



Análisis discursivo de dos libros de texto de grado quinto de primaria, en torno al concepto de combinación como parte del campo conceptual multiplicativo.

Estefanía Muñoz Víafera

201158013

Beanney Zetty Cifuentes

201157748

Universidad del Valle -Sede Norte del Cauca

Instituto de Educación y Pedagogía

Santander de Quilichao

2016

Análisis discursivo de dos libros de texto de grado quinto de primaria, en torno al concepto de combinación como parte del campo conceptual multiplicativo.

Estefanía Muñoz Víafera

201158013

Beanney Zetty Cifuentes

201157748

Trabajo de grado como requisito parcial para obtener el título de licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

Directora:

Jennifer Salgado Piamba.

Universidad del Valle -Sede Norte del Cauca

Instituto de Educación y Pedagogía

Santander de Quilichao

2016



INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y
PEDAGOGÍA
Subdirección Académica

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO
DE GRADO

Programa Académico Lic. en Educación Básica

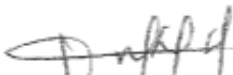
Fecha

Código del programa 3464

Resolución del programa 049

Día	Mes	Año
30	08	2016

Título del Trabajo o Proyecto de Grado				
<u>Análisis Discursivo de dos libros de texto en torno al concepto de combinación.</u>				
Se trata de:				
Proyecto ☐		Informe Final ☒		
Director				
<u>Jennifer Salgado Piamba</u>				
Nombre del Primer Evaluador				
<u>Jorge Enrique Galeano Cano</u>				
Nombre del Segundo Evaluador				
<u>Monica Correa Angel</u>				
Estudiantes				
Nombre y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto
<u>Estefanía Muñoz</u>	<u>201153013</u>			
<u>Beanny Zetty</u>	<u>201153748</u>			
Evaluación				
Aprobado	☒	Medio	☐	Leonado ☐
Aprobado con recomendaciones	☐	No Aprobado	☐	Incompleto ☐
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (obligar la página siguiente), estas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante:				
Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐		Primer Evaluador ☐	Segundo Evaluador ☐	
En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (obligar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semana(s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el _____				
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de concurrencia de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes, expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (obligar la página siguiente)				
Firmas				
				
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador		

Recomendaciones	Observaciones	Razón de desacuerdo - Alternativas
Si se considera necesario, usar hojas adicionales Se destaca en el trabajo el aporte técnico y metodológico para el análisis de texto, basado en un empleo innovador de perspectiva sobre el lenguaje. Se sugieren ajustes generales que serán atendidos por los estudiantes y revisados por la directora.		
Firmas		
 Jennifer		
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

Agradecimientos

- ✓ *Inicialmente queremos agradecer a Dios por darnos la sabiduría para culminar esta etapa de formación y por permitirnos formar un grupo perseverante.*

- ✓ *Agradecer a la directora de nuestro trabajo de grado, la magister Jennifer Salgado Piamba por su acompañamiento y compromiso con nosotras y al profesor Jorge Enrique Galeano Cano por su interés y colaboración desde el inicio del trabajo.*

- ✓ *También queremos expresar gratitud a nuestros padres Jairo Zetty, Rosalía Cifuentes, Armando Muñoz y Encarnación Víafera por su apoyo, amor incondicional y haber creído en nosotras, habernos fomentado el deseo de superación y triunfo en la vida, lo que ha contribuido a la finalización de este logro.*

Resumen

El presente trabajo de grado está orientado al análisis discursivo de textos de matemáticas de grado quinto de primaria, en lo referente al concepto de combinación como parte del Campo Conceptual Multiplicativo propuesto por Vergnaud (1990); en particular, interesa el análisis de los enunciados que tematizan el concepto de combinación en los libros “Rutas Matemáticas 5º” Ed. Santillana y “Norma Matemáticas para pensar 5º” Ed. Norma, cuando se intenta movilizar dicho concepto.

Para ello, se seleccionan enunciados relacionados con la combinación teniendo en cuenta la teoría de los actos de habla propuesta por Searle (1994), posteriormente, se analizan los enunciados de los textos utilizando las categorías de Grice citado en Gómez (1998) , además de la pragmática de estos a través de los fenómenos lingüísticos de Gómez (1998); con el fin de reconocer el sentido que se le otorga al concepto de combinación en cada texto y a partir de dicho análisis se rastrea la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas de Vergnaud en lo referente al producto de medida. Además se utilizan los elementos discursivos propuestos por Van Dijk (1980) sobre la organización y comprensión de la información semántica a través de la representación de las macroestructuras que permitan tematizar el concepto de la combinación en los libros de texto nombrados.

Palabras claves: Combinación, estructura multiplicativa, pragmática, tematización, actos de habla.

Tabla de contenido

Introducción	11
1 Contextualización y problemática.....	14
1.1 Planteamiento del problema	14
1.2 Objetivos.....	18
1.2.1 Objetivo general.	18
1.2.2 Objetivos específicos.....	18
1.3 Justificación	19
1.3.1 La combinación desde los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.....	21
1.3.2 Desde los libros de Texto.	25
1.3.3 Desde lo discursivo.	26
1.4 Antecedentes.....	28
2 Referentes teóricos.....	30
2.1 Referente matemático.	30
2.2 Referente Cognitivo.....	33
2.3 Referente Discursivo.	38
2.4 Referente metodológico.....	46
3 Análisis general de los libros de texto	48
3.1 Estructura general del texto escolar “Rutas Matemáticas 5°” (Santillana)	48
3.1.1 Aspectos generales del libro Rutas Matemáticas 5°.	50
3.1.1.1 Lenguaje Gráfico.....	50
3.1.1.2 Lenguaje Escrito.....	53
3.1.2 Relación con el currículo.....	56
3.1.3 Análisis del discurso del texto.....	57
3.2 Estructura general del texto escolar “Norma Matemáticas para pensar 5°” (Norma)	59
3.2.1 Aspectos generales del libro Norma Matemáticas para pensar 5°	61
3.2.1.1 Lenguaje Gráfico.....	61
3.2.1.2 Lenguaje Escrito.....	64
3.2.2 Relación con el currículo.....	66
3.2.3 Análisis del discurso del texto.....	67

4	Análisis discursivo de los libros de texto.....	69
4.1	Criterios para la selección de enunciados	69
4.2	Enunciados del libro de texto Rutas Matemáticas 5° (editorial Santillana).	69
4.3	Enunciados del libro de texto Norma Matemáticas para pensar 5° (editorial Norma). 72	
4.4	Rejilla de las categorías del concepto de multiplicación en el libro Rutas matemáticas 5° (Editorial Santilla)	75
4.5	Rejilla de las categorías del concepto de combinación en el libro Rutas matemáticas 5° (Editorial Santillana).....	77
4.6	Rejilla de análisis del texto Rutas Matemáticas 5° por enunciados (multiplicación). 79	
4.7	Rejilla de análisis del texto Rutas Matemáticas 5° por enunciados (combinación) ... 83	
4.8	Análisis Vertical y Horizontal de las rejillas sobre los conceptos de multiplicación y combinación en el texto “Rutas Matemáticas 5°”	85
4.9	Rejilla de las categorías del concepto de multiplicación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5° (Editorial Norma).....	91
4.10	Rejilla de las categorías del concepto de combinación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5° (Editorial Norma).....	93
4.11	Rejilla de análisis del texto Norma matemáticas para pensar por enunciados (multiplicación)	94
4.12	Rejilla de análisis del texto Norma matemáticas para pensar 5° por enunciados (combinación).....	98
4.13	Análisis Vertical y Horizontal de las rejillas sobre los conceptos multiplicación y combinación en el texto “Norma Matemáticas para pensar 5°”	100
5	Tematización de los libros de texto	106
5.1	Tematización de la multiplicación en el libro de texto Rutas Matemáticas 5° (Editorial Santillana)	106
5.2	Tematización de la combinación en el libro de texto Rutas Matemáticas 5° (Editorial Santillana).....	111
5.3	Tematización de la multiplicación en el libro de texto Norma Matemáticas para pensar 5° (Editorial Norma)	115
5.4	Tematización de la combinación en el libro de texto Norma Matemáticas para pensar 5° (Editorial Norma)	119
6	Conclusiones.....	123
7	Referencias.....	128

Tabla de ilustraciones

Ilustración 1: <i>Estándares Básicos de Competencias relacionados con la Combinatoria.</i>	24
Ilustración 2: <i>Fórmula de la combinación sin repetición.</i>	31
Ilustración 3: <i>Fórmula de la combinación con repetición.</i>	32
Ilustración 4: <i>Fórmula de las permutaciones.</i>	32
Ilustración 5: <i>Relación cuaternaria del isomorfismo de medida.</i>	34
Ilustración 6: <i>Solución del problema a través del producto cartesiano.</i>	36
Ilustración 7: <i>Solución del problema de las parejas por combinación.</i>	37
Ilustración 8: <i>Portada delantera y trasera del libro Rutas Matemáticas 5°.</i>	48
Ilustración 9: <i>Ficha bibliográfica del libro Rutas Matemáticas 5°.</i>	49
Ilustración 10: <i>Aspectos físicos del libro Rutas Matemáticas 5°.</i>	49
Ilustración 11: <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	50
Ilustración 12: <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	51
Ilustración 13: <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	51
Ilustración 14: <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	52
Ilustración 15: <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	52
Ilustración 16: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	53
Ilustración 17: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	54
Ilustración 18: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	54
Ilustración 19: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	55
Ilustración 20: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	55
Ilustración 21: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	56
Ilustración 22: <i>Organización de unidades por pensamientos.</i>	56
Ilustración 23: <i>Análisis curricular.</i>	57
Ilustración 25: <i>Análisis del discurso del texto.</i>	59
Ilustración 26: <i>Portada delantera y trasera del libro Norma Matemáticas para pensar5°</i>	59
Ilustración 27: <i>Ficha bibliográfica del libro Norma matemáticas para pensar 5°</i>	60
Ilustración 28: <i>Aspectos físicos del libro Norma matemáticas para pensar5°</i>	60
Ilustración 29 : <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	62
Ilustración 30: <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	62
Ilustración 31: <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	62
Ilustración 32: <i>Análisis del lenguaje gráfico.</i>	63
Ilustración 33: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	64
Ilustración 34: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	65
Ilustración 35: <i>Análisis del lenguaje escrito.</i>	65
Ilustración 36: <i>Organización de unidades por pensamientos</i>	66
Ilustración 37: <i>Análisis del discurso del texto.</i>	67
Ilustración 38: <i>Análisis del discurso del texto.</i>	68

Ilustración 39: <i>Análisis del discurso del texto.</i>	68
Ilustración 40: <i>Solución del ejercicio de "Rutas matemáticas 5°" por producto cartesiano.</i>	89
Ilustración 41: <i>Solución del ejercicio de "Rutas Matemáticas 5° por combinación.</i>	89
Ilustración 42: <i>Solución del problema de combinación del libro Norma Matemáticas para pensar 5° por producto cartesiano.</i>	103
Ilustración 43: <i>Solución 2 del problema de combinación del libro Norma Matemáticas para pensar 5° por producto cartesiano.</i>	103
Ilustración 44: <i>Solución 3 del problema de combinación del libro Norma Matemáticas para pensar 5° por producto cartesiano.</i>	104
Ilustración 45: <i>Tabla de jerarquía de las proposiciones de la multiplicación en el libro Rutas Matemáticas 5°</i>	108
Ilustración 46: <i>Macroestructura del discurso de la multiplicación en el libro Rutas Matemáticas 5°</i>	109
Ilustración 47: <i>Tabla de jerarquía de las proposiciones de combinación en el libro Rutas Matemáticas 5°.</i>	112
Ilustración 48: <i>Macroestructura del discurso de la combinación en el libro Rutas Matemáticas 5°.</i>	113
Ilustración 49: <i>Tabla de jerarquía de las proposiciones de la multiplicación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5°.</i>	116
Ilustración 50: <i>Macroestructura del discurso de la multiplicación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5°.</i>	117
Ilustración 51: <i>Tabla de jerarquía de las proposiciones de la combinación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5°.</i>	120
Ilustración 52: <i>Macroestructura del discurso de la combinación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5°.</i>	121

Introducción

Este trabajo de grado se centra en un análisis discursivo de los libros de texto de matemáticas de grado quinto de primaria “Rutas Matemáticas 5°” Ed. Santillana y “Norma Matemáticas para pensar 5°” Ed. Norma, se interesa por evidenciar que la combinación hace parte del campo conceptual multiplicativo por medio de la tematización realizada a los enunciados que se presentan en los textos antes mencionados.

Según Batanero, Godino y Navarro- Pelayo (1996), la Combinatoria tiene un papel importante en las matemáticas escolares, a pesar de ello, es poco enseñada en la escuela, puesto que es considerada una de las temáticas más complejas para los estudiantes y docentes; estos últimos, han preferido omitir la enseñanza de la combinatoria en el currículo de matemáticas por su complejidad, realizando sólo un pequeño énfasis en los diagrama de árbol.

De acuerdo con lo anterior puede decirse que en la educación Colombiana se encuentran falencias en la enseñanza de la combinatoria, puesto que en ocasiones es presentada como un proceso algorítmico y no como un concepto matemático inmerso en situaciones de la vida cotidiana. Otra falencia puede ser que no se enseña la combinatoria ni sus operaciones (Combinación y Permutación) en relación con otros conceptos matemáticos.

Con el fin de identificar la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas se realiza el análisis discursivo de una de las herramientas más utilizadas en las escuelas colombianas para la enseñanza, como lo es el libro de texto; los cuales serán analizados a partir de la selección de enunciados que tematizan el concepto de combinación, dicha selección se realiza a partir de la teoría de los actos de habla de Searle (1994); posterior a ello, se analiza el sentido que se le otorga a la combinación en los textos, utilizando las categorías de Grice y se

analiza también la pragmática de los enunciados a través de los fenómenos lingüísticos de Gómez (1998). Los elementos antes mencionados permitieron la tematización del concepto de combinación teniendo como referencia a Teun Van Dijk (1980), para evidenciar su relación con las estructuras multiplicativas.

Los capítulos que componen esta investigación describen los aspectos mencionados, de la siguiente manera: en el primer capítulo se presenta la contextualización de la problemática en relación con la enseñanza de la combinación, además se justifica la importancia de este concepto en la escuela y cómo su relación con las estructuras multiplicativas logra ampliar y enriquecer los significados y relaciones entre ambos objetos matemáticos.

El segundo capítulo detalla los elementos teóricos y metodológicos de la investigación, describiendo aspectos fundamentales sobre el análisis matemático, cognitivo y discursivo, los cuales hicieron posible la tematización de los enunciados y caracterización de ellos, con el fin de identificar el sentido que se le otorga al concepto de combinación en los libros de texto y el rastreo de la relación de la combinación y las estructuras multiplicativas; además se hace explícita la metodología utilizada para la selección de los textos y en cómo esta sirvió de referente para analizar los textos.

En el tercer capítulo se realiza una caracterización detallada de los aspectos generales de los libros “Rutas Matemáticas 5º” y “Norma Matemáticas para pensar 5º”, a partir de la propuesta de Arbeláez, Arce, Guacaneme, & Sánchez (1999) tomando en consideración los aspectos físicos en los cuales se analiza el lenguaje escrito y gráfico, también se identifica el tipo del discurso y la relación de los textos con el currículo de matemáticas propuesto por el Ministerio de Educación Nacional.

En el cuarto capítulo se muestran los enunciados seleccionados de los dos libros de texto y se presenta su caracterización a partir de dos clases de rejillas; la primera que analiza la pertinencia y claridad de cada enunciado y la segunda que evalúa la pragmática e intencionalidad del autor en cada uno de ellos; estas rejillas se realizaron en torno al concepto de multiplicación y combinación, con el fin de evidenciar su relación. Es de resaltar que las rejillas permitieron un análisis vertical y horizontal para identificar el sentido que se le da a la combinación en cada texto.

En el quinto capítulo se realizó la tematización de los enunciados seleccionados en el capítulo anterior, definiendo niveles de jerarquía en los enunciados que dieron cuenta de cómo está elaborado el discurso, y a partir de ellos se construyeron macroestructuras semánticas, que permiten evidenciar las relaciones entre enunciados, esta tematización permitió rastrear la relación de la combinación y las estructuras multiplicativas en ambos textos

Finalmente, en el último capítulo se exponen las conclusiones de la investigación, posibles recomendaciones para el trabajo de la combinación como parte del campo conceptual multiplicativo y reflexiones que han surgido en el desarrollo de este trabajo.

1 Contextualización y problemática

1.1 Planteamiento del problema

Las orientaciones curriculares nacionales en matemáticas brindadas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) se han enfocado en el desarrollo de competencias, estas no corresponden a la memorización de contenidos, datos o conocimientos, sino al desarrollo de capacidades, habilidades y aptitudes que permitan al estudiante resolver problemas y situaciones de su vida diaria. La competencia matemática se refiere entonces a la capacidad del estudiante para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas, implica también la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana (MEN, 2006).

En Colombia, la propuesta curricular del desarrollo de competencias se plantea en Estándares Básicos de Competencia propuestos por el MEN (2006), estos se organizan a partir de tres elementos fundamentales. Primero, los cinco procesos generales: resolución de problemas, modelación, comunicación, razonamiento y formulación, comparación y ejercitación de procedimientos; segundo, los pensamientos matemáticos y sistemas: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos y sistema variacional y sistemas algebraicos y analíticos; y tercero, son los contextos a saber sobre las mismas matemáticas, la vida diaria, y otras ciencias, relacionados con los ambientes que rodean al estudiante.

Este trabajo, se centra en la convergencia entre el pensamiento aleatorio, numérico y métrico, puesto que el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos se enfatiza en “apoyar directamente conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e

indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria” (MEN, 2006, p. 64). Siendo así, la probabilidad y la estadística son importantes para ser enseñadas, pues están relacionadas con situaciones de la vida cotidiana.

El pensamiento numérico y sistemas numéricos aportan a “la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación” (MEN, 2006, p. 58). Estos planteamientos se enriquecen con los aspectos del pensamiento métrico pues además del uso de número se trabaja con magnitudes, cantidades y medidas presentes en el pensamiento métrico y sistemas de medidas, que se enfoca hacia la comprensión general de su uso como puente de relación entre las matemáticas, las demás ciencias y el mundo de la vida cotidiana.

La convergencia entre los pensamientos matemáticos abordados se enfoca en una de las dos operaciones combinatorias, específicamente se centra en la combinación y no en la permutación, la combinación es entendida en este trabajo de acuerdo con la definición de Batanero, Godino y Navarro citados en Bonilla y Rueda, (2011): “como el arte de la enumeración de todas las formas posibles en que un número de elementos pueden ser organizados sin perder algún resultado posible” (p.2).

La combinatoria es una componente esencial de la Matemática discreta para ser enseñada en la escuela. A continuación se presentan algunas de las razones propuestas por Kapur citado en Batanero, Godino, y Navarro-Pelayo (1996), sobre la importancia de enseñar la combinatoria:

- Dado que no depende del cálculo complicado, puede ser iniciada en una etapa muy temprana; de hecho permite plantear problemas para todos los niveles educativos.

- Puede ayudar a desarrollar muchos conceptos, como los de aplicación, relaciones de orden y equivalencia, función, muestra, conjunto, subconjunto, producto cartesiano, etc.
- Pueden presentarse muchas aplicaciones en diferentes campos, como: Química, Biología, Física, Comunicación, Probabilidad, Teoría de números, Grafos, etc. (p.26).

Batanero et al. (1996) en su análisis evidencian que la combinatoria tiene un papel importante en las matemáticas escolares, a pesar de ello, es poco enseñada en la escuela, puesto que es considerada una de las temáticas más complejas para los estudiantes y docentes; estos últimos, han preferido omitir la enseñanza de la combinatoria en el currículo de matemáticas por su complejidad, realizando sólo un pequeño énfasis en el diagrama de árbol.

De acuerdo con lo anterior puede decirse que en la educación colombiana se encuentran falencias en la enseñanza de la combinatoria, al presentarla como un proceso algorítmico y no como un concepto matemático inmerso en situaciones de la vida cotidiana. Otra falencia puede ser que no enseña la combinatoria en relación con otros conceptos matemáticos, y como se ha mencionado anteriormente la combinatoria y específicamente la combinación se relacionan con diferentes campos de aplicación y ramas de la matemática.

A partir de los elementos mencionados acerca de la importancia de la enseñanza de la combinación, se estudia la relación de la combinación con otros conceptos matemáticos, en especial con las estructuras multiplicativas, Vergnaud (1991) explicita que dentro de las estructuras multiplicativas se reconocen al menos dos tipos de problemas o situaciones que implican la multiplicación: el isomorfismo de medidas y el producto de medidas. Siendo así, la combinación se enmarca dentro del campo conceptual multiplicativo como producto de medida,

puesto que hace referencia a la relación ternaria entre tres cantidades, de las cuales, una es el producto de las otras dos.

Con el fin de identificar la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas, se realiza el análisis discursivo en una de las herramientas más utilizadas en las escuelas colombianas para la enseñanza, como lo es el libro de texto, que según Cumbal y Echeverry (2014) contribuyen a facilitar y a hacer más eficiente el trabajo del profesor, son una herramienta con gran contenido de lenguaje tanto gráfico como simbólico, tienen un potencial como medio de comunicación debido a la influencia que ejerce en el estudiante al momento de construir un conocimiento.

Siendo un medio de comunicación escrito, se debe tener en cuenta la forma en cómo se presenta el concepto matemático, para ello, es necesario dar una revisión a los enunciados presentes en los dos libros de texto, teniendo como referente los actos ilocutivos de Searle (1994) que ayudan a la selección de los enunciados de cada libro y , posterior a ello, se tiene en cuenta las categorías de Grice citado en Gómez (1998) que permiten identificar el sentido que se le otorga al concepto de combinación e intencionalidad del autor en sus enunciaciones y finalmente tematizar el discurso de cada texto, teniendo en cuenta la propuesta de Van Dijk (1980), con el fin de identificar el tema central de los libros de texto y evidenciar la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas de Vergnaud.

A partir de los elementos mencionados se quiere dar respuesta a la siguiente pregunta: ***¿Cómo a partir de los enunciados planteados en dos libros de texto de matemáticas del grado quinto de primaria, se tematiza el concepto de combinación como parte del campo conceptual multiplicativo?***

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general.

Evidenciar que la combinación hace parte del campo conceptual multiplicativo, por medio de la tematización realizada a los enunciados presentes en los libros de texto de matemáticas del grado quinto de primaria “Rutas Matemáticas 5°” y “Norma Matemáticas para pensar 5°.”

1.2.2 Objetivos específicos.

- Identificar los enunciados que tematizan el concepto de combinación en los dos libros de texto de matemáticas de grado quinto de primaria.
- Reconocer él o los sentidos que se le otorga al concepto de combinación en los libros de texto de grado quinto a partir de los campos conceptuales de Vergnaud.
- Rastrear la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas de Vergnaud como producto de medida, en los dos libros de texto a partir del análisis discursivo.

1.3 Justificación

La combinatoria constituye un aspecto central de la matemática discreta, estudia los problemas en los que intervienen conjuntos discretos; según Roa (2000) “la combinatoria en la actualidad es un campo amplio de las matemáticas con investigación activa y numerosas aplicaciones teóricas y prácticas en campos como la geología, química, gestión empresarial, informática e ingeniería” (p.9).

El concepto de combinatoria, está relacionado con situaciones de la vida cotidiana del ser humano, tal como son: las técnicas de contar, medir y ordenar cantidades discretas. Según Roa (2000), la combinatoria tiene y ha tenido profundas implicaciones en el desarrollo de algunas ramas de las matemáticas como la probabilidad, teoría de números, investigación operativa, geometría y topologías combinatorias.

Considerando los aspectos mencionados, sobre la importancia de la combinatoria, es de resaltar que las investigaciones alrededor de este concepto y de la operación de combinación son pocas y mucho más las relacionadas con la educación matemática. Este aspecto es de creciente preocupación, puesto que la combinatoria es la base de la matemática discreta y por tanto, la raíz de muchas otras áreas de la matemática.

Kapur citado en Fernandez (s. f) presenta una serie de razones que sustentan la importancia de enseñar la combinatoria:

- Permite dar oportunidades a los estudiantes de realizar actividades características de matematización: hacer conjeturas, generalización, indagar la existencia de soluciones, cuestiones de optimización, etc.
- Se proporcionan oportunidades de distinguir entre demostraciones rigurosas y plausibles.

- Pueden proponerse gran variedad de campos de aplicación, tanto internas a la propia matemática como externas: física, química, biología, análisis de redes, diseño de experimentos, teoría de comunicación, probabilidad, programación dinámica, teoría de números, topología, matemática recreativa etc.
- Se pueden proponer problemas desafiantes, algunos no resueltos aún, aunque al alcance de la comprensión de los estudiantes. Ello permite que aprecien la necesidad de creación de nuevas matemáticas, puesto que muchos problemas y aplicaciones de la Combinatoria se han desarrollado recientemente para mostrar la naturaleza dinámica de esta ciencia.
- Al crear la costumbre de examinar todas las posibilidades, enumerarlas y hallar la mejor alternativa, contribuye al desarrollo del pensamiento sistemático. (p.542)

De acuerdo con las razones presentadas anteriormente acerca de la importancia de la combinatoria, hay varios aspectos preocupantes en la enseñanza de este concepto, como lo son: la omisión de su enseñanza en la escuela y la pertinencia de enseñarlo a temprana edad para cultivar el razonamiento combinatorio, pues según Fischbein citado en Fernandez, (s. f) es necesario desarrollar la intuición matemática desde niño, puesto que, la intuición combinatoria no se da espontáneamente. Por ende, si se retrasa su enseñanza puede no desarrollarse el razonamiento combinatorio, aún cuando los alumnos estén en condiciones adecuadas para ello, esto puede suponer una seria limitación en el desarrollo de su pensamiento formal en grados de escolaridad posteriores.

Teniendo en cuenta los elementos mencionados, es pertinente revisar y analizar tres aspectos: la combinación desde las orientaciones curriculares, teniendo como referencia los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de competencias en matemáticas propuestos por el MEN;

También es importante analizar el aspecto didáctico, es decir, revisar cómo los dos libros de texto proponen la enseñanza de la combinación y el referente discursivo que permite rastrear la relación de la combinación y estructuras multiplicativas a partir de la tematización.

1.3.1 La combinación desde los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

Los Lineamientos Curriculares según el MEN (1998) están orientados a la conceptualización por parte de los estudiantes y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos actuales como son las situaciones de la vida diaria, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre. En la Educación Matemática, particularmente brindan reflexiones sobre diferentes concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas, para que puedan ser tenidas en cuenta por docentes e instituciones en el desarrollo de una estructura curricular pertinente.

Los lineamientos ponen de manifiesto la necesidad que los estudiantes puedan relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista; según lo anterior proponen organizar un currículo de matemáticas a través de tres aspectos que son: los conocimientos básicos (pensamientos matemáticos), los procesos generales y el contexto.

Respecto a los conocimientos básicos es necesario reflexionar sobre la combinación en el marco del pensamiento numérico y sistemas numéricos, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y el pensamiento métrico y sistemas métricos o de medidas, puesto que este concepto converge prioritariamente entre estos pensamientos, como se muestra a continuación:

Desde el pensamiento numérico y sistemas numéricos: los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas establecen el trabajo con las magnitudes, las cantidades y sus medidas como base para dar significado y comprender mejor los procesos generales relativos al estudio de los números naturales, puesto que, se trabaja con el conteo de cantidades discretas y con las operaciones usuales (adición, sustracción, multiplicación y división), que según el MEN (2006) :

Generan una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simples o complejas y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas; estas operaciones usuales se asocian con ciertas combinaciones, separaciones, agrupaciones o reparticiones de estas cantidades, aunque de hecho se refieren más bien a los números que resultan de esas mediciones. (p.59)

Para dar una comprensión a los elementos antes mencionados sobre el pensamiento numérico se alude a la recopilación de las pruebas PISA realizada por Pizarro (s. f), con el siguiente ejemplo de combinación:

En una pizzería se puede elegir una pizza básica con dos ingredientes: queso y tomate. También puedes diseñar tu propia pizza con ingredientes adicionales. Se pueden seleccionar entre cuatro ingredientes adicionales diferentes: aceitunas, jamón, champiñones, salami. Jaime quiere encargar una pizza con dos ingredientes adicionales diferentes. ¿Cuántas combinaciones diferentes podría seleccionar Jaime?.(p.2)

En este problema pueden identificarse varias magnitudes involucradas que se relacionan con: los posibles ingredientes a elegir para la pizza de Jaime (aceitunas, jamón, champiñones, salami, queso, tomate), y las combinaciones entre los ingredientes, de esta manera las cantidades serán

siempre discretas. Esto evidencia entonces la relación del pensamiento numérico con la combinación.

- **Desde el pensamiento métrico y sistemas métricos:** se desarrolla a través de situaciones y actividades de la vida cotidiana las relaciones y las comparaciones entre magnitudes (más que, menos que, el doble de, el triple de, la mitad de).

De acuerdo con lo anterior, la combinación puede verse como parte del campo conceptual multiplicativo, en tanto que un producto de medida según Vergnaud (1991) “es una forma de relación ternaria entre tres cantidades, de las cuales una es el producto de las otras dos” (p.211). Siendo así, esta técnica de conteo se puede instaurar como un concepto que permite comparar y cuantificar magnitudes.

- **Desde el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos:** se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria, según el MEN (2006), lo que se quiere es “avanzar gradualmente en el desarrollo de habilidades combinatorias para encontrar todas las situaciones posibles dentro de ciertas condiciones, estimar si son o no igualmente probables y asignarles probabilidades numéricas” (p.66).

Según el MEN (2006), tanto niños como adolescentes podrían hacer espontáneamente operaciones combinatorias y resolver problemas de este tipo sin instrucción, puesto que la mayoría de las situaciones están relacionadas con la vida cotidiana.

La relación establecida entre la combinación y los pensamientos matemáticos en los que converge, ayuda a establecer el análisis de los dos libros de texto de matemáticas con respecto a las orientaciones del MEN.

También, es necesario tener en cuenta la propuesta del MEN en los estándares básicos de competencias en matemáticas, que establecen las competencias básicas que todo ciudadano debe desarrollar y que por tanto, la escuela como eje organizador debe enseñar y evaluar, para garantizar la calidad de la educación. Estos se encuentran en conjuntos de grados, de los cuales se toma como referencia el conjunto de grados Cuarto a Quinto, es necesario entonces, identificar los estándares relacionados con la combinación en los tres pensamientos, como se muestra a continuación:

Ilustración 1: *Estándares Básicos de Competencias relacionados con la Combinatoria.*

ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS	
CUARTO A QUINTO	Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos
	Resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
	Resolver y formular problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
	Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos
	Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
	Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas.
	Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.

Como se observa, dichos estándares relacionan situaciones y cantidades discretas que conciernen a la combinación, aunque no se enuncie de manera directa su enseñanza, los estándares si hacen alusión a este concepto al involucrar la relación entre números naturales.

1.3.2 Desde los libros de Texto.

Otro referente a tener en cuenta son los libros de texto, pues como lo menciona Peña (1999) “El libro de texto materializa los programas curriculares, ayuda a la organización y administración del tiempo, presenta información verbal y gráfica, proponiendo actividades y ejercicios en sus páginas que sirven para estimular y apoyar los procesos de pensamiento” (p.42). Los libros de texto son utilizados por docentes y estudiantes, al ser un medio de comunicación influyente en la construcción de un conocimiento, por tal razón, su selección debe ser bajo criterios curriculares y pedagógicos y no por azar ni por ofertas de las editoriales.

El libro de texto es una herramienta para el maestro y para el alumno, puesto que su “función es la de facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Debe estar hecho para hacer más sencillo, fácil y eficiente el trabajo del profesor y del alumno” (Moya, 2008, p.138). Siendo así, el libro de texto es una herramienta que puede ser adaptada o modificada para construir un concepto.

Con respecto a los criterios mencionados anteriormente es necesario analizar dos libros de textos de matemáticas a partir de dos aspectos: la calidad del libro, que según Arbeláez, Arce, Guacaneme, y Sánchez, (1999) puede ser determinada por la manera en que sus propiedades tales como: lenguaje textual y gráfico, relación con el currículo y aspectos físicos o materiales, logren satisfacer las necesidades básicas de enseñanza, en este caso de la combinación; el otro aspecto es el análisis discursivo que se realiza en términos de contenidos, realizando una

selección de los enunciados presentes en el texto y a partir de ellos, identificar el tema del discurso.

1.3.3 Desde lo discursivo.

Es importante dar una mirada al lenguaje a través del análisis de los enunciados que presentan algunos libros de texto del grado quinto de primaria, su significación, coherencia y los sentidos que se le otorgan al concepto de combinación en los libros de texto.

Con base en lo anterior es de resaltar que el lenguaje nos permite dar a conocer algo o expresarlo, puede darse en lenguaje natural que relaciona el significante y el significado de cada palabra o en lenguaje formal relacionado con fórmulas o expresiones bien formadas como las matemáticas.

Ambos tipos de lenguaje natural y formal pueden darse de forma oral o escrita, este trabajo se interesa particularmente en el lenguaje escrito de los enunciados que presentan los dos libros de texto de grado quinto, pues como se mencionó anteriormente estos son de gran importancia en la educación matemática, dado que se relacionan con conceptos matemáticos, orientaciones curriculares y expresiones del lenguaje como lo son: el lenguaje escrito y lenguaje gráfico.

Estas dos expresiones del lenguaje deben ser pertinentes y adecuadas dependiendo del grado de escolaridad para el que fue diseñado el libro de texto, es decir, un lenguaje escrito coherente y entendible y un lenguaje gráfico de interés para los estudiantes. El libro de texto además de los aspectos mencionados, también cumple funciones, según Moya (2008) “el texto cumple varias funciones: informativa, organizativa, motivadora, comunicativa, científica, pedagógica, ideológica, orientadora e integradora” (p.142). En particular la que interesa en este trabajo es la

función comunicativa, ya que por medio de ella, se analiza cómo el estudiante puede llegar a construir un conocimiento matemático.

Al analizar la función comunicativa, es necesario evaluar las enunciaciones del autor del libro de texto e identificar a través de ellas que intencionalidad tiene, y si a través de ellas es clara y pertinente la información presentada, puesto que según Gómez (1998) el significado de los enunciados no depende de sí mismos, sino de un contexto lingüístico para ser interpretados.

Además de la caracterización de los enunciados, es necesario analizar el discurso en su totalidad, para ello, se realiza una tematización que según Van Dijk (1980) consiste en identificar el tema del discurso, utilizando macroestructuras semánticas que den cuenta del orden y jerarquía de los enunciados presentes en los dos libros de texto.

En este sentido, Van Dijk hace énfasis en las macroestructuras semánticas para aludir a algunas propiedades del significado o contenido del discurso del texto, es necesario aclarar que no se analizan las oraciones, sino el discurso en su totalidad para realizar una reconstrucción teórica de nociones como tema o asunto del discurso.

Finalmente, los elementos mencionados indican la importancia e influencia de los libros de texto en el proceso de enseñanza, siendo así, deben estar constituidos por un lenguaje (escrito y gráfico) acorde al grado de escolaridad, deben establecer definiciones de conceptos y/o nociones matemáticas que permitan la construcción de conocimientos y que esté bien estructurado semánticamente de manera que logre evidenciar el tema del discurso.

1.4 Antecedentes

Este trabajo realiza el análisis discursivo de dos libros de texto de matemáticas del grado quinto, dicho análisis se realiza a través de la tematización del concepto de combinación como parte del campo conceptual multiplicativo. De acuerdo con lo mencionado se recurre a los trabajos de grado de Cumbal y Echeverry (2014) y Ospina y Salgado (2015) puesto que en ellos se trabaja la tematización en discursos orales y escritos propuesta por Van Dijk (1980), además se realiza una caracterización del trabajo de grado de Parra (2015) sobre su análisis histórico-epistemológico, con el fin de abordar aspectos importantes de la combinatoria y en especial de la Combinación en la educación.

Trabajo de grado “Análisis discursivo de dos textos de matemáticas del grado tercero de primaria en torno al campo conceptual multiplicativo”

Cumbal y Echeverry (2014) de la Universidad del Valle, orientaron su trabajo al análisis de libros de textos de matemáticas de grado tercero de primaria, teniendo como referente a las estructuras multiplicativas; su trabajo se realizó con base en el análisis de los enunciados que tematizan el concepto de multiplicación, teniendo en cuenta algunos criterios basados en la propuesta de Searle.

El análisis de este trabajo fue realizado en los libros de texto “Casa de las matemáticas 3” Ed. Santillana S.A. como “Zoom a las matemáticas 3” Ed. Libros & libros; es de resaltar que este trabajo contribuye notoriamente a la investigación, puesto que, evidencia los tipos de actos de habla ilocutivos como son representativos, directivos y Conmisivos en rejillas utilizadas para realizar el análisis de enunciados, que conllevaron a la tematización de la multiplicación en los

libros de texto y en cómo a través de ella lograron obtener resultados sobre las estructuras multiplicativas que propone Vergnaud.

Trabajo de grado “La enseñanza de la multiplicación como isomorfismo de medida: aproximación discursiva”

En su trabajo de investigación Ospina y Salgado (2015) reafirman el papel del discurso en la enseñanza escolar de la multiplicación y su influencia en la comprensión matemática de los estudiantes, es de rescatar que su trabajo brinda aspectos teóricos y metodológicos a considerar en la perspectiva discursiva de la multiplicación y en cómo el análisis planteado permitió tematizar el discurso de la profesora en su perspectiva del isomorfismo de medida, en el cual analizaron las producciones (orales y escritas) de los estudiantes como un modo de explorar la comprensión que tienen sobre lo que enuncia su maestra.

Trabajo de grado “Análisis histórico – epistemológico de la iniciación de la combinatoria caso: combinaciones”

Parra (2015) evidencia a través de su análisis histórico-epistemológico la importancia de la combinatoria en la educación, la autora propone introducir las ideas combinatorias en los ambientes escolares colombianos donde están ausentes, puesto que en el país existen innumerables establecimientos escolares en los cuales los estudiantes egresados no conocen la diferencia entre una combinación y una permutación. Estos elementos permiten identificar que la incorporación de la combinatoria en el pensum escolar, con seguridad contribuye a mejorar la calidad de la educación matemática.

2 Referentes teóricos

El desarrollo de este trabajo implica reconocer la importancia de la combinación en la escuela, además de identificar su relación con otros campos de la matemática, tal como las estructuras multiplicativas. Es posible estudiar estas relaciones a través del lenguaje para identificar él o los sentidos que le otorga el autor del texto a la combinación en dos libros de texto de matemáticas de grado quinto de primaria, considerando la tematización como una forma de realizar el análisis del discurso que presentan dichos libros.

Con respecto a lo anterior se toman algunos referentes tanto en matemáticas como en lenguaje.

2.1 Referente matemático.

Para contextualizar al lector sobre cómo es entendida la combinatoria en términos modernos y los principios básicos en que se basa dicho concepto, se resalta un acercamiento a este mencionado por Ribinikov citado en Parra, (2015):

La combinatoria, o análisis combinatorio como históricamente se le conoce, estudian los conjuntos discretos y las configuraciones que pueden obtenerse a partir de sus elementos mediante ciertas transformaciones que originan cambios en la estructura o la composición de los mismos. La estructura de estos conjuntos puede ser muy compleja dependiendo de las relaciones existentes entre sus elementos. (p.93)

De acuerdo con lo anterior, la combinatoria pertenece a la matemática discreta, siendo esta un área de las matemáticas, se encarga de estudiar conjunto finitos o infinitos numerables. La combinatoria estudia la enumeración, construcción y existencia de propiedades de configuraciones que satisfacen ciertas condiciones establecidas. Dentro de la combinatoria se

encuentran dos operaciones: las combinaciones en las cuales no importa el orden de los elementos y las permutaciones en las cuales el orden es importante, estas son entendidas a partir de la definición de Ross (1998) como:

Combinaciones

Esta operación combinatoria es conocida en el lenguaje común, como “unir cosas diversas, de manera que formen un compuesto”. El concepto de combinación consiste en determinar el número de diferentes grupos de objetos r , que se puede formar a partir de un total de n objetos.

En la combinatoria, es posible reconocer dos tipos de combinación:

Combinaciones sin repetición: Son las diferentes muestras no ordenadas sin reemplazamiento de r objetos, que pueden formarse a partir de n objetos dados. Cada grupo de objetos n , serán contados $r!$ veces:

Por lo tanto, $\binom{n}{r}$ representa el número de grupos diferentes de tamaño r , que podrían ser seleccionados de un conjunto de objetos n , cuando el orden de selección no se considera importante.

Ilustración 2: *Fórmula de la combinación sin repetición.*

Para $\binom{n}{r}$ tal que $r \leq n$, se tiene que:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

Combinaciones con repetición: Esta operación combinatoria permite el reemplazo de elementos en una muestra no ordenada, puede mostrarse que el número de combinaciones con repetición de r elementos tomados de n en n es:

Ilustración 3: *Fórmula de la combinación con repetición.*

$$\binom{n+r-1}{r}, \quad n, r \geq 0$$

A continuación se explican las permutaciones, sin embargo para efectos de este trabajo solo se tendrá en cuenta las combinaciones.

Permutaciones

Permutar es: “variar la disposición u orden en que estaban dos o más cosas”, por tal razón, el orden es relevante en esta operación combinatoria. De acuerdo a Ross (1998) se tiene que:

Ilustración 4: *Fórmula de las permutaciones.*

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$$

Por tanto, son diferentes permutaciones de n objetos, de los cuales n_1 son iguales, n_2 son iguales, ..., n_r son iguales.

Cabe resaltar que la combinatoria es importante, puesto que es un método eficaz para contar el número de formas en que pueden ocurrir cosas, así mismo, la combinación permite la asociación de elementos discretos que forman un producto final, en esta operación no importa el orden en que se tomen dichos elementos.

Por lo tanto, este trabajo tiene como objetivo identificar la relación de la combinación con los Campos Conceptuales propuestos por Vergnaud (1990) a partir de la tematización de los enunciados presentes en los libros de texto, de manera que se logre evidenciar que la combinación se relaciona con las estructuras multiplicativas, en cuanto a la relación ternaria de

cantidades, este aspecto será tenido en cuenta en la teoría del campo conceptual multiplicativo que se presenta a continuación.

2.2 Referente Cognitivo.

Teoría del Campo Conceptual Multiplicativo

La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1990), es una teoría psicológica sobre la conceptualización, esta sirve de referente para investigaciones relacionadas con la enseñanza de las ciencias y el área de matemáticas.

Vergnaud (1990) parte del hecho de considerar que el conocimiento está organizado en campos conceptuales, estos son definidos como “un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición” (Moreira, 2002, p. 2). Esta teoría es propuesta con el fin de servir como referente a investigaciones relacionadas con actividades cognitivas, específicamente se desarrolló para explicar los procesos de conceptualización de las estructuras aditivas, multiplicativas, del álgebra y relaciones número-espacio.

De acuerdo con lo planteado por Vergnaud, el Campo Conceptual Multiplicativo es entendido como un conjunto de situaciones cuya solución requiere de la multiplicación y la división, o de la combinación de ambas operaciones para ser resueltos, teniendo en cuenta que se necesitan de ciertos esquemas¹ para hacer frente a estas situaciones. Los esquemas son fundamentales porque generan acciones, incluyendo operaciones intelectuales, pero pueden generarlas porque

¹ Entiéndase por Esquema a la organización invariante del comportamiento para una determinada clase de situaciones.

contienen invariantes operatorios (teoremas y conceptos-en acción) que forman el núcleo de la representación.

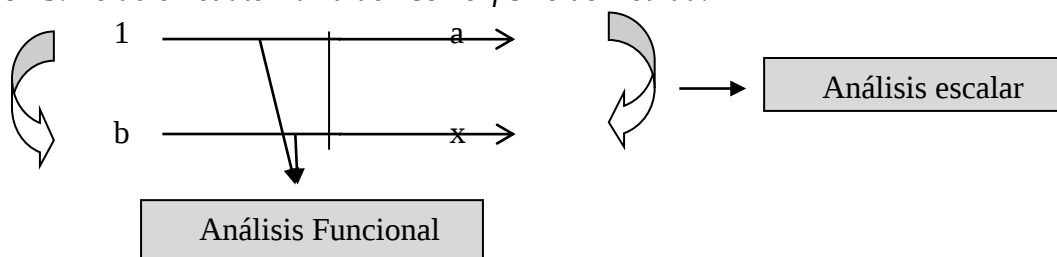
Los campos conceptuales consideran las estructuras aditivas y las estructuras multiplicativas como sus dos principales ejemplos, en particular las multiplicativas direccionan el conocimiento intuitivo de los estudiantes hacia el conocimiento explícito a través de signos, símbolos, la lengua natural y representaciones.

El campo conceptual multiplicativo según la propuesta de Vergnaud (1991) hace un análisis de los problemas que contienen operaciones de multiplicación y división, dado que, pueden extraerse numerosas clases de problemas: según la forma de relación multiplicativa, según el carácter discreto o continuo de las cantidades que intervienen, las propiedades de los números utilizados, etc. A continuación se muestran las dos categorías de relación multiplicativa: el isomorfismo de medidas y el producto de medidas; para efectos de este trabajo se tendrá en cuenta el producto de medidas.

Isomorfismo de medidas

Esta categoría de tipo multiplicativo pone en juego cuatro cantidades, pero en los problemas más simples se sabe que una de estas es igual a uno.

Ilustración 5: *Relación cuaternaria del isomorfismo de medida.*



En esta relación cuaternaria se evidencian dos espacios de medida diferentes, cuyas relaciones pueden establecerse de manera horizontal y vertical, generando los correspondientes análisis funcionales y escalares. Ambos tipos de relación cuaternaria se pueden asumir como un isomorfismo de medidas. El análisis escalar parte de observar la variación en uno de los espacios de medida para determinar cómo dicha variación puede generar cambios simétricos en el otro espacio de medida, y así poder determinar los valores posibles en este espacio; el análisis funcional establece una relación entre las parejas correspondientes en ambos espacios de medida, para lo cual Vergnaud ha establecido que para todo par de valores correspondientes, uno de cada espacio de medida.

Considerando la relación cuaternaria presentada “un isomorfismo de medida se puede asumir como una transformación lineal, pues se aplica sobre dos espacios de medida y dadas las propiedades matemáticas del isomorfismo, el segundo espacio de medida se transforma a través de la función, de manera idéntica como el primero” (Ospina y Salgado, 2011, p. 43).

Producto de medidas

Es una estructura que establece relación entre tres magnitudes, de tal manera, que una es el producto de las otras dos magnitudes.

Considérese a y b dos cantidades dadas, donde $a \in M1$ y $b \in M2$.

Luego el producto de a y b genera un tercer espacio de medida, $M3$, donde $c \in M3$.²

$$a \times b = c$$

$$a \rightarrow \text{Espacio de medida } M_1$$

² Considérese $M1$, $M2$ y $M3$ como los espacios de medida.

$b \rightarrow$ Espacio de medida M_2

$c \rightarrow$ Espacio de medida M_3

Esta estructura representa un buen número de problemas relacionados con situaciones de la vida real, tal como: áreas, volúmenes y productos cartesianos de conjuntos discretos, estos últimos pueden verse relacionados con el concepto de combinación, tal y como se muestra en el siguiente ejemplo propuesto por Vergnaud (1991): “3 muchachos y 4 muchachas quieren bailar. Cada muchacho quiere bailar con cada muchacha y cada muchacha con cada muchacho. ¿Cuántas parejas posibles hay?” (p. 212).

Este problema se enmarca dentro un conjunto discreto, en el que se encuentran dos espacios de medidas, llámese G al primer espacio conformado por los muchachos (a, b, c) y llámese F al conjunto de las muchachas (f, g, h, i) que conforma el segundo espacio de medida; de acuerdo al producto de medidas existe un espacio de medida C que es el producto de los dos anteriores.

$$C = G \times F$$

Para la solución de este problema Vergnaud utiliza el producto cartesiano que se muestra a continuación, en el cual se pueden evidenciar las combinaciones posibles de parejas de muchachos y muchachas.

Ilustración 6: *Solución del problema a través del producto cartesiano.*

		F			
G		F	G	H	I
	A	(a, f)	(a, g)	(a, h)	(a, i)
	B	(b, f)	(b, g)	(b, h)	(b, i)
	C	(c, f)	(c, g)	(c, h)	(c, i)

Una pareja se forma con un elemento (muchacho) del primer espacio de medida G con un elemento del segundo espacio de medida F (muchacha). El número total de parejas resulta de la multiplicación del número de muchachos por el número de muchachas.

$$X \text{ parejas} = 3 \text{ Muchachos} \times 4 \text{ Muchachas}$$

X parejas se define para los números, es decir, $X = 3 \times 4$.

3 Muchachos X 4 Muchachas se define para las dimensiones, por tanto,

$$\text{Pareja} = \text{Muchachos} \times \text{Muchachas}.$$

Este ejemplo de tipo multiplicativo propuesto por Vergnaud evidencia el concepto de combinación que se encuentra inmerso en ella, al encontrar el número de parejas posibles en la agrupación muchacho con muchacha y en el cual no importa el orden.

Ilustración 7: *Solución del problema de las parejas por combinación.*

$$X = \binom{7}{2} - \binom{3}{2} - \binom{4}{2}$$

$$X = \frac{7!}{(7-2)! 2!} - \frac{3!}{(3-2)! 2!} - \frac{4!}{(4-2)! 2!}$$

$$X = 21 - 3 - 6$$

$$X = 12$$

De acuerdo con la solución del problema se identifica la combinación sin repetición, puesto que las parejas son formadas por un muchacho-muchacha, es decir, no se aceptan parejas como muchacho-muchacho o muchacha-muchacha, como se muestra en el procedimiento.

Considerando la combinación como producto de medida dentro del campo conceptual multiplicativo, se desea rastrear en los dos libros de texto esta relación, de manera, que los enunciados puedan dar cuenta o no de ella.

Retomando la relación de conceptos identificada anteriormente entre la combinación como parte del campo conceptual multiplicativo, es importante destacar la afirmación que hace Cumbal y Echeverry (2014):

El campo conceptual multiplicativo no se puede restringir solo a un razonamiento proporcional, o a los conceptos de fracción y proporción, o a los algoritmos de la multiplicación y de la división, o a algún procesamiento de información lógica, o razonamiento lingüístico; puesto que cada una por separado no proporcionan las herramientas suficientes para conceptualizar y afrontar situaciones y problemas a la que se puedan enfrentar los estudiantes. (p. 26-27)

Es de resaltar que el campo conceptual multiplicativo logra ampliar y enriquecer los significados y relaciones con otros objetos matemáticos en la enseñanza de las matemáticas, es decir, la combinación y las estructuras multiplicativas pueden relacionarse en la medida en que existan problemas de tipo multiplicativo asociados a situaciones contextuales en la vida de los estudiantes, en los que se evidencie una relación ternaria de cantidades. Esta relación es rastreada a partir del análisis discursivo de los dos libros de texto, considerando los elementos que se mencionan a continuación.

2.3 Referente Discursivo.

El lenguaje es un instrumento que utiliza el hombre para expresar, cuestionar e interpretar su realidad, no sólo sirve para transmitir información, sino para afirmarnos como seres sociales;

como lo afirma Cumbal y Echeverry (2014) por medio del lenguaje se aprende a significar y a expresar lo significado en un contexto particular.

El lenguaje no sólo tiene una función descriptiva de lo que nos rodea, sirve para comunicarnos y además el lenguaje nos permite en muchas ocasiones generar acciones en otras personas, a través de nuestras enunciaciones, a lo que llamamos actos de habla.

Los actos de habla fueron clasificados inicialmente por John Austin, principal representante de la filosofía del lenguaje, el cual tiene en cuenta la forma en cómo son utilizadas las palabras para aclarar significados. Según Gómez (1998) los enunciados que se utiliza en la vida cotidiana no solo describen ni informan sobre la realidad sino que realizan lo que ellos expresan o lo que significan, estos enunciados no describen actos sino que ellos mismos son actos.

Los actos de habla intentan expresar una intencionalidad y generar una acción en el receptor del enunciado, por ejemplo: si una persona dice “llega temprano mañana”, el acto es de ordenar, pero también se espera que a quien se dirige el enunciado realice la acción de llegar temprano. Los enunciados pueden ser usados de manera oral (conversación) o escrita (libros, revistas).

De acuerdo con lo anterior este trabajo analiza enunciados en dos libros de textos de matemáticas de grado quinto de primaria, dado que estos presentan un discurso escrito y constituyen acciones incentivadas por el autor, dicho analisis se realiza a partir de la teoría de los actos de habla propuestos por Searle (1994), para dar cuenta de los procesos de enunciación y significación.

Para el análisis de los enunciados presentes en los dos libros de texto se abordan aspectos sobre la teoría de los actos de habla propuesta por Searle (1994):

La razón para concentrarse en el estudio de los actos de habla es, simplemente, ésta: toda comunicación lingüística incluye actos Lingüísticos. La unidad de la comunicación lingüística no es, como se ha supuesto generalmente, el símbolo, palabra, oración, ni tan siquiera la instancia del símbolo, palabra u oración, sino más bien la producción o emisión del símbolo, palabra u oración al realizar el acto de habla. (p. 26)

Todos los actos de habla hacen parte de los discursos ya sean orales o escritos, además influyen en la comprensión de lo que dicen las personas a través de ellos. Los actos de habla presentes en un discurso son: actos locucionarios, actos ilocucionarios y actos perlocucionarios. Esta investigación se centra en el análisis discursivo de los actos ilocucionarios, relacionados con expresar una intención del autor y por ende la significación que se hace por medio de los enunciados a los objetos matemáticos.

El análisis discursivo sobre los actos ilocucionarios se realiza en los enunciados presentes en dos libros de texto de matemática, puesto que, según Cumbal y Echeverry (2014) el libro de texto escolar cree tener enunciaciones claras al introducir un concepto y su intención es transmitir conocimiento matemático, sin embargo, transmitir ese conocimiento va más allá de la mera intención, requiere por tanto de enunciaciones claras que reconozcan la importancia de lo que se dice y la manera cómo se presenta para acercase a la significación de objetos matemáticos por parte del lector.

Para el análisis discursivo es necesario tener en cuenta la clasificación de los actos ilocucionarios propuestos por Searle (1994), los cuales están divididos en cinco categorías:

- Representativos: estos tipos de actos tienen el propósito de comprometer al hablante con la verdad de la proposición expresada, los enunciados son coherentes entre la realidad y lo que se está expresando.
- Directivos: este tipo de acto consiste en que el emisor del mensaje intente conseguir que el receptor haga algo, es decir que el contenido proposicional es lograr que el receptor lleve a cabo alguna acción futura.
- Conmisivos: este tipo de acto tiene como propósito comprometer al emisor con alguna acción en curso hacia el futuro.
- Expresivos: este tipo de acto tiene como propósito presentar el estado psicológico del emisor al expresar un sentimiento, emoción o actitud frente a lo que se está hablando.
- Declarativos: este tipo de acto a diferencia de los anteriores tiene como característica definitoria la realización con éxito de un acto a partir de las emisiones que se realicen, hay una correspondencia entre contenido proposicional y la realidad.

Para el análisis del discurso escrito del libro de texto, sólo se utilizarán los tres primeros actos ilocucionarios (Representativos, directivos, Conmisivos), puesto que estos son los que se pueden evidenciar en un texto escolar; no se eligen los actos expresivos, ya que la intención del autor no es expresar sus sentimientos o emociones, sino dar a conocer un concepto matemático, tampoco se tienen en cuenta los actos declarativos porque no se garantiza una acción futura del lector con la emisión del enunciado.

La clasificación de los actos ilocucionarios, permite realizar la selección de los enunciados en los dos libros texto de matemáticas de grado quinto, teniendo en cuenta que cuando se realiza un discurso hay una intención del emisor que puede producir o no un efecto en el receptor, es decir,

cuando se enuncia no solo se emite un conjunto de palabras con su significado, también se tiene en cuenta la intención al enunciar y el efecto que puede llegar a producir en las otras personas.

Siendo así, Cumbal & Echeverry (2014) afirman que los enunciados en sí mismos comportan un contenido semántico, pero su significado e interpretación adecuados no dependen sólo de ese contenido, sino que requiere de un contexto lingüístico definido para ser interpretados. Por tal razón, se tiene en cuenta la pragmática del discurso de los libros de textos de matemáticas, con el fin de explicar cómo este hace deducciones e inferencias sobre la intencionalidad del autor.

Para el análisis pragmático de los enunciados se tomó como referente el capítulo 2 “*Lógica de la conversación, máximas de la conversación, implicaturas y teoría de la acción*” y el capítulo 4 “*Arrastre, implicación y presuposición*” de Adolfo León Gómez (1998) quien cita a Paul Grice para identificar la claridad y pertinencia de los enunciados.

Grice fue quien emprendió la tarea de descubrir los principios lógicos que rigen la conversación, afirmando que lo que se dice es el contenido literal expresado en el enunciado y lo que se comunica es toda la información que se transmite con el enunciado más allá de su contenido proposicional.

Él infiere que la conversación es una actividad humana cooperativa, destacando su *Principio Cooperativo (P.C)* que consiste en: “haz tu contribución a la conversación tal como se requiere en el estado a que ella ha llegado, para el fin o la dirección aceptados del intercambio a un lado en que tú estás comprometido” (Gómez, 1998,p.147). Este principio es una contribución importante para la interpretación de los enunciados y se clasifica en cuatro categorías:

- **Máxima de Cantidad:** Esta categoría hace referencia a la cantidad de información que brinda un enunciado:

- a) Haz tu contribución tan informativa como se requiere para los propósitos del intercambio.
- b) No hagas tu contribución mas informativa de lo requerido.
- **Máxima de calidad:** Es la máxima más importante puesto que tiene que ver con la verdad del enunciado.
 - a) No digas lo que crees falso.
 - b) No digas aquello de lo que careces de prueba.
- **Máxima de relación:** Esta categoría se relaciona con la pertinencia del enunciado y el contexto en el que se enuncia.
- **Máxima de modo:** Está relacionado con el cómo se dice el enunciado:
 - a) Evita la oscuridad de la expresión.
 - b) Evita la ambigüedad.
 - c) Se breve.
 - d) Se ordenado.

Las máximas mencionadas afirman que el aporte o contribución en un discurso debe ser preciso, verdadero, relevante y claro con respecto al propósito del mismo, es decir, que se aplique el principio de cooperación. Grice citado en Gómez, (1998) afirma que algunas máximas son más urgentes que otras, puesto que será más sancionado quien no esté seguro de la información que brinda, que aquel que sea desordenado o brinde exceso de información.

Es necesario resaltar que la violación de una de las máximas, no conlleva necesariamente al incumplimiento del principio cooperativo, es necesario, interpretar aquello que se está diciendo con ayuda de las implicaturas; Grice citado en Barrero (s.f) define dos clases de implicaturas: las convencionales que son aquellas derivadas del significado de las palabras y la otra clase son las

no convencionales también llamadas conversacionales, que se dividen en dos clases las generalizadas (independientes del contexto lingüístico) y particularizadas (dependientes del contexto lingüístico).

Según Gómez (1998) las implicaturas conversacionales se relacionan con fenómenos lingüísticos como el arrastre, la presuposición y la implicación pragmática, en tanto que ellas hacen parte del significado de la frase (semántica) o del enunciado (pragmática); estos fenómenos son las tres formas de conexiones que existen entre los enunciados, y consisten en:

- **El arrastre** “es una noción semántica que exige que los enunciados conectados, pertenezcan al mismo universo del discurso y que presenten un parentesco en la significación” p. 61

Tómese el ejemplo de Gómez (2010): *Todos los presentes son estudiantes de la Universidad del Valle.*

Esto arrastra que algunos de los presentes son estudiantes de la Universidad del Valle. p. 87

- En la **implicación pragmática** se piensa que lo enunciado es verdad, es un implícito que no se afirma sino que más bien se expresa y se subentiende.

Tómese el ejemplo de Gómez (2010): *El gato está sobre la alfombra.*

Esto implica que se cree lo que se afirma, es decir, creer que el gato está sobre la alfombra por tanto, en la implicación se deben cumplir las condiciones de sinceridad.

- La **presuposición** se define en que una proposición *p*, presupone otra proposición *q*, cuando *q* debe ser verdadera, para que *p* pueda ser verdadera o falsa, porque no se puede predicar verdadera o falsamente algo de seres que no existen.

Tómese el ejemplo de Gómez (2010): *Los hijos de Jaime Urazán son calvos*.

Esto presupone, que Jaime Urazán tiene hijos. Si Jaime Urazán no tuviese hijos esta afirmación no sería ni verdadera, ni falsa. p. 87

La propuesta de Grice, citada en Gómez, (1998), argumenta que la interacción lingüística se realiza con base en el principio cooperativo, con el fin de regular el discurso, esta se complementa con los aportes de Austin y Searle, teniendo como objetivo analizar el proceso inferencial a través del cual se quiere entender el significado de los enunciados.

Además de utilizar la teoría de los actos de habla propuesta por Searle (1994) y Gómez (1998), se tiene como referente en este trabajo los estudios realizados por Van Dijk (1980), puesto que él define algunas estructuras sobre el discurso, ya sea oral o escrito; Van Dijk hace énfasis sobre dos tipos de estructuras: las macroestructuras semánticas, a través de las cuales se realiza la tematización del discurso, con el fin de identificar el tema o asunto central de él, este alude a algunas propiedades del contenido del discurso, siendo así, no se hace referencia a las oraciones sino al discurso en su totalidad; y las superestructuras que son las encargadas de organizar de forma jerárquica las relaciones entre sus respectivos discursos.

En una macroestructura “se organiza el contenido global del discurso, mientras que una superestructura ordena las macroproposiciones y define si el discurso es o no completo” (Van Dijk, 1980, p. 55). De acuerdo con lo anterior, la tematización de los enunciados se hace a partir de macroestructuras semánticas de los discursos del concepto de multiplicación y combinación.

La elaboración de este trabajo sugiere definir el significado e intencionalidad del autor, a partir de los enunciados presentes en el discurso de los dos libros de texto de matemáticas, para identificar qué sentido se le otorga al concepto de combinación; además se definen las formas de

organización del contenido y atención a la secuencia de enunciados inmersos en los discurso, es decir, se identifica el tema a partir de las enunciaciones y proposiciones derivadas del mismo.

Para el desarrollo de los elementos teóricos mencionados anteriormente, es necesario plantear una metodología que establezca un orden para desarrollar el análisis de enunciados y del discurso, dicha metodología se presenta a continuación.

2.4 Referente metodológico.

Este trabajo se inscribe bajo el tipo de investigación cualitativa que “se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable” (Taylor y Bogdan, 2000, p. 7), se realizó un análisis discursivo a dos libros de texto del grado quinto de primaria, siendo así, se llevó a cabo un estudio de casos a partir de dos libros en los que se identifica: cómo se construye y cómo aportan los enunciados de los libros de texto al concepto de combinación teniendo como referencia las estructuras multiplicativas de Vergnaud.

Para la selección de los textos, se hizo una visita virtual al portal educativo de Colombia-Aprende, con el fin de escoger los dos libros de texto escolares de matemáticas más recomendados y comprados por las instituciones a nivel nacional, que se encuentran en la siguiente página:

<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-99610.html>

En los criterios de selección de los libros de texto de matemáticas, se tuvo en cuenta aquellos con mayor nivel de recomendación y venta, estos fueron “Rutas Matemáticas 5º” y “Norma Matemáticas para pensar 5º”, además estos textos fueron de los pocos que involucraban el concepto de combinación en la unidad de pensamiento aleatorio.

Una vez seleccionados los textos y con relación al primer objetivo planteado (Identificar los enunciados que tematizan el concepto de combinación en algunos libros de texto de matemáticas de grado quinto) se hizo una revisión a los diferentes tipos de enunciados, teniendo como referente los tipos de actos ilocucionarios de J. Searle (1994) que son: los representativos, directivos y conmisivos, utilizados para la selección y clasificación de los enunciados en el concepto de multiplicación y de combinación. Posterior a la selección se analizaron los enunciados teniendo en cuenta las categorías conversacionales de Grice (cantidad, modo, relación, cualidad) para realizar las rejillas de análisis que permiten identificar el significado de los enunciados y su pertinencia.

En un segundo momento, se intentó reconocer él o los sentidos en que se presenta el concepto de combinación en los libros de texto de grado quinto de primaria a partir de los Campos Conceptuales de Vergnaud. Esta caracterización se realizó a partir de los análisis verticales y horizontales de las rejillas compuestas por la interpretación del objeto matemático y de los fenómenos lingüísticos que permitieron evidenciar la intencionalidad del autor.

En un tercer momento y muy importante, se realizó la tematización de los enunciados contemplando el orden, jerarquización e interpretación de ellos, para realizar las macroestructuras semánticas que dan cuenta de la relación de la combinación como producto de medida abordada en las estructuras multiplicativas de Vergnaud.

Los aspectos mencionados anteriormente serán analizados detalladamente en los capítulos posteriores.

3 Análisis general de los libros de texto

Los dos textos escolares seleccionados correspondientes al grado quinto de primaria son: *Rutas Matemáticas 5°*, de la editorial Santillana de Acosta, Chizner , Joya , y Romero,(2013) y *Norma Matemáticas para pensar 5°* de la editorial de Norma Silva, (2011).

Para la selección de estos textos escolares en educación matemática se recurrió a la página nacional de Colombia-Aprende, siendo este, un portal educativo del Ministerio de Educación Nacional que brinda un espacio para compartir y construir conocimiento; entre las funciones que cumple este portal y que será de nuestro interés es informar sobre aspectos educativos, tal como dar a conocer los libros más destacados y comprados a nivel nacional, los dos textos antes mencionados se encuentran entre los más reconocidos y comúnmente utilizados en las instituciones educativas, de acuerdo a lo explorado.

3.1 Estructura general del texto escolar “Rutas Matemáticas 5°” (Santillana)

Ilustración 8: *Portada delantera y trasera del libro Rutas Matemáticas 5°.*



El texto escolar “*Rutas Matemáticas 5°*” hace parte de la editorial Santillana, sus autores son Acosta, Chizner , Joya , y Romero ,(2013) afirman que es una propuesta pedagógica que ha sido creada con base en los lineamientos y los estándares actualizados del MEN para el área de Matemáticas, su propósito consiste en que el estudiante afiance sus competencias básicas

relacionadas con los pensamientos matemáticos: numérico, variacional, espacial, métrico y aleatorio y respectivos sistemas. A continuación se muestra la información general del texto:

Ilustración 9: *Ficha bibliográfica del libro Rutas Matemáticas 5°.*

“Rutas Matemáticas 5°” Editorial Santillana	
Área curricular	Matemáticas
Autores	Martha Lucía Acosta, Johann Alexander Chizner, Anneris del Rocio Joya, Juan de Jesús Romero.
Dirigido al curso:	Quinto de primaria (5°)
Editorial	Santillana
Tipo de muestra:	Edición
Impreso en:	Santafé de Bogotá – Colombia
Año	2013
ISBN	978-958-24-2452-7

Ilustración 10: *Aspectos físicos del libro Rutas Matemáticas 5°.*

“Rutas Matemáticas 5°” Editorial Santillana	
Formato	21 cm X 27,5 cm
Tipo de encuadernación:	Encuadernación rústica, pegante caliente
Tipo de cubierta:	Cartulina plastificada.
Tipo de impresión	Nítida, legible y con buen registro de color.
Tipo de papel:	Bond
Partes del libro	Carátula, portada, tabla de contenidos, presentación de las 5 unidades, presentación del concepto matemático-ejercicios- resuelve problemas.
	glosario-bibliografía.
Tipo de letra y tamaño:	Arial 12
Número de páginas:	160 páginas

3.1.1 Aspectos generales del libro Rutas Matemáticas 5°.

Para verificar la calidad de un texto escolar según Arbeláez et al. (1999) es necesario evaluar ciertas características, tales como: un lenguaje escrito apropiado y adaptado al usuario, un lenguaje gráfico apropiado y con contenido suficiente y actualizado, un tratamiento pedagógico de los temas presentados, una estrecha relación con las pautas curriculares. De acuerdo con lo anterior se realizará un análisis de estos aspectos al libro “Rutas Matemáticas 5°”.

3.1.1.1 Lenguaje Gráfico.

El libro “Rutas matemáticas 5°” está dirigido a niños de primaria, por lo cual es necesario que presente sus conceptos matemáticos de forma llamativa y clara, los gráficos son una forma de transmitir mensajes, ilustrar ideas y presentar situaciones de la vida real. Las imágenes pueden proponer una lectura distinta a los textos codificados lingüísticamente y por ello, son un lenguaje cargado de mucha significación (Arbeláez et al., 1999. p. 9), estos autores proponen indicadores de evaluación de la calidad del texto, como se verifica a continuación:

- Las ilustraciones complementan los textos escritos, creando un balance adecuado entre palabras e imágenes, tanto para el grado escolar como para la naturaleza de la asignatura.

Ilustración 11: *Análisis del lenguaje gráfico.*



En la ilustración anterior se evidencia que el contexto mencionado en lenguaje escrito sobre el camión y las cajas es complementado con las imágenes.

- Las ilustraciones combinan lo didáctico con lo artístico.

Ilustración 12: Análisis del lenguaje gráfico.

Combinatoria

Deseo escoger dos estudiantes para ir a los olímpicos.

¿Quiénes son tus candidatos?

Natalia, Rosa, Martín y Federico.

1. Razona. Utiliza el **Recortable No. 8** para encontrar las formas en que se pueden escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro. Organiza los recortables en esta página. Luego, completa.

1	2	3
y	y	y
4	5	6
y	y	y

• ¿Cuántas posibilidades distintas hay para escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro? _____
 • ¿Cuántas posibilidades hay de escoger un hombre y una mujer? _____
 • ¿Cuántas posibilidades hay de escoger dos mujeres? _____

Recortables para la actividad 1 de la página 152.

 Natalia	 Natalia	 Natalia	 Federico	 Federico	 Federico
 Rosa	 Rosa	 Rosa	 Martín	 Martín	 Martín

El libro de texto introduce el concepto de combinatoria, a través de la actividad de recortar imágenes, en esta el estudiante hará uso de su creatividad para recortar y pegar las imágenes.

- Las ilustraciones son comprensibles, suficientes y de tamaño y forma adecuados para el propósito al que sirven.

Ilustración 13: Análisis del lenguaje gráfico.

4. Razona. Luisa y Miguel juegan a distribuir operaciones. Observa.

Pensamiento variacional

Debes distribuir  con respecto a $[\triangle + \square]$

 $\times [\triangle + \square] =$
 $\times \triangle +$
 $\times \square$

¿¿ ??

 Miguel
  Luisa

Distribuye cada $[\triangle + \square]$.

•  $\times [\triangle + \square] = $ 	•  $\times [\triangle + \square] = $ 
•  $\times [\triangle + \square] = $ 	•  $\times [\triangle + \square] = $ 

Los gráficos presentados en el texto son un ejemplo de la ley distributiva, que es representada a partir de un tipo de figuras, sin aludir al lenguaje escrito, las ilustraciones son adecuadas y llamativas para el grado de escolaridad quinto de primaria.

- Las ilustraciones aportan elementos informativos, motivadores y de relación con la realidad.

Ilustración 14: Análisis del lenguaje gráfico.



La imagen que se muestra en este ejercicio cumple con el indicador mencionado, puesto que hace referencia a una situación real, relacionada con la preparación de pasteles.

- La diagramación distribuye adecuadamente los elementos de la página (textos, figuras y áreas en blanco).

Ilustración 15: Análisis del lenguaje gráfico.

RESUELVE PROBLEMAS

Extraer datos de un documento comercial

Observa el recibo. Luego, responde.

PAG. 1

ESTADO DE CUENTA EN PESOS									
BANCOLOMBIA BAJO LA TASA DE INTERÉS A SOLO 1.5 PARA SUS COMPRAS NACIONALES REALIZADAS ENTRE EL 19 Y EL 27 DE MARZO									
CUPO TOTAL		CUPO DE AVANCES		PERIODO FACTURADO					
1,000,000		300,000		DESDE	2013/FEB/25	HASTA	2013/MAR/23		
DISPONIBLE TOTAL		DISPONIBLE AVANCES		PAGUESE ANTES DE		VALOR PAGADO			
488,927		300,000		2013/ABR/20					
TASAS DE INTERÉS VIGENTES				RESUMEN SALDO TOTAL					
COMPRA UN MES 0.00 COMPRA 2-3 MESES 2.10 COMPRA 4-6 MESES 2.10 COMPRA 7-12 MESES 2.10 COMPRA 13-24 MESES 2.10 INGRESOS 2.12 AVANCES 2.12 MORA 2.12				SALDO ANTERIOR 952,811.89 + Consumo del mes 40,750.00 + Intereses de mora 1,828.58 + Intereses corrientes 16,091.08 + Avances 0.00 + Otros cargos 0.00 = PAGO TOTAL 511,079.55					
				RESUMEN PAGO MÍNIMO					
				SALDO EN MORA 0.00 + Cuota consumo mes 20,375.00 + Intereses de mora 1,828.58 + Intereses corrientes 16,091.08 + Avances 0.00 + Otros cargos 0.00 + Cuota diferidos anteriores 144,828.35 = PAGO MÍNIMO 182,124.93					
PUNTOS ACUMULADOS MES 20 PUNTOS TRANSFERIDOS A PUNTOS EXITO 100 PUNTOS AJUSTADOS 0									
NUMERO COMPROB.	FECHA TRANS.	DESCRIPCION	VALOR ORIGINAL	TASA FACT.	PLAZO	CARGOS Y ABONOS	SALDO A DIFERIR	TASA FACT.	CUOT. PEND.
0000793	2013/MAR/23	INTERES CORRIEN				16,091.08			
0000164	2013/MAR/23	INT. MORA CONTA				50			
0000165	2013/MAR/23	INT. MORA CONTA				181			
0000167	2013/MAR/23	INT. MORA CONTA				3,400			
0000792	2013/MAR/23	DEVOLUCION IVA	252,000			252,000			
0000436	2013/MAR/23	ABONO OFICINAS	2,000			2,000			
0000437	2013/MAR/23	ABONO OFICINAS	40,750			20,375			
0316662	2013/MAR/21	CARREFOUR	242,000	1.50	2		20,375	20,375	1.50
0000129	2013/MAR/02	INT. MORA CONTA				242,000			
0000779	2013/MAR/02	ABONO OFICINAS	53,220	2.15	2		724		
0309802	2013/FEB/05	CARREFOUR	53,220	2.15	3		17,740	17,740	2.15
0319008	2013/FEB/06	CARREFOUR	91,840	2.15	8		15,200	61,200	2.15
0319009	2013/FEB/06	CALZADO SPRING STEP	310,000	2.15	10		31,000	217,000	2.15
0306384	2013/ENE/22	FUNDACION NUEVA CULTURA	18,000	2.15	3		18,000		2.15
0300863	2013/ENE/19	ARTURO CALLE	178,100	2.09	6		29,663		2.09
0300511	2012/OCT/05	CARREFOUR	95,000	2.15	12		5,911	11,820	2.15
0318045	2012/MAY/30	HOME CENTER							

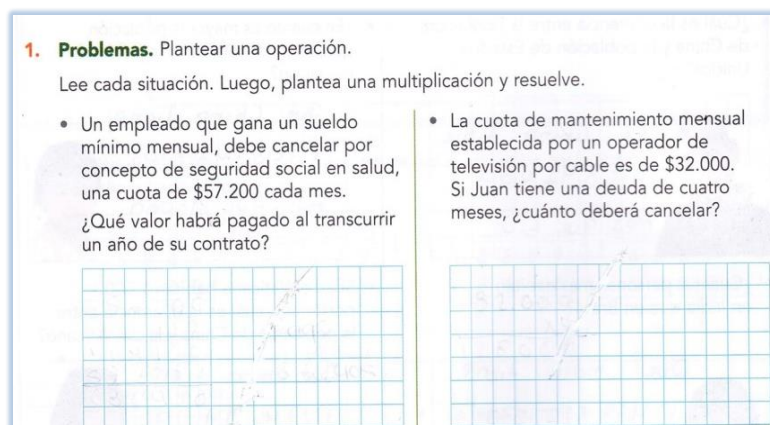
Como se ha mencionado anteriormente el libro es rico en imágenes, sin embargo, algunas páginas están muy recargadas de texto, lo que conlleva a confusiones sobre la comprensión del mismo.

3.1.1.2 *Lenguaje Escrito.*

Según Arbeláez et al. (1999) el lenguaje escrito debe estar presente en todo libro de texto escolar, puesto que es la forma más directa de comunicar la información y generar un mejor entendimiento. Arbeláez y otros han propuesto algunos indicadores del lenguaje escrito, con los cuales es posible verificar la calidad del texto.

- Vocabulario apropiado a la edad y preparación del alumno, por su cantidad, novedad y uso reiterado

Ilustración 16: *Análisis del lenguaje escrito.*



En el problema de matemáticas asociado a la multiplicación no se garantiza que los términos utilizados sean conocidos por el estudiante, tal como lo son el sueldo mínimo mensual y la seguridad social en salud.

- Sintaxis ajustada a su nivel lector.

Ilustración 17: *Análisis del lenguaje escrito.*

2. Problemas. Organizar elementos.

Jorge ganó un premio y tiene derecho a reclamar dos obsequios de cuatro disponibles. Encuentra las posibilidades que Jorge tiene de escoger dos obsequios entre un grupo de cuatro. Luego, completa.

Posibilidades en que Jorge puede escoger 2 obsequios entre 4 posibles

1 _____ y _____	2 _____ y _____
3 _____ y _____	4 _____ y _____
5 _____ y _____	6 _____ y _____

- ¿Cuántas posibilidades tiene Jorge para escoger dos obsequios de un grupo de cuatro? _____
- ¿Cuántas posibilidades tiene Jorge para escoger el carro y un artículo deportivo? _____

3. Problemas. Encontrar posibilidades.

Carlos necesita comprar tres frutas; le ofrecen banano, manzana, pera, mandarina y naranja. Escribe las posibilidades de escoger tres frutas entre las cinco disponibles. Luego, completa.

Posibilidades que tiene Carlos de escoger 3 frutas de 5 posibles

1 _____ y _____	2 _____ y _____
3 _____ y _____	4 _____ y _____
5 _____ y _____	6 _____ y _____
7 _____ y _____	8 _____ y _____
9 _____ y _____	10 _____ y _____

- Hay _____ posibilidades de escoger tres frutas de las cinco que ofrecen.
- Hay _____ posibilidades de elegir una manzana.
- Hay _____ posibilidad de elegir banano y naranja.

La organización de palabras en el problema 2 se entienden, pero no permiten que el texto sea claro, dado que le falta la información acerca de los obsequios que Jorge puede reclamar, por tanto, su lenguaje escrito está incompleto.

El problema 3 por su parte es coherente y se entiende la intención del autor, sin embargo se evidencia un error con respecto a los espacios designados para las combinaciones de tres frutas, dado que sólo se asignan dos espacios.

- Corrección idiomática del discurso.

Ilustración 18: *Análisis del lenguaje escrito.*

- ¿Cuántas posibilidades tiene Jorge para escoger dos obsequios de un grupo de cuatro? _____
- ¿Cuántas posibilidades tiene Jorge para escoger el carro y un artículo deportivo? _____

En el libro de texto puede observarse que se hace buen uso de la gramática, tal como los signos de interrogación, puntos seguidos y finales, como se muestra en el ejemplo.

- Estilo claro, sencillo y preciso, que permita que el discurso resulte ameno y significativo

Ilustración 19: *Análisis del lenguaje escrito.*

La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta.

$$5 \times (10 + 2) = (5 \times 10) + (5 \times 2)$$

$$5 \times 12 = 50 + 10$$

$$60 = 60$$

$$5 \times (9 - 4) = (5 \times 9) - (5 \times 4)$$

$$5 \times 5 = 45 - 20$$

$$25 = 25$$

El lenguaje escrito que se presenta es claro, sencillo y preciso, logrando definir específicamente la propiedad distributiva a la que hace referencia. Además ejemplifica la propiedad con números.

- Extensión y complejidad o densidad de las oraciones y párrafos, que faciliten la lectura y contribuyan al crecimiento y maduración lectores.

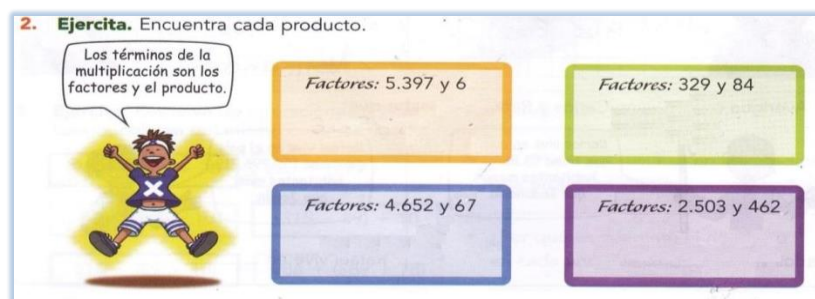
Ilustración 20: *Análisis del lenguaje escrito.*



Siendo la combinación nuestro objeto de estudio, no se logra evidenciar una posible definición para ella, solo se encuentran ejemplos alusivos pero no hay una definición formal ni en lengua natural para ella.

- Uso dosificado de la terminología técnica de cada asignatura.

Ilustración 21: *Análisis del lenguaje escrito.*



En la enseñanza de un concepto matemático, es necesario que se den los términos apropiados para los objetos matemáticos de estudio, como lo es el ejemplo anterior sobre los términos de la multiplicación: factor y producto.

3.1.2 Relación con el currículo.

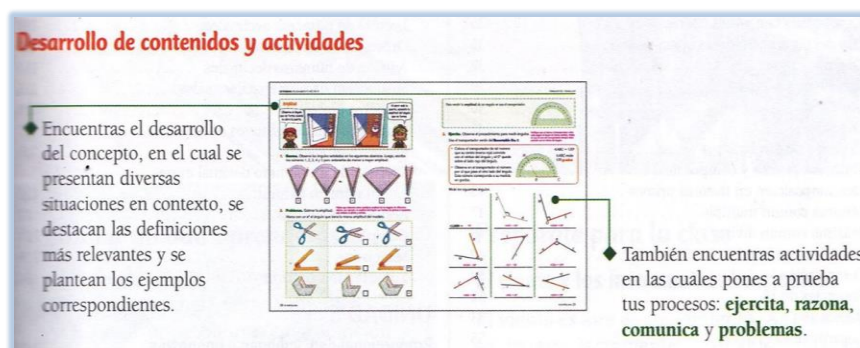
El libro de texto “Rutas matemáticas 5º” es una edición del año 2013, por tal razón es pertinente revisar si cumple con las propuestas de los Estándares Básicos de competencias en matemáticas (2006) y los Lineamientos Curriculares (1998) del MEN. A continuación se muestra la relación del libro de texto con los pensamientos y procesos matemáticos, las unidades se encuentran estructuradas de la siguiente manera:

Ilustración 22: *Organización de unidades por pensamientos.*

Unidad 1: ❖ Pensamiento numérico y sistemas numéricos. ❖ Pensamiento métrico y sistemas de medida ❖ Pensamiento espacial y sistemas geométricos.	Unidad 2: ❖ Pensamiento numérico y sistemas numéricos. ❖ Pensamiento espacial y sistemas geométricos ❖ Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.
Unidad 3: ❖ Pensamiento numérico y sistemas numéricos ❖ Pensamiento métrico y sistemas de medida ❖ Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.	Unidad 4: ❖ Pensamiento numérico y sistemas numéricos ❖ Pensamiento espacial y sistemas geométricos ❖ Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.
Unidad 5: ❖ Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos ❖ Pensamiento métrico y sistemas de medida ❖ Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.	

- Después de presentar las nociones matemáticas se proponen actividades relacionadas con los procesos matemáticos: ejercitar, razonar, comunicar y resolución de problemas.

Ilustración 23: *Análisis curricular.*



El libro Rutas Matemáticas 5° intenta hacer una relación con los estándares básicos de competencias en matemáticas, al proponer actividades no sólo de ejercitación sino también la propuesta de situaciones contextualizadas que permitan al estudiante el desarrollo de los otros procesos matemáticos, de igual manera trabaja en diferentes aspectos y momentos los cinco pensamientos matemáticos, complementándose entre ellos en cada unidad.

3.1.3 Análisis del discurso del texto.

Los textos escolares según Arbeláez et al. (1999) son prescriptivos, puesto que sus autores tienen como propósito enseñar, y lo hacen a partir de recomendaciones, valoraciones, observaciones, ayudas y comentarios tendientes a facilitar un camino que deben seguir los alumnos; están constituidos por diferentes clases de discursos emitidos por los autores del libro, los cuales pueden ser de tipo expositivo o heurístico, tomando en consideración la definición de estos discursos se define el tipo de discurso del libro Rutas Matemáticas 5° de la editorial Santillana.

- ✓ **Discurso heurístico:** Un discurso heurístico se presenta después de haber iniciado una clase o la lectura de un texto escolar de matemáticas, cuando el autor del texto introduce un caso particular que debe ser enfrentado por el lector. Este caso se selecciona y se controla desde la teoría matemática (Arbeláez et al. 1999).

Como lo muestra la ilustración 21, el discurso del texto es considerado heurístico, puesto que no muestra una definición matemática, sino que presenta una situación problema para que el estudiante utilice sus conceptos previos y logre plantear estrategias de solución, este ejemplo ayuda al estudiante a llegar al concepto que se desea desarrollar.

Elementos constitutivos de los discursos: Los elementos que constituyen un discurso según Arbeláez, et al. (1999) son: el marco definicional que revela el contenido del concepto o establece la significación del término; el marco ejemplificatorio está ligado íntimamente a los marcos definicionales y permiten exhibir objetos que cumplen con la lógica y las características propias de cada tipo de definición; el marco de ejercitación es solucionado directamente por el lector del texto escolar de matemáticas; el marco de generalizaciones asociado a los Teoremas, Lemas y Corolarios y está el marco de las instancias que es el análogo de las ejemplificaciones conectadas a los marcos definicionales.

De acuerdo elementos mencionados anteriormente el libro de Rutas Matemáticas 5° se encuentra dentro del marco definicional y ejemplificatorio, dado que presenta en algunas de sus unidades definiciones del concepto matemático, también presenta ejemplos ligados a la vida cotidiana.

Ilustración 24: *Análisis del discurso del texto.*

1. Ejercita. Une con líneas las situaciones en las que se habla de la misma cantidad de objetos.

7 sobres con 8 láminas cada uno.	10 cartones de botones con 3 botones cada uno.
12 bolsas con 5 manzanas cada una.	9 cajas con 6 chocolates cada una.
3 cartones de botones con 10 botones cada uno.	3 cajas con 12 esferos cada una.
6 cajas con 9 chocolates cada una.	8 sobres con 7 láminas cada uno.
12 cajas con 3 esferos cada una.	5 bolsas con 12 manzanas cada una.

Ambos marcos se complementan entre sí, para ayudar al estudiante a construir su propio concepto y también a que pueda identificarlo.

3.2 Estructura general del texto escolar “Norma Matemáticas para pensar 5°” (Norma)

Ilustración 25: *Portada delantera y trasera del libro Norma Matemáticas para pensar 5°*



El texto escolar “Norma Matemáticas para pensar 5°” hace parte de la editorial Norma de Silva (2011), tiene como propósito contribuir al desarrollo y mejoramiento de las habilidades del

pensamiento crítico y del pensamiento matemático de los estudiantes, mediante una metodología ágil y atractiva, inscrita en la propuesta del desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico.

Norma Matemáticas para pensar 5° ofrece a estudiantes y docentes: ejemplos resueltos paso a paso, explicaciones desarrolladas en lenguaje claro, ameno y dinámico, lecciones digitales que integran las tecnologías de la comunicación y la información con los contenidos propios del área, como una forma de aprendizaje interactivo.

Ilustración 26: *Ficha bibliográfica del libro Norma matemáticas para pensar 5°*

“Matemáticas para pensar 5°” Editorial Norma	
Área curricular	Matemáticas
Autor	Luz Helena Silva Calderón.
Dirigido al curso:	Quinto de primaria (5°)
Editorial	Norma
Tipo de muestra:	Edición
Impreso en:	Santafé de Bogotá – Colombia
Año	2011
ISBN	978-958-45-3529-0

Ilustración 27: *Aspectos físicos del libro Norma matemáticas para pensar 5°*

“Matemáticas para pensar 5°” Editorial Norma	
Formato	21 cm X 27,5 cm
Tipo de encuadernación:	Encuadernación rústica, pegante caliente.
Tipo de cubierta:	Cartulina plastificada.

Tipo de impresión	Legible y con buen registro de color.
Tipo de papel:	Propal.
Partes del libro	Carátula, portada, presentación del libro al estudiante, presentación de contenidos, tabla de contenido con la presentación de las 8 unidades, presentación de una situación problema, presentación del concepto matemático, ejercicios procedimentales y resolución problemas, bibliografía y pruebas saber
Tipo de letra y tamaño:	Arial 12
Número de páginas:	256 páginas

3.2.1 Aspectos generales del libro Norma Matemáticas para pensar 5°

Para este texto escolar, también se ha utilizado como referencia los autores Arbeláez et al. (1999), siendo así, es necesario evaluar características como: un lenguaje escrito apropiado y adaptado al usuario, un lenguaje gráfico apropiado y con contenido suficiente y actualizado, un tratamiento pedagógico de los temas presentados, una estrecha relación con las pautas curriculares. De acuerdo con lo mencionado se realiza un análisis de estos aspectos al libro “Norma Matemáticas para pensar 5°”

3.2.1.1 Lenguaje Gráfico.

A continuación se realizará la evaluación de la calidad del texto, con respecto a los indicadores propuestos por Arbeláez, et al. (1999) mencionados anteriormente sobre el lenguaje gráfico que posee el texto.

- Las ilustraciones complementan los textos escritos, creando un balance adecuado entre palabras e imágenes, tanto para el grado escolar como para la naturaleza de la asignatura.

Ilustración 28 : *Análisis del lenguaje gráfico.*



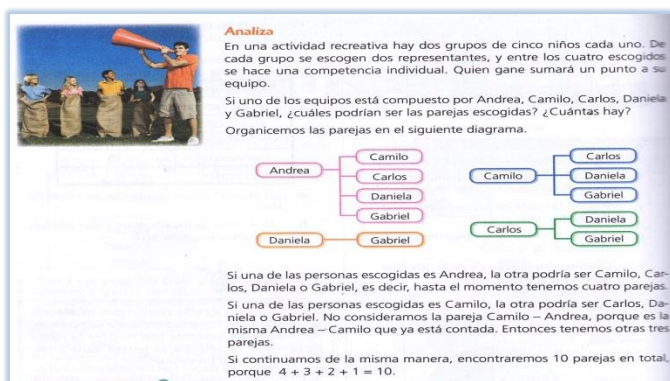
Analiza

Hernando pinta pequeños cuadros en tablitas de madera. Cuando están listos, los empaqueta para venderlos en una feria artesanal. En un día, por la mañana, él lija 8 láminas de madera y por la tarde otras 8. Al día siguiente corta las láminas en tablitas para pintar un cuadro en cada una, sacando de cada lámina, 4 a lo ancho y 6 a lo largo. ¿Cuántas tablitas corta para pintar sus cuadros?

De acuerdo al indicador mencionado puede observarse que la ilustración sirve como complemento al problema enunciado, de manera que el estudiante puede observar la imagen y diseñar una estrategia de solución del problema.

- Las ilustraciones son comprensibles, suficientes y de tamaño y forma adecuados para el propósito al que sirven.

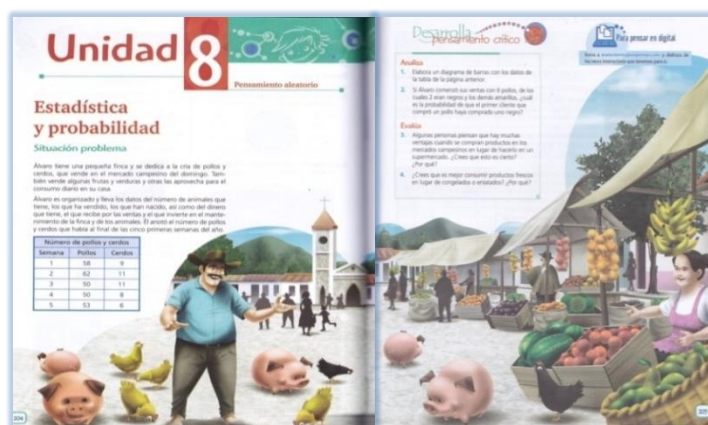
Ilustración 29: *Análisis del lenguaje gráfico.*



En general las imágenes de este libro ocupan espacios moderados en las páginas y ayudan al lector a ubicar el contexto que enmarcan las situación; se observan gráficos relacionados con la vida cotidiana.

- Las ilustraciones aportan elementos informativos, motivadores y de relación con la realidad.

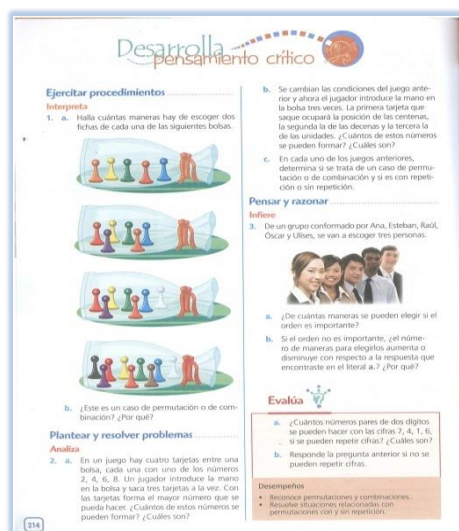
Ilustración 30: *Análisis del lenguaje gráfico.*



Las imágenes presentadas al inicio de cada unidad y las que se encuentran en medio de ellas, son motivadoras, llamativas y relacionadas con las situaciones problemas, aportan un contexto que brinda información.

- La diagramación distribuye adecuadamente los elementos de la página (textos, figuras y áreas en blanco).

Ilustración 31: *Análisis del lenguaje gráfico.*



En general, las páginas tienen un buen uso de color y una buena distribución de imágenes pequeñas a los lados del texto, que ayudan a contextualizar al lector, como es el caso de las

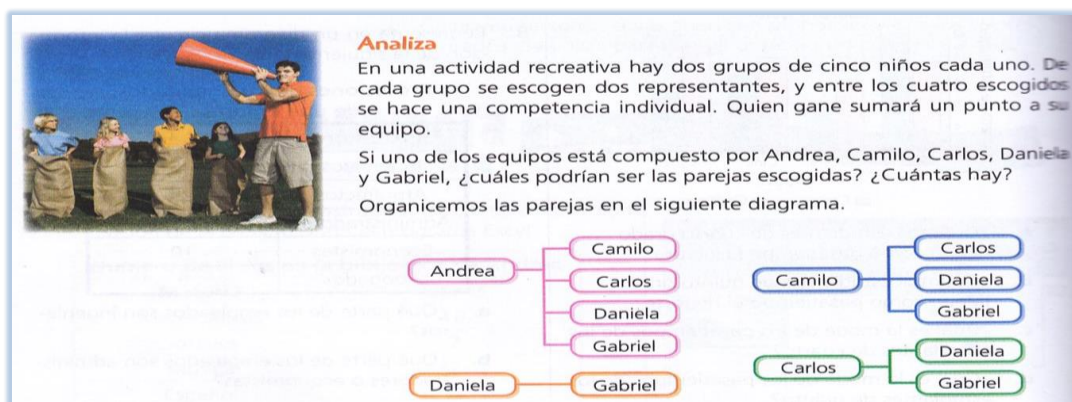
fichas y las bolsas, efectivamente proporcionan información importante para solucionar el problema.

3.2.1.2 *Lenguaje Escrito.*

El lenguaje escrito es una propiedad esencial del libro de texto de matemáticas, como lo menciona Arbeláez, et al. (1999); para efectos del presente trabajo se muestran a continuación algunos indicadores de calidad observados en el libro de texto “Norma Matemáticas para pensar 5°”.

- Vocabulario apropiado a la edad y preparación del alumno, por su cantidad, novedad y uso reiterado y sintaxis ajustada a su nivel lector.

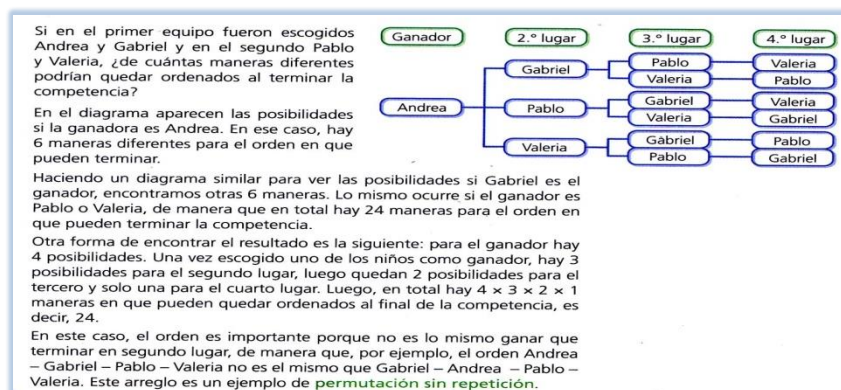
Ilustración 32: *Análisis del lenguaje escrito.*



El libro de texto cumple generalmente con uso apropiado de vocabulario, dado que asocia contextos y palabras conocidas para estudiantes de grado quinto, intenta en sus problemas contextualizar al estudiante con situaciones de su vida cotidiana, tales como: la escuela, el mercado, productos comestibles, ropa, etc. Además, se puede ver que se hace uso correcto de la ortografía, puntuación, estructura gramatical y organización de las oraciones de forma coherente para lograr comprender la situación.

- Estilo claro, sencillo y preciso, que permita que el discurso resulte ameno y significativo.
- Extensión y complejidad o densidad de las oraciones y párrafos, que faciliten la lectura y contribuyan al crecimiento y maduración lectores.

Ilustración 33: *Análisis del lenguaje escrito.*



El libro de texto “Norma Matemáticas para pensar 5º” presenta demasiada información para sus problemas en un solo espacio, sus párrafos son extensos por su explicación, lo que puede no resultar ameno para el estudiante y puede causar distracciones en su lectura.

- Uso dosificado de la terminología técnica de cada asignatura.

Ilustración 34: *Análisis del lenguaje escrito.*

La multiplicación de números naturales cumple las propiedades conmutativa y asociativa. La **conmutativa** nos deja **cambiar** el orden de los factores sin alterar el producto. La **asociativa** nos permite **agrupar** los factores para calcular productos parciales, sin alterar el producto final.

En este apartado se muestra la terminología adecuada para nombrar las propiedades de la multiplicación, también se puede evidenciar una breve explicación de las mismas.

3.2.2 Relación con el currículo.

Es necesario analizar la propuesta del libro “Norma Matemáticas para pensar 5°” de la editorial Norma en relación con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y los Lineamientos Curriculares del MEN.

El libro se encuentra estructurado en ocho unidades relacionadas con los cinco pensamientos matemáticos, de la siguiente manera:

Ilustración 35: *Organización de unidades por pensamientos*

❖ Unidad 1: Pensamiento numérico	❖ Unidad 5: Pensamiento numérico
❖ Unidad 2: Pensamiento numérico	❖ Unidad 6: Pensamiento Variacional
❖ Unidad 3: Pensamiento espacial	❖ Unidad 7: Pensamiento métrico
❖ Unidad 4: Pensamiento numérico	❖ Unidad 8: Pensamiento aleatorio

Con respecto a la información anterior el libro no muestra una relación entre pensamientos, los divide como si fueran contenidos separados; Además, el libro muestra una preferencia por el desarrollo del pensamiento numérico, pues se encuentra más veces que los demás.

El libro de texto brinda una página de actividades, en la que ubica al estudiante el proceso matemático a desarrollar, ya sea: Ejercitar procedimientos, comunicar y expresar, plantear y resolver problemas, pensar y razonar.

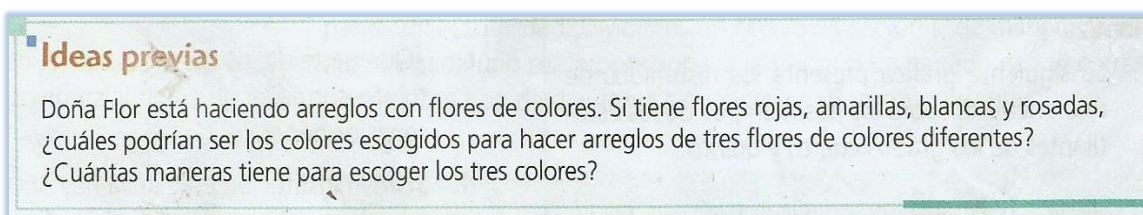
Estas páginas de actividades son subtituladas como “desarrolla tu pensamiento crítico” e incluyen gráficos y situaciones en contexto que ayudan al estudiante a solucionarlos.

3.2.3 Análisis del discurso del texto.

Los libros escolares de matemáticas intentan que el estudiante logre construir su propio concepto matemático, a partir de situaciones en contexto propuestas por los autores. El discurso utilizado por el libro “Norma Matemáticas para pensar 5º” es de tipo heurístico, dado que presenta los siguientes criterios propuestos por Arbeláez et al. (1999):

- Para introducir un concepto matemático no lo hace a partir de una definición matemática formal, sino que presenta una situación problema en la que el estudiante se identifica y busca su propia estrategia de solución para resolverla.

Ilustración 36: *Análisis del discurso del texto.*



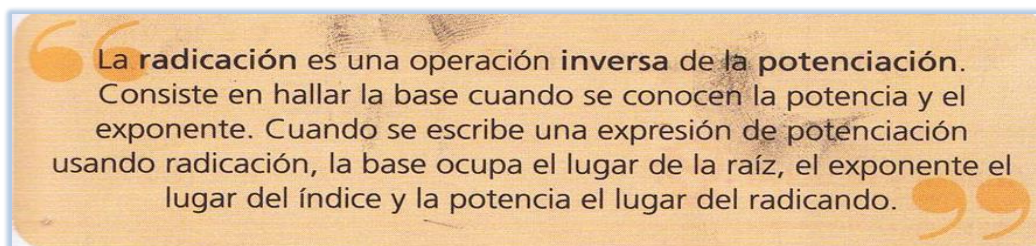
Antes de dar una definición propone una situación y posteriormente la resuelve, para dar una idea previa al estudiante, esto se hace para determinar algunos dominios de preconceptos necesarios para la comprensión del concepto.

Otros aspectos importantes del discurso heurístico son los ejemplos, puesto que el discurso no solo presenta una situación inicial, sino que también introduce nuevas y las que sean necesarias para que el estudiante identifique diferencias y semejanzas entre ellos, tal como lo hace el libro “Norma Matemáticas para pensar 5º”, quien propone ejemplos variados que ayudan a la construcción de conocimiento por parte del estudiante.

- **Elementos constitutivos de los discursos:** Es conveniente estudiar las características de los elementos fundamentales que intervienen en la estructuración de los discursos del libro de texto “Norma Matemáticas para pensar 5º”, en este texto se pueden identificar tres elementos:

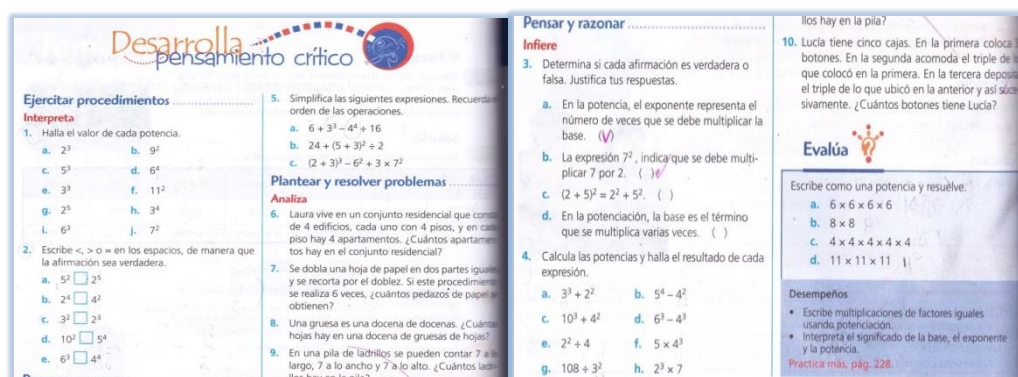
- El marco definicional: puesto que siempre da una definición formal de matemáticas y la presenta de forma nominal porque se define un término designado del concepto.

Ilustración 37: *Análisis del discurso del texto.*



- El marco de ejemplificación: están ligados a los marcos definicionales y permiten identificar las características propias de cada tipo de definición.
- El marco de ejercitación: se instala en el contexto expuesto o creado bajo la heurística del texto, pueden facilitar un acercamiento coherente a los requerimientos de las estructuras definicionales.

Ilustración 38: *Análisis del discurso del texto.*



Los marcos se relacionan con el objetivo que el estudiante logre construir su propio conocimiento a partir de situaciones, ejemplos y puesta en práctica de los mismos.

4 Análisis discursivo de los libros de texto

4.1 Criterios para la selección de enunciados

Los criterios que se tomaron en consideración para la selección de los diferentes enunciados, tanto del libro de texto Rutas matemáticas 5°, como del libro de texto Norma Matemáticas para pensar 5°, son los relacionados con los diferentes tipos de actos ilocutivos propuestos por Searle (1994), estos se dividen en cinco tipos: Representativos, Directivos, Conmisivos, Expresivos y Declarativos, a partir de los tres primeros tipos de actos ilocutivos, se seleccionan y posteriormente se clasifican los diferentes enunciados encontrados en los libros de texto relacionados con el concepto de multiplicación y combinación, ya que este análisis será utilizado para evidenciar la relación entre estos dos conceptos.

4.2 Enunciados del libro de texto Rutas Matemáticas 5° (editorial Santillana).

Selección de enunciados sobre el concepto de multiplicación.

- **Representativos:** El primer criterio que se tuvo en cuenta en el marco teórico según Searle son los enunciados representativos en el cual él enunciador, en este caso el autor del texto se compromete con la verdad en cada una de sus enunciaciones, como se muestra a continuación:
 - ✓ “Los términos de la multiplicación son los factores y el producto” p. 32
 - ✓ “La propiedad conmutativa consiste en que el orden de los factores no altere el producto. $8 \times 7 = 7 \times 8$ ” p.33
 - ✓ “La propiedad asociativa de la multiplicación consiste en que cuando hay tres o más factores, estos se pueden agrupar de distintas maneras y el resultado no cambia” p.34
 - ✓ “La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta”.(Ver ilustración 19), pág.34

- **Directivos:** En este criterio, se tomaron en consideración los enunciados directivos, en ellos el autor del libro pretende o desea vincular al lector en actividades propuestas; los enunciados que se tuvieron en cuenta son las actividades y problemas propuestos en el libro de texto.

✓ “Plantear una operación. Lee cada situación. Luego, plantea una multiplicación y resuelve” (Ver ilustración 16) p.32

✓ “Encuentra cada producto.

Factores 5397 y 6

Factores 329 y 84

Factores 4652 y 67

Factores 2503 y 462”p.32

✓ “Une con líneas las situaciones en las que se habla de la misma cantidad de objetos”(Ver ilustración 25) p.33

✓ “Escribe los números que faltan en cada igualdad para que sea verdadera

$$15 \times \underline{\quad} = 18 \times \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \times 48 = \underline{\quad} \times 52$$

$$126 \times \underline{\quad} = \underline{\quad} \times 126$$

$$\underline{\quad} \times 12 = \underline{\quad} \times 34$$

$$96 \times \underline{\quad} = \underline{\quad} \times 96$$

$$\underline{\quad} \times 432 = 432 \times \underline{\quad} \text{” p. 33}$$

✓ “Observa el ejemplo. Luego, multiplica

$$5 \times 19 \times 2 = 5 \times 2 \times 19 = 10 \times 19 = 190$$


$$2 \times 74 \times 5 = \underline{\quad}$$

$$5 \times 43 \times 2 = \underline{\quad}$$

$$5 \times 8 \times 2 = \underline{\quad}$$

$$20 \times 3 \times 5 = \underline{\quad}$$

$$7 \times 10 \times 7 = \underline{\quad}$$

$$6 \times 7 \times 5 = \underline{\quad}$$

$$20 \times 5 \times 2 = \underline{\quad}$$

$$2 \times 24 \times 5 = \underline{\quad}$$

$$5 \times 30 \times 6 = \underline{\quad} \text{”p.34}$$

✓ “Luisa y Miguel juegan a distribuir operaciones. Observa” (Ver ilustración 13) p.34

- **Conmisivos:** No se evidencian enunciados Conmisivos en la unidad de multiplicación del libro Rutas Matemáticas 5°, dado que el autor no se compromete con una acción.

Selección de enunciados sobre el concepto de combinación

- **Representativos:** Este tipo de actos ilocucionarios no fueron encontrados en el libro Rutas Matemáticas 5°, puesto que, todo lo mencionado sobre combinación es a partir de actividades para el lector. No se muestra una definición o afirmación.
- **Directivos:** En este criterio el autor del libro pretende o desea vincular al lector en actividades propuestas para llegar a comprender la combinación.
- ✓ *“Debes escoger dos estudiantes para ir a las olimpiadas. ¿Quiénes son tus candidatos?, Natalia, Rosa, Martin y Federico. Utiliza el recortable N° 8 para encontrar las formas en que se pueden escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro. Organiza los recortables en esta página. Luego, completa” (Ver ilustración 12)p.152*
- ✓ *“Organizar elementos. Jorge ganó un premio y tiene derecho a reclamar dos obsequios de cuatro disponibles. Encuentra las posibilidades que Jorge tiene de escoger dos obsequios entre un grupo de cuatro. Luego, completa” (Ver ilustración 17)p. 153*
- ✓ *“Encontrar posibilidades. Carlos necesita comprar tres frutas; le ofrecen banano, manzana, pera, mandarina y naranja. Escribe las posibilidades de escoger tres frutas entre las cinco disponibles. Luego, completa” (Ver ilustración 17) p. 153*
- **Conmisivos:** En la presentación de la combinación no se evidencian enunciados Conmisivos, puesto que el autor no se compromete con ninguna acción en el libro.

4.3 Enunciados del libro de texto Norma Matemáticas para pensar 5° (editorial Norma).

Selección de enunciados sobre el concepto de multiplicación

Representativos: En estos actos el autor se compromete con la veracidad de sus enunciados, al ser definiciones matemáticas.

✓ *“La multiplicación de números naturales cumple las propiedades conmutativa y asociativa. La conmutativa nos deja cambiar el orden de los factores sin alterar el producto. La asociativa nos permite agrupar los factores para calcular productos parciales, sin alterar el producto final” p.42*

✓ *“La multiplicación, así como la adición, cumple las propiedades conmutativa y asociativa” p. 42*

✓ *La multiplicación y la división están relacionadas de la siguiente manera: cociente $\times$ divisor + residuo =dividendo, donde el residuo es menor que el divisor. p 43.*

• **Directivos:** Estos tipos de actos pretenden llevar al lector a realizar una acción, a través de actividades propuestas sobre el concepto de multiplicación.

✓ *“En cada caso, resuelve las dos operaciones y compara sus resultados. Recuerda que debes resolver primero las operaciones entre paréntesis*

*-68 $\times$ 34 y 34 $\times$ 68
 -(180 $\div$ 12) $\div$ 3 y 180 $\div$ (12 $\div$ 3)
 -(13 $\times$ 32) $\times$ 51 y 13 $\times$ (32 $\times$ 51)
 -25 $\times$ 7 $\times$ 10 y 10 $\times$ 25 $\times$ 7” p. 42*

✓ *“Encuentra el número que falta para que se cumpla cada igualdad. Explica cómo te pueden ayudar las propiedades en este caso*

*- 23 $\times$ 15 $\times$ 9 = 9 $\times$ 3 $\times$ ___ $\times$ 23
 - 37 $\times$ (12 $\times$ 7) = (37 $\times$ 4 $\times$ ___) $\times$ 7” p. 43*

- **Commisivos:** En este acto, no se evidencian enunciados pues el enunciador no se compromete en una acción futura.

Selección de enunciados sobre el concepto de combinación

- **Representativos:** En estos actos él enunciador, en este caso el autor del texto se compromete con la verdad en cada una de sus enunciaciones.
 - ✓ *“Una combinación es un arreglo de elementos en el que el orden no es importante” p. 212*
 - ✓ *“Este arreglo es un ejemplo de combinación. Como no repetimos elementos porque, por ejemplo, no consideramos la pareja Andrea-Andrea decimos que es una combinación sin repetición” p. 212*
- **Directivos:** En este tipo de acto, el autor del libro desea que el lector realice una acción, respondiendo a sus actividades sobre la combinación.
 - ✓ *“Halla cuántas maneras hay de escoger dos fichas de cada una de las siguientes bolsas” (Ver ilustración 32) p. 214*
- **Commisivos:** En este acto, los enunciados pretenden comprometer al enunciador en una acción futura, en donde la intención del enunciador es la de ejemplificar, para después dar un concepto concreto; el enunciado que se tuvo en cuenta fue el siguiente ejemplo:
 - ✓ *“Organicemos las parejas en el siguiente diagrama” (Ver ilustración 33) p. 212.*

Los enunciados seleccionados de los libros de texto son un discurso escrito propuesto por un autor, por tal razón, es necesario revisar desde ese discurso cómo se está entendiendo el concepto de combinación; para ello, se utilizan las rejillas propuestas por Cumbal & Echeverry (2014).

