

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADO DE LAS INECUACIONES LINEALES EN
ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO A PARTIR DE UN ANÁLISIS DISCURSIVO

Nataly De Los Ríos Hoyos 1358811 - 3469

Duvan Camilo Chocó Mancilla 1358862 - 3469

UNIVERSIDAD DEL VALLE - SEDE NORTE DEL CAUCA
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
2019

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADO DE LAS INECUACIONES LINEALES EN
ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO A PARTIR DE UN ANÁLISIS DISCURSIVO

Nataly De Los Ríos Hoyos 1358811 - 3469

Duvan Camilo Chocó Mancilla 1358862 - 3469

Informe final presentado como requisito parcial para optar al título de
Licenciados en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Dirigido por:

Mg. Mónica Correa Ángel

UNIVERSIDAD DEL VALLE – SEDE NORTE DEL CAUCA
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
2019

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por permitirnos culminar esta etapa en nuestras vidas.

A nuestros padres Edgar De Los Ríos Y Hercilia Hoyos; James Chocó y Claudia Mancilla, por su continuo apoyo, dedicación, y entrega incondicional. También a nuestros familiares y amigos, que hicieron posible esto.

A la profesora Mónica Correa Ángel nuestra directora quien con su esfuerzo, paciencia y apoyo nos encaminó en el desarrollo de todo este trabajo.

Infinitas gracias a todos.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	VI
INTRODUCCIÓN	7
CAPÍTULO I.	10
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	10
1.1. Descripción del problema	11
1.2. Justificación	19
1.3. Antecedentes	24
1.4. Objetivos	28
1.4.1. Objetivo general	28
1.4.2. Objetivos específicos	28
CAPÍTULO II.	29
MARCO DE REFERENCIA	29
2.1. El álgebra escolar	29
2.1.1. Las inecuaciones: una perspectiva de enseñanza fuera de lo tradicional	31
2.1.2. La Enseñanza de las inecuaciones en el marco de una propuesta curricular	37
2.2. Análisis pragmático del discurso: Secuencias de actos de habla	40
CAPÍTULO III.	46
MARCO METODOLÓGICO	46
3.1. Experimentos de Enseñanza	46

3.2. Caracterización del modelo metodológico. Los Experimentos de Enseñanza	50
3.3. Desarrollo de un experimento de enseñanza	52
3.3.1. Diseño y planeación	52
3.3.2. Experimentación	55
3.4. Análisis Local	56
3.4.1 Caracterización de las preguntas de la actividad	58
3.4.2. Algunas observaciones de la actividad.	63
3.5. Análisis retrospectivo	66
3.5.1. Analiticidad	66
3.5.2. Analiticidad e indeterminancia	68
3.5.3. Designación de objetos	72
3.6. Propuesta de situaciones	76
CAPÍTULO IV.	80
CONCLUSIONES	80
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84
ANEXOS	88
Anexo 1. Actividad.	88
Anexo 2. Protocolos.	89
Anexo 3. Clasificación de las Secuencias de actos de habla	101

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Fragmento de protocolo	59
Ilustración 2. Fragmento de protocolo	60
Ilustración 3. Fragmento de protocolo	61
Ilustración 4. Tarea 3 y 4 de la actividad	61
Ilustración 5. Fragmento de protocolo	62
Ilustración 11. Fragmento de protocolo	68
Ilustración 12. Fragmento de protocolo	70
Ilustración 13. Fragmento de protocolo	72
Ilustración 14. Fragmento de protocolo	73
Ilustración 15. Fragmento de protocolo	74
Ilustración 16. Fragmento de protocolo	Error! Bookmark not defined.
Ilustración 17. Fragmento de protocolo	Error! Bookmark not defined.

RESUMEN

Este trabajo se enmarca desde los Experimentos de Enseñanza como metodología de investigación, en la que, a partir del diseño de una actividad, la cual corresponde a una forma de introducción a las inecuaciones lineales, su puesta en acto en un colegio de Jamundí-Valle y sus posteriores análisis, local y retrospectivo; se realiza una retroalimentación a partir de las dificultades y aciertos de los resultados encontrados. Esta metodología está estructurada a partir de la formulación de una conjetura, que corresponde a uno de los ejes que direccionan el desarrollo de este trabajo, respondiendo a un qué enseñar, cómo enseñar y para qué enseñar.

La actividad propuesta se construye bajo dos premisas; una hace referencia a que el desarrollo del pensamiento algebraico también es posible si se considera al álgebra como una actividad, como algo que se hace; la otra se relaciona con promover el uso del discurso de los estudiantes a partir de actividades que le signifiquen algo, con la intención de poder expresar sus ideas, explicaciones, estrategias y formas de entender la actividad. En el presente trabajo dicho discurso permitió clasificar Secuencias de actos de habla, con el objetivo de identificar elementos que permitieron reconocer una posible construcción de significado de las inecuaciones lineales, a partir de la solución de una actividad contextualizada. Esto permitió la identificación de cantidades y relaciones entre ellas. Para cumplir con este objetivo se recurre a los elementos propuestos por Radford (2006): analiticidad, indeterminancia y designación de objetos, utilizados para definir si en dichas Secuencias de Actos de habla existen elementos que puedan conducir al estudiante a descubrir lo que una inecuación representa.

Palabras clave: Pensamiento variacional, inecuaciones, Secuencias de actos de habla, Experimentos de Enseñanza y construcción de significado.

INTRODUCCIÓN

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas pertenecen a un campo de investigación realmente amplio en el que múltiples investigadores se han interesado, pues es claro que la educación es un camino hacia el progreso, hacia la formación de ciudadanos competentes en todas las áreas del conocimiento (MEN, 2006), ciudadanos que mediante sus ideas promuevan la evolución y crecimiento de la sociedad.

Con la finalidad de aportar herramientas para el mejoramiento de dichos procesos, y ofrecer herramientas que promuevan en los estudiantes una construcción de conocimientos centrada en la significación de los objetos matemáticos, basada en un contexto familiar, y estructurada según los objetivos previstos por la educación colombiana además de referentes teóricos que sustentan cada procedimiento y/o propuesta establecida, se realiza este trabajo de investigación relacionado con la construcción de significado de las inecuaciones lineales a partir de un análisis discursivo en estudiantes de noveno grado.

Se toman como bases investigaciones como las de Garrote, M.; Hidalgo, M. J. y Blanco, L. J (2004), Socas (1997), Barbosa (2006), Boero (1998), Velasco (2012), entre otras, en las que se muestra que la importancia y utilidad de las inecuaciones ha sido relegada por dificultades procedimentales y generalizaciones erróneas en la solución de algunas situaciones, cuestiones que pueden conducir a una construcción de significado con vacíos conceptuales y/o errores procedimentales.

Por consiguiente, en algunas prácticas docentes se tiende a concebir que las inecuaciones, al no presentarse explícitamente en los Estándares básicos de competencias y Lineamientos Curriculares de Matemáticas MEN (1998, 2006), no son un insumo importante en la construcción del pensamiento matemático en estudiantes, tal acepción condujo a algunos profesores a concluir

que la enseñanza de las inecuaciones sucede de forma idéntica con las ecuaciones al poseer una estructura similar.

A raíz de las investigaciones que se presentan, se planteó un interrogante que esboza una preocupación con respecto a la construcción de significado de las inecuaciones lineales en estudiantes de noveno grado de una institución educativa del Municipio de Jamundí-Valle. Para tal trabajo se propuso una serie de objetivos que estructuran lo que se espera encontrar o desarrollar en la investigación. Se toma como eje principal de análisis las Secuencias de actos de habla expresados por los estudiantes cuando resuelven una serie de actividades diseñadas por el grupo investigador, teniendo en cuenta la resolución de problemas, un contexto familiar para los estudiantes, las inecuaciones y el pensamiento variacional.

Seguidamente, se presenta un marco de referencia que corresponde a la base teórica que sustenta las acciones aquí desempeñadas, este se divide en 3 apartados: a) la dimensión matemática, en la cual se considera el álgebra como una actividad, es decir, como la acción sobre algo que se hace, en particular desde las inecuaciones lineales; además se mencionan tres elementos propuestos por Radford (2006) para el desarrollo del pensamiento algebraico y por ende a la construcción de significado de las inecuaciones lineales; b) la dimensión discursiva remite a la utilización de Secuencias de actos de habla de van Dijk (1980) presentes en el discurso expresado por los estudiantes en el desarrollo de las actividades contextualizadas y c) la dimensión curricular, desde los referentes propuestos por el MEN, dado que son un insumo importante para la educación en Colombia.

En este trabajo se enmarca los Experimentos de Enseñanza como metodología de investigación, en la que se busca enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje a partir de las experiencias dentro del aula de clase, pues se considera el lugar donde se pueden tomar bases y

argumentos sólidos para mejorar. Se desarrollan 3 fases en las que se explica y expone los pormenores del experimento implementado. En la primera fase se expresa minuciosamente el diseño de la actividad contextualizada, la planeación y desarrollo del experimento. Luego, un análisis local de los resultados arrojados después de la puesta en acto y finalmente un análisis retrospectivo en el que se articula la teoría de las Secuencias de actos de habla de van Dijk (1980), los 3 elementos propuestos por Radford (2006) y los objetivos de investigación.

Se finaliza con ciertas conclusiones y/o recomendaciones presentadas para el mejoramiento del experimento y seguir aportando al desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

CAPÍTULO I.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se presentan algunos argumentos que sustentan la necesidad de recurrir a múltiples herramientas que conlleven al estudiante a la construcción de significado de los objetos matemáticos, particularmente las inecuaciones lineales, con la finalidad de enriquecer y aportar en los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra. Para tal construcción, se le otorga gran importancia al discurso y las Secuencias de actos de habla utilizadas por los estudiantes, pues se considera que corresponden a recursos importantes con los que el profesor cuenta para rastrear dificultades o aciertos en el aprendizaje de sus estudiantes.

Inicialmente se presentan múltiples fenómenos y situaciones, a partir de elementos históricos hasta expresados en el currículo nacional colombiano, que sustentan una problemática relacionada con la falta de comprensión de las inecuaciones, atribuida a factores como generalizaciones y transferencias erróneas de procedimientos, falta de análisis de situaciones o problemas presentados y mayor utilización de memorización de procedimientos; estos y otros elemento conducirán a una pregunta problema, la cual estructura el desarrollo del presente trabajo.

Luego, se hace uso de elementos utilizados por de Van Dijk (1980), Lee (2010), Forero (2008), Benveniste (1966) y Searle (1992) en las que enmarcan y otorgan al discurso una gran importancia debido a que promueve la construcción de conocimiento matemático y el uso de un lenguaje matemático, y da indicios sobre la forma de comprender un objeto matemático por parte de los estudiantes, entre otros aspectos.

Además, se hace referencia a algunos referentes teóricos como Garrote, Hidalgo, y Blanco (2004), Socas (1997), Kieran (1981), Barbosa (2006), Boero (1998), Velasco (2012) que sustentan la existencia y la necesidad de generar investigaciones que promuevan la construcción de

conocimiento de las matemáticas, particularmente de las inecuaciones lineales, con el objetivo de que estos objetos matemáticos no correspondan a un tema más, sino a un elemento que hace parte de una red que contribuye al fortalecimiento y construcción de nuevos conocimientos. Se plantea finalmente un objetivo general y tres objetivos específicos los cuales, junto con otros elementos, direccionan el estudio aquí realizado.

1.1.Descripción del problema

El desarrollo de una sociedad tiende a medirse por los avances económicos que esta tiene; un ejemplo de tal situación se puede ubicar rastreando el desarrollo social y cultural de la civilización griega, en la cual la utilidad y practicismo de las matemáticas fue la concepción predominante que influyó, junto con otros aspectos, en el dominio económico aproximadamente entre los siglos IX y V a.C. (Recalde, 2013). Así, como en la época las matemáticas se consideraron utilitarista y fundamentada en tecnicismos, debido a que sus actividades estaban basadas en una realidad puramente concreta; esta nueva influencia hizo necesario hallar una explicación, en la que la razón también tuviera un papel predominante en eventos matemáticos, lo cual permitió conocer sus propiedades intrínsecas (Esquinas, 2009).

Inevitablemente, los mismos estudios realizados tras el descubrimiento del carácter ideal de las matemáticas llevan a aceptar que todo extremo es desfavorable e incluso perjudicial, es decir, las matemáticas necesitan de la práctica, pues cómo dejar de lado este aspecto sí por medio de ellas es posible dar respuesta a muchos de los fenómenos observables en el mundo. Al respecto Germain (1978) citado por Esquinas, (2009) afirma que “la matemática está sometida a las mismas leyes de la vida. Y la vida (...) tantea, busca, avanza y retrocede antes de encontrar su camino y de dar un nuevo paso adelante” (p.17).

En ese sentido, para el desarrollo del pensamiento matemático es necesario recurrir a diversos elementos de la realidad concreta y la realidad basada en la razón, que converjan en el objetivo de dar explicación a fenómenos y, por supuesto, ofrecer herramientas a otras disciplinas y a sí misma para su continuo desarrollo y fortalecimiento. El desarrollo de este pensamiento es indispensable en la formación de las personas, debido a que aporta herramientas y estrategias que le permiten al individuo, además de transformar el conocimiento adquirido a un recurso natural del cerebro; contribuye a la solución a diversos problemas matemáticos, promueve el razonamiento, permite establecer relaciones entre diferentes conceptos y generar un grado de entendimiento más profundo, contribuye al desarrollo de otros pensamientos y de ideas en la búsqueda de nuevas teorías, entre otros aspectos.

El pensamiento matemático involucra un conjunto de habilidades, destrezas y estrategias que puede llegar a desarrollar un individuo en algún tipo de situación, proceso del que se puede sintetizar la información o conocimiento matemático, para luego ser usado como recurso en instancias que lo ameriten. Por tal razón, este se considera necesario en el ámbito escolar, pues es necesario que el conocimiento que adquieran los estudiantes se convierta, precisamente, en una herramienta, en un recurso que el individuo tenga a la mano para resolver algún tipo de situación problema o sea la base para la construcción de un saber nuevo.

Particularmente en Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (en adelante MEN) tiene como uno de sus objetivos formar personas competentes en matemáticas, a través del desarrollo de este pensamiento. No obstante, es necesario cuestionarse si ¿el desarrollo del pensamiento matemático resulta ser un proceso espontáneo que se habilita sólo por el hecho de asistir a la escuela? ¿Qué otros elementos se deben tener en cuenta para dicho propósito?

Al respecto el MEN (1998) afirma que:

El conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual. (p. 14)

En concordancia con lo anterior, para el presente trabajo se propuso realizar un diseño de situaciones que tome en consideración tanto el objeto matemático en cuestión, como los elementos de la cotidianidad del estudiante, todo enmarcado desde la resolución de problemas y promoviendo, por supuesto, la comunicación y el razonamiento; con el objetivo de incentivar a los estudiantes en la utilización de diversas estrategias que consideren convenientes.

Según el MEN (2006), la enseñanza de las matemáticas debe estar permeada por una serie de elementos de la cotidianidad¹ del aprendiz, pues a partir de esto es posible otorgar un significado a lo que se aprende. Es decir, esta forma de ver la educación proporciona elementos tanto conceptuales (contenidos matemáticos) como cognitivos (análisis, visualización, comprensión), lo cual establece conexiones mucho más fuertes para la construcción de nuevos conocimientos, y el desarrollo del pensamiento matemático; además, y aún más importante, permite que el estudiante entienda los procedimientos que está realizando, dejando de lado aspectos como la memorización.

Cabe mencionar que en este trabajo se hace especial énfasis en el pensamiento variacional, como insumo en la construcción y desarrollo de pensamiento matemático, dado que se quiere que el estudiante observe y analice situaciones de variación y cambio entre cantidades y la discriminación de cantidades que pueden o deben depender del comportamiento de otra(s). Sin embargo, considerando el hecho de que cada pensamiento necesita de por lo menos uno de los

¹ “Se refiere tanto al contexto más amplio –al entorno sociocultural, al ambiente local, regional, nacional e internacional– como al contexto intermedio de la institución escolar –en donde se viven distintas situaciones y se estudian distintas áreas– y al contexto inmediato de aprendizaje preparado por el docente en el espacio del aula, con la creación de situaciones referidas a las matemáticas, a otras áreas, a la vida escolar y al mismo entorno sociocultural, etc.,” (MEN, 2006, p. 70)

otros para su desarrollo, este trabajo tendrá en cuenta en conjunto con el pensamiento variacional al pensamiento numérico como un elemento pertinente para su desarrollo.

La variación y el cambio son aspectos que se comúnmente son asociados a la educación secundaria pues se puede pensar que solo son parte del álgebra, cálculo u otras ramas de las matemáticas que constan de un carácter poco más analítico. Concepción que no es errada, pero como propone el MEN (1998, 2006), es posible introducir el pensamiento variacional desde la educación primaria, a partir de la aplicación de actividades que conlleven a un aprendizaje con sentido de los sistemas algebraicos, antes de llegar a grados de la básica secundaria.

Uno de los objetivos al desarrollar este pensamiento desde esta etapa escolar, es favorecer la construcción de conocimientos con significado en torno a las funciones, el cálculo numérico y algebraico para los estudiantes, para cuando se encuentren en la educación básica secundaria y posteriormente en la educación superior. Lo anterior ha de ser un soporte para que su desarrollo escolar se dé de forma natural y no con vacíos conceptuales que se conviertan en un obstáculo para la adquisición de nuevos conocimientos (MEN, 1998, p.21).

Si bien, es sabido que gran parte de las bases conceptuales que los estudiantes puedan acumular desde sus primeros años de escolaridad, conformarán el soporte para la construcción de nuevos y diversos conocimientos, también se puede resaltar que este aspecto resulta aún más importante desde la perspectiva de la enseñanza y el aprendizaje del álgebra, pues como lo menciona el MEN (1998), de ser aplicada tal propuesta, representaría una sustancial base para que el desarrollo escolar y particularmente la adquisición y análisis algebraico se dé de forma natural y sin vacíos conceptuales.

Tal perspectiva está vinculada con el diseño propuesto para el desarrollo del presente trabajo, pues, por un lado, se parte de conocimientos previos de los mismos estudiantes con la finalidad de establecer un puente entre lo que ya saben y lo que están a punto de conocer,

concibiendo así la premisa de una construcción que le signifique algo al aprendiz. Por otro lado, se le quiere restar importancia a la simple presentación y enseñanza de contenidos en la escuela, pues este proceso al carecer de elementos que promuevan la visualización, análisis, explicación, verbalización de procedimientos, entre otros.

Este último aspecto puede ser explicado tomando como referencia a Velasco (2012), quien en su trabajo buscaba encontrar la raíz del problema de la no aprobación de los estudiantes en primer curso de matemáticas de algunas universidades del Valle del Cauca, afirma que:

La gran cantidad de contenidos que deben ser abordados en el primer curso de matemáticas, hace que se enfoque en las habilidades y técnicas, más que el desarrollo de las capacidades cognitivas de orden superior (visualizar, analizar, sintetizar, razonar, argumentar, etc.), que permitan el buen desempeño del pensamiento matemático en diferentes dimensiones. (p. 9)

Es decir, algunas de las razones que explican la no aprobación de los cursos de matemáticas, independientemente del nivel de estudios en el que se encuentre, se puede atribuir a la importancia que se les da a los contenidos, y no a que el estudiante proponga, resuelva y analice, situaciones y otro tipo de actividades; o enfocarse en un aprendizaje basado en la búsqueda y aplicación de habilidades y técnicas para abordar una serie de contenidos.

La enseñanza basada únicamente en contenidos diverge de la idea en la que el conocimiento no se alcanza si se asume que los objetos matemáticos son independientes, pues es todo lo contrario. Es decir, que la estructura de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas deben estar sujetas al hecho de la utilización de núcleos, en donde se entretejen redes alrededor de un tema y este a su vez establezca y sea crucial para la conceptualización e interiorización de un conocimiento. Por ejemplo, en álgebra se hace necesario la utilización de algunos conocimientos previos, como el uso de estrategias de solución mediante el reconocimiento de propiedades y reglas

propias de la aritmética. Puesto que, esta rama de las matemáticas posee un carácter analítico que requiere ir un poco más allá de resolver un ejercicio, recurrir a un simple uso de simbología o memorizar procedimientos.

Al respecto, el MEN (2006) considera que:

[...] el álgebra constituye una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio, [...] y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, [...] y de la variación en general para explicar de qué forma un cambio en una cantidad produce un cambio en otra, y la contextualización de diversos modelos de dependencia entre variables, todos estos desarrollos propios del pensamiento variacional. (p.17)

Entonces para el aprendizaje del álgebra, en situaciones que involucran variación no es suficiente con abordar ejercicios o situaciones y llegar a una solución utilizando memorización o repetición de procedimientos; por el contrario, dicha solución debe ir acompañada de por lo menos una estrategia y un análisis de la situación para esbozar un plan de acción y plantear una posible solución.

Pero, para que los estudiantes resuelvan alguna situación de tipo algebraico, inecuaciones lineales por ejemplo, haciendo uso de un análisis, interpretación, conocimientos previos, entre otras, surge la importancia de una construcción con significado de los objetos algebraicos, en la que el estudiante a partir de ciertas capacidades cognitivas pueda explicar con sus propias palabras dicha situación, además de reconocer y establecer relaciones entre cantidades, pensar un plan de acción, desarrollar procesos y establecer una posible solución.

Comúnmente se cree que las inecuaciones lineales con una incógnita al poseer solo un elemento desconocido, se desarrollan básicamente desde el pensamiento numérico (Barbosa, 2006), pues generalmente no se logra reconocer variación alguna sino una sustitución de valores

que cumplen la relación de orden establecida; concepción que no es errada, pero que puede fortalecerse desde el marco variacional explorando este objeto cuando se apoya de situaciones de aprendizaje significativas, en las que se tiene en cuenta la cotidianidad del estudiante, un lenguaje familiar, entre otros elementos.

Según el MEN (2006) las inecuaciones necesitan estar dotadas de significado y un sentido, dado que la interpretación de la información que se manipula corresponde a ciertos fenómenos susceptibles de cambio. Por ejemplo, es preciso reconocer que al despejar la incógnita x , en la inecuación $-2x > 8$ el signo de desigualdad ($>$) cambia de sentido ($<$) por una razón matemática correspondiente a una propiedad y no a un “procedimiento espontáneo” que se debe realizar para resolver la situación. En tal caso, el hecho de trasladar procedimientos de solución de ecuaciones a inecuaciones carecería de sentido debido a que en este último no es posible cambiar de dirección al signo de equivalencia. Una posible consecuencia a tal fenómeno es expuesta por Garrote, Hidalgo y Blanco (2004) cuando afirman que:

[...] parece como si en el momento que a un alumno se le plantea calcular el valor de una letra éste sólo contara con las ecuaciones para la obtención del mismo, hasta el punto de cambiar el signo de la expresión dada sin necesidad de justificación. (p. 8)

Parece entonces, que en gran medida los estudiantes conciben las ecuaciones e inecuaciones como semejantes en tanto a los procedimientos utilizados para hallar valores desconocidos, sin detenerse a entender cuáles son sus relaciones y diferencias, dejando de lado cualquier indicio de análisis que le permita resolver adecuadamente algún tipo de situación.

Un recurso importante para mitigar el fenómeno anterior podría encontrarse en un aprendizaje con significado para los estudiantes, en el que las inecuaciones les representen más que un procedimiento o algoritmo utilizado para hallar el valor de una incógnita y en la que se

pueda establecer diferencias con ecuaciones, pues, a pesar de que la estructura de solución es similar, su análisis y, aún más importante, su utilidad en la vida cotidiana no resulta igual.

Por ejemplo, investigaciones como las de Barbosa (2006) y Velasco (2012) concuerdan con el planteamiento anterior, en el sentido de que se ha logrado identificar que en el estudio de las inecuaciones no es tan claro comprender lo que estas representan y las diferencia con respecto a una ecuación, pues es común generalizar procedimientos y uso de propiedades en una y otra de manera similar, lo cual podría corresponder a inconsistencias por parte de los docentes al introducir las inecuaciones como semejantes a las ecuaciones, generando una serie de inconvenientes en el aprendizaje de los estudiantes.

Dentro de las inecuaciones, por ejemplo, muchos estudiantes entienden los signos “mayor y menor” como nexos entre dos expresiones algebraicas que arrastran en los diferentes pasos de su resolución y que no aportan significado a la misma, hasta el punto de no suponerles ningún problema sustituirlo por un signo igual (Garrote, Hidalgo, Blanco, 2004).

Otras investigaciones en torno a las inecuaciones como las de Blanco (2004), Barbosa K. (2006), Borello (2010) y Moraleda (2010) se enfocan en analizar algunas dificultades y errores en cuanto al aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones lineales, en la conversión de un enunciado verbal a una expresión matemática, en la aritmética procedimental, en establecer relaciones entre las ecuaciones y las inecuaciones y las transformaciones que se le aplican a las mismas, en la interpretación de la solución de las inecuaciones y la representación gráfica de estas.

Dichas investigaciones hacen hincapié en las dificultades que se presentan tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las inecuaciones en la escuela, por tanto, representan una problemática de interés en el campo de la Educación Matemática. Este interés radica en el hecho

de que las inecuaciones pueden no estar significando nada más que una simple respuesta a la que se llega aplicando algunos procedimientos.

En síntesis, considerando la trascendencia histórica del álgebra, las múltiples dificultades que han surgido en relación con la diferenciación de las ecuaciones e inecuaciones, su errónea generalización de procedimientos y las dificultades en la conceptualización de este objeto matemático por parte del estudiante, se propone realizar un trabajo investigativo en el que mediante el análisis del discurso empleado por los estudiantes en relación con las inecuaciones se posibilite la identificación de la construcción de significado que estos desarrollan tras la aplicación de una situación.

Por tal motivo, se procura investigar la construcción de significado que los estudiantes del Liceo Ágora les otorgan a las inecuaciones lineales a partir de una situación contextualizada; para tal fin surge la siguiente pregunta:

¿Cómo el análisis de las Secuencias de actos de habla y la articulación con los resultados de la implementación de una actividad contextualizada permite reconocer la construcción de significado de las inecuaciones lineales de estudiantes de noveno grado?

1.2. Justificación

La propuesta de análisis de dicha problemática se centra en el discurso mismo, pues se reconoce el lugar predominante que este tiene en los procesos de enseñanza y aprendizaje, razón por la cual el presente trabajo se enfoca en el proceso de aprendizaje del estudiante, haciendo un análisis de sus producciones orales y escritas.

El discurso se reconoce como un proceso fundamental que permite la construcción de conocimiento, Benveniste (1966) citado por Duval (2004) afirma que: “el discurso es una serie de

expresiones propias de una lengua que permiten hacer referencia al mundo de manera que pueda ser compartida entre los que quieren comunicarse entre sí” (p. 86).

Lee (2010) asegura que resulta pertinente propiciar escenarios en los que los estudiantes puedan incrementar el discurso matemático, dado que una vez que comparten sus ideas dentro de este son capaces de buscar estrategias para la solución de problemas utilizando conocimientos previos.

Forero (2008) por su parte, se interesa en el discurso como un elemento para generar expresiones significativas que favorezcan la reflexión en la enseñanza de las matemáticas, y al tiempo promuevan la construcción de significados relevantes en torno a un concepto matemático en el proceso de aprendizaje de los estudiantes; en este caso en el de las inecuaciones lineales con una incógnita.

Según van Dijk (1980), el discurso desde un análisis pragmático se conforma por Secuencias de actos de habla, en las cuales es posible reconocer el propósito fundamental o la idea central de los distintos Actos de habla que se ponen en juego cuando dicho discurso se elabora. Por tanto, se reconocen los Actos de habla como *‘la unidad mínima del discurso’* (Searle, 1991, p 30), en la que se asume que un hablante tiene una Intencionalidad particular al decir lo que dice, por ejemplo, afirmar, preguntar, prometer, entre otros.

Se reconoce además, que al existir 5 clases generales de Actos de habla (asertivos, compromisivos, declarativos, directivos y propositivos) cada una de estas contiene una fuerza que a su vez se puede relacionar con una Intencionalidad que expresa un hablante al proferir algo al mundo, esto ligado al hecho que según Searle (1991) cuando se dice algo, este discurso al contener Secuencias de actos de habla y Actos de habla, en la misma medida se está realizando una acción,

en otras palabras “todo decir es hacer” Searle. Dicha Intencionalidad se puede ver reflejada en el deseo que pueda manifestar el hablante, o su intención de decir o hacer tal cosa y por supuesto su nivel de creencia con respecto a algo en particular.

Desde otra perspectiva y sin dejar de lado el hecho que se busca reconocer una posible construcción de significado de las inecuaciones, que a su vez puede conducir al desarrollo de pensamiento algebraico, se toma la propuesta de Radford (2006) en la que menciona la existencia de elementos que pueden considerarse como herramientas potenciales en la consolidación y posible desarrollo de pensamiento algebraico. Estas corresponden a la identificación de valores desconocidos a partir de un análisis de información preliminar presentada, posibles generalizaciones a las que se puede llegar después de reconocer la forma en que un objeto matemático puede variar y la utilización de lenguaje o simbología que haga referencia a algún objeto propio de la misma rama.

En ese sentido, se recurre a una interrelación establecida entre el discurso como herramienta que permite conocer y analizar cómo el estudiante construye un significado de las inecuaciones lineales y los elementos propuestos por Radford en busca de aportes hacia la consolidación de pensamiento algebraico. Para esto, se propone diseñar una actividad de situaciones contextualizadas, en la que los estudiantes puedan otorgarles un significado a objetos matemáticos identificados mediante sus estrategias de solución y conocimientos previos sin necesidad de recurrir al uso exclusivo de símbolos algebraicos.

En ese sentido, se recurre al discurso como herramienta que permitir conocer y analizar cómo el estudiante construye un significado de las inecuaciones lineales a partir de la solución y posterior discusión de un conjunto de actividades. Para este, se propone diseñar una actividad de situaciones contextualizadas, en la que los estudiantes puedan otorgarles un significado a esos

objetos matemáticos identificados mediante sus estrategias de solución y conocimientos previos sin necesidad de recurrir al uso exclusivo de símbolos algebraicos.

Además, se fomenta la implementación de este tipo de situaciones que se relacionan con la cotidianidad y el entorno del estudiante, para así, reconocer y establecer herramientas conceptuales y procedimentales significativas para la comprensión de un nuevo conocimiento.

Otro aspecto considerado importante, teniendo en cuenta que se pretende que el estudiante haga uso de su discurso para explicar procedimiento y estrategias de solución de un proceso matemático, fue la escogencia del grado noveno del Liceo Ágora, una institución educativa de carácter privado que funciona en el municipio de Jamundí-Valle y cuyo grupo cuenta con 14 estudiantes. Esta institución educativa propone para mejorar sus procesos de enseñanza y aprendizaje capacitaciones como aporte a sus prácticas docentes a partir de los resultados obtenidos por los estudiantes.

El anterior hecho se explica debido a que uno de los investigadores es docente de la institución y a pesar de que sus planeaciones y prácticas educativas están enmarcadas desde las propuestas del MEN (1998), MEN (2006), el Plan de área de matemáticas del Colegio y un libro de texto, los resultados de simulacros de prueba SABER no cumplieron con las expectativas esperadas con respecto a solución de situaciones que involucran resolución de problemas en ese año lectivo.

Aparte de corresponder a un hecho preocupante por el desempeño académico de los estudiantes, esta institución aún se encuentra en proceso de acreditación para ofertar todos los niveles educativos (desde primero a once). Por ejemplo, en el año 2017 se promociona el grado

noveno, para el 2018 se abren inscripciones para el grado décimo, y se espera que para finalización del año 2019 el colegio esté graduando a la primera promoción de grado once.

Por tal motivo, el colegio decidió optar por involucrar este proceso (resolución de problemas) en la planeación de las clases del docente y por supuesto en los ejercicios que resuelven los estudiantes en matemáticas. En vista de que la práctica y metodología docente que se venía utilizando no estaba dando los resultados esperados se optó por utilizar estrategias alternativas, como por ejemplo el acompañamiento constante de la docente en la búsqueda de soluciones, direccionando a la identificación y análisis de resultados. Sin embargo, este cambio se introdujo de forma lenta para evitar posibles confusiones, desinterés, y malos resultados por parte de los estudiantes.

Por tanto, las prácticas educativas de la docente se basaron en trabajar ese curso en el marco de la resolución de problemas, favoreciendo así la propuesta de las actividades de este trabajo de investigación, puesto que aporta al proceso de aprendizaje en el cual se han encaminado en la mayor parte de su año lectivo.

Sumado a ello, se presenta una propuesta diferente, en la que la vinculación con un contexto familiar para los estudiantes fuera el vehículo para despertar su interés. Con el objetivo de contribuir al desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de noveno grado a partir de la vinculación de un diseño de actividades estructurado desde el pensamiento variacional, el contexto de los estudiantes y un objeto matemático en particular, las inecuaciones lineales.

1.3. Antecedentes

En el siguiente apartado se presentan algunas investigaciones relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las inecuaciones en distintos niveles educativos y desde diferentes perspectivas teóricas y prácticas.

En un primer momento se presenta el trabajo de investigación de Garrote, Hidalgo, y Blanco (2004) llamado *Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones*, el cual tuvo como objetivo reconocer y analizar las principales dificultades presentadas por estudiantes de básica secundaria, para posteriormente reconducir su labor educativa y ofrecer herramientas significativas que aportaran en la disminución de esta problemática. Estos autores, a su vez, basan su investigación según la experiencia docente en la que han podido reconocer la reiterada existencia de errores y dificultades presentes en los estudiantes.

Resulta interesante que estos autores, enmarcan gran parte de su problemática desde las posturas de Socas (1997), quien afirma la existencia de errores y dificultades procedentes de diferentes aspectos o situaciones; e investigaciones como las de Palarea (1999), Collis (1975), Behr (1980) y Kieran (1981) en las que se hace alusión a la prevalencia e importancia dada al signo igual en procedimientos algebraicos, relegando otros procesos matemáticos (inecuaciones por ejemplo) a un segundo o tercer plano.

Parte de esta investigación arroja que existe una inequívoca carencia de significado de algunas expresiones, soluciones u objetos matemáticos; cuestión que parece ser dificultosa en la enseñanza y el aprendizaje del álgebra en la escuela secundaria y la educación superior.

Un caso similar, a la postura presentada en el anterior apartado, es la de Barbosa (2006) en la que deja claro en su tesis doctoral *Inecuaciones: un análisis de las construcciones mentales de*

estudiantes universitarios, que la enseñanza y el aprendizaje de las inecuaciones necesita un cambio. Esta autora afirma que es necesario utilizar otro tipo de herramientas pedagógicas que promuevan el pensamiento crítico y analítico, sin dejar de lado la realidad social y las construcciones mentales propias de los estudiantes. Pues, por ejemplo, si bien el profesor resulta ser, en la mayoría de los casos, el orquestador de la clase, esto no implica que sus estudiantes se conviertan en un recipiente que recibe lo que se trata de enseñar, por el contrario, el ambiente escolar debe permitir la construcción de conocimiento a partir de la reflexión, la crítica y el análisis.

Esta investigación se fundamentó desde un enfoque constructivista, en la que el estudiante al estar en un ambiente propenso al diálogo, exposición de sus ideas y en la que la conjugación de conocimientos estructurados desde su realidad con la construcción de algún objeto matemático esté estrechamente relacionados y se vinculen con un fin en común: aprendizaje con significado.

De igual forma, esta investigadora tomó como referencia las construcciones y conexiones mentales que pueda desarrollar la población investigada para posteriormente presentar una propuesta metodológica que permita mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las inecuaciones en el ámbito universitario.

Además, Barbosa (2006) en su trabajo toma como uno de sus referentes a Boero (1998), la cual se interesa por investigar la comprensión conceptual de las inecuaciones, y concuerdan en que existen diversas situaciones que no permiten que el estudiante, en su proceso de aprendizaje, comprenda las implicaciones de resolver una inecuación. Siendo este un hecho que se evidencia comúnmente cuando el estudiante se limita a resolver problemas o situaciones que involucren el objeto matemático en cuestión a partir de la aplicación reiterada de técnicas de solución, reduciendo su procedimiento a simple mecanización, sin aportar a un aprendizaje significativo.

Barbosa (2006) establece que en muchas ocasiones uno de los factores que influyen en la no comprensión conceptual de las inecuaciones hace referencia a la falta de interés e importancia que le dan los profesores a las inecuaciones en la enseñanza de las matemáticas. Es decir, se limitan a su enseñanza tradicional, pues, además de utilizar un pizarrón, la solución de inecuaciones está mediada únicamente por técnicas procedimentales repetitivas y muchas veces generalizadas de otros procedimientos (ecuaciones, por ejemplo), generando posibles limitaciones en la comprensión del objeto matemático.

Por último, Velasco (2012) interesada en la reprobación de cursos de matemáticas de estudiantes universitarios, propuso en su trabajo de maestría *Aprendizaje de las inecuaciones lineales con valor absoluto desde una perspectiva plurirregistro*; además de modificar algunos de los contenidos matemáticos estudiados, se centró en el hecho de que las matemáticas necesitan, por naturaleza, la utilización de múltiples registros de representación semiótica para ser exploradas, analizadas y comprendidas en mayor medida.

Para ello, se propuso reformular las prácticas educativas utilizando como objeto matemático a las inecuaciones lineales con valores absolutos. En esta propuesta primó un trabajo rico en lo variacional más que en lo numérico. Todo desde la puesta en acto de dos situaciones que potencian el pensamiento variacional y la visualización y dejando por sentado que para un mejor aprendizaje en la educación básica, media y superior son requeridas las capacidades cognitivas de los estudiantes.

Las anteriores investigaciones, dejan al descubierto la gran importancia que ha tenido el estudio y análisis de los procesos de enseñanza y el aprendizaje del álgebra, particularmente de las inecuaciones. Se presentan de igual forma ciertas problemáticas que si bien están muy bien

sustentadas, investigadas y concluidas, representan un grano de arena en el inmenso mundo de los problemas que surgen en la educación matemática actual.

Es importante mencionar también, que las investigaciones mencionadas se tornan importantes en el desarrollo de este trabajo debido a que, de alguna forma se pretende aportar al mejoramiento de la labor educativa, reconduciendo tales procesos y dejando de lado aspectos como la enseñanza tradicional, pues es posible diseñar o utilizar herramientas o situaciones que promuevan en los estudiantes la expresión de sus ideas, explicación de sus procedimientos, resolución de problemas para finalmente comprender lo que un objeto matemático representa, como se puede usar y cómo puede contribuir a la comprensión de un nuevo conocimiento.

Este último aspecto, la carencia de significado de un objeto en particular, puede desencadenar una serie de errores y dificultades que impiden que se pueda avanzar en el aprendizaje, razón por la cual se pretende usar elementos propios del contexto social del estudiante mediante la planeación y puesta en acto de una actividad en la que se promueva la explicación de sus procedimientos, para asimismo, reconocer la existencia o no de indicios que puedan conducir a la comprensión de lo que una inecuación representa.

1.4.Objetivos

1.4.1. *Objetivo general*

Analizar las Secuencias de actos de habla y la articulación con los resultados del desarrollo del diseño por parte de los estudiantes de grado noveno para el reconocimiento de la construcción de significado de las inecuaciones lineales.

1.4.2. *Objetivos específicos*

- Determinar de qué modo un diseño de situaciones problema puede contribuir a la construcción de significado de las inecuaciones lineales.
- Identificar en los Actos de habla de los estudiantes expresiones que permitan reconocer el desarrollo de su pensamiento algebraico a partir de los elementos de Radford.
- Reconocer y relacionar cantidades mediante una clasificación de Secuencias de actos de habla.

En resumen, el presente trabajo toma como esencial al discurso como una herramienta que puede permitir reconocer lo que está entendiendo un estudiante y como lo está haciendo. Aquí entonces, se pretende realizar un rastreo de elementos que puedan conducir a una posible construcción de significado de las inecuaciones lineales por medio del discurso, puesto que, basado en algunos antecedentes y una descripción de una problemática latente desde aspectos históricos, curriculares y experienciales de algunos autores, se reconoce que puede existir una dificultad en el aprendizaje significativo de tal objeto matemático.

CAPÍTULO II.

MARCO DE REFERENCIA

En el siguiente apartado se presentan elementos teóricos que sustentan el desarrollo de este trabajo sobre la utilización del discurso como herramienta que puede permitir rastrear una posible construcción de significado de las inecuaciones lineales. Para ello se exponen la propuesta de Kieran (2007) en que se afirma que el álgebra escolar debe ser vista como una actividad y no solo como un lenguaje simbólico, y en cuanto al desarrollo del pensamiento algebraico se presentan los tres elementos propuestos por Radford (2006) para la caracterización del pensamiento algebraico, a saber, la analiticidad, la indeterminancia y la designación de objetos. Asimismo, se toma como referencia algunos documentos que ha emitido el MEN, tales como los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006)

Además, se presenta una postura sobre el análisis del discurso, específicamente un análisis pragmático, en la que se retoma la propuesta de van Dijk (1980) quien considera al discurso como unidad de análisis de las emisiones que un hablante puede manifestar, mediante las Secuencias de actos de habla presentes en este. También, se toma como referencia la teoría de los Actos de habla en la que se expresa que “todo decir es hacer”, propuesta por Searle (1991); esta última asegura que cuando se dice algo, no solo se emiten sonidos que constituyen palabras, sino que se hacen cosas con lo que se dice.

2.1. El álgebra escolar

La educación se define como un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes (MEN, 2006); es por ello, que el Ministerio propone que en las escuelas

se trabaje para que la educación sea la principal herramienta de transformación social, formando ciudadanos competentes y útiles para la sociedad.

Con el fin de lograr sus objetivos, el MEN propone a través de los Lineamientos Curriculares (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) una serie de procesos generales de aprendizaje, unos conocimientos básicos y unos contextos que le dan significado a las matemáticas que los estudiantes aprenden, los cuales corresponden a una de las bases con las que los establecimientos educativos de naturaleza pública o privada cuentan para enriquecer sus experiencias educativas.

En los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (2006), en el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, se plantea que el estudio del álgebra se relacione con “el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (p. 66), lo cual se relaciona con los distintos tipos de familias de funciones como: lineales, polinómicas y exponenciales, junto con las relaciones de desigualdad y el uso de ecuaciones e inecuaciones.

De manera particular, las inecuaciones lineales son consideradas como representaciones matemáticas que permiten el desarrollo y análisis de situaciones problema de variación y cambio y de procesos de modelación, fomentando a su vez el crecimiento del pensamiento lógico y científico (MEN, 2006).

Puesto que el interés de este trabajo gira en torno a las inecuaciones lineales con una incógnita, se tuvo en cuenta el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, y el pensamiento numérico y sus sistemas. Además, se realizó un diseño de situaciones que tome en

consideración tanto el objeto matemático en cuestión, como los elementos de la cotidianidad del estudiante, todo enmarcado desde la resolución de problemas y promoviendo, por supuesto, la comunicación y el razonamiento, con el objetivo de incentivar a los estudiantes en la utilización de diversas estrategias de solución que consideren convenientes.

Además, a pesar de que el estudio presente en este texto se basa en el pensamiento variacional, es innegable la utilidad y elementos de carácter procedimental y conceptual que aportan el pensamiento numérico y sus sistemas como las desigualdades, relaciones entre cantidades numéricas, entre otras. Por tanto, se reconoce que haciendo uso de las herramientas que ofrecen tanto el pensamiento numérico como el variacional puede existir una multiplicidad de opciones en torno a un aprendizaje con significado para los estudiantes.

2.1.1. Las inecuaciones: una perspectiva de enseñanza fuera de lo tradicional

En la enseñanza y aprendizaje del álgebra, así como en las asignaturas afín a las ramas de las matemáticas, se pretende conducir a los estudiantes al desarrollo de herramientas que los pueda conducir a desplegar una serie de competencias que lo conduzcan a pensar y analizar matemáticamente. Por ejemplo, según Lee (1997) el álgebra es un área del conocimiento en la cual esta representa algo que se hace y por consiguiente es puesta en acción para dar explicaciones a sucesos; al igual que Bell (1996) y Kaput (1995) (citados en Kieran, 2007), reconocen que esta rama de las matemáticas permite la generalización de procedimientos, la resolución de problemas, el análisis, la modelación, la comunicación, entre otras.

Así, en el desarrollo de este trabajo se abordará el álgebra, y por ende las inecuaciones lineales desde la propuesta que ha organizado Kieran (2007) al indicar las distintas actividades que se realizan en el álgebra. Esta teoría reconoce al álgebra como una actividad y no como una serie de procedimientos o algoritmos que deben enseñarse, y por ende se expresa desde tres tipos de

actividades: Generacional, Transformacional y Global/Meta. La actividad generacional hace referencia a la formación de expresiones algebraicas con la finalidad de que cada uno de sus componentes cobre un significado como objetos algebraicos: “Much of the meaning that is built for algebraic objects within generational activity”² (Kieran, 2007, p. 714).

Las actividades Transformacionales buscan establecer cambios en la forma simbólica de expresiones algebraicas, manteniendo su equivalencia y dotando de significado a una serie de propiedades, axiomas y demás reglas algebraicas. Y las actividades Global/meta o meta nivel plantean que el álgebra se utiliza como una herramienta para resolver problemas, que sin ser exclusiva del álgebra implica el uso de procesos matemáticos más generales; es decir, se podrían llevar a cabo sin usar algún tipo de álgebra simbólica. Este tipo de actividad puede incluir resolución de problemas, modelización, trabajo con patrones generalizables, etc.

Es necesario resaltar que esta clasificación no corresponde a un proceso cíclico ni posicional, por el contrario, concierne a una interacción que utiliza y aporta elementos de una y otra tipología para su desarrollo. Es decir, el hecho de utilizar las actividades transformacionales, por ejemplo, no implica que la generacional o la global meta no serán utilizadas, por el contrario, en ocasiones estos tres tipos de actividades aportan elementos en una misma situación que resultan indispensables en la comprensión del objeto matemático trabajado.

Resulta pertinente considerar los múltiples aspectos que pueden estar presentes en la formación escolar de un estudiantes, contexto, diferentes formas y ritmos de aprendizaje, situaciones de aprendizaje significativas, etc., todo encaminado a fomentar el desarrollo del pensamiento algebraico en el marco de dichas actividades, pues esto puede permitir presentar una

² Una posible traducción: gran parte del significado que se construye para los objetos algebraicos ocurre dentro de la actividad generacional.

variedad de situaciones involucre algún objeto matemático, con la finalidad de que los estudiantes a partir de estas puedan avanzar en una comprensión centrada y significativa, sin dirigirse únicamente a resolver procedimientos, sino también analizar, establecer un plan de acción y llegar a una solución.

La comprensión y construcción de significado del simbolismo algebraico en los estudiantes es uno de los problemas centrales de la enseñanza en el contexto del desarrollo del pensamiento algebraico, por lo que la presente investigación se interesa por trabajar desde la perspectiva de Kieran (2007) de considerar el álgebra como una actividad con el fin de que, a partir de situaciones contextualizadas, el estudiante logre dotar de significado a las inecuaciones lineales.

En este sentido, se considera además la propuesta de Radford (2006) en la que se interrelacionan tres elementos: *Indeterminancia*, *analiticidad* y *designación de objetos*. Estos aportan al desarrollo del pensamiento algebraico, y por ende a la construcción del significado de las inecuaciones en los estudiantes de noveno grado, debido a que esta teoría, junto con un análisis pragmático del discurso, van a permitir establecer la existencia de indicios que puedan conducir a verificar que, por medio de buenas herramientas, el estudiante puede llegar a comprender con más facilidad lo que las inecuaciones lineales significan y/o representan.

El primer elemento, *la indeterminancia*, está directamente ligada con la generalización de procedimientos, en el sentido que hace referencia a la identificación de valores o información que puede ser susceptible de análisis o variación según la situación presentada, y que, a su vez, puede conducir a una generalización. A partir de la concatenación de estos dos procesos y haciendo referencia al álgebra, particularmente a las inecuaciones lineales, es posible que este objeto matemático se convierta en una herramienta útil y significativa para el estudiante, no solo por el

hecho de acercarse un poco más a comprender su estructura, sino también porque puede jugar un papel importante en la solución de cualquier situación que lo amerite.

Un primer rastreo de lo que Radford (2006) llama indeterminancia se puede ubicar cuando los estudiantes, en el desarrollo de las actividades contextualizadas propuestas para el desarrollo del presente trabajo, reconocen la existencia de valores que pueden ser susceptibles de variación y cambio, es decir, encontrar valores que satisfacen más de una situación, como el caso de poder viajar a una velocidad mayor que un valor dado para satisfacer alguna condición.

En este sentido, se debe resaltar también, que el hecho de rastrear elementos o datos que pueden corresponder a una indeterminancia no implica que el proceso de generalización se va a desarrollar de forma espontánea o inmediata, por el contrario, este es un proceso cíclico bidireccional, en el que después de creer haber avanzado es necesario retroceder y analizar la información ya consignada para poder adentrarse en una nueva etapa de generalización.

En palabras de Radford (2006)

Following a Vygotskian thread to which I shall return in the next section, what I would like to add here is that algebraic generality is made up of different layers –some deeper than others. Furthermore, the scope of the generality that we can attain within a certain layer is interwoven with the material form that we use to reason and to express the general (e.g. the standard alphanumeric algebraic semiotic system, natural language or something else).³(p.4)

³ Una posible traducción es: Siguiendo el hilo de Vygotsky al que regresaré en la próxima sección, lo que me gustaría añadir aquí es que la generalidad algebraica está formada por diferentes capas, algunas más profundas que otras. Además, el alcance de la generalidad que podemos alcanzar dentro de una determinada capa se entrelaza con la forma material que usamos para razonar y expresar lo general (por ejemplo, el sistema semiótico algebraico alfanumérico estándar, el lenguaje natural u otra cosa).

Generalizar procedimientos algebraicos es un proceso algo complejo desde la perspectiva de los estudiantes, pero es necesario saber que, como menciona Radford (2006), resulta indispensable atravesar varias capas en búsqueda de una generalización, en la que cada una de ellas va dando pie para la interiorización y comprensión de la siguiente y así tener como destino un concepto u objeto matemático con algún tipo de significado para el estudiante.

En un segundo momento esos objetos matemáticos se deben explicar o establecer relaciones en las que dichos objetos cobren un significado para el estudiante; mencionando, por ejemplo, la existencia de una o múltiples soluciones a una situación planteada, a esto se le reconoce como *analiticidad*. Es decir, en el desarrollo de la actividad propuesta, es el momento en el que los estudiantes al identificar los valores desconocidos deben de pensar, razonar y/o explicar cómo estos influyen en el proceso de solución del problema; para que, en un tercer momento, se realice la asignación simbólica de los objetos identificados, reconociendo este tercer momento como la designación de objetos.

Se debe tener presente, que cuando se refiere a la designación simbólica no sólo se consideran las expresiones algebraicas; por el contrario, en este trabajo de investigación las actividades propuestas invitan a los estudiantes no al uso del simbolismo algebraico sino más bien a la designación de los objetos matemáticos a través de otros signos como las palabras o los gestos, asumiendo que estos aportan a la construcción de significado de las inecuaciones lineales.

Por tanto, en *la designación de objetos*, en particular, se espera que el estudiante utilice expresiones como “mayor que”, “mayor o igual que”, “menor que”, “menor o igual que”, u otras que se relacionen con las ya mencionadas, las cuales adoptan un estrecho vínculo entre las matemáticas que los estudiantes aprenden y su vida cotidiana. Estas dan cuenta del establecimiento

de relaciones de orden entre las cantidades involucradas en la situación, aspecto que se considera esencial en el marco de este trabajo.

En términos generales, las desigualdades designan una relación de orden entre dos o más cantidades. De manera particular, en el diseño su uso estará encaminado a que los estudiantes reconozcan la existencia de este tipo de relaciones con casos específicos por medio de situaciones problema, para posteriormente introducir las inecuaciones como elemento generalizador, tomando lo particular como uno de los elementos base en la construcción de significado de estas. Esta transición se planteó con la finalidad de establecer el vínculo existente entre las desigualdades y las inecuaciones, y además se tuvo en cuenta el hecho de que generalmente, se tiende a no diferenciar entre lo que es una desigualdad y una inecuación.

Velasco (2012) enmarca su diferencia cuando afirma que “una inecuación es una desigualdad en cuyos miembros hay números y letras, a estos últimos se les denomina incógnitas de la inecuación” (p. 27). Por lo que resolver una inecuación significa encontrar el conjunto solución de una o varias incógnitas para los cuales el enunciado es verdadero, lo cual implica que se cumplirá para ciertos casos.

De esta manera, los fundamentos presentados corresponden a la base para el diseño de las situaciones contextualizadas. Posterior a ello, se considera la teoría de Radford (2006) como el vínculo que permitirá entrelazar el discurso empleado por los estudiantes en la solución de una actividad y un contenido matemático específico, que posteriormente podrá arrojar indicios de un posible acercamiento a la construcción de significado de las inecuaciones lineales el desarrollo de este trabajo.

2.1.2. *La Enseñanza de las inecuaciones en el marco de una propuesta curricular*

El diseño de actividades que se propone toma como referente los Estándares Básicos de Competencias (2006) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), pues mediante estos se puede hacer explícito las relaciones existentes entre los diferentes saberes que deben enseñarse y que los estudiantes deben haber aprendido a lo largo del proceso educativo. Estas relaciones se hacen explícitas al referirse la inevitable utilización y establecimiento de coherencias (horizontal y vertical) entre los diferentes ciclos escolares que propone el MEN, junto con los conocimientos que se esperan que los estudiantes alcancen en dichas etapas.

Tanto la coherencia vertical como la horizontal estructuran la consolidación del pensamiento variacional gracias al trabajo en el aula de los estudiantes desde los primeros años de escolaridad, pues este es un proceso que no se da de inmediato o al terminar un ciclo escolar, por el contrario, la concatenación desde los diferentes pensamientos y la misma travesía escolar nutren este pensamiento.

Por ejemplo, desde la coherencia horizontal (ver ilustración 1), se hizo referencia a estándares como “*Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias*”(Pensamiento métrico 8°-9°) (MEN, 2006, p. 87) pues el contexto de la situación hacía referencia a distancias recorridas en cierto tiempo, para lo cual los estudiantes debieron hacer uso de los conocimientos adquiridos en años lectivos anteriores; otro de ellos fue “*Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas*” (pensamiento variacional 8°-9°) (MEN, 2006, p. 87) del que, si bien no se utilizaron las funciones polinómicas, si se promueve el uso de situaciones que involucren variación y cambio; al igual que en algunos casos los estudiantes “*resuelvan problemas y simplifiquen cálculos usando*

propiedades”(pensamiento numérico 8°-9°) (MEN, 2006, p. 86) debido a que estos son herramientas que tienen a la mano y por supuesto para ser utilizadas.

Se logró plantear como meta que, por medio de la planeación de actividades como la diseñada en este trabajo, los estudiantes respondan al siguiente estándar “*Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada*” (Pensamiento variacional 8°-9°) (MEN, 2006, p. 87) el cual puede enriquecerse con la utilización de diferentes registros de representación, promoviendo espacios de aprendizaje contextualizados y usando herramientas que propicien una construcción de significado para los estudiantes.

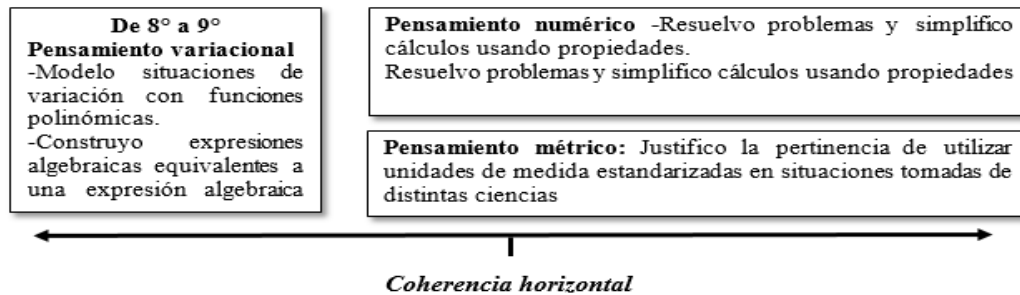


Ilustración 1 Coherencia horizontal

Desde la coherencia vertical (ver ilustración 2), se proponen algunos estándares que corresponden a la utilización, visualización y análisis durante la travesía escolar del estudiante, dejando constancia de que es posible involucrar a los estudiantes al desarrollo de un pensamiento algebraico desde sus primeros años de escolaridad y se pueden tomar como elementos básicos que los estudiantes deben saber y que se puede hacer uso de ellos para la consolidación de un nuevo conocimiento.

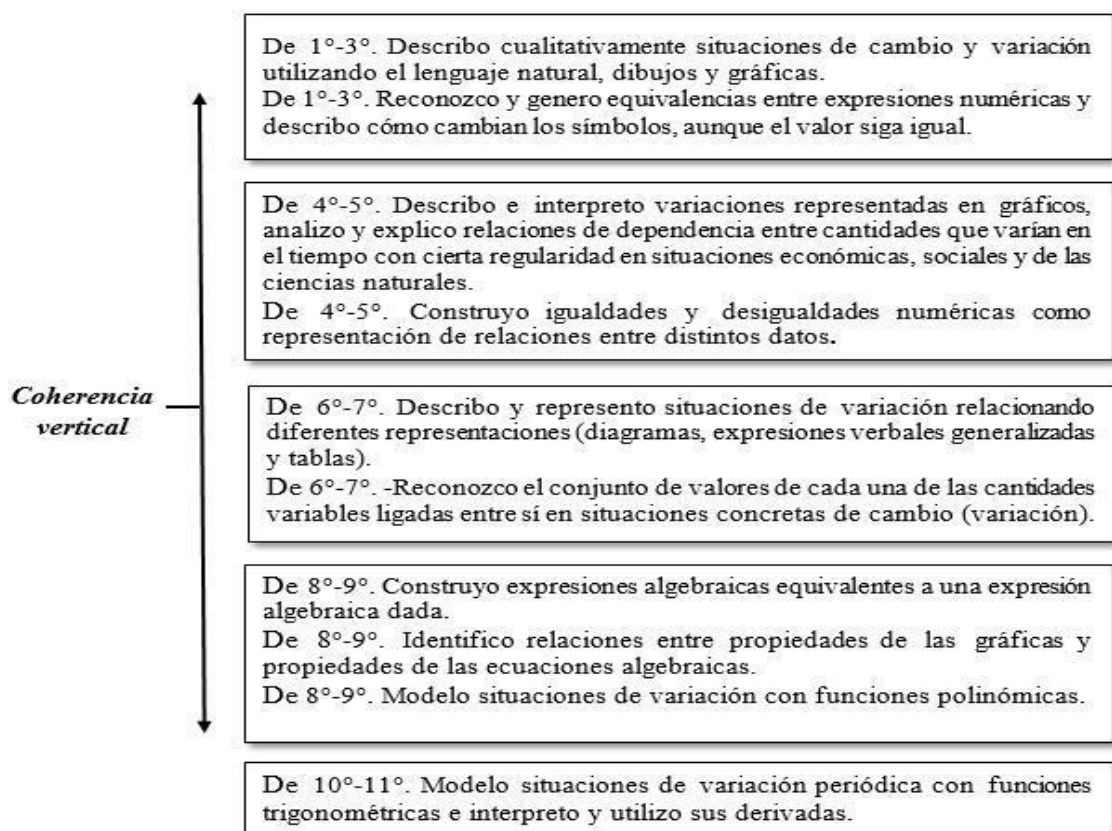


Ilustración 3. Coherencia vertical

De acuerdo con lo anterior, se puede observar que, aunque no se presenta de manera explícita la pertinencia de trabajar con inecuaciones lineales en alguno de los ciclos escolares, de forma implícita se encuentra presente la construcción de este conocimiento a partir del desarrollo de otras competencias y para el desarrollo mismo del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos⁴ en las que no las inecuaciones representan la base conceptual para determinar.

⁴ Por ejemplo, dentro del álgebra y, porque no, dentro de la vida cotidiana, existen problemas o situaciones en las que es posible otorgar más de una solución a un evento, para que este cumpla con restricciones propuestas inicialmente. Esta afirmación se puede verificar, de forma particular en la actividad propuesta para el presente trabajo (ver anexo 1) y de forma general en la solución misma de inecuaciones, inecuaciones con valores absolutos, representación gráfica de dominios y rangos en funciones, comparación entre funciones trascendentes, etc.

Claro está, este es un proceso que teóricamente debería establecerse y cumplirse, pero identificar los elementos, situaciones, actividades y demás aspectos que puedan conducir al estudiante a desarrollar competencias esperadas no resulta ser tan asequible.

El desarrollo de competencias, además de no ser un proceso sencillo, no es algo que se dé de forma espontánea, por el contrario, existen múltiples factores y herramientas como la utilización de un contexto familiar en los procesos de enseñanza y aprendizaje, una adecuada preparación del docente, tener en cuenta la cotidianidad y los conocimientos previos de los estudiantes, entre otros que pueden ayudar a que este proceso se desenvuelva de la mejor manera.

Al respecto el MEN (2006) enfatiza en que “las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (p. 49). Lo cual influye en que el presente trabajo se interese aún más en aportar herramientas que realmente le signifiquen algo al estudiante en la adquisición de nuevos conocimientos relacionados con la significancia de las inecuaciones lineales, a partir de actividades contextualizadas, en las que no se hace referencia inmediata a un lenguaje simbólico algebraico sino que se toman elementos familiares al estudiante para proponer y promover la participación del estudiante y en el que puede establecer estrategias desde su propia experiencia; con la finalidad de generar espacios en el que el pensamiento matemático se pueda desarrollar a partir de ambientes de aprendizaje significativos a los estudiantes.

2.2. Análisis pragmático del discurso: Secuencias de actos de habla

El discurso resulta ser una herramienta que permite la comunicación entre pares, dar a conocer ideas, relacionarse con otros grupos sociales y expresar un pensamiento. Este discurso

puede estar enmarcado desde al menos dos niveles de análisis del discurso: el semántico y el pragmático.

Por un lado, lo semántico se centra en el sentido y la referencia presentes en oraciones o textos, mientras que lo pragmática se encarga de estudiar la función de los Actos de habla presentes en dicho discurso (van Dijk, 1980). Para efectos del desarrollo de este trabajo, se hará énfasis en un análisis pragmático del discurso, dado que este en sí representa una forma de comprender los procesos de aprendizaje de los estudiantes de noveno.

La pragmática se centra en el análisis de las emisiones verbales expresadas por un hablante y un oyente en un determinado contexto. En este caso, el contexto al que se hace referencia es el de un aula de clases con estudiantes de noveno grado, a quienes, por medio de un diseño de actividades y discusiones entre pares, se invita al uso de un expliquen su solución a situaciones planteadas. De lo cual se espera encontrar emisiones verbales que consten de una forma y significado particulares pertenecientes a las matemáticas en palabras propias de los mismos estudiantes, para posteriormente relacionar las Secuencias de actos de habla presentes en dicho discurso con la teoría de Radford (2006) y, finalmente, poder rastrear expresiones que den cuenta de una construcción de significado de las inecuaciones lineales.

En este trabajo se considera necesario el análisis de las emisiones para determinar si el oyente comprendió el propósito pretendido por el hablante. Por ejemplo, en la educación matemática, el discurso expresado por los estudiantes en el aula de clases debería conducir tanto a exponer sus ideas, percepciones y formas de entender un objeto matemático, como a sugerir al docente cuáles son las fortalezas y/o debilidades de sus estudiantes para proponer estrategias y así mejorar a corto y largo plazo su práctica educativa.

Ahora bien, autores como Searle (1991) y van Dijk (1980) aseguran que si existe una conversación en la que estén involucrados por lo menos un hablante y un oyente, el discurso empleado por estos participantes consta de Secuencias de actos de habla, las cuales poseen una función en el contexto en el que se desarrolle y estas a su vez indican un accionar, es decir, cuando se dice algo a su vez se hace algo con lo que se dice.

Considerando un ejemplo particular: si un estudiante en el salón de clase dice a su profesor “*la velocidad del auto del conductor debe ser mayor a 30 kilómetros por hora, porque la señal de tránsito dice que esa es la velocidad mínima ¿cierto?*”. Cuando el alumno expresa su idea, está realizando dos acciones, afirmar y preguntar. Este es un ejemplo en el que se muestra que los Actos de habla son inherentes a las emisiones verbales, y a su vez permiten identificar gran parte del significado que le otorga una persona a una situación en particular.

Searle (1991) ajusta y precisa la teoría de Austin en la cual afirma que “*todo decir es hacer*” con la que expresa fundamentalmente que cuando se dice algo no solo se emiten sonidos que constituyen palabras, sino que se hacen cosas con lo que se dice; esto implica reconocer los Actos de habla como *la unidad mínima del discurso*, y, por tanto, el centro de análisis para comprender las ideas que desarrollan los hablantes alrededor de un tema particular.

En ese sentido, en este trabajo se pretende reconocer la construcción de significado que realizan los estudiantes de grado noveno sobre las inecuaciones lineales en la medida en que estos Actos de habla, al hacer parte de Secuencias de actos de habla, podrán aportar herramientas para establecer la acción que están desempeñando los estudiantes al solucionar y expresar sus estrategias por medio de su discurso, con base en una actividad contextualizada propuesta; para posteriormente establecer relaciones con los elementos, analiticidad, indeterminancia y

designación de objetos propuestos por Radford (2006) y así poder generar posibles conjeturas a partir de los resultados encontrados.

Como ya se mencionó, se espera rastrear qué es lo que los estudiantes hacen cuando enuncian algo dentro de determinado contexto, esto es posible debido al hecho de que los Actos de habla constan de una fuerza ilocucionaria, en los que un hablante tiene una Intencionalidad de expresar algo a un oyente; es decir, qué se quiere decir con lo que se dice. Por ejemplo: ¿estás seguro de que esa es la respuesta? (pregunta); mañana iremos a cine (promesa); estoy bien (afirmar); Camilo salga al tablero (dar una orden); el próximo año es bisiesto (predicción); entre otros; representan acciones que el hablante realiza cuando enuncia algo.

Searle (1991) considera que los Actos de habla se pueden clasificar según su función en el discurso en objetos ilocucionarios como: *asertivos*, los cuales tienen como propósito comprometer al hablante con la verdad de la proposición expresada, la cual, en algunos casos es posible categorizarla como verdadera o falsa; *los directivos* incitan a que el oyente haga algo, es decir, tienen como fuerza ilocucionaria un estado de deseo; *los compromisivos* comprometen al hablante a una acción futura, por tanto el hablante debe de tener la Intencionalidad o hacer lo que dice; los *expresivos* tienen como objetivo expresar el estado psicológico del hablante, y los *declarativos* que modifican o cambian el estado de alguna cosa o situación, creando un nueva, en esta existe una estrecha relación entre lo que se dice y lo que se hace con lo que se dice.

Sin embargo, los Actos de habla corresponden a acciones sociales que componen Secuencias de actos de habla, las cuales se pueden organizar con el fin de observar cómo se ha construido dicha información, por lo que se hace necesario recurrir a las Secuencias de actos de habla, puesto que permiten una consideración de Secuencias completas y no de oraciones que se presentan de manera aislada.

Para rastrear Actos y Secuencias de actos de habla, se recurre a las macroestructuras pragmáticas, con el fin de reducir y organizar la información por medio de estructuras globales que se forman a partir de macroactos de habla, los cuales corresponden a las unidades significantes que conllevan a la creación de una macroestructura. Para que un macroacto de habla sea considerado como tal, debe ser resultado de la realización de una Secuencia de Actos de habla linealmente conectados (van Dijk, 1996).

Estas Secuencias de actos de habla inmersas en el discurso, se caracterizan por expresar una Intencionalidad⁵. Desde un contexto filosófico, la Intencionalidad hace referencia al estado que tiene el hablante sobre aquello que dice, es decir su nivel de creencia, de deseo, de temor o Intencionalidad de realizar lo expresado mediante Actos y Secuencias de actos de habla. Por ejemplo, si un hablante exterioriza una expresión como “mañana ganaré la evaluación” es porque existe cierta creencia o deseo que lo enunciado se puede cumplir y así mismo el hablante tiene la intencionalidad de hacer algo para que este estado se cumpla o no.

La Intencionalidad tiene a confundirse con mucha frecuencia con el concepto de intención, pero existe una gran diferencia. El primero hace referencia, en pocas palabras, a un estado mental reflejado a partir de acciones que determinan la voluntad que lo conducen a un fin; mientras que el segundo es solo una parte de esos estados, que manifiesta la intencionalidad de un hablante. En palabras de Searle (1992) “la intencionalidad es direccionalidad; tener la intención de hacer algo es solo una clase de intencionalidad entre otras” (p. 19).

El mismo autor plantea que existen algunos estados que pueden referir estados emocionales: creencias, deseos, preguntarse si, confusión, aceptación, intención, entre otros. Estos

⁵ Vale aclarar que hay otras reglas que son propias de los Actos de habla que no serán presentados en este trabajo.

ejemplos, pueden resultar en un insumo importante en el análisis de las Secuencias de actos de habla expresadas por los estudiantes en el presente trabajo; es decir, es posible reconocer cuál es la Intencionalidad del estudiante al decir lo que dice, en relación con las respuestas y/o estrategias de solución proferidas a partir de la solución de actividades propuestas; para finalmente poder establecer indicios que lo puedan conducir a una construcción de significado y posteriormente al desarrollo de su pensamiento algebraico.

Este objetivo, va a estar mediado por la premisa que el álgebra es vista como una actividad, en la que se promueve la conexión con contextos familiares para los aprendices, la vinculación con los distintos procesos matemáticos, la utilización de un lenguaje que no se basa en la utilización de signos comúnmente utilizados en álgebra y promoviendo la utilización del discurso como mecanismo de participación y de expresión de sus ideas por parte de los estudiantes, explicaciones y estrategias de solución a una situación particular.

Lo anterior en aras de contribuir al desarrollo del pensamiento algebraico de los estudiantes con la convicción de que, por medio de un aprendizaje con significado, las inecuaciones o algún otro objeto matemático-algebraico le va a representar al estudiante más que un simple concepto o conjunto de procedimientos algorítmicos.

CAPÍTULO III.

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se realiza una descripción, en términos generales, relacionados con aspectos teóricos, experienciales y educativos que influyen en la consolidación del Experimento de Enseñanza como metodología de investigación. Se señalan las fases de desarrollo de esta metodología, la primera se centra en el diseño y planeación de este tomando en cuenta aspectos de organización para la puesta en acto. En la segunda fase se realiza un análisis local del experimento en el que se pueden apreciar aciertos y dificultades presentadas antes, durante y después de la aplicación. Finalmente, el análisis retrospectivo en el que se tienen en cuenta los resultados generados relacionados con la conjetura planteada, la propuesta teórica y los objetivos planteados en el trabajo de investigación.

3.1. Experimentos de Enseñanza

Múltiples investigaciones en el campo de la educación matemática como las de Confrey y Lachance (2000), Steffe & Thompson (2000), Cobb (2000), entre otros, reflejan la necesidad de implementar teorías que busquen prácticas de aula significativas, a partir de investigaciones sujetas a la realidad escolar. Dichos autores se basan en la idea de que el aprendizaje de los estudiantes no es una construcción meramente psicológica, en la que el estudiante adquiere conocimiento a partir de un proceso cognitivo individual, pues existen factores importantes como el contexto, la realidad del estudiante, la relación entre profesor – alumno y alumno – alumno que, de cierta manera, afectan la forma en cómo aprende el estudiante.

Ahora bien, el mitigar los problemas o limitaciones existentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje, implica establecer soluciones o estrategias estructuradas desde una perspectiva que no deje de lado el sinnúmero de limitaciones, éxitos, preguntas, conversaciones y de más eventos

ocurridos dentro de un aula educativa. Pues, si la escuela fue creada con la intención de que un estudiante aprenda algo ¿Por qué dejar de lado tales experiencias educativas cuando se intenta mejorar dichos procesos ciñéndose únicamente a referentes teóricos? Tal limitación representa entonces una de las cuestiones por las que el presente trabajo se interesó: por la construcción de significado de un grupo de estudiantes en cuanto a las inecuaciones lineales con una incógnita a partir del desarrollo de una actividad propuesta.

Para lograr tal objetivo se optó por considerar un diseño de investigación que brinda estrategias a partir de la relación que se da entre la práctica y la investigación, permitiendo reformar los procesos de aprendizaje y las prácticas docentes; este diseño metodológico se conoce como Experimentos de Enseñanza.

Los Experimentos de Enseñanza forman parte de la metodología de investigación Basada en un Diseño (BID), recurre al diseño de actividades o situaciones que se relacionan de manera significativa en el proceso de investigación, es decir, las prácticas junto con la investigación van de la mano, debido a que a partir de la experimentación y el análisis de los momentos de la investigación se logra revisar y transformar la conjetura que direcciona el conocimiento al cual se quiere llegar.

Para lograr la comprensión de un nuevo conocimiento este experimento se basa no solo en las construcciones cognitivas individuales de los estudiantes, sino que tiene en cuenta que dicha comprensión está permeada por un entorno sociocultural, las explicaciones del maestro y las discusiones en clase. En palabras de Cobb (2000): “A basic assumption of the emergent perspective

is, therefore, that neither individual students' activities nor classroom mathematical practices can be accounted for adequately except in relation to the other"⁶ (p. 309).

Se debe agregar que en este tipo de investigación uno de los elementos que potencian su desarrollo es la formulación de una conjetura que guía el trayecto de la investigación; esta se propone con la finalidad de prever las posibles limitaciones, aciertos y formas de entender un objeto matemático. A partir de su puesta en marcha se espera aportar elementos para que el estudiante se acerque a la construcción de un nuevo conocimiento y así apoyar la práctica en el aula.

La conjetura trae consigo dos dimensiones que dan cuenta del aprendizaje a partir de la relación que se establece entre estas por medio de una teoría: La dimensión de contenido y la pedagógica. Por un lado, la dimensión de contenido hace alusión al conocimiento o saber matemático que se quiere movilizar; es decir, esta dimensión responde al interrogante ¿qué se debe enseñar? Por otro lado, la dimensión pedagógica guía cómo enseñarlos, Confrey y Lachance (2000) esbozan tal dimensión de la siguiente manera:

The pedagogical dimension of the conjecture becomes the teaching of these skills through engaging and experiential tasks with explicit and intensive community involvement and advocacy. This conjecture crystalizes the notion that as the level of symbolic abstraction is raised, students need to work with experientially familiar frames of reference that help them to learn algebraic notation.⁷ (p. 235)

⁶ Una suposición básica de la perspectiva emergente es, por lo tanto, que ni las actividades individuales de los estudiantes ni las prácticas matemáticas en el aula pueden contabilizarse adecuadamente, excepto en relación con el otro.

⁷ La dimensión pedagógica de la conjetura se convierte en la enseñanza de estas habilidades a través de tareas atractivas y experienciales con participación e incidencia comunitaria explícita e intensiva. Esta conjetura cristaliza la noción de que a medida que se plantea el nivel de abstracción simbólica, los estudiantes deben trabajar con marcos de referencia experiencialmente familiares que les ayuden a aprender la notación algebraica.

Estas dimensiones brindan un insumo importante en la planeación y construcción del diseño de la actividad propuesta para el experimento. En este trabajo la actividad consta de una estructura que agrupa situaciones comunes en la realidad del estudiante, un objeto matemático, la posibilidad de usar la notación que prefieran para expresar la respuesta en cada tarea e incita al estudiante a expresar sus ideas y su manera de entender el problema abiertamente y en un lenguaje que utiliza a menudo.

Se considera a esta metodología como un proceso cíclico que consta de tres fases: la primera corresponde al diseño y planeación; la segunda está relacionada con la implementación que conlleva a un análisis local del experimento realizado; por último, un análisis retrospectivo. La primera fase diseño y planeación del experimento, trae a colación el fenómeno a investigar y los elementos que hacen parte del diseño de las actividades de aprendizaje; estos y otros aspectos se abordaran con mayor profundidad y caracterización en el siguiente capítulo.

En la fase de implementación se ejecuta la puesta en acto del diseño de actividades para el aprendizaje, partir de los datos recopilados se realizan análisis locales del experimento con el fin de realizar ajustes tanto al diseño como a la conjetura planteada en el transcurso de la investigación y llevar a cabo la siguiente puesta en acto de las actividades de aprendizaje.

Por último, el análisis retrospectivo se realiza al finalizar la puesta en acto de la actividad, recopilando los datos para realizar un análisis más a fondo de lo que ocurrió en la intervención y las transformaciones o evoluciones de la conjetura. Es decir, se estudian los resultados obtenidos en la aplicación para así lograr determinar cuáles son los aportes, las limitaciones, las observaciones y las posibles decisiones a tomar en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula de clases. Lo anterior permite identificar la potencialidad del experimento como una reflexión

para el docente sobre sus prácticas educativas y el aprendizaje significativo de los estudiantes en cuanto a su avance en la construcción de un nuevo conocimiento.

3.2. Caracterización del modelo metodológico. Los Experimentos de Enseñanza

El trabajo que se ha ido presentando se enmarca desde la metodología de los Experimentos de Enseñanza ya presentado, en la cual se propone un diseño de actividades para el aprendizaje de un nuevo conocimiento o construcción de significado frente a un contenido matemático específico.

La actividad fue propuesta desde el pensamiento variacional, se toma en consideración lo que plantea el MEN (2006) sobre el estudio del álgebra en el sentido de que establece relaciones con “el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos” (p.66), por tal motivo se recurrió al uso de dos magnitudes básicas como la distancia y el tiempo, y una magnitud derivada que es la velocidad.

De igual manera, en el desarrollo de la actividad no se invita al uso de símbolos matemáticos o utilización de algún tipo de algoritmo, por el contrario, se optó por dar lugar a soluciones abiertas, desarrolladas a partir de preguntas que ponen en juego el razonamiento matemático, para que los estudiantes expresen su forma de entender a partir de discusiones entre sus pares y el resto de la clase.

Esta perspectiva surgió a raíz de la dimensión pedagógica presente en la conjetura, debido a que es necesario recurrir a diferentes estrategias para que los procesos de enseñanza y aprendizaje se desarrollen en ambientes significativos, de tal forma que se les ofrezca nuevas y diferentes opciones en las que pueda encontrar contenido matemático. Primero, probablemente, los estudiantes jugarán con las matemáticas inconscientemente, pero luego tendrá diferentes opciones

relacionadas con el mismo objeto que posteriormente podrá contrastar con las ideas y explicaciones y así construir un significado de un nuevo conocimiento.

Tal conocimiento se estructura a partir de la dimensión de contenido en la cual se comprende básicamente el objeto matemático a desarrollar a lo largo del experimento. Tomando como referencia a Velasco (2012) y Zill & Dewar (2000) el experimento adoptará como base para su desarrollo las inecuaciones lineales con una incógnita. Este objeto matemático no se reconoce como un ente estático en el que se recurre únicamente a la estructura simbólica y/o procedimental, pues es visto desde la perspectiva de Kieran (2007) en la que se considera al álgebra como una actividad, es decir, puesta en acción y en el cual se involucra situaciones contextualizadas. A partir de estas dos dimensiones se construye la siguiente conjetura:

Conjetura: *el desarrollo de una actividad contextualizada que promueve el reconocimiento de cantidades y las relaciones que se pueden establecer entre ellas posibilitan un acercamiento a la construcción de significado de las inecuaciones lineales.*

De acuerdo con la conjetura presentada, y el diseño propuesto, se hará énfasis en un análisis pragmático del discurso por medio de los Actos de habla desde la propuesta de van Dijk (1980) dado que estos presentan una forma de comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje. Además, se relacionan los elementos que Radford (2006) considera importantes en la identificación de construcción de significado de un conocimiento algebraico: Analiticidad, indeterminación y designación de objetos. Y por supuesto se retoma la propuesta del MEN (1998) en la que se especifica la importancia de involucrar situaciones o actividades significativas para los estudiantes.

3.3.Desarrollo de un experimento de enseñanza

Para la realización de este tipo de metodología de investigación se hace necesario atravesar por tres momentos: diseño y planeación, implementación (análisis local) y, por último, un análisis retrospectivo, estos junto con aspectos teóricos presentados en el capítulo anterior, conforman la base estructural de este trabajo. Tales momentos del experimento son presentadas a continuación.

En el primer momento, diseño y planeación, se plantea el problema o fenómeno junto con los elementos que se quieren analizar, en este trabajo en particular, se analizan las Secuencias de actos de habla que emplean los estudiantes cuando resuelven situaciones contextualizadas que conducen a la construcción de significado de las inecuaciones lineales. Además, se revisa la puesta en acto de la investigación con el fin de lograr los objetivos propuestos.

El segundo momento, la implementación, se tiene en cuenta la puesta en práctica del diseño para el aprendizaje, las reuniones del grupo de investigación, los registros y las decisiones tomadas durante la práctica. Se debe tener presente que después de cada puesta en acto se debe realizar un análisis local que dé cuenta de las nuevas decisiones a tomar en la próxima aplicación refinando el diseño y la conjetura.

En el tercer momento, el análisis retrospectivo, se realiza al finalizar la aplicación de la actividad, recoge los resultados de la aplicación para determinar cuáles son los aportes, observaciones y limitaciones del experimento, junto con las posibles nuevas estrategias y caminos a seguir, como aporte para mejorar y favorecer los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

3.3.1. *Diseño y planeación*

Se realiza una descripción de la actividad propuesta para los estudiantes de noveno grado, cuyo objetivo general es analizar las Secuencias de actos de habla en los que se reflejen algunos

objetos matemáticos que posibiliten la construcción de significado de las inecuaciones, con la articulación de los elementos de Radford (analiticidad, indeterminancia y designación de objetos).

La actividad corresponde a una introducción a las desigualdades, en la que las relaciones establecidas entre las diferentes magnitudes consignadas allí y el contexto mismo proporcionan variación y cambio, esto con la intención de ver la construcción de las inecuaciones lineales desde una perspectiva diferente a la del pensamiento numérico, pues el mismo MEN (2006) afirma que este objeto matemático permite el desarrollo y análisis de situaciones problema de variación y cambio, de procesos de modelación y principalmente, de la construcción y formalización de la noción de variable y de funciones.

Igualmente, en cada una de las cuatro preguntas se explicita que el estudiante debe explicar con sus propias palabras la solución pedida, con la finalidad de extraer del discurso empleado, Secuencias de actos de habla que permitan establecer el análisis especificado a lo largo del presente trabajo (ver Anexo 1).

Para el diseño y planeación de la actividad se consideraron aspectos que, de una u otra manera, influyen en los resultados esperados por el grupo de investigación. Se tienen en cuenta las decisiones tomadas durante y después de la puesta en acto de la actividad propuesta con el fin de refinar y reajustar tanto el diseño para el aprendizaje (actividad) como la conjetura. Para ello se considera lo siguiente:

Rol del maestro. En este apartado se consideran dos preguntas ¿Quién actuará como maestro? y ¿Qué papel jugará? En primer lugar, y tomando como referencia a Confrey y Lachance (2000), se toma al docente como participante del Experimento de Enseñanza, sumado a que la persona encargada de este rol pertenece al grupo de docentes de la institución educativa donde se

realizará la práctica educativa. Y, en segundo lugar, el docente actuará como facilitador, asistiendo a los estudiantes en cualquier inquietud o duda que les surja mientras dan respuesta a la actividad.

Organización. Para el desarrollo de la actividad se propone abordarla en parejas. Además, se considerará una sesión de tres horas en la modalidad seminario - taller; en la que se logre poner en práctica la actividad y al final de la clase la retroalimentación tanto de las respuestas de cada grupo como las estrategias empleadas para dar solución a la situación propuesta.

Evaluación. Las intervenciones se evalúan por medio de la retroalimentación hecha por los estudiantes al terminar la actividad y el análisis realizado por los investigadores finalizada la sesión. Esta evaluación guiará la evolución de la conjetura y la reestructuración de una siguiente posible puesta en acto de la actividad.

Otros participantes. Se cuenta con la participación de 14 estudiantes de grado noveno del Liceo Ágora y un investigador-observador quien tendrá la función de recopilar los datos generados en el transcurso del experimento (puesta en acto) y, además, hace parte del grupo investigador (Steffe y Thompson, 2000).

Recopilación de los datos. El experimento se registrará por medio de videos de la sesión a cargo del investigador observador y las respuestas escritas de los estudiantes en las actividades. Además, se ha solicitado que los mismos estudiantes graben sus conversaciones con sus dispositivos celulares que posteriormente serán entregados al docente investigador al terminar la sesión.

Estos cinco aspectos preliminares permiten desarrollar de forma ordenada tanto la presentación del diseño de actividades para el aprendizaje, como los análisis posteriores a su puesta en práctica. Además, se espera que estos sean suficientes para que la puesta en acto del experimento

se lleve a cabo, proporcione los resultados esperados, provee elementos suficientes para establecer un análisis posterior, obtener bases para determinar el cumplimiento de los objetivos planteados inicialmente y ofrecer recomendaciones y ajustes al diseño y puesta en acto de este.

3.3.2. Experimentación

En este segundo momento se realiza la puesta en acto del experimento en el cual se transcribieron los protocolos del discurso empleados por los estudiantes en la actividad (Anexo 2) y se clasificaron los Actos de habla (Anexo 3). Además, se explicaron cada una de las tareas de la actividad junto con las respuestas obtenidas por los estudiantes para que posteriormente dieran lugar a unas observaciones generales relacionadas con el diseño y las inquietudes de los estudiantes.

La implementación

Los Experimentos de Enseñanza corresponden más que a una forma de investigación a la herramienta que permite conocer la realidad de un aula de clase, un acercamiento a la forma en cómo los estudiantes aprenden, entienden, analizan, interiorizan o modifican un conocimiento. Estas particularidades estuvieron propiciadas por la idea de que aprender matemáticas, y álgebra en particular, no solo debe representar el uso o manejo de una representación simbólica, pues estos procedimientos están más propensos a considerarse o imponerse como procedimental y memorístico, sino también elementos como el análisis, la argumentación y la utilidad de las matemáticas en la vida del estudiante.

Por tal razón se realizó la estructuración y diseño de la actividad propuesta que busca aportar elementos para la construcción de significado de las inecuaciones lineales, la cual estuvo basada en aspectos matemáticos, discursivos y socioculturales; a pesar de que se obtuvieron algunos resultados esperados que luego se analizaron y explicaron, también se pudieron identificar

ciertas falencias en torno al diseño mismo, lo que hizo que los estudiantes tuvieran que recurrir a la profesora para aclarar dudas.

La puesta en acto de la actividad inicia a las 8:50 a.m. y finaliza a las 11:50 a.m., fue un acompañamiento de 13 estudiantes, organizados en parejas y un grupo de tres. Además, se procuró que existiera una mutua retroalimentación entre cada grupo, para así permitir que las ideas fueran diversas y promover discusiones basadas en las soluciones establecidas.

Así mismo, para la recolección de los datos y obtención de los protocolos que permitan analizar las Secuencias de los actos de habla de los estudiantes, se les pidió realizar la grabación del desarrollo de toda la actividad y tomar los apuntes necesarios en los espacios en blanco dejados en las hojas que se les entregó.



3.4. Análisis Local

En un segundo momento, se recurre a la teoría de van Dijk (1980) para extraer Secuencias de actos de habla, posterior a ello se realiza una clasificación de cuatro Actos de habla, a saber, afirmaciones, preguntas, conjeturas y explicaciones, puesto que, en el rastreo realizado a los

protocolos, fueron estos los actos más usados por los estudiantes para expresar sus ideas y dar soluciones a las situaciones propuestas (ver Anexo 3).

Entendiendo las afirmaciones como las construcciones mentales expresadas verbalmente que tienen su base en los conocimientos previos que posteriormente utiliza los estudiantes para esbozar una respuesta a algún problema en particular. Las preguntas como aquel acto de tipo interrogativo que deja al descubierto inconsistencias en torno al diseño para el aprendizaje y, a su vez, vacíos conceptuales que pueda presentar el estudiante.

La conjetura se aborda como aquel contenido o solución que es considerada sin tener certeza o seguridad de la veracidad de dicha proposición, pero que, de igual forma, desde su análisis se puede establecer si un conocimiento es consistente o no. Y las explicaciones entendidas como las justificaciones de los procedimientos o estrategias utilizadas para la solución de la situación.

En términos generales, la clasificación establecida según la teoría de van Dijk (1980) fue un insumo importante en la articulación y posterior análisis de las Secuencias de actos de habla expresadas por estudiantes para finalmente establecer si existe algún indicio que conduzca a una construcción de significado de las inecuaciones lineales.

Por ejemplo, si se presentaron muchas dudas y preguntas se podría concluir, por un lado, que existe poca comprensión por parte del estudiante de lo que está realizando y, por otra parte, se podrían utilizar como una herramienta para que los estudiantes avancen en su comprensión. Además, si se registran muchas explicaciones y afirmaciones por parte de ellos, entonces se identificaría de manera más clara su avance en el reconocimiento de cantidades y relaciones entre ellas.

Por esta razón, la actividad se estructuró desde el pensamiento variacional, debido a que se basa en el uso de cantidades dependientes, en las que, si una varía la otra también lo hará. Particularmente en la primera pregunta de la actividad se pretende que el estudiante tomando en consideración las tres (3) opciones de distribución, tomara las restricciones presentadas y así pudiera escoger la forma correcta de entregar el pedido sin que la empresa (pizzería) pierda dinero, es decir, que el repartidor llegue tarde y el producto sea gratis.

3.4.1 Caracterización de las preguntas de la actividad

En el siguiente apartado se presenta cada una de las cuatro tareas propuestas en la actividad, las cuales serán analizadas de acuerdo con lo que se esperaba y los resultados obtenidos por los estudiantes. Las preguntas 1 y 2 se analizaron de forma independiente, mientras que las 3 y 4 se unieron, debido a que cuenta con el mismo propósito y esto se corrobora en los resultados presentes en cada respuesta de los 6 grupos participantes en el experimento.

Primera pregunta: ¿Cuál crees que es la(s) opción(es) que debe usar el repartidor? ¿Por qué? explica tu respuesta. Esta pregunta fue propuesta para que los estudiantes tuvieran una multiplicidad de opciones, en las que dos de ellas (Opciones de distribución b y c) fueran escogidas como alternativas viables. En un primer momento se esperaba que los estudiantes estimaran y analizaran cuáles opciones tenían y cuales se ajustaban a la restricción presentada.

La pregunta, a su vez, hacía referencia a que podría existir más de una respuesta correcta y algunos de ellos así lo consideraron. Pero otros consideraron el tiempo de preparación de la pizza dentro de los 30 minutos destinados para la distribución y sus opciones se restringieron a solo 1.

Pero, en términos generales, el hecho de descartar opciones o tomar una o dos como viables relacionando distancia y tiempo, tomar el tiempo de entrega como una restricción conduce a

afirmar que el pedido llegara a tiempo, realizar comparaciones con casos de la vida cotidiana del estudiante para relacionarlos con la solución del problema, todos estas son herramientas que de una u otra manera se conectaron entre sí para esbozar una respuesta.

Todo lo anterior para justificar el hecho de que la pregunta condujo a resultados importantes que serán objeto de análisis. Y por tal motivo la pregunta, a pesar de ser considerada como objeto de modificación según el criterio de quien use la actividad, en este caso no se considera necesario hacerlo.

Segunda pregunta: Teniendo en cuenta las opciones de distribución que tiene el restaurante, ¿Bajo qué condiciones Cloe y Jorge cenarán gratis? ¿Por qué? Para esbozar lo sucedido con el desarrollo de la anterior pregunta por parte de los estudiantes, se toma en consideración ciertos apartados de las conversaciones hechas por ellos mismos cuando intentaban da solución a esta segunda pregunta:

E_I: la segunda dice... “Teniendo en cuenta las opciones de distribución del restaurante ¿bajo qué condiciones Cloe y Jorge cenarán gratis? ¿Por qué?” ¿Cómo así? ¿Cómo así “bajo qué condiciones Cloe y Jorge cenarán gratis”? O sea que condiciones de tráfico, algún accidente... (Llama de nuevo a la profesora)
E_F: profesora
E_I: profe, la segunda dice... (Lee la segunda pregunta). ¿Cómo así que qué condiciones?
Profesora: Que debe ocurrir para que ellos cenén gratis.
E_I: Ah ya.

Ilustración 1. Fragmento de protocolo

Esto conduce a afirmar que el enunciado no estaba lo suficientemente claro para los estudiantes y por ello se obtuvieron respuestas como:

E_F: que hallan muchos trancones y tráfico.
E_I: también que haya un accidente
E_F: saca otra, otra
E_I: no, porque aquí debe decir por qué. Accidentes ¿qué más? Que tenga otro pedido que hacer, que le suceda algo a la pizza.
E_F: ah, o que se demora más del tiempo.
E_I: pues estamos hablando sobre las cosas que podrían pasar para que se demore más del tiempo.

Ilustración 2. Fragmento de protocolo

En la anterior ilustración, se manifiesta una de las inquietudes presentes en el desarrollo de la actividad. Los estudiantes no entendían cuando se referían a “las condiciones bajo las cuales Cloe y Jorge cenarán gratis”. El objetivo de la pregunta era conducir a que los mismos estudiantes se dieran cuenta, a partir de la misma situación y la pregunta planteada, los posibles casos en que la pizza fuera gratis, es decir utilizando la primera opción de distribución; opción en la que en el tiempo dado para realizar el pedido se recorría solo un poco más de la mitad de la distancia que se requerida para entregar el pedido. En ese caso por no cumplir con la condición, el pedido sería gratis.

Pero, los estudiantes a pesar de saber que el tiempo utilizado en relación con la distancia a recorrer estaría dentro de la respuesta que deberían haber esbozado, se remitieron a exponer eventos en los que el repartidor se demore más del tiempo. Lo que lleva a concluir que la pregunta debió ser más específica con respecto a qué es lo que se pretende responder para obtener una respuesta algo más concreta.

En la pregunta 2 se pretendía que el estudiante analizara las situaciones en las que el pedido llegara fuera del tiempo establecido y por ende fuera gratis. En términos matemáticos y particularmente de las inecuaciones, la situación presente en la ilustración anterior se podría interpretar como los eventos en los que las opciones consideradas al estar por fuera del conjunto

solución de la inecuación, no se cumple la relación establecida; que en este caso sería “Cloe y Jorge cenar gratis”.

Por otro lado, un grupo de estudiantes se remitió a las opciones de distribución presentadas en la contextualización de la actividad y partiendo del hecho que, para ellos, dos de tres no funcionaban, decidieron tomarlas como la respuesta a la pregunta dos. Como se puede apreciar en la siguiente ilustración:

EJ: bajo las dos anteriores, la bicicleta que llegará una hora tarde, ¡sí! Una media hora tarde... y en una zona urbana con todo lo demás no se podría con una bici moto tampoco, a pesar de que la bici moto también puede evadir el tráfico.

Ilustración 3. Fragmento de protocolo

Vale la pena aclarar, que este par de estudiantes debieron haber escogido solo la opción de distribución 1, debido a que es la única que no cumplía con la restricción pedida. Pero ellos llevaron el problema a la cotidianidad, y esbozaron una solución desde esa perspectiva y respondieron que tomando la segunda opción el pedido será gratis debido a que al repartidor le sobran únicamente 5 minutos. Tiempo que puede perder en tráfico, semáforos, accidentes y demás fenómenos que sucedan en una calle o autopista.

Tercera y cuarta pregunta:

Domino's Pizza considera que tiene muy pocas opciones de distribución y ha solicitado tu ayuda.

3. Para proponer una opción de distribución apropiada para que un pedido como el de Cloe y Jorge llegue a tiempo ¿Cuáles elementos tendrías que tener en cuenta? Explica
4. Propón una opción de distribución basado en el pedido hecho por Cloe y Jorge. Explica por qué es viable

Ilustración 4. Tarea 3 y 4 de la actividad

En todo el desarrollo de la actividad se está trabajando con relaciones de dependencia, por ejemplo, situaciones en las que, si un valor incrementa o disminuye, el otro también tendrá que

hacerlo. Ahora bien, la tercera y cuarta pregunta inducen al estudiante a fijarse en los elementos necesarios para que el repartidor llegue a tiempo y a partir de ello proponer una eficiente opción de distribución. Lo ideal era que se fijaran en las 3 opciones propuestas en la actividad. Tanto las que servían para entregar la pizza a tiempo como las que no.

Contrariamente se encontraron respuestas como:

E_F: Dice que la moto se demora 1 hora y media y recorre 99 kilómetros, en media hora serían 33 kilómetros, mientras que la bici moto se demora 27... casi 30 minutos también, (rectifica) casi 30 kilómetros en media hora. Entonces (preguntando y comentando con su compañero) ¿Qué podríamos poner? ¿La disciplina, el orden? o que haya más sedes.
E_F: ¿para qué?

Ilustración 5. Fragmento de protocolo

Este grupo, al igual que los otros, en sus propias palabras expresan ideas basadas en la cotidianidad, como el tráfico, el tránsito, los semáforos, que los empleados sean más disciplinados, que preparen la comida más rápido, etc. Ciertamente estos elementos podrían servir como insumo a la franquicia de restaurantes a ser más eficientes y ofrecer u mejor servicio. Pero para efectos del objetivo de la actividad propuesta hubiera resultado un tanto más satisfactorio si todos ellos se hubieran basado y propuesto una opción de distribución como las tres propuestas en la situación, en la que se dejara ver de forma explícita una relación de dependencia entre el tiempo y la distancia a recorrer, además de una opción que se ciñera a la restricción presentada.

A pesar de que algunos estudiantes se acercaron o esbozaron una respuesta cercana al propósito, se requiere que para una próxima aplicación la pregunta 3 sea más específica en torno a lo que se pide, es decir, redactar la pregunta de tal forma que el estudiante no desvíe tanto su atención en otros aspectos que no son de mayor relevancia para este trabajo.

En términos generales, a pesar de existir dificultades en torno a la redacción del diseño para el aprendizaje, gracias a las intervenciones oportunas de la docente investigadora se pudo cumplir la mayoría de los propósitos planeados a desarrollar.

Por otro lado, al diseño se le realizaron ciertas modificaciones, debido a que en repetidas ocasiones se pudo observar que recurrieron a eventos de su cotidianidad para responder a las preguntas planteadas, pero que en términos de utilidad en los análisis no se consideran relevantes.

3.4.2. Algunas observaciones de la actividad.

A continuación, se presentan algunas observaciones que se lograron extraer de las inquietudes y dificultades que se le presentaron a los estudiantes al momento de resolver la actividad.

El siguiente apartado generó mucha controversia y duda en los estudiantes, pues el enunciado dice que el pedido se tiene que demorar como máximo 30 minutos, de no ser así, este sería gratis y además el restaurante afirma que se adicionan 10 minutos que corresponden a la preparación del producto. En consecuencia, el tiempo total que proporciona el restaurante para la entrega es de 40 minutos, tiempo en el que está involucrada la preparación.

Este establecimiento tiene una regla de que el pedido debe ser entregado en un límite de tiempo 30 de minutos o menos, de lo contrario este será gratis. Quien toma el pedido le comenta a Jorge que la pizza tarda adicionalmente 10 minutos en ser preparada, es decir, el pedido se demora como máximo 30 minutos
--

Ilustración 6. Fragmento de la actividad

Al no estar explícita esta explicación en la consigna de la situación, se generaron preguntas como las siguientes:

E_I: Lee de nuevo la situación... “Quien toma el pedido le comenta a Jorge que la pizza tarda adicionalmente 10 minutos en ser preparada, es decir, el pedido se demora como máximo 30 minutos”. ¿Cómo así? O sea que... de los 30 minutos, ¿10 se usan para preparar la pizza y quedarían 20 minutos para llevarla? Espérate, la profesora ¿dónde está?

E_F: ¿Y si le quedan 20 minutos...?

Ilustración 7. Fragmento de protocolo

Esta dificultad se considera relevante, porque el enunciado se aborda de forma equívoca, generando modificaciones en torno a la cantidad de respuestas acertadas para la pregunta 1. Además, 3 de 4 grupos presentaron esta situación. Lo que lleva a concluir que este detalle hizo que los estudiantes no consideraran los 30 minutos que el repartidor tenía para entregar el pedido. De igual forma, si se reduce el tiempo de entrega, ya no habría 2 opciones de distribución que se ajustaran a la restricción presentada (distribuciones 2 y 3) sino solo 1. Es decir, reducirían las opciones de respuesta y posiblemente no se propiciarían las discusiones en el salón de clase por parte de los estudiantes acerca de cuál opción escogerían.

Por otro lado, la primera parte de la siguiente ilustración de la situación, a diferencia del expuesto en el punto anterior, no otorgó información importante que le pudiera proporcionar al estudiante elementos o indicios que pudiera utilizar para solucionar la situación.

La pizza se pide a las 4:03 p.m. y la distancia de la casa de Jorge al restaurante es de 25 Km

Ilustración 8. Fragmento de protocolo

La distancia “25 Km” mencionada en la ilustración anterior es un insumo necesario e indispensable en la situación y la solución de cada tarea propuesta. Pero “La pizza se pide a las 4:03 pm” no aporta mucho en la actividad. Por tal motivo en próximas puestas en actos este dato al considerarse innecesario se suprimirá o se creará una o varias tareas donde su utilidad se vea reflejada.

Caso contrario sucedió con las 3 opciones de distribución propuestas. Estas fueron aceptadas por los estudiantes como relaciones de dependencia y en la gran mayoría de los casos usaban tanto el tiempo como la distancia a recorrer para dar respuestas que estuvieran basadas en la restricción de tiempo con relación a una distancia a recorrer. Por ejemplo:

E_J: las 3 opciones de distribución de acuerdo con la distancia son...una bicicleta para recorrer 15km en una hora, lo cual no sería.

E_C: no sería.

E_J: porque apenas recorrería más o menos eh...ehh...

E_C: la mitad

E_J: ¡sí! Más o menos la mitad, porque la mitad es 12,5 Km, pero eso se aproxima lo cual no sería lo más viable para entregarlo a tiempo. Así que descartada la opción a para la primera.

Ilustración 9. Fragmento de protocolo

En la ilustración anterior se muestra que los estudiantes son capaces de rastrear en el contexto de la situación valores que dependen unos de otros. Reconocer esta relación torna especial relevancia para encontrar los valores que hagan que el pedido de la pizza llegue a tiempo o, por el contrario, llegue tarde y los comensales puedan cenar gratis.

En resumen, esta fase del experimento condujo a replantearse algunas cuestiones con respecto al diseño de la actividad propuesta, para posteriormente mejorar próximas aplicaciones y dar indicios para la creación de ulteriores actividades.

De igual forma se exhibe que el discurso empleado por los estudiantes y las actividades estructuradas a partir de la cotidianidad del estudiante, corresponden a una herramienta valiosa en los procesos de enseñanza y aprendizaje, dado que, desde el inicio de la puesta en acto, los estudiantes se sintieron vinculados, al ser situaciones que se pueden presentar en su vida cotidiana y los alentó a analizar y discutir con base en las situaciones expuestas.

3.5. Análisis retrospectivo

Los Actos de habla posibilitaron la búsqueda, hallazgo y clasificación de las respuestas de los estudiantes, de las cuales se obtuvieron las Secuencias de actos de habla que, a su vez, se vincularon con la propuesta teórica de Radford (2006) sobre el desarrollo del pensamiento algebraico mediante la analiticidad, indeterminancia y designación de objetos; lo cual indica que el discurso, en este caso, corresponde al insumo principal para reconocer en los estudiantes una posible construcción de significado de las inecuaciones lineales al momento de resolver una situación problema.

3.5.1. Analiticidad

En la siguiente ilustración se logra observar cómo los estudiantes realizan un acercamiento a las relaciones de orden, reconocimiento de cantidades y relaciones entre ellas utilizando palabras o frases que conducen a estos objetos matemáticos como conocimientos previos, esto sucede por medio del seguimiento a las Secuencia de los actos de habla, cuando se reconoce el contexto en el que interactúan, para así identificar la Intencionalidad del hablante (estudiante) con respecto al oyente (estudiante).

E_I: A ver... (Leyendo y pensando en la respuesta) ... 55... Jorge vive a 25... Es la b, ¿no? Yo creo que es la b.

E_F: ¿Cómo así?... pero si dice que es 55. No entiendo.

E_I: A ver. Yo creo que es la b, la de la bici moto porque dice que va a 55 kilómetros por hora y la mitad de 55 es como 27 punto algo. Y dice que... ¿cómo es que se llama? Que la casa de Jorge está a 25 kilómetros. Entonces yo creo que en media hora alcanza (el repartidor) y hasta le sobra (tiempo).

E_F: Ah, osea que ya no serían en una hora, sino que los 27 km serian en media hora. Osea que si alcanza. Entonces si es la b.

Ilustración 10. Fragmento de protocolo

E_I realiza un bosquejo de la información presentada en la situación, a partir de una afirmación, con la cual logra escoger una de las opciones de respuesta realizando asertivamente las conversiones de la información para determinar si la velocidad a la que viaja el repartidor es la apropiada para llegar a tiempo. Aunque cuando se descartó la primera opción, siguieron con la segunda y les funcionó, no tuvieron en cuenta la opción tres que también permite dar solución.

Se puede observar que recurren a la identificación de cantidades desconocidas cuando descompone la información presentada, cuando toman como referencia el hecho de que existe una relación directa entre el tiempo (60 minutos) y la distancia mínima recorrida en ese tiempo (55 kilómetros) al entender que, si uno cambia o se modifica, el otro también lo hará al corresponder a una magnitud compuesta, una velocidad.

Particularmente cuando se enuncia el apartado *“Yo creo que es la b, la de la bici moto porque dice que va a 55 kilómetros por hora y la mitad de 55 es como 27 punto algo”*, aparte de utilizar los datos que la misma situación les provee, estos también les corresponden a un insumo importante para deducir otra; por ejemplo se dice que en la segunda opción de distribución se recorre 55 kilómetros en una hora, información de la cual los estudiantes determinan que en media hora se va a recorrer la mitad de la distancia; también pueden conjeturar que en 15 minutos se hará la cuarta parte del recorrido y muchos otros casos, para finalizar afirmando que *“hasta le sobra tiempo”*; estas particularidades conllevan a deducir que para realizar tal manipulación de la información, los estudiantes procesaron datos presentes en el contexto de la actividad y que a partir de un análisis logran utilizarlos para establecer respuestas que cumplen con las condiciones establecidas a este proceso Radford llama analiticidad.

Se manifiesta también que, en la conversación entre E_I y E_F , E_I establece su percepción a partir de una conjetura sobre un posible caso que dé solución a la situación presentada, lo cual

refleja su intención de crear relaciones entre algunas cantidades y, además, se expresa el deseo de presentar una explicación que satisfaga las dudas de su compañero. Situación que condujo a que la intención manifestada por E_I se refleje en la respuesta dada por su compañero, pues este, de algún modo aceptó y dio explicaciones de por qué escoger esa opción de distribución.

3.5.2. *Analiticidad e indeterminancia*

En la siguiente ilustración E_{SA} y E_D toman en consideración las restricciones que el problema les presenta para estructurar una estrategia que lo puede solucionar. Para ello, E_D realiza una descomposición de la información presentada cuando logra identificar que esa opción es viable para la entrega del pedido, lo que indica que los estudiantes lograron establecer relaciones entre los valores presentados por las situaciones por medio de un análisis y así establecer soluciones válidas.

El estudiante E_D hace explícito que el problema no da una velocidad específica a la que el repartidor pueda viajar, pero si toma en consideración que el vehículo de la opción c de distribución cuenta con una velocidad mínima que le puede ser útil. Ahora, asemejando lo expresado por los estudiantes en esta parte de la actividad y lo que desde el uso del algebra se puede observar se puede deducir lo siguiente: $\frac{25km}{0,5h} < x$, donde x representa las opciones de distribución que tiene el repartidor para que la pizza llegue a tiempo. Ellos (E_D , E_{so} , E_{sa}) deciden que recorrer 99 kilómetros en 1,5 horas es suficiente, esto se puede comprobar reemplazando esta opción de distribución y comprobando si en 0,5 horas se recorren los kilómetros necesarios: $\frac{25km}{0,5h} < (\frac{99km}{\frac{1,5}{3}})$, se divide entre 3 pues en 1,5 horas hay 3 medias horas, lo que arrojará la distancia recorrida en ese lapso de tiempo

Ilustración 11. Fragmento de protocolo

y a la vez se mantiene una homogeneidad en la relación de orden establecida.

E_{SA}: el domicilio no se puede demorar más de 30 minutos porque es gratis. Entonces la distancia entre la casa de Jorge es de 25 kilómetros entonces ¿qué hay que usar para que no se pase de 30 minutos?

E_D: Esto no dice ni la velocidad ni el tiempo que se está demorando, dice que en 1 hora y 30 minutos se demora esto (señalando la distancia de la segunda opción de distribución: 99 kilómetros por hora y media). Dice que la distancia que recorre es 99, entonces, en una hora, o sea, en media hora alcanzaría a llegar a la casa de Jorge y Cloe. ¿Entiendes?

O sea, en una hora serían 66 de la distancia que tiene que recorrer y en media hora... pues 33 antes se pasa. ¿Entiendes?

E_D: explico lo que estoy explicando.

E_{SO} y E_{SA}: (Risas) explícalo

E_{SO}: ¿tiene que recorrer 25 kilómetros?

E_D: o sea, es que... miren. Esta que está aquí es la velocidad del dispositivo, la motocicleta.

E_{SO}: es una bici moto (segunda opción de distribución)

E_D: la bici moto, una bicicleta con motor y esta (señalando la tercera opción de distribución) es una moto que en una hora y media recorre esto. Si lo acortamos a media hora, alcanzaría a... ¿qué?... a llegar en media hora al destino y en menos...

Ahora, la relación $\frac{25km}{0,5h} < \frac{33km}{0,5h}$ indica que los estudiantes escogieron una adecuada solución al problema y aún más importante, establecieron relaciones entre los valores que conocen y desconocen e identifican que no existe una única solución, esto último se entiende cuando **E_D** menciona “la bici moto, una bicicleta con motor y esta (señalando la tercera opción de distribución) es una moto que en una hora y media recorre esto. Si lo acortamos a media hora, alcanzaría a... ¿qué?... a llegar en media hora al destino y en menos...” lo cual conlleva a deducir que, aparte de recorrer los 8 kilómetros más en la misma media hora, en todo momento tuvieron en cuenta las restricciones que la situación les presentó y a raíz de ello es posible encontrar más de una solución.

En un primer momento se considera que esta ilustración 11 estuvo mediado por un proceso de analiticidad, por el hecho de otorgarle un significado a la información presente que se puede deducir de la actividad y asimismo determinar de dónde surge y cómo se puede reconocer.

Es necesario agregar que en un segundo momento también es posible rastrear un caso de indeterminancia en el análisis de la ilustración anterior, debido a que los estudiantes que realizan la actividad tuvieron en cuenta valores o cantidades que no están presentes de forma explícita en la actividad, sino que tienen que ser objeto de deducción por medio de un análisis, como es el caso de tener que dividir entre 3 la opción de distribución escogida para comprobar que la distancia recorrida en media hora cumple con la necesidad de llegar a una residencia ubicada a 25 kilómetros del restaurante teniendo tan solo media hora para hacerlo.

Estos procesos de analiticidad e indeterminada se pueden determinar por la forma en que cada estudiante discrimina la información que se le proporciona y los datos que él mismo deduce. Por ejemplo, E_{SA} y E_D , como era de esperarse, basaron sus estrategias únicamente en las restricciones que el mismo problema les presentaba; mientras que, como se presentará la siguiente ilustración, E_F y E_I decidieron ir un poco más allá, discriminando entre los kilómetros que necesita el repartidor y el tiempo límite con el que cuenta.

E_F : ¿Y si le quedan 20 minutos...?
 E_I : ¿Cuánto es 99 dividido 3? 33 kilómetros por hora ¿no?, sería la c
 E_F : Hora y media...
 E_I : Por eso. Hora y media sería 3 veces media hora ¿no? Entonces aquí dice que es 99. 99 dividido 3 daría 33 kilómetros y Jorge vive a 25. Entonces sería 33 kilómetros por hora en media hora. Pero no, queda hasta peor.
 E_F : es la b

Ilustración 12. Fragmento de protocolo

Estos son procesos realizados por estudiantes, claramente diferentes, pero ambos permiten establecer un nivel de analiticidad en el que sus propias deducciones y análisis a partir de información preliminar dan vía libre a relaciones y procedimientos que no son visibles inicialmente.

En este apartado se muestra explícitamente una serie de relaciones que pueden generar un proceso posteriores generalizaciones en otro tipo de situaciones. E_I menciona “*Por eso. Hora y media sería 3 veces media hora ¿no? Entonces aquí dice que es 99. 99 dividido 3 daría 33 kilómetros y Jorge vive a 25*” en el que tiene en cuenta que 33 kilómetros en media hora es una opción viable para el repartidor, pues como en el anterior grupo, sobran 8 kilómetros que a su vez representan otro conjunto de velocidades a las que puede viajar el sujeto; también es interesante el hecho que tienen en cuenta que están manipulando relaciones de dependencia a partir de magnitudes compuestas, lo que quiere decir que si una de ellas cambia o se modifica la otra también lo hará.

Este proceso de análisis y reconocimiento de valores que pueden variar y además ser dependientes infiere la realización de un proceso de analiticidad y también de indeterminancia, pues a pesar de que propiamente no manipula valores que son desconocidos en la actividad presentada, manifiesta estar en la capacidad de reconocer este tipo de situaciones en la búsqueda de nuevas y diversas horas o distancias a recorrer en la misma actividad o en otros problemas o contextos y tenerlos en cuenta para realizar algún tipo de generalización, proceso en el que tendrá en cuenta que si una cantidad depende de otra (velocidades, funciones, entre otras) si una cambia, muy seguramente la otra también sufrirá modificaciones.

Finalmente, las ilustraciones 10, 11 y 12 mostraron que el contexto presente en la actividad, junto con la capacidad de análisis y síntesis de los estudiantes logró establecer en ellos creencias o razones útiles, que realmente les está significando algo y son pertinentes en la obtención de nuevas y diversas conjeturas, preguntas o afirmaciones necesarias. De este modo, se refleja que las intenciones manifestadas por algunos de los hablantes incidieron en las respuestas dadas por los oyentes.

3.5.3. Designación de objetos

En la siguiente ilustración los estudiantes realizan la conversión de la distancia a recorrer con respecto a un tiempo; pero cuando intentan verificar su respuesta, solo tienen en cuenta la distancia de cada velocidad con la que realizan conversiones y el tiempo permanece constante, sin tener en cuenta que son magnitudes que están directamente relacionadas.

E_J: Habría que utilizar una motocicleta que puede recorrer como mínimo 99 km en una hora y media. Entonces acá tenemos que puede recorrer un mínimo.
E_C: 99 km sobre 1,5 horas esto daría...
E_J: esta división daría 66km/h
E_C: la moto si llega a tiempo, la mitad de 66 es 33
E_J: ajá. Esta es la velocidad de nosotros 66km/h
E_C: si hacemos la mitad serían 33 km/h y son 25
E_J: entonces, apenas con su velocidad y tomando en cuenta el tránsito, si llega la moto
E_C: o sea que la respuesta correcta sería la c

Ilustración 13. Fragmento de protocolo

Se logra establecer una designación de objetos debido a que por medio de palabras como “mínimo” es posible relacionar un objeto matemático particular con su estructura simbólica específica. En este caso, el utilizar referencias como mínimos, máximos, a lo sumo o a lo más, hace referencia a las relaciones de orden, relaciones que se podrían considerar útiles cuando se aprenden inecuaciones lineales.

Por otro lado, el no señalar tal relación de dependencia entre cantidades de distancia y tiempo, indica que hubo poca interiorización de la situación, dejando de manifiesto que la intención con que fue diseñada esta parte de la actividad no fue clara para los estudiantes; de igual forma, se aclara que según Radford (2006) no es necesario una simbología estrictamente algebraica, sino que el recurrir a un lenguaje natural, se puede explicar o hacer referencia a una designación de objetos.

La siguiente ilustración muestra la estrecha relacion existente entre el álgebra y la vida cotidiana del estudiante, una puede ser el puente para comprender la otra con mayor facilidad.

E_{SA}: Jorge y Cloe... (Terminan de leer la situación de la actividad 1 y las 4 preguntas posteriores a esta)
E_{SA}: el domicilio no se puede demorar más de 30 minutos porque es gratis. Entonces la distancia entre la casa de Jorge es de 25 kilómetros entonces ¿qué hay que usar para que no se pase de 30 minutos?
E_D: utiliza la bicicleta que en media hora... ah media hora, 30 minutos
E_{SA}: Utiliza la bicicleta no, esa está descartada.

Ilustración 14. Fragmento de protocolo

En este apartado, los estudiantes logran identificar un conjunto solución del problema, es decir, identifican los valores desconocidos a lo que nos referimos como designación de objetos, por lo que el estudiante debió haber pasado por la identificación de la información, restricciones y soluciones que hagan que el pedido llegue a su destino a tiempo. A partir de esto, **E_{SA}** resuelve la segunda pregunta, haciendo uso de expresiones en las que afirma que el tiempo que se puede establecer para que el pedido sea gratis es de “más de 30 minutos”. Caso que hace que se remita a soluciones con valores mayores que un número particular; en matemáticas relaciones de orden.

En términos algebraicos, caso similar al presentado la ilustración 11, a partir de lo mencionado por los estudiantes en la ilustración anterior es posible deducir que se debe encontrar un valor correspondiente a una velocidad en la que el tiempo sea menor a 30 minutos, pues de no ser así, se estaría tomando como solución a un conjunto de valores que están por fuera de las restricciones o condiciones propuestas inicialmente y que hacen que la relación de orden $x < \frac{25km}{30min}$ no se cumpla; donde x corresponde a la(s) opción(es) de distribución que puede utilizar el repartidor.

En resumen, cabe aclarar que las Secuencias de actos de habla extraídas a lo largo del análisis, permitió reconocer la Intencionalidad con la que le hablante dice lo que dice. Por ejemplo, en la siguiente ilustración se puede observar que el hablante (E_{SA}), lee la consigna, contextualiza a su compañero y mediante una pregunta logra hacer explícita su intención, para que este logre entender y seleccione la opción de distribución adecuada junto con su explicación.

E_{SA} : el domicilio no se puede demorar más de 30 minutos porque es gratis. Entonces la distancia entre la casa de Jorge es de 25 kilómetros entonces ¿qué hay que usar para que no se pase de 30 minutos?

E_D : Esto no dice ni la velocidad ni el tiempo que se está demorando, dice que en 1 hora y 30 minutos se demora esto (señalando la distancia de la segunda opción de distribución: 99 kilómetros por hora y media). Dice que la distancia que recorre es 99, entonces, en una hora, o sea, en media hora alcanzaría a llegar a la casa de Jorge y Cloe. ¿Entiendes?

O sea, en una hora serían 66 de la distancia que tiene que recorrer y en media hora... pues 33 antes se pasa. ¿entiendes?

Ilustración 15. Fragmento de protocolo

Por un lado, se pretendía que el estudiante usando términos, palabras o situaciones cotidianas hallara una solución que, por supuesto tiene un contenido matemático rastreable, como en la ilustración del protocolo mencionado, el estudiante utilizaba frases como “más de 30 minutos”, expresiones con alto contenido matemático sin necesidad de recurrir a un lenguaje meramente simbólico.

Por otro lado, también se encontraron casos en los que los estudiantes usaban procedimientos matemáticos como reparticiones, aproximaciones, entre otras; para ofrecer una solución a una situación teniendo en cuenta las restricciones de esta.

Ambos casos pudieron ser rastreados por medio del discurso y por supuesto por las Secuencias de actos de habla presentes en él. Estos fueron el centro del análisis para responder al interrogante *¿cómo el análisis de las Secuencias de actos de habla y la articulación con los*

resultados de la implementación de una actividad contextualizada permiten reconocer la construcción de significado de las inecuaciones lineales de estudiantes de noveno grado?

En definitiva, el discurso empleado por los estudiantes representa una de las herramientas más potentes con la que se cuenta para interpretar qué es lo que está entendiendo y cómo se está comprendiendo un objeto matemático. De manera particular se está haciendo referencia al hecho de que por medio de Actos de habla como preguntas, afirmaciones, conjeturas o explicaciones (en su gran mayoría) fue posible establecer si realmente las situaciones presentadas a los estudiantes permiten reconocer una posible construcción de significado de las inecuaciones lineales cuando reconocen y establecen relaciones entre cantidades.

Posterior a la implementación, y tomando la postura de van Dijk (1980) al considerar las Secuencias de actos de habla como esenciales al intentar determinar qué es lo que se expresa en un discurso, se realiza una clasificación de los resultados arrojados.

Para el análisis de las Secuencias de actos de habla expresadas por los estudiantes al resolver una actividad contextualizada, se hacía necesario establecer una clasificación para dichas secuencias, de tal forma que su análisis permitiera reconocer algún tipo de acercamiento a lo que las inecuaciones lineales representan.

Se distinguieron 4 variantes: afirmaciones, conjeturas, preguntas y explicaciones; si bien es claro que es posible encontrar diversos actos de habla en una conversación, en este caso, las ya mencionadas fueron las más utilizadas y a su vez las que de una u otra forma promovieron o dieron indicios para dar solución a la actividad planteada.

En este rastreo se encontró que los estudiantes al usar estos Actos de habla, en su gran mayoría revelan apropiación y entendimiento del problema en cuestión, situación que se explicitará

en el siguiente capítulo, pero es necesario mencionar que hay un paralelismo entre sus respuestas y la intención con las que fueron propuestas. Además de ello, este análisis permitió observar escenas en las que los aprendices intentan y logran contextualizar a sus pares y a partir de sus propias deducciones sustentan lo dicho.

3.6. Propuesta de situaciones

A raíz de los análisis realizados y tomando en consideración los ajustes y recomendaciones hechas a la primera actividad., se proponen dos actividades más que cuentan con condiciones de estructuración similares a la primera actividad (contexto del estudiante, resolución de problemas, variación y cambio). Además, teniendo en cuenta que la primera actividad corresponde a un acercamiento a las inecuaciones lineales, estas nuevas actividades corresponden a un complemento relacionado con el mismo propósito de la primera, la construcción de significado de las inecuaciones lineales.

Si bien, la primera actividad corresponde a una introducción de las inecuaciones lineales, en la que, a partir de elementos como el contexto, conocimientos previos de los estudiantes, variación y cambio y los datos que la misma situación les pueda presentar; estas dos propuestas presentadas a continuación se centran las inecuaciones lineales como tal y el uso de sus propiedades.

ACTIVIDAD 2

Días después Jorge invita a Cloe a cenar, por lo que Jorge debe llegar antes del tiempo acordado, pues no sería cortés que ella llegara primero y le tuviera que esperar. El encuentro se acordó a las 8:00 pm en el restaurante *La Trufa Dorada*.

Teniendo en cuenta que son las 7:00 p.m. y que Cloe se encuentra a 22,5 Km del restaurante y Jorge a 30 km, responde los puntos 1 al 4:

1. Cloe sale en su auto a una velocidad de 30 km/h, y Jorge a una velocidad de 23 Km/h ¿alcanzará Jorge llegar a tiempo a la cita? **En** tus propias palabras explica tu **respuesta**. (*Comparar cantidades*)
2. ¿Existirá algún tipo de condición, con respecto a la velocidad de Jorge, que haga que él llegue a tiempo a su cita? (*Reconocer la existencia de múltiples soluciones*)
3. ¿En hora y media cuánta distancia ha recorrido Cloe?
4. ¿En cuarenta y cinco minutos cuántos kilómetros ha recorrido Jorge?

Completa la información de las siguientes tablas y luego responde:

CLOE		JORGE	
Km	Tiempo	Km	Tiempo
60	2h	60	1h y 1/2
	1h		1h
15		20	
7.5			15min
	5min		

5. Si Cloe sale en su auto a 30km/h, ¿a qué velocidad debe viajar Jorge para llegar a tiempo? (*Comparar cantidades mayores que*)
6. De acuerdo con el punto anterior ¿Cuántas opciones posibles encontraste? Explica brevemente el
7. Con tus propias palabras explica la relación existente entre la distancia que hay de la casa de Cloe y la de Jorge al restaurante. (*Comparar cantidades*)

En algunas partes del país existen restricciones en torno al límite de velocidad, las cuales se representan mediante símbolos como lo muestra la siguiente imagen:



En el lugar donde residen Cloe y Jorge, el límite de velocidad establecido es de 40 Km/h.

8. Según esta nueva información, expresa en tus propias palabras cuáles son las nuevas opciones de velocidad que puede usar Cloe y Jorge. (*Reconocer la existencia de un conjunto solución*).

ACTIVIDAD 3.

Sentir la adrenalina es una de las emociones que comparten este par de amigos. Ahora se encuentran en una competencia de carros, en la que ellos serán los conductores.

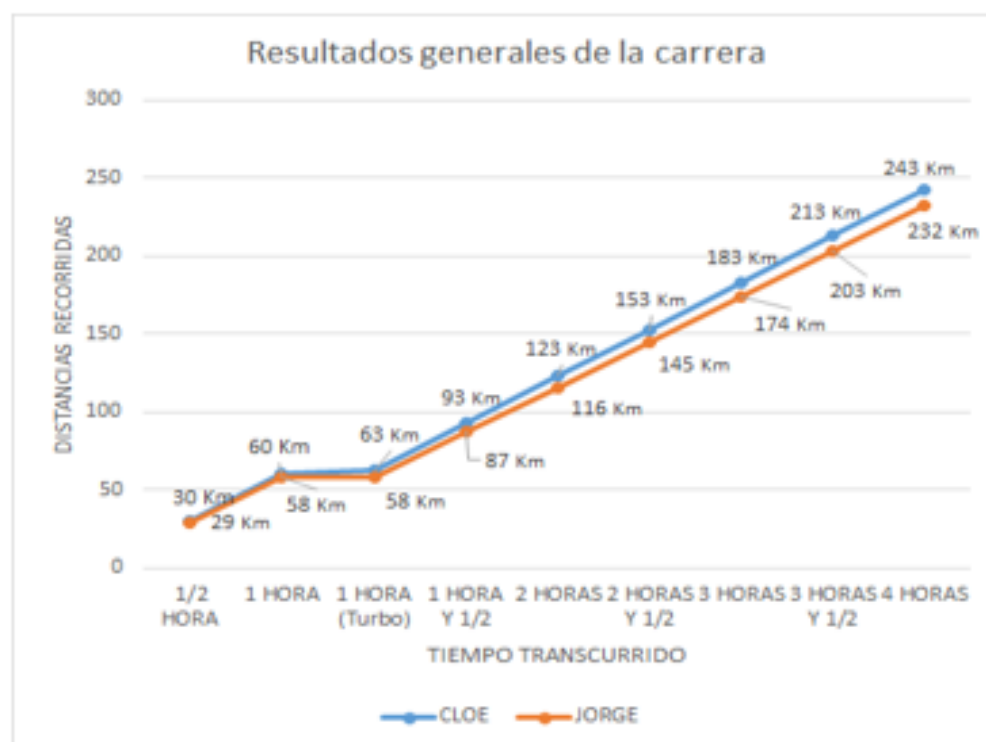
¡La carrera ha comenzado!

Pasada 1 hora Cloe ha recorrido 60 Km, pero ella utilizó el “turbo” para ganar más velocidad y así recorrer más camino. Esta herramienta genera en el auto una velocidad suficiente para recorrer 3 Km más.

Jorge, por su lado logró recorrer 58 Km en el mismo tiempo sin ningún tipo de ayuda.

1. Media hora más tarde Cloe sigue adelante de Jorge en la carrera, a pesar de que él ha utilizado el “turbo”. ¿Será esto posible? ¿Podrías establecer algún tipo de relación para explicar la situación anterior?
2. ¿Qué pasará entonces pasadas dos horas?

Observa la siguiente gráfica, luego responde:



3. ¿Cuál de los dos amigos será el ganador? Explica tu respuesta.

Los carros de esta competencia constan de un sistema inteligente que envía información a un tablero de las distancias recorridas por cada competidor.

Esto funciona de la siguiente forma: Si el competidor introduce los cambios del carro en 2 segundos o menos, se duplica la distancia recorrida hasta el momento en dicho tablero; otorgando una ventaja sobre los demás competidores. Pero si este proceso se tarda 3 segundos o más, el competidor tendrá que recorrer la distancia recorrida hasta el momento dos veces.

Cloe ha recorrido 25 Km y Jorge 20 Km de los 350 km que hay que recorrer

4. Si Jorge y Cloe introducen el primer cambio de manera correcta y en el tiempo establecido ¿cuál de los dos lleva la ventaja hasta el momento? ¿Por qué? Explica tu respuesta. (*Reconocimiento y uso de propiedades*)
5. Si ambos en el segundo cambio se demoran 5 segundos cada uno ¿Quién obtendrá más ventaja? explica tu respuesta, realiza un bosquejo si lo consideras necesario. (*Reconocimiento y uso de propiedades*)

CAPÍTULO IV.

CONCLUSIONES

A continuación, se esbozan los resultados del presente trabajo de investigación, basado en la premisa de que, por medio del discurso expresado por los estudiantes de grado noveno de una Institución Educativa de Jamundí – Valle, es posible rastrear una construcción de significado de las inecuaciones lineales; propuesta fundamentada bajo la metodología de los Experimentos de Enseñanza.

Un primer resultado da respuesta al planteamiento del primer objetivo específico en el cual, en un primer momento, se tuvo en cuenta que el diseño para el aprendizaje debería conducir a que el estudiante estructurara y analizara sus respuestas a partir de lo que él conoce, ya sea de tipo matemático o desde su cotidianidad. Motivo por el que se recurre al MEN (1998, 2006) y a algunos autores como Barbosa (2006) quienes afirman que los procesos de enseñanza y aprendizaje no deberían desarrollarse desde una perspectiva tradicionalista en la que no se promueva el análisis y la crítica; por el contrario, dicha actividad se basó en la resolución de problemas, la cotidianidad del estudiante con la finalidad de que sus respuestas no estuvieran basadas en un lenguaje meramente simbólico.

En un segundo momento, tal concepción se vio reflejada en la implementación de la actividad y los posteriores análisis hechos a la misma. Se notó que los estudiantes recurrieron a sucesos vividos desde su propia experiencia para dar algunas de sus respuestas, sus expresiones orales promovieron la discusión y la presentación de múltiples preguntas, afirmaciones y conjeturas en mayor medida, que reflejaron que el diseño, posee gran potencial si se pretende rastrear y posteriormente reconocer la existencia de indicios que puedan conducir a desarrollar pensamiento algebraico y corresponder a una base para la introducción a las inecuaciones lineales.

Un segundo resultado responde al segundo objetivo específico, que corresponde al discurso empleado por los estudiantes reflejado en el diseño de la actividad propuesta que partir de las ideas, estrategias y formas de solucionar una situación contextualizada, permite identificar y clasificar múltiples Actos de habla, pero en particular suelen utilizarse 4 de ellos: preguntas, afirmaciones, conjeturas y explicaciones.

Esta clasificación fue la herramienta que permitió establecer secuencias de acciones lingüísticas expresadas por los estudiantes en su gran mayoría, en forma de explicaciones, preguntas, afirmaciones y conjeturas para, posteriormente reconocer la existencia o no de una posible construcción de significado de las inecuaciones lineales.

Es de notar también, que aunque los resultados expresados por los estudiantes en el desarrollo de la actividad no se presentan y no corresponden a un lenguaje meramente simbólico del álgebra, si se puede afirmar, por razones ya mencionadas, que se reconoce la existencia de una construcción de significado de las inecuaciones lineales, esto por el hecho de rastrear el reconocimiento de cantidades y las relaciones entre ellas, relaciones de orden, interpretación y argumentación de la existencia de múltiples respuestas para una misma situación; herramientas que si bien no son suficientes para una completa construcción de lo que las inecuaciones representan, si corresponde a un buen insumo en su consolidación.

Además, esta etapa mostró que el discurso empleado por los estudiantes al resolver las preguntas planteadas en la actividad, invitan al uso de expresiones relacionadas con cantidades y las múltiples relaciones que se pueden establecer entre ellas, las cuales se esperaba que el estudiante empleara con el fin de movilizar el significado de nociones como relaciones de orden, variación, cambio, dependencia entre valores numéricos, conjuntos que hacen verídica o falsa una situación; dando respuesta al tercer objetivo específico propuesto.

Un cuarto resultado es de la puesta en acto y teniendo en cuenta que los Experimentos de Enseñanza resultan ser una metodología de investigación, que, entre otras cosas, hace necesario que para una próxima puesta en acto se tenga en cuenta tanto los aciertos como las cuestiones por corregir para enriquecerlo y mejorarlo.

Efectivamente no solo se realizan aportes para enriquecer la actividad, pues en algunos casos se observó que la contextualización que realizaron algunos grupos condujo a que, en momentos, se alejaron de lo que realmente se esperaba que respondieran, sin embargo, estos corresponden a elementos que en una situación cotidiana son tenidas en cuenta, pero en la planificación y desarrollo de la actividad no se contemplaron.

Como un quinto resultado basado en los Experimentos de Enseñanza, también se propuso la siguiente conjetura: “El desarrollo de una actividad contextualizada que promueve el reconocimiento de cantidades y las relaciones que se pueden establecer entre ellas posibilitan un acercamiento a la construcción de significado de las inecuaciones lineales”.

Tal conjetura hace parte de lo que en el desarrollo de este trabajo se planificó y posteriormente se concluyó. Dicho de otra forma, la actividad fue planificada con la finalidad de que las respuestas esbozadas por los estudiantes por medio de su discurso respondieran al reconocimiento de cantidades y relaciones que se pueden establecer entre ellas, pues se considera a estas como una de las bases principales para entender lo que una inecuación representa. Es claro también, que elementos como las relaciones de orden, conjunto solución a un problema particular, variables y otros elementos necesarios para la consolidación de las inecuaciones también es posible reconocerlo, pero el hecho de relacionar cantidades y su reconocimiento abarca estas últimas.

Dicho reconocimiento tuvo lugar por medio de las Secuencias de actos de habla presentes en el discurso utilizado por los estudiantes, que hacen que las conversaciones establecidas tengan cierta coherencia desde el contexto en el que se les aborde. Estas Secuencias de actos de habla, articuladas con elementos como la analiticidad, designación de objetos e indeterminancia, analizados en el anterior capítulo, fueron la base principal de investigación para determinar la existencia de aportes a la construcción de significado de las inecuaciones lineales.

Las Secuencias de actos de habla expresadas por los estudiantes, su clasificación, la identificación de cantidades, relaciones entre cantidades, encontró que tal analiticidad, indeterminancia y designación de objetos están presentes en dichas expresiones, aunque expresadas en un lenguaje no simbólico. Lo cual conlleva a afirmar que la actividad propuesta, su implementación, y los análisis posteriores hacen que la anterior conjetura cobre cierto sentido y materialice la investigación presentada.

Finalmente, es necesario aclarar que los Actos de habla al corresponder la unidad básica de comunicación y formar parte del discurso, este último puede utilizarse como elemento mediador entre lo que dice el profesor, lo que hace el estudiante y lo que realmente entendió a partir de las emisiones proferidas y por ende es útil en la medida en que puede ofrecer bases sustancialmente importantes en relación con el aprendizaje de los estudiantes. Esto debido a que es necesario ofrecerles situaciones o ambientes en los que su capacidad de análisis, crítica, argumentación, resolución de problemas, entre otros procesos, se promueva y así aportar a una aproximación a la construcción del conocimiento con significado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arango, G. (2017). La teoría de la intencionalidad de John Searle. Sophia, Colección de Filosofía de la Educación [en línea]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441849567003> ISSN 1390-3861
- Barbosa, K. (2006). *Inecuaciones: un análisis de las construcciones mentales de estudiantes universitarios*. (Tesis doctoral). Instituto politécnico Nacional, Ciudad de México. Recuperado de: <http://repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/123456789/11391/1/barbosa.pdf>
- CEMACYC (2013). Generalidades de un experimento de enseñanza desarrollado en la formación inicial de maestros de educación primaria. Santo Domingo, República Dominicana. (pp.1-12)
- Cobb, P. (2000) Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. Kelly & Lesh (Eds.), Handbook of research Design in mathematics and science education, Cap. 12 (pp. 307 - 326). N jersey: Lawrence Earlbaun
- Confrey, J. & Lachance, A. (2000) Transformative teaching experiments through conjecture - driven research design. Kelly & Lesh (Eds.), Handbook of research Design in mathematics and science education, Cap. 10 (pp. 231 - 265). N jersey: Lawrence Earlbaun
- Delgado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. Panorama, 9(16), 32-42
- Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Segunda edición. Traducción Vega M., 1999, Cali, Colombia.

- Esquinas, A (2009). Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid, Madrid. Recuperado de: <http://eprints.ucm.es/8283/1/T30670.pdf>
- Forero-Sáenz, A. (2008). *Interacción y discurso en la clase de matemáticas*. Universitas Psychologica, 7(3), 187-805. Bogotá, Colombia
- Garrote, M; Hidalgo, M & Blanco, L (2004). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones en alumnos de primer curso de bachillerato. 37- 44
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 2, 707-762
- Lee, C. (2010). El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. Ediciones Morata.
- Mateus, N. E. (2012). Historia y filosofía de las matemáticas. Breve reseña histórica de la evolución del cálculo infinitesimal y sus dos grandes ramas: El Cálculo Diferencial y el Cálculo Integral. (Tesis doctoral). DIE-UE, Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional, (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN, Bogotá. Colombia
- Ministerio de Educación Nacional, (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Santa Fe de Bogotá, Colombia.
- Molina, M., Castro, E., Molina J., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. Universidad de Granada.

- Moraleda, C., (2010) Resolución de ecuaciones, inecuaciones e interpretación de soluciones. Tesis de grado. Máster universitario de formación de profesores. Universidad de Granada, España.
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. En: Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education, North American chapter (Vol. 1, pp. 2-21).
- Recalde, L. C. (2013). La evolución del álgebra y los indivisibles de Cavalieri. En: Lecciones de Historia de las Matemáticas. Universidad del Valle, Cali
- Searle, J. (1991). *¿Qué es un acto de habla?* ensayo de filosofía del lenguaje. Madrid, España: Ediciones Cátedra.
- Searle, J. (1992). Intencionalidad, un ensayo en la filosofía de la mente. Madrid, España: Tecnos
- Sfard, A (2008). Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional. Capítulo 2 - Programa Editorial Universidad del Valle.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En L. R. Coord, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Martin, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: ice – Horsori.
- Socas, M. (2011). *La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. NÚMEROS: Revista de didáctica de las matemáticas*, (77), 5 - 34. Recuperado de: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Apertura.pdf>

- Steff, L. & Thompson, P. (2000) Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. Kelly & Lesh (Eds.), Handbook of research Design in mathematics and science education, Cap. 11 (pp. 267 - 306). N jersey: Lawrence Earlbaun
- Van Dijk, T. A. (1980) Texto y contexto: semántica y pragmática del discurso. Madrid, España: Ediciones Cátedra.
- Van Dijk, T. A. (1996). Estructuras y funciones del discurso: Una introducción interdisciplinaria a la lingüística del texto y a los estudios del discurso. México, D.F: Siglo XXI editores.
- Velasco, M. C. (2012). *Aprendizaje de las. inecuaciones lineales con valor absoluto desde una perspectiva plurirregistro*. (Tesis doctoral). Universidad del Valle, Cali. Recuperado de: <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/3898/4/CB-0449571.pdf>
- Zill, D. Dewar, J (2000) Álgebra y trigonometría – 2 ed. Revisada. Editorial McGraw-Hill Interamericana.

ANEXOS

Anexo 1. Actividad.

ACTIVIDAD 1.

Jorge y Cloe son compañeros de la oficina. Como la empresa en la que laboran se encuentra en temporada de muchos negocios, ellos deben de trabajar tiempo extra fuera de la empresa. Por tal razón, deciden encontrarse en el apartamento de Jorge para realizar sus compromisos; en el transcurso de la tarde hacen un pedido en Domino's Pizza.

Este establecimiento tiene una regla de que el pedido debe ser entregado en un límite de tiempo 30 de minutos o menos, de lo contrario este será gratis. Quien toma el pedido le comenta a Jorge que la pizza tarda adicionalmente 10 minutos en ser preparada, es decir, el pedido se demora como máximo 30 minutos.

La pizza se pide a las 4:03 p.m. y la distancia de la casa de Jorge al restaurante es de 25 Km

El restaurante tiene 3 opciones de distribución según la distancia hacia donde se debe entregar un pedido.

- Utilizar la bicicleta para recorrer 15 Km en media hora.
- Utilizar una bici moto con la que puede alcanzar una velocidad de 55 Km/h.
- Utilizar una motocicleta con la que puede recorrer mínimo 99 Km en hora y media.

De acuerdo con lo anterior, responde:

1. ¿Cuál crees que es la(s) opción(es) que debe usar el repartidor? ¿Por qué? explica tu respuesta
2. Teniendo en cuenta las opciones de distribución que tiene el restaurante, ¿bajo qué condiciones Cloe y Jorge cenarán gratis? ¿Por qué?

Domino's Pizza considera que tiene muy pocas opciones de distribución y ha solicitado tu ayuda.

3. Para proponer una opción de distribución apropiada para que un pedido como el de Cloe y Jorge llegue a tiempo ¿Cuáles elementos tendrías que tener en cuenta? Explica
4. Propón una opción de distribución basado en el pedido hecho por Cloe y Jorge. Explica por qué es viable.

Anexo 2. Protocolos.

Protocolo 1. Grupo 1.

E_I: Bueno, empecemos. Jorge y Cloe...

E_F: No, pero espere. Ni siquiera hemos colocado los nombres.

E_F: Refiriéndose a la profesora, pregunta) Profe ¿con lápiz o lapicero?

Profe: Con lápiz.

Hablan entre ellos de temas diferentes al desarrollo de la actividad mientras ella (la estudiante) marca la hoja. Posterior a ello, deciden quién va a leer la consigna. Deciden que ella lo hará.

E_I: (Lee la situación)

E_I: A ver... (Leyendo y pensando en la respuesta) ... 55... Jorge vive a 25... Es la b, ¿no? Yo creo que es la b.

E_F: tenemos que responder ahí. (Al haber tres opciones escritas en la situación inicial, ellos no sabían si tenían que encerrar la opción que consideraban correcta)

E_I: ¿Sí o no? (refiriéndose a la respuesta que ella expresó anteriormente)

E_F: ¿Dónde debemos responder?

E_I: Profe (llama a la profesora en voz alta). Profe ¿dónde debemos responder?

Profe: La respuesta que crean correcta, pero en la otra hoja.

E_F: ¿Cómo así?... pero si dice que es 55. No entiendo.

E_I: (Lee la primera pregunta después de haber leído la situación inicial)

- A ver. Yo creo que es la b, la de la bici moto porque dice que va a 55 kilómetros por hora y la mitad de 55 es como 27 punto algo. Y dice que... ¿cómo es que se llama? Que la casa de Jorge está a 25 kilómetros. Entonces yo creo que en media hora alcanza (el repartidor) y hasta le sobra (tiempo).

E_F: Si, entonces sería esa.

E_I: Lee de nuevo la situación... “Quien toma el pedido le comenta a Jorge que la pizza tarda adicionalmente 10 minutos en ser preparada, es decir, el pedido se demora como máximo 30 minutos”. ¿Cómo así? Osea que... de los 30 minutos, ¿10 se usan para preparar la pizza y quedarían 20 minutos para llevarla? Espérate, la profesora ¿dónde está?

E_F: ¿Y si le quedan 20 minutos...?

E_I: ¿Cuánto es 99 dividido 3? 33 kilómetros por hora ¿no?, sería la c

E_F: Hora y media...

E_I: Por eso. Hora y media sería 3 veces media hora ¿no? Entonces aquí dice que es 99. 99 dividido 3 daría 33 kilómetros y Jorge vive a 25. Entonces sería 33 kilómetros por hora en media hora. Pero no, queda hasta peor.

E_F: es la b

Escriben la respuesta en la hoja de la actividad.

Tarea 2:

E_I: la segunda dice... “Teniendo en cuenta las opciones de distribución del restaurante ¿bajo qué condiciones Cloe y Jorge cenarán gratis? ¿Por qué?” ¿Cómo así? ¿Cómo así “bajo qué condiciones Cloe y Jorge cenarán gratis”? O sea que condiciones de tráfico, algún accidente... (Llama de nuevo a la profesora)

E_F: profesora

E_I: profe, la segunda dice... (Lee la segunda pregunta). ¿Cómo así que qué condiciones?

Profesora: Que debe ocurrir para que ellos cenén gratis.

E_I: Ah ya.

Profesora: Qué es lo que debe pasar para que ellos cenén gratis. ¿Ustedes leyeron bien lo de acá arriba? (señalando la contextualización de la situación)

E_I: Sí. Profe una pregunta aquí hay 30 minutos para repartir la pizza ¿cierto? ¿Esos minutos se usan también para hacerla? Entonces le quedarían 20 minutos al repartidor

Profesora: pero mira lo que dice acá (señalando la segunda y tercera línea del segundo párrafo y hace especial énfasis en la palabra **adicionalmente**). Entonces los 10 minutos utilizados para preparar la pizza no están dentro de esos 30 minutos.

E_I: O sea que tendría 40 minutos en total. Ah, entonces sí está bien. Qué condiciones podría ser para que no pueda.

E_F: que haya muchos trancones y tráfico.

E_I: también que haya un accidente

E_F: saca otra, otra

E_I: no, porque aquí debe decir por qué. Accidentes ¿qué más? Que tenga otro pedido que hacer, que le suceda algo a la pizza.

E_F: ah, o que se demora más del tiempo.

E_I: pues estamos hablando sobre las cosas que podrían pasar para que se demore más del tiempo.

E_F: mmm... Ya, dejemos eso.

E_I: bueno. Este tipo de cosas...

E_F: son las más frecuentes que suelen suceder que hacen que se retrase el repartidor.

Tarea 3:

E_I: Lee la tercera pregunta...

¿Cómo así, o sea, una mejor forma de distribución? O ¿cuáles son los transportes? Hay una motocicleta. No, la motocicleta es muy lenta.

E_F: no, no estamos hablando de eso.

E_I: pues sí ósea.

E_F: habla de una mejor distribución.

E_I: pues sí. La mejor distribución sería mejorando... pues... ahí la misma pregunta me dice, mejorar la distribución y se podría mejorar la distribución consiguiendo otro vehículo de transporte, por ejemplo, un auto. Como en las películas.

E_F: así va a ser peor.

E_I: ¿ah?

E_F: la moto se puede meter por los huequitos

E_I: Entonces una nueva moto. Una moto más rápida. Porque que noventa y... Ve estoy grabando más de un audio, porque llega a 5 minutos y vuelvo a hundirle.

Dice que la moto se demora 1 hora y media y recorre 99 kilómetros, en media hora serían 33 kilómetros, mientras que la bici moto se demora 27... casi 30 minutos también, (rectifica) casi 30 kilómetros en media hora. Entonces (preguntando y comentando con su compañero) ¿Qué podríamos poner?

¿La disciplina, el orden? o que haya más sedes. ¿Mejorar los vehículos de transporte? ¿No? ¿Tener mejor disciplina?

E_F: ¿para qué?

E_I: pues con la disciplina se puede agilizar las cosas mejor... (Después de un silencio) ¿Entonces?

Construir más sedes alrededor del lugar donde se encuentre para así tener mejor alcance

E_F: Que no se demoren tanto en la preparación también.

E_I: ¿conseguir mejores artefactos? un mejor horno, o sea, lo que yo te decía, lo de los artefactos, conseguir una nueva motocicleta, una nueva bici moto. Todas esas cosas para que se reduzca el tiempo o... ¿no? ¿Sí o no? ¿Qué más?

Pasan a la cuarta tarea:

E_F: Ya. Vamos con la cuarta pregunta.

E_I: la cuarta dice... (Lee la cuarta pregunta) Una nueva opción de distribución. Como para basarse en el pedido de Cloe y Carlos. No, en el de Cloe y Jorge.

Pues de las opciones que dimos en la tercera, podríamos poner algunas. Creo que sería lo de...

E_F: Ah ya. La opción que propongo de distribución es que haya una vía solo para ellos, ¿no?

E_I: eso sería muy raro.

E_F: sí, para que ellos transiten mejor.

E_I: (risas) no hay vías para las ambulancias o para la policía, ahora para entregar pizzas.

Entonces ¿qué podría ser?

E_F: que haya menor o mayor facilidad de entregar los pedidos.

E_I: pero ¿cómo? Esa es la pregunta

E_F: que haya... que haya más transportadores más

E_I: ¿transportadores?

E_F: repartidores

E_I: o... repartidores con mayor experiencia, que sepa bien dónde meterse para llegar en un momentico.

Con mayor experiencia y también vehículos con mayor capacidad. ¿Sí o no?

E_F: mmm ya.

E_I: listo, terminamos.

Protocolo 2. Grupo 2.

E_D: primer paso, vamos a comenzar a leer.

E_{SA}: lea.

E_D: actividad 1

E_{SA}: Jorge y Cloe... (Terminan de leer la situación de la actividad 1 y las 4 preguntas posteriores a esta)

E_{SA}: el domicilio no se puede demorar más de 30 minutos porque es gratis. Entonces la distancia entre la casa de Jorge es de 25 kilómetros entonces ¿qué hay que usar para que no se pase de 30 minutos?

E_D: utiliza la bicicleta que en media hora... ah media hora, 30 minutos

E_{SA}: Utiliza la bicicleta no, esa está descartada.

E_{SO}: Creo que utilizar la moto bicicleta. ¿No?

E_D: (Lee de nuevo las 3 opciones de distribución presentes en la actividad)

E_{SO}: ¿Hora y media 99 kilómetros?

E_D: ¿Hora y 30 minutos recorre 99 kilómetros?

E_{SA}: Por eso ¿porque 99 kilómetros en hora y media?

E_{SO}: Utilizar una motocicleta con la que se puede recorrer mínimo 99 kilómetros en hora y media, se pasa de tiempo entonces es la b

E_{SA}: Es la bici moto

E_D: Pero no está tan lejos.

E_{SO}: El coso no se puede demorar más de media hora.

E_D: está avanzando (explica) en 1 hora y media recorre 99 kilómetros y este dice (señalando la segunda opción de distribución) que este transporte avanza, o sea, anda a 55 kilómetros máximo, la máxima velocidad.

Esto no dice ni la velocidad ni el tiempo que se está demorando, dice que en 1 hora y 30 minutos se demora esto (señalando la distancia de la segunda opción de distribución: 99 kilómetros por hora y media). Dice que la distancia que recorre es 99, entonces, en una hora, o sea, en media hora alcanzaría a llegar a la casa de Jorge y Cloe. ¿Entiendes?

O sea, en una hora serían 66 de la distancia que tiene que recorrer y en media hora... pues 33 antes se pasa. ¿entiendes?

E_{SO}: bueno, entonces.

E_D: explico lo que estoy explicando.

E_{SO} y E_{SA}: (Risas) explícalo

E_{SA}: para mi es la b

E_D: ¿por qué?

E_{SA}: 55 kilómetros por hora

E_D: esa es la velocidad

E_{SO}: ¿tiene que recorrer 25 kilómetros?

E_D: o sea, es que... miren. Esta que está aquí es la velocidad del dispositivo, la motocicleta.

E_{SO}: es una bici moto

E_D: la bici moto, una bicicleta con motor y esta (señalando la tercera opción de distribución) es una moto que en una hora y media recorre esto. Si lo acortamos a media hora, alcanzaría a... ¿qué?... a llegar en media hora al destino y en menos...

E_{SO}: entonces es la c para usted

E_D: para mi es la c porque... siiii... recorre 99 kilómetros en una hora y media, o sea, en una hora y 30 minutos, en media hora ¿cuánto recorre?

E_{SO}: yo ¿qué voy a saber... en media hora cuanto recorre? Calculadora 49,5, esa es la mitad de 99

E_D: o sea, recorrería los 25 kilómetros aproximadamente en 10 minutos. Los 10 minutos que se demora la pizza más los 10 minutos de la pizzería a la casa. Eso es lo que yo creo.

E_{SA}: bueno, entonces cual es.

E_{SO}: la c

E_{SA}: pues... ¿no ves todo lo que ha dicho Juan David?

E_D: Profe (llama a la profesora en voz alta)

E_{SA}: (dirigiéndose hacia la profesora) tiene que colocar el “¿por qué?”

Profe: si

E_D: (dirigiéndose hacia la profesora) vea, leyendo todo esto, pa' mi sería esta (señalando la 3ra opción de distribución) porque aquí dice que... la moto... puede recorrer una distancia de 99 kilómetros.

profe: “como mínimo” dice ahí

E_D: entonces, en una hora y media, entonces yo digo que en media hora o en menos de la media hora alcanzaría a llegar... ¿qué?... a la casa. Y en la b dicen el kilometraje, o sea, digamos la velocidad máxima que alcanza la bici moto. En mi opinión, yo acogería esta (señalando la tercera opción de distribución) porque si avanza tantos metros en tan poco tiempo, alcanzaría a llegar a la casa en menos tiempo de lo que tenía acá. No sé si me explico.

Profe: si, pero eso escríbanlo.

E_{SO}: escríbalo, inspírese.

E_{SA}: escriba, la solución es la c porque... ¿por que qué? Explíquelo otra vez

E_{SO}: (risas) es una moto, ¿no? Porque la moto avanza más rápido en menos tiempo

¿Ya? ¿Esa la dejamos así?

Pasan a la pregunta 2:

ESA: sí. (Lee la pregunta 2)

ESO: llame a la profesora y dígame que le explique

ED: venga leo (lee de nuevo la segunda pregunta)

ESO: profe, que si nos explica la dos

Profe: (lee de nuevo la segunda pregunta en voz alta). ¿Qué tiene que pasar para que ellos cenén gratis?

ED: y... ¿Donde dice eso profe?

Profe: ¿No leyeron el enunciado?

ESA: que se demore más de 30 minutos

Profe: Que se demore más de 30 minutos. Teniendo en cuenta estas opciones de distribución (señala las 3 opciones), esto no es de marcar, es de responder

ESA: ya lo respondimos

Profe: entonces, ¿qué tiene que pasar para que ellos cenén gratis?

ESA: que se demore más de 30 minutos el pedido

ED: que la moto se vare, que se mate el repartidor, que haya un trancón.

Profe: ah, entonces eso tienen que escribirlo. Ah, pero fíjense en las velocidades no simplemente por el hecho de haber entregado después de la media hora porque entonces qué hizo que el llegara después de media hora. ¿Qué fue qué pasó? Que él no llegó a tiempo.

ESA: ¿o lo que estaba diciendo Juan ahí?

Profe: podría ser. También pueden tener en cuenta las opciones a la que viaja en cada una de las opciones de respuesta.

ED: puede ser un carro.

ESA: ahí no dice carro

ED: sí, sí. Escuche la explicación. En un carro usted en una hora puede recorrer casi 100 kilómetros. Mis papas andan a 120, máximo, en una carretera y nos demoramos 1 hora de Cali a cerrito, 1 hora y pico.

ESO: bueno. Entonces ¿qué ponemos en la segunda?

ESA: la primera opción sería que se demorara más de los 30 minutos

ESO: eso

ED: que se le pinche la moto

ESA: (escribe las respuestas de sus compañeros en la hoja) bueno y la otra sería.

ESO: ¿lo que dice Juan David no funciona?

ESA: que

ED: que se le vare la moto, que se le acabe la gasolina, que... digamos, que alcance 50 kilómetros por hora, digamos que esté en Cali y que alcance 50 kilómetros por hora de jardín plaza allá y que por X o Y cosa se caiga de la moto y se mate.

ESA: esa no

ED: que la pizza se le caiga del carrito.

ESA: es como decir se demoró tantos kilómetros en llegar a la casa de ella

ED: se demoró casi 10 minutos en llegar a la casa

ESA: cuántos kilómetros, se tiene que demorar más de 30 minutos para que la pizza sea gratis

ESO: ah, entonces cuántos kilómetros...

ED: por eso, que la moto se va, que la pizza se queme y que tengan que hacer otra

ESA: Juan David cuántos kilómetros se tiene que demorar para que le dé gratis la pizza. Osea que vaya muy lento.

E_D: por eso, entonces que se vaya en bicicleta

E_{SO}: 15, 15 kilómetros si fuera en bicicleta

E_D: 15 kilómetros en media hora uff

E_{SA}: que vaya a 15 kilómetros se tendría que demorar como...

E_D: que se vaya en bicicleta y que avance 15 kilómetros en media hora y le faltarían otros 5 para llegar, se demoró más de la hora

E_{SO}: 15 kilómetros en media hora, sí. Porque cuantos...

E_D: en 35 minutos llegaría

E_{SO}: ¿cuantos kilómetros tiene que avanzar para llegar a la casa?

E_D: 25 kilómetros

E_{SO}: entonces que avance 15 kilómetros en media hora

E_{SA}: en la moto, en la cicla no porque ya está esa opción.

E_{SO}: ¿La moto?

E_D: profe (la llama en voz alta) en la primera nosotros marcamos la c

E_{SO}: si, ella ya sabe eso

E_D: en la segunda podemos decir, por ejemplo, que no vaya en moto, sino que vaya en bicicleta porque en bicicleta se demora más

E_{SA}: estamos diciendo que se...

E_D: estamos diciendo que en media hora avance 15 kilómetros

E_{SA}: ¡eso!

E_D: entonces le faltarían otros 10 para llegar a la casa

E_{SA}: ¿podría ser una opción?

Profe: ¡escribalo ahí!

E_{SA}: pero entonces ¿si pudiera ser una opción? ¿Qué avance 15 kilómetros en media hora?

E_{SO}: pero ese ya está

Profe: ¿qué dice la pregunta 2? Teniendo en cuenta las opciones de distribución del restaurante, es decir, teniendo en cuenta esto (señala las 3 opciones) ¿bajo qué condiciones van a cenar gratis? Primero, utilizar la bicicleta para recorrer 15 kilómetros en media hora, ¿será que él alcanzaría a llegar?

E_D: no, porque le faltaría otros 10 para llegar a la casa

E_{SO}: aja

Profe: entonces, ¿podría ser una opción? ¿Qué pasaría? Que la velocidad es menor y resulta que por eso hace que se demore más y no alcance a llegar a tiempo. Esa sería una de las opciones, que su velocidad sea menor

E_{SO}: ah, entonces... pongámosle

E_{SA}: ella dijo que hiciéramos ejemplos con todas las opciones, ¿no?

E_{SO}: bueno, entonces ¿cómo era?

E_{SO}: que la moto avanzara 15 kilómetros cada media hora, que se demore 15 kilómetros en media hora.

E_D: cómo se demora más en andar, como dijo la profe, como se demora más en andar, causa que el tiempo sea mayor. Entonces como el tiempo es más mayor entonces se demora más. Y... ¡no me entendí yo!

E_{SO}: por eso pueden cenar gratis, porque para llegar a la casa de Jorge deben demorarse 25.

E_{SA}: 25 kilómetros en media hora.

E_{SO}: aja

Tarea 3:

E_{SO}: vamos con la tercera (lee la pregunta)

E_D: pide que se repita la lectura (lo hace el mismo)

E_D: que la carretera esté despejada, que todos los semáforos estén en verde y que Cloe y Jorge vivan en una casa común y que no vivan en un apartamento

E_{SO}: eso no tiene nada que ver

E_D: pueden vivir en un apartamento y pueden vivir en el 35 piso y que...

E_{SO}: pues pongamos lo mismo, pero al revés. Que el tiempo en el que el distribuye las pizzas este distribuido bien. Que el tiempo en el que él reparte las pizzas esté distribuido bien

E_D: que la pizza le llegue en Dron. Que la moto esté recién comprada y que este todo full, llega más temprano porque no se vara.

E_{SO}: no, que la moto recorra los 25 kilómetros cada media hora, toca

E_{SA}: no, 25 exactamente no. Que la moto recorra más de 30 kilómetros cada media hora

E_{SO}: eso

E_D: pues si en una hora avanza 99 kilómetros la moto en si para llegar a la casa se demoraría unos 10 minutos, casi, casi unos 10 minutos

E_{SO}: por eso, por eso Juan David. Que ¿la moto recorra unos 30 kilómetros en cada media hora?

E_D: por eso, en 1 hora y media

E_{SO}: entonces ¿sí?

Tarea cuatro:

E_{SO}: leen la cuarta pregunta (llaman a la profesora, porque no entendieron que se pedía en la pregunta)

Profe: van a proponer ya una opción de distribución basada en ese pedido que ellos hicieron y van a explicar por qué es viable. Ustedes van a dar una opción de distribución. Aquí la empresa les está dando 3, creen ustedes una, propongan ustedes una, la que quieran; teniendo en cuenta que tienen media hora para entregar el pedido, que es para ellos, y a la distancia que ellos están.

E_D: que la pizza llegue en Dron.

Profe: ¿ah?

E_D: que la pizza llegue en Dron.

E_{SO}: no profe, ¿nos puede volver a explicar?

E_{SA}: no, mira. Como la que hicimos aquí, que la moto recorra 35 kilómetros en media hora. Cómo colocar otra opción de estas (señala las 3 opciones de distribución)

E_D: que la pizza vaya en una ambulancia

E_{SA} y **E_{SO}**: mmm...

E_D: claro

E_{SO}: ah, ya entendí. Un carro

E_D: no, porque se demoraría más.

E_{SA}: no Juan David, usted no entendió.

E_{SO}: (escribiendo y diciendo en voz alta lo que escribe) utilizar un carro con el que se puede recorrer mínimo 120 kilómetros en media hora.

E_D: 120 kilómetros ¿en media hora? ¡Por Dios!

E_{SO}: en 1 hora y 20 minutos

E_D: estamos en una ciudad, el tráfico, el trancón. Un Dron vea, un Dron se puede volar en el cielo y no tiene ni siquiera trancones ni semáforos para parar.

E_{SO}: bueno. Mínimo, mínimo 120 kilómetros por hora ¿no? Porque el carro es más rápido

E_D: un Dron.

Otro compañero: Un Dron no, una moto, con una moto puede escapar del tráfico.

E_D: está diciendo que es diferente.

Terminan escogiendo la opción del carro por ser más seguro e ir a una velocidad más alta.

Protocolo 3. Grupo 3.

E_V: bueno ¿ya? Entonces ¿Cómo era que estábamos haciendo? Nosotros pensamos que la respuesta correcta es la c ¿no?

E_A: mmm

E_V: porque cada 10 kilómetros son 10 minutos

E_A: o sea, cada minuto es 1 kilómetro

E_V: entonces ya recorrería media hora. Entonces que ponemos acá. ¿Así? (Señalando a la hoja) Entonces recorrería...

E_A: no, espere y verá

E_V: entonces recorre media hora.

E_A: si son 25 kilómetros recorrería 25 minutos 25 kilómetros. Porque llegaría antes

Mira, dice: la pizza que piden a las 4:03 pm y la distancia que hay entre el restaurante y la casa de Jorge es de 25 kilómetros, para ello tiene 3 opciones de distribución de acuerdo a la distancia por recorrer.

La bicicleta la utilizarían de aquí a tu casa, digamos que queda aquí a la vuelta.

E_V: en media hora

E_A: o sea, sería menos

E_V: obvio

E_A: entonces, esta no llegaría, la bicicleta.

La bici moto sería una velocidad de 55 kilómetros por hora. Emmm

E_V: Entonces, se tardarían ¿no? O sea, la pizza sería como gratis

E_A: sí. Como yo te decía ahorita, que llegara ahí a 31 minutos y llegaría tarde y ya le tocaría que pagarla. Sería algo así.

E_V: por eso, entonces esta ya se pasaría (señalando la segunda opción de distribución)

E_A: aja, como por 3 minutos se pasaría.

E_A: sería 5 minutos antes llega con la moto.

E_V: eso no importa, porque es un límite de 30 minutos o menos

E_A: por eso. Entonces darían 25 minutos. Con la moto llegarían 5 minutos antes del debido tiempo.

E_V: no, “del debido tiempo” eso queda feo

E_A: del tiempo, antes del tiempo.

E_V: ¿vos cómo fue que hiciste en la calculadora para que te diera?

E_A: 99 dividido 4, dio 25, aproximado

E_V: se aproxima ¿no?

E_A: no, no ponga “se aproxima” déjelo así. Y es 99 dividido 4

Tarea 2:

E_V: ahora sigue la... segunda (lee la segunda pregunta)

E_A: (lee de nuevo la segunda pregunta)

E_V: ah pues... en esta (señala la primera opción de distribución) en esta cenarían gratis

E_A: en esta también (señalando la segunda opción de distribución)

E_V: pues sí, pero... no, porque habíamos dicho que una llegaba tarde... ah sí, sí las dos. Pero cómo así qué “¿bajo qué condiciones?”. Pregúntale a la profe. (Llama a la profesora)

E_A: para mi es la 1.

E_V: ¿por qué?

E_A: porque recorre en media los 15 minutos, ve, los 15 kilómetros; faltarían 10 kilómetros y tardaría otros 10 minutos en recorrer... o sea llegaría 40 minutos tarde. Llegaría en 40 minutos

E_V: en cambio este llegaría en menos (señalando la segunda opción de distribución) ¿ponemos esa? Pues puede ser

E_A: 25 kilómetros...

E_V: ¿no?

E_A: daría la primera, la a

E_V: parece, escribamos "Cloe y Jorge cenaran gratis porque la pizza llegará 10 minutos tarde que la opción b..."

En la a tardarían mucho más y así como usted dijo, llegarían 10 minutos tarde porque en esta tardarían mucho más que la b.

Tarea 3:

E_V: la tercera, hagamos la tercera (lee la tercera pregunta) ¿Cuáles elementos?... ah sí, como la moto y el carro. Esos son los elementos ¿no?

Porque mira, dice "considera que tiene muy pocas opciones de distribución y ha solicitado tu ayuda" ... tres opciones de distribución, entonces si es así como yo le digo: la moto, el carro

E_A: espérate (lee de nuevo la pregunta 3) o sea, que le demos opciones para que la pizza llegue más rápido y no tenga que ser gratis.

E_V: entonces... y si lo hacemos, así como esta que se tarda 5 minutos antes (señalando la segunda opción de distribución), pues pongámosle los otros 5 minutos, que quede exacta, así como la respuesta de la primera.

E_A: o sea, tendría que...

E_V: ¿cuántas opciones vamos a poner? Solo una.

E_A: que la pizza se haga más rápido, que ya esté hecha. Digamos, que antes del pedido la hagan, pues que ya esté hecha y la meten al congelador; que solo haya que sacarla y meterla al horno. Pues se harían varias pizzas.

E_V: entonces ayúdame a escribir esa opción y luego al final miramos si nos da.

E_A: poné...

E_V: ¿Cómo lo empezamos a escribir?

E_A: Pone que... que la pizza la tengan lista antes del pedido. No que tengan varios tipos de pizza antes del pedido.

E_V: no, porque nadie la ha pedido

E_A: risas... Aj que compren un carro volador o que alarguen el tiempo, que sean 40 minutos.

E_V: (llama a la profesora) profe, es que estamos haciendo la tercera y pensamos hacer la misma situación, pero que ya la pizza esté hecha. Que cuando uno pida la pizza ya esté hecha, que solo es calentarla.

E_A: profe que hagan pizzas de piña, de pollo de champiñones y que cuando pidan una de piña, que solo la metan al horno. Sería menos tiempo

E_V: y así se tarda menos. ¿Sí? ¿Podríamos poner eso?

Profe: Si, no hay problema, si ustedes lo creen correcto

E_A: profe, pero es que no sabemos cómo escribirlo

Profe: así, tal cual como lo dijeron

Ellos: (risas)

E_V: primero: que hagan varios tipos de pizza y en el momento del pedido solo sacarlas del congelador y meterlas al horno y entregar el pedido y se tardaría menos en llegar.

E_A: Y así podríamos utilizar la bici moto, porque necesitamos que llegue un poquito antes

Tarea 4:

E_A: (lee la 4 pregunta) en carro o en Dron

E_V: la opción... ¿cómo es que es?

E_A: una opción más adecuada es un Dron.

E_V: la opción más adecuada es un Dron... como lo escribo

E_A: no, poné un carro. Es más rápido. A no ser que haya trancón

E_V: bueno, (escribiendo en la hoja de actividades) en el carro porque es más rápido.

Protocolo 4. Grupo 4.

E_J: Tenemos que, entre la casa de Jorge y la pizzería hay una distancia de 25km/h

E_C: ajam

E_J: las 3 opciones de distribución de acuerdo con la distancia son...una bicicleta para recorrer 15km en una hora, lo cual no sería.

E_C: no sería.

E_J: porque apenas recorrería más o menos eh...ehh...

E_C: la mitad

E_J: ¡sí! Más o menos la mitad, porque la mitad es 12,5 Km, pero eso se aproxima lo cual no sería lo más viable para entregarlo a tiempo. Así que descartada la opción a para la primera.

Lo segundo que tenemos es la bici moto que puede alcanzar una velocidad de 55km/h

E_C: no pero tampoco

E_J: en una hora eh... una distancia de 25km en una hora 55km.

E_C: más de la mitad.

E_J: si porque aquí nos están diciendo que está andando 55km/h

E_C: sí puede ser

E_J: constantemente... si probamos que es una constante. Sí haciendo de cuenta que siempre va a esa velocidad.

E_C: entonces si alcanza

E_J: si alcanza... en media hora, ¡no! De hecho, en menos

E_C: ajá

E_J: porque anda 5km/h más

E_C: 2,5

E_J: en una hora alcanza el doble y un poco más de lo de la distancia del restaurante a la casa de Jorge...entonces...

E_C: sí puede ser.

E_J: podría ser

E_C: la opción b puede ser

E_J: habría que utilizar una motocicleta que puede recorrer como mínimo 99 km en una hora y media.

Entonces acá tenemos que puede recorrer un mínimo. Esto no quiere decir, no representa gasolina esto no representa nada... sino que puede recorrer 99 km en hora y media. Eso también es mucho más que eso... nos dice que tenemos una bicicleta que

E_C: recorre 15 km en media hora, así que no, porque es menos el recorrido que debe

E_J: y para pasarlo a una velocidad seria 15 km sobre 30 minutos...pero necesitamos pasar esto a minutos ahora. Así que con el coso de conversión solo pasamos las 0,5 horas entonces 15km/0,5h dan 30km/h es demasiado poco para lo que se busca. Me están diciendo que debo recorrer...

