



IMPLEMENTACION DEL SOFTWARE GEOGEBRA

En la enseñanza de la simetría axial en el grado noveno
cinco (9º-5) de la institución educativa Teófilo Roberto
potes del Distrito de Buenaventura

BRAYAN ANDRES MURILLO OBREGON
CESAR ARGENIS CAICEDO COLORADO

UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACIFICO
INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA
ÁREA DE EDUCACION MATEMATICA

LICENCIATURA DE EDUCACION BASICA CON ENFASIS EN MATEMÁTICA
BUENAVENTURA, VALLE
2017



IMPLEMENTACION DEL SOFTWARE GEOGEBRA

En la enseñanza de la simetría axial en el grado noveno cinco (9º-5) de la institución educativa Teófilo Roberto Potes del distrito de Buenaventura

BRAYAN ANDRES MURILLO OBREGON

CESAR ARGENIS CAICEDO COLORADO

Trabajo de grado para obtener el título de licenciado en educación básica con énfasis en
Matemáticas

DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO:

MARCELINO RUIZ MONTAÑO

UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACIFICO

INSTITUTO DE EDUCACION Y PEDAGOGIA

ÁREA DE EDUCACION MATEMATICA

LICENCIATURA DE EDUCACION BASICA CON ENFASIS EN MATEMÁTICA

BUENAVENTURA, VALLE

2017

	INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA Subdirección Académica	ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO
	Programa Académico <u>Educación Básica con énfasis en matemáticas</u>	Fecha

Código del programa: _____	Resolución del programa: _____	<table border="1"> <tr> <th>Día</th> <th>Mes</th> <th>Año</th> </tr> <tr> <td>6</td> <td>abril</td> <td>2018</td> </tr> </table>	Día	Mes	Año	6	abril	2018
Día	Mes	Año						
6	abril	2018						

Título del Trabajo o Proyecto de Grado				
Implementación de la Software de Geogebra en la enseñanza de la Simetría axial en el grado 9o.				
Se trata de:				
Proyecto ☐		Informe Final ☒		
Director				
Marcelo Ruiz Montano				
Nombre del Primer Evaluador				
David Benítez Mojica				
Nombre del Segundo Evaluador				
José Francisco Vallejilla Espinosa				
Estudiantes				
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto
BRYAN ANGELES	1352419	3469	bmunilloobregon@gmail.com	
MURILLO ORLEGON				
CÉSAR ALBERTO	1352503	3469	cesar.a.alcedo@gmail.com	
CAICEDO COLOPADO				
Evaluación				
Aprobado ☒	Meritorio ☐	Laureado ☐		
Aprobado con recomendaciones ☐	No Aprobado ☐	Incompleto ☐		

En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante:

Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐ Primer Evaluador ☐ Segundo Evaluador ☐

En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: _____

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes, expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).

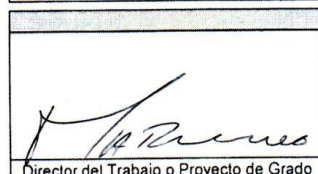
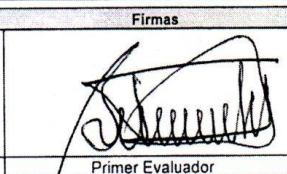
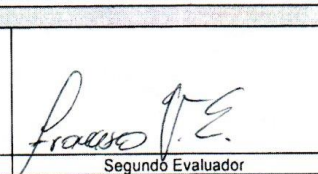
Firmas		
		
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

Tabla de contenido

RESUMEN.....	9
INTRODUCCIÓN	10
<u>CAPITULO I</u>	<u>12</u>
1.1 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	12
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	12
<u>1.3.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....</u>	<u>14</u>
<u>1.4. OBJETIVOS.....</u>	<u>14</u>
1.4.1. OBJETIVOS GENERALES	14
1.4.2. OBJETIVO ESPECIFICO	14
<u>1.5 JUSTIFICACIÓN.....</u>	<u>15</u>
<u>1.6. METODOLOGÍA.....</u>	<u>18</u>
1.7. ANTECEDENTES	21
<u>CAPITULO II.....</u>	<u>32</u>
2. MARCO CONTEXTUAL.....	32
<u>CAPITULO III.....</u>	<u>39</u>
3. MARCO TEÓRICO	39
SIMETRÍA AXIAL	65
3.1 TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS	68
3.1.2 TECNOLOGÍA DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN (TIC) EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA –EL GEOGEBRA.	71

<u>CAPITULO IV</u>	<u>84</u>
RESULTADOS	84
4.2 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS ENCONTRADOS AL APLICAR LA PRUEBA DIAGNÓSTICO. (CARACTERIZACIÓN)	
.....	89
<u>CAPITULO V</u>	<u>99</u>
5.1 DISEÑO DE ACTIVIDADES DE SIMETRÍA AXIAL MEDIADAS POR EL SOFTWARE DE GEOGEBRA	99
5.2 ANÁLISIS A PRIORI DE LAS ACTIVIDADES ENSEÑANZA DE LA SIMETRÍA AXIAL SEGÚN EL MODELO DE VAN HIELE MEDIADO POR EL SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA GEOGEBRA.....	104
ANÁLISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD INTRODUCCIÓN AL SOFTWARE.	105
5.3 ANÁLISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD ENSEÑANZA DE LA SIMETRÍA AXIAL SEGÚN EL MODELO DE VAN HIELE MEDIADO POR EL SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA GEOGEBRA	107
5.4 ANÁLISIS A POSTERIORI DE LAS ACTIVIDADES	110
<u>CAPITULO VI.....</u>	<u>118</u>
CONCLUSIONES	118
<u>BIBLIOGRAFÍA.....</u>	<u>122</u>



DEDICATORIA

*“A quienes con esfuerzos y sacrificios luchan
para lograr sus sueños”*



AGRADECIMIENTOS

Agradecemos primeramente a Dios por habernos guiado y acompañado a lo largo de nuestra formación como Licenciados en educación básica con énfasis en Matemáticas, por ser nuestra fortaleza para enfrentar cada reto educativo, por permitirnos vivir un cumulo de experiencias maravillosas.

A nuestras familias por apoyarnos en todo momento, por los valores inculcados y por la oportunidad que nos dieron para tener una excelente educación, pero sobretodo por ser nuestro apoyo, llenarnos de amor y alegría cuando lo hemos necesitado.

Mención especial tienen los docentes del Instituto de Educación y Pedagogía por contribuir a que nuestro camino hoy culmine con éxito.

A nuestro tutor Marcelino Ruiz Montaña, por su asesoría, comprensión y apoyo.

Finalmente, agradecemos a la Universidad del Valle sede Pacifico por brindarle al Distrito Especia de Buenaventura nuevos profesionales dispuestos a trabajar en pro de su educación



Nota de aceptación

Firma del Director del trabajo de grado

Firma de los evaluadores

Ciudad y fecha (día/mes/año)

RESUMEN

La implementación del modelo de los Van Hiele en la enseñanza de la geometría tiene un reconocimiento importante, debido a sus niveles y fases, permite a los docentes tener una mejor comprensión del estado en el cual se encuentran sus estudiantes. Con objeto de este trabajo, ello, posibilita una mayor disposición de información que tendría un efecto positivo, ya que se puede reorientar el proceso en el momento que no se esté alcanzando los objetivos propuestos en el aula de clase.

Unido a la implementación del modelo de los Van Hiele se utilizó el software de Geogebra para permitirle a los estudiantes y docentes la manipulación de este objeto matemático de una mejor manera y así aumentar los niveles de apropiación de los estudiantes del grado 9º5 de la institución educativa Teófilo Roberto Potes del Distrito de Buenaventura.

En la prueba diagnóstica se reflejaron las debilidades que presentan los estudiantes en el manejo de la simetría axial y desde allí se plantearon una serie de actividades de acuerdo al modelo citado, mediado por el software de Geogebra que posibilitaron la potenciación del aprendizaje del objeto matemático en los estudiantes. Finalmente, a través del análisis de otros trabajo se evidenció que, el aprendizaje de la simetría axial se puede lograr con distintos métodos y software; sin embargo, para cumplir con este propósito, los docentes deben poseer un adecuado manejo de las herramientas informáticas.

Palabras claves:

Simetría Axial, Modelo de Van Hiele, Geogebra.

La geometría ha sido considerada como uno de los pilares de formación académica y cultural del individuo, dada su aplicación en diversos contextos; su capacidad formadora del razonamiento lógico (Báez, 2007) citado por (Gamboa R. , 2010); y su contribución en el desarrollo de habilidades para visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas, conjeturar, razonar deductivamente y argumentar de manera lógica en procesos de prueba o demostración (Jones, 2002).

Camargo y Acosta (2004) señalan que el desarrollo histórico de la geometría ha estado relacionado con actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas; situación que puede utilizarse para justificar un re-direccionamiento de los procesos de enseñanza hacia el logro de una visión contextualizada de la geometría ([NCTM]., 2000) citado por (Gamboa R. , 2010).

Habría que decir también, que este trabajo aborda el estudio del proceso de instrumentación de la simetría axial mediada por el software de geometría dinámica Geogebra. Más aun, permite la contribución en la enseñanza de la simetría axial de entornos computacionales y contribuir en el aprendizaje de este objeto matemático.

De este modo, implicando las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), inciden en una forma distinta tanto de enseñar y para que el estudiante aprenda, de cierta forma se debe buscar diversas estrategias para motivar, captar el interés, y lograr que los estudiantes lleven a cabo este proceso.

Este trabajo tendrá una estructura que se presenta a continuación:

Capítulo I, se indagará acerca de la problemática que se pretende trabajar desde este proyecto investigativo, donde son consideradas las posibles causas del problema detectado, los objetivos que fueron útil como base para dar posible solución a esta problemática.

El capítulo II, está compuesto por marco contextual, donde se encuentra la siguiente información: en el distrito de Buenaventura, barrio Bellavista,

donde se encuentra la institución educativa Teófilo Roberto Potes, en el grado noveno cinco (9°5) de la jornada de la tarde.

En este capítulo se describe el tipo de estudiantes, el contexto donde se encuentran estos estudiantes, la institución educativa, las características culturales, además se encuentra una ubicación espacial donde se pretende realizar esta investigación. Es decir se hace una descripción muy detallada de los estudiantes y su contexto.

El capítulo III, está compuesto por el marco teórico, donde encontramos la definición de la simetría axial, de igual forma se muestra la mirada de algunos autores relacionan con esta investigación, los cuales muestran su postura acerca de la enseñanza de este objeto geométrico, por otro lado, se enfatiza en el impacto que tienen las nuevas tecnologías de la información y comunicación (TIC) en la educación, donde se resalta el software de geometría dinámica geogebra haciendo énfasis en las ventajas que tiene este software en la enseñanza de la geometría. Finalmente en este capítulo se hace una conexión entre el software y el modelo de Van Hiele.

El capítulo IV, donde se encuentra las actividades diseñadas para mejorar la comprensión de este objeto geométrico por parte de los estudiantes con los que se está trabajando, además, se tiene un modelo de prueba que servirá como diagnóstico para identificar las dificultades que tienen los estudiantes para la comprensión y el manejo de la simetría axial, e igualmente esta prueba servirá para corroborar si las actividades que se diseñaron fueron significativas en los estudiantes.

El capítulo V, son las conclusiones que se obtuvieron al desarrollar esta investigación. Las cuales se obtienen al realizar un análisis cualitativo y cuantitativo de la prueba aplicada antes y después de la aplicación de las actividades de refuerzo.

1.1 Problema de Investigación

De este modo será presentada la problemática de acuerdo a la investigación relacionada con nuestro objeto de estudio que es la simetría axial. Ahora bien, se ha generado una revisión al diseño Curricular de la institución como también, los resultados de la Evaluación externa realizada por el ICFES del 2016, última Evaluación hecha por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, para los estudiantes de Educación secundaria, con el propósito de determinar cómo están los estudiantes en el proceso de la geometría en general. Para llegar a tener una idea en cuanto al proceso de enseñanza del objeto matemático en las aulas de clase, hay investigaciones que tienen relación al estudio de la simetría y la utilización de la Geometría dinámica ya enfatizando procesos de enseñanza y aprendizaje de nuestro objeto de estudio, previamente que nuestra investigación es inmersa o prevé un interés en el estudio de la simetría axial mediado por el software Geogebra.

1.2 Descripción del Problema

La comprensión de la simetría es importante, debido a que permite que el sujeto comprenda fenómenos relacionados con su cotidianidad, y estas le ayudan a desarrollar el pensamiento espacial el cual es esencial para la actividad matemática como expresa (GARCIA, 2014). La geometría se puede considerar como un instrumento reflexivo que le permite al ser humano resolver problemas de diversa índole y comprender un mundo que le ofrece una amplia gama de variadas formas geométricas, en cada uno de los escenarios que lo conforman, sea este natural o artificial.

Sin embargo las dificultades asociadas a la enseñanza de la simetría están relacionadas a diferentes aspectos, entre estos tenemos.

La enseñanza tradicional de la geometría enfatiza el estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas, (GARCIA, 2014). Se puede ver que en la mayoría de las instituciones educativas limitan la enseñanza de la geometría a construcciones realizadas con figuras geométricas, construcciones que realiza el estudiante y que al final no le encuentra ningún sentido.

Debido a estas dificultades, varios autores expresan que es importante trabajar los objetos geométricos a partir de herramientas tecnológicas porque estas permiten que el estudiante tenga un acercamiento diferente a los objetos matemáticos, que facilite su comprensión.

A lo largo de nuestra experiencia como estudiantes y docentes en el área de educación matemática se ha logrado evidenciar que algunos docentes le dan privilegio a las asignaturas tales como aritmética, álgebra, trigonometría, cálculo y en algunas instituciones educativas más estructuradas análisis, dejando de lado en muchas ocasiones la geometría y la estadística.

Esta situación implica que se dejen de lado algunos temas importantes en estas áreas, como por ejemplo, en geometría los docentes por la falta de tiempo se enfocan en temas relacionados con figuras planas y en algunos casos figuras tridimensionales abarcando solo lo relacionado con las áreas, perímetros y volúmenes, dejando de lado la simetría axial, tema que es de vital importancia en la enseñanza de la geometría en secundaria (Braga, 1991).

1.3.2. Formulación del Problema

¿Cómo mejorar el aprendizaje de la simetría axial en los estudiantes de noveno cinco (9º-5) de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes del Distrito de Buenaventura?

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivos Generales

Fortalecer el aprendizaje de las nociones de Simetría Axial mediante el uso del software de geometría dinámica Geogebra en los estudiantes de educación secundaria del grado noveno cinco (9º-5) de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes del Distrito de Buenaventura.

1.4.2. Objetivo Especifico

- ✓ Diagnosticar el aprendizaje de la simetría axial en los estudiantes del grado 9º5 de la institución educativa Teófilo Roberto potes
- ✓ Caracterizar las dificultades de la simetría axial de los estudiantes del grado noveno cinco (9-5) de la institución educativa Teófilo Roberto Potes.
- ✓ Diseñar actividades haciendo uso del geogebra que permitan el fortalecimiento de las nociones básicas de la simetría axial de los estudiantes del grado noveno cinco (9-5) de la institución educativa Teófilo Roberto Potes.

1.5 JUSTIFICACIÓN

Hasta hoy, la mecánica utilizada con relación a la enseñanza de la geometría se ha centrado inicialmente en darles a los estudiantes una definición o teoría visual simple, para luego resolver ejercicios siguiendo patrones fáciles con las herramientas que generalmente se utilizan en este campo, sin que ellos siquiera comprendan, en ocasiones, lo que están haciendo, y en general no se desarrolla la capacidad creadora, cognitiva e intelectual del estudiante.

La sociedad ha generado una serie de expectativas en cuanto a la ilustración de las matemáticas que determinan la historia de la misma. De este modo, a las matemáticas y sus aplicativos se les conceden un valor formativo inmenso y de gran utilidad práctica, además de considerárseles uno de los ciclos de la formación fundamental de los alumnos.

Los resultados de las pruebas saber 9 del 2016 muestran que el desempeño de los estudiantes del grado noveno fueron los siguientes:

En insuficiente están 32%, en mínimo 56%, satisfactorio 12% y el 1%; dicho esto se presenta el 88% de los estudiantes están en los más bajos desempeños lo que indican que no tiene las competencias necesarias para desarrollar actividades que tengan que ver con matemáticas. También hay que hacer claridad que dichas pruebas tiene un alto contenido de geometría y estadísticas, las cuales en muchos de los planes de área las toman como un capítulo dichos objetos matemáticos.

De acuerdo a los lineamientos curriculares, más exactamente a la matriz de referencia del grado noveno, en el componente espacial métrico y la competencia del razonamiento, el Ministerio de Educación Nacional establece como contenido fundamental la simetría axial. Por lo anterior, para facilitar el manejo adecuado en segunda dimensión, se decidió implementar el software de aplicación Geogebra y el modelo de Van Hiele.

Este software es de suma importancia ya que permite que el estudiante manipule el objeto matemático directamente, y pueda analizar características y propiedades que hacen que éste sea único; y que, acompañado con el modelo, permite trabajar el contenido por fases para buscar una mejor metacognición de los estudiantes objetos de este trabajo.

Atendiendo la necesidad que la sociedad plantea, de tener personas competentes para vincularse al mundo académico o laboral mediado por las NTIC, este proyecto propende llegar a mejorar el aprendizaje de la simetría axial con el software de geometría dinámica Geogebra en los estudiantes del grado noveno cinco (9º-5) de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes del Distrito de Buenaventura.

El grado noveno cinco (9º-5) fue escogido debido a la conversación que se tuvo con el docente y el cual manifestó que era el grupo que mayor dificultad tenía en la comprensión de lo geométrico.

Trabajando con el software de Geogebra los estudiantes a parte de comprender de una manera más interactiva la geometría, también cambiarán la perspectiva del uso de la tecnología que, para ellos no es más que las redes sociales. Este trabajo les ampliará su horizonte en cuanto al uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC).

En la matriz de referencia del grado noveno se puede notar que el pensamiento espacial se enfatiza en las transformaciones de simetría axial en los aprendizajes de este grado; según esta, las evidencias buscan que el estudiante:

- Determine y justifique las propiedades que se conservan en una figura al aplicar una transformación simétrica.
- Describa características de una figura luego de aplicar movimiento o transformación.

Por otro lado el software dinámico de Geogebra posee todas las herramientas que posibilitan al estudiante realizar una transformación simétrica directamente, tales que, permitan al estudiante construir un mejor conocimiento del proceso.

En ese sentido, podemos realizar la unión de la enseñanza de la simetría con la utilización del software, con el fin, que el estudiante logre experimentar, manipular y tener un acercamiento directo con el objeto matemático, para comprender sus características y saber cómo funciona. Si el estudiante puede observar y manipular el objeto matemático como es la simetría axial, podrá describir, la mayoría de características que conserva una figura al aplicar una simetría.

La comprensión de la simetría en el plano cartesiano le sirve al estudiante para desempeñar diferentes labores, puesto que, existen diversas actividades relacionadas con el entorno y la cultura matemática. Una de ellas se refiere a diseñar; todas las culturas diseñan cosas, cada una de manera diferente y la cantidad de formas diseñadas también difiere notablemente de una cultura a otra. Lo que se diseña depende de la necesidad percibida. El diseño de objetos ofrece la posibilidad de imaginar formas, figuras y pautas en el entorno (Bishop, 1999)

Comprender la simetría le ayuda al estudiante a diseñar diferentes elementos asociados directamente a su cultura, tales como: artesanías, edificaciones, construcciones de viviendas, obras civiles, entre otras, que en esencia se caracterizan porque necesitan transformaciones simétricas para facilitar su construcción o elaboración.

Por otro lado, la comprensión de transformaciones simétricas, es necesarias en otras áreas como: geografía, para la comprensión de los movimientos en el sistema solar; la arquitectura para comprender los diseños de diferentes obras etc.

Además, hay que mencionar que esta investigación puede llegar a hacer un aporte a la didáctica de las matemáticas. Teniendo en cuenta a Guy Brousseau la didáctica de las matemáticas se encarga de estudiar las formas en la cual se enseña un objeto matemático, es decir, todos los métodos que puedan servir de mediador para que un estudiante comprenda un objeto matemático definido. Podemos asociar esta idea de Brousseau con la presente investigación, puesto que con el software de geometría dinámica se busca una forma más metodológica y práctica para que los estudiantes se apropien de este objeto.

1.6. Metodología

La metodología surge como parte del proceso de una investigación, en la ejecución de un proyecto investigativo; con el objetivo de dar a conocer dicha información que consiste en reconstruir un trabajo en nuestra realidad. Con frecuencia se basa en métodos de recolección de datos para tener más exactitud en lo que se realiza.

Para efectuar este trabajo se utilizará una metodología de tipo cualitativa; por tal razón, se busca evidencias de trabajos de simetría axial que estén diseñadas con el Software de aplicación para implementar en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes. Hay que mencionar además, que en este sentido interesa describir, reconocer, interpretar y fundamentar teórica y metodológicamente el diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría axial.

Se determinarán fichas de recolección de datos, como la aplicación de entrevistas, observación a los estudiantes en el aula de clase. La forma de recolección de información es la entrevista estructurada, donde se realizarán preguntas como: ¿Qué entiende como simetría axial? ¿Sabe que es el software Geogebra?: y poder realizar una observación mientras se encuentren frente a la elaboración de este conocimiento, haciendo un análisis que evidencie el aprendizaje que obtendrán a partir de este software. La población seleccionada corresponde al grado noveno cinco (9°5) en la básica secundaria de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes, donde se va a trabajar cada uno de los procesos de la simetría axial en el Geogebra.

Para alcanzar el primer objetivo específico se realizó una prueba diagnóstica donde se evidenció el conocimiento que los estudiantes tienen acerca de simetría axial, así como las habilidades y destrezas para el uso adecuado del software. Este diagnóstico permitió conocer el estado en el cual se encontraban los estudiantes objetos de este estudio y servirá de base para hacer la caracterización.

Para alcanzar el segundo objetivo se desarrolló la caracterización de los conocimientos, las habilidades y destrezas, e identificó las fortalezas y debilidades que tiene los estudiantes del grado 9º5 en el manejo del eje temático de la simetría axial y del software Geogebra. Esta caracterización se compartió con el docente titular del área y se contó con su participación para el diseño de las actividades.

En el tercer objetivo específico se diseñaron las secuencias didácticas para la enseñanza de la simetría axial con el software Geogebra, siguiendo las fases del modelo de Van Hiele, que permita a los estudiantes adquirir un conocimiento más claro ante este proceso de aprendizaje. Con estas actividades los estudiantes desarrollarán de manera consciente las instrucciones para adquirir los conocimientos necesarios de dichas estructuras simétricas, de tal forma que llegaran a un conocimiento más profundo ante la temática presente.

La metodología se divide en tres fases.

Fase 1. En esta fase se hará una observación no participante donde se pretende identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes del

grupo, acerca de la simetría axial en el plano cartesiano, para así tener elementos para construir las actividades que se desarrollaron por los estudiantes del grupo.

En esta primera fase el docente estuvo trabajando con el grupo en el aula de clase, donde él le explicó detalladamente que se entiende por simetría en el plano cartesiano, esto se realizó en una sesión de clase de una hora con el grupo. Para la siguiente sesión, el docente dividió el grupo en dos; uno que recibirá el nombre de grupo experimental y el otro de grupo control.

Al trabajar la simetría con el grupo control en una clase magistral mediada por las fases del modelo de Van Hiele, en la cual, se trabajaron estos objetos a papel y lápiz y con la explicación que realizó el docente en el tablero. Con el grupo experimental, el docente le explicó en que consiste el software de geometría dinámica Geogebra y posteriormente la simetría axial desde este software, es decir. Todas las construcciones se realizaron en geogebra.

- **Fase 2.** En esta fase se realizó una caracterización mediante actividades relacionadas al concepto de simetría axial en el plano, si bien, se aplicó una prueba con el mismo rigor de complejidad, las construcciones que se plantearon en la prueba se realizaron en hojas milimetradas.

- **Fase3.** En esta fase se analizó mediante el diseño de las actividades con el software de aplicación geogebra el fortalecimiento que se tuvo con las nociones de la simetría axial en el plano cartesiano.

Hay que decir, que tanto las actividades del diagnóstico como las empleadas en las clases con los estudiantes fueron tomadas del trabajo de grado de lesly Maldonado Rodríguez (Maldonado, 2013).

1.7. Antecedentes

Fundamentalmente en esta parte del trabajo se relacionan cuatro (4) trabajos que tienen que ver con la tematica propuesta de la mejora de la enseñanza de la simetria Axial con el modelo de Van Hiele mediados por el software de Geogebra, entre dichos trabajos se encontró que uno realizado por Lesly Maldonado Rodriguez en el 2013, tiene como nombre Enseñanza de las Simetrías con uso de Geogebra según el modelo de Van Hiele, su objetivo general fue establecer la relación entre el aprendizaje de las Simetrías de los estudiantes de primero medio y el uso de guías de aprendizaje que integra el modelo de Van Hiele con el software Geogebra.

La conclusión que llego en ese estudio muestra que el uso de la guía de aprendizaje que integra el modelo de Van Hiele y geogebra potencian las habilidades de los estudiantes.

El segundo trabajo encontrado fue el de Baltazar Ramon y Martin Acosta denominado Enseñanza y Aprendizaje de la simetria Axial a través de la situaciones Didacticas utilizando Cabri como medio, este trabajo buscaba reflexionar sobre el impacto de ese uso en el aprendizaje de los estudiantes y en las intervenciones en clase, como parte de la práctica del profesor.

Las reflexiones a las cuales llego fueron las siguientes:

Una vez terminadas las fases de experimentación y análisis a posteriori de este proyecto es importante Considerar tanto los aciertos como algunas dificultades que como docentes debemos considerar al hacer parte activa de este tipo de experiencias. Con ellos intentar dar algunas respuestas desde mi experiencia a las tres preguntas planteadas en este trabajo de profundización.

¿Cómo mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en los estudiantes de educación básica?

En cuanto a mi labor como docente del área de matemáticas esta experiencia me ha permitido muchos momentos de reflexión sobre las formas y estrategias que estoy

utilizando para enseñar matemáticas. Considero relevante que se hace necesario cambiar las estrategias del proceso de enseñanza de las matemáticas, con el fin de generar mejores espacios de aprendizaje en mis estudiantes. Como profesor creo que debemos dedicar mucho más tiempo al preparar y planear las actividades para las clases. Es necesario que las actividades propuestas a los estudiantes realmente les permitan reflexionar, hacer uso de sus conocimientos previos, intercambiar ideas y estrategias de solución y decidir si lo que dicen o hacen está bien o mal. Al finalizar esta experiencia considero que los estudiantes sí pueden construir su propio conocimiento, proponen estrategias de solución y a través de diversas formas de experimentación y pruebas, verifican esas estrategias.

Por otro lado pienso ahora que los docentes no debemos mostrar y entregar las soluciones a las tareas o problemas planteados; más bien, debemos ser cuidadosos en la manera como intervenimos y dialogamos con los estudiantes cuando enfrentan dichas tareas y problemas; con una intervención adecuada y sin decirles si lo que ellos hacen está bien o está mal es posible lograr que ellos mismos tomen conciencia de que lo que hicieron o dijeron está bien o está mal.

La clase de matemáticas no debe estar centrada en el docente sino en los estudiantes, ellos se deben interesar por construir su propio conocimiento, deben aceptar la idea que siendo protagonistas activos, desarrollan sus capacidades cognitivas y pueden mejorar su capacidad para comunicar lo que piensan y lo que hacen, que son capaces de decidir y juzgar su trabajo y el de los otros, en otras palabras que tengan criterios propios para reconocer sus aciertos y sus errores. Además, que piensen que la clase de matemáticas se debe convertir en un espacio de participación, respetando a los demás, compartiendo sus opiniones y experiencias, llegando a acuerdos. Para lograrlo, el profesor debe tener claro que no debe convertir este momento en un espacio tipo concurso, donde él plantea preguntas y espera que los estudiantes le entreguen como respuesta palabras y términos propios del saber matemático, sino interesarse en las formas de pensar de sus estudiantes, intentando comprender lo que ellos tratan de comunicar, y verificando que los otros estudiantes también comprenden esas ideas.

Por otra parte, en la puesta en común el profesor debe buscar que los estudiantes tomen conciencia de sus propios procesos de pensamiento, de las posibles insuficiencias de sus estrategias o de la formulación de las mismas, para explicitar de manera clara los

elementos que permitirán institucionalizar el saber. Debe mantener la discusión colectiva alrededor de los problemas planteados, buscando llegar a acuerdos sobre las estrategias que permiten resolverlos.

En cuanto a la segunda pregunta ¿Cómo usar las herramientas informáticas en el proceso de enseñanza para lograr un mejor aprendizaje de la geometría?

En cuanto al uso del software en la clase de matemáticas, hay que reconocer que se convierte en una herramienta que les permite a los estudiantes aprender sin necesidad de que el profesor les diga qué es lo que deben aprender. Al interactuar con el software van descubriendo las propiedades y características matemáticas y geométricas que están en juego en el problema propuesto. Identifican fenómenos visuales que pueden presentar las figuras como se pudo ver en esta experiencia relacionada con la simetría axial: movimientos opuestos, desplazamientos y giros que hicieron posible el desarrollo de la tarea.

Por otro lado el software permitió a los estudiantes durante la fase didáctica compartir sus conocimientos, proponer estrategias, tener un diálogo más directo para poder, sugerir, experimentar y comprobar si lo que ellos decían o hacían era cierto o no. El software les permitió mostrar y compartir diversas estrategias de solución en las puestas en común y garantizar frente a los compañeros que ellos tenían la razón o aceptar que estaban equivocados. Con todo esto el software propicia el diálogo, el intercambio de ideas y conocimiento. Además, permite al docente que varios estudiantes participen y construyan e intercambien conocimientos en los diversos momentos del desarrollo las actividades.

Observando las diversas formas de interacción de los estudiantes con el software fue posible reconocer que ellos hicieron sus propios procesos de validación, que el docente no intervino en la fase didáctica para afectar el proceso de construcción de conocimiento, es decir permitió que los estudiantes decidieran si lo que hacían o decían estaba bien o estaba mal. En cuanto al proceso de devolución el docente hizo posible con sus intervenciones que los estudiantes resolvieran la mayor parte de tareas asignadas. No interrumpió sus procesos de validación, se abstuvo de emitir juicios para interrumpir los procesos de validación de sus estudiantes. Este tipo de intervenciones son posibles gracias a las características, herramientas o servicios que ofrece el mismo software.

Esto les permitirá entonces realizar procesos de validación positiva, es decir, decidir que algunas estrategias si les permiten una solución de las tareas o problemas asignados por el profesor, o por el contrario hacen una validación negativa al observar que sus estrategias no les permiten solución por lo que deciden cambiar o modificar sus estrategias.

El docente que trabaje o replique este tipo de experiencias, debe conocer muy bien diversas formas de administración y uso de las herramientas y recursos que posee el software; como se observó al hacer el análisis de las actividades, algunas herramientas que no debieron estar disponibles afectaron el desarrollo de las tareas.

Independientemente de todo lo anterior, creo que el software Cabri como medio fue un recurso muy valioso en esta experiencia y me permitió reconocer que el desarrollo de las actividades en su gran mayoría favoreciera los aprendizajes por adaptación en los estudiantes y la posibilidad de intercambiar conocimiento tanto en la fase didáctica como en las puestas en común como la posibilidad de hacer un proceso de institucionalización adecuado.

Respecto a la tercera pregunta ¿Cómo orientar teóricamente las prácticas de enseñanza que se quieren desarrollar?, considero pertinente destacar:

Que una de las tareas que me propuse con esta experiencia fue hacer un análisis y hacer un estudio profundo y detallado tanto de la propuesta del Proyecto Institucional de Geometría Dinámica proporcionado por el grupo Edumat, de la Universidad Industrial de Santander relacionado con la simetría axial, como de los aportes que me ofrecía la Teoría de Situaciones Didácticas como soporte teórico y la Ingeniería Didáctica como estrategia metodológica. Al principio me propuse ser muy juicioso con estos estudios, pensé que había hecho una muy buena apropiación tanto del proyecto como de los soportes teóricos y metodológicos. Luego de desarrollar la fase de experimentación y de terminar el análisis a posteriori encontré que no hice una adecuada apropiación de los procesos sugeridos en el proyecto, olvidé algunos momentos importantes en la experiencia y no recolecté algunas evidencias importantes como por ejemplo la puesta en común de la actividad No. 2 y las puestas en escena de las series 3-7 y 4-7 posiblemente no fueron bien desarrolladas. En otros momentos me afané más por que los estudiantes simplemente se concentraran en dar la solución y cuando ellos no la encontraron decidí intervenir mostrando las

soluciones. Todo esto me ofrece la posibilidad de reconocer que como profesor tuve algunas dificultades en cuanto a la apropiación de la teoría, que se hace necesario hacer un estudio bien riguroso de dicha fundamentación teórica y además, reconocer que el proceso de enseñanza y aprendizaje no es sencillo, siempre tendrá un alto grado de complejidad.

Es necesario reflexionar y aceptar que aunque para el profesor es muy complejo atender tantos aspectos, no solo los relacionados con sus procesos teóricos, sus estrategias pedagógicas y didácticas, además garantizar que se cuente con todos los recursos físicos, técnicos y humanos y que deba atender al tiempo todas las dificultades de tipo convivencia al interior de la clase. En fin, reconocer que el proceso de enseñanza y aprendizaje se torna tan complejo, pero considero, es un compromiso de todos los docentes que no desfallezcamos en intentar mejores condiciones y recursos para garantizar nuestros procesos de enseñanza y la posibilidad de garantizar los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

En cuanto a mi desempeño profesional, como profesor debo reconocer que esta experiencia además de permitirme reflexionar y poner en marcha otras estrategias que me permitan una modificación de mis prácticas pedagógicas, replantear otras formas de interacción y diálogo con mis estudiantes, hasta de mis formas de evaluación. Actualmente valoro más el trabajo y las intervenciones de mis estudiantes, ofrezco diversos momentos en los cuales ellos tienen la posibilidad de participar más activamente en el desarrollo de las clases y contenidos tratados. Algunos de ellos ya son conscientes y reconocen que pueden decidir si lo que piensan o dicen está bien o no, sin la intervención del profesor. En diversos momentos sugiriendo trabajos grupales ellos intercambian ideas, estrategias y conocimiento, es decir estoy poniendo en práctica las puestas en común. En otras palabras mi clase y las formas de relacionarme con ellos han cambiado notablemente. Actualmente estoy poniendo en práctica las orientaciones y aspectos teóricos de la Teoría de las situaciones Didácticas.

Para terminar estas reflexiones quiero destacar que esta experiencia me ha permitido un crecimiento como profesional y como ser humano; ya que me dio la oportunidad de actualizarme, de compartir mi trabajo y de dar a conocer avances, aciertos y dificultades a otras personas que al igual que yo nos interesamos en los procesos de enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Me dio la oportunidad de participar en eventos



de talla internacional, como lo fueron el Congreso Cabriword 2014 e IberoCabri 2014 desarrollado en la Universidad de Medellín y el 22

Encuentro de Geometría y sus aplicaciones en la Universidad Pedagógica Nacional en la ciudad de Bogotá en junio de 2015. Este tipo de participaciones junto a otras como el I Encuentro de Educación Matemática en el año 2014 organizado por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y varios eventos al interior de la institución donde laboro, me han dado la oportunidad de compartir y socializar esta interesante experiencia, además de conocer otras interesantes formas de trabajo que se están desarrollando en beneficio de la educación matemática.

Esta experiencia me ha permitido trabajar estos dos últimos años de formación en la maestría con mayor entusiasmo para lograr dotar y ubicar todos estos recursos en un aula exclusiva para el área de matemáticas, trabajo que vengo liderando en mi institución desde hace unos cuatro años.

Por otro lado aceptar que el desarrollo de la experiencia se vio afectado por la organización institucional, ya que en varias ocasiones tuve que aplazar el desarrollo de las actividades, ya que las clases planeadas para el proyecto se veían afectadas por izadas de bandera, actos culturales y en otras ocasiones porque no se contaba ese día con la presencia de los estudiantes. Este factor fue uno de los que afectó notablemente el normal desarrollo de las actividades.

La fases de análisis de resultados y elaboración del documento final, también se vieron afectadas en varias ocasiones por los compromisos que como docente tengo en el Colegio Las Américas, I.E.D., lo que me permite reconocer que no es fácil este tipo de trabajo y sería importante entonces sugerir a la Secretaría de Educación de Bogotá, que para un docente no es tan fácil responder con los compromisos laborales y los compromisos académicos de su proceso de formación, pero que hacemos el mejor de los esfuerzos.

A pesar de todos estos momentos de dificultad y en la fase de cierre y presentación de este informe final, considero que he mejorado notablemente mis condiciones personales y profesionales, espero que esto redunde en un beneficio directo para mis estudiantes; considero que la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, realmente aporta elementos muy importantes que favorecen los procesos de enseñanza y aprendizaje

en la clase de matemáticas. Que como lo dice la teoría es posible aprender tanto de los aciertos como de las dificultades.

Transcritas las reflexiones hechas por Baltazar y Acosta se presenta a continuación las conclusiones a la cuales los autores de este trabajo llegaron:

En el análisis hecho hasta el momento se ha encontrado que los estudiantes han logrado la construcción de conocimiento geométrico a través de las situaciones didácticas propuestas, y han desarrollado habilidades comunicativas, utilizan diversas formas de expresión y evidencian la asimilación de los conceptos y procesos geométricos relacionados con las actividades. Se observa un alto nivel de motivación y participación en los estudiantes y un buen ambiente de diálogo y respeto.

Respecto de las dificultades para el desarrollo del proyecto podrían mencionarse: problemas de disponibilidad de los recursos informáticos y tecnológicos necesarios para el desarrollo de la actividad (e. g., cámaras, proyector, sala de computadores). No se han experimentado dificultades en lo didáctico, metodológico o matemático.

Las oportunidades de interacción de los estudiantes con el software, el profesor y sus compañeros hacen posible el desarrollo de habilidades comunicativas y la construcción de conocimiento geométrico.

El diseño de las actividades permite que el docente abandone un rol de trasmisor de conocimiento y se convierta en un facilitador de la construcción de conocimiento en los estudiantes.

Para terminar con los antecedentes de esta investigación se hará referencia al trabajo de Gloria Eugenia Rojas Sánchez que lo tituló Diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría axial en grado séptimo de educación básica desde el enfoque de la enseñanza para la comprensión.

El trabajo se orientó a Fundamentar teórica y metodológicamente el diseño y evaluación de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría axial, en grado séptimo de Educación Básica en la Institución Educativa Pichindé (IEP) del sector rural de Cali, desde el enfoque de la enseñanza para la comprensión (EpC).

Al realizar este trabajo se pudo dar respuesta al problema de indagación, al diseñar una secuencia didáctica desde el marco conceptual de la EpC, al integrando cada uno de los elementos constitutivos de este enfoque didáctico, como son: el hilo conductor, el tópico generativo, las metas de comprensión, así como los desempeños de comprensión para cada una de las etapas de su desarrollo, a saber: Etapa de exploración, etapa de investigación guiada y etapa de síntesis y aplicación.

El primer objetivo propuesto en el desarrollo de este trabajo, se pudo alcanzar al integrar los aspectos teóricos y metodológicos de la teoría del diseño de Situaciones Didácticas, al identificar los agentes que intervienen en el diseño de una SD, y establecer cómo las actitudes del profesor generan efectos negativos en la aplicación de una SD; integrando a la vez la riqueza de la Teoría de la EpC, al establecer las dimensiones que articulan la comprensión y sus niveles de comprensión; uniendo los aspectos metodológicos del proceso de acción y reflexión, para cualificar el proceso de enseñanza aprendizaje en tres fases o momentos: El antes (fase pre activa), el durante (fase interactiva) y el después de la enseñanza (fase post activa).

En cuanto al segundo objetivo propuesto, se puede concluir que la EpC aportó una panorámica amplia y rica, al establecer una metodología para determinar el nivel de comprensión de los estudiantes, al definir unos criterios claros que facilitan la identificación de fortalezas y debilidades en el proceso de enseñanza aprendizaje, al evaluar las dimensiones de contenidos, métodos, propósitos y formas de comunicación y poder definir unas escalas valorativas más allá de un simple número que califica al estudiante como aprobado o no; sino que se reflexionó sobre el avance en el alcance de la meta de comprensión y si las estrategias empleadas fueron efectivas para dicho fin.

Los resultados obtenidos en los niveles de comprensión al evaluar los desempeños de los estudiantes fueron satisfactorios, aunque la rejilla de análisis contempló los resultados de una situación final, en las situaciones intermedias se observó cómo, más del 90% de los estudiantes se desempeñó correctamente (situación 7) en tareas de nivel inicial; y cuando a la tarea se le elevó el grado de dificultad al

colocar el eje de simetría inclinado de un 50% se alcanzó un 88% de éxito en la tarea.

En referencia al tercer objetivo, al diseñar una secuencia didáctica desde el marco conceptual de la EpC para la enseñanza de la simetría axial, se pudieron determinar los errores que subyacen al aprendizaje de esta transformación; corroborando los errores que han sido determinados por los estudiosos del tema, y encontrando otros errores adicionales cuyo origen se puede atribuir a dificultades ocasionadas por la docente en la redacción de las consignas o falta de claridad en las orientaciones dadas a los estudiantes; como también dificultades cognitivas propias de los estudiantes o simplemente falta de atención de éstos.

Al realizar este trabajo se pudo reconocer la complejidad del marco conceptual de la EpC. Se requiere mucho trabajo y ajustes continuos para comprender y aplicar esta metodología de enseñanza, lo cual implica tiempo para adquirir las destrezas necesarias por parte del docente, como también que exista una filosofía institucional que permita aplicarlas a cabalidad y un compromiso e interés de parte de los estudiantes para construir su comprensión.

Los resultados sugieren que diferentes factores como el contexto de los estudiantes, sus saberes previos, sus intereses, habilidades y/o debilidades, la pericia del docente y la naturaleza de la asignatura influyen en el nivel de comprensión alcanzado por los estudiantes, aspectos que ameritan una investigación más profunda.

A partir de este trabajo no se puede afirmar de manera contundente que exista una relación causa efecto entre la pedagogía de la EpC y el desempeño de los estudiantes, pero los hallazgos instan a continuar con el estudio, con la aplicación del método; generándose una gran expectativa a la espera de otros resultados al aplicar nuevamente la secuencia didáctica, al corregir algunas fallas detectadas e implementar nuevas estrategias que la enriquezcan.

Enseñar utilizando la EpC, es un proceso que requiere mayor tiempo que el utilizado al enseñar mediante la cátedra magistral o en la enseñanza tradicional, motivo por el cual es necesario repensar el currículo identificando sus partes esenciales que son indispensables para que el estudiante comprenda. Teniendo presente que no es posible comprender todo acerca de un tópico, la EpC

propone ir más allá de comprender unos tópicos, su propósito es que el estudiante aprenda a comprender. De allí que las decisiones que toma el docente, antes y durante el desarrollo de la secuencia didáctica son decisivas y fundamentales para el aprendizaje y por tal motivo, se hace evidente, en una buena enseñanza, cómo el docente es el encargado de moldear y configurar su propio método.

Considerando la importancia de la tarea que tiene el maestro, ésta se debe realizar con mucha responsabilidad y seriedad; en este aspecto en la ejecución de este trabajo se pudo experimentar la bondad al aplicar el diseño metodológico, en sus fases pre-activa, activa y post activa. Se comprobó que existirán variaciones y contingencias en su desarrollo, pero en la medida de que se planifique y aplique el diseño metodológico se cumplirá la docente labor de manera cabal.

El diseño de la secuencia didáctica fue toda una experiencia enriquecedora, en el trazado del camino a ser recorrido por los estudiantes para llegar a los desempeños de comprensión esperados, se partió desde una historia romántica, que involucraba una majestuosa construcción simétrica, siguiendo con una travesía al reconocimiento de la presencia de la simetría axial en el cuerpo humano, en los animales y en las plantas. Se propuso a los estudiantes construir el concepto de simetría desde una obra artística, para posteriormente a través del dibujo de diferentes figuras simétricas, donde se incluyeron figuras geométricas y figuras humanas, establecer las propiedades que se cumplen en la simetría axial. En esta secuencia se utilizaron desde lápiz, papel y reglas; como también una herramienta manipulativa para la construcción de la simetría axial e incluso se utilizaron recursos de la tecnología e informática. Notándose el mayor interés de parte de los estudiantes ante los aplicativos virtuales, en segundo lugar su participación fue muy positiva al realizar las tareas de dibujo, percibiéndose menor interés en las situaciones que implicaban solamente la expresión oral.

Al plantear la evaluación final en términos de la expresión oral de los estudiantes en sus exposiciones, se involucran aspectos como el temor tanto a hablar en público como a ser registrado por la cámara de video, circunstancias que pudieron afectar los resultados finales al no considerar los resultados parciales del proceso.

El hecho de registrar de manera fílmica para documentar la experiencia, permitió a la autora de este trabajo observar sus aciertos y desaciertos y reflexionar en torno a ellos, lo cual ha sido supremamente enriquecedor en su labor docente. Al hacer estas observaciones, la autora se plantea algunos interrogantes, puntuales y otros generales, por ejemplo:

¿Cuáles son las dificultades de aprendizaje que presentan los estudiantes y les impiden alcanzar los desempeños de comprensión?

¿Cuáles son los tópicos generativos fundamentales de las matemáticas que deben ser estudiados utilizando la EpC?

¿Cómo se debe reestructurar el currículo de matemáticas de la IEP para implementar la EpC en todos los grados?

¿Cuáles serán los resultados si los estudiantes manipulan individualmente los aplicativos diseñados en GeoGebra?

La EpC, propone que la evaluación diagnóstica se plantee entre el docente y los estudiantes, ¿Cómo formularían los estudiantes la evaluación diagnóstica?

¿Si se publican o se hace mayor énfasis en las metas de comprensión, cómo cambiaría el desempeño de los estudiantes?

2. Marco Contextual

En este apartado del documento se realiza una descripción de la población, ubicación espacial de la institución educativa Teófilo Roberto Potes, en la cual se realizó la investigación, como también se incluyó la reseña histórica, la visión y misión de la institución educativa y el tipo de estudiante con el que se va a trabajar.

Virgilio (2006), plantea que es importante tener en cuenta el marco contextual de una investigación ya que en este se encuentra los ámbitos de acciones específicas, dado el carácter del fenómeno a estudiar, pero no deja de tener su universalidad dentro de los temas referidos a la actuación del profesorado universitario en la enseñanza y los fundamentos científicos que sustentan sus tareas en el ámbito educativo. Además el marco contextual ubica al lector en cuanto al ámbito espacial, ámbito temporal y ámbito de investigación. (Virgilio, 2006).

Institución Educativa Teófilo Roberto Potes

Generalidades

Razón social: Institución Educativa Técnica Comercial Teófilo Roberto Potes.

Resolución 0375 DE ABRIL 12 DE 2007

DANE: 176109001806

Fundación: 28 de noviembre de 1975.

Fundadora: Nelly Silva de Yung.

Dirección: Carrera 47 No. 5 – 17 Buenaventura – Bellavista.



Teléfonos: 24-25469 - 24-39278 - 24-25469.

Telefax: 24-25469.

Escritura pública N°:145 de febrero de 2001.

NIT: 800233133-0.

Código ICFES: 018036.

Código DANE.176109001806.

Comuna: 8.

Calendario: A.

Jornada: Matinal, Vespertina y Nocturna.

Modalidad: Técnica. Especialidad en comercio.

Reconocimiento oficial: 347 de junio 9 de 1999.

Área total: 4.054 M. 29 cm².

Capacidad: 4.200 estudiantes

Reseña histórica de la institución Educativa Teófilo Roberto Potes

Esta institución nace de la división presentada en el Liceo Femenino del Pacífico, gracias a la iniciativa del doctor Eusebio Muñoz Perea en ese entonces Secretario de Educación (q.p.d.), mediante decreto 0970 de Agosto 12 de 1975, el cual fue firmado por el doctor Raúl orejuela Bueno (q.p.d.) en calidad de Gobernador.

El Teófilo Roberto Potes empezó sus labores en forma insipiente en todos los aspectos, especialmente en la parte locativa, la cual pudo sortear gracias a la benevolencia de la escuela Luis Ablanque de la Plata y la escuela Santa Terecita, entidades que con gran altruismo facilitaron sus aulas a la naciente Institución.



El 28 de noviembre se le entrega al colegio su propia sede ubicada en el barrio Bellavista y es allí cuando empieza su autonomía. En tales condiciones, se efectúan la primera visita para la aprobación de la Básica Se Secundaria, esto se hizo mediante la resolución No. 2395 de Mayo 3 de 1976.

El colegio continua su acenso y empieza a convertirse en líder en la enseñanza del Comercio, pero era necesario ratificar su calidad; para ello debía ser aprobado en todo su ciclo de enseñanza media 6° a 11°. Prácticamente la vista, se logró la aprobación mediante resolución No. 4341 de Abril 13 de 1978.

El colegio continúa en su aspecto positivo entregando varias promociones de bachilleres comerciales, muchos de los cuales en la actualidad son profesionales en diferentes áreas, otros son grandes ejecutivos, en la banca y comercio.

Pero de conformidad por lo propuesto por el gobierno, los colegios no se pueden quedar con una aprobación, es necesario revisar los diferentes aspectos que abarcan el campo de la educación. Lo que permitió al ICOTERPO avanzar cada día en el manejo de su nivel académico lo que le dio la oportunidad de ser ratificado mediante resolución No. 0525 de junio 7 de 1993.

Somos en la actualidad una Institución que atiende a preadolescentes y adolescentes en los niveles que preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica Comercial en el Municipio De Buenaventura.



Hoy en día esta institución educativa está siendo remodelada para tener la infra estructura adecuada para brindar la atención adecuada a la población estudiantil que posee.

Visión de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes

La visión de esta institución educativa es formar estudiantes con valores y características que le permitan cuestionar y contribuir a transformar las estructuras existentes, vinculándose positivamente a ellas, con fundamentos que le guíen en su crecimiento intelectual y tecnológico para proyectarse como ciudadanos éticos, capaces de mejorar su calidad de vida.

En este sentido se puede destacar que esta institución educativa está acorde a los sistemas educativos cambiantes para así tener estrategias correctas para garantizar una educación adecuada.

Misión de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes

La Institución Educativa técnica Comercial Teófilo Roberto Potes de Buenaventura, ofrece una educación integral en valores humanos y respecto por el uso y cuidado del medio ambiente mediante la aplicación de metodologías adecuadas que integren los recursos humanos, físicos, económicos permitiéndole el desarrollo de las potencialidades de los educandos desde el punto de vista cognoscitivo, a través de la integración de la comunidad educativa y las instituciones que propenden por la asistencia social en beneficio de la formación del individuo.

Población que hace parte de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes



La población la cual se encuentra inmersa en esta institución educativa son propios de esta parte del país es decir,

la mayoría de sus estudiantes son del distrito de Buenaventura, no obstante posee estudiantes de otras partes del mundo. Además tiene docentes certificados en los idiomas, español e inglés, con el fin de responder a la necesidad de formar estudiantes en estos idiomas.

Perfil de los estudiante de la Institución Educativa Teófilo

Roberto Potes: El estudiante del Instituto Comercial Teófilo Roberto Potes Debe ser una persona responsable, autónoma, auténtica, participativa, democrática, reflexiva, crítica, competitiva, honesta, creativa y convincente en cada una de sus situaciones no solamente en el contexto que se desenvuelve sino en el que se encuentre en un momento dado para la realización y trascendencia humana. Con principios morales y buena formación académica que le permita seguir evolucionando en beneficio de su familia, su comunidad, sociedad y patria.

Población en la cual se va a realizar la investigación.

El tipo de estudiante con el cual se va a realizar la investigación, son estudiantes de grado noveno (9°) específicamente noveno cinco (9-5), estudiantes que están entre 13 y 14 años de edad, tienen la particularidad de ser propios del distrito de Buenaventura, además su nivel económico es medio.

OBJETIVO GENERAL DE LA INSTITUCION

Propiciar una formación integral mediante el acceso de manera crítica y creativa al conocimiento científico, teológico, artístico,



humanístico, y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza de manera tal que prepare al educando para los niveles superiores al educativo y para la vinculación con la sociedad y el trabajo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS EN LA INSTITUCIÓN

Dar al estudiante una formación integral completada con una capacitación que le garantice oportunidad de trabajo en el futuro. Responder a las expectativas del padre de familia y a la comunidad en general, que aspiran a que sus hijos reciban una educación responsable y un buen nivel académico. Atender la demanda de escolares, que debido al déficit de cursos en algunos planteles requieren satisfacer sus necesidades educativas. Vincular a la familia al proceso educativo para mejorar la calidad de los educandos en sus medios. La comprensión básica del medio físico, social y cultural en el nivel local, de acuerdo con el desarrollo intelectual correspondiente a la edad. La formación de valores fundamentales para la convivencia en una sociedad democrática, participativa y pluralista.

OBJETIVOS GENERALES DEL PEI.

Contribuir a la construcción de la identidad cultural.

2. Contribuir al desarrollo integral de la persona.

3. Unificar criterios entorno a unas metas educativas para que todos los integrantes de la comunidad educativa de la institución educativa técnica comercial Teófilo Roberto Potes y su entorno busque en su quehacer nuevas expectativas.

4. Diagnosticar los recursos físicos, humanos tecnológicos, didácticos y demás existentes y los necesarios para desarrollar nuestra labor educativa trazando los caminos a seguir en la vida de la institución.

PLAN DE ESTUDIO

Teniendo en cuenta que la ley general define el currículo como el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la construcción de la identidad cultural, nacional, regional y local. Incluyendo también el talento humano, académico y físico para poner en práctica las políticas educativas. Basados en estos los directores de La institución educativa técnica comercial Teófilo Roberto potes presentan el siguiente plan de estudio. Esta es una institución oficial con los niveles de básica primaria, básica secundaria y...En estos grados el niño y los jóvenes se formaran en todas las áreas obligatorias, fundamentales y optativas del pensum académico. Los proyectos pedagógicos de dichas áreas son:

1. ciencias naturales y educación ambiental
2. ciencias sociales, historia, geografía constitución política y democrática
3. educación artística
4. educación ética y valores humanos
5. educación física, recreación y deporte
6. educación religiosa
7. humanidades: lengua castellana e idioma extranjero
8. matemáticas

CAPITULO III

3. Marco Teórico

En este apartado se presentan los aspectos teóricos relacionados con la enseñanza de la simetría axial (central), y los fundamentos que se tienen en cuenta para el análisis final. Por esto el marco teórico está basado en el modelo didáctico de Van Hiele, el cual se basa en el aprendizaje de la geometría a partir de niveles de pensamiento y conocimiento. Así mismo, la perspectiva formal relacionada con las simetrías en el plano donde se particulariza a la simetría axial tomando como herramienta de apoyo el software de geometría dinámica geogebra.

Este modelo cuya estructura fundamental data del final de los cincuentas, con la interpretación de los niveles a la didáctica actual, niveles de aprendizajes y pasos que conlleven una didáctica adecuada, puesto que, facilite el paso a paso de un nivel a otro, en otras palabras, tienen un gran interés de poder realizar plan de asignatura que sean abiertos para la geometría. Hay que mencionar además, que los niveles facilitan tener una secuencia de los contenidos y las fases que buscan una organización de las actividades que pueden ser unidades didácticas.

Van Hiele, concibe que la idea básica del modelo parte de forma sencilla y rápida, que “el aprendizaje de la geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento”, y que al “alcanzar un nivel superior de pensamiento significa, ser capaz de aplicar

las operaciones a nuevos objetos como también afirma que estos niveles no están asociados a la edad de los individuos ya que “solo alcanzando un nivel se puede pasar al siguiente”. (Hiele, 2001).

Antes de señalar los niveles concretos, teniendo en cuenta que, se debe señalar ideas previas al modelo y referida a los estudiantes que, basados en la experiencia del trabajo con ellos y ellas de la estructura Van Hiele. A modo de ver, los conocimientos que se generaran a partir de los niveles propuestos serán de tal forma secuencial ante los procesos de enseñanza y aprendizaje que van a ser requeridos los estudiantes, es decir, que para llegar a un aprendizaje más claro debe cumplir cada uno de los niveles propuestos por Van Hiele.

Se puede afirmar que Van Hile concibe que las bases del aprendizaje de la geometría son “el lenguaje utilizado” y “la significatividad de los contenidos. El primero implica que los niveles de su adquisición, está aglutinada al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo donde pretenden asemejar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento.

Estos previos de Van Hiele, muestran que no hay un método para alcanzar un nivel nuevo pero, mediante actividades de enseñanza adecuada, se pueden predisponer a los estudiantes a su adquisición y los agrupa de la siguiente manera:

NIVEL 1: Visualización o reconocimiento

NIVEL 2: Análisis

NIVEL 3: Ordenación o clasificación

NIVEL 4: Deducción formal

NIVEL 5: Rigor

Van Hiele, piensa que el nivel 5º que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él. Además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Ahora se procederá a describir cada uno de ellos aclarando se realizara desde la perspectiva del aprendizaje de los estudiantes.

En el nivel 1 donde se ubica la Visualización o Reconocimiento y en ella muestra tres características las cuales son:

- 1) Los objetos son percibidos en la mayoría de unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
- 2) Los describimos por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc.) no hay lenguaje geométrico básico llamar a las figuras por su nombre correcto.
- 3) No reconocen de forma explícita los componentes y propiedades de los objetos motivos de trabajo.

En el nivel 2 donde ubica el análisis, parte de componentes en los que aplican propiedades para la geometría y son caracterizadas por cuatro puntos que son:

NIVEL 2: Análisis

1) Son percibidos los componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras, Son obtenidas tanto de la observación como de la experimentación.

2) De una manera informal se puede delimitar las Figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras.

Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.

3) Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades.

4) Sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

El nivel 3 de ordenación o clasificación, muestra las figuras geométricas de tal forma que tenga unas relaciones con sus demostraciones y puedan tener una estructuración clara, para ello caracteriza 3 aspectos que son:

NIVEL 3: Ordenación o Clasificación.

Antes de señalar las características del nivel conviene señalar que, en el anterior nivel, los estudiantes comienzan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, verificando que figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero considerando propiedades independientes, alcanzar este nivel significa que.

1) Son descritas las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones pertinentes y suficientes que deben cumplir. La importancia de

esto, pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.

2) Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Significa reconocer como unas propiedades derivan de otras, permitiendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.

3) Siguen las demostraciones pero, en la mayor parte de los casos, no son comprendidas en cuanto a la estructura. Se debe a que su nivel de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia no les permite captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

El nivel de deducción formal, consta en dar buena comprensión para la aplicación de propiedades para no llegar a un único resultado, son tres características en las cuales son:

NIVEL 4: Deducción Formal

1) En este nivel son realizada las deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.

2) Comprenden y manejan relaciones entre propiedades y son formalizadas en el sistema axiomático, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las matemáticas.

3) Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite comprender que se pueda realizar distintas formas de demostrar para obtener un mismo

resultado. Es claro que, adquirido nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizada de las matemáticas.

El ultimo nivel que plantea es el de rigor, pare de, dos características en las cuales muestra las diferencias de cómo se puede trabajar la geometría.

NIVEL 5: Rigor

- 1) Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.
- 2) Es posible trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

1. Características de los niveles

De primer se establece una secuenciación, donde sea visto o explicado hasta ahora, no conllevaría una explicación en cuanto a la jerarquización, estos niveles muestran un orden en lo cual no puede ser alterado, pero también se muestra que los niveles pueden o son recursivos. Esta característica nos muestra o nos indica que, lo que es implícito en un nivel se convierte explícito en su siguiente nivel.

Hay que mencionar, además que es presente un esquema en el cual muestra un último nivel.

ELEMNETOS EXPLICITOS ELEMENTOS IMPLICITOS

En estos tres tipos de niveles, es la forma en la cual se puede evidenciar la geometría, teniendo presente las figuras en las cuales se muestran.

NIVEL 1 Figuras y objetos partes y propiedades de las figuras y objetos

NIVEL 2 Partes y propiedades de las figuras y objetos Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos

NIVEL 3 Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos deducción formal de teoremas.

NIVEL 4: Deducción formal de teoremas relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos).

La sucesión de los niveles va unida al mejoramiento del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje. Con esto no solo trata de adquirir conocimientos matemáticos, al mismo tiempo mejorar y aumentar las capacidades referidas al lenguaje ineludible en cada nivel.

Habría que decir también, este modelo es de gran importancia contemplando el test-entrevista, es decir, le dan mayor importancia a lo que explican lo que saben y como lo saben, si bien, no solo lo que escriban en solución a un problema o un test de ítems casi abiertos.

La tercera idea en la cual, el aprendizaje y, el paso de nivel se hace de manera continua o discreta. De igual modo si el salto es repentino o se hace de forma gradual, de esta manera se hace de forma continua pequeños saltos que darán el paso final de nivel.

Esto está más de acuerdo con las teorías cognitivas modernas del aprendizaje que señalan como creamos esquemas significativos de pensamiento, mejores pero cercanos a los que teníamos, que se interconectan entre sí y que, a su vez, podemos reemplazar por otros nuevos más sencillos y prácticos que los anteriores (Hiele, 2001).

Dicho brevemente, para construir o mejorar dichos esquemas se da una gran importancia a la interacción alumno/a – profesor/a. con respecto a lo anterior test de entrevista, será el punto de partida para distinguir estos esquemas de pensamiento.

2. Cambios de nivel. Fases del paso entre niveles

Según Van Hile, el siguiente aspecto trata de darnos pistas de cómo podemos secuenciar los contenidos curriculares de geometría cuando se debe o hay que construir currículos geométricos para una determinada etapa educativa.

Se pretende dar indicios para organizar actividades que estén implantada en la unidad didáctica, en cierto sentido, que tipo de actividades se realizaran conforme al desarrollo de la unidad. es referido en cuanto al tipo de actividades donde se suele mezclar el “cómo y que se hace” y “a que va dirigida”, es necesario recalcar que se refiere al contenido de la actividad como resolver problemas abiertos, uso de instrumentos de medida, geometría inductiva, cálculos métricos o estimación entre otras.



En este punto se darán pistas más concretas a, cómo organizar las actividades con el fin de que los niveles en los que se proveen lleguen a dar resultados ante lo que se pretende, que es basado en el proceso de la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Los Van Hiele, visualizan la idea de “el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que la edad o madurez”, es decir, dan una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados. (Hiele, 2001)

Respecto a los niveles anterior, en este caso van Hiele muestra por fases, donde se llevaran a cabo cada una de ellas, de los niveles propuestos pasa a las fases que por medio de ellas no origina una secuencialidad a la hora de llegar al desarrollo cognitivo del sujeto, es decir, que permita llegar al conocimiento por medio de las estructuras sin importar el orden en el que quiera comenzar. Son cinco las fases que anexa Van Hiele para originarlo en los estudiantes.

FASE 1ª: PREGUNTAS/INFORMACION

FASE 2ª: ORIENTACION DIRIGIDA

FASE 3ª: EXPLICACIÓN (EXPLICITACIÓN)

FASE 4ª: ORIENTACION LIBRE

FASE 5ª: INTEGRACIÓN

Esta fase 1 de pregunta e información, brinda un acercamiento a las posibles soluciones en cuanto a los estudiantes y sus procesos en los que llevan al realizar actividades propuestas por los docentes en el aula de clase.

FASE 1ª: Pregunta/Información

Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos/as. Se cumplirá la famosa afirmación de Ausubel: “si tuviera que reducir toda la psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor es importante que el influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. (Ausubel, 2004) Citado por (Hiele, 2001)

Esta fase es oral, sin embargo las preguntas adecuadas trata de determinar el punto

De partida de los alumnos/as y una guía para continuar las siguientes actividades. Es posible desarrollarse por medio de test o preguntas individuales utilizando niveles de partida, no obstante que muchas veces el nivel no señala tanto la pregunta como su respuesta, de tal forma, se realizan preguntas pasando de un nivel concreto.

FASE 2ª: Orientación Dirigida

Dado la importancia que muestra esta fase, parte de, la didáctica del docente que plantea en el aula a la hora de aplicarlo en el aula de clase, al mismo tiempo es señalado que el rendimiento de los estudiantes resulta no muy conveniente a los tiempos estipulados, por eso, se debe tener unas

actividades claras y bien estructuradas para que así, indaguen, entiendan, analicen, apliquen, las ideas en cuanto a sus conceptos, relaciones y propiedades que eso será un motivo para su aprendizaje a este nivel.

FASE 3ª: Explicación (explicitación)

Es una fase en la cual, se pretende que los estudiantes tengan la posibilidad de tener intercambios de ideas con los compañeros y puedan vivir la experiencia entre ellos y de este modo puedan tener una interacción más amena. El docente en este caso usara menos contenido pero más sin embargo, se verá en la disposición de hacer una revisión a los estudiantes de como llevan el proceso en el aula de clase y, obliga a ordenar las ideas que no son claras en cuanto a los estudiantes para llegar a tener una comprensión mejor.

FASE 4ª: Orientación Libre

Ya muestra unas actividades más complejas con el fin de que ya aplique todo lo adquirido con los procesos anteriores, tanto como los contenidos como el lenguaje necesario. Las actividades deben ser lo más clara posible, lo ideal es que sea más abiertos los problemas para que puedan abordar todo sin ninguna dificultad a pesar de que no será una actividad fácil.

De este modo, los estudiantes se verán obligado a justificar cada uno de los procedimientos que desarrollen pero utilizando un razonamiento y un lenguaje cada vez más potentes y puedan llegar al nivel esperado que propone Van Hiele.

FASE 5ª: Integración

En esta fase ya no son trabajados contenidos nuevos, sino que sea solo sintetizado los que ya están abordados. Es por ello que, se genera una red interna de los conocimientos que ya son adquiridos para un mejoramiento ya propiciado. De acuerdo a las actividades para los estudiantes se mostrara una adquisición de los conocimientos bien sea geométricos para que lleguen a un mejor rendimiento.

A modo de ver los niveles y las fases propuestos por el modelo de Van Hiele, muestran una concesión para llegar al desarrollo cognitivo del individuo, de esta manera influye la parte didáctica que juega un papel importante para la elaboración de actividades que aplican los docentes en el aula de clase con el fin de motivar al estudiante mostrando por medio de estrategias didácticas que facilitan un acercamiento pleno a los estudiantes, de tal forma que sus conocimientos sea pertinente al contexto apropiado para la elaboración de sus propias ilustraciones.

Un dispositivo didáctico es un componente de una propuesta didáctica que busca estimular a los estudiantes para promover en ellos procesos cognitivos y comunicativos referentes al objeto de estudio (Alarcón, 2012). En la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos y geométricos, se establecen mediante tipos de dispositivo

didáctico que pretenden estimular a los estudiantes de tal forma que sea efectiva teniendo presente el objeto de estudio.

Si bien, las actividades propuestas por los docentes deben implicar actitudes de procedimientos matemáticos, incluso que los estudiantes contemplen mecanismos intelectuales de comunicación que haga efectivo los procesos.

(Vergel, 2006) Citado por (Alarcón, 2012) afirma que se pueden considerar cuatro dimensiones que estructuran un dispositivo didáctico: dimensión matemática, dimensión cognitiva, dimensión comunicativa y dimensión socio matemática. Se desarrollara cada una de estas ideas según los autores.

Dimensión matemática: difiere a las actitudes, procesos, hábitos y conocimientos matemáticos que presentan actividades que permiten su implementación de un dispositivo didáctico, esto significa que, el estudiante al relacionarse con el dispositivo didáctico, tendrá la posibilidad de estimular el que hacer y cómo hacer intelectual correspondiente a un tema en particular de acuerdo al contexto en el que se encuentre.

Dimensión comunicativa: de manera didáctica se promueve en los estudiantes la capacidad discursiva, de cierto modo que argumenten y puedan explicar sus acciones para contrastar y verificar los resultados obtenidos durante las actividades propuestas.

Dimensión socio matemática: en el contexto didáctico

generan normas matemáticas, socio matemáticas y socio culturales. Las matemáticas enfatizan practicas matemáticas en el aula y su interacción con los estudiantes del objeto de estudio; las normas socio económicas se involucran con las discusiones referentes al tema de estudio, esto busca beneficiar el dispositivo didáctico, de acuerdo a las comprensiones que desarrollan los estudiantes al realizar con respecto al tema propuesto y, así puedan llegar al aprendizaje por medio de las interpretaciones que generen los estudiantes, mientras que las normas culturales, evidencian el rol que desempeña tanto los docentes como miembros de una comunidad educativa.

Hay que mencionar, además la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, que parte de la visión que predominan respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas donde muestra una visión cognitiva. La teoría de las situaciones propuso otro enfoque: el de una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docente y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden (Brousseau G. , 2007).

Brousseau muestra unas con secciones en cuanto a la práctica de la enseñanza, donde provee o aparecen tres direcciones:

1. Didáctica, sería una palabra culta para designar la enseñanza.
2. La didáctica seria la preparación de lo que sirve para enseñar.
3. La didáctica seria el conocimiento del arte del enseñar.

La primera acepción justifica tanto la práctica social a la enseñanza del que dota la sociedad para hacer conocer el saber, la cultura y todo lo que incluye por medio de la enseñanza y que tenga su interpretación como lo posee por ejercicios mismos de la didáctica

La segunda acepción es apoyada sobre lo que puede sentir el objeto, parte de que la didáctica lleva un conjunto de técnicas que sirven para enseñar por medio del mismo acto que establece las metodologías.

En esta última va ligada a las dos primeras acepciones anteriores, que hacen que la didáctica sea un conjunto de datos normativos, perceptivos y organizados para determinar decisiones frente a la acción que sea presente.

La didáctica es el medio en el cual es posible observar la estructura de cómo se puede desarrollar un problema en el aula, correspondiente a como el docente emplea su forma de explicar. Por otro lado, la didáctica hace más amena la clase tanto para los estudiantes como para el mismo profesor ya que busca la forma de como un estudiante atienda lo planteado en clase.

Por otro lado, las tecnologías de la información y comunicación (TIC) hacen parte de los contextos y ámbitos tanto como culturales, laborales, sociales y educativos. A su vez, las TIC implementan mecanismos de trabajo, procesos de enseñanza -aprendizaje y recursos.

Gallegos y Peña, nos muestra que la agrupación y el uso de las TIC es la importancia con diversas investigaciones que se han establecido en la Educación Matemáticas.

La integración y utilización de las TIC en el proceso educativo de matemáticas es un asunto que viene ocupando el trabajo de los investigadores

en educación matemática. Las investigaciones tratan de determinar los posibles beneficios que la utilización de las TIC conlleva, así como diversas metodologías y entornos interactivos multimedia de aprendizaje que produzcan mejoras en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Gallegos, 2012) Citado por (Cuéllar, 2014).

Las tecnologías de la información y comunicación (TIC) han realizado un incremento genial durante los últimos tiempos, con el fin de llevar acabo la potencialidad en cuanto a la información que transcurre cada día. De este modo las (TIC) hace que la sociedad dote novedades que presentan constantemente en estos aspectos que muestran las tecnologías. De cierto modo, las TIC ha influenciado mucho en el mundo, ya que se han realizado estudios e investigaciones que muestra que estas herramientas afectan de cierta forma en el aprendizaje.

Los recursos de las TIC para la información hace que de una gran forma obtenga datos bien sea información que ayude a abordar una temática en específica, de este modo, ofrece un mecanismo para obtener una disponibilidad de fuentes de información. Las TIC con recursos de información disponen datos que son actualizados en fuentes de información.

Desde principios del decenio de 1990, el uso de las TIC en la enseñanza superior dio un gran salto hacia delante produciéndose un incremento generalizado de éstas. Esta revolución de las comunicaciones fue dirigida por el desarrollo de Internet que proporciona una plataforma de correo electrónico, seguido de cerca por las tecnologías móviles. En la segunda mitad del decenio, la "C" fue añadida por pedagogos al acrónimo "TI" con la intención de incluir la creciente importancia de la comunicación a los aspectos de esta tecnología (Rodríguez, febrero, 2010).

El docente de la Institución Educativa Teófilo Roberto

Potes del grado 9º5, muestra un gran interés en la incorporación de las tecnologías de información y comunicación en la actividad de los docentes, es decir, influyen mecanismos que haga que estas tecnologías sea más amena a la hora de plantear sus actividades en las aulas de clase y así, se tenga una motivación por parte de los estudiantes ya que tener el uso de las tecnologías hace más motivante las clase.

Las investigaciones recientes indican que el uso y la aplicación de las TIC es un proceso en dos etapas donde la primera fase incluye la racionalización de las rutinas administrativas, la comunicación y transmisión de conocimientos, sin graves repercusiones en la pedagogía y la enseñanza de las tradiciones (Vuorikari, 2004) Citado por (Rodriguez, febrero, 2010).

Hoy en día los docentes deben tener claro sobre algunos aspectos de las tecnologías como (hardware, ordenadores, plataformas de enseñanza incluyendo otros medios de información), esto con el fin de tener un mejoramiento en el aprendizaje de los estudiantes, teniendo presente si los docentes cuentan con estos materiales y le dan un uso constante con el fin de cambiar sus estrategias de enseñanza y favorecer las ventajas que estas implementaciones poseen.

Cabe señalar, que la línea de investigación propone una serie de ejercicios o actividades que llevan al estudio de la simetría axial utilizando el geogebra, permitiendo de una forma más amena que los estudiantes tengan las herramientas para hacer las elaboraciones de la simetría axial por medio de este software de geometría dinámica.

La tecnología desempeña también un papel importante en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Herramientas como un programa informático de

“Geometría dinámica”, capacitan para modelizar una gran variedad de figuras de dos dimensiones y para tener una experiencia interactiva con ellas. La visualización y el razonamiento espacial se enriquecen mediante la interacción con animaciones de ordenador y en otros contextos tecnológicos (Gallegos, 2012) Citado por (Cuéllar, 2014)

Estos procesos nos permiten observar la importancia que hace las tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin dejar de lado, la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) recomienda:

Los objetos geométricos también se pueden investigar e interpretar mediante Geometría de las transformaciones. Como ayuda a obtener imágenes de las figuras a través de diferentes transformaciones, los estudiantes pueden utilizar objetos físicos, figuras trazadas en papel de seda, espejos u otras superficies reflectoras, figuras dibujadas en papel cuadriculado o programas de geometrías dinámica (NCTM, 2000, pág. 239) Citado por (Cuéllar, 2014).

Lo dicho hasta aquí, pretende que el software de geometría dinámica incluye un material para el uso o el trabajo con simetría axial con el geogebra. De esta manera, se puede desarrollar obteniendo contenidos que no solo es de geometría sino que incluye también el álgebra, análisis y estadística. El mecanismo de trabajo que posee este software hace que su funcionalidad no sea tan complejo a la hora de elaborar actividades que sea por medio y el uso de estas herramientas teniendo claro los recursos que poseen.

La geometría permite desarrollar aspectos de las matemáticas a través de pruebas y de manera manipulativa de diferentes elementos, que hacen que brinde una facilidad al realizar construcciones de tal forma que, los resultados y las propiedades de aplicación sean efectivos.

Además, el software de geometría dinámica Geogebra, muestra en algunos aspectos de las herramientas que posee una opción denominada transformación esto con el fin de influir las herramientas para la simetría axial denotadas: que refleja objetos en rectas y refleja objetos por puntos.

La forma de aprendizaje de la geometría presenta un proceso de maduración, y es así como fue expuesto Dina y Pierre Van Hiele, quienes

observaron y revisaron las dificultades que presentaron sus estudiantes en el aprendizaje de la geometría, por lo cual, definieron cuatro niveles de entendimiento de nociones y relaciones geométricas.

De este mismo modo (Crowley, 2002), propone una estructura de la lección que influye la posibilidad que el estudiante contemple darle uso tanto en el aula de clase como en la casa, con el fin de mirar que a partir de la estructura que provee Crawl también el estudiante pueda llegar a un entendimiento y una comprensión teniendo presente y respetando las fases de aprendizaje de la geometría propuesta por Van Hiele.

A continuación se mostrarán las estructuras que propone Crawl para llegar a un aprendizaje y una buena deducción ante las secciones que son presentadas.

1. Identificación y título

Se muestra que se debe tener una orientación si bien una guía al estudiante. Sin dejar de lado que sería un elemento formal, el título debe reflejar lo esencial del tema que se abordara, de este modo el estudiante se le facilite ubicar y posteriorizar la lectura de la temática por parte de los estudiantes. Teniendo presente que ayuda a la elaboración de una clasificación dentro de los temas de geometría.

2. Objetivos

Primordialmente deben tener claridad y ser explícitos. Tener una buena construcción tal que facilite la discusión en clase sobre lo que se quiere lograr.

3. Esquema conceptual – procedimental de la lección.

Con representación al esquema o mapa conceptual sirve de índice de los elementos, segmentos apartados que serán abordados y de cierta forma contribuye a dar una visión de

conjunto sobre el tema, que también pueda llevar una orientación a los estudiantes en casos que ameriten estudiar aspectos específicos de la lección. En caso de la geometría es importante incluir los elementos procedimentales que son vitales a la hora de las actividades evaluativas.

4. Introducción, motivación y/o aplicación.

Se debe convertir en un enlace cognitivo de la nueva información y los procedimientos y conceptos previos que sean necesarios para la asimilación de todo lo nuevo. Debe darle coherencia a los temas que serán abordados bien sea de una unidad o de libros.

5. Importancia del estudio del tópico particular. Contextualización según la carrera de estudios. Históricos.

En este caso, el libro de texto debe simular la actividad del docente de aula cuando “motiva y estimula con detalles históricos - epistemológicos y aspectos prácticos el estudio de materias objeto del programa”. De este modo se tiene que para el caso de la geometría permitirá al estudiante comprender la estructura de este tema dado dentro los otros que ha estudiado y los que estudiara a continuación.

6. Definición, explicación de los conceptos y de los procedimientos.

Se tiene en este caso elementos en los cuales se desarrollan las bases conceptuales (conceptos, definiciones, axiomas o teoremas) con respecto al tema que se trabajara en la actividad de aprendizaje y que establecen o deducen los procedimientos o algoritmos que puedan dar paso a operaciones de asuntos tratados en el tema. Aquí es donde se pretende, la lección tiene como recto una generación de redundancia, tanto la que genera el docente en el aula al tratar un tema en particular, vinculado con los conocimientos previos.

7. Ejemplificaciones de los conceptos y de los procedimientos, tanto en abstracto como contextualizados según la carrera de estudio.

Son ejemplos que presentan elementos que muestran el correcto uso de los procedimientos o algoritmos con respecto al contexto de aplicación. Permite el entendimiento conceptual vista desde el punto de vista práctico.

8. Actividades orientadas con especificación para desarrollar en forma individual y en grupos.

Cualquier actividad, con respecto a que promueve las fases de aprendizaje propuesta por los esposos Van Hiele, debe promover en el lector un estudio activo y comprensivo. Lo que debe ser estudiado, deben estar acorde con las características propias del tema estudiado y características particulares de los estudiantes.

9. Ejercitación de los conceptos y de los procedimientos, tanto en abstracto como contextualizados según la carrera de estudio.

Con relación a las actividades presentadas en geometría, contextualizado o no, son herramienta que permite que el estudiante verifique la claridad del concepto y destreza procedimental. Debe tener cuidado con la oportunidad y la profundidad de los mismos en el desarrollo de cada una de las partes de la lección.

10. Problemas clásicos y actuales en consideración de la historia y la carrera de estudios.

Un problema es una situación real o ficticia que reta tu comprensión conceptual, y no solamente los conocimientos de un tema tratado en la lección, exige una reestructuración en la

manera de abordar la situación planteada, de los límites de los procedimientos conocidos, que busca generar conexiones sobre conocimientos variados. Un problema no tiene condición temporal, se puede resolver rápidamente, o no conseguirse nunca su solución. (Míguez Á., 2001)

Existen problemas clásicos en la geometría, pueden ser característicos de alguna profesión o actividad cotidiana y son imprescindibles en la formación básica.

11. Preguntas que obliguen a la síntesis conceptual y procedimental, a la estructuración con conceptos y procedimientos previos.

Implica en que se le exige al aprendiz poner a prueba sus conocimientos y, por qué no, sus habilidades matemáticas, que se le permita una mejor precisión.

12. Preguntas para investigar y profundizar sobre aspectos estudiados con una referencia bibliográfica preestablecida y al alcance del estudiante.

Se tiene también, por razones económicas, no sería posible desarrollar en libros de texto y en las lecciones, todos los enfoques o perspectiva sobre un mismo tema, se podrá desarrollar actividades de investigación.

13. Actividades de autoevaluación.

Con respeto a la geometría las actividades de autoevaluación deben estar diversas como las actividades

plasmadas en la lección, énfasis en lo conceptual, lo procedimental y su aplicabilidad.

14. Esquema resumen de la lección.

En este elemento se hace una equivalencia a la clase de cierre del docente antes de la actividad de la evaluación, sintetiza los elementos clave estudiados, puntualizando conceptos, definiciones, principalmente procedimientos o algoritmos estudiados.

15. Respuestas y/o esquemas de resolución a todos los ejercicios, problemas, preguntas y actividades propuestas.

En educación es imprescindible la realización sobre el desempeño del estudiante. Es por esto que la importancia de ofrecer al estudiante, no solo la respuesta correcta a una pregunta o ejercicio, problema o cualquier otro tipo de actividad propuesta, sino en algunos casos, los procedimientos de resolución paso a paso, es más, en aquellos casos que lo amerite, más de una forma de recolección correcta (Míguez Á., 2003)

Conviene decir que, los esposos holandeses Van Hiele no han sido los únicos que contribuyeron al estudio de aprendizaje de la geometría en las aulas de clase, puesto que, se describirán algunos investigadores que lograron dar un aporte importante en este campo, de acuerdo a esto, realizaremos una comparación con el modelo de estudio de este trabajo.

Cabe resaltar además, que algunos autores han llegado al punto de establecer una comparación con el modelo de Van Hiele con la teoría de desarrollo cognitivo Piaget. Piaget plantea que el desarrollo cognitivo desde la infancia hasta la madurez se compone por cuatro estadios: sensomotor (0-2 años), pre operacional (2-7 años), operaciones concretas (7-11 años) y operaciones formales (11 años en adelante), (Gamboa A. &., 2013) citado por (Vanegas, 2015), plantea que la diferencia en los modelos implica principalmente en que para Piaget los niños nacen dotados de una

estructura superior y sólo necesitan tomar conciencia de ello, no otorga gran importancia al lenguaje y el aprendizaje se considera como un proceso madurativo (Vanegas, 2015).

(Braga, 1991) Afirma que se encuentra tanto como similitudes como diferencias, teniendo mayor valoración aportación que género y realizo el matrimonio holandés en el campo de la enseñanza de la geometría. A continuación entre las similitudes se tienen las siguientes:

- Ambos modelos con el desarrollo de conceptos espaciales y geométricos se muestra como una secuencia del planteamiento inductivo y cualitativo, hacia razonamientos deductivos y abstractos.
- Carácter recursivo en el paso de etapas o niveles es caracterizada entre los dos modelos

Con respecto a las diferencias encontradas se explican las siguientes:

- La teoría de Piaget, trata de una teoría de desarrollo más no de aprendizaje. Se tiene presente con el aprendizaje de procesos madurativo, que va en la persona, es por ello que, el valor de la enseñanza disminuye. La investigación de la pareja holandesa desarrollo a partir de dar soluciones a los problemas que tenían tanto sus estudiantes como ellos mismos en las clase de geometría. Al tratar de una teoría didáctica se está tomando como consideración para ser aplicada.
- Aunque la teoría piagetiana no hace uso del lenguaje en sí, si lo deja ver cuándo manifiesta, “el conocimiento es construido por el niño a través de la interacción de sus estructuras mentales con el ambiente. Ningún factor aislado puede explicar el desarrollo intelectual por sí mismo”. Lo cual se puede interpretar como el proceso de madurez, conviene subrayar que es un proceso vital para el paso de un nivel a otro, al mismo tiempo es un concepto decisivo en el Modelo de Van Hiele.

Otra teoría de aprendizaje de la geometría es la de Vinner (1991), citado por (Gutierrez, 1998), consiste en la distinción entre las nociones y las imágenes conceptuales, mediado por ejemplos y contraejemplos para el entendimiento, comprensión y aprendizaje del alumno, además, este modelo muestra un gran apoyo gráfico.

(Gutierrez, 1998) *Afirman que existe un desajuste entre los componentes gráficos y verbales de las actividades y respuestas de los estudiantes. Generalmente en las aulas ocurre lo siguiente: cuando se presenta un nuevo concepto los profesores tienden a enunciar una definición matemática, y a continuación plantear ejercicios para su memorización, o presentan ejemplos de figuras caracterizándolas en función de sus propiedades matemáticas, plantean la definición matemática, y por último plantean ejercicios de memorización del concepto. El problema viene porque los profesores suelen dar más énfasis en las definiciones, las cuales son aprendidas sistemáticamente por los alumnos, pero que a veces no saben poner en acción dicho concepto para resolver el problema.* (Gutierrez, 1998).

Según Vinner (1991), cuando se lee o se escucha un concepto conocido, se genera en nuestra mente lo que él llama imagen del concepto. Se pretende también que los objetivos de ese modelo radican en las pautas concretas para analizar, mejorar imágenes de los conceptos geométricos de los estudiantes mediante una presentación adecuada de ejemplos y contraejemplos. Los conceptos geométricos, la imagen conceptual crea en la mente de los estudiantes está implicando por las diversas figuras, dibujos o representaciones que recuerdan los estudiantes como ejemplos de dicho concepto, junto con el conjunto de propiedades que el estudiante asocia al concepto.

Una imagen de un concepto es correcta cuando le permite al estudiante discriminar sin errores todos los ejemplos de ese concepto y cuando las propiedades que llevan asociadas son todas relevantes. Dichas propiedades no son necesariamente matemáticas puesto que, especialmente en estudiantes situados en el primer o segundo niveles de Van Hiele, también pueden ser propiedades irrelevantes de tipo físico (Vanegas, 2015).

Gutiérrez y Jaime ((2012), afirman que las pautas del modelo de Vinner se pueden encontrar las siguientes:

- Brindar ejemplos y contraejemplos. Ayuda a los estudiantes que formen una mejor imagen conceptual y discriminar eficazmente los ejemplos

de los contraejemplos. El profesor es encargado de dar la oportunidad al alumno de comparar uno con otro.

- Comparar ejemplos de distintas formas para verificar las diferencias más significativas. Hará ver si existen prioridades en una figura que ni existe la otra.

En la teoría de Vinner (1991) no se realiza distinción por niveles de razonamiento geométrico, en contraposición al modelo de Van Hiele. Se trata de dos métodos totalmente compatibles, puesto que las fases del modelo de Van Hiele sugieren a los profesores cómo plantear y organizar los contenidos de la enseñanza matemática, y el modelo de Vinner radica en la necesidad de la separación del concepto y de la imagen que el estudiante crea en su mente, dando pautas a los profesores para corregir o evitar aprendizajes erróneos (Vanegas, 2015).

De lo anterior, es importante aclarar el porque nos enfatizamos en el modelo de Van Hiele teniendo presente que otros autores como se muestra en el contexto anterior, han generado modelos para los estudiantes donde no se aplique ningún tipo de secuencia o si bien no lleve una estructura a la hora de aplicar las fases y, de ese mismo modo no comparten del todo el modelo propuesto por Van Hiele como lo expone vinner (1991).

Elegimos el modelo de Van Hiele, porque cumple unos parámetros que hace que los estudiantes lleguen a un aprendizaje más efectivo y a su vez un conocimiento más profundo, de este mismo modo, porque consta de dos partes, ya que la primera parte del modelo es descriptiva, en efecto abarca los “niveles de razonamiento” a través de los cuales progresa la forma de razonar de los estudiantes en el campo de la geometría (Jaime, 1990).

La segunda parte del modelo de Van Hiele se considera instructiva, debido a que ofrece pautas que pueden seguir los docentes para ayudar a los estudiantes y que alcancen un nivel superior de razonamiento, tales pautas son conocidas como “fases de aprendizaje”. Estas fases son etapas

que el docente ofrece experiencias al estudiante para así conseguir los conocimientos básicos con los que debe trabajar y posteriormente, centrar su actividad en aprender a usarla (Jaime, 1990).

Estas fases nos ofrecen una manera de organizar y secuenciar las actividades dentro de una Unidad Didáctica basada en los contenidos curriculares de geometría, la cual indica el tipo de actividades que se deben desarrollar a lo largo de la unidad (Fouz, 2005). Es muy importante considerar todas las fases, ya que como indican Vargas & Gamboa (2013, p.86) “El paso por cada una de estas fases y la observación de las mismas, potencia, en gran medida, la posibilidad de que un estudiante avance del nivel en el que se encuentra y así pueda desarrollar sus habilidades y capacidades de razonamiento geométrico”.

Simetría Axial

La simetría no es un número ni una forma, sino un tipo especial de transformación; una manera de mover un objeto (Steward, 2008). Si bien, la simetría es muy elemental para su proceso de comprensión científica actual de sus orígenes y universo, las leyes físicas poseen simetría, para el descubrimiento y la comprensión de la física actual se requirió una profunda comprensión matemática de la simetría. La comprensión de la simetría vino de las matemáticas puras, su papel en la física fue posterior (Sánchez, 2014).

La simetría es un principio universal de organización y de la forma. Las alas de una mariposa y las simetrías hexagonales de los cristales de hielo son expresiones visibles de la simetría de muchos procesos físicos del universo. La simetría es un tipo de regla en la naturaleza y no una excepción. Las culturas humanas, desde las más antiguas han mostrado una comprensión intuitiva de los conceptos básicos de la simetría. Las decoraciones encontradas en las cerámicas, en las paredes de los templos, en las armas, como en los instrumentos musicales, en las esculturas, etc. utilizan, frecuentemente, elementos

simétricos. Como también en la música, en la poesía y en la danza se incorpora frecuentemente la simetría en su estructura interna (Godino, 2002) citado por (Sánchez, 2014).

La simetría axial en otros términos prácticos, es también dada en un mismo fenómeno la cual en una imagen reflejada en el espejo, además, cabe resaltar que la simetría axial de un objeto se da cuando los puntos de la figura (pre imagen) concuerdan con los puntos de otra (imagen), al ser tomada como referencia de una línea, es denominada eje de simetría. *A los puntos correspondientes que pertenecen a las figuras simétricas, se les llama puntos homólogos, es decir, A' es homólogo de A , B' es homólogo de B , y C' es homólogo de C . Además, las distancias existentes entre los puntos de la pre imagen son iguales que las distancias entre los puntos de la imagen (Clemens, 1989) citado por (Sánchez, 2014).*

En relación con los estudiantes, donde presentan errores sobre las simetrías pueden clasificarse en dos grupos:

1. En cuanto a los errores cuyo origen está en el concepto de simetría, significa que es contemplada cuando los estudiantes no aplican correctamente las dos propiedades que se relaciona con una figura y su imagen:
 - Falta de equidistancia al eje de cada punto y su imagen. Este error se presenta cuando la distancia de cada punto al eje de simetría es diferente de la distancia entre su punto homólogo y el eje de simetría, es decir, este error consiste en trazar la imagen o reflejo de la figura a una distancia diferente de la existente entre la figura inicial y el eje de simetría (Sánchez, 2014).
 - Falta de perpendicularidad respecto del eje del segmento que une un punto y su imagen. En este error incurren los estudiantes al trazar la imagen sin conservar la perpendicularidad entre el eje de simetría y el segmento trazado entre los puntos homólogos (Sánchez, 2014).

- Combinaciones de los dos errores anteriores. Los estudiantes incumplen las dos características de la simetría axial, no se conserva la equidistancia de los puntos homólogos al eje, ni hay perpendicularidad del segmento que une los puntos homólogos respecto al eje de simetría (Sánchez, 2014).
2. Errores cuyo origen está en la interpretación reducida o deformada de la simetría, que surgen cuando los estudiantes utilizan concepciones erróneas de tipo visual. Estos errores se presentan cuando se añaden algunos índices de dificultad en las tareas debido en gran medida, a los valores particulares de algunas variables, por ejemplo, el trazar una simetría respecto a un eje inclinado (ni vertical ni horizontal) (Godino, 2002) citado por (Sánchez, 2014):
- Traslación lineal de la imagen, paralela a la figura original aunque ésta trayectoria no sea perpendicular al eje. Los estudiantes dibujan la imagen de la figura sin tener en cuenta el eje de simetría, es decir, realizan solamente una traslación de la pre imagen (Sánchez, 2014).
 - Reflexión horizontal o vertical de la figura aunque el eje de simetría esté inclinado. En este caso, los estudiantes trazan la imagen, congruente y con la dirección invertida, pero no se tiene en cuenta la inclinación del eje de simetría (Sánchez, 2014).
 - Combinaciones de los dos errores anteriores, y dibujo de la imagen sobre la prolongación de la figura dada en alguna dirección específica. En este error, el estudiante dibuja la imagen en una trayectoria paralela a la pre imagen, sin tener en cuenta la inclinación del eje (Sánchez, 2014).

3.1 Teoría de situaciones didáctica de las matemáticas

Teniendo en cuenta los planteamientos de Guy Brousseau, donde se formula la Teoría de las situaciones Didácticas, las condiciones necesarias para que se construya el conocimiento matemático, sin dejar de lado que este conocimiento no surge espontáneamente. Esta teoría sirve tanto para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos, como para comprender el ejercicio de la docente en su práctica y el desempeño de los estudiantes (Brousseau G. , 1999).

Ahora bien, se muestra dos estructuras en las que se instruye la Didáctica matemática de brousseau: se tiene entonces el “objeto de los estudios en didáctica” y “fenómenos de didáctica”. En la primera estructura parte de:

1.1 El saber matemático y la transposición didáctica.

Se constituye bajo diversas formas que tiene el saber constituido cuando ingiere de preguntas y a su vez de respuestas. Además las virtudes científicas son conocidas por estar adaptadas a la enseñanza y, permite seleccionar los objetos que se estudian bajo la ayuda de las nociones introducidas precedentemente.

1.2 El trabajo del matemático.

Antes de comunicar lo que piensa haber hallado, un investigador debe primero determinarlo: no es fácil determinar en el laberinto de las Reflexiones, aquellas que son susceptibles de convertirse en un saber nuevo e interesante para lo demás; las demostraciones obtenidas son raramente las de las conjeturas consideradas; debe emprenderse todo un reordenamiento de los conocimientos vecinos, anteriores o nuevos (Brousseau G. , 1999).

1.3 El trabajo de alumno.

El trabajo intelectual del alumno esta mediado por momentos en el que son comparables a esta actividad científica. Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer la ocasión de utilizar y aplicarlas; sabemos bien que hacer matemáticas implica que no se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importantes como encontrarles solución. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambien con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etc.

1.4 El trabajo del profesor.

Está en cierta medida inmerso en el trabajo del investigador, debe producir una re contextualización y una re personalización de los conocimientos. Ellas van a convertirse en el conocimiento de un alumno, es decir en una respuesta bastante natural a condiciones relativamente particulares, condiciones indispensables para que tengan un sentido para él. Cada conocimiento debe nacer de la adaptación a una situación específica, pues no se crean las probabilidades en el mismo género de contextos y relaciones con el medio, que aquellas que inventan o utiliza la aritmética o el álgebra.

La didáctica estudia la comunicación de los conocimientos y tiene a teorizar su objeto de estudio, pero sólo puede revelar ese reto bajo dos condiciones:

- Poner en evidencia fenómenos específicos que los conceptos originales que propone parecen explicar.
- Indicar los métodos de pruebas específicas que ella utiliza para hacerlo.

Esas dos condiciones son indispensables para que la didáctica de las matemáticas pueda conocer de manera científica su objeto de estudio y por tanto permitir acciones controladas sobre la enseñanza (Brousseau G. , 1999).

En la segunda estructura parte de fenómenos ligadas al control de la trasposición didáctica, han podido ponerse en evidencia en marcos muy diferentes: el mismo fenómeno puede regir la intimidad de una lección particular o concernir a toda una comunidad durante generaciones (Brousseau G. , 1999).

2.1 El efecto Topaze, el Control de la incertidumbre

La escena del célebre “Topaze” de Marcel Pagnol, ilustra uno de los procedimientos fundamentales: Topaze hace un dictado a un mal estudiante. No pudiendo aceptar muchos errores demasiados aberrantes y no pudiendo tampoco decir directamente al estudiante que ha omitido el plural de una palabra. Para el estudiante se trata antes que nada de un problema de ortografía y gramática. Ante los fracasos repetidos, Topaze mendiga una señal de adhesión y negocia a la baja las condiciones en las que el estudiante terminara por anexar lo no contemplado.

2.2 El efecto jourdain, el malentendido fundamental.

El efecto “jourdain”, llamado así por referencia a la escena de “el burgués gentilhomme” en donde el maestro de filosofía revela a jourdain lo que es la prosa y las vocales- es una forma de efecto topaze. El profesor, para evitar el debate de conocimiento con el estudiante y eventualmente la constatación de fracaso, admite reconocer el índice de un conocimiento erudito en el comportamiento o en las respuestas del estudiante, aun cuando ellas estén de hecho motivadas por causas y significados banales.

2.3 El deslizamiento meta cognoscitivo.

Cuando una actividad de enseñanza ha fracasado, el profesor puede ser llevado a justificarse y para proseguir su acción, a tomar sus propias explicaciones y sus medios heurísticos como objetos de estudio en lugar del verdadero conocimiento matemático.

2.4 El uso abusivo de la analogía.

La analogía es un excelente medio heurístico cuando es usada bajo la responsabilidad de quien la emplea. Para su utilización en la relación didáctica le hace un temible medio para producir efectos “Topaze”. Sin embargo es una práctica natural: si hay estudiantes que han fracasado en su aprendizaje, hay que darles una nueva oportunidad con el mismo tema.

Saber lo que se reproduce en una situación de enseñanza es justamente el objetivo de la didáctica, no es un resultado de la observación, sino el de un análisis que se apoya en el conocimiento de los fenómenos que definen lo que dejan invariable (Brousseau G.).

3.1.2 Tecnología de la información y comunicación (TIC) en la educación matemática –el geogebra.

Las tecnologías de la información y comunicación (TIC) son pertenecientes en distintos campos o bien sea en distintos ámbitos como lo son el laboral, cultural, el social y el educativo. De este mismo modo es que las TIC componen nuevos mecanismos de trabajo, recursos y como lo son los procesos de enseñanza y aprendizaje. Al mismo tiempo, son presente las necesidades de indagar el uso de las TIC en el aula.

Para gallego y Peña (2012), la integración y la utilización de las TIC es el centro de muchas investigaciones en Educación Matemática.

La integración y utilización de las TIC en el proceso educativo de matemáticas es un asunto que viene ocupando el trabajo de los investigadores en educación matemática. La investigación trata de determinar los posibles beneficios que la utilización de las TIC conlleve, así como diversas metodologías y entornos interactivos multimedia de aprendizaje que produzcan mejoras en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Gallego, 2012).

Es también importante resaltar los atributos de los softwares educativo, por ello se toma lo planteado por Lesly Maldonado Rodríguez, Sanchez (2001) y Abarca (2005) quienes afirman que los software educativos tiene los siguientes atributos

Un software educativo posee atributos genéricos, que definiremos a continuación según la perspectiva de Sánchez (2001).

Constructividad

Es la posibilidad de construir nuevos escenarios a partir de la combinación de objetos en espacio y tiempo. El aprendiz hace cosas, construye, tiene actividad. El desarrollo del software depende de las acciones que el aprendiz haga y de las decisiones que tome. Este concepto está muy ligado al modelo constructivista de aprender.

Navegabilidad

Es la posibilidad de explorar libre y flexiblemente (en contraposición a una linealidad y secuencialidad), los ambientes que componen el mundo, dominio o estructura de información presentada en el software

Interactividad

Es la capacidad dinámica que refleja un sistema que:

- ☐ Provee retroalimentación al usuario en tiempo real
- ☐ Adapta o modifica dinámicamente su comportamiento en función de los eventos recibidos

□ Entabla alguna modalidad conversacional con cierto grado de detalle, complejidad y modalidad. Contenido

Es la calidad, fiabilidad, organización y relevancia de la información entregada en el software. Es un atributo ortogonal a la presentación y debe ser adaptado y organizado, dependiendo de la audiencia.

Interfaz

Es la superficie de contacto entre el aprendiz y el computador. Es la pantalla con la cual el aprendiz interactúa, su estructura y funcionalidad. Es el modo de capturar la acción y atención del aprendiz y de reflejar el estado y contenido del sistema. La interfaz tiene fuerte impacto en la navegación, construcción e interactividad provista (Abarca, 2005).

Por otra parte, es necesario hacer la siguiente precisión. GeoGebra es un software libre de matemática para educación en todos sus niveles, elaborado por Markus Hohenwarter y un equipo internacional dedicado a su desarrollo del que, desde sus inicios, forma parte para el desenvolvimiento en español la responsable de Centro Babbage, Liliana Saidon. Reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra, cálculo y análisis, incluyendo recursos de probabilidad y estadística en un conjunto integral tan sencillo a nivel operativo como potente, cada versión es compatible con las previas.

La investigación pretende plantear actividades para el estudio de la simetría teniendo como utilidad el Geogebra tal como muestra el Ministerio de Educación de Colombia.

La tecnología desempeña también un papel importante en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Herramientas como un programa informático de “Geometría dinámica”, capacitan para modelizar una gran variedad de figuras de dos dimensiones y para tener una experiencia interactiva con ellas. La visualización y el razonamiento espacial se enriquecen mediante la interacción con animaciones de ordenador y en otros contextos tecnológicos (p. 30).

Relacionan también las orientaciones que son visibles en la importancia que es brindada al papel que juega las tecnologías en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la

matemática. Por otro lado, la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) recomienda:

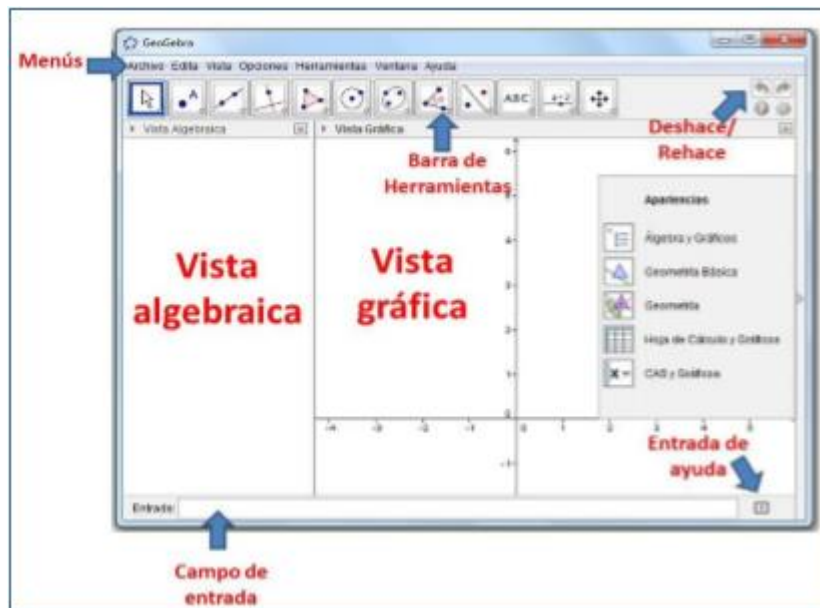
Los objetos geométricos también se pueden investigar e interpretar mediante Geometría de las transformaciones. Como ayuda a obtener imágenes de las figuras a través de diferentes transformaciones, los alumnos pueden utilizar objetos físicos, figuras trazadas en papel de seda, espejos u otras superficies reflectoras, figuras dibujadas en papel cuadriculado o programas de geometrías dinámica (NCTM M. N., 2000).

Por lo mencionado anteriormente, tenemos como consideración un software de geometría dinámica que si bien prevé unas herramientas en su defecto para el trabajo con simetrías es el Geogebra. Ahora bien, contiene una amplia variedad de opciones que permite el desarrollo de contenidos tomando no solo de geometría sino también otras materias como lo son la estadística, análisis y el álgebra. Teniendo presente que no es complejo utilizarlo, permite que sea posible abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, bien sea de la forma experimental y su manipulación de distintos elementos, de acorde que facilite la elaboración de construcciones para deducir resultados y propiedades partiendo de la observación directa.

Puesto que la investigación pone énfasis en el estudio de la simetría axial mediado por el Geogebra, se considera pertinente presentar otras opciones de la barra de herramientas como el punto, recta perpendicular, distancia o longitud, segmento entre dos puntos, ángulos, circunferencia, intersección de dos objetos y recta que pasa por dos puntos, ya que los alumnos no sólo se pueden basar en dos herramientas si no en otras herramientas que les permitan, apropiarse de las propiedades de la simetría axial mediante la manipulación del Geogebra (Cuéllar, 2014).

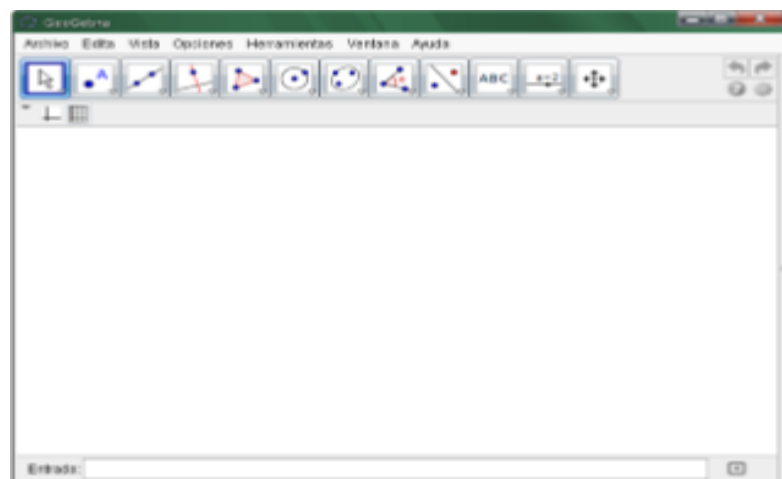
En esta imagen se muestra la ventana principal de Geogebra versión 4.2, donde se muestran algunos aspectos que son presente para su desarrollo.

Figura 1. Ventana inicial del Geogebra



De acuerdo al trabajo de nuestra investigación se enfoca al estudio de la simetría axial, esta vista solo es utilizada para la parte geométrica como es especificada.

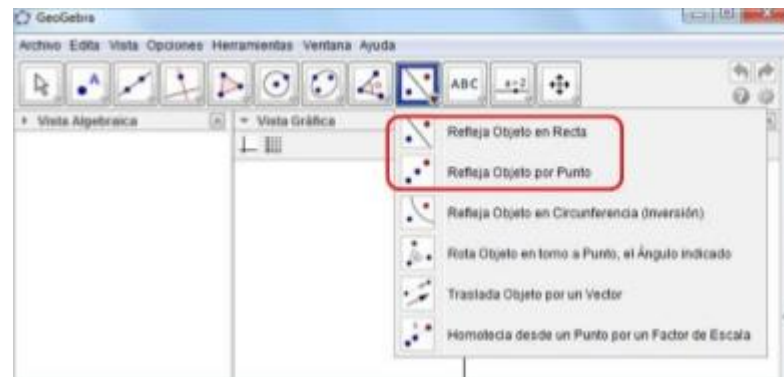
Figura 2. Ventana de Geogebra 4.2 para el estudio de la simetría



Veamos también que el Geogebra presenta en la barra de herramientas unas opciones que son denominadas transformaciones que se

encuentran las herramientas para simetría denotadas: reflejo objeto en rectas y refleja objeto por puntos, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 3. Herramientas de simetría en el geogebra



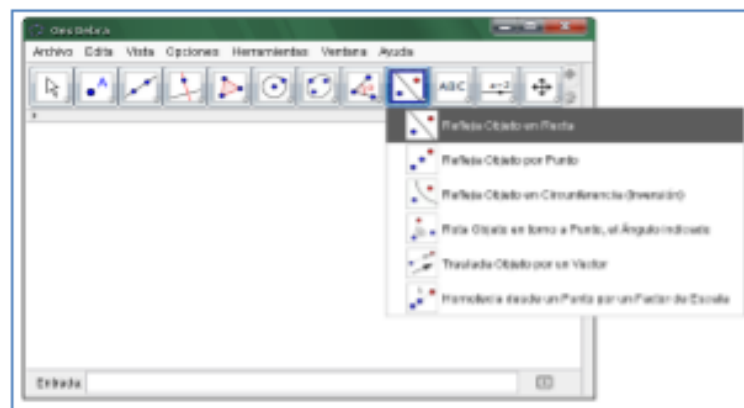
Nuestra investigación es consecuente al estudio de la simetría axial mediado por geogebra, es tomado pertinente presentar otras opciones que hacen parte de la barra de herramientas como lo son, el punto, recta perpendicular, distancia o longitud, segmento entre dos puntos, ángulos, circunferencia, intersección de dos objetos y recta que pasa por dos puntos, ya que los estudiantes no solo se pueden quedar con las dos herramientas sino que también tengan una noción de las otras herramientas que hacen parte de este software y, así puedan apropiarse de las propiedades de la simetría axial haciendo uso del geogebra.

Herramienta	Icono	Construcción
Refleja objeto en recta		Realiza la simetría axial de un objeto a través de una recta o eje.
Nuevo punto		Crea un punto en el plano.
Recta perpendicular		Selecciona una recta (semirrecta o segmento) y un punto, donde quedará definida la recta que pasa por el punto y es perpendicular a la primera recta.
Segmento entre dos puntos		Selecciona dos puntos en los cuales se establece un segmento con tales extremos.
Distancia o longitud		Mide la distancia entre dos puntos, dos rectas o un punto y una recta y la expone como texto dinámico en la vista gráfica.
Ángulo		Crea ángulos realizando selecciones de diversas maneras, entre tres puntos cuyo vértice es el segundo de ellos.
Intersección de dos objetos		Selecciona dos objetos, para crear todos los puntos de intersección (si los hubiese o fuese posibles).
Recta que pasa por dos puntos		Marca dos puntos; y se traza la recta que pasa por ellos.

Ahora veamos algunos ejemplos del uso de las herramientas que serían utilizadas en el desarrollo de actividades que propondremos en la parte experimental.

1. *Herramienta refleja objeto en recta:* Esta herramienta se utiliza para la simetría axial, para utilizarla (ver figura 4) debemos tener un objeto y una recta que será el eje de simetría.

2. Figura 4. Herramienta reflejada en recta



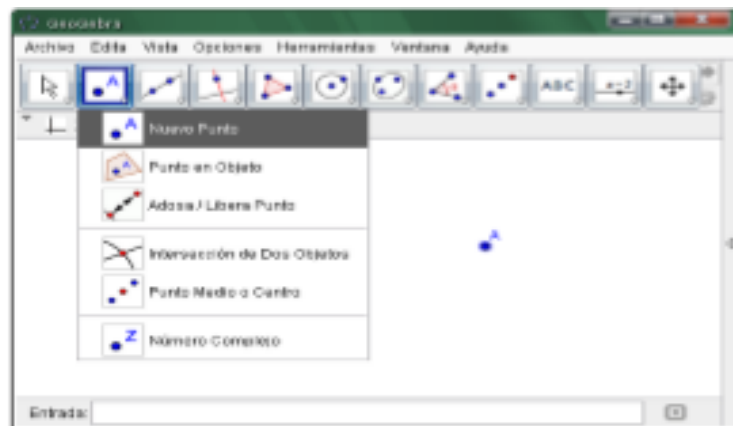
De este modo, en la figura 5, se muestra el polígono simétrico al polígono ABCDEF mediante una simetría axial.

Figura 5. Aplicando las herramientas de simetría axial,



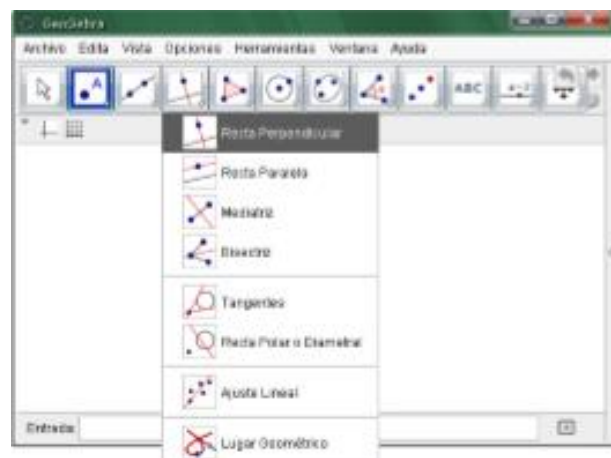
3. *Herramienta nuevo punto:* permite la creación de un punto en la vista gráfica.

Figura 6. Herramienta nuevo punto



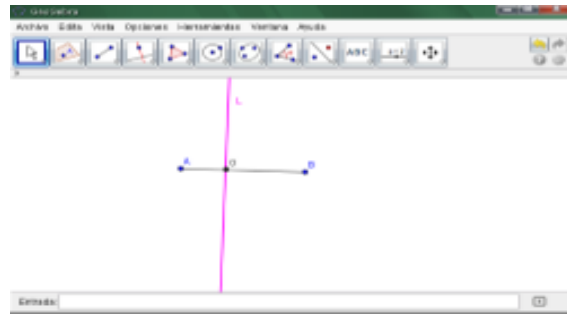
4. *Herramienta recta perpendicular:* Permite crear una recta perpendicular a un segmento, recta o circunferencia, para ello se debe especificar a qué objeto será perpendicular y en qué punto.

Figura 7. Herramientas recta perpendicular



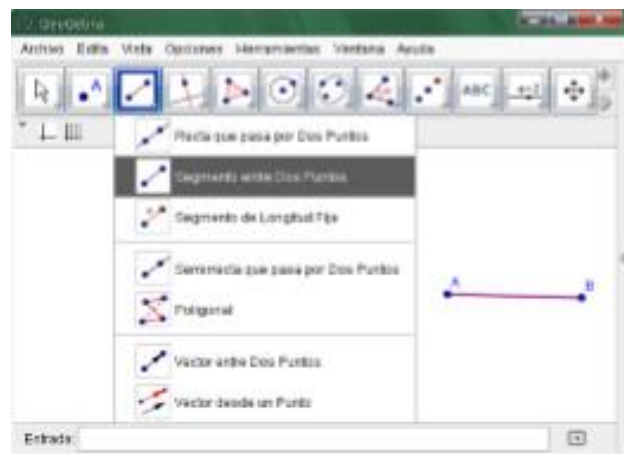
En la figura 8 se muestra un ejemplo de la creación de una recta L perpendicular al segmento dado AB.

Figura 8. Aplicando la herramienta recta perpendicular



5. *Herramienta segmento entre dos puntos:* Permite crear un segmento. Para ello, se debe hacer clic en la herramienta y luego clic en dos lugares distintos de la zona gráfica y automáticamente aparecerán los puntos extremos del segmento. La figura 9, muestra la creación del segmento AB.

Figura 9. Herramienta segmento entre dos puntos



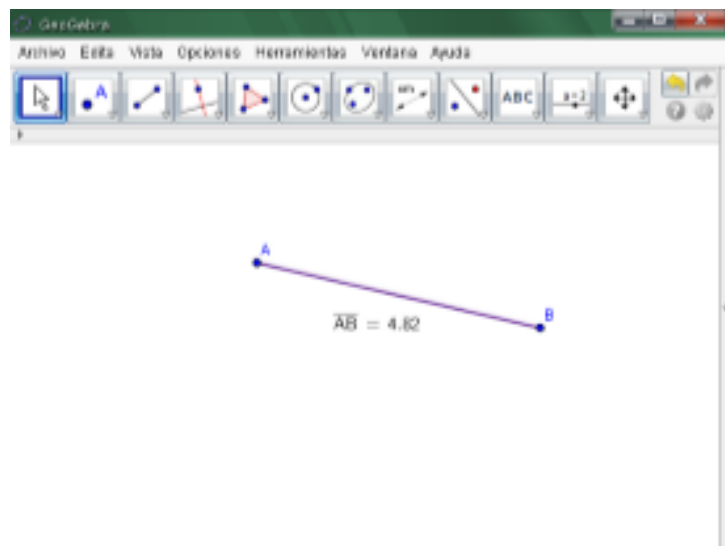
6. *Herramienta distancia o longitud:* esta herramienta permite determinar las longitudes un segmento, el lado de un polígono o la distancia entre dos puntos.

Figura 10. Herramienta distancia o longitud



La figura 11 muestra un ejemplo de cómo determinar la longitud de un segmento AB utilizando esta herramienta.

Figura 11. Longitud del segmento AB



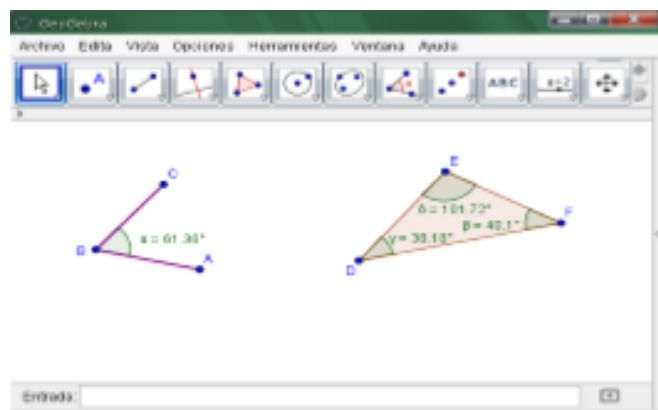
7. *Herramienta ángulo*: esta herramienta permite crear un ángulo y automáticamente nos da la medida de éste. Para ello, debemos hacer clic en tres puntos.

Figura 12. Herramienta ángulo



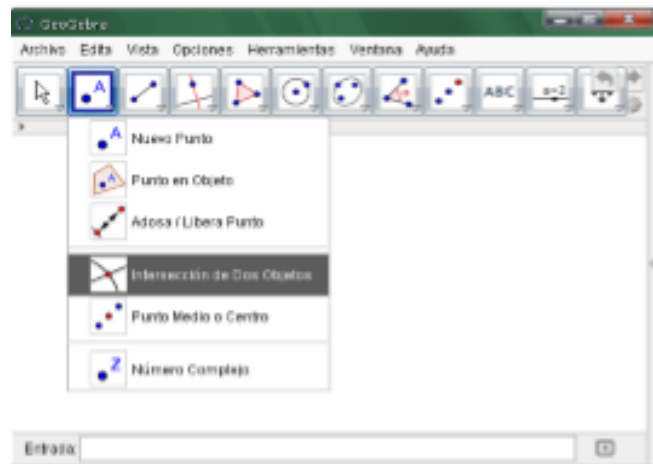
La figura 14 muestra la medida del ángulo ABC creado con la herramienta ángulo y las medidas de los ángulos internos del triángulo DEF.

Figura 13. Aplicación de la herramienta ángulo



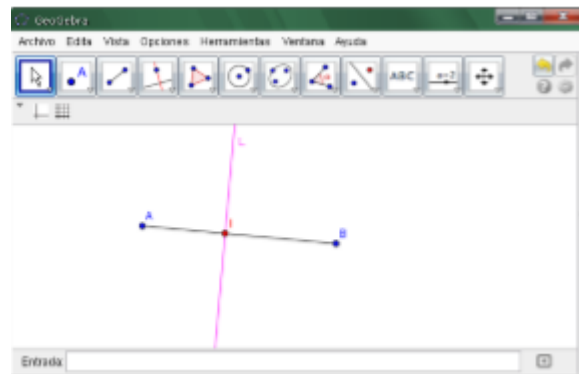
8. *Herramienta intersección de dos objetos:* crea el punto de intersección entre dos objetos. Para ello se debe de hacer clic en la herramienta y luego clic en cada uno de los objetos, de esta manera, automáticamente se crea el punto de intersección de ambos.

Figura 14. Herramienta intersección de dos objetos



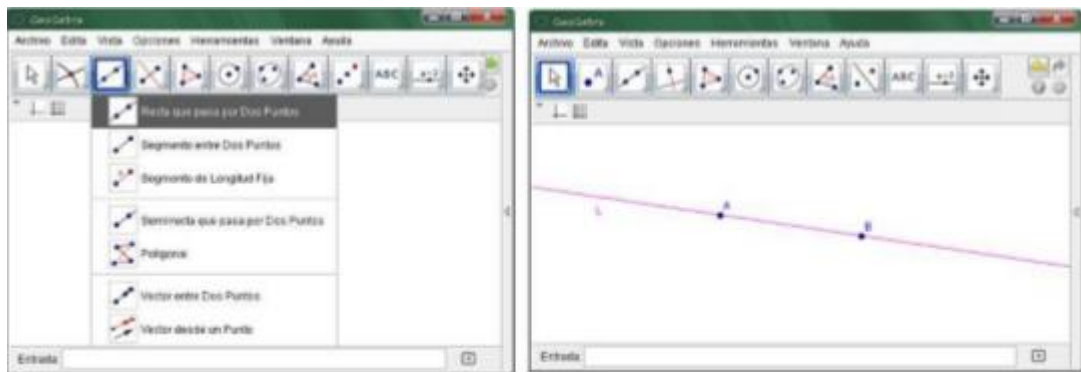
La figura 15 muestra la creación del punto I que es el punto de intersección entre la recta L y el segmento AB.

Figura 15. Aplicación de la herramienta intersección de dos objetos



9. *Herramienta recta que pasa por dos puntos:* crea una recta dado dos puntos. Se debe realizar clic en dos lugares distintos de la zona gráfica, creándose dos puntos y automáticamente aparecerá la recta. La figura 16 muestra la creación de la recta L que pasa por los puntos A y B.

Figura 16. Figura de aplicación de la herramienta recta que pasa por dos puntos



Las herramientas que han sido presentadas son aquellas que se utilizarán para el desarrollo de las actividades en la parte experimental de nuestro trabajo.

Atributos del Software

Un software educativo posee atributos genéricos, que definiremos a continuación según la perspectiva de Sánchez (2001).

Constructividad

Es la posibilidad de construir nuevos escenarios a partir de la combinación de objetos en espacio y tiempo. El aprendiz hace cosas, construye, tiene actividad. El desarrollo del software depende de las acciones que el aprendiz haga y de las decisiones que tome. Este concepto está muy ligado al modelo constructivista de aprender.

Navegabilidad

Es la posibilidad de explorar libre y flexiblemente (en contraposición a una linealidad y secuencialidad), los ambientes que componen el mundo, dominio o estructura de información presentada en el software

Interactividad

Es la capacidad dinámica que refleja un sistema que:

- ☐ Provee retroalimentación al usuario en tiempo real
- ☐ Adapta o modifica dinámicamente su comportamiento en función de

☐ Entabla alguna modalidad conversacional con cierto grado de detalle, complejidad y modalidad.

El Contenido: Es la calidad, fiabilidad, organización y relevancia de la información entregada en el software. Es un atributo ortogonal a la presentación y debe ser adaptado y organizado, dependiendo de la audiencia.

Interfaz: Es la superficie de contacto entre el aprendiz y el computador. Es la pantalla con la cual el aprendiz interactúa, su estructura y funcionalidad. Es el modo de capturar la acción y atención del aprendiz y de reflejar el estado y contenido del sistema. La interfaz tiene fuerte impacto en la navegación, construcción e interactividad provista (Abarca, 2005).

CAPITULO IV

RESULTADOS

4.1 PRUEBA DIAGNÓSTICO.

En el siguiente apartado del documento muestra la prueba diagnóstica que hace parte de la primera fase del modelo de Van Hiele (información), el cual se aplicó a los estudiantes de grado noveno cinco (9-5) de la institución educativa Teófilo Roberto Potes. Esta prueba está conformada por ocho preguntas relacionadas con la simetría axial. Cabe resaltar que este objeto matemático ya fue enseñado por el docente del área de matemática en este grado utilizando el modelo tradicional.

El objetivo de esta prueba es medir los conocimientos que tienen los estudiantes acerca de la simetría axial y para así poder analizar las dificultades y fortalezas que estos tienen, con el fin de diseñar actividades, que sirvan de refuerzo para mejorar la comprensión de este objeto geométrico.



Los ejercicios que se encuentran en la prueba diagnóstico fueron tomados del documento enseñanza de las simetrías con el uso de geogebra según el modelo de Van Hiele, escrito por Lesly Maldonado Rodríguez, que sirvió como tesis para optar al grado de Magister en Educación Mención Informática Educativa en la universidad de Chile.

Credibilidad, Confiabilidad y Validez de la Prueba Diagnóstico.

Credibilidad: las preguntas del test con base en las competencias de matemática que demanda el ministerio de educación nacional en Colombia para el grado noveno, las cuales son (comunicación, razonamiento y resolución de problemas).

Confiabilidad: el test se ha tomado de un documento que fue aprobado como tesis magistral.

Validez: las preguntas que se encuentran en el test fueron revisadas y alineadas por el docente de matemática del grado con el que se está trabajando y fueron aprobadas como coherentes para cumplir el objetivo trazado en esta prueba o test diagnóstico.

EVALUACIÓN DE LA SIMETRÍA AXIAL EN EL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA TEOFILO ROBERTO POTES.

Nombre del estudiante: _____

Fecha: _____ grado: _____

Instrucciones:

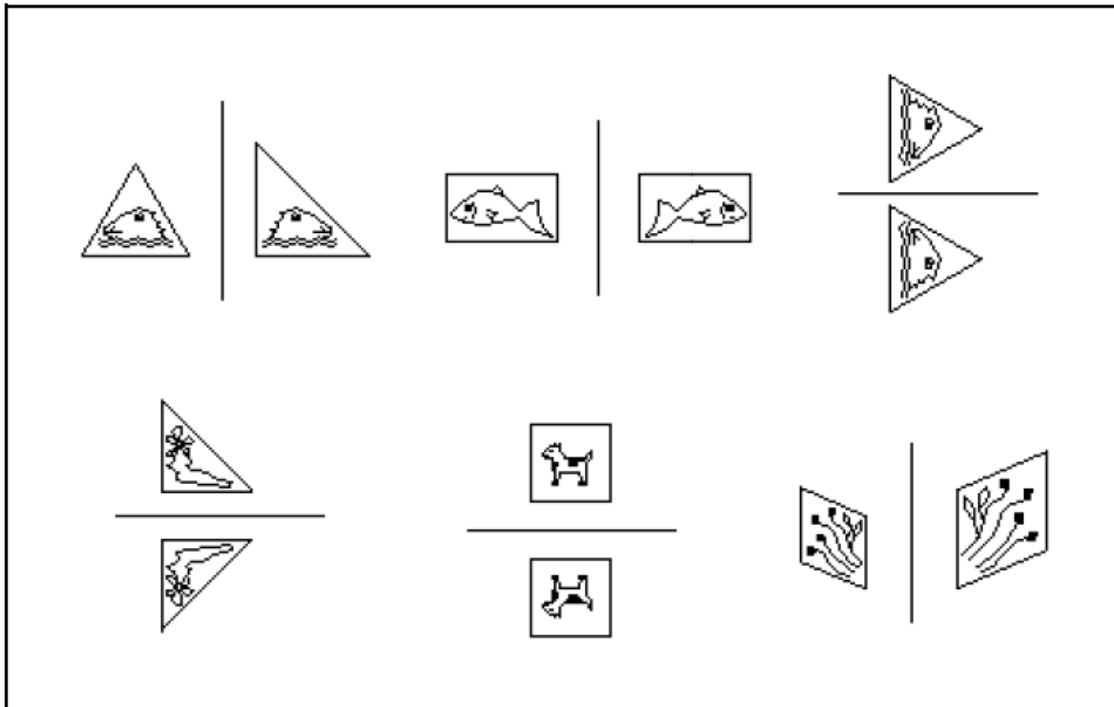
- Lee todas las preguntas antes de contestar
- Usa lápiz pasta para marcar tus respuestas
- Marca sólo una respuesta, ya que una es la correcta.
- Puedes utilizar los espacios para realizar algún cálculo o desarrollo
- No puedes utilizar corrector o será tomada como mala.

Competencias:

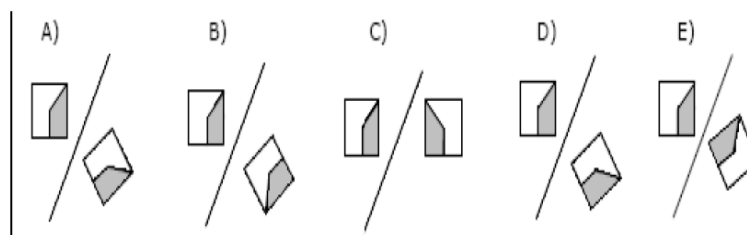
- Identificar las características de la simetría axial.

- Demostrar cuando se ha aplicado simetría axial a una figura ubicada en el plano cartesiano.
- Resolver problemas relacionados con la simetría axial.

1. Marque con una X las imágenes que son simétricas.



2. ¿En cuál de los siguientes casos se verifica una simetría axial con respecto a la recta?



3. Indica cuál de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

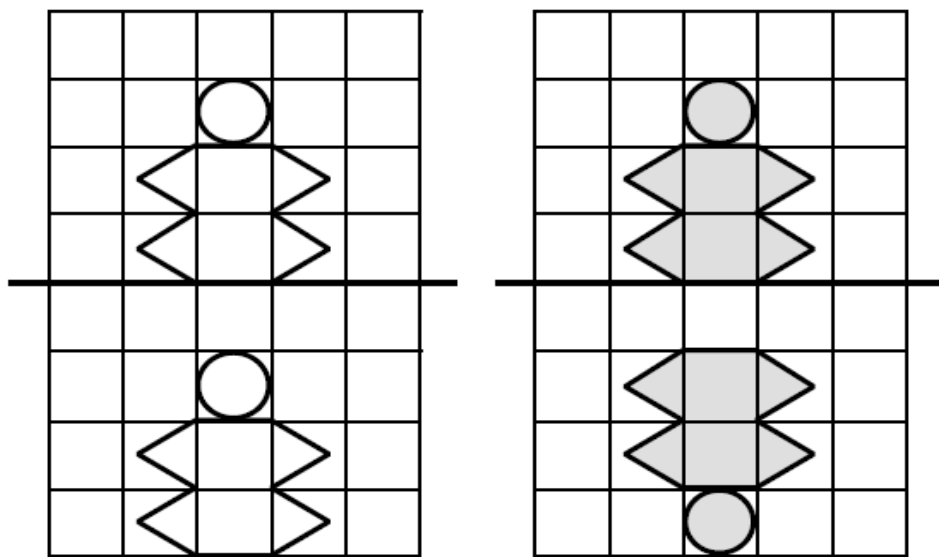
- I. La imagen simétrica del punto A (4,0) con respecto al eje X es (-4,0)

- II. La imagen simétrica del punto P (0,-3) con respecto al eje Y es (0,3)
- III. Al reflejar el punto (-1,-1) con respecto al eje X y luego con respecto al eje Y, se obtiene el punto (1,1).

- A. Solo I
- B. Solo II
- C. Solo III
- D. I y II
- E.
4. En una simetría, ¿cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son complementar verdaderas?
- I. Conserva el perímetro de una figura
- II. Conserva el área de una figura
- III. Si la recta L es imagen de la recta L', entonces $L \parallel L'$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III

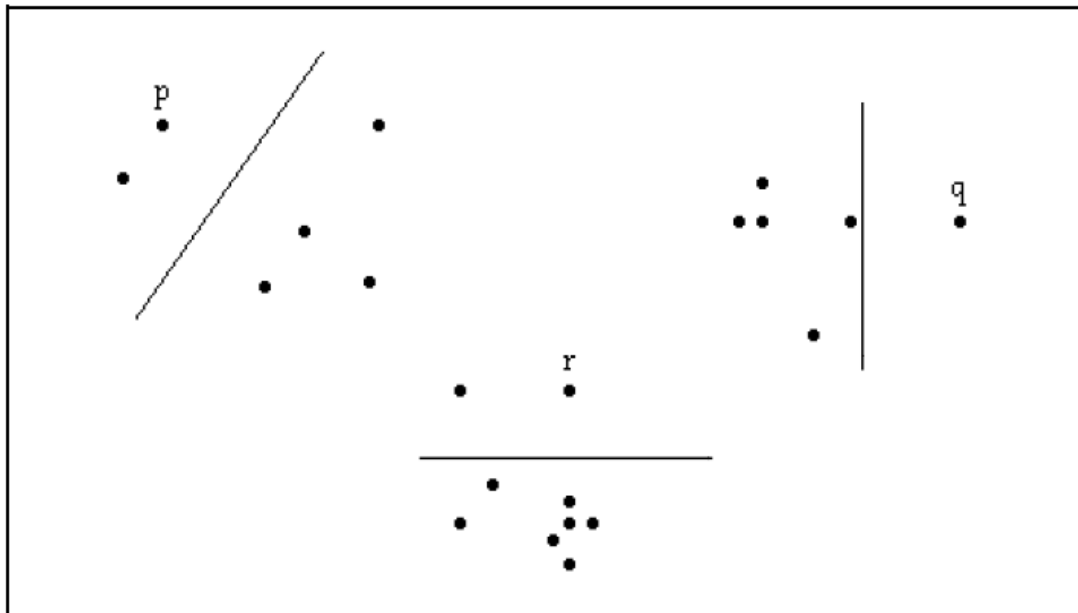
5. ¿En los siguientes dibujos demuestra por qué no se cumple la simetría axial?



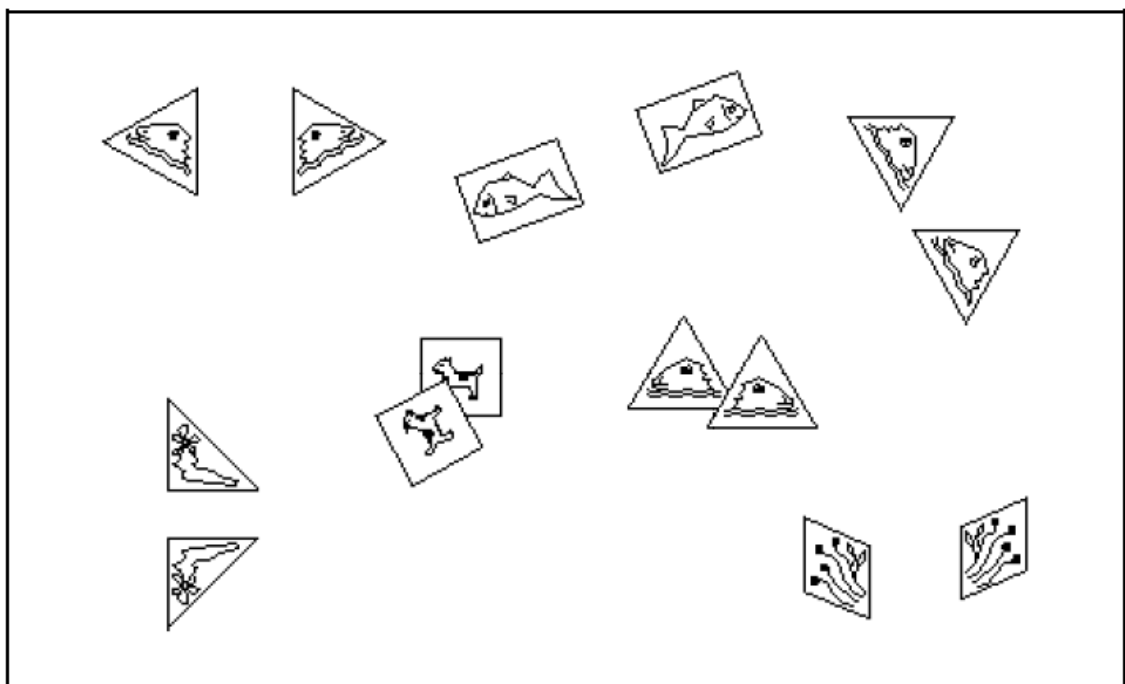
Dibujo 1.

Dibujo 2.

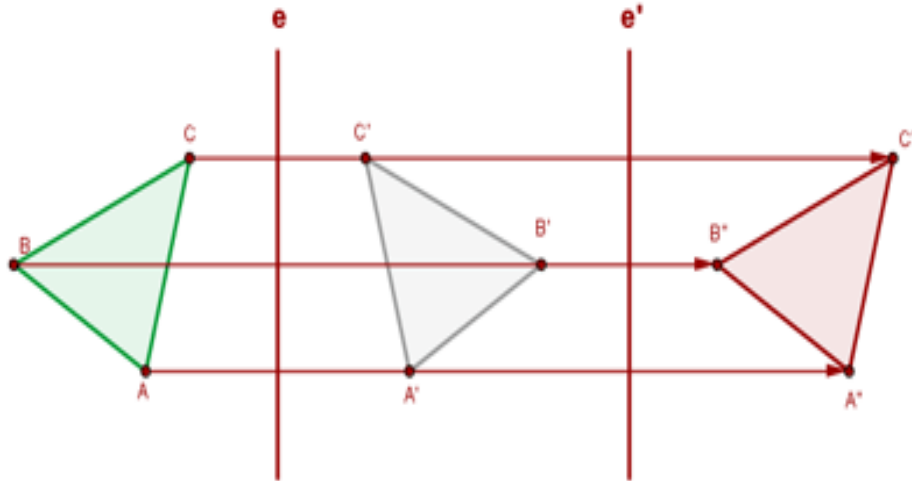
6. Encierre en un círculo el punto que corresponde a la imagen de p , q y r



7. Dibuja el eje de simetría si corresponde y en el caso de que no se cumpla la simetría axial explica por qué no se cumple.



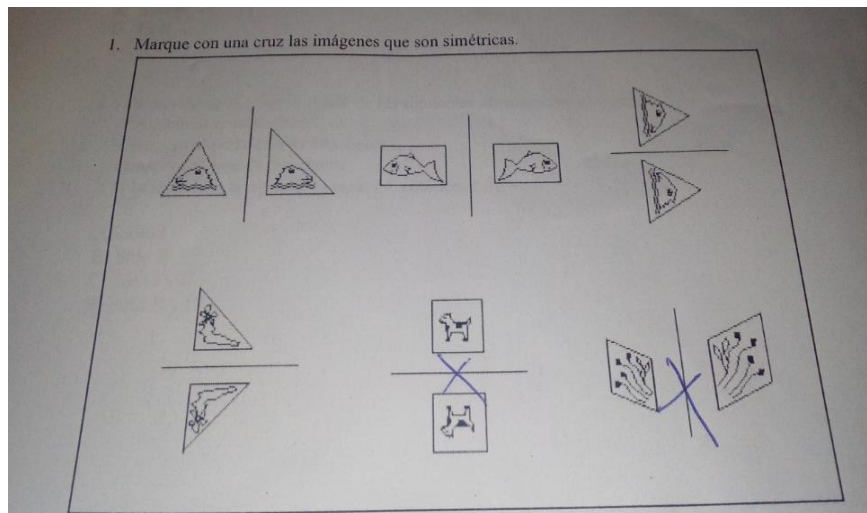
8. Demostrar por qué los siguientes triángulos son simétricos.



4.2 Análisis de los resultados encontrados al aplicar la prueba diagnóstica. (Caracterización)

Para realizar el análisis de los resultados al aplicar la prueba diagnóstica se realizó la siguiente estructura: en primer lugar la figura de la pregunta, en segundo lugar lo que se pretendía con cada pregunta, en tercer lugar los conocimientos que debían tener los estudiantes a los cuales se le aplicó la prueba, en cuarto lugar una tabla donde se encuentran los resultados de cada pregunta, en quinto lugar una descripción de los resultados de cada pregunta, por último se presenta un cuadro resumen de las preguntas y sus resultados tanto en cantidad como en porcentaje. Con el fin de detallar las dificultades colectivas que presenta el grupo frente al manejo de este objeto geométrico.

Pregunta 1



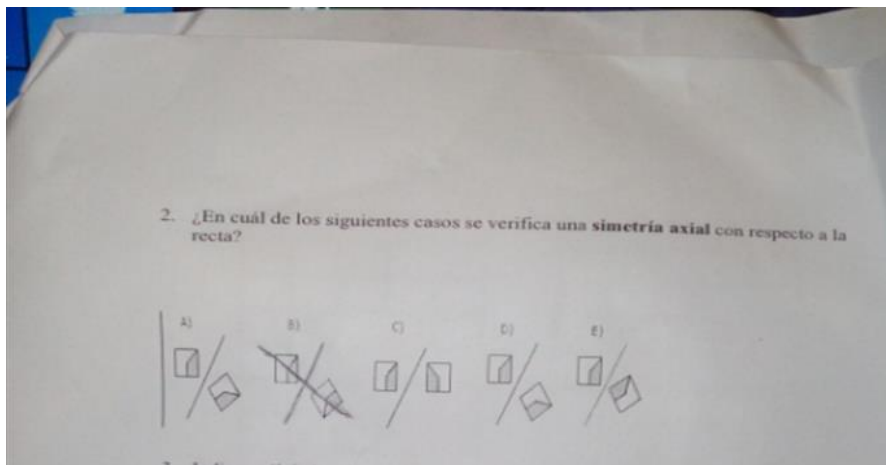
En la anterior pregunta se esperaba que los estudiantes identifiquen donde se cumple la simetría axial. Para ello los estudiantes tendrían que tener los siguientes conocimientos. El concepto de simetría axial y las características que conserva una imagen al aplicar la simetría axial.

Una vez aplicada la prueba diagnóstica los resultados fueron los que se presentan en la siguiente tabla.

Pregunta	Característica de la respuesta	cantidad	Porcentaje
1	Bien	13	52%
	Mal	12	48%

Se evidenció que aproximadamente el 48% de los estudiantes que presentaron la prueba no muestran dominio al identificar donde se cumplía la simetría axial.

Pregunta número 2.



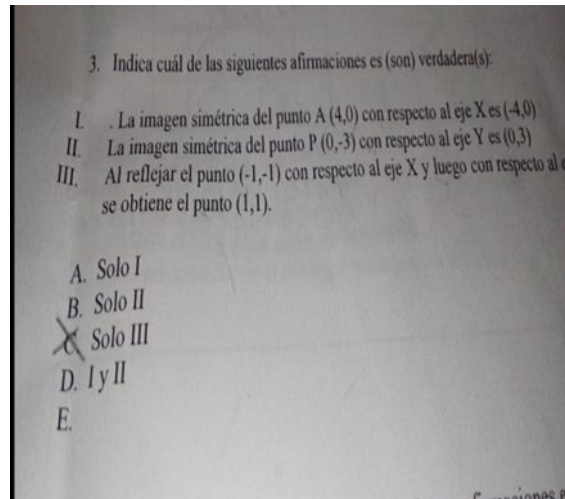
En la pregunta número 2 se esperaba que los estudiantes identificaran las características que conserva una figura al aplicar la simetría con respecto al grado de inclinación que tiene el eje simétrico. De acuerdo a lo anterior los estudiantes deberían comprender las características que conserva una figura al aplicar simetría axial.

Los resultados que arrojo esta pregunta fueron los siguientes.

Pregunta	Característica de la respuesta	cantidad	Porcentaje
2	Bien	10	40%
	Mal	15	60%

Se puede concluir que los estudiantes un gran porcentaje de estudiantes a los que se les aplicó la prueba aún no comprenden las características que conserva una figura al aplicar la simetría axial.

Pregunta número 3.



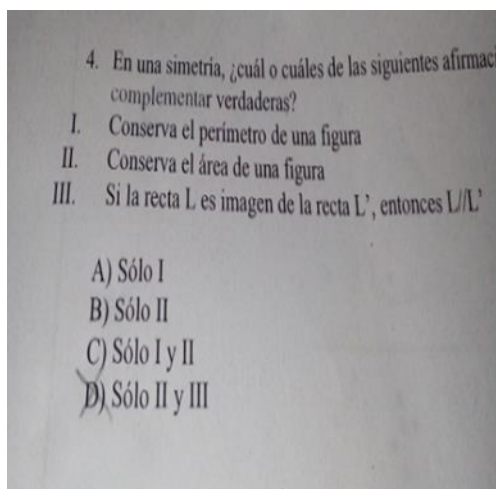
En la pregunta número 3 se esperaba que los estudiantes comprendieran los conceptos relacionados con la simetría axial, en una situación concreta. Teniendo en cuenta lo anterior los estudiantes deberían tener claro conceptos básicos en situaciones dadas relacionados a la simetría axial.

Los resultados encontrados con respecto a esta pregunta fueron los siguientes.

Pregunta	Característica de la respuesta	cantidad	Porcentaje
3	Bien	3	12%
	Mal	22	88%

De acuerdo a la anterior tabla se puede destacar que los estudiantes no aplican conceptos relacionados con la simetría axial en una situación dada.

Pregunta número 4.



En la pregunta número 4 se esperaba que los estudiantes identificaran conceptos de simetría axial.

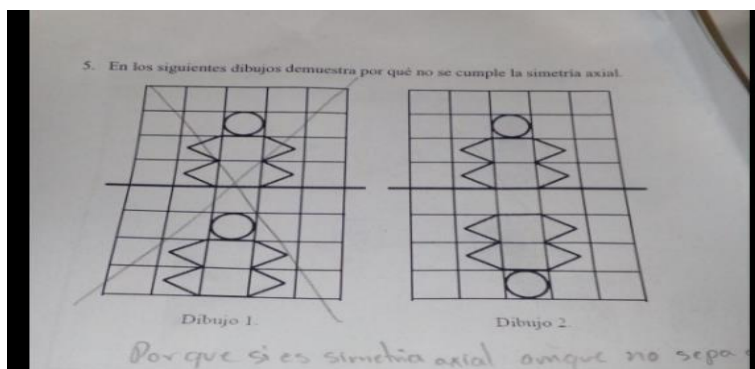
En base a lo anterior los estudiantes tenían que tener claro conceptos propios de la simetría axial.

Los resultados asociados a la anterior pregunta fueron los siguientes.

Pregunta	Característica de la respuesta	cantidad	Porcentaje
4	Bien	0	0%
	Mal	100	100%

En base a la anterior pregunta se pudo concluir que los estudiantes no identifican conceptos propios de la simetría axial.

Pregunta número 5.



En la anterior pregunta se espera que los estudiantes demostraran el por qué en las imágenes no se cumplía la simetría axial.

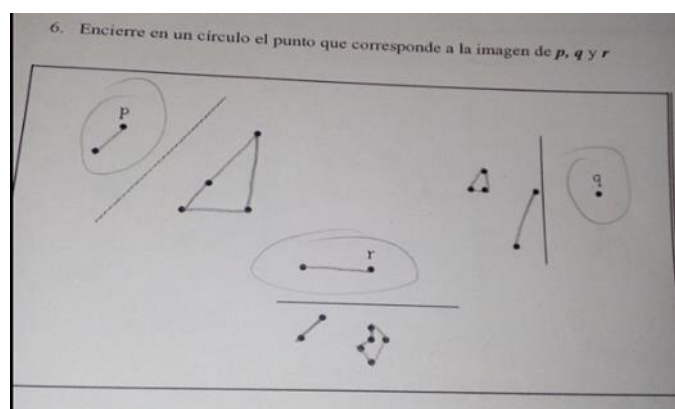
Para ello debían tener claro el concepto de distancia y las características que conserva una figura al aplicar simetría axial

Los resultados encontrados en la anterior pregunta fueron los siguientes.

Pregunta	Característica de la respuesta	cantidad	Porcentaje
5	Bien	0	0%
	Mal	100	100%

En base a la anterior pregunta se pudo deducir que los estudiantes no poseen herramientas específicas para evidenciar donde se cumple o no se cumple la simetría axial.

Pregunta número 6.



En la anterior pregunta se esperaba que los estudiantes identificaran las imágenes simétricas correspondientes a cada punto.

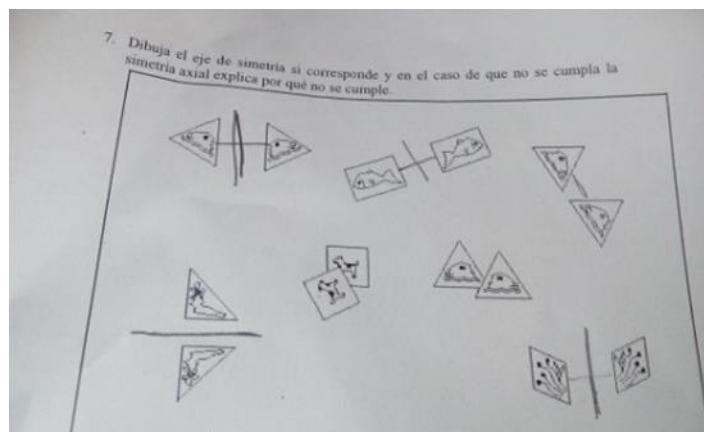
Para ello deberían identificar la posición de puntos y utilizar el concepto de distancia.

Los resultados que arrojó la anterior pregunta fueron los siguientes.

Pregunta	Característica de la respuesta	cantidad	Porcentaje
6	Bien	1	4%
	Mal	24	96%

Teniendo en cuenta lo anterior se pudo concluir que los estudiantes no identifican imágenes simétricas, adamas no tienen claro ciertas propiedades de la simetría axial.

Pregunta número 7.



En la anterior pregunta se esperaba que los estudiantes identificaran donde se cumple la simetría axial, además se esperaba que dibujaran el eje de simetría en cada caso identificado.

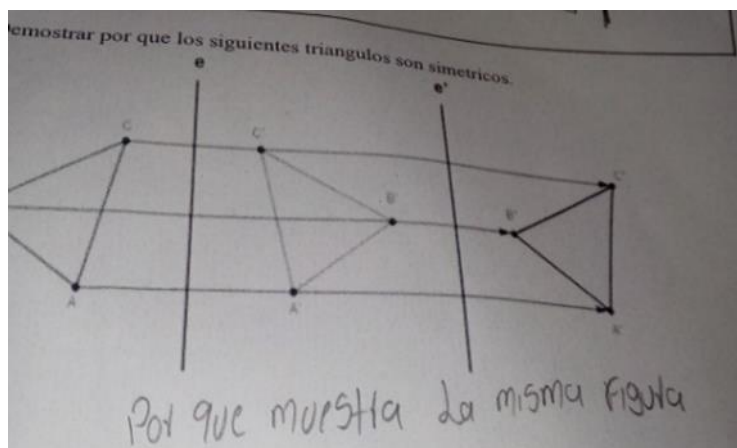
Para ello deberían tener claro el concepto de simetría axial y el concepto de eje de simetría axial.

Los resultados encontrados en la anterior pregunta fueron los siguientes.

Pregunta	Característica de la respuesta	cantidad	Porcentaje
7	Bien	4	16%
	Mal	21	84%

Teniendo en cuenta lo anterior se puede concluir que los estudiantes no identifican donde se cumple la simetría axial y no saben ubicar un eje de simetría axial.

Pregunta número 8.



En la anterior pregunta se esperaba que los estudiantes asociaran elementos, como la distancia entre puntos, la congruencia y semejanza entre triángulos, para poder demostrar que los triángulos son simétricos entre sí. Para ello debieron tener en cuenta congruencia y semejanza entre triángulos y el concepto de distancia.

Los resultados encontrados en la anterior pregunta fueron los siguientes.

Pregunta	Característica de la respuesta	cantidad	Porcentaje
8	Bien	0	0%
	Mal	100	100%

Debido a lo anterior se pudo concluir que los estudiantes no asocian otros elementos matemáticos para realizar demostraciones referentes a la simetría axial. A continuación se presentara una tabla de consolidación donde se encuentra la cantidad de estudiantes del grado noveno cinco de la institución educativa Teófilo Roberto Potes que respondieron bien o mal cada pregunta.

Características de las respuestas	Número de estudiantes asociadas a cada pregunta.							
	Pregunta #1	Pregunta #2	Pregunta #3	Pregunta #4	Pregunta #5	Pregunta #6	Pregunta #7	Pregunta #8
bien	13	10	3	0	0	1	4	0
mal	12	15	22	25	25	24	21	25
Porcentaje de estudiante que respondieron bien	52 %	40%	12%	0	0	4%	16%	0
Porcentaje de estudiantes que respondieron mal	48 %	60%	88%	100%	100%	96%	84%	100%

Teniendo en cuenta el análisis anterior, se podría afirmar que los estudiantes a los que se les aplicó la prueba diagnóstica no comprenden el concepto de simetría axial ya que se identificaron los siguientes aspectos:

- carecen de comprensión.
- no tienen claro las características que conserva una figura.
- carecen de conceptos asociados a la simetría axial en situaciones dadas.
- no identifican conceptos propios de la simetría axial.
- no poseen herramientas específicas para evidenciar donde se cumple o no se cumple la simetría axial.
- no tienen claro ciertas propiedades de la simetría axial.
- no comprenden que es un eje de simetría axial.
- no pueden asociar otros elementos como son (el concepto de distancia, igualdad y congruencia entre figuras etc.) para realizar demostraciones simétricas.

De acuerdo al diagnóstico, se puede afirmar que las debilidades que presentan los estudiantes en base al pre saber del objeto matemático de la simetría axial, se puede afirmar que los estudiantes no alcanzan las tres características fundamentales del nivel 1: Visualización o Reconocimiento del modelo Van Hiele, por tanto, se expresan a continuación:

- 1) Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
- 2) Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc.) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
- 3) No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo

Debido a estos aspectos, se plantean las siguientes actividades que servirán como refuerzo para mejorar las debilidades en los que presentan dificultades los estudiantes a los que se les aplicó la prueba diagnóstico.

Las siguientes actividades están basadas en el modelo de enseñanza de la geometría que plantea Van Hiele y mediadas por el uso de software geogebra.

5.1 DISEÑO DE ACTIVIDADES DE SIMETRÍA AXIAL MEDIADAS POR EL SOFTWARE DE GEOGEBRA

Familiarización con el Software Geogebra.

El objetivo fundamental de esta actividad es que los estudiantes puedan familiarizarse con el software y así puedan comprender las propiedades de este.

Esta actividad se divide en 5 partes:

- 1- en la primera parte se le pedirá a los estudiantes que dibujen un triángulo que consideren equilátero en sus cuadernos.
- 2- En la segunda parte de la actividad se les explicará a los estudiantes detalladamente las herramientas que conforman el software de geometría dinámica de geogebra.
- 3- En la tercera parte de la actividad se le pedirá a los estudiantes que intenten construir un triángulo equilátero en el software.
- 4- En la cuarta parte de la actividad los docentes les explicarán a los estudiantes detalladamente como se construye el triángulo equilátero en el software, con el fin de que ellos puedan comprender las propiedades de este.
- 5- Por último se les planteará las siguientes preguntas a los estudiantes.

Cuestionario de la actividad número 1.

Responda las siguientes preguntas de acuerdo a la actividad realizada.

- ¿Cuál es la diferencia entre construir el triángulo en el software y el cuaderno?
- ¿Cuál considera usted que es la forma adecuada? Y ¿Por qué?
- ¿Cómo le pareció la construcción en el software?
- Cree usted que es mejor enseñar algún tema matemático a partir del software y ¿por qué?

Simetría Axial .

Enseñanza de la simetría axial según el modelo de Van Hiele a partir del software de geometría dinámica geogebra.

El objetivo principal de esta actividad es reforzar en algunos conceptos básicos asociados a la simetría axial en los cuales los estudiantes presentan dificultades, además para la construcción de las actividades se tendrá en cuenta el modelo Van Hiele

Esta actividad se dividirá en 7 partes:

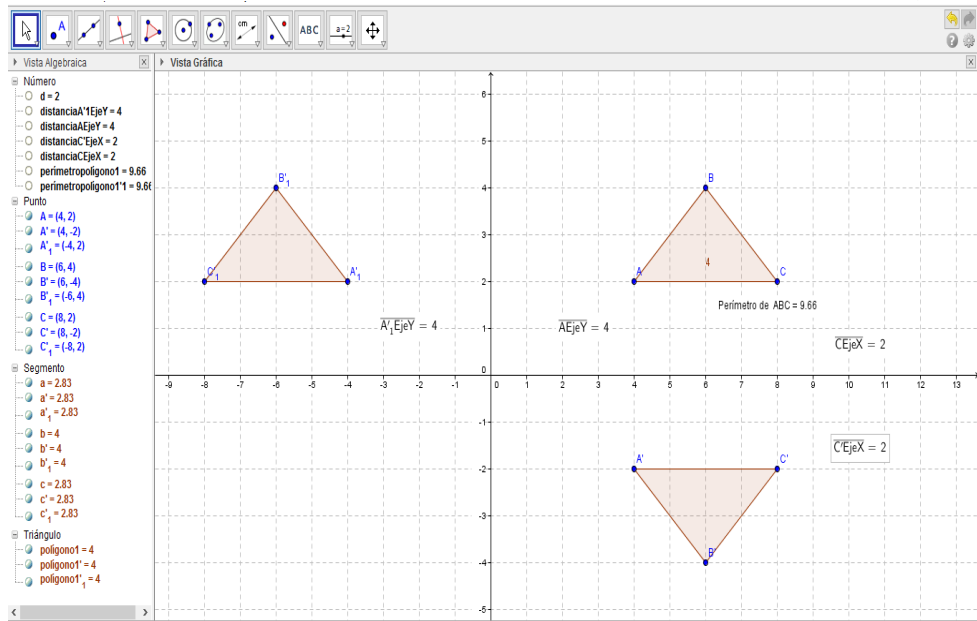
Parte número 1. Reflejar un triángulo por medio de los ejes x y eje y.

Esta actividad está basada en la segunda fase del modelo de Van Hiele (orientación dirigida)

Con la herramienta polígono se construirá un triángulo cualquiera, luego con la herramienta reflejar objeto por medio de una recta, se reflejara el triángulo utilizando como eje de simetría el eje X y luego el eje Y.

Cuando se hallan reflejado los triángulos con la herramienta distancia entre objeto se calculara la distancia entre los triángulos y los ejes de simetrías.

Después de haber calculado la distancia se observaran los triángulos, los estudiantes estarán encontrando la semejanza de los triángulos ejemplo.

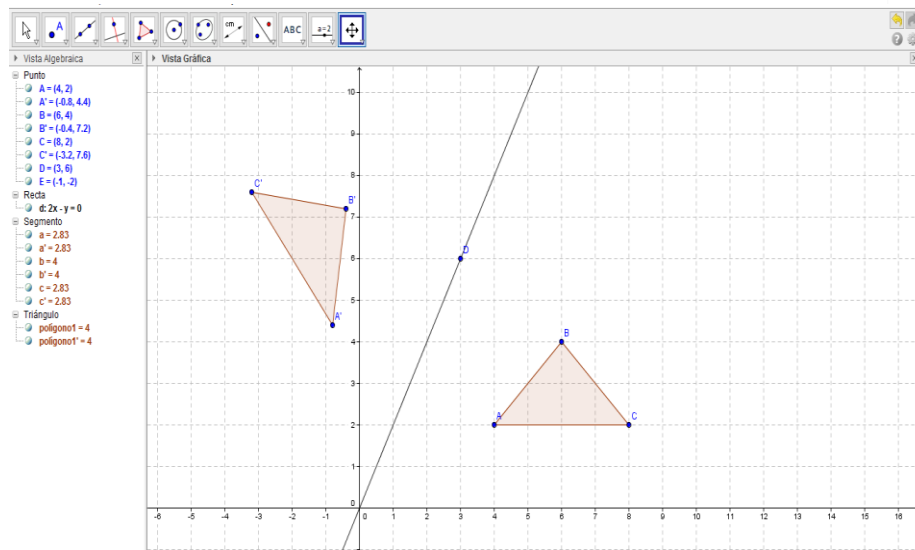


Ya habiendo realizado las construcciones indicadas, el docente y los estudiantes estarán evidenciando características para ir construyendo el concepto de simetría axial.

Parte número 2. Reflejar objeto por medio de una recta inclinada.

Esta actividad está basada en la segunda fase del modelo de Van Hiele (orientación dirigida).

Utilizando un el mismo triangulo, se reflejará este por medio de una recta que tenga un grado de inclinación.



Los estudiantes estarán señalando la diferencia entre haber aplicado la simetría en la primera parte de la actividad y haberla aplicado en la segunda parte de la actividad. Posterior a eso se estaría agregando estos factores en la construcción del concepto de simetría axial.

Parte número 3. Indagación de ideas para realizar simetrías en el plano.

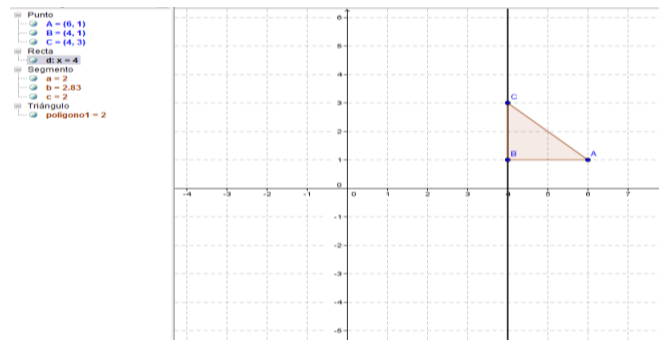
En esta parte de la actividad se estará trabajando la tercera fase del modelo de Van Hiele (explicitación).

En esta parte de la actividad los estudiantes y los docentes estarán dialogando y construyendo formulas, conceptos y métodos para trabajar la simetría axial en el cuaderno y en situaciones dadas.

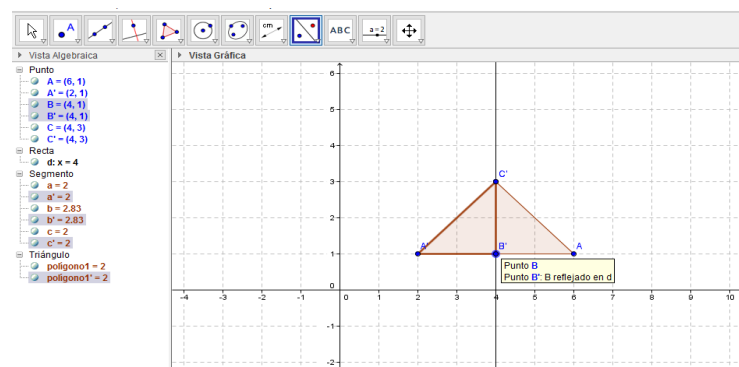
Parte número 4. Simetría axial en el mismo objeto geométrico.

En esta parte de la actividad también se está trabajando la fase número dos del modelo de Van Hiele.

En esta parte de la actividad se construirá un triángulo rectángulo, luego se trazara una línea recta por encima de la recta que conforma la altura del triángulo, así como muestra la imagen.



Después se estará realizando la simetría utilizando como eje de simetría la línea recta que se construyó.



Posterior a ese procedimiento los estudiantes estarán expresando características de este procedimiento.

Parte número 5. Resolución de situaciones problemas.

En esta parte se estará trabajando la cuarta fase del modelo propuesto por Van Hiele (orientación libre)

En esta parte de la segunda actividad los estudiantes estarán resolviendo la siguiente situación problema en el software de geometría dinámica geogebra.

Pedro tiene una piscina con las siguientes coordenadas A (1,2) B (3,2) C (1,0) D (3,0). A 10 metros de distancia de la piscina hay un rio expresado por la siguiente ecuación $Y=2x$, José desea construir una piscina igual a la de Pedro después del rio utilizando como eje de simetría este.

A- Grafique las piscinas y el río en el software de geometría dinámica.

B- ¿Qué coordenadas debe tener la piscina de José?

Si los estudiantes no resuelven la situación problema el docente le servirá de guía para resolver esta.

Parte número 6. Consolidación de conceptos.

En esta parte se estará trabajando la fase número 5 del modelo de Van Hiele (integración)

En esta parte el docente estará dando los conceptos que se construyeron en el salón.

Parte número 7. Evaluación de los conocimientos.

En esta parte de la actividad se estarán evaluando los conocimientos que los estudiantes han adquirido a lo largo de las actividades propuestas.

Para realizar esta evaluación se estará utilizando la misma prueba diagnóstica aplicada anteriormente.

5.2 Análisis a priori de las actividades Enseñanza de la simetría axial según el modelo de Van Hiele mediado por el software de geometría dinámica Geogebra.

En el siguiente apartado del documento se realizará un análisis en pro y en contra de la aplicación de las dos actividades de refuerzo propuesta para reforzar a los estudiantes.

Por una parte en este análisis se tendrá en cuenta las intenciones con las que se plantearon cada parte de las actividades. Por otra parte se tendrá en cuenta la interacción y actitud del estudiante frente al manejo del software de geometría dinámica. Y finalmente se tendrán en cuenta los conocimientos relacionados con la simetría axial que el docente espera que los estudiantes alcancen al aplicar esta actividad.

Como ya se sabe la actividad número 1 se divide en 5 partes pero cada parte de esta actividad tiene una intencionalidad que las iremos desarrollando detalladamente.

Parte número 1. La intención de esta parte de la actividad es indagar acerca de los conocimientos que tienen los estudiantes sobre la clasificación de los triángulos y además explorar si tienen algún conocimiento euclidiano para la construcción del triángulo equilátero.

Se espera que los estudiantes construyan el triángulo utilizando regla y papel, es decir al método tradicional, y que expresen que un triángulo equilátero es aquel que tiene todos sus lados iguales.

Parte número 2.

La intención con la que se plantea esta parte de la actividad es que los estudiantes puedan comprender la herramienta que hacen parte del software.

Se espera que los estudiantes comprendan el sentido matemático de cada herramienta y exploren con cada una de ellas.

Parte número 3.

La intención de esta parte de la actividad es que los estudiantes puedan indagar con las herramientas del software y que las utilicen para realizar una posible construcción del triángulo.

Se espera que el estudiante cree un triángulo con las medidas iguales pero que al someterlo a la prueba de arrastre este se deforme. Por otro lado se espera que los estudiantes se muestren entusiasmados con el manejo del software.

Parte número 4.

La intención de esta parte de la actividad es que el docente le muestre al estudiante que el software tiene unas propiedades y que este está basado en la geometría euclidiana.

Se espera que el estudiante comprenda que las construcciones realizadas tienen unas propiedades, y para corroborar si las propiedades de las construcciones que se realizan en geogebra son correctas, estas se deben someter a una prueba de arrastre, y si las construcciones no se deforman, entonces, las construcciones son correcta.

Parte número 5.

La intención con la que se planteó esta parte de la actividad es que los estudiantes puedan responder una serie de preguntas las cuales servirán para saber las opiniones que ellos tienen frente a la enseñanza utilizando como medio el software.

Se espera que los estudiantes puedan señalar algunas diferencias entre la construcción del triángulo con el método tradicional y la construcción del triángulo con el uso de geogebra, además se espera que los estudiantes puedan expresar que la enseñanza le parece mejor con el uso del software.

5.3 Análisis a priori de la actividad Enseñanza de la simetría axial según el modelo de Van Hiele mediado por el software de geometría dinámica Geogebra.

Esta actividad está dividida en 7 partes, donde se estará analizando la intención con la que se planteó cada parte de la actividad. Además se estará indagando en lo que el docente espera que el estudiante realice en cada parte de esta actividad, también se estará indagando en los conocimientos que el docente espera que los estudiantes adquieran con esta actividad.

Parte número 1.

Esta parte de la actividad se planteó con la intención que por medio del software se les muestre a los estudiantes la simetría axial y las funciones de esta, además que asocien elementos a este concepto.

Se espera que los estudiantes por medio de esta actividad tengan un acercamiento a la comprensión de este objeto geométrico, y que al ellos indagar con las herramientas del software (la herramienta para medir segmentos, la herramienta para medir ángulos, la herramienta de distancia entre puntos etc.), comprendan las características que conserva una figura al realizar una simetría axial. Por otro lado el docente espera que los estudiantes vayan haciendo un acercamiento al concepto de simetría axial. Igualmente con esta actividad se espera que el estudiante alcance parte del primer nivel propuesto por Van Hiele (reconocimiento), es decir que el estudiante pueda reconocer el objeto geométrico mediante.

- Percepción global de este.
- Percepción individual de este objeto geométrico.

Parte número 2.

Esta parte de la actividad se planteó con la intención que por medio del software se muestre a los estudiantes ciertas propiedades de la simetría axial y en qué consisten los ejes de simetrías.

Se espera que los estudiantes por medio de esta actividad comprendan los cambios de posición que realiza una figura al aplicar la simetría axial con diferentes ejes simétricos. Además los docentes esperan que los estudiantes alcancen totalmente el nivel número 1 que propone Van Hiele, es decir que puedan.

- Describir la simetría axial.
- Que utilicen propiedades imprecisas para describir este objeto geométrico.
- Que aprendan vocabulario impreciso para hablar de simetría axial.

Parte número 3.

Esta parte de la actividad se planteó con la intención que por medio de dialogo entre los estudiantes y el docente, se valla construyendo un conceptos precisos sobre la simetría axial, además que se consoliden estrategias para realizar la simetría en situaciones externas al software.

Se espera que los estudiantes por medio de esta parte de la actividad comprendan ciertos conceptos asociados a la simetría axial. También el docente espera que por medio de esta actividad los estudiantes alcancen el nivel dos propuesto por Van Hiele (análisis).

- Donde el estudiante debe reconocer que la simetría axial está formada por varios elementos.
- Donde el estudiante deduzca propiedades etc.

Parte número 4

Esta parte de la actividad se creó con la intención que por medio del software se le pueda mostrar al estudiantes que hay elementos precisos que son la composición de una o varias simetrías axiales.

Se espera que por medio de esta actividad los estudiantes aprendan a utilizar herramientas precisas para saber dónde se cumple la simetría axial.

Por otro lado se espera que por medio de esta actividad los estudiantes alcancen el nivel tres propuesto por Van Hiele (clasificación), es decir que los estudiantes puedan.

- Relacionar propiedades de la simetría axial en una figura dada.
- Clasifiquen la simetría axial.
- Comprendan implicaciones simples en un razonamiento relacionado con la simetría axial.

Parte número 5.

Esta parte de la actividad se planteó con la intención de que los estudiantes puedan analizar, comprender y resolver situaciones problemas relacionadas con la simetría axial.

Se espera que estos puedan resolver la situación dada sin ninguna interacción del docente, y que además puedan expresar más de un método para saber la solución de la situación problema. Por otra parte el docente espera que los estudiantes alcancen parte del nivel 4 propuesto por Van Hiele.

Parte número 6.

Esta parte de la actividad se realizó con la intención de consolidar conceptos con los estudiantes. Se espera que los estudiantes después de aplicar esta parte de la actividad puedan identificar conceptos propios de la simetría axial y que además alcancen totalmente el nivel cuatro propuesto por Van Hiele.

5.4 Análisis a posteriori de las actividades

En el siguiente apartado del documento se pretende realizar un análisis del desarrollo de las actividades en el salón de clases. Para ello se tendrá en cuenta el análisis a priori donde se muestra lo que el docente esperaba, además se realizara una comparación entre este y la aplicación de las actividades para saber si se cumplieron los ideales propuestos. Posterior a eso se realizara una descripción acerca de la prueba que se aplicó después de haber aplicado las actividades propuestas, con el fin de realizar un cuadro comparativo y resaltar el impacto que tuvo la implementación del software y el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la simetría axial a los estudiantes de noveno grado de la institución educativa. Por otro lado se estará indagando en las posibles diferencias entre el modelo tradicional y la enseñanza del objeto geométrico mediado por el software.

Análisis a posteriori de la actividad introducción al software.

En esta parte del análisis se realizara un barrido acerca de lo que el docente esperaba con esta actividad y lo que sucedió al aplicar esta actividad en el salón de clases, con el fin de saber si se cumplieron los objetivos con los que se planteó esta. El objetivo con el que se planteó esta actividad fue que los estudiantes pudieran familiarizarse con el manejo del software y así comprendieran las propiedades de este.

A lo largo de la aplicación de cada una de las partes de la actividad los estudiantes pudieron familiarizarse con geogebra, esto se destacó en la medida en que cuando los estudiantes respondieron el cuestionario realizado verbalmente, el docente notó las siguientes expresiones de algunos estudiantes:

- En geogebra se puede construir un triángulo equilátero más exacto.

- Me parece que las construcciones en la geometría en geogebra es mejor porque se puede comprobar si los procedimientos realizados son correctos.
- La enseñanza desde geogebra es mejor porque evita que estemos realizando mediciones con reglas es instrumentos que pueden resultar difícil de manejar.
- Desde geogebra se puede entender mejor, porque permite que con las herramientas yo me encuentre explorando métodos, es decir tengo muchas herramientas que me permiten ensayar formas de resolver una situación.

En conclusión el 100% de los estudiantes a los que se les aplicó la actividad estuvieron de acuerdo que la enseñanza desde el geogebra les parece más favorable, porque posee muchas herramientas fáciles de manejar y que les permiten indagar acerca de un tema específico relacionado con matemática.

Análisis a posteriori de la actividad Enseñanza de la simetría axial según el modelo de Van Hiele mediado por el software de geometría dinámica geogebra.

En este análisis, se estará observando las partes que están divididas las actividades, de tal forma que se va a examinar la intención con la que se planteó cada parte de la actividad, lo que el docente espera que realicen los estudiantes y lo que sucedió en el momento de aplicar las actividades, y corroborar si los estudiantes alcanzaron los niveles propuestos por Van Hiele.

Por último se estará comparando los resultados de la prueba con la enseñanza del objeto geométrico en papel y la aplicación del modelo de Van Hiele mediado por geogebra.

Parte número 1.

Esta parte de la actividad se planteó con la intención que por medio del software se les muestre a los estudiantes la simetría axial y en que consiste esta, y que asocien elementos a este concepto. Se espera que los estudiantes por medio de esta actividad tengan un acercamiento a la comprensión de este objeto geométrico, además se espera que al ellos indagar con las herramientas

del software (la herramienta para medir segmentos, la herramienta para medir ángulos, la herramienta de distancia entre puntos etc.), para que comprendan las características que conserva una figura al realizar una simetría axial.

Al aplicar la actividad se pudo evidenciar que los estudiantes se encontraron muy entusiasmado al indagar con este software este objeto geométrico, no obstante en el transcurso de la aplicación de la primera parte de la actividad los estudiantes expresaron que la figura después de aplicar la simetría axial es igual a la figura inicial, esto lo pudieron corroborar utilizando algunas herramientas de geogebra y se podría decir que los estudiante alcanzaron parte del nivel número 1(percepción global y visual del objeto geométrico) propuesto por Van Hiele y mediado por geogebra, ya que de cierta manera tienen una percepción de este objeto geométrico.

Parte número 2.

Esta parte de la actividad se planteó con la intención que por medio geogebra se muestre a los estudiantes ciertas propiedades de la simetría axial y en qué consisten los ejes de simetrías. Se espera que los estudiantes por medio de esta actividad comprendan los cambios de posición que realiza una figura al aplicar la simetría axial con diferentes ejes simétricos. Además los docentes esperan que los estudiantes alcancen totalmente el nivel número 1 que propone Van Hiele, es decir que puedan.

- Describir la simetría axial.
- Que utilicen propiedades imprecisas para describir este objeto geométrico.
- Que aprendan vocabulario impreciso para hablar de simetría axial.

Se pudo evidenciar que a lo largo de aplicar esta actividad los estudiantes expresaron que cuando si realiza una simetría con un eje de simetría que tiene un grado de inclinación la figura se refleja a través de la recta y además cambia de posición la imagen, se puede resaltar que de cierta se cumplieron los ideales propuestos. Por otro lado se puede destacar que los estudiantes alcanzaron el nivel 1 propuesto por Van Hiele ya que con la

descripción que realizaron utilizaron propiedades imprecisas para describir de cierta manera este objeto geométrico.

Parte número 3.

Esta parte de la actividad se planteó con la intención se estableciera un dialogo entre los estudiantes y el docente; con el fin de reconstruir un conceptos precisos sobre la simetría axial, además que se consoliden estrategias para realizar la simetría en situaciones externas al software. Se espera que los estudiantes por medio de esta parte de la actividad comprendan ciertos conceptos asociados a la simetría axial. También los docentes esperan que por medio de esta actividad los estudiantes alcancen el nivel dos propuesto por Van Hiele (análisis).

- Donde el estudiante debe reconocer que la simetría axial está formada por varios elementos.
- Donde el estudiante deduzca propiedades etc.

Se pudo observar que en esta parte de la actividad, los estudiantes se encontraron expresando ideas como las siguientes:

- La simetría axial es como reflejar un objeto por medio de una recta.
- El eje de simetría axial es como un espejo que si uno lo cante la imagen resultante es la misma pero canteada.

El docente al observar que los estudiantes divagaban en estos conceptos planteo la siguiente actividad para reforzar los conceptos que ellos tenían, se podría decir, que en esta parte de la actividad no se cumplieron los ideales propuestos y aun no se ha alcanzado el nivel tres como lo plantea Van Hiele.

Parte número 4.

Esta parte de la actividad se creó con la intención que por medio de geogebra se pueda mostrar al estudiantes que hay elementos precisos que son la composición de una o varias simetrías axiales.

Se espera que por medio de esta actividad los estudiantes aprendan a utilizar herramientas precisas para saber dónde se cumple la simetría axial. Por otro lado se espera que por medio de esta actividad los estudiantes alcancen el nivel tres propuesto por Van Hiele (clasificación), es decir que los estudiantes puedan.

- Relacionar propiedades de la simetría axial en una figura dada.
- Clasifiquen la simetría axial.
- Comprendan implicaciones simples en un razonamiento relacionado con la simetría axial.

Al aplicar esta actividad se pudo reforzar en los ideales que no se cumplieron en la parte número 3, luego de haber aplicado esta actividad el docente les planteo un trio de preguntas para ver si los estudiantes habían alcanzado el nivel número 3 que se espera que alcanzaran. Las preguntas fueron las siguientes.

- ¿Cuáles son las características de una simetría axial?
- ¿Cómo se podría definir una simetría axial?
- ¿Se podría clasificar una simetría axial? ¿Por qué?

Las respuestas que se más comunes fueron las siguientes:

- Las características de una simetría axial son que al aplicar esta, la imagen resultante conserva las mismas medidas y la misma forma que la figura inicial, también que la distancia de la figura resultante al eje de simetría es la misma que la de la figura inicial al eje de simetría.
- Si el eje de simetría está inclinado la imagen resultante conserva la misma característica solamente que la imagen cambia de posición.
- Hay imágenes como que están formadas por una o más simetría, como es el cuerpo humano, es decir que en el cuerpo humano el lado izquierdo tiene las mismas características del lado derecho.
- La simetría axial se podría definir como una reflexión que realiza un objeto por una recta, donde este conserva las mismas características al

ser reflejado, y se ubica teniendo en cuenta la inclinación del eje de simetría.

- Si se podría clasificar en: simetría axial con los ejes inclinados y simetría axial con los ejes no inclinados.

Aunque los conceptos que los estudiantes tienen son conceptos productos de su percepción intelectual, tienen un acercamiento altamente similar al concepto científico sobre la simetría axial, por ende podríamos decir que si se cumplieron los ideales propuestos y alcanzaron totalmente el nivel número 3.

Parte número 5.

Esta parte de la actividad se planteó con la intención de que los estudiantes puedan analizar, comprender y resolver situaciones problemas relacionadas con la simetría axial. Se espera que estos puedan resolver la situación dada sin ninguna interacción del docente, y que además puedan expresar más de un método para saber la solución de la situación problema. Por otra parte el docente espera que los estudiantes alcancen parte del nivel 4 propuesto por Van Hiele.

Al presentar esta situación problema los estudiantes quedaron un poco confundidos y mostraron dificultades frente al manejo del objeto geométrico, además en la situación presentada. Por lo tanto se puede inferir que no se cumplieron los ideales propuestos en la parte número 5 de la actividad.

Parte número 6.

Esta parte de la actividad se realizó con la intención de consolidar conceptos con los estudiantes. Se espera que los estudiantes después de aplicar esta parte de la actividad puedan identificar conceptos propios de la simetría axial y que además alcancen totalmente el nivel cuatro propuesto por Van Hiele.

En el transcurso de esta parte el docente modifico un poco los conceptos construidos en clase para que los estudiantes despejaran dudas en cuanto a conceptos propios asociados a la simetría axial. Al realizar el análisis y la comparación de los resultados de la prueba que se les aplico a

Los estudiantes se pudieron corroborar si se cumplieron los ideales propuestos con esta actividad y se alcanzó el nivel 4.

Parte número 7.

En esta parte se estará analizando las respuesta de los estudiantes en la prueba que se les aplico, para realizar una comparación entre los resultados antes de implementar geogebra y el modelo con los resultados después de haber aplicado estos en los estudiantes, con el fin de ver que tan significativo fue la implementado geogebra y el modelo de Van Hiele en lo estudiantes.

Para ello se estará un cuadro comparativo:

Significado de las siglas.

A.D: significa, antes de implementar el software de Geogebra y el modelo de Van Hiele.

D.D: significa, después de haber aplicado el software Geogebra y el modelo de Van Hiele.

Cuadro comparativo entre las respuestas que dieron los estudiantes antes de aplicar el software de geometría dinámica y el modelo de Van Hiele y después de aplicar el software y el modelo de Van Hiele.

Con el cuadro anterior se puede evidenciar que en cada una de las preguntas hubo un porcentaje más alto del 50% de los estudiantes que al implementar geogebra y el modelo de Van Hiele mejoraron en cuanto a lo comprensión de los conocimientos relacionados con la simetría axial. En base a esto se podría afirmar que gracias al modelo de Van Hiele mediado por Geogebra, los estudiantes pudieron tener un mejor desempeño. Es decir, que

la mediación del Geogebra y la aplicación del modelo fue significativo el aprendizaje de la simetría axial en los estudiantes de noveno cinco (9-5) de la institución educativa Teófilo Roberto Potes.

Características de las respuestas	Número de estudiantes asociados a cada respuesta															
	Pregunta #1		Pregunta #2		Pregunta #3		Pregunta #4		Pregunta #5		Pregunta #6		Pregunta #7		Pregunta #8	
	A.D	D.D	A.D	D.D	A.D	D.D	A.D	D.D	A.D	D.D	A.D	D.D	A.D	D.D	A.D	D.D
Bien	13	25	10	24	3	24		23		24	1	25	4	25	0	22
mal	12	0	15	1	22	1	25	2	25	1	24	0	21	0	25	3
% estudiante que respondieron bien	52 %	100 %	40 %	96 %	12 %	96 %	0 %	92 %	0 %	96 %	4 %	100	16 %	100 %	0 %	88 %
% estudiantes que respondieron mal	48 %	0 %	60 %	4 %	88 %	4 %	100 %	8 %	100 %	4 %	96 %	0 %	84 %	0 %	100 %	12 %
Diferencia Del número de estudiantes que mejoraron después de haber aplicado las Actividades.	12		14		21		23		24		24		21		22	
Porcentaje de Estudiantes que mejoraron al aplicar las actividades	48 %		56 %		84 %		92 %		96 %		96 %		84 %		88 %	

Conclusiones

Para la realización de las conclusiones de los resultados se tiene como base los objetivos específicos del trabajo.

El primer objetivo, específico que tiene como propósito diagnosticar el aprendizaje de la simetría axial en los estudiantes del grado 9°5 de la institución educativa Teófilo Roberto Pote, para ello se utilizó ocho (8) preguntas que permitieran el conocimiento que los estudiantes tenían sobre el objeto matemático de estudio en este trabajo.

La primera pregunta conocer interrogantes se pretendió conocer tanto la conceptualización que tenían los estudiantes sobre el objeto geométrico de estudio como también el manejo arrojo que el 48% de los estudiantes no comprendieron la simetría axial.

La segunda pregunta, tuvo como objetivo, permitir que el docente identifique si los estudiantes de noveno cinco (9-5) de la institución educativa Teófilo Roberto Potes comprendieron características que conserva las figuras al aplicar la simetría axial, donde se encontró que el 60% de los estudiantes no comprendieron las características que conserva una figura al aplicar la simetría axial.

Las preguntas 3 y 4 tuvieron como objetivo conocer si los estudiantes identificaran conceptos propios y asociados a la simetría axial. Donde se encontró que el 88% y el 100% de los estudiantes de (9-5) no identificaron conceptos asociados a este objeto geométrico.

La quinta pregunta tenía como objetivo observar si los estudiantes utilizan herramientas específicas para identificar donde se cumple la simetría axial, donde con los resultados se encontró que el 100% de los estudiantes no utilizan herramientas para saber dónde se cumple la simetría axial.

La sexta pregunta tuvo como objetivo permitir que el docente mire si los estudiantes tenían claro ciertas propiedades de la simetría axial, donde los resultados

arrojaron que el 96% de los estudiantes no tenían clara las características de este objeto geométrico.

La séptima pregunta tuvo como objetivo permitir mirar al docente si los estudiantes comprendían que era un eje de simetría axial. Donde se encontró que el 84% de los estudiantes no sabían que era un eje de simetría axial.

La octava pregunta tuvo como objetivo permitir que el docente conociera si los estudiantes asociaban elementos para poder realizar demostraciones en la simetría axial. Donde se encontró que el 100% de los estudiantes no realizan demostraciones con este objeto geométrico.

De acuerdo al diagnóstico, se puede afirmar que las debilidades que presentan los estudiantes en base al pre saber del objeto matemático de la simetría axial, se puede afirmar que los estudiantes no alcanza las tres características fundamentales del nivel 1: Visualización o Reconocimiento del modelo Van Hiele, por tanto, se expresan a continuación:

1. Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
2. Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc.) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
3. No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo

Teniendo en cuenta el segundo objetivo específico Caracterizar las dificultades de la simetría axial de los estudiantes del grado noveno cinco (9-5) de la institución educativa Teófilo Roberto Potes. . se pudo encontrar

- carecen de comprensión.
- no tienen claro las características que conserva una figura.
- carecen de conceptos asociados a la simetría axial en situaciones dadas.
- no identifican conceptos propios de la simetría axial.

- no poseen herramientas específicas para evidenciar donde se cumple o no se cumple la simetría axial.
- no tienen claro ciertas propiedades de la simetría axial.
- no comprenden que es un eje de simetría axial.
- no pueden asociar otros elementos como son (el concepto de distancia, igualdad y congruencia entre figuras etc.) para realizar demostraciones simétricas

Para el diseño de actividades como lo plantea el último objetivo específico, estas se diseñaron utilizando el modelo de Van Hiele mediado por el software de geometría dinámica geogebra. Debido a que la intención de este trabajo era mejorar el aprendizaje de la simetría axial por parte estudiantes de noveno cinco de la institución educativa Teófilo Roberto Potes, partiendo del diagnóstico se evidencio que las actividades deberían reforzar el concepto de simetría axial, las características, las propiedades y ejercicios que le permitieran demostrar a los estudiantes la adquisición del eje temático. Para ello, se utilizó los niveles y fases del modelo de Van Hiele mediado por el software de Geogebra este modelo permitió mejorar el desempeño de los estudiantes en esta temática

Para terminar se compararon algunas de las conclusiones de los antecedentes con las que quedaron como del resultado de este estudio.

Se comparte la evidencia que la utilización de los software, cualquiera que sea, potencia el aprendizaje de los estudiantes aun mas en este tiempo donde los niños, niñas y jóvenes son mucho más cercanos a las herramientas como es, el software Geogebra teniendo en cuenta que este trae consigo las tres formas como los estudiantes aprenden hoy (visuales, auditivos y kinestésicos).

También es necesario dejar claro que, ya sea el modelo de Van Hile, las situaciones didácticas y el modelo de enseñanza para la comprensión, los estudiantes podrán mejorar los desempeños comparados a la transmisión de conocimientos tradicional.



Para finalizar, se puede decir que la pregunta realizada del problema, sobre cómo mejorar el aprendizaje de la simetría axial, se concluye que el modelo de los Van Hiele, posibilita a los estudiantes mediante los niveles propuestos en este trabajo y son medidas por el software geogebra, si bien facilita aún más ya que este programa permite trabajar de manera dinámica los objetos matemáticos, dándole una mayor versatilidad a una asignatura que en el paradigma predominante en los estudiantes de la básica es muy compleja y abstracta.

En ultimas, y como lo describe Baltazar y Acosta “el docente que trabaje o replique este tipo de experiencias, debe conocer muy bien diversas formas de administración y uso de las herramientas y recursos que posee el software”

- [NCTM]., N. C. (2000). Principles and standars for school mathematics. Reston.
- Abrate, R., & Delgado, G. y. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. Obtenido de <http://www.rieoei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf>
- Alarcón, S. A. (2012). una propuesta didactica para la enseñanza de transformaciones geometricