, 27-36.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, 247-263.
- Batanero, C., & Godino, J. (2002). Estocástica y su didáctica para maestros. *Matemáticas y su didáctica para maestros*, 692-766.
- Batanero, C., Arteaga, P., & Gea, M. (2012). El currículo de estadística: Reflexiones desde una perspectiva internacional. *UNO*, 9-17.

- Begg, A. (1997). Some Emerging Influences Underpinning Assessment in Statistics. En I. Gal, & J. Garfield, *The Assessment Challenge in Statistics Education*. (págs. 17-25). Berlin, Alemania: IOS press.
- Belfiori, L. (2014). Enseñanza de estadística con recursos TIC. *Congreso Iberoamericano de ciencia, tecnología innovación y educación*.
- Briz Redón, Á., & Serrano Aroca, Á. (2018). Aprendizaje de las matemáticas a través del lenguaje de programación R en Educación Secundaria. *Educación matemática*, 30(1), 133-162.
- Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm. Students' understanding of the arithmetic average concept. En L. Meira y D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the XIX Conference on the Psychology of Mathematics Education* (v.3, pp.144- 151). Universidad de Pernambuco.
- Castro Carvajal, D., & Moreno Verdejo, A. (2019). *Ideas Estocásticas Fundamentales en el Currículo Colombiano*. Ibagué, Colombia.
- Clavijo, M. (2015). Posibilidades en la formación de ciudadanos críticos: una puesta en escena de la educación matemática crítica y la educación estadística. *Encuentro distrital de educación matemática. EDEM*. Bogotá, Colombia.
- Cubides, K., & Rosadas, L. D. (2011). *Dificultades que presentan los estudiantes en educación básica en la obtención e interpretación de las Medidas de Tendencia Central*. Universidad del Valle.
- Duval, R. (2019). *Semiosis y pensamiento humano* (M. Vega, Trans.; Segunda edición ed.). Programa editorial.
- Espinoza Melo, C., & Sanchez Soto, I. (2014). *Aprendizaje basado en problemas para enseñar y aprender estadística y probabilidad*. Concepción, Chile.

- Estrella, S. (2008). Medidas de tendencia central en la enseñanza básica en Chile. Análisis de un texto de séptimo año. *Revista chilena de educación matemática. RECHIEM*, 1-22.
- Farigua Guacaneme, K. (2016). *Propuesta de enseñanza para medidas de tendencia central a través de objetos virtuales de aprendizaje*. Bogota, colombia.
- Fernández Garcia, P., Vallejo Seco, G., Livacic Rojas, P., & Tuero Herremo , E. (2014). *Validez Estructurada para una investigación cuasi-experimental de calidad. Se cumplen 50 años de la presentación en sociedad de los diseños cuasi-experimentales*.
- Fernández Hernández, F., & Andrade Escobar, L. (2021). La educación estadística a la luz de la educación matemática crítica. *Revista colombiana de educación*.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*.
- Gal, I. (2002): “Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities”. *International Statistical Review* 70, I: 1-25
- Gattuso, L., & Mary, C. (1998). Development of the concept of weighted average among high-school children. In *Proceedings of the fifth international conference on teaching statistics* (pp. 685-692).
- Godino, J., Batanero, C., Green, D., Valecillos, A., y Holmes, P. (2014). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *Internation Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 527-547.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 251-292.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 251-292.

- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2004). *Metodología de la investigación*. Mexico.
- Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics*. Sloug: Foulsham Educational.
- Know, O. N. (2002). *Conceptualizing the Realistic Mathematics Education Approach in the Teaching and Learning of Ordinary Differential Equations*. Seul, Korea.
- Marín, V. (2015). La Gamificación educativa. Una alternativa para la enseñanza creativa. *Digital Education Review*, (27).
- Marqués, P. (1995). *Metodología para la elaboración de software educativo*.
- Martínez Castro, C., & Zapata Cardona, L. (2019). *El pensamiento estadístico como herramienta para la ciudadanía crítica en la formación inicial de profesores de estadística*.
- Memnun, D. S., Ozbilen, O., & Dinc, E. (2019). A Qualitative Research on the Difficulties and Failures. *Journal of Educational Issues*.
- MEN, M. d. (1998). *Lineamientos Curriculares*.
- MEN, M. d. (2006). *Estandares básicos de Matemáticas*.
- MEN, M. d. (17 de Febrero de 2022). *Ministerio de educación*. Obtenido de Ministerio de educación:
<https://www.mineduacion.gov.co/portal/salaprensa/Noticias/409545:Icfes-presento-a-la-comunidad-educativa-el-Informe-de-los-Resultados-agregado-Saber-11-en-2021>
- Mendez Parra, C., Conde Carmona, R., & Tovar Ortega, T. (2021). Uso de la matemática realista y su relación en el aprendizaje de la probabilidad, en un contexto rural. *Revista Eco matemático*, 26-40.

- Monsalve, D. M. (2021). *Secuencia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de medidas de tendencia central mediado por situaciones problema en contexto*. Medellín, Colombia.
- Novo, M., Encinas, M., & Cuida, A. (2021). Un acercamiento a la sostenibilidad desde la educación matemática realista en un aula de infantil. *Educación Matemática en la infancia*.
- OCDE, O. p. (2019). *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) Resultados 2018*.
- Ocoró, L. V., & Ocoró, S. (2016). *Análisis de las medidas de tendencia central en dos libros de textos escolares de grado séptimo*.
- Ottaviani, M. G. (1998). Developmeents and Perspectives. *Proceedings of the Joint IASS/IAOS Conference*, (pág. 11). Aguascalientes, Mexico.
- Paul, R. y Elder, R. (2005). Estándares de Competencia para el Pensamiento Crítico. Recuperado de:
https://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SPComp_Standards.pdf
- "Paradigma sociocultural". En: *Significados.com*. Disponible en:
<https://www.significados.com/paradigma-sociocultural/>
- Quintero, M., & Jerez, J. (2019). Las Tic para la Enseñanza de la Matemática en Educación Media General. *Revista RECITIUTM*, 20-36.
- Sánchez, E., & Batanero, C. (2011). *Manejo de la información*.
- Valdés, J. B. (2011). Lúdica y matemáticas a través de TICs para la práctica de operaciones con números enteros. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 17-27.
- Weimer, R. (2003). *Estadística*. Monterrey, Mexico.

Anexos

Anexo A. Actividades

Para la elaboración de cada una de las actividades consideramos aspectos como: propósito de la actividad, intencionalidad matemática, intencionalidad didáctica y posibles respuestas a la actividad. A continuación se muestra estas características en cada una de las actividades que planteamos

1. Nivel 1. Mundo de Facebook.

1.1. Situación 1.

Propósito

Se pretende que el estudiante haga uso de la tabla y del gráfico de barras para abstraer la información necesaria para calcular la media ponderada, identificando la cantidad de empleados y el salario asignado a cada empleado.

Intencionalidad Matemática

Esta actividad tiene la intención que el estudiante calcule e interprete las medidas de tendencia central, específicamente el concepto de Media ponderada.

Intencionalidad Didáctica

La actividad propone una situación-problema dentro del contexto del emprendimiento digital en la red social facebook. Por medio de este contexto el estudiante relaciona la cantidad de empleados de una empresa con sus respectivos salarios, determinando un valor representativo para toda la población con el fin de generar significado al concepto de media ponderada. Para esta situación se debe multiplicar cada empleado por su salario

y sumarlos, para finalmente dividir este valor por la cantidad de empleados que tiene la empresa.

Al consultar investigaciones que abordan diferentes dificultades y errores que se presentan al desarrollar el concepto de media ponderada, Godino, Batanero, Green, Valecillos, y Holmes (2014) y Ocoró y Ocoró (2016) exponen distintas dificultades, definiciones y usos que los estudiantes tienen a la hora de resolver este tipo de situaciones. Las posibles respuestas que planteamos van de la mano con lo planteado por los autores anteriormente citados.

Posibles Respuestas

a) \$1.480.000

Esta respuesta es correcta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de multiplicar cada salario según la cantidad de empleados por profesión, luego sumar los salarios por profesión.

$$(1.900.000 * 1) + (1.700.000 * 1) + (1.200.000 * 6) + (2.000.000 * 2) = 14.800.000$$

Finalmente dividirlo entre 10 que es la cantidad total de empleados que tiene la empresa.

$$14.800.000/10 = 1.480.000$$

b) \$3.700.00

Esta respuesta es incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de multiplicar cada salario según la cantidad de empleados por profesión, luego sumar los salarios por profesión

$$(1.900.000 * 1) + (1.700.000 * 1) + (1.200.000 * 6) + (2.000.000 * 2) = 14.800.000$$

Pero divide entre 4 que es la cantidad de profesiones que tiene la empresa. En este caso el estudiante confunde la cantidad de empleados con la cantidad de profesiones que tiene la empresa.

$$14.800.000/4 = 3.700.000$$

c) \$1.700.000

Esta respuesta es Incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiantes fue el de sumar todos los salarios sin tener en cuenta la cantidad de trabajadores que había que multiplicar por cada salario

$$1.900.000 + 1.700.000 + 1.200.000 + 2.000.000 = 6.800.000$$

Y luego lo divide entre 4 por la cantidad de profesiones que tiene la empresa y no por la cantidad total de empleados que tiene la empresa, se confunde la media aritmética con la media ponderada.

$$6.800.000/4 = \$1.700.000$$

1.2. Situación 2.

Propósito

En esta actividad se pretende que el estudiante pueda predecir el comportamiento de una población por medio de los datos de un gráfico. Asimismo, que identifique y reconozca la moda de esa serie de datos.

Por medio de este contexto el estudiante puede reconocer y predecir el nombre que más le gusta a los clientes de Javier para su empresa, permitiendo relacionarla con los gustos de esa población, dándole sentido y significado al concepto de moda.

Intencionalidad Matemática

Esta actividad tiene la intención que el estudiante calcule e interprete las medidas de tendencia central, específicamente el concepto de Moda, desarrollando las siguientes propiedades: a) Útil para medidas nominales y ordinales b) No se afecta por valores extremos.

Intencionalidad Didáctica

La actividad propone una situación-problema dentro del contexto del emprendimiento digital y la red social Facebook, analizando a través de un gráfico de barras la encuesta sobre el nombre de la empresa de Javier con el fin de reconocer cuál es el nombre más escogido por los clientes.

Para esta actividad el estudiante debe de reconocer y ser consciente de que los datos de la encuesta ya han sido tratados y se han proyectado en la gráfica de barras, de este modo el estudiante debe de identificar el dato con mayor frecuencia en la distribución en este caso el 60 que corresponde a Javi-Sport.

La literatura aborda diferentes dificultades y errores que se presentan al desarrollar el concepto de moda, Cubides y Rosada (2011), Godino, Batanero, Green, Valecillos, y Holmes (2014) exponen distintas dificultades que los estudiantes tienen a la hora de resolver este tipo de situaciones. Las posibles respuestas que planteamos van de la mano con lo planteado por los autores anteriormente citados.

Posibles Respuestas

a) Jav-Camisas y Multi-camisas

Esta respuesta es Incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiantes fue observar la gráfica y escoger el valor que se repite, pero no interpreta la gráfica el cual establece el nombre de

la empresa que los clientes más escogen, por tal motivo el que más se repite es el 60 es decir Javi-sport.

b) Javi-Sport

Esta respuesta es correcta pues suponemos que el estudiante emplea el razonamiento de observar la gráfica y ver que el dato de mayor valor es el dato que más escogen las personas que participaron en la encuesta.

2. Nivel 2. Mundo de Instagram.

2.1. Situación 1.

Propósito

Se pretende evidenciar si los estudiantes utilizan la definición y cálculo de la media aritmética para hallar un dato representativo de un conjunto de datos, además reconocer el significado que le dan al concepto de media aritmética en un contexto cotidiano, en este caso el de las redes sociales y el emprendimiento digital.

Reconocer este concepto de media como una medida de tendencia central es de suma importancia, debido a que desarrolla su pensamiento aleatorio a la hora de tomar decisiones en su vida diaria, de esta forma pretendemos que con el uso de este contexto los estudiantes le den sentido y significado a la media aritmética.

Intencionalidad Matemática

Esta actividad tiene la intención que el estudiante calcule e interprete las medidas de tendencia central, específicamente el concepto de Media aritmética con el fin de que desarrolle las siguientes propiedades: a) La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución b) El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos c) La media no

tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos. Incluso puede no tener "sentido" para los datos considerados.

Intencionalidad Didáctica

La actividad propone una situación-problema dentro del contexto del emprendimiento digital en la red social Instagram, relacionado con las interacciones semanales que tiene una empresa digital, con el fin de reconocer el crecimiento y la popularidad semanal de la empresa digital, para resolver esta situación se pretenden que los estudiantes hagan uso de la media aritmética. Este valor representativo se calcula tomando en consideración el número de interacciones por día y los días de la semana.

En las investigaciones se reportan diferentes dificultades y errores que se presentan al calcular la media aritmética, Cubides y Rosada (2011) y Grijalba (2021) exponen distintas dificultades que los estudiantes tienen a la hora de interpretar los datos. Las posibles respuestas que planteamos van de la mano con lo planteado por los autores anteriormente citados.

Posibles Respuestas

a) 1319,5

Esta respuesta es incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue inicialmente el de sumar las reacciones diarias.

$$150 + 200 + 285 + 132 + 452 + 620 + 800 = 2639$$

Pero suponemos que el estudiante asocia el promedio de reacciones semanales, con la mitad de las reacciones, por tal motivo lo divide entre 2.

$$2639/2 = 1319,5$$

b) 377

Esta respuesta es la correcta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de sumar las reacciones diarias.

$$150 + 200 + 285 + 132 + 452 + 620 + 800 = 2639$$

Y finalmente divide este resultado por la cantidad de días de la semana (7)

$$2639/7 = 377$$

c) 312,4

Esta respuesta es incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue inicialmente el de sumar las reacciones diarias pero tal vez por tratar de hacerlo rápido se confunda y no tome en cuenta el valor 452, posiblemente porque el dato anterior termina en la misma unidad (2) y piense que ya lo anotó.

$$150 + 200 + 285 + 132 + 620 + 800 = 2187$$

Y finalmente divide este resultado por la cantidad de días de la semana (7)

$$2187/7 = 312,4$$

d) 466

Esta respuesta es incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de sumar los datos extremos en este caso el 132 y 800 y dividirlo entre 2. (Cubides y Rosada, 2011)

$$132 + 800 = 932$$

$$932/2 = 466$$

2.2. Situación 2.

Propósito

En esta actividad se pretende que el estudiante pueda predecir el comportamiento de una población por medio de los datos de un gráfico. Asimismo, que identifique y reconozca la moda de esa serie de datos.

Por medio de este contexto el estudiante puede reconocer y predecir con seguridad la cantidad de clientes de 16 a 18 años que puede tener Maria Luisa en su empresa digital en el Valle del cauca, permitiendo relacionarla con las posibles ganancias que puede obtener Maria Luisa con esa población, dándole sentido y significado al concepto de moda.

Intencionalidad Matemática

Esta actividad tiene la intención que el estudiante calcule e interprete las medidas de tendencia central, específicamente el concepto de moda desarrollando las siguientes propiedades: a) Útil para medidas nominales y ordinales b) No se afecta por valores extremos.

Intencionalidad Didáctica

La actividad propone una situación-problema dentro del contexto del emprendimiento digital en la red social Instagram, relacionado con la población de clientes de la empresa digital, donde se quiere saber cuántos clientes obtendrá la empresa digital en una población de 16 a 18 años según el gráfico. Para resolver esta situación se espera que los estudiantes hagan uso del concepto de moda, para hallar este valor se debe situar en el departamento del valle del cauca e identificar y analizar el valor que cuenta con una mayor frecuencia en esa distribución de datos.

La literatura aborda diferentes dificultades y errores que se presentan al concepto de moda, Cubides y Rosada (2011), Godino, Batanero, Green, Valecillos, y Holmes (2014) y Grijalba (2021) exponen distintas dificultades que los estudiantes tienen a la hora de resolver este tipo de situaciones. Las posibles respuestas que planteamos van de la mano con lo planteado por los autores anteriormente citados.

Posibles Respuestas

a) 122,3

Esta respuesta es incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de sumar los 3 datos del valle del Cauca y luego dividirlo por 3, es decir confunden el concepto de media aritmética con el de moda.

$$125 + 121 + 121 = 367$$

$$367/3 = 122,3$$

b) 125

Esta respuesta es incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de escoger el dato más grande del valle del Cauca.

c) 121

Esta respuesta es correcta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de analizar cuál es el dato que más se repite en el departamento del valle del Cauca y de esa manera predecir el resultado para esa nueva población.

2.3. Situación 3.

Propósito

En esta actividad se pretende que el estudiante a partir de ese tipo de representación analice los datos inmersos en el diagrama circular, organice los datos, halle la mediana y relacione los minutos con los clientes que perduran más tiempo observando la página.

Por medio de este contexto el estudiante va a analizar el tiempo en que los clientes permanecen en la página y la manera en que tiene que organizarlo

para determinar ese valor central, es así como el concepto de mediana cobra mayor sentido para los estudiantes.

Intencionalidad Matemática

Esta actividad tiene la intención que el estudiante calcule e interprete las medidas de tendencia central, específicamente el concepto de Mediana promoviendo las siguientes propiedades: a) La mediana de un conjunto de datos es única b) para datos en escala ordinal, intervalo y razón.

Intencionalidad Didáctica

La actividad propone una situación-problema dentro del contexto del emprendimiento digital en la red social Instagram, relacionado con los minutos que perduran los clientes que más compran en la página. Para solucionar esta actividad se debe ordenar los minutos de menor a mayor, posteriormente identificar el dato o los datos que deja el mismo número de datos antes y después que él y finalmente relacionar la mayor cantidad de minutos con cada cliente.

En esta actividad se pretende identificar cuál es el procedimiento que está haciendo el estudiante para hallar la mediana, por este modo es que se pregunta por el minuto exacto donde empiezan a ganar los premios (la mediana) y por los clientes que ganan los premios (para determinar si es correcto el procedimiento que realizó el estudiante).

Algunas investigaciones abordan diferentes dificultades y errores que se presentan al desarrollar el concepto de mediana, Cubides y Rosada (2011), Godino, Batanero, Green, Valecillos, y Holmes (2014) exponen distintas dificultades que los estudiantes tienen a la hora de resolver este tipo de

situaciones. Las posibles respuestas que planteamos van de la mano con lo planteado por los autores anteriormente citados.

Posibles Respuestas

a) A partir del minuto 24

Los clientes ganadores son: Luis Sanchez, José Benitez, Camila Guevara y Gloria Gomez.

Esta respuesta es correcta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de ordenar los datos de menor a mayor según los minutos que permanecieron en la página y al analizar la mediana como es una cantidad par de datos, quedan dos datos en el centro de la distribución, de esta manera el estudiante escoge el valor mayor de esos dos datos que en este caso es 24 y a partir de ahí asocia el tiempo con cada cliente.

11	14	18	19	24	36	38	45
----	----	----	----	----	----	----	----

b) A partir del minuto 45

El cliente ganador: Gloria Gomez.

Esta respuesta es incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de escoger el dato más grande en este caso el 45 y lo asocia directamente con el cliente. De esta manera toma la variable mayor como la mediana.

c) A partir del minuto 25

Los clientes ganadores son: José Benitez, Camila Guevara y Gloria Gomez.

Esta respuesta es incorrecta, al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de escoger el tiempo de permanencia en la página de los clientes, sumarlos

$$11 + 14 + 18 + 19 + 24 + 36 + 38 + 45 = 205$$

Luego procede a dividirlo entre la cantidad de clientes en este caso 8, aquí el estudiante confunde los conceptos de media aritmética con mediana y halla el promedio de los datos.

$$205/8 = 25,625$$

3. Nivel 3. Mundo de Tiktok

3.1. Situación 1.

Propósito

Se espera que el estudiante identifique por medio del gráfico ya sea de una manera visual organizando en una escala de menor a mayor (por tamaño) las diferentes temáticas de decoraciones o de forma numérica pues la proporción de los intervalos es de a cinco unidades y puede aproximar el valor que él crea que representa el largo de la barra.

Intencionalidad Matemática

Esta actividad tiene la intención que el estudiante calcule e interprete las medidas de tendencia central, específicamente el concepto de Mediana.

Intencionalidad Didáctica

La actividad propone una situación-problema dentro del contexto del emprendimiento digital y las redes sociales, se pretende que el estudiante pueda identificar la temática ganadora del giveaway haciendo uso de la gráfica reconociendo el contexto del tik tok y haciendo uso del procedimiento para calcular la mediana.

Posibles Respuestas

A. Halloween

Esta respuesta es incorrecta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue observar la gráfica y ver que halloween es el dato que queda casi en la mitad del dato más grande (que sería el de cumpleaños) relacionando el medio con la mitad de los datos que podría cubrir la gráfica de la barra.

B. Cumpleaños

Esta respuesta es incorrecta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue ver que la gráfica de cumpleaños es la gráfica con mayor cantidad, esto quiere decir que los clientes compran más decoraciones de esta temática por lo tanto debe ser la ganadora del giveaway.

C. Día de la madre

Esta respuesta es correcta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de ordenar el número de decoraciones de menor a mayor pedido y ubicar la decoración de divide los datos en partes iguales.