E_C: 25 km en media hora y aquí...solo 5km más en una hora de lo que hay que recorrer

E_J: se demoraría mucho

E_C: el pedido serio gratis

E_J: ahora la segunda, son 55km/h esta sería la más viable pues no llegaría tarde... por último tendríamos la motocicleta que puede recorrer 99 km en una hora y media, eso sería 1,5 horas entonces...

E_C: 99 km sobre 1,5 horas esto daría...

E_J: esta división daría 66km/h

E_C: con la moto, llega con mucho más tiempo

E_J: entonces según lo que nos preguntan ¿Cuál crees que es la opción que debe usar el repartidor para lograr llegar a tiempo? ¿Por qué? Explica tu respuesta.

E_J: Entonces aquí ya tenemos las razones... la mitad de 55 es 22,5

E_C: el tránsito, contemos los semáforos todo eso

E_J: ubicándonos en una zona urbana ahí tendría varias complicaciones, teniendo en cuenta eso llegaría tarde

E_C: pero en la moto llega con mucho más tiempo

E_J: si no hubiera tráfico es casi que imposible, si pudiera llegar a tiempo

E_C: pero llegaría en dos minutos, dos minutos... o sea llegaría...

E_J: o sea apenas con la mitad de su velocidad llegaría... podría ir un poco más de lo que es la distancia de la casa. Pero aun así tomando en cuenta la zona urbana no podría llegar a tiempo, así que la bici moto podría ser descartada, pero la moto...

E_C: la moto si llega a tiempo, la mitad de 66 es 33

E_J: ajá. Esta es la velocidad de nosotros 66km/h

E_C: si hacemos la mitad serían 33 km/h y son 25

E_J: entonces, apenas con su velocidad y tomando en cuenta el tránsito, si llega la moto

E_C: o sea que la respuesta correcta sería la c

Tarea 2:

E_J: como dijimos mientras analizábamos el punto uno en la bici moto teniendo en cuenta una zona urbana, llegaría tarde, o sea hace, como nos dicen que la pizza se demora 10 minutos y eso 10 minutos van incluidos en el tiempo. Así que pues con la moto queda descartado porque le quitan 10 min que ya van contados

E_C: si

E_J: así que tendrá que hacer algo rápido, por ende, la motocicleta sería algo bastante viable

E_C: claro la motocicleta es más rápida, en sí, solo es media hora de tiempo sino el pedido es gratis

E_J: y la motocicleta siempre es algo muy útil, y sale que se puede mover muy bien entre el tráfico.

E_J: lee la pregunta ¿bajo qué condiciones cenaran gratis?

E_J: bajo las dos anteriores, la bicicleta que llegará una hora tarde, ¡sí! Una media hora tarde... y en una zona urbana con todo lo demás no se podría con una bici moto tampoco, a pesar de que la bici moto también puede evadir el tráfico.

E_C: no es tan rápido

E_J: no puede alcanzar una velocidad tanta, y pues la moto a pesar de que sean apenas 10km/h más, bueno en realidad 11, eso le da una buena ventaja. Las opciones por las que Cloe y Jorge cenarán gratis será la opción a y la b

E_J: lee, ahora Domino`s pizza necesita ayuda para poder entregar sus pedidos a tiempo.

Tarea 3:

(Lee el punto 3)

E_J: como analizamos en los dos puntos anteriores, tener en cuenta como lo que tú dijiste lo de la zona urbana o sea si estuviera en Cali, por ejemplo, Cali siempre está llena de carros entonces para ellos no sería bueno tener una furgoneta.

E_C: no. Eso se traba en el tráfico

E_J: con la moto está bien, creo más bien que deberían tener algo que les avise sobre el tráfico

E_C: algo que como que les diga... hay tráfico por esta vía, mejor vayan por esta

E_J: porque no sería como agregar un nuevo vehículo ni nada de eso, sino nuevas estrategias, porque una ciudad es una ciudad y no se puede cambiar, solamente por un negocio

E_C: sí, algo que les avise del tráfico y también de las distancias

E_J: y al mismo tiempo se tiene que tener un vehículo no tan lento.

E_C: pues yo digo que varios establecimientos en varias partes, porque si usted tiene un establecimiento aquí (señalando un punto cualquiera en la hoja) y le hacen un pedido desde por acá... no va a llegar a tiempo.

E_J: cuando se trata de ciudades uno debe tener varios establecimientos

E_C: claro estratégicamente ubicados, o sea, deben poner varios negocios en varios puntos claves

Tarea 4:

Ahora la cuarta... propón una opción de distribución basada en el pedido hecho por Cloe y Jorge

E_J: lee el enunciado inicial.

Entonces tomando los puntos anteriores decimos que la motocicleta es la más viable, si, para que se entregará a tiempo y con una velocidad de 66km/h ... ¿qué más? Aun así, con la motocicleta y no se demora una buena cantidad si la pidieron a las 4:03 no es de noche es en la tarde, y pues a esa hora no hay mucho tráfico.

E_C: no, no tanto pero igual hay semáforos y todo

E_J: si hay de todo, esta todo lo normal. Entonces, una opción de distribución en este pedido. Un pedido que se demora 30 minutos y que en esos 30 minutos están copados la distribución y la preparación

E_C: entonces, hay 20 minutos para entregarla

E_J: 20 minutos o menos. O sino seria gratis. Lo cual es justo por el lado de la empresa, pero también sería como una pérdida para la empresa... no se me ocurre otra cosa pues no podemos hacer una moto voladora, que se salte el tráfico, no podemos hacer eso. Hasta ahora, pero entonces...por ahora lo más viable seria tener estas opciones que tienen ahora mismo lo que consideraría es que podría ser una moto más rápido que digamos que pueda recorrer 120 km en hora y media o más. O sea más distancia en menos tiempo ehh para poder hacer estos pedidos a tiempo.

Porque dentro de dos de tres opciones de Domino`s pizza para entregar con dos nos favorecería, pero con un sí. Por ende, hay que mejorar sus servicios de entrega. Porque si, no me parece muy bien que en media hora se recorran solo 15 km digamos por la parte de la bicicleta porque sería algo muy tardío para los clientes por tanto deberían ser la bici motos para lugares cercanos.

E_C: y las motos para lugares lejanos

E_J: dejémoslo hasta ahí, ya lo demás tendrían que ser estrategias de lugares y tiempos.

E_C: como todo.

Anexo 3. Clasificación de las Secuencias de actos de habla

PREGUNTA 1.			
	Variantes	Expresiones de los estudiantes	Interpretación
Grupo 1	Afirmación	E _I : A ver... (Leyendo y pensando en la respuesta) ...55... Jorge vive a 25... Es la b, ¿no? Yo creo que es la b.	Se realiza un bosquejo de la información presentada en la situación con la cual logran escoger una de las opciones de respuesta realizando asertivamente las conversiones de la información para determinar si la velocidad a la que viaja el repartidor es la apropiada para llegar a tiempo, aunque cuando se descartó la primera opción y siguieron con la segunda y les funcionó, no tuvieron en cuenta la opción tres que también permite darle solución. Lo anterior permite observar que el estudiante efectivamente cuando solucionó la situación, vio la relación que se daba entre las distancias y el tiempo que conforman la velocidad y que si una varía o cambia la otra debe cambiar también puesto que la velocidad es una relación de dependencia. Además, se logra observar cómo se tiene en cuenta las restricciones en cuanto al tiempo que relacionan con la velocidad a la que viaja el repartidor.
	Conjeturas	E _I : (Lee la primera pregunta después de haber leído la situación inicial) E _I : A ver. Yo creo que es la b, la de la bici moto porque dice que va a 55 kilómetros por hora y la mitad de 55 es como 27 punto algo. Y dice que... ¿cómo es que se llama? Que la casa de Jorge está a 25 kilómetros. Entonces yo creo que en media hora alcanza (el repartidor) y hasta le sobra (tiempo).	
	Pregunta	E _F : ¿Y si le quedan 20 minutos...? E _I : ¿Cuánto es 99 dividido 3? 33 kilómetros por hora ¿no?, sería la c	Al encontrar una dificultad en cuanto a ¿el tiempo empleado para preparar la pizza va dentro de los 30 minutos en que se demora el pedido?

Grupo 1	Conjeturas	E_F: Hora y media... E_I: Por eso. Hora y media sería 3 veces media hora ¿no? Entonces aquí dice que es 99. 99 dividido 3 daría 33 kilómetros y Jorge vive a 25. Entonces sería 33 kilómetros por hora en media hora. Pero no, queda hasta peor. E_F: es la b	En ese instante dejan atrás la segunda opción de distribución porque, según ellos, el tiempo no alcanzaría. Entran en duda con la respuesta que dieron. En algunos casos No reconocen que la respuesta no depende únicamente de la distancia, sino también de un tiempo requerido para realizar determinada tarea. Es decir, una velocidad. Pero, por ejemplo, en otras situaciones realizan procedimientos como división a partir de relaciones de dependencia: 99 kilómetros en hora y media es igual a 33 kilómetros en media hora. Es decir, $99/3$. Pero esa relación de dependencia no la logra evidenciar en esta situación y solo trabajan cambiando la distancia y apoyándose en el mismo tiempo, por tanto, descartan la opción tres, que en efecto también funcionaba.
Grupo 2	Afirmación	E_{SA}: el domicilio no se puede demorar más de 30 minutos porque es gratis. Entonces la distancia entre la casa de Jorge es de 25 kilómetros entonces ¿qué hay que usar para que no se pase de 30 minutos?	E_D Intenta esbozar una respuesta basándose en la idea de que en realizada la distancia a recorrer depende el tiempo que se demore. Para tal fin, asegura que la opción de distribución correcta es la C debido que puede recorrer más distancia en menos tiempo. Lo cual indicaría que está tomando en cuenta la restricción y no se está saliendo de ella.
	Conjeturas	E_D: está avanzando (explica) en 1 hora y media recorre 99 kilómetros y este dice (señalando la segunda opción de distribución) que este transporte avanza, o sea, anda a 55 kilómetros máximo, la máxima velocidad. E_D: Esto no dice ni la velocidad ni el tiempo que se está demorando, dice que en 1 hora y 30 minutos se demora esto (señalando la distancia de la segunda opción de distribución: 99 kilómetros por hora y media). Dice que la distancia que recorre es 99, entonces, en una hora, o sea, en media hora alcanzaría a llegar a la casa de Jorge y Cloe. ¿Entiendes? O sea, en una hora serian 66 de la distancia que tiene que recorrer y en media hora... pues 33 antes se pasa. ¿entiendes?	

	<i>Explicaciones</i>	E_D: utiliza la bicicleta que en media hora... ah media hora, 30 minutos E_{SA}: Utiliza la bicicleta no, esa está descartada. E_D: la bici moto, una bicicleta con motor y esta (señalando la tercera opción de distribución) es una moto que en una hora y media recorre esto. Si lo acortamos a media hora, alcanzaría a... ¿qué?... a llegar en media hora al destino y en menos... E_{SO}: entonces es la c para usted E_D: para mi es la c porque... siiii... recorre 99 kilómetros en una hora y media, o sea, en una hora y 30 minutos, en media hora ¿cuánto recorre?	
Grupo 3	<i>Conjeturas</i>	E_A: La bicicleta la utilizarían de aquí a tu casa, digamos que queda aquí a la vuelta. E_V: en media hora E_A: o sea, sería menos E_V: obvio E_A: entonces, esta no llegaría, la bicicleta.	Llevaron la opción “a” a una situación cotidiana para verificar que en efecto a la velocidad que se viaja en la bicicleta no cumpliría con la restricción que se propone en la situación.
Grupo 4	<i>Afirmaciones</i>	E_J: Tenemos que, entre la casa de Jorge y la pizzería hay una distancia de 25km/h. E_J: Lo segundo que tenemos es la bicimoto que puede alcanzar una velocidad de 55km/h E_J: Habría que utilizar una motocicleta que puede recorrer como mínimo 99 km en una hora y media. Entonces acá tenemos que puede recorrer un mínimo. Esto no quiere decir, no representa gasolina esto no representa nada... sino que puede recorrer 99 km en hora y media. Eso también es mucho más que eso... nos dice que tenemos una bicicleta que	Tienen en cuenta la distancia que deben recorrer para llegar a la casa de Jorge y la velocidad a la que avanza si se decide por la bicicleta. Consideran la distancia de acuerdo con la velocidad y llegan a la conclusión de que es casi la mitad de lo que deben recorrer y que además se demorara la misma media hora que tienen para llegar donde Jorge, por tanto, descarta la opción. Y efectivamente realizan y tienen en cuenta las mismas opciones que se tenían pensadas. Considerando la segunda opción, inicialmente resuelven la situación considerando las distancias y los tiempos que tienen para llevar a tiempo el pedido. Sin embargo, se lleva la situación a la vida cotidiana donde se empieza a considerar

	Conjeturas	E_J: las 3 opciones de distribución de acuerdo con la distancia son...una bicicleta para recorrer 15km en una hora, lo cual no sería. E_J: si porque aquí nos están diciendo que está andando 55km/h E_C: Sí puede ser E_J: constantemente... si probamos que es una constante. Sí haciendo de cuenta que siempre va a esa velocidad. E_C: entonces si alcanza E_J: ¡sí alcanza... en media hora, no! De hecho, en menos. E_C: 99 km sobre 1,5 horas esto daría... E_J: esta división daría 66km/h	situaciones contextualizadas que hace que los estudiantes duden de la opción y ya no la consideren viable para entregar el pedido, dado que todas esas complicaciones pueden provocar que no llegue a tiempo. Cabe aclarar que las consideraciones tenidas por los estudiantes no se tuvieron en cuenta para la elaboración del diseño, pero son aportes importantes para su modificación.
	Explicaciones	E_J: porque apenas recorrería más o menos eh... E_C: la mitad E_J: ¡sí! Más o menos la mitad, porque la mitad es 12,5 Km, pero eso se aproxima lo cual no sería lo más viable para entregarlo a tiempo. Así que descartada la opción a para la primera. E_J: porque anda 5km/h más E_C: 2,5 E_J: en una hora alcanza el doble y un poco más de lo de la distancia del restaurante a la casa de Jorge...entonces. E_J: Entonces aquí ya tenemos las razones... la mitad de 55 es 22,5 E_C: el tránsito, contemos los semáforos todo eso E_J: ubicándonos en una zona urbana ahí tendría varias complicaciones, teniendo en cuenta eso llegaría tarde	En este apartado considerando la opción 3 los estudiantes realizan la conversión de la distancia a recorrer con respecto a un tiempo. Pero cuando intenta verificar si con esa velocidad logran llegar solo tienen en cuenta la distancia de cada velocidad la cual van realizando conversiones a diferencia del tiempo que lo consideran constante todo el tiempo, sin tener en cuenta que son magnitudes que están directamente relacionadas.

	E_C: la moto si llega a tiempo, la mitad de 66 es 33 E_J: ajá. Esta es la velocidad de nosotros 66km/h E_C: si hacemos la mitad serían 33 km/h y son 25 E_J: entonces, apenas con su velocidad y tomando en cuenta el tránsito, si llega la moto E_C: o sea que la respuesta correcta sería la c	
--	--	--

PREGUNTA 2			
	Variantes	Expresiones de los estudiantes	Interpretación
Grupo 1	<i>Afirmaciones</i>	E _I : O sea que tendría 40 minutos en total. Ah, entonces si está bien. Qué condiciones podría ser para que no pueda.	Se consideraron aspectos externos a lo que simplemente presentaba la actividad, es decir, llevaron la situación a su vida cotidiana relacionado con sucesos que podrían ocurrir. Cuando lo que se esperaba era que el estudiante tomara en consideración las velocidades que se propusieron en las 3 opciones siendo estas mayores o menores.
	<i>Conjeturas</i>	EF: Que haya muchos trancones y tráfico. EI: también que haya un accidente EF: saca otra, otra EI: no, porque aquí debe decir por qué. Accidentes ¿qué más? Que tenga otro pedido que hacer, que le suceda algo a la pizza. EF: ah, o que se demora más del tiempo.	
	<i>Explicaciones</i>	EI: Pues estamos hablando sobre las cosas que podrían pasar para que se demore más del tiempo.	
Grupo 2	<i>Afirmaciones</i>	E _{SA} : Se tiene que demorar más de 30 minutos para que la pizza sea gratis	Se tuvo en cuenta la primera opción que se propuso y era lo que se quería que el estudiante observara al comparar las magnitudes; puesto que la distancia relacionada con la velocidad a la que viajaría es menor y el tiempo es exacto para entregar la pizza. Por tanto, no alcanzaría y Jorge y Cloe cenarían gratis.
	<i>Preguntas</i>	E _{SO} : ¿cuantos kilómetros tiene que avanzar para llegar a la casa? E _D : 25 kilómetros	
	<i>Conjeturas</i>	E _{SO} : ah, entonces cuántos kilómetros... E _D : por eso, que la moto se vare, que la pizza se queme y que tengan que hacer otra E _{SA} : Juan David cuántos kilómetros se tiene que demorar para que le dé gratis la pizza. O sea que vaya muy lento.	
	<i>Explicaciones</i>	E _D : por eso, entonces que se vaya en bicicleta E _{SO} : 15, 15 kilómetros si fuera en bicicleta E _D : 15 kilómetros en media hora uff E _{SA} : que vaya a 15 kilómetros se tendría que demorar como... E _D : que se vaya en bicicleta y que avance 15 kilómetros en media hora y le faltarían otros 5 para llegar, se demoró más de la hora	

Grupo 3	<i>Afirmaciones</i>	E _A : para mi es la 1.	En este segundo protocolo ocurre la misma situación planteada en el cuadro anterior, solo que se propone que el repartidor recorre 10 kilómetros más en 10 minutos, remitiéndose solamente a estimaciones de tiempos de acuerdo con unas distancias.
	<i>Preguntas</i>	E _V : ¿por qué?	
	<i>Explicaciones</i>	E_A: porque recorre en media los 15 minutos, ve, los 15 kilómetros; faltarían 10 kilómetros y tardaría otros 10 minutos en recorrer... o sea llegaría 40 minutos tarde. Llegaría en 40 minutos. E_V: parece, escribamos “Cloe y Jorge cenaran gratis porque la pizza llegará 10 minutos tarde que la opción b...” En la a tardarían mucho más y así como usted dijo, llegarían 10 minutos tarde porque en esta tardarían mucho más que la b.	
Grupo 4	<i>Afirmaciones</i>	E _J : lee la pregunta ¿bajo qué condiciones cenaran gratis?	Puesto que se consideraron sucesos diferentes a los que se presentaban en la actividad como el estar en una zona urbana, el tráfico sería una de las cosas que afectaría el hecho de que el repartidor no llegue a tiempo con la opción de la bicimoto, se señaló que con las dos primeras opciones no se llegaría a tiempo dado que se debería tener presente lo del tráfico, un accidente u otra situación que pueda ocurrir en carretera.
	<i>Explicaciones</i>	E_J: bajo las dos anteriores, la bicicleta que llegará una hora tarde, ¡sí! Una media hora tarde... y en una zona urbana con todo lo demás no se podría con una bicimoto tampoco, a pesar de que la bicimoto también puede evadir el tráfico. E_C: no es tan rápido E_J: no puede alcanzar una velocidad tanta, y pues la moto a pesar de que sean apenas 10km/h más, bueno en realidad 11, eso le da una buena ventaja. Las opciones por las que Cloe y Jorge cenarán gratis será la opción a y la b	

PREGUNTA 3			
	Variantes	Expresiones de los estudiantes	Interpretaciones
Grupo 1	Preguntas	E_I: ¿Cómo así, o sea, una mejor forma de distribución? O ¿cuáles son los transportes?	Se consideró inicialmente lo que se esperaba que el estudiante realizara. Proponen que la velocidad a la que se viaje sea, por ejemplo, mayor que la dada; pero después consideraron otros aspectos como el de ser disciplinados y cosas por el estilo; cuestiones que no se tuvieron presente cuando se planteó la pregunta.
	Conjeturas	E_I: pues sí. La mejor distribución sería mejorando... pues... ahí la misma pregunta me dice, mejorar la distribución y se podría mejorar la distribución consiguiendo otro vehículo de transporte, por ejemplo, un auto. Como en las películas. E_F: así va a ser peor. E_I: ¿ah? E_F: la moto se puede meter por los huequitos E_I: Entonces una nueva moto. Una moto más rápida.	
	Explicaciones	E_I: Entonces una nueva moto. Una moto más rápida. Porque que noventa y... Ve estoy grabando más de un audio, porque llega a 5 minutos y vuelvo a hundirle. E_I: Dice que la moto se demora 1 hora y media y recorre 99 kilómetros, en media hora serían 33 kilómetros, mientras que la bici moto se demora 27... casi 30 minutos también, (rectifica) casi 30 kilómetros en media hora. Entonces (preguntando y comentando con su compañero) ¿Qué podríamos poner? ¿La disciplina, el orden? o que haya más sedes. ¿Mejorar los vehículos de transporte? ¿No? ¿Tener mejor disciplina? E_F: ¿para qué? E_I: pues con la disciplina se puede agilizar las cosas mejor... (Después de un silencio) ¿Entonces? Construir más sedes alrededor del lugar donde se encuentre para así tener mejor alcance	

Grupo 2	<i>Afirmaciones</i>	E_{so}: pues pongamos lo mismo, pero al revés Que el tiempo en el que el distribuye las pizzas esté distribuido bien.	Se tiene en cuenta que una opción de distribución sería la moto pero que recorra más distancia en media hora, es decir, que su velocidad sea mayor a la que se propone. Siendo lo que se esperaba que los estudiantes identificaran que la velocidad debería ser mayor para que se puedan entregar los pedidos con más tiempo
	<i>Conjeturas</i>	E_{so}: no, que la moto recorra los 25 kilómetros cada media hora, toca E_{SA}: no, 25 exactamente no. Que la moto recorra más de 30 kilómetros cada media hora E_{so}: eso	
Grupo 4	<i>Afirmaciones</i>	E_J: como analizamos en los dos puntos anteriores, tener en cuenta como lo que tú dijiste lo de la zona urbana. O sea, si estuviera en Cali, por ejemplo, Cali siempre está llena de carros entonces para ellos no sería bueno tener una furgoneta. E_C: no. Eso se traba en el tráfico	Se consideran las opciones que esperábamos, que la velocidad a la que se viaje sea mayor, independientemente del transporte que se utilice. Sin embargo, los estudiantes tuvieron en cuenta otros elementos que ayudarían a favorecer la entrega más rápida de los pedidos, elementos que no se tuvieron presentes cuando se realizó la propuesta de la actividad.
	<i>Conjeturas</i>	E_J: con la moto está bien, creo más bien que deberían tener algo que les avise sobre el tráfico E_C: si, algo que les avise del tráfico y también de las distancias E_J: y al mismo tiempo se tiene que tener un vehículo no tan lento.	

PREGUNTA 4			
	Variantes	Expresiones de los estudiantes	Interpretaciones
Grupo 1	Afirmaciones	E _{SA} : no, mira. Como la que hicimos aquí, que la moto recorra 35 kilómetros en media hora. Como colocar otra opción de estas (señala las 3 opciones de distribución)	Se tuvo en cuenta la relación de dependencia entre las magnitudes de la velocidad, para proponer una opción de distribución que satisfaga lo que se pedía.
Grupo 2	Afirmaciones	E _{SO} : (escribiendo y diciendo en voz alta lo que escribe) utilizar un carro con el que se puede recorrer mínimo 120 kilómetros en media hora.	Se consideró también una relación de dependencia entre cantidades y la restricción que se tenía para esta opción.
	Preguntas	E _D : 120 kilómetros ¿en media hora? ¡Por Dios!	
	Explicaciones	E _{SO} : bueno. Mínimo, mínimo 120 kilómetros por hora ¿no? Porque el carro es más rápido.	
Grupo 3	Explicaciones	E _J : 20 minutos o menos. O sino sería gratis. Lo cual es justo por el lado de la empresa, pero también sería como una pérdida para la empresa... no se me ocurre otra cosa pues no podemos hacer una moto voladora, que se salte el tráfico, no podemos hacer eso. Hasta ahora, pero entonces...por ahora lo más viable sería tener estas opciones que tienen ahora mismo lo que consideraría es que podría ser una moto más rápido que digamos que pueda recorrer 120 km en hora y media o más. O sea, más distancia en menos tiempo ehh para poder hacer estos pedidos a tiempo	En este apartado se consideró también esa relación de dependencia entre cantidades y la restricción que se tenía para esta opción. Llegando a lo que se esperaba que los estudiantes realizaran.