En estas rejillas de análisis se tienen en cuenta las categorías de Grice para evidenciar qué sentido se le da a la combinación en los enunciados y qué información brindan. En estas primeras rejillas se tienen en cuenta enunciados en especial de definiciones y ejemplos, puesto que a través de ellos es posible distinguir cómo se presenta la multiplicación y la combinación.

En las segundas rejillas se analiza a profundidad el objeto matemático llamado *O.M.* de la combinación y la multiplicación, a través del análisis de los enunciados con los fenómenos lingüísticos de arrastre, implicación y presuposición para entender la intencionalidad del autor. En este análisis se toman enunciados relacionados con situaciones problema y ejercicios, dado que con ellos es posible identificar si hay relación entre la combinación y las estructuras multiplicativas en los dos libros de texto.

Por otra parte, estas rejillas de análisis permiten realizar un análisis vertical y horizontal a partir de todas las interpretaciones; las horizontales se realizan a partir de todas las categorías de análisis propuestas para cada enunciado y las verticales resultan del análisis de todos los enunciados en una sola categoría.

4.4 Rejilla de las categorías del concepto de multiplicación en el libro Rutas matemáticas 5° (Editorial Santilla)

Enunciados	Categoría Cantidad	Categoría de Calidad	Categoría de Relación	Categoría de Modo	Interpretación
1. Los términos de la multiplicación son los factores y el producto.	Este enunciado brinda una información precisa que permite identificar los términos de la multiplicación.	Se evidencia que el enunciado es verdadero, ya que los factores y el producto son efectivamente los términos de la multiplicación.	Se considera pertinente ya que la información es relevante y está asociada a los términos de la multiplicación.	El enunciado es breve y da una información directa.	En general el enunciado es coherente, brinda la información necesaria para dar claridad de los términos de la multiplicación que son los factores y el producto.
2. La propiedad conmutativa consiste en que el orden de los factores no altere el producto. $8 \times 7 = 7 \times 8$	Presenta información necesaria para dar a entender en qué consiste la propiedad conmutativa.	El enunciado presenta información verdadera con relación a la propiedad conmutativa.	Es pertinente que este enunciado presente información con respecto al orden de los factores.	El enunciado es preciso y no presenta ambigüedades.	Este enunciado es directo con la información que proporciona al referirse que el orden de los factores no altera el producto.
3. La propiedad asociativa de la multiplicación consiste en que cuando hay tres o más factores, estos se pueden agrupar de distintas maneras y el resultado no cambia	El enunciado presenta información adicional cuando se refiere que la propiedad es de la multiplicación, ya que en esa unidad se está trabajando la multiplicación.	La información presentada es verdadera ya que la propiedad asociativa se utiliza para tres o más factores en la multiplicación.	Es pertinente la aclaración sobre la agrupación de tres o más factores en la multiplicación.	El enunciado es claro respecto a la información de la propiedad asociativa, sin embargo se hace necesaria la ejemplificación de esta propiedad sobre las distintas maneras de agrupación.	Se considera que el enunciado es importante en la presentación de la multiplicación, pero se queda corto al no mostrar un ejemplo de tres o más factores y sus formas de agrupación para la aplicación de la propiedad.
4. La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta. (Ver Ilustración 19)	El enunciado se queda corto al no explicar en qué consiste la propiedad distributiva, no define porque el factor pasa a multiplicar los dos sumandos, y aunque presenta un ejemplo no garantiza la comprensión por parte del lector.	El enunciado es verdadero, debido a que la información presentada está siendo demostrada mediante ejemplos en suma y resta.	Es pertinente la intención de mostrar la relación de la multiplicación con la suma y la resta.	El enunciado es directo respecto a la afirmación que presenta, aun así no es suficiente mostrar el ejemplo para identificar la relación, dado que el lector puede presentar confusiones.	En general se evidencia que el enunciado es pertinente, pero puede no llegar a cumplir su objetivo de dar a entender la propiedad distributiva.
5. Plantear una operación. Lee cada situación. Luego, plantea una multiplicación y resuelve.	La información presentada es redundante, aunque	El enunciado expresa que los problemas tienen que ser	El enunciado es pertinente porque asocia el concepto con la	El enunciado es directo y expresa las acciones que se deben realizar	El enunciado es preciso al informarte qué es lo que se debe hacer con los

(Ver ilustración 16).	expresa claramente cuál es su intención.	resueltos a través de la operación de la multiplicación.	situación planteada.	para solucionar los problemas, leer, plantear y resolver.	problemas presentados ya que se debe leer, plantear una operación y resolver.
6. Encuentra cada producto. Factores: 5397 y 6 Factores: 329 y 84 Factores: 4652 y 67 Factores: 2503 y 462	La información es suficiente para identificar que se debe encontrar el producto, además se incluye información acerca de los términos que componen la multiplicación.	El enunciado expresa con claridad que los que los términos de la multiplicación son los factores y el producto.	Se considera importante que se presenten los términos de la multiplicación para resolver los ejercicios.	El enunciado es claro y preciso al dar los factores para que el lector halle el producto.	En general el enunciado es claro con la intención que tiene en que el lector encuentre el producto a partir de los factores dados.
7. Une con líneas las situaciones en las que se habla de la misma cantidad de objetos. (Ver ilustración 25)	El enunciado es claro y tiene la información precisa para cumplir con su objetivo.	El enunciado garantiza que toda situación va a tener otra para establecer una relación de acuerdo con la cantidad de objetos	El enunciado es pertinente, ya que muestra a través de ejercicios una de las propiedades de la multiplicación.	La claridad del enunciado no permite ambigüedades.	El enunciado permite que el lector conozca la forma de establecer la relación entre las situaciones, y que identifique que el orden de los factores no altera el producto.
8. Escribe los números que faltan en cada igualdad para que sea verdadera. - $15 \times __ = 18 \times __$ - $__ \times 48 = __ \times 52$ - $126 \times __ = __ \times 126$ - $__ \times 12 = __ \times 34$ - $96 \times __ = __ \times 96$ - $__ \times 432 = 432 \times __$	La cantidad del enunciado es la adecuada para expresar su intención. Escribir los factores que faltan para resolver la multiplicación.	El enunciado está garantizando que las operaciones que se presentan son una igualdad.	El enunciado permite que el lector compruebe la propiedad conmutativa por sí mismo.	El enunciado es breve y claro con respecto a que se deben completar los espacios en la igualdad	El enunciado expresa una intención y es que el lector realice una acción completando los números que faltan.
9. Observa el ejemplo. Luego, multiplica. 5 x19 x2 = 5 x 2 x 19 =10 x 19 =190 2x74x5= 5x43x2= 5x8x2= 20x3x5= 7x10x7= 20x5x2= 2x24x5= 6x7x5=	La información es corta para que el lector evidencie el orden en que se deben operar los números.	Se define con certeza que el ejemplo presentado es adecuado para resolver una multiplicación de tres factores.	La acción que se debe realizar, permite que el lector compruebe el orden en cómo se debe multiplicar.	El enunciado es directo y ordenado al especificar que se debe observar primero el ejemplo para luego multiplicar.	La intención del enunciado es que el lector observe primero el ejemplo y luego resuelva las multiplicaciones.
10. Luisa y Miguel juegan a distribuir operaciones. Observa. (Ver ilustración 13).	La información presentada no es clara con respecto a que operaciones son las que	El enunciado expresa con claridad y certeza la forma de utilizar la propiedad distributiva	El enunciado es claro, preciso y directo al mostrar la forma en cómo se puede realizar	El enunciado puede llegar a permitir ambigüedades con respecto a otras	En general el enunciado no es claro con el propósito de distribuir los objetos, puede ocasionar confusiones al

	se deben distribuir.	a través de los objetos.	la multiplicación de objetos haciendo uso de la propiedad distributiva	operaciones, además los objetos pueden confundir al lector.	lector en el momento de aplicar la propiedad.
Interpretación	La mayoría de los enunciados son claros con respecto al concepto de multiplicación y a las acciones que se deben realizar en algunos ejercicios de ellos.	Todos los enunciados analizados son verdaderos, ya que garantiza la veracidad de lo que se está diciendo.	Todos los enunciados tienen una intención con respecto a la información sobre la multiplicación, por lo cual se consideran pertinentes.	En su mayoría, los enunciados son directos y sin ambigüedades.	

4.5 Rejilla de las categorías del concepto de combinación en el libro Rutas matemáticas 5° (Editorial Santillana)

Enunciados	Categoría de Cantidad	Categoría de Cualidad	Categoría de Relación	Categoría de Modo	Interpretación
1. Debes escoger dos estudiantes para ir a las olimpiadas. ¿Quiénes son tus candidatos?, Natalia, Rosa, Martín y Federico. Utiliza el recortable N° 8 para encontrar las formas en que se pueden escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro. Organiza los recortables en esta página. Luego, completa. (Ver ilustración 12).	La cantidad de información es necesaria para introducir el concepto de combinación, tanto la situación presentada como el ejercicio de formar las parejas de un grupo de cuatro.	El enunciado afirma que existen 6 formas en que se pueden escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro.	La situación es apropiada para introducir el concepto de combinación, además estimula la creatividad del lector a partir de los recortables.	El enunciado es ordenado, en cuanto a la información que presenta, los espacios para los recortables, lo que permite que el lector comprenda lo que se debe hacer.	El enunciado es claro, pertinente y llamativo para que el lector realice la acción adecuada y ordenada.
2. Organizar elementos. Jorge ganó un premio y tiene derecho a reclamar dos obsequios de cuatro disponibles. Encuentra las posibilidades que Jorge tiene de escoger dos obsequios entre un	El enunciado se queda corto, debido a que no presenta una información completa de los cuatro obsequios disponibles que puede ganar Jorge.	El enunciado muestra que hay seis posibilidades que tiene Jorge para escoger dos obsequios de un grupo de cuatro. Además la pregunta 2 habla sobre las opciones que tiene Jorge para escoger el	De manera general la intención del problema es pertinente para presentar la combinación, pero la información no es clara ni organizada lo que puede llevar a confusiones.	El enunciado presenta ambigüedades en la selección de los obsequios, puesto que no se mencionan cuáles son.	El enunciado no es ordenado, en cuanto a la actividad que propone, falta información y claridad sobre los obsequios, aunque su intención es clara debido a que se quiere presentar el concepto de combinación.

grupo de cuatro. Luego, completa. (Ver ilustración 17)		carro y un artículo deportivo, cuando no se ha mencionado que son parte de los obsequios.			
3. Encontrar posibilidades. Carlos necesita comprar tres frutas; le ofrecen banano, manzana, pera, mandarina y naranja. Escribe las posibilidades de escoger tres frutas entre las cinco disponibles. Luego, completa. (Ver ilustración 17)	La cantidad de información es necesaria y clara con respecto a la actividad a realizar, pero al presentar la estrategia de solución se presenta una dificultad con las líneas, puesto que colocan 2 líneas y las posibilidades de escoger son 3, por ende deberían aparecer 3 líneas.	El enunciado corrobora que hay 10 posibilidades de escoger tres frutas de cinco posibles.	El enunciado es pertinente con respecto a la combinación, además aumenta la complejidad para evidenciar el manejo del concepto.	El enunciado es preciso y directo con la actividad a realizar.	El enunciado es pertinente con respecto a la complejidad que presenta y claro con la información dada, pero en su estrategia de solución presenta una dificultad.
Interpretación	En la mayoría de las actividades la información es clara, sin embargo una de las actividades necesita que su enunciado sea más específico.	La organización de los enunciados permite evidenciar la veracidad de las posibilidades a las que se debe llegar.	Los enunciados son pertinentes con respecto a la intención de presentar la combinación	La mayoría de los enunciados presenta la información clara y ordenada.	

4.6 Regilla de análisis del texto Rutas Matemáticas 5° por enunciados (multiplicación)

Enunciados	Análisis Matemático	Interpretación Literal	Implicación Pragmática	Arrastre o Deducción	Presuposición	Interpretación
1. Los términos de la multiplicación son los factores y el producto.	O.M: Los términos de la multiplicación son: $a \times b = c$, donde a y b son factores y c es el producto; Según Vergnaud este enunciado hace alusión a la multiplicación como un producto de medida, dado que se habla de la relación de tres cantidades.	Los términos de la multiplicación son tres, los dos factores y el producto	Los dos números que se multiplican reciben el nombre de factores y al resultado que se obtiene de la multiplicación se le llama producto	Cuando se tiene factores y producto se tiene una multiplicación.	Para que haya una multiplicación es necesario identificar los términos de la multiplicación, los dos factores y el producto.	En la multiplicación de la forma $a \times b = c$. Se tienen términos que son: los factores que son los números que se multiplican y el producto que es el resultado de multiplicar los factores. Este enunciado está relacionado con el producto de medida, de acuerdo con la relación ternaria de sus términos.
2.- ¿Cuántas unidades empacaron? - En el camión se pusieron 43 cajas, cada una tiene 1120 unidades. - $1120 \times 43 =$ - 48160 unidades.	O.M: Resolver problemas con multiplicación. Se evidencia el producto de medida. $a \times b = c$, al evidenciar tres cantidades en juego, donde una es el producto de dos.	Encontrar las unidades que se empacaron en el camión.	Para encontrar el total de unidades que pusieron en el camión se debe multiplicar 1120 por 43	En las 43 cajas que se empacaron hay 48160 unidades.	Existen cajas y unidades empacadas, tales que se enviaron en un camión.	A partir de la multiplicación de las 1120 unidades por las 43 cajas es posible encontrar el total de unidades empacadas, que fueron 48160. Este problema se relaciona con el producto de medidas, ya que se evidencia tres cantidades (unidades, cajas, producto del total de unidades).
3. La propiedad conmutativa consiste en que el orden de los factores no altere el producto. $7 \times 8 = 8 \times 7$	O.M: propiedad conmutativa de la multiplicación.	El orden de los factores en la propiedad conmutativa no altera el producto.	No importa el orden de los términos al realizar la operación, si se obtiene el mismo resultado la multiplicación es conmutativa	Cualquier multiplicación en la que se intercambie el orden de los factores y se obtenga el mismo resultado es conmutativa.	Existe una propiedad conmutativa en la que el orden de los factores no altera el producto.	En la propiedad conmutativa no importa el orden en que se multipliquen los términos y el resultado será el mismo.

4. Plantear una operación. Lee cada situación. Luego, plantea una multiplicación y resuelve. (Ver ilustración 16).	O.M: resolver problemas con multiplicación; esta situación puede ser resuelta según Vergnaud a través del isomorfismo de medida debido a que intervienen cuatro cantidades.	Plantear dos multiplicaciones a partir de la lectura de las situaciones.	Los problemas planteados pueden ser resueltos operando los datos en una multiplicación.	Es posible plantear una multiplicación y resolverla para hallar las soluciones a los problemas.	Existe una operación que se puede plantear a partir de las situaciones y que además se puede resolver.	Se debe plantear la operación de multiplicación de acuerdo a las situaciones y resolverlas para hallar las soluciones a los problemas. En ambas situaciones problemas se observa la relación cuaternaria de cantidades, siendo así, se evidencia isomorfismo de medida.
5. Encuentra cada producto. Factores: 5397 y 6 Factores: 329 y 84 Factores: 4652 y 67 Factores: 2503 y 462	O.M: Términos de la multiplicación, en este enunciado se propone la multiplicación como un algoritmo.	A partir de los dos factores encontrar el producto.	Se debe realizar una multiplicación para encontrar el producto.	Es posible encontrar el producto a partir de los dos factores dados.	Existen productos que son el resultado de la multiplicación de los factores.	Se deben multiplicar los factores dados para hallar el producto. Este enunciado evidencia los términos de la multiplicación, a través de algoritmos.
6.- Para hacer mis pasteles uso 6 cajas de huevos con 8 huevos cada una. - En cambio yo uso 8 cajas de huevo con 6 huevos cada una. - 6×8 , 8×6 ; Usan la misma cantidad!	O.M: propiedad conmutativa de la multiplicación. Se identifica las multiplicaciones como producto de medida, al verse involucradas tres cantidades.	Determinar que la cantidad de huevos para ambos pasteleros es la misma, el orden de los factores no altera el producto.	Para hallar la cantidad total de huevos que usan los pasteleros, se utiliza la propiedad conmutativa de la multiplicación.	Se tienen dos situaciones que aunque estén en orden diferentes, el resultado es el mismo.	Existen panaderos que utilizan la misma cantidad de huevos para hacer sus pasteles.	Se comprueba la aplicación de la propiedad conmutativa, donde el orden de los factores no altera el producto, es decir, $6 \times 8 = 8 \times 6$. La situación es abordada desde el producto de medida, ya que sólo hablan de huevos, cajas de huevos y la cantidad total de huevos.
7. Une con líneas las situaciones en las que se habla de la misma cantidad de objetos. (Ver ilustración 25)	O.M: naturaleza de las cantidades. Se intercambian las cantidades pero se sigue trabajando en los mismos espacios	Establecer relación de cantidades a través de líneas cuando se habla de la misma cantidad de objetos.	Demostrar que el orden de los factores no altera el producto, es decir, se hace alusión a la propiedad	Para unir las situaciones, se debe hacer alusión a la misma cantidad de objetos.	Existen dos situaciones en las que se habla de la misma cantidad de objetos que se pueden escribir de formas diferentes.	Se hace mención a la propiedad conmutativa, donde el orden de los factores, en este caso la cantidad de los

	de medida.		conmutativa.			objetos, no altera el producto. Se observa el producto de medida, pues solo menciona tres cantidades en cada situación.
8. Escribe los números que faltan en cada igualdad para que sea verdadera. - $15 \times \underline{\quad} = 18 \times \underline{\quad}$ - $\underline{\quad} \times 48 = \underline{\quad} \times 52$ - $126 \times \underline{\quad} = \underline{\quad} \times 126$ - $\underline{\quad} \times 12 = \underline{\quad} \times 34$ - $96 \times \underline{\quad} = \underline{\quad} \times 96$ - $\underline{\quad} \times 432 = 432 \times \underline{\quad}$	O.M: Propiedad conmutativa de la multiplicación.	Encontrar el factor que hace falta para que la multiplicación cumpla con la propiedad conmutativa.	No importa cómo se multipliquen los términos, el resultado siempre será el mismo y se verifica la propiedad conmutativa.	No importa el orden en que se realice la multiplicación el resultado es el mismo, comprobando así la propiedad conmutativa.	Existe un factor que cumple la igualdad, para que esta sea verdadera.	Se deben hallar los factores que faltan, para que se cumpla la igualdad. Y así, comprobar la propiedad conmutativa.
9. Observa el ejemplo. Luego, multiplica. $5 \times 19 \times 2 = 5 \times 2 \times 19 = 10 \times 19 = 190$ $2 \times 74 \times 5 = \underline{\quad}$ $5 \times 43 \times 2 = \underline{\quad}$ $5 \times 8 \times 2 = \underline{\quad}$ $20 \times 3 \times 5 = \underline{\quad}$ $7 \times 10 \times 7 = \underline{\quad}$ $6 \times 7 \times 5 = \underline{\quad}$ $20 \times 5 \times 2 = \underline{\quad}$ $2 \times 24 \times 5 = \underline{\quad}$ $5 \times 30 \times 6 = \underline{\quad}$	O.M: Propiedad asociativa de la multiplicación.	Se debe observar y luego multiplicar los factores de acuerdo al ejemplo, completando el producto.	El método ejemplificado funciona para hallar el producto de tres factores.	A partir de los factores dados, es posible hallar un producto.	Existe un producto que puede ser hallado a partir de la propiedad asociativa.	La propiedad asociativa ayuda a multiplicar tres factores para hallar el resultado.
10. La propiedad asociativa de la multiplicación consiste en que cuando hay tres o más factores, estos se pueden agrupar de distintas maneras y el resultado no cambia.	O.M: propiedad asociativa de la multiplicación.	Se pueden agrupar tres o más factores de la multiplicación de distintas maneras y su resultado no cambia.	No importa cómo se asocien los términos de una multiplicación el resultado siempre será el mismo.	Cuando se multiplican tres o más factores y se agrupan de diferentes maneras, el resultado no cambia, se evidencia la propiedad asociativa.	Existe una propiedad asociativa tal que se pueden agrupar varios factores de la multiplicación de distintas maneras y su resultado no cambiará.	No importa el orden en que se multiplique o agrupen los factores, el resultado siempre será el mismo, de acuerdo a la propiedad asociativa.
11. Luisa y Miguel juegan a distribuir operaciones. Observa. (Ver ilustración 13)	O.M: Propiedad distributiva de la multiplicación.	Observar cómo se distribuyen los elementos en el ejemplo y luego realizar las distribuciones con los nuevos elementos.	El ejemplo mostrado permite aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación, para luego distribuir los otros elementos.	La propiedad distributiva se da, cuando se combina la multiplicación con la suma.	Existe una propiedad distributiva en la que se combina la multiplicación con la suma.	La propiedad distributiva consiste en distribuir un elemento (factor) entre la suma de otros dos elementos.

12. La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta. (Ver ilustración 19)	O.M: propiedad distributiva de la multiplicación.	La multiplicación solo es distributiva con respecto a las operaciones de suma y resta.	Es posible utilizar la propiedad distributiva para la suma y la resta, como se ejemplifica.	La multiplicación solo es distributiva con respecto a las operaciones de suma y resta.	Existe una propiedad distributiva tal que funciona con respecto a la suma y a la resta.	La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta.
Interpretación	La multiplicación en este texto se presenta como un algoritmo, puesto que se ve la multiplicación de la forma $a \times b = c$, la cual no tiene en cuenta las magnitudes. En la mayoría de las situaciones problema se evidencia el producto de medida, dado que se muestran tres espacios de medida diferentes, de acuerdo a Vergnaud hay una relación ternaria y no cuaternaria. En sólo un problema se evidencia el isomorfismo de medida, ya que hace alusión a cuatro cantidades.	Los términos de la multiplicación son los factores y el producto. La multiplicación cumple las propiedades conmutativa, donde el orden los factores no altera el producto, asociativa se pueden agrupar de diferentes maneras los factores y el producto no cambia, y distributiva con respecto a la suma y a la resta.	La multiplicación consiste en operar los factores para obtener el producto. Permite dar respuesta a las diferentes situaciones planteadas de la vida cotidiana, en la que se pueden multiplicar los datos dados para así obtener la solución buscada.	Cuando se tienen factores y producto se hace alusión a la operación de multiplicación.	Existen factores que al ser operados, se obtiene un producto de la multiplicación. Y también existen las propiedades: conmutativa y asociativa y distributiva que se cumplen en la operación de multiplicación. Además, algunas situaciones problema pueden ser solucionadas utilizando la multiplicación	

4.7 Regilla de análisis del texto Rutas Matemáticas 5° por enunciados (combinación)

Enunciados	Análisis Matemático	Interpretación Literal	Implicación Pragmática	Arrastre o Deducción	Presuposición	Interpretación
1.- Deseo escoger dos estudiantes para ir a las olimpiadas. - ¿Quiénes son tus candidatos? - Natalia, Rosa, Martin y Federico. - Utiliza el recortable N° 8 para encontrar las formas en que se pueden escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro. - Organiza los recortables en esta página. Luego, completa. (Ver ilustración 12)	O.M: combinación sin repetición. Se escogen 2 estudiantes de un grupo de 4 para formar parejas estudiante-estudiante y este sería el producto (parejas) de las dos cantidades anteriores. No se permite repetir estudiantes, ya que Natalia-Natalia no existiría como pareja, pues la misma persona, por ello es una combinación sin repetición. En la primera pregunta se evidencia la combinación sin repetición, sin embargo, no se establece relación con el producto de medida ya que las parejas se escogen en el mismo espacio de medida. En la segunda pregunta sí se establece una relación de la combinación como producto de medida, dado que se manejan tres espacios de medida diferentes, estos son: los hombres, las mujeres y el producto de ellos que son las parejas.	Determinar cuántas posibilidades distintas hay para escoger dos estudiantes entre un grupo de 4.	A partir de los recortables se deben encontrar las posibles parejas que se pueden escoger de un grupo de cuatro estudiantes.	De acuerdo con los datos suministrados se pueden formar distintas parejas entre un grupo de 4.	Existen cuatro estudiantes que tienen la posibilidad de ir a las olimpiadas, de los cuales se deben escoger dos.	Hallar el número de parejas posibles que se pueden formar de un grupo de cuatro estudiantes, utilizando recortables para identificarlas. Se establece la relación de la combinación como parte del campo conceptual multiplicativo de Vergnaud, sólo en la segunda pregunta cuando se hace producto en dos espacios de medida diferentes.
2. Organizar elementos. Jorge ganó un premio y tiene derecho a reclamar dos obsequios de cuatro disponibles. Encuentra las posibilidades que Jorge tiene de escoger dos obsequios entre un grupo de	O.M: Combinación sin repetición. El enunciado no tiene la información suficiente para que el lector identifique las parejas posibles, ya que no se nombran cuáles son los	Identificar las parejas posibles de obsequios que se pueden elegir de un grupo de cuatro.	Situación problema que puede ser solucionada a partir de la operación de combinación.	A partir de los cuatro obsequios disponibles, Jorge podrá elegir dos de ellos.	Existen cuatro obsequios, tal que Jorge puede escoger dos entre ellos. (No se mencionan cuales son)	Encontrar las posibilidades que Jorge tiene de escoger dos obsequios entre un grupo de cuatro, utilizando la operación de combinación.

cuatro. Luego, completa. (Ver ilustración 17)	obsequios. Por tal razón, no se podrán realizar las parejas.					
3. Encontrar posibilidades. Carlos necesita comprar tres frutas; le ofrecen banano, manzana, pera, mandarina y naranja. Escribe las posibilidades de escoger tres frutas entre las cinco disponibles. Luego, completa. (Ver ilustración 17)	O.M: Combinación sin repetición. El enunciado presenta una falencia con respecto a los espacios que asigna para formar los grupos de tres frutas, ya que solo ubica dos de ellos. Lo que puede confundir al lector, ya que formará parejas y no grupos de tres frutas.	Encontrar las posibilidades de escoger tres frutas de un grupo de cinco.	Situación problema que puede ser solucionada a partir de la operación de combinación.	A partir de las cinco frutas disponibles para comprar, Carlos podrá elegir tres.	Existen cinco posibles frutas para que Carlos elija solo tres para comprar.	Encontrar las posibilidades que tiene Carlos de comprar tres frutas de cinco disponibles. La situación tiene solución por medio de la combinación.
Interpretación	Todas las situaciones trabajan la combinación sin repetición y en ninguna parte se presenta la fórmula matemática de la combinación. El libro se limita a dar los espacios exactos para los posibles grupos, lo que impide que el lector utilice otra forma de solución. Sólo el primer problema, específicamente en la segunda pregunta establece una relación de la combinación como producto de medida, ya que se maneja una relación ternaria de cantidades.	Todas las situaciones requieren encontrar el número de formas posibles en que se pueden formar grupos de elementos sin repetirse.	Las situaciones están relacionadas con la vida cotidiana y pueden ser resueltas con combinación.	A partir del número de elementos disponibles, se deben encontrar las posibles parejas y grupos de tres.	Para formar las parejas y grupos de tres deben existir elementos disponibles.	

4.8 Análisis Vertical y Horizontal de las rejillas sobre los conceptos de multiplicación y combinación en el texto “Rutas Matemáticas 5º”

➤ Análisis Vertical de la multiplicación en las rejillas.

El libro de texto de matemáticas “Rutas Matemáticas 5º” presenta enunciados sin ambigüedades, en su mayoría son claros y verdaderos con respecto al concepto de multiplicación, la cantidad de información es precisa para dar a conocer el tema. Es de resaltar la pertinencia del texto con respecto a las propiedades de la multiplicación, dado que permite reconocer en qué consisten las propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva y cómo pueden ser aplicadas.

El libro de texto de matemáticas propone a través de diferentes definiciones, ejemplos y situaciones el trabajo de la multiplicación de dos formas: de manera algorítmica y a través de situaciones problema como producto de medida.

Con respecto a la forma algorítmica, el texto no tiene en cuenta la naturaleza de las cantidades, es decir, se presentan ejercicios numéricos para ser resueltos a través de las tablas de multiplicar, en el cuál se espera que se operen las cantidades directamente y que así, se fortalezcan los cálculos aritméticos básicos.

Con las situaciones problema dadas en ejemplos y ejercicios, se evidencia que la mayoría son producto de medida, puesto que se relacionan tres cantidades en espacios de medida diferentes, sólo se presenta una situación problema asociada al isomorfismo de medidas; estos análisis evidencian que no se satisface la propuesta de Vergnaud (1990), puesto que él afirma que es necesario tener presente las magnitudes que intervienen en una situación de estructura multiplicativa.

Es de aclarar que todas las situaciones presentadas o la mayoría podrían tener tratamiento de relación cuaternaria, sin embargo, en la solución de las situaciones no es explícito que se haga alusión a espacios de medida ni relaciones entre espacios de medida. Si bien se llega al resultado de los ejemplos y ejercicios no se evidencia un acercamiento a la variación de las cantidades de un espacio con respecto al otro, pues se omiten estas para llegar al resultado por medio de un algoritmo tradicional o de la forma $a \times b = c$

➤ **Análisis Horizontal de la multiplicación en las rejillas.**

El análisis horizontal permite evidenciar que el texto se enfoca principalmente en el producto de medida, es decir, para que haya una multiplicación es necesaria una expresión de la forma $a \times b = c$, puesto que siempre se habla de que los términos de la multiplicación son los factores y el producto. Las situaciones problema sugieren en su mayoría realizar una multiplicación directa de las cantidades dadas en los enunciados, de esta manera se analiza que la multiplicación que presenta el libro de texto no toma en consideración las magnitudes que intervienen en la situación sino solo las cantidades, como se muestra en el siguiente ejemplo:

¿Cuántas unidades empacaron?

- En el camión se pusieron 43 cajas, cada una tiene 1120 unidades.

- $1120 \times 43 =$

- 48160 unidades. (Enunciado 2)

Por otra parte, el texto alude a la multiplicación en relación con las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva tanto en definiciones en lengua natural como en ejemplos; cuando se habla de la propiedad conmutativa se hace referencia a que el orden de los términos no altera el resultado de la multiplicación, la propiedad asociativa consiste en que cuando hay tres o más factores, estos se pueden agrupar de distintas maneras y su resultado no cambia, y la distributiva se presenta en relación con la suma y la resta.

En la unidad de multiplicación el texto hace referencia en todos sus ejercicios, ejemplos y situaciones problema a las propiedades de la multiplicación antes mencionadas, esto evidencia que la intencionalidad del autor es dar a conocer la aplicabilidad de cada propiedad en las operaciones algorítmicas y situaciones contextualizadas que se relacionan con la multiplicación.

➤ **Análisis Vertical de la combinación en las rejillas.**

En la mayoría de enunciados la información es clara y verdadera, con respecto a las actividades a realizar, puesto que manejan un lenguaje natural apropiado para el grado de escolaridad. Sin embargo uno de los enunciados no es preciso, ya que le falta información necesaria para ser resuelto, este se muestra a continuación:

- *Organizar elementos.*

Jorge ganó un premio y tiene derecho a reclamar dos obsequios de cuatro disponibles. Encuentra las posibilidades que Jorge tiene de escoger dos obsequios entre un grupo de cuatro. Luego, completa.

(Ver ilustración 17)

El enunciado no es ordenado, en cuanto a la actividad que propone, falta información y claridad sobre los obsequios que puede reclamar Jorge, aunque su intención es clara debido a que se quiere presentar el concepto de combinación, no permite organizar las parejas de elementos, pues no se saben cuáles son.

Por otra parte, en la unidad de pensamiento aleatorio no se presentan definiciones formales, ni ejemplos que ayuden al lector a entender el concepto de combinación, el texto propone ejercicios en los cuales se deben identificar las posibilidades de escoger elementos de un número total, como medio de introducir una idea sobre la combinación. En todos los ejercicios propuestos por el autor sólo se propone el trabajo de la combinación sin repetición, dejando a un lado el otro tipo de combinación que permite el reemplazamiento de elementos. Además, se evidencia una

falencia en el título dado que el texto llama combinatoria a la combinación y como se mencionó en Ross (1998) la combinación es una operación que pertenece a la combinatoria.

El texto en sus ejercicios muestra la combinación como las posibilidades de formar grupos, para ello, el libro limita dando los espacios exactos de la agrupación de los elementos, lo que impide al lector desarrollar una estrategia de solución diferente.

En la mayoría de situaciones de combinación del libro de texto “Rutas Matemáticas 5°” no se evidencia una relación ternaria de cantidades, sin embargo, es resaltar que se ha logrado un análisis valioso en la primera situación, debido a que en una de sus preguntas se logra rastrear la relación de la combinación con la estructura multiplicativa como producto de medida, de la siguiente manera:

- Deseo escoger dos estudiantes para ir a las olimpiadas.
- ¿Quiénes son tus candidatos?
- Natalia, Rosa, Martín y Federico.
- Utiliza el recortable N° 8 para encontrar las formas en que se pueden escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro.
- Organiza los recortables en esta página. Luego, completa.
- ¿Cuántas posibilidades distintas hay para escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro?
- **¿Cuántas posibilidades hay de escoger un hombre y una mujer?**
- ¿Cuántas posibilidades hay de escoger dos mujeres? (Ver ilustración 12).

El ejercicio consiste en determinar las formas posibles de formar parejas de niños para ir a las olimpiadas, se tienen entonces dos niños (Martín y Federico) y dos niñas (Natalia y Rosa); con la primera pregunta no es posible relacionar el producto cartesiano, ya que se forman las parejas en el mismo espacio de medida, es decir, se pueden formar parejas niño-niño, niña-niña o niño-niña.

Sin embargo, en la segunda pregunta si se establecen dos espacios de medidas diferentes que son hombres y mujeres y en cómo su producto forma el tercer espacio de medida conformado por la

pareja, a continuación se establece la solución de la pregunta por producto cartesiano y por combinación sin repetición:

Solución por producto Cartesiano (Vergnaud 1991)

Ilustración 39: Solución del ejercicio de "Rutas matemáticas 5°" por producto cartesiano.

B	A		
		Martín	Federico
	Natalia	(N, M)	(N, F)
	Rosa	(R, M)	(R, F)

a —→ es el espacio de medida 1 (Hombres)

b —→ es el espacio de medida 2 (Mujeres)

c —→ es el espacio de medida 3 (pareja mujer-hombre)

a x b = c

De acuerdo con lo anterior, **c** es el tercer espacio de medida que resulta del producto de los espacios de medida **a** y **b**, la respuesta a la pregunta es que hay cuatro parejas posibles para escoger los estudiantes que irán a las olimpiadas.

Ilustración 40: Solución del ejercicio de "Rutas Matemáticas 5° por combinación.

Sea X la pareja formada por el hombre y la mujer.

$$X = \binom{4}{2} - \binom{2}{2} - \binom{2}{2}$$

$$X = \frac{4!}{(4-2)! 2!} - \frac{2!}{(2-2)! - 2!} - \frac{2!}{(2-2)! - 2!}$$

$$X = 6 - 1 - 1$$

$$X = 4$$

La anterior solución es una combinación sin repetición, es decir, se restaron las repeticiones hombre-hombre y mujer-mujer, para satisfacer la condición de la pregunta, siendo así, se obtiene

como respuesta que hay 4 posibilidades de escoger parejas de estudiantes para ir a las olimpiadas.

De acuerdo al ejemplo anterior y a las soluciones presentadas, se evidencia que si es posible que un libro de texto de matemáticas de grado quinto de primaria relacione en sus situaciones problema la combinación con la estructura multiplicativa como producto de medida, puesto que hay una relación ternaria de cantidades. Aunque el libro no hace explícita esta relación de conceptos, este trabajo propone a través de él una estrategia de enseñanza de la combinación con la estructura multiplicativa.

➤ **Análisis horizontal de la combinación en las rejillas.**

Como se mencionó anteriormente el libro “Rutas Matemáticas 5°” no presenta una definición, ni fórmula matemática de la combinación, pero se logra evidenciar que la intencionalidad del autor es introducir el concepto de combinación a través de la ejercitación y contextualización de problemas de la vida cotidiana. La combinación es entendida en este libro como las posibilidades de escoger un determinado número de elementos de un grupo total de elementos, esta interpretación se hace a partir del análisis de las preguntas que se muestran a continuación:

¿Cuántas posibilidades distintas hay para escoger dos estudiantes entre un grupo de cuatro?
-¿Cuántas posibilidades hay de escoger un hombre y una mujer?
-¿Cuántas posibilidades hay de escoger dos mujeres?
-Encuentra las posibilidades que Jorge tiene de escoger dos obsequios entre un grupo de cuatro.-Escribe las posibilidades de escoger tres frutas entre las cinco disponibles

Estos ejemplos de preguntas del texto permiten evidenciar que cuando se habla de combinación en él, se alude a las posibilidades de escoger grupos de elementos de un total; los elementos que se escogen en las situaciones problema son personas o cosas que se agrupan con el fin de determinar sus combinaciones.

4.9 Rejilla de las categorías del concepto de multiplicación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5° (Editorial Norma)

Enunciados	Categoría de Cantidad	Categoría de Cualidad	Categoría de Relación	Categoría de Modo	Interpretación
1. La multiplicación de números naturales cumple las propiedades conmutativa y asociativa. La conmutativa nos deja cambiar el orden de los factores sin alterar el producto. La asociativa nos permite agrupar los factores para calcular productos parciales, sin alterar el producto final	El enunciado presenta demasiada información, a partir de esto puede que el lector no identifique las dos propiedades con sus descripciones. Además es algo complejo considerando el grado para el cual fue diseñado el libro de texto.	El enunciado presenta información verdadera en cuanto a la multiplicación de números naturales y sus propiedades.	El propósito de dar a conocer las propiedades es pertinente, sin embargo no se hace la distinción y ejemplificación de cada una de las propiedades.	El enunciado no presenta un orden sobre las dos propiedades y la multiplicación, puesto que son diferentes debería ser presentada por separado y de una forma llamativa para la comprensión por parte del lector.	El enunciado es pertinente puesto que da información sobre las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación, sin embargo utiliza términos como: factores y producto sin haberlos explicado.
2. La multiplicación, así como la adición, cumple las propiedades conmutativa y asociativa	El enunciado presenta información precisa, pero no evidencia la relación de la multiplicación y la adición con respecto a la aplicación de las propiedades.	El enunciado efectivamente proporciona información verdadera.	El enunciado es pertinente, al aclarar que estas dos operaciones cumplen con las propiedades conmutativa y asociativa.	El enunciado es directo y no presenta ambigüedades, aunque no evidencia la relación.	En general el enunciado es pertinente, porque relaciona la multiplicación, la adición y las propiedades, aunque no muestra directamente esta relación.
3. En cada caso, resuelve las dos operaciones y compara sus resultados. Recuerda que debes resolver primero las operaciones entre paréntesis. -68 x 34 y 34 x 68 -(180 ÷ 12) ÷ 3 y 180 ÷ (12 ÷ 3) -(13 x 32) x 51 y 13 x (32 x 51) -25 x 7 x 10 y 10 x 25 x 7	El enunciado es claro y preciso al indicar que se deben resolver las dos operaciones y comparar los resultados, además es muy completo porque menciona que se resuelven primero los paréntesis.	El enunciado es verdadero, ya que en cada caso hay dos operaciones por resolver.	Es pertinente porque el enunciado retroalimenta al lector a través de las ideas previas propuestas.	El enunciado es claro con respecto a su intención.	El enunciado es claro y pertinente en relación con la acción que debe realizar el lector.
4. Encuentra el número que falta para que se cumpla cada igualdad. Explica cómo te pueden ayudar las propiedades en este caso.	El enunciado es preciso con respecto a los espacios que se deben completar, además es claro al relacionar las	La información es verdadera al afirmar que las operaciones son una igualdad.	El enunciado es pertinente debido a que ayuda al lector a validar las propiedades.	El enunciado no permite ambigüedades.	La información presentada es clara con respecto a lo que se debe hacer con las operaciones, además el enunciado es pertinente por su

- $23 \times 15 \times 9 = 9 \times 3 \times \underline{\hspace{1cm}} \times 23$ - $37 \times (12 \times 7) = (37 \times 4 \times \underline{\hspace{1cm}})$ x7	propiedades con los ejercicios.				intención de validar sus propiedades.
5. La multiplicación y la división están relacionadas de la siguiente manera: cociente $\times$ divisor + residuo =dividendo, donde el residuo es menor que el divisor.	La información presentada es precisa y suficiente para que el lector logre idéntica la relación de la multiplicación con la división.	El enunciado es verdadero, puesto que menciona y demuestra la relación entre las dos operaciones.	Se evidencia pertenencia en mostrar la multiplicación en relación la división de números naturales.	El enunciado es preciso y no se presenta ambigüedades.	La información del enunciado es importante, puesto que deja clara la relación entre la multiplicación y la división d números naturales.
Interpretación	En la mayoría de los enunciados la información es clara y precisa, sin embargo uno de ellos debe ser más preciso y ejemplificado de acuerdo con el grado de escolaridad.	En general, los enunciados presentan información verdadera.	En la categoría de relación se evidencia la pertinencia de todos los enunciados con relación al concepto de multiplicación y sus propiedades.	La mayoría de los enunciados presenta la información clara y sin ambigüedades.	

4.10 Rejilla de las categorías del concepto de combinación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5° (Editorial Norma)

Enunciados	Categoría de Cantidad	Categoría de Calidad	Categoría de Relación	Categoría de Modo	Interpretación
1. Una combinación es un arreglo de elementos en el que el orden no es importante.	El enunciado es preciso y coherente con la información que brinda sobre la combinación.	El enunciado es verdadero ya que en la combinación no importa el orden.	Es pertinente al enunciar que el orden no importa en la combinación lo que permitirá distinguirla de la otra operación combinatoria (permutación).	El enunciado es directo y no presenta ambigüedades.	En general el enunciado permite identificar una definición clara del concepto sin dar lugar a confusiones.
2. Este arreglo es un ejemplo de combinación. Como no repetimos elementos porque, por ejemplo, no consideramos la pareja Andrea-Andrea decimos que es una combinación sin repetición	El enunciado tiene la información precisa para ejemplificar la situación anterior, dando a conocer que es una combinación sin repetición.	El ejemplo que presenta el enunciado permite identificar la verdad del mismo.	El enunciado es pertinente debido a que concluye la definición de combinación sin repetición a partir de la situación anterior.	Es enunciado es preciso y el ejemplo permite que no se presenten ambigüedades.	El enunciado es preciso con su intención de dar a conocer la combinación sin repetición, además se complementa a través del ejemplo que presenta.
3. Halla cuántas maneras hay de escoger dos fichas de cada una de las siguientes bolsas. (Ver ilustración 32)	El enunciado es claro y se complementa de las imágenes que presenta.	La información es verdadera, dado que afirma que el ejercicio se puede solucionar a partir de una operación combinatoria (combinación o permutación).	Es importante la intención que tiene el enunciado, puesto que intenta que el lector identifique la operación que debe utilizar para darle solución al ejercicio.	El enunciado es puntual en relación con las diferentes maneras en que se pueden escoger las fichas.	El enunciado es pertinente y preciso con relación al ejercicio que propone sobre la manera en que se pueden escoger fichas de las bolsas y la identificación de la combinación.
4. Organicemos las parejas en el siguiente diagrama... (Ver ilustración 33)	La cantidad de información es precisa para indicar que se organizaran parejas en un diagrama y que se va a realizar posteriormente.	El enunciado muestra que se utilizara el diagrama de árbol para organizar las parejas.	El enunciado permite identificar las posibles parejas relacionadas con la situación.	El enunciado es directo al afirmar que realizara un diagrama.	El autor se compromete mediante el enunciado a realizar el diagrama en el que están organizadas las posibles parejas.
Interpretación	Todos los enunciados presenta la información necesaria para comprender su intención acerca de las combinaciones.	Los enunciados expresan certeza en lo que se dice, de esta manera hacen que lo que en ellos se expresa tenga veracidad ante el lector.	Todos los enunciados están encaminados en dar a conocer la combinación, por ello se consideran pertinentes	La claridad con la que se presentan los enunciados no da lugar a interpretaciones diferentes a las que quieren expresar	

4.11 Rejilla de análisis del texto Norma matemáticas para pensar por enunciados (multiplicación)

Enunciados	Análisis Matemático	Interpretación Literal	Implicación Pragmática	Arrastre o Deducción	Presuposición	Interpretación
1. En cada caso, resuelve las dos operaciones y compara sus resultados. Recuerda que debes resolver primero las operaciones entre paréntesis. -68 x 34 y 34 x 68 -(180 ÷ 12) ÷ 3 y 180 ÷ (12 ÷ 3) -(13 x 32) x 51 y 13 x (32 x 51) -25 x 7 x 10 y 10 x 25 x 7	O.M: Propiedades de la multiplicación y división. En estas operaciones se presenta la multiplicación como algoritmo.	Se deben resolver las dos operaciones propuestas y comparar sus resultados, las operaciones en paréntesis se resuelven primero.	Para resolver las operaciones, se debe hacer uso de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.	Los productos van a ser los mismos aunque los factores estén escritos en diferente orden y agrupados de diferentes maneras.	Existen resultados que son el producto de las operaciones de multiplicación y división.	Se deben utilizar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para hallar los resultados de las operaciones, de manera que se reconozca que el orden de los factores y el orden de agrupación no alteran el resultado.
2. Hernando pinta pequeños cuadros en tablitas de madera. Cuando están listos, los empaca para venderlos en una feria artesanal. En un día, por la mañana, él lija 8 láminas de madera y por la tarde otras 8. al día siguiente corta las láminas en tablitas para pintar un cuadro en cada una, sacando de cada lámina, 4 a lo ancho y 6 a lo largo. ¿Cuántas tablitas corta para pintar sus cuadros? Para responder la pregunta debemos hallar el producto: $2 \times 8 \times 6 \times 4$. ¿Por qué? El producto podemos encontrarlo agrupando así. $(2 \times 8) \times (6 \times 4) = 16 \times 24 = 384$ o cambiando la posición de los factores y agrupando así: $(2 \times 4) \times (8 \times 6) = 8 \times 48 = 384$. Luego, Hernando corta 384 tablitas para pintar sus cuadros.	O.M: resolver problemas con la multiplicación. Se evidencia en la solución del problema la propiedad asociativa.	Encontrar cuántas tablitas corta Hernando para pintar sus cuadros, a partir de la información dada.	A partir de la operación de multiplicación se puede obtener el resultado total de las tablitas, multiplicando las 2 producciones diarias por las 8 láminas de madera, luego multiplicar por las 6 que salen a lo largo y por las 4 que salen a lo ancho.	Las 384 tablitas de Hernando se hallan multiplicando los datos dados.	Existe un pintor llamado Hernando, tal que tiene tablitas de madera.	El total de tablitas de Hernando se halla multiplicando las 2 producciones diarias por las 8 láminas de madera, luego multiplicar por las 6 que salen a lo largo y por las 4 que salen a lo ancho, para un total de 384 tablitas. Los datos se operan a través de propiedad asociativa.
3. La multiplicación, así como la	O.M: propiedades	En el enunciado se	Tanto la	Si se dan las	Existen las	En las operaciones de

adición, cumple las propiedades conmutativa y asociativa.	conmutativa y asociativa.	entiende que las operaciones de multiplicación y adición deben cumplir con las propiedades asociativa y conmutativa.	multiplicación como la adición, cumplen las propiedades conmutativa y asociativa.	propiedades conmutativa o asociativa, se hace referencia a una multiplicación o una adición.	propiedades asociativa y conmutativa que se cumple en la multiplicación y también en la adición.	multiplicación y la adición se cumplen las propiedades conmutativa y asociativa.
4. La multiplicación de números naturales cumple las propiedades conmutativa y asociativa. La conmutativa nos deja cambiar el orden de los factores sin alterar el producto. La asociativa nos permite agrupar los factores para calcular productos parciales, sin alterar el producto final.	O.M: propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación.	En este enunciado se entiende que cuando hay una multiplicación de números naturales se cumplen las propiedades conmutativa y asociativa. La conmutativa por su parte deja cambiar el orden de los factores sin alterar el producto y la asociativa permite agrupar factores sin alterar el producto final.	La propiedad conmutativa nos deja cambiar el orden de los factores sin alterar el producto. La asociativa nos permite agrupar los factores para calcular productos parciales, sin alterar el producto final.	La propiedad conmutativa y asociativa se cumplen en la multiplicación de números naturales.	Existen dos propiedades la conmutativa y la asociativa que se cumplen en la multiplicación de números naturales.	La multiplicación de números naturales cumple las propiedades conmutativa y asociativa.
5. Encuentra el número que falta para que se cumpla cada igualdad. Explica cómo te pueden ayudar las propiedades en este caso. - $23 \times 15 \times 9 = 9 \times 3 \times \underline{\quad} \times 23$ - $37 \times (12 \times 7) = (37 \times 4 \times \underline{\quad}) \times 7$	O.M: propiedades de la multiplicación. Se ejercitan algoritmos para verificar las propiedades conmutativa y asociativa.	Con ayuda de las propiedades se debe encontrar el factor que falta para que se cumpla la igualdad.	Encontrar los factores que cumplan las igualdades de las operaciones.	Identificar la propiedad conmutativa y asociativa para encontrar los factores que faltan.	Existe un número tal que puede ayudar a cumplir la igualdad y que obedece a las propiedades de la multiplicación.	Se deben encontrar los factores que faltan, tales que cumplan la igualdad y que además ayuden a identificar las propiedades conmutativa y asociativa.
6. Completa la siguiente operación: $\begin{array}{r} 523 \\ \times \square\square\square \\ \hline 1046 \\ +\square2\square0\square \\ \hline 53.346 \end{array}$	O.M: algoritmo de la multiplicación.	Se deben buscar factores para completar la operación.	Encontrar los factores que faltan para que se cumpla la multiplicación.	El producto 53346 es el resultado de 523 por el factor que se busca.	Existen factores que son los indicados para completar la multiplicación.	Encontrar el factor y los números que faltan para que se cumpla la operación de multiplicación.
7. Realiza las siguientes operaciones:	O.M: algoritmo de la multiplicación.	Resolver las multiplicaciones a	Relacionarse con el proceso algorítmico	A partir de operar los factores	Existe un resultado al operar los dos	Se deben operar los dos factores para

-345 x 23 -1256 x 234		partir de los factores dados.	de multiplicación.	debemos obtener un producto.	factores.	obtener el producto de su multiplicación.
8. Usa las propiedades conmutativa y asociativa para hallar cada producto. Indica cual propiedad usaste. -24 x 5 x 7 x 2 -8 x 25 x 7 x 4 -64 x 9 x 3 x 5 -4 x 56 x 5 x 7	O.M: propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación.	Este enunciado quiere decir que a partir de las propiedades conmutativa y asociativa se podrá encontrar el producto.	El uso de las propiedades asociativa y conmutativa facilita la operación para hallar el producto.	Para hallar el producto se deben tener en cuenta la propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación	Existen las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación que ayudaran a resolver los productos.	A través de las propiedades conmutativa y asociativa se puede hallar el producto de la multiplicación de los factores.
9. Resuelve y compara los resultados -9 x (5 + 8) = -(9 x 5) + (9 x 8) = -25 x (56 - 32) = (25 x 56) - (25 x 32) Los ejemplos anteriores ilustran la propiedad distributiva. ¿Qué nos permite hacer esta propiedad?	O.M: Propiedad distributiva de la multiplicación	Se deben resolver y comparar el resultado de las operaciones y además argumentar para qué sirve la propiedad distributiva.	Reconocer la aplicación que tiene la propiedad distributiva en la multiplicación.	Utilizar la propiedad distributiva y explicar para que sirva en la multiplicación.	Existe una propiedad distributiva que se encuentra ilustrada en las operaciones.	A partir de la propiedad distributiva operar los factores para encontrar el producto y argumentar que permite hacer esta propiedad.
10. En el lenguaje común se tiene la siguiente expresión: <i>El orden de los factores no altera el producto.</i> ¿Cuál será el significado de este enunciado? Escribe un ejemplo de cuando la usarías.	O.M: propiedad conmutativa de la multiplicación.	Se debe argumentar porque el orden de los factores no altera el producto y ejemplificarlo.	Reconocer la importancia de la propiedad conmutativa.	El enunciado pertenece al lenguaje común, puede ser ejemplificado a través de la propiedad conmutativa.	Existen ejemplos tales que cumplan con la expresión de que el orden de los factores no altera el producto.	Ejemplificar la expresión y comprender la importancia de la propiedad conmutativa.
11. Halla los siguientes productos: -35 x 0 -0 x 84 -257 x 0 -0 x 121 Escribe la propiedad que ilustra los ejemplos anteriores.	O.M: Multiplicación por cero.	Se deben operar los factores para hallar el producto y además decir que propiedad se está utilizando.	Reconocer los resultados que se obtienen de la multiplicación por cero.	Al multiplicar cualquier factor por cero, el resultado es cero.	Existe una propiedad que se cumple en la multiplicación por cero.	Todo número multiplicado por cero da como resultado cero.
12. El corazón de un hombre late 70 veces por minuto en condiciones normales. ¿Cuántas veces late en un día?	O.M resolución de problemas con multiplicación. De acuerdo a las estructuras	Encontrar cuantas veces late en un día el corazón de un hombre, teniendo en cuenta que late 70	El problema puede ser solucionado utilizando una operación.	A partir de la multiplicación de 70 latidos por 1440 minutos que tiene el día.	El corazón de un hombre late 70 veces por minuto en condiciones normales.	Encontrar cuantas veces late el corazón de un hombre en condiciones normales en un día.

	multiplicativas esta situación se instaura en un isomorfismo de medida ya que involucra 4 cantidades.	veces por minuto.				
13. Un comerciante compra en un puerto 3 docenas de sombrillas a \$4890 cada sombrilla. En el viaje pierde 7 sombrillas y el resto las vende a \$5560, cada una. ¿El comerciante gana o pierde? ¿Cuánto?	O.M: resolución de problemas con las operaciones de multiplicación y resta.	Encontrar cuánto dinero ganó o perdió el comerciante a partir de los datos dados	Utilizar la multiplicación y la resta para encontrar el dinero que el comerciante gana o perdió.	Se puede deducir que el comerciante gana o perdió dinero, a partir de los datos que presenta la situación.	Hay un comerciante que ha comprado 3 docenas de sombrillas para venderlas.	Encontrar el dinero que gana o perdió el comerciante, utilizando la multiplicación y resta de los datos dados.
Interpretación	Se evidencia en la mayoría de ejercicios la multiplicación como algoritmo, en ellos no se tienen en cuenta la naturaleza de las cantidades. En la mayoría d ejercicios y todas las situaciones problemas están encaminados a la multiplicación en relación con las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva. En las situaciones problema solo una se identifica el isomorfismo de medida que propone Vergnaud; y no se evidencia en ninguna de ellas el producto de medida.	Se ejercitan los algoritmos en la mayoría de los ejercicios, teniendo en cuenta las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva y la propiedad del elemento neutro.	Para todos los ejercicios propuestos se debe utilizar la multiplicación y sus propiedades.	En todos los enunciados se utilizan las propiedades para obtener un producto.	Existen las propiedades conmutativa, asociativa, distributiva y la propiedad del elemento neutro tales que se cumplen en la operación de multiplicación.	

4.12 Rejilla de análisis del texto Norma matemáticas para pensar 5° por enunciados (combinación)

Enunciados	Análisis Matemático	Interpretación Literal	Implicación Pragmática	Arrastre o Deducción	Presuposición	Interpretación
1. Doña flor está haciendo arreglos con flores de colores. Si tiene flores rojas, amarillas, blancas y rosadas, ¿cuáles podrían ser colores escogidos para hacer arreglos de tres flores de colores diferentes?	O.M: combinación sin repetición dado que los arreglos de flores deben tener colores diferentes. No se evidencia un producto de medida ya que el problema solo maneja dos espacios de medida.	Identificar cuales pueden los colores escogidos para hacer los arreglos de flores	Utilizar la combinación sin repetición para encontrar el número de arreglos de flores de colores diferentes.	Doña flor debe hacer arreglos de flores con tres colores diferentes.	Deben existir flores rojas, amarillas, blancas y rosas para hacer los arreglos de tres flores.	Se debe utilizar la combinación sin repetición para hallar la combinación de tres flores de colores diferentes de 4 opciones: rojas, amarillas, blancas y rosadas.
2. En una actividad recreativa hay dos grupos de 5 niños cada uno. De cada grupo se escogen dos representantes y entre los cuatro escogidos se hace una competencia individual. Quien gane sumara un punto a su equipo. Si uno de los equipos está compuesto por Andrea, Camilo, Carlos, Daniela y Gabriel, ¿Cuáles podrían ser las parejas escogidas? ¿Cuántas hay? (Ver ilustración 33)	O.M: combinación sin repetición. No se evidencia un producto de medida ya que el problema solo maneja dos espacios de medida: los estudiantes y las parejas que se forman de ellos.	Encontrar las parejas escogidas entre los dos grupos de 5 niños cada uno.	Utilizar la combinación sin repetición para hallar las posibles parejas de dos grupos de cinco estudiantes cada uno.	Se pueden formar 10 parejas si se escogen dos representantes de cinco que hay en cada uno.	Debe haber dos grupos de 5 niños en cada uno.	Hay 10 formas de elegir parejas de dos grupo de cinco niños. No se evidencia relación directa con el producto de medidas en las estructuras multiplicativas de Vergnaud.
3. Una combinación es un arreglo de elementos en el que el orden no es importante.	O.M: combinación.	En la combinación el orden no es importante.	Reconocer que el orden no importa en la combinación.	Si hay un arreglo de elementos en el que no importa el orden es una combinación.	Para que se dé una combinación deben existir elementos.	En la combinación no importa el orden de los elementos.
4. Halla cuántas maneras hay de escoger dos fichas de cada una de las siguientes bolsas. (Ver ilustración 32)	O.M: combinación sin repetición. No se envicia relación con el producto de medida ya que sólo se manejan dos espacios de medida diferentes.	Determinar cuántas maneras hay de escoger dos fichas de las que se muestran en cada bolsa e identificar qué operación combinatoria se está utilizando.	Utilizar la combinación sin repetición para encontrar el número de parejas de fichas que se pueden formar de cada una	Se pueden tomar solo 2 fichas de cada bolsa.	Deben existir fichas dentro de las bolsas, de manera que se puedan formar parejas entre ellas.	Encontrar cuantas formas hay de escoger 2 fichas de un grupo de 5 fichas, de 6 fichas, 7 fichas y de 9 fichas. No establece relación con las estructuras

			de las cuatro bolsas.			multiplicativas de Vergnaud, ya que las parejas formadas por las fichas solo consideran dos espacios de medida que son: las mismas fichas y las parejas que se forman entre ellas.
Interpretación	En toda la unidad se trabaja la combinación sin repetición, se da una definición en lengua natural, sobre combinación como arreglo de elementos, en el que no importa el orden. En este texto no se logra evidenciar la relación de la combinación como parte del campo conceptual multiplicativo, pues ninguna situación se instaura con el producto de medidas.	En la mayoría de los problemas se piden formar parejas de determinado número de elementos, esto puede ocasionar confusión en el lector al pensar que la combinación sólo sirve para agrupar parejas.	Todas las situaciones pueden ser solucionadas a través de la combinación sin repetición.	Se deduce que la combinación siempre se utiliza para un arreglo de elementos.	Para que se dé una combinación deben existir elementos, tales que se puedan agrupar en un número determinado, según la situación.	

4.13 Análisis Vertical y Horizontal de las rejillas sobre los conceptos multiplicación y combinación en el texto “Norma Matemáticas para pensar 5°”

➤ Análisis Vertical de la multiplicación en las rejillas.

El libro de texto “Norma Matemáticas para pensar 5°” presenta enunciados pertinentes, con relación al concepto de multiplicación, puesto que da información sobre las propiedades conmutativa y asociativa, sin embargo, utiliza términos como: factores y producto sin haberlos explicado, lo que puede confundir al lector.

El texto presenta la multiplicación como un algoritmo, puesto que la mayoría de ejercicios requieren de la operación con las tablas de multiplicar para obtener el resultado; las operaciones no tienen en cuenta las magnitudes, sólo se enfocan en la operar las cantidades.

La multiplicación en este libro se presenta siempre en relación las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, para las dos primeras propiedades se presentan definiciones en lengua natural, de la siguiente manera: la propiedad conmutativa consiste en que se puede cambiar el orden de los factores sin alterar el producto, la propiedad asociativa permite agrupar los factores para calcular productos parciales sin alterar el producto final, sin embargo, la propiedad distributiva no logra ser definida, sólo se presenta a través de un ejercicio, que se muestra a continuación:

Resuelve y compara los resultados

$$-9 \times (5 + 8) =$$

$$-(9 \times 5) + (9 \times 8) =$$

$$-25 \times (56 - 32) =$$

$$(25 \times 56) - (25 \times 32)$$

Los ejemplos anteriores ilustran la propiedad distributiva. ¿Qué nos permite hacer esta propiedad?

Como se mencionó anteriormente la propiedad distributiva no es definida en el texto, sin embargo, con el ejercicio se espera que el lector compruebe por sí mismo en qué consiste esta propiedad y cómo puede ser aplicada en los números naturales.

Por otra parte, en las situaciones problema sólo se identifica el isomorfismo de medida propuesto en los tipos de estructura multiplicativa de Vergnaud (1991), dado que se establece relación cuaternaria de cantidades. Con respecto al producto de medida no se logró rastrear en las situaciones problema, lo que indica que el texto no trabaja la relación ternaria de cantidades.

➤ **Análisis horizontal de la multiplicación en las rejillas.**

Con respecto al análisis del texto se puede evidenciar que la intencionalidad del autor es presentar la multiplicación en relación con las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, tanto en ejercicios como en situaciones problema se quiere siempre verificar como se aplica cada propiedad y qué función tiene en la operación de multiplicación de números naturales. En el texto también se presenta la multiplicación en relación con otras operaciones de números naturales, como lo son la adición y la división, como se muestra en los siguientes enunciados:

- *La multiplicación, así como la adición, cumple las propiedades conmutativa y asociativa.*
- *La multiplicación y la división están relacionadas de la siguiente manera: cociente $\times$ divisor + residuo = dividendo, donde el residuo es menor que el divisor.*

Estas afirmaciones evidencian que la multiplicación no es un concepto aislado de otros conceptos matemáticos, por el contrario, se deje clara la relación que tiene por medio de ejemplos, que permiten al lector comprender la intencionalidad del autor.

➤ **Análisis vertical de la combinación en las rejillas.**

En el libro de texto “Norma Matemáticas para pensar 5°” se consideran pertinentes todos los enunciados, puesto que están encaminados en dar a conocer en qué consiste la combinación, son enunciados verdaderos, claros y no dan lugar a interpretaciones diferentes a las que quieren expresar el autor, además, todos los enunciados presentan la información necesaria para comprender la combinación como un arreglo de elementos en el que no importa el orden.

El texto sólo presenta la combinación sin repetición, no da una fórmula matemática para el concepto pero si lo define en lengua natural, afirmando que la combinación es un arreglo de elementos en el que el orden no es importante. El texto presenta el concepto con situaciones problema contextualizadas para el lector, lo que permite que él se relacione con ellas.

En este texto no se logra evidenciar una relación directa de la combinación como parte del campo conceptual multiplicativo, pues ninguna situación se instaura como el producto de medidas, sin embargo el enunciado 2 puede ser relacionado con el producto cartesiano, si se presentan condiciones en la pregunta, a continuación se explica esta afirmación:

El enunciado es el siguiente:

En una actividad recreativa hay dos grupos de 5 niños cada uno. De cada grupo se escogen dos representantes y entre los cuatro escogidos se hace una competencia individual. Quien gane sumara un punto a su equipo.

Si uno de los equipos está compuesto por Andrea, Camilo, Carlos, Daniela y Gabriel, ¿Cuáles podrían ser las parejas escogidas? ¿Cuántas hay?

(Ver ilustración 33)

El texto muestra la solución del problema por combinación, utilizando diagramas de árbol para formar las parejas de niños, es decir, que de acuerdo a la pregunta sobre cuántas parejas hay, la respuesta es que hay 10 parejas en total para ser escogidas.

Ahora, verifiquemos porque esta solución no evidencia la relación de la combinación con la estructura multiplicativa con el producto cartesiano, sin embargo se hará una propuesta de ajuste sobre la situación como producto de medida.

Ilustración 41: *Solución del problema de combinación del libro Norma Matemáticas para pensar 5° por producto cartesiano*

		A				
B		Andrea	Camilo	Carlos	Daniela	Gabriel
	Andrea		(A, CM)	(A, CR)	(A, D)	(A, G)
	Camilo			(CM, CR)	(CM, D)	(CM, G)
	Carlos				(CR, D)	(CR, G)
	Daniela					(D, G)
	Gabriel					

El producto cartesiano sobre el problema de combinación no es posible, dado que las parejas se forman en el mismo espacio de medida y el cruce de elementos tiene condiciones para realizarse; primero que no se puede formar la pareja Andrea-Andrea y segundo que la pareja Andrea-Camilo es la misma que Camilo-Andrea, estas condiciones son las que encuentran en color rojo, es decir, que no se pueden dar o que ya existen. Este producto cartesiano además no cumple con la primera condición de las combinaciones en un equipo de cinco participantes, sino que representa la unión entre dos equipos diferentes.

Ahora, si no se puede hacer el cruce de elementos de la anterior forma, observemos que pasa si hace el producto cartesiano dividiendo los elementos, como se muestra a continuación:

Ilustración 42: *Solución 2 del problema de combinación del libro Norma Matemáticas para pensar 5° por producto cartesiano*

		A	
B		Andrea	Camilo
	Carlos	(CR, A)	(CR, CM)
	Daniela	(D, A)	(D, CM)
	Gabriel	(G, A)	(G, CM)

En el anterior producto se han dividido los elementos con el fin de hacer el cruce entre el mismo equipo, sin embargo tampoco se llega a la respuesta, puesto que faltan parejas por formar como Andrea-Camilo, Carlos-Daniela, Carlos-Gabriel y Daniela, Gabriel, dado que estos elementos están en el mismo espacio y no se puede formar parejas entre ellos.

Los productos cartesianos mostrados anteriormente no dan la misma respuesta del libro de texto de las 10 parejas, porque sólo se maneja un espacio de medida; sin embargo, la situación puede ser trabajada con dos espacios de medida si se condiciona la pregunta, es decir si la pregunta fuera *¿Cuáles podrían ser las parejas escogidas si se escoge un hombre y una mujer? ¿Cuántas hay?*

Para la solución de esta pregunta, si se condicionan dos espacios de media diferentes, llamando *a* las mujeres y *b* los hombres, observemos el producto cartesiano para la solución de la pregunta:

Ilustración 43: *Solución 3 del problema de combinación del libro Norma Matemáticas para pensar 5° por producto cartesiano*

		A	
B		Andrea	Daniela
	Camilo	(CM, A)	(CM, D)
	Carlos	(CR, A)	(CR, D)
	Gabriel	(G, A)	(G, D)

El producto de $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{c}$ es igual al tercer espacio de medida conformado por las parejas de hombre y mujer, para un total de 6 parejas. Si se utiliza la combinación para la solución de este problema también se obtienen 6 parejas.

$$X = \binom{5}{2} - \binom{2}{2} - \binom{3}{2}$$

$$X = \frac{5!}{(5-2)! 2!} - \frac{2!}{(2-2)! 2!} - \frac{3!}{(3-2)! 2!}$$

$$X = 10 - 1 - 3$$

$$X = 6$$

La situación problema solo podría relacionarse con el producto cartesiano, si se condiciona la pregunta a hombres y mujeres, de manera que no se trabaje en dos espacios de medida, sino que sean tres, los hombres, las mujeres y el producto de ellos que son las parejas. Estas observaciones permiten afirmar que el texto no muestra una relación explícita entre la combinación y la estructura multiplicativa, ya que se requiere de la identificación de tres espacios de medida diferentes para que se evidencie la relación.

➤ **Análisis horizontal de la combinación en las rejillas.**

La combinación es entendida como un arreglo de elementos en el que el orden no es importante, en el texto sólo se trabaja un tipo de combinación que es sin repetición y se omite el otro tipo que es la combinación con repetición, no se presentan fórmulas matemáticas, sino situaciones contextualizadas, lo que permite evidenciar que la intención del autor es solo introducir el concepto a través de situaciones problema.

El texto brinda un ejemplo de combinación sin repetición, el cual se soluciona con el diagrama de árbol, este diagrama en cierto modo da un modelo a seguir para el lector, lo que puede limitar las estrategias de solución del lector. Es de resaltar que las situaciones problema presentadas en el texto, están contextualizadas según el grado de escolaridad en el que se ubica, dado que son situaciones que se presentan en la vida cotidiana.

Los análisis de las rejillas permiten establecer la pertinencia, claridad, intencionalidad del autor y sentido al presentar la combinación y la multiplicación, es necesario además de este análisis identificar el tema del discurso de cada libro para rastrear la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas, a través de la tematización propuesta por Van Dijk (1980).

5 Tematización de los libros de texto

El siguiente análisis se realizó en concordancia con los objetivos de este trabajo. Para ello, fue necesario realizar la tematización de los enunciados del libro “Rutas Matemáticas 5°” de la editorial Santillana y “Norma Matemáticas para pensar 5°” de la editorial Norma, con respecto a la multiplicación y combinación. Según Van Dijk (1980) es importante a la hora de tematizar un discurso tener en cuenta el tema central de él y esto se logra a partir de definir niveles generales y particulares del sentido del discurso, se presentaran las proposiciones identificadas en la multiplicación y combinación en cada nivel, estas proposiciones son los enunciados más marcados e insistentes que fueron realizados por el autor del libro de texto a través de tablas que muestran el nivel más global, que describe la macro-proposición del discurso del texto y los niveles inferiores, que describen las proposiciones particulares que se relacionan con niveles menos generales.

En la tematización es importante la jerarquización de las proposiciones y las relaciones que establece el texto en ellas, por tal razón, se construyen las representaciones semánticas del discurso de los textos por medio de la herramienta propuesta por Van Dijk (1980) que son las macroestructuras semánticas. Las proposiciones identificadas y construidas en cada texto, han resultado del análisis vertical y horizontal de cada uno de ellos.

5.1 Tematización de la multiplicación en el libro de texto Rutas Matemáticas 5°

(Editorial Santillana)

El discurso del texto “Rutas Matemáticas 5°” está relacionado con las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, a continuación se sintetizan las proposiciones (P_n) que dan cuenta de los elementos principales relacionados con la multiplicación en términos de las características matemáticas del concepto que intenta movilizar el texto:

- ✓ La multiplicación se presenta de la forma $a \times b = c$, puesto que siempre se habla de que los términos de la multiplicación son los factores y el producto.
- ✓ El libro de texto presenta la multiplicación de forma algorítmica y a través de situaciones problema.
- ✓ La multiplicación de números naturales cumple tres propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva.
- ✓ La propiedad conmutativa hace referencia a que el orden de los términos no altera el resultado de la multiplicación.
- ✓ La propiedad asociativa consiste en que cuando hay tres o más factores, estos se pueden agrupar de distintas maneras y su resultado no cambia.
- ✓ La multiplicación como algoritmo opera cantidades directamente a través de las tablas de multiplicar, con el fin de fortalecer los cálculos aritméticos.
- ✓ La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta.
- ✓ La multiplicación sirve para resolver problemas de la vida cotidiana.
- ✓ El texto da a conocer la aplicabilidad de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva en las operaciones algorítmicas y situaciones contextualizadas que se relacionan con la multiplicación.

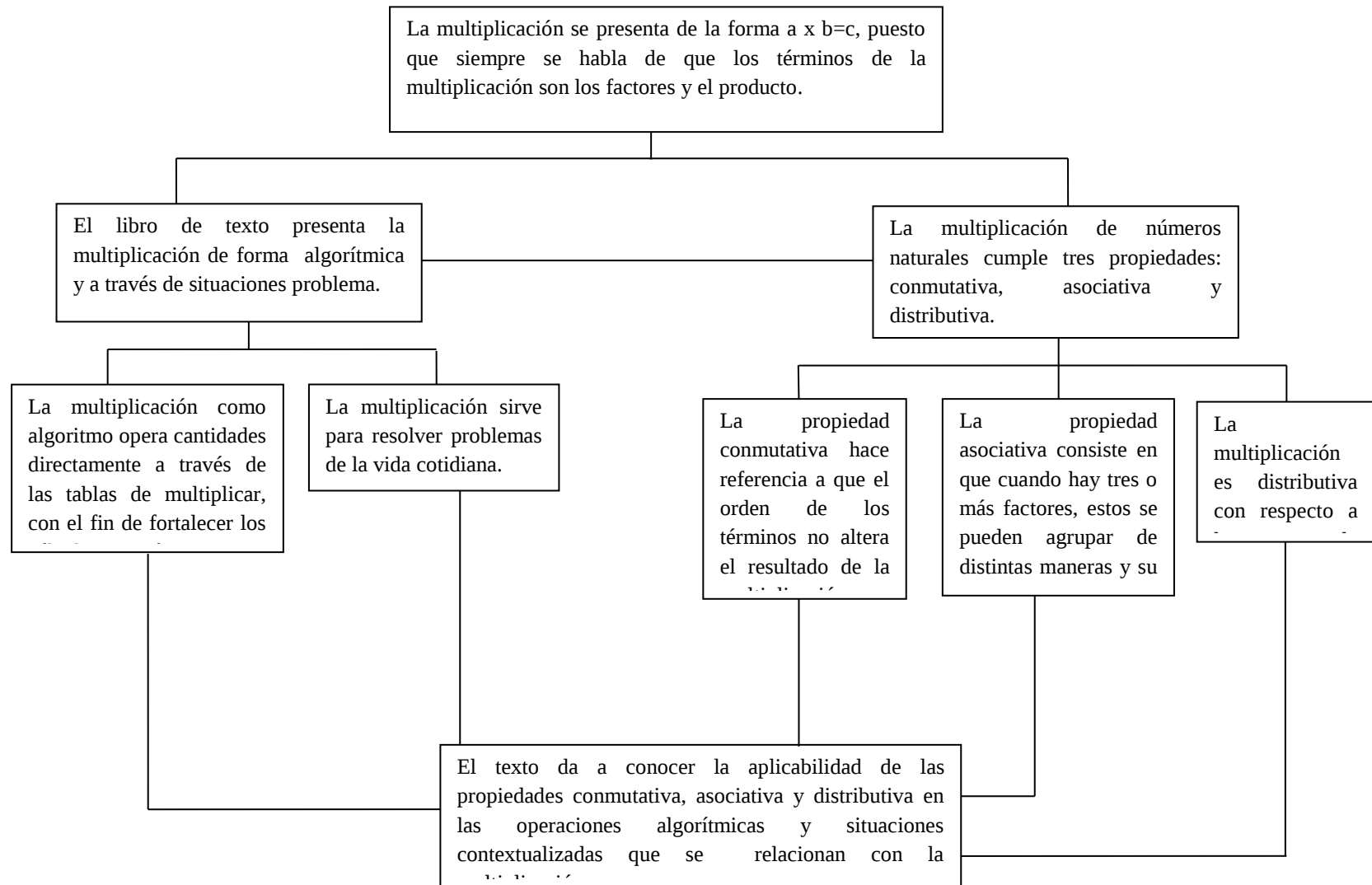
Si bien es cierto que las anteriores proposiciones condensan el contenido del discurso del texto Rutas Matemáticas 5°, en torno a la multiplicación, se debe prestar atención a aquellas que se les da mayor relevancia en el discurso o que aparecen insistentemente, puesto que sólo así podremos determinar cuál es la proposición principal o macroproposición sobre la que se desenvuelve la significación y cuáles proposiciones se derivan de ella.

Ilustración 44: *Tabla de jerarquía de las proposiciones de la multiplicación en el libro Rutas Matemáticas 5°*

Niveles de jerarquización	Proposiciones jerarquizadas de la multiplicación en el libro Rutas Matemáticas 5°
Primer nivel	P1: La multiplicación se presenta de la forma $a \times b = c$, puesto que siempre se habla de que los términos de la multiplicación son los factores y el producto.
Segundo nivel	P2: El libro de texto presenta la multiplicación de forma algorítmica y a través de situaciones problema. P3: La multiplicación de números naturales cumple tres propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva.
Tercer Nivel	P4: La multiplicación como algoritmo opera cantidades directamente a través de las tablas de multiplicar, con el fin de fortalecer los cálculos aritméticos. P5: La multiplicación sirve para resolver problemas de la vida cotidiana. P6: La propiedad conmutativa hace referencia a que el orden de los términos no altera el resultado de la multiplicación. P7: La propiedad asociativa consiste en que cuando hay tres o más factores, estos se pueden agrupar de distintas maneras y su resultado no cambia. P8: La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta.
Cuarto nivel	P9: El texto da a conocer la aplicabilidad de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva en las operaciones algorítmicas y situaciones contextualizadas que se relacionan con la multiplicación.

La macroestructura que se muestra a continuación representa la organización del contenido semántico de la multiplicación y los niveles de cada proposición en el texto “Rutas Matemáticas 5°”, esta describe el proceder discursivo del autor y su intención de movilizar el concepto de multiplicación en el grado quinto de primaria.

Ilustración 45: Macroestructura del discurso de la multiplicación en el libro *Rutas Matemáticas 5°*



➤ Interpretación de la macroestructura semántica

En esta interpretación de la macroestructura interesa, en primer lugar, evidenciar cómo está organizado el discurso en el libro *Rutas Matemáticas 5°* con respecto a la multiplicación, y qué significados y relaciones están asociados a este concepto. En segundo lugar, determinar la relación de la multiplicación con los tipos de problema propuestos por Vergnaud (1991), particularmente el producto de medida.

Con respecto al concepto de multiplicación, el texto la presenta según sus términos, es decir para que haya una multiplicación deben existir los factores y un producto, de la forma $a \times b = c$. Considerando los tipos de problema de Vergnaud (1991), esta forma se instaure como producto de medida, dado que se establece una relación ternaria entre cantidades.

De acuerdo con la forma en como es presentada la multiplicación, se logra evidenciar que es propuesta como un algoritmo, puesto que se operan cantidades sin tener en cuenta sus magnitudes y también se presentan situaciones problema solucionadas a partir de la multiplicación. Los algoritmos y las situaciones problema son propuestas en relación con las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, con el fin de dar a conocer la función y aplicabilidad de estas.

Según lo anterior, la tematización brindada del libro *Rutas Matemáticas 5°*, permite reconocer la multiplicación como producto de medida de acuerdo con la forma $a \times b = c$ que presenta y a las situaciones problema en las cuales se relacionan tres cantidades. El análisis del discurso permite además identificar que la multiplicación cumple las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.

5.2 Tematización de la combinación en el libro de texto Rutas Matemáticas 5° (Editorial Santillana)

El discurso del texto sobre la combinación se presenta a través de situaciones problema, en ellas sólo se evidencia la combinación sin repetición, a continuación se establecen las proposiciones más relevantes del discurso.

Las proposiciones destacadas anteriormente serán organizadas jerárquicamente en niveles, de acuerdo al orden evidenciado en el discurso sobre el concepto de combinación:

- ✓ La combinatoria son las posibilidades de escoger un determinado número de elementos de un grupo total de elementos.
- ✓ Cuando se realiza la combinación sin repetición, existen 6 posibilidades de escoger 2 elementos de un grupo de 4, y hay 10 posibilidades distintas de escoger 3 de un grupo de 5.
- ✓ Si en una situación problema no se permiten repetir elementos, se considera una combinación sin repetición.
- ✓ Para solucionar una situación problema por combinación, se puede utilizar el conteo para determinar las posibilidades de escoger elementos.
- ✓ La combinación se utiliza para resolver problemas contextualizados de la vida cotidiana.

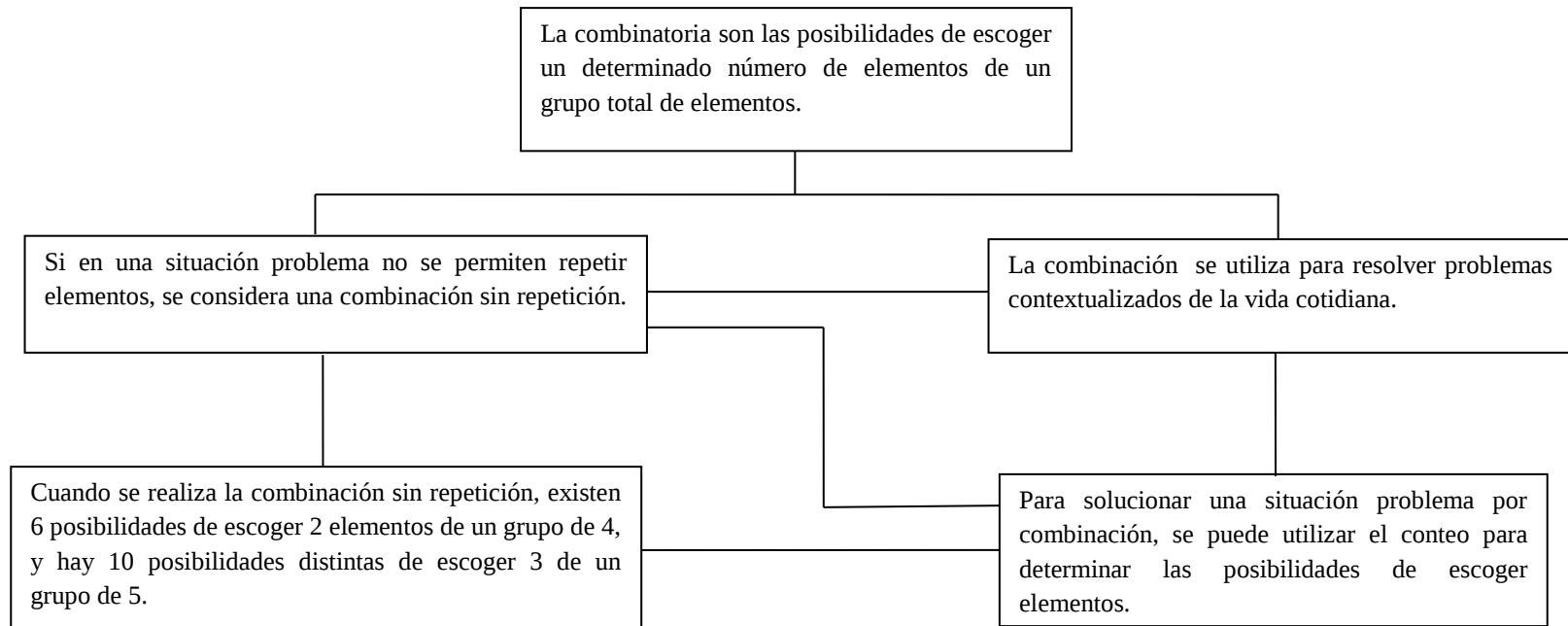
A continuación se presentan las proposiciones más relevantes del análisis horizontal y vertical que corresponden a las rejillas con un orden jerárquico, de modo que permita la construcción de la macroestructuras del discurso del texto.

Ilustración 46: *Tabla de jerarquía de las proposiciones de combinación en el libro Rutas Matemáticas 5°*

Niveles de jerarquización	Proposiciones jerarquizadas de la combinación en el libro Rutas Matemáticas 5°
Primer nivel	P1: La combinatoria son las posibilidades de escoger un determinado número de elementos de un grupo total de elementos.
Segundo nivel	P2: Si en una situación problema no se permiten repetir elementos, se considera una combinación sin repetición. P3: La combinación se utiliza para resolver problemas contextualizados de la vida cotidiana.
Tercer Nivel	P4: Cuando se realiza la combinación sin repetición, existen 6 posibilidades de escoger 2 elementos de un grupo de 4, y hay 10 posibilidades distintas de escoger 3 de un grupo de 5. P5: Para solucionar una situación problema por combinación, se puede utilizar el conteo para determinar las posibilidades de escoger elementos.

A partir de las proposiciones anteriores y su caracterización, se presenta a continuación la macroestructura que representa la organización del contenido semántico de la combinación en el texto “Rutas Matemáticas 5°”, esta describe el proceder discursivo del autor y su intención de movilizar el concepto de combinación en el grado quinto de primaria.

Ilustración 47: Macroestructura del discurso de la combinación en el libro *Rutas Matemáticas 5°*



➤ **interpretación de la macroestructura semántica de la combinación.**

La macroestructura anterior permite evidenciar como está organizado el discurso acerca de la combinación en el libro *Rutas Matemáticas 5°*, de acuerdo a ella es posible identificar que presenta una falencia, ya que el texto llama combinatoria a la combinación, como lo afirma Ross (1998), la combinación es una operación que pertenece al campo de la combinatoria.

El texto no presenta ninguna definición, ni formal ni en lengua natural, de acuerdo a esto se cree que el autor tiene la intención de introducir el concepto de la combinación como las posibilidades de escoger elementos.

Las situaciones problemas propuestas en el texto, hacen alusión a la combinación sin repetición, dejando a un lado el otro tipo de combinación en el que se permite el reemplazo de elementos, en el discurso sobre la combinación se rastrea la relación de la combinación con la estructura multiplicativa a través de una pregunta de la siguiente situación problema: - Deseo escoger dos estudiantes para ir a las olimpiadas.- ¿Quiénes son tus candidatos?- Natalia, Rosa, Martin y Federico. -¿Cuántas posibilidades hay de escoger un hombre y una mujer?. En este problema se logran identificar tres espacios de medida diferentes, los hombres, las mujeres y la pareja hombre – mujer, esto permite rastrear la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas como producto de medida.

En la tematización de la combinación, se logra evidenciar que el tema y la organización del discurso giran en torno a la combinación como las distintas posibilidades de escoger elementos en el que no importa el orden, a partir de esta tematización de las situaciones problemas se ha logrado rastrear la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas, puesto que una de sus situaciones establece relación con el producto de medida.

5.3 Tematización de la multiplicación en el libro de texto Norma Matemáticas para pensar 5° (Editorial Norma)

El discurso del texto “Norma Matemáticas para pensar 5°” está relacionado con las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación, a continuación se establecen las proposiciones más relevantes que dan cuenta de los elementos principales relacionados con la multiplicación:

- ✓ La multiplicación de números naturales de la forma $a \times b = c$, cumple las propiedades conmutativa y asociativa.
- ✓ La multiplicación se presenta como la operación de algoritmos y como un concepto matemático que ayuda a resolver problemas de la vida cotidiana.
- ✓ La propiedad conmutativa consiste en que se puede cambiar el orden de los factores sin alterar el producto y la propiedad asociativa permite agrupar los factores para calcular productos parciales sin alterar el producto final.
- ✓ Para resolver una operación se deben efectuar primero los paréntesis.
- ✓ La multiplicación se relaciona con las operaciones de adición y división de números naturales.
- ✓ La multiplicación se relaciona con la adición ya que cumplen las propiedades asociativa y conmutativa.
- ✓ La multiplicación y la división están relacionadas de la siguiente manera: $\text{cociente} \times \text{divisor} + \text{residuo} = \text{dividendo}$, donde el dividendo es menor que el divisor.

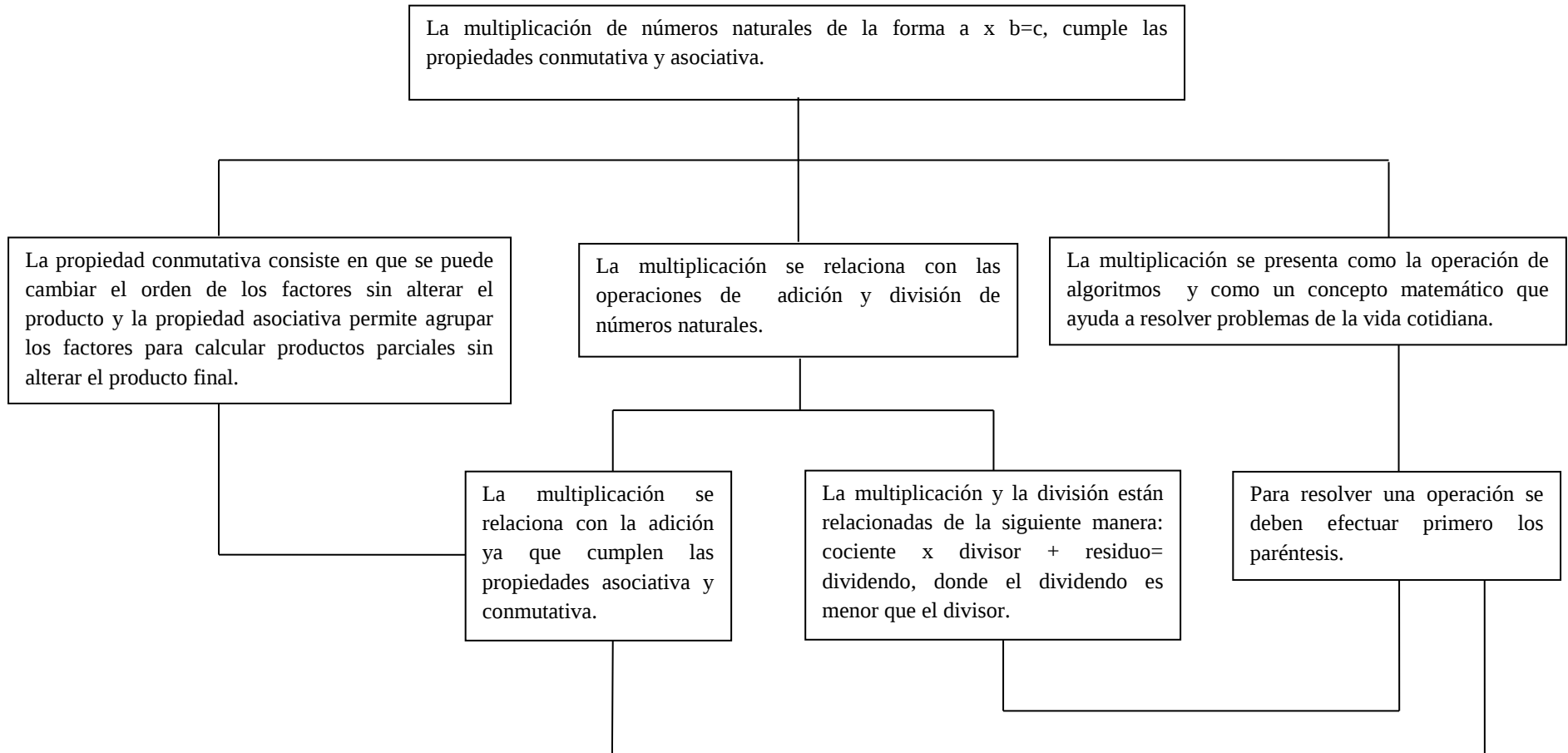
A continuación se presentan niveles de jerarquía para cada proposición, de modo que permitan la construcción de la macroestructuras del discurso del texto Norma Matemáticas para pensar 5°.

Ilustración 48: *Tabla de jerarquía de las proposiciones de la multiplicación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5°*

Niveles de jerarquización.	Proposiciones jerarquizadas de la multiplicación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5°
Primer nivel	P1: La multiplicación de números naturales de la forma $a \times b = c$, cumple las propiedades conmutativa y asociativa.
Segundo nivel	P2: La propiedad conmutativa consiste en que se puede cambiar el orden de los factores sin alterar el producto y la propiedad asociativa permite agrupar los factores para calcular productos parciales sin alterar el producto final. P3: La multiplicación se presenta como la operación de algoritmos y como un concepto matemático que ayuda a resolver problemas de la vida cotidiana. P4: La multiplicación se relaciona con las operaciones de adición y división de números naturales.
Tercer Nivel	P5: Para resolver una operación se deben efectuar primero los paréntesis. P6: La multiplicación se relaciona con la adición ya que cumplen las propiedades asociativa y conmutativa. P7: La multiplicación y la división están relacionadas de la siguiente manera: $\text{cociente} \times \text{divisor} + \text{residuo} = \text{dividendo}$, donde el dividendo es menor que el divisor.

La siguiente macroestructura representa la organización del discurso de la multiplicación en el texto “*Norma Matemáticas para pensar 5°*” esta describe a nivel general como está compuesto el discurso.

Ilustración 49: Macroestructura del discurso de la multiplicación en el libro *Norma Matemáticas para pensar 5°*



➤ **Interpretación de la macroestructura semántica de la multiplicación.**

De acuerdo a la organización semántica presentada en la macroestructura, se evidencia que la multiplicación es presentada como un algoritmo en relación con las propiedades conmutativa, y asociativa, puesto que la mayoría de ejercicios requieren de la operación con las tablas de multiplicar para obtener el resultado; las operaciones no tienen en cuenta las magnitudes, sólo se enfocan en la operar las cantidades.

Las propiedades conmutativa y asociativa son definidas en lengua natural, sin embargo, la propiedad distributiva no es definida, esta solo se presenta a partir de un ejemplo.

Con respecto a las situaciones problema y según los tipos de problema propuesto por Vergnaud (1991), la multiplicación puede ser entendida en este texto como producto de medida y como isomorfismo de medida de la siguiente manera:

- ✓ El isomorfismo de medida se evidencio solo en un problema, donde se establecía la relación entre cuatro cantidades.
- ✓ El producto de medida se evidencio en la mayoría de algoritmos y situaciones problema de la forma $a \times b = c$.

La multiplicación como algoritmo se relaciona con las propiedades, puesto que la mayoría de ejercicios requieren de la operación con las tablas de multiplicar para obtener el resultado; las operaciones no tienen en cuenta las magnitudes, sólo se enfocan en operar las cantidades.

Otro aspecto importante, es que el texto presenta la multiplicación en relación con las operaciones de adición y división de números naturales, lo que demuestra que la multiplicación no es un concepto aislado de otros conceptos matemáticos.

La tematización del discurso del libro “*Norma Matemáticas para pensar 5°*”, evidencia la multiplicación en relación con las propiedades conmutativa y asociativa, y en cómo este concepto sirve para resolver problemas de la vida cotidiana, además se lograron evidenciar los tipos de problema que propone Vergnaud (1991).

5.4 Tematización de la combinación en el libro de texto Norma Matemáticas para pensar 5° (Editorial Norma)

El discurso del texto sobre la combinación se presenta a través de situaciones problema, en ellas sólo se identifica la combinación sin repetición, a continuación se establecen las proposiciones más relevantes del discurso.

Las proposiciones destacadas serán organizadas jerárquicamente en niveles, de acuerdo al orden evidenciado en el discurso sobre el concepto de combinación:

- ✓ Cuando no se repiten elementos, se dice que es una combinación sin repetición.
- ✓ La combinación es un arreglo de elementos en el que el orden no es importante.
- ✓ Para determinar las maneras de seleccionar elementos en una situación problema, se utiliza la combinación.
- ✓ Cuando se presenta una combinación sin repetición y se escogen 2 elementos de un grupo de 5, hay 10 maneras de hacer la selección.
- ✓ El diagrama de árbol es utilizado como estrategia para la organización de la información propuesta en situaciones problema.

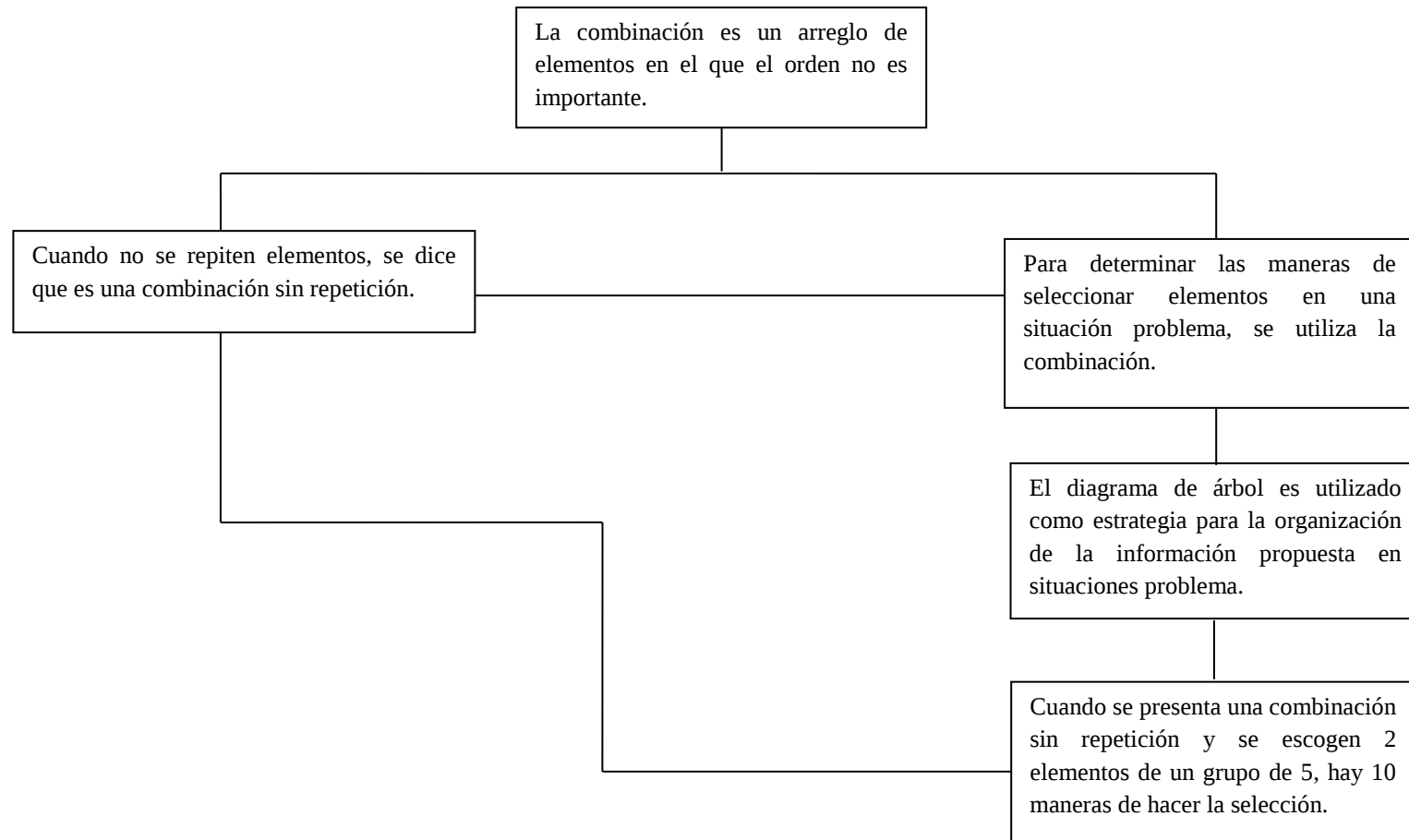
A continuación se presentan las proposiciones organizadas jerárquicamente, de manera que representen cómo está estructurado el discurso del texto.

Ilustración 50: *Tabla de jerarquía de las proposiciones de la combinación en el libro Norma Matemáticas para pensar 5°*

Niveles de jerarquización	Proposiciones jerarquizadas de la combinación en el libro Norma Matemáticas para pensar
Primer nivel	P1: La combinación es un arreglo de elementos en el que el orden no es importante.
Segundo nivel	P2: Cuando no se repiten elementos, se dice que es una combinación sin repetición. P3: Para determinar las maneras de seleccionar elementos en una situación problema, se utiliza la combinación.
Tercer Nivel	P4: El diagrama de árbol es utilizado como estrategia para la organización de la información propuesta en situaciones problema.
Cuarto nivel	P5: Cuando se presenta una combinación sin repetición y se escogen 2 elementos de un grupo de 5, hay 10 maneras de hacer la selección.

La macroestructura que se muestra a continuación representa la organización del contenido semántico de la multiplicación en el texto “*Norma Matemáticas para pensar 5°*” esta describe el proceder discursivo del autor y su intención de movilizar el concepto de combinación en el grado quinto de primaria.

Ilustración 51: Macroestructura del discurso de la combinación en el libro *Norma Matemáticas para pensar 5°*



➤ **Interpretación de la macroestructura semántica de la combinación.**

La macroestructura semántica permite evidenciar la combinación como un arreglo de elementos en el que el orden no es importante, esta definición se da en lengua natural, sin embargo no se presentan fórmulas matemáticas en lenguaje formal.

Las situaciones problema se plantean solo para la combinación sin repetición de elementos, sin tener en cuenta que existe otro tipo de combinación en el que se permite el reemplazo de objetos; para dar solución a las situaciones problema es utilizado el diagrama de árbol como estrategia para la organización de la información propuesta; esta estrategia puede causar limitación para el lector, dado que puede tomarla como un modelo a seguir y no explorar otras estrategias para dar solución a las situaciones problema.

La tematización del discurso de combinación permite evidenciar este concepto matemático como las maneras de seleccionar elementos en los que no se considera el orden, además establece que cuando no se repiten elementos consiste en una combinación sin repetición.

La identificación del tema del discurso permite comprobar que no se presenta la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas como producto de medida, puesto que ninguna situación presenta tres espacios de medida diferentes.

6 Conclusiones.

Las investigaciones realizadas en búsqueda de los libros de texto de matemáticas de grado quinto de primaria, se realizaron en el portal educativo de Colombia-Aprende, que es un punto de acceso y encuentro virtual de la comunidad educativa colombiana, donde se encuentran contenidos y servicios de calidad que contribuyen al mejoramiento de la educación del país; a partir de la exploración en diferentes textos, se evidenció la omisión de la combinación en algunos de ellos, lo que demuestra que no se está dando la importancia a este concepto y la aplicabilidad que tienen en situaciones de la vida cotidiana y en muchos campos tanto de las matemáticas mismas como de otras ciencias. Aunque la mayoría de los textos no presentan la combinación se resaltan dos libros que si la incluyen en su contenido, los cuales son “Rutas matemáticas 5°” de la editorial Santillana y “Norma Matemáticas para pensar 5°” de la editorial Norma, que fueron objeto de estudio para la tematización de la combinación como parte del campo conceptual multiplicativo.

El libro de texto “Rutas matemáticas 5°” es una propuesta pedagógica que ha sido creada con base en los lineamientos y los estándares actualizados del Ministerio de Educación Nacional para el área de matemáticas, el análisis general de este texto permite evidenciar que es adecuado con respecto a la parte física en lo referente al material, letra legible, gráficos y su lenguaje es acorde al grado de escolaridad; además, presenta un discurso heurístico de los conceptos matemáticos en relación con situaciones contextualizadas y acordes para estudiantes de grado quinto, lo que permite que los lectores comprendan la utilidad y aplicación de los mismos.

Con respecto al segundo libro seleccionado “Norma Matemáticas para pensar 5°”, tiene como propósito contribuir al desarrollo y mejoramiento de las habilidades del pensamiento crítico y del pensamiento matemático de los estudiantes, mediante una metodología ágil y atractiva, inscrita

en la propuesta del desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico; en el análisis de este texto se evidenciaron aspectos físicos adecuados, su lenguaje es acorde para el grado quinto, los gráficos se relacionan constantemente con las situaciones problema, sin embargo, el libro presenta demasiada información escrita en sus problemas, sus párrafos son extensos, lo que puede no resultar ameno para el estudiante, considerando el grado quinto para el que está diseñado. El discurso que presenta el texto es heurístico puesto que antes de dar definiciones brinda ideas previas y situaciones que introduzcan al concepto.

Los análisis realizados a los libros de texto tanto “Rutas matemáticas 5°” de la editorial Santillana como “Norma Matemáticas para pensar 5°” de la editorial Norma, permiten concluir en relación con el objetivo general, que es posible trabajar la combinación como parte del campo conceptual multiplicativo que propone Vergnaud (1990), en diversos problemas propuestos por los libros de texto, tomando en consideración que estos instauren tres espacios de medida diferentes; es necesario resaltar que los problemas deben hacer alusión a la combinación sin repetición para que se establezca la relación, la complejidad de los problemas requieren de la diferenciación y de la forma en cómo se establece la relación de un espacio de medida a otro, esta consideración es apoyada a partir del análisis concerniente a los fenómenos lingüísticos derivados de los análisis de las rejillas de la presente investigación.

Los elementos teóricos utilizados para llevar a cabo este trabajo hacen parte del estudio discursivo, es de resaltar que a través de él, es posible en primer lugar seleccionar enunciados de un discurso y revisar cómo se están entendiendo los conceptos, es decir, para este estudio se tuvo en cuenta los actos de habla de Searle (1994); en segundo lugar se tuvo en cuenta las categorías de Grice (citado en Gómez, 1998) para evaluar el sentido e información que brindan los conceptos de combinación y multiplicación; en tercer lugar, a través del estudio discursivo, se

entiende cuál es la intencionalidad del autor en sus enunciaciones, que quiere informar o dar entender, esto se hace a partir de los fenómenos lingüísticos de Gómez (1998) y por último el estudio lingüístico logra ampliar y enriquecer los significados y relaciones con otros objetos matemáticos, de manera que se comprenda la delimitación del tema del discurso y caracterización de él, tomando como referente a Van Dijk (1980).

En relación con el primer objetivo planteado para desarrollar esta investigación, se seleccionaron enunciados en los libros “Rutas matemáticas 5°” y “Norma Matemáticas para pensar 5°” teniendo en cuenta la Teoría de los Actos de Habla de Searle (1994), en este análisis se identificaron enunciados representativos en ambos libros relacionados con las definiciones de combinación y multiplicación, también se identificaron enunciados directivos relacionados con ordenar y la acción del lector, el tercer tipo de actos para la selección eran los conmisivos relacionados con la acción por parte del autor, sin embargo, este tipo de actos no fueron evidenciados en el libro Rutas Matemáticas 5°, dado que el autor no se comprometió en ningún momento con una acción futura. La selección de enunciados permitió evidenciar procesos de enunciación y significación relacionados con la combinación y multiplicación; en ambos textos se identificó que los conceptos se presentan en relación con situaciones problema contextualizadas y con las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.

Con relación a los enunciados seleccionados y la significación de los conceptos, se desarrolló el segundo objetivo a partir de las rejillas sobre las categorías de Grice citado en Gómez (1980), para entender qué sentido se le da a la combinación en ambos textos. En el texto “Rutas matemáticas 5°” se entiende la combinación sin repetición como las posibilidades de formar grupos de un total de elementos y se trabaja la combinación siempre en relación con situaciones problema con método de conteo. En “Norma Matemáticas para pensar 5°” se entiende la

combinación sin repetición como un arreglo de elementos en el que no se considera el orden, este concepto también es presentado a partir de situaciones contextualizadas y se desarrolla por el método de conteo de diagrama de árbol.

La tematización del texto Rutas Matemáticas permite identificar que el tema del discurso de la multiplicación gira en torno a los términos de ella, estableciendo la forma $a \times b = c$ y su estrecha relación con las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva. La tematización de la combinación sin repetición consiste en las distintas posibilidades de escoger elementos en las que no importa el orden, estableciéndola mediante el método de conteo.

Por su parte, en el texto Norma Matemáticas para pensar 5° se logró evidenciar a través de la tematización que el tema central de la multiplicación es la relación de este concepto con las propiedades conmutativa y asociativa. En cuanto a la combinación, se tematizó que este discurso establece la combinación sin repetición como las maneras de seleccionar elementos en los que no se considera el orden.

A partir de las tematizaciones realizadas en ambos texto se dio cumplimiento al tercer objetivo sobre el rastreo de la combinación como parte del campo conceptual multiplicativo de Vergnaud, es de resaltar que en el libro “Rutas matemáticas 5°” se logró evidenciar una situación problema en la que intervienen tres cantidades, cada una en espacios de medida diferentes, lo que relaciona entonces la combinación con la estructura multiplicativa; cabe aclarar que esta relación sólo se evidenció en una de las preguntas de una situación problema, el libro no la hace explícita, sino que esta ha sido rastreada a partir de la tematización de los enunciados del discurso del texto.

Por su parte, el libro “Norma Matemáticas para pensar 5°” no establece relación de la combinación con la estructura multiplicativa, ya que sus situaciones problema se instauran sólo en dos espacios de medida, lo que no permite establecer la relación.

Tomando en consideración que la propuesta de este trabajo, se basa en la teoría de los campos conceptuales propuesta por Vergnaud (1990) y en cómo esta logra ampliar y enriquecer los significados y relaciones con otros objetos matemáticos en la enseñanza de las matemáticas, se tiene que la combinación se relaciona con las estructuras multiplicativas, en la medida en que existan problemas de tipo multiplicativo asociados a problemas contextualizados de la vida diaria en los que intervengan tres cantidades, donde una es el producto de las otras dos.

A partir de lo anterior se propone que los libros de texto seleccionados y que están enfocados en la educación, puedan apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; con relación a la enseñanza, y siendo el libro una herramienta para el docente, puede facilitar la enseñanza de dos conceptos y darle nuevos sentidos al concepto de combinación y así, ampliar la concepción que los estudiantes tienen del mismo. Con respecto al proceso de aprendizaje, el texto puede presentar la relación de la combinación con las estructuras multiplicativas, con el fin de que los estudiantes signifiquen por sí mismos las relaciones entre ambos conceptos, comprendan el beneficio que tiene la combinación y la multiplicación, aprendan a utilizarlos en situaciones tanto de las matemáticas como otras ciencias: la biología, química, ingeniería, etc. Finalmente, el análisis desarrollado en este proyecto nos lleva a reflexionar sobre nuestro rol como docentes, sobre los sentidos que prevalecen en los libros de matemáticas de quinto grado y cómo a partir de ellos, se pueden tomar elementos importantes para darle nuevos sentidos a la enseñanza de la combinación en relación con otros conceptos, en particular con las estructuras multiplicativas.

7 Referencias.

- Acosta, M. L., Chizner, J. A., Joya, A., & Romero, J. (2013). *Rutas Matemáticas*. Santafé de Bogotá, Colombia: Santillana.
- Arbeláez, G., Arce, J., Guacaneme, E., & Sánchez, G. (1999). *Análisis de Textos Escolares de Matemáticas*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Barrero, T. (s.f). Implicatura y Significado. *saga - revista de estudiantes de Filosofía*, 28-33.
- Batanero, C., Godino, J., & Navarro-pelayo, V. (1996). Razonamiento Combinatorio en alumnos de secundaria. España.
- Bonilla, D., & Rueda, M. (2011). Niveles de razonamiento combinatorio que demuestran estudiantes. *Ciaem*, 1-10.
- Cumbal, A., & Echeverry, M. (2014). *Análisis discursivo de dos libros de texto de grado tercero de primaria en torno al campo conceptual multiplicativo*. (Tesis de Pregrado). Universidad del valle, Cali, Colombia.
- Fernandez, E. (s. f). Razonamiento Combinatorio y el Currículo Español. España.
- Gómez, A. L. (1998). Arrastre, "implicación" y presuposición. En *Introducción a la filosofía del lenguaje de J.L Austin y sus desarrollos posteriores* (págs. 59-82). Bogotá, D.E: Biblioteca Colombiana de Filosofía.
- Gómez, A. L. (1998). Lógica de la conversación, máximas de la conversación, implicaturas y teoría de la acción. En *Introducción a la filosofía del lenguaje de J.L Austin y sus desarrollos posteriores* (págs. 147-165). Bogotá, D.E: Biblioteca Colombiana de Filosofía.
- Gómez, A. L. (2010). Argumentación y teoría de los actos lingüísticos. En *Seis lecciones sobre teoría de la argumentación* (págs. 81-98). Cali, Colombia: Alego Editores.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía* (págs. 46-94). Bogotá, Colombia: Revolución Educativa, Colombia Aprende.
- Moreira, M. A. (01 de Noviembre de 2002). *La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, la Enseñanza de las Ciencias y la Investigación en el Área*. Porto Alegre. Obtenido de www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf

- Moya, C. (2008). Aproximación al Concepto y Tratamiento de texto escolar. Colombia: Universidad Nacional.
- Ospina, M., & Salgado, J. (2011). *Configuraciones Epistémicas presentes en los libros de Tercer Grado, entorno al Campo Conceptual Multiplicativo*. (Tesis de Pregrado). universidad del valle, Cali, Colombia.
- Ospina, M., & Salgado, J. (2015). *La Enseñanza de la multiplicación como isomorfismo de medida: aproximación discursiva*. (Tesis de Maestría). Universidad del valle, Cali, Colombia.
- Parra, M. (2015). *Análisis Histórico-Epistemológico de la Iniciación de la Combinatoria Caso: Combinaciones*. (Tesis de Pregrado). Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Peña, L. (1999). El Libro de Texto como Problema de Calidad Educativa. En G. Arbeláez, J. Arce, E. Guacaneme, G. Sánchez, G. Arbeláez, J. Arce, E. Guacaneme, & G. Sánchez (Edits.), *Análisis de Textos Escolares de Matemáticas* (págs. 41-58). Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Pizarro, A. (s. f). Problemas de Matemáticas. Pruebas PISA. Combinatoria y Probabilidad.
- Roa, R. (2000). *Razonamiento Combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada*. (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.
- Ross, S. (1998). *A first course in probability*. New Jersey: Prentice Hall.
- Searle, J. (1994). Actos de Habla: Ensayo de filosofía del lenguaje. En L. Váldes Villanueva, & L. M. Váldes Villanueva (Ed.), *Una Teoría de los Actos de Habla: Métodos y Alcance* (págs. 13-30). Editorial Planeta Argentina. S.A.I.C.
- Silva, L. E. (2011). *Norma Matemáticas para pensar*. Norma.
- Taylor, S., & Bogdan, R. (2000). *Introducción a los métodos cualitativos*. paidós.
- Van Dijk, T. (1980). Macroestructuras semánticas. En T. Van Dijk, *Estructuras y Funciones del Discurso* (págs. 43-57). México: Siglo Veintiuno editores. Traducción de Myra Gann.
- Vergnaud, G. (1990). *La Teoría de los Campos Conceptuales*. CNRS y Université René. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170, Traducción Juan D Godino.
- Vergnaud, G. (1991). Los problemas de tipo multiplicativo. En G. Vergnaud, *El niño las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria* (págs. 197-223). México: Trillas.