3.2. Situación 2.

Propósito

En esta actividad se pretende que el estudiante complete la tabla e identifique algunas propiedades, que le de sentido y significado al concepto de media aritmética articulado con un contexto de emprendimiento digital, esta actividad se planea con el propósito de movilizar el pensamiento y razonamiento mediante la completación de un dato con información ya

establecida y estructurar un proceso que le permita llegar a un valor y halle una relación de los datos con el resultado.

Intencionalidad Matemática

Esta actividad tiene la intención que el estudiante calcule e interprete las medidas de tendencia central, específicamente el concepto de Media aritmética identificando las siguientes propiedades: a) Todos los valores son incluidos en el cálculo de la media aritmética b) tener en cuenta los valores nulos c) determinar un dato dado el promedio total.

Intencionalidad Didáctica

La actividad propone una situación-problema dentro del contexto del emprendimiento digital y la red social tiktok, relacionando el horario de ventas de la empresa Eventglob según el promedio de ventas de un día. Para esta actividad el estudiante debe utilizar el concepto de media aritmética para hallar el valor desconocido, para encontrar ese dato debe sumar las ventas que están reportadas, reconociendo que falta un dato, posteriormente dividirlo entre la cantidad de horarios que ha establecido Eventglob para hacer el reporte y finalmente resolver la ecuación con una incógnita para establecer el valor.

Se reconoce que esta actividad es de mayor complejidad para los estudiantes, de esta manera nos permite reconocer que tanto es el conocimiento que tienen los estudiantes de la media aritmética y de la forma en que el contexto permite dar claridad al concepto, con este fin es que se proponen las dos preguntas, la primera pregunta relacionada al cálculo y la segunda relacionada al significado que le otorguen los estudiantes a ese dato encontrado.

La literatura aborda diferentes dificultades y errores que se presentan al concepto de media aritmética, Cubides y Rosada (2011), Godino, Batanero, Green, Valecillos, y Holmes (2014) y Grijalba (2021) exponen distintas dificultades que los estudiantes tienen a la hora de resolver este tipo de situaciones. Las posibles respuestas que planteamos van de la mano con lo planteado por los autores anteriormente citados.

Posibles Respuestas

a) 5

Esta respuesta es incorrecta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de sumar todos los números de ventas del día

$$2 + 3 + 0 + 4 + 7 + 9 = 25$$

Posteriormente propone la siguiente ecuación

$$(25 + x)/6 = 5$$

por lo tanto

$$x = 30 - 25$$

$$x = 5$$

En este caso el estudiante ignora el valor nulo y se ve referenciado cuando divide por 6.

b) 10

Esta respuesta es correcta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de sumar todos los números de ventas del día

$$2 + 3 + 0 + 4 + 7 + 9 = 25$$

Posteriormente propone la siguiente ecuación

$$(25 + x)/7 = 5$$

por lo tanto

$$x = 35 - 25$$

$$x = 10$$

c) 4,1

Esta respuesta es incorrecta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de sumar todos los números de ventas del día

$$2 + 3 + 0 + 4 + 7 + 9 = 25$$

Posteriormente lo divide entre 6

$$25/6 = 4,1$$

En este caso el estudiante utiliza el cálculo de la media aritmética con los datos que tiene pero no entiende correctamente la situación-problema.

3.3. Situación 3.

Propósito

Se pretende que el estudiante identifique y reconozca los datos de las dos tablas y emplee el algoritmo de la media ponderada para darle significado al problema.

Intencionalidad Matemática

Esta actividad tiene la intención que el estudiante calcule e interprete las medidas de tendencia central, específicamente el concepto de Media ponderada.

Intencionalidad Didáctica

La actividad propone una situación-problema dentro del contexto del emprendimiento digital y las redes sociales, se pretende que el estudiante

utilice el concepto de media ponderada para verificar cuánto estaría pagando en promedio por material.

Posibles Respuestas

A. \$3.500

Esta respuesta es incorrecta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue el de sumar los precios de los materiales sin tener en cuenta la cantidad de materiales que necesita para la decoración.

$$1500 + 3000 + 5000 + 3000 + 5000 = 17500$$

Luego lo divide por 5

$$17500/5 = 3.500$$

B. \$39.000

Esta respuesta es incorrecta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue solamente de sumar la cantidad de material por el precio.

$$[(1.500 * 12) + (3.000 * 1) + (5.000 * 1) + (3.000 * 1) + (5.000 * 2)] = 39.000$$

C. \$2.294

Esta respuesta es correcta al obtener esta respuesta suponemos que el razonamiento que utilizó el estudiante fue sumar la cantidad de material por el precio.

$$[(1.500 * 12) + (3.000 * 1) + (5.000 * 1) + (3.000 * 1) + (5.000 * 2)] = 39.000$$

y luego divide por 17 que es el número total de materiales utilizados

$$39.000/17 = 2.294$$

Anexo B. Formulario

**Universidad del Valle
Facultad de Educación y Pedagogía
Escuelas de Ciencias Tecnologías y Culturas
Formulario 1**



Nombre:_____

NIVEL 1 FACEBOOK

Responde las preguntas de acuerdo a lo visto en cada nivel del juego en scratch.

Actividad 1

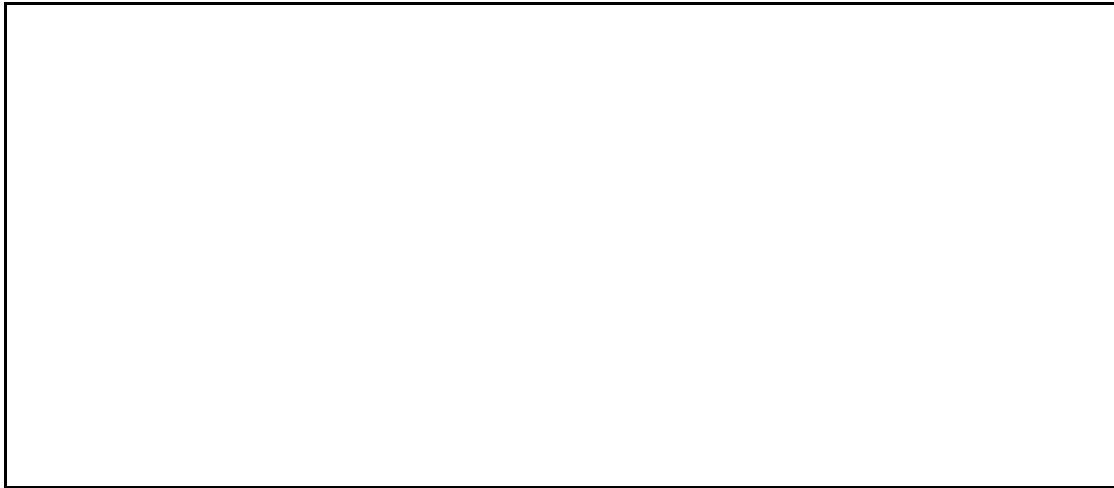
1. ¿Qué trabajador gana mayor salario?

2. ¿Qué trabajador gana menor salario?

3. ¿Cuántos empleados de servicio al cliente tiene?

5. Se quiere contratar un nuevo diseñador gráfico. ¿Cuánto le debería de pagar al nuevo empleado?

6. ¿Cuánto sería el salario promedio de los empleados?

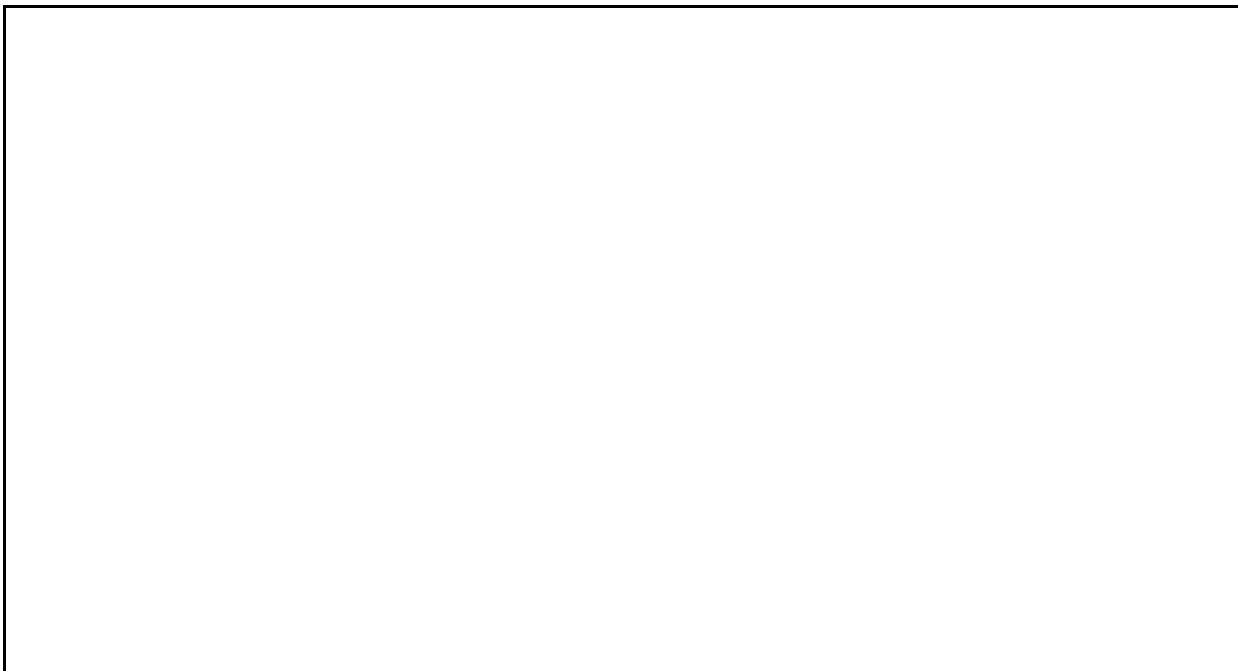
**Actividad 2**

- ¿Qué nombre recibió la mayor cantidad de votos en la encuesta?

- ¿Qué nombre recibió la menor cantidad de votos en la encuesta?

- ¿Cuántos clientes votaron por el nombre Multi-camisas?

- Si se le pregunta a un nuevo cliente ¿Qué nombre se esperaría que escogiera para la empresa? Justifica tu respuesta.





Universidad del Valle
Facultad de Educación y Pedagogía
Escuelas de Ciencias Tecnologías y Culturas
Formulario 2



NIVEL 2 INSTAGRAM

Responde las preguntas de acuerdo a lo visto en cada nivel del juego en scratch.

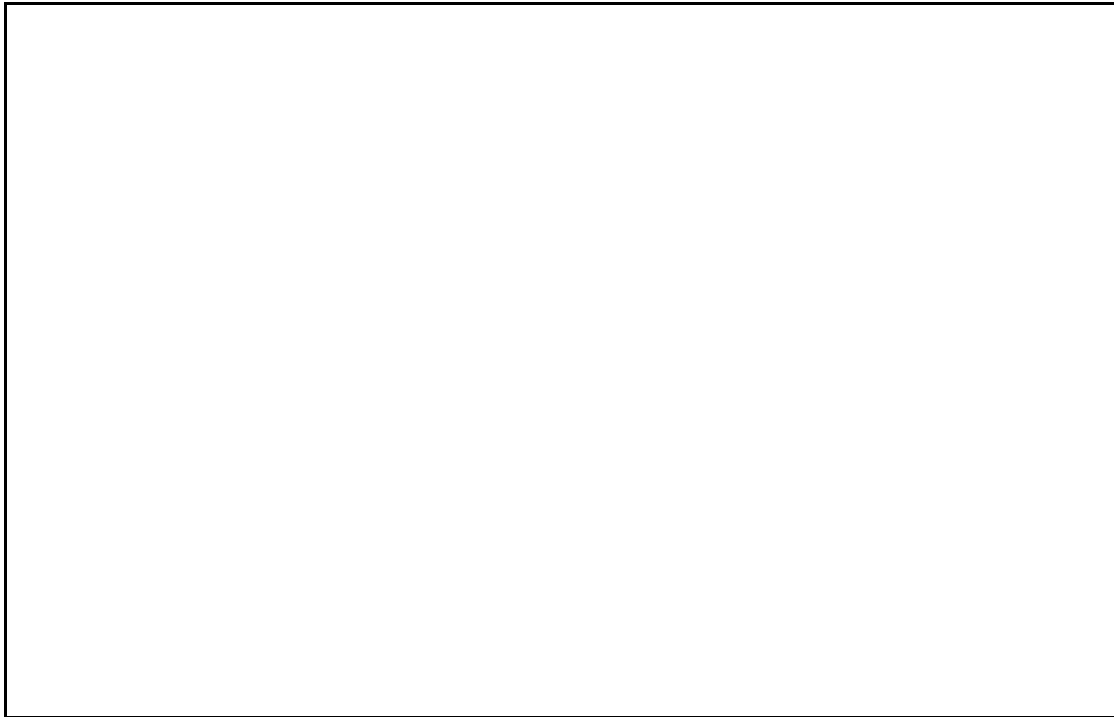
Actividad 1

- ¿Qué día hubo más reacciones en el perfil?

- ¿Qué día hubo menos reacciones en el perfil de Instagram?

- ¿Cuántas reacciones tuvo el viernes la página?

- ¿Cuál sería el valor que representa el crecimiento semanal de la empresa digital?



Actividad 2

1. ¿Que significa la barra de color Azul?

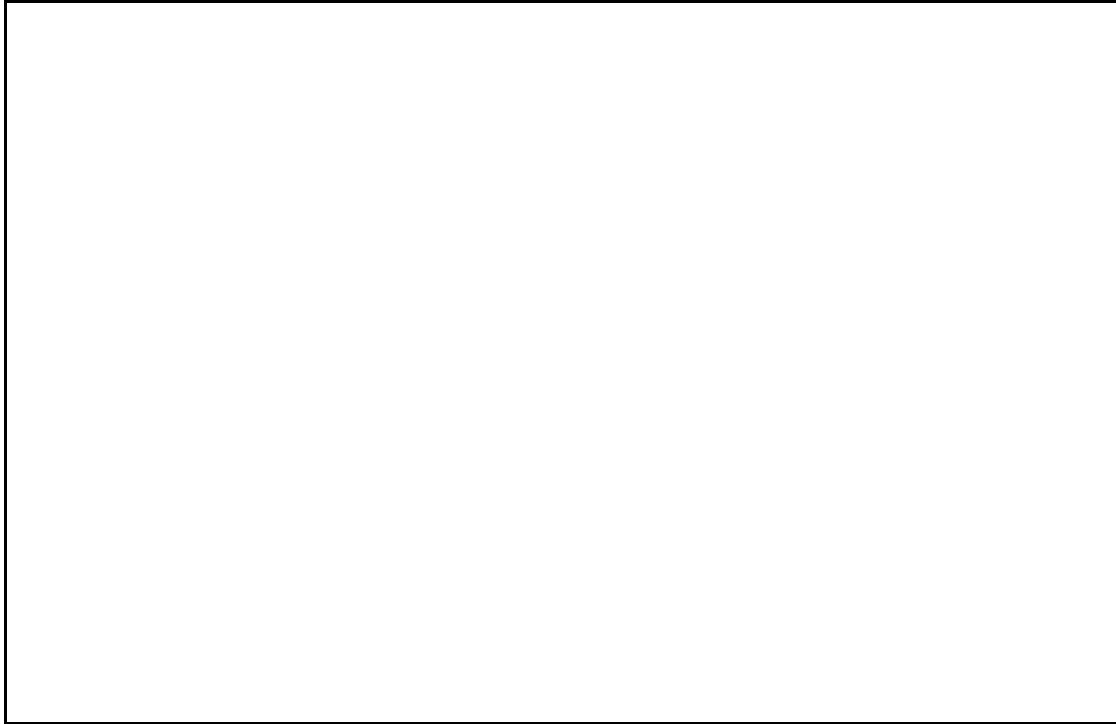
2. ¿Que significa la barra de color Verde?

3. ¿Que significa la barra de color Naranja?

4. ¿Cuántos clientes de 12-14 años en Cundinamarca tiene?

5. ¿En qué rango de edad tiene más clientes en el Valle del Cauca?

6. Si se consulta los seguidores en una población de 16 a 18 años en el Valle del Cauca
¿Cuántos clientes se espera que tenga?



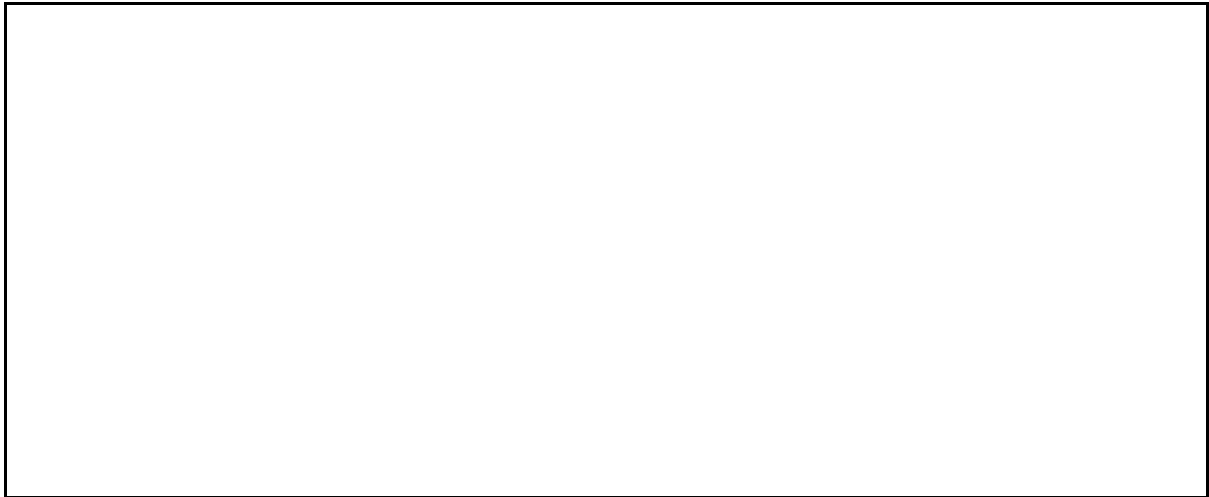
Actividad 3

- ¿Qué cliente estuvo más tiempo visitando el perfil de Instagram?

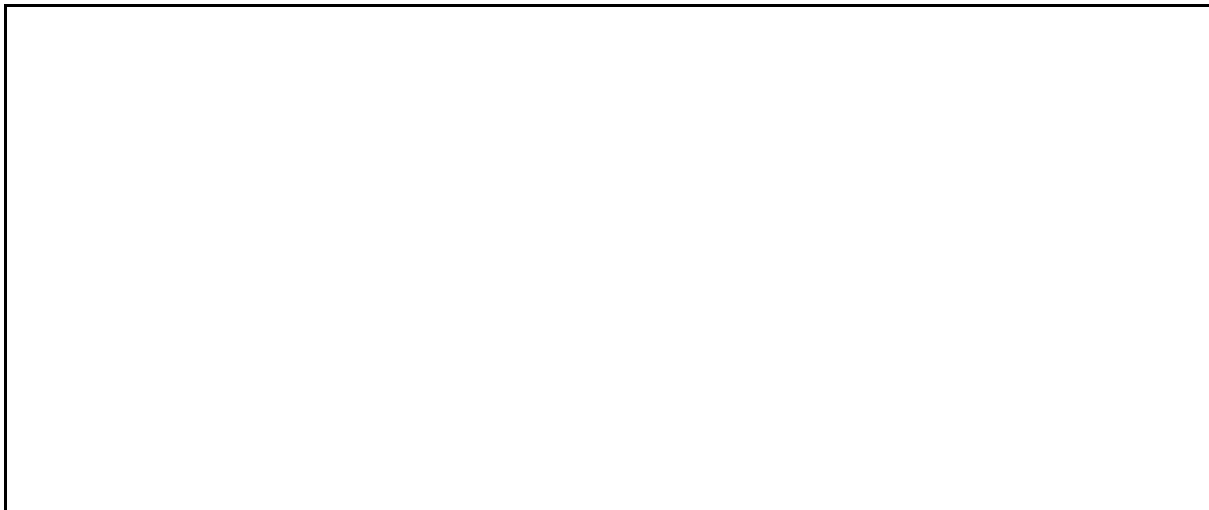
- ¿Qué cliente estuvo menos tiempo visitando el perfil de Instagram?

- ¿Cuántos minutos estuvo Carlos Garcia en la página?

- ¿A partir de qué minuto se obtendrán los premios?



- ¿Qué clientes obtendrán los premios?



Formulario 3**NIVEL 3 TIK TOK**

Responde las preguntas de acuerdo a lo visto en cada nivel del juego en scratch.

Actividad 1

- aproximadamente ¿Cuántas decoraciones de aniversario pidieron los clientes?

Para determinar la temática ganadora del giveaway se propone la temática que esté en el medio de los datos según la cantidad de decoraciones solicitadas en la tabla anterior.

- ¿Cuál sería la temática ganadora? Justifica tu respuesta.

Actividad 2

- ¿Cuántas ventas hizo la empresa de 6-8?

- Si el promedio de ventas para el día martes fue de 5. ¿Cuántas decoraciones se vendieron en el horario de 4 - 6?

Actividad 3

- ¿Cuántas bombas se necesitan para una decoración sencilla?

- ¿Qué costo tiene el letrero por unidad?

- ¿Cuánto sería el promedio de dinero gastado por material para realizar la decoración sencilla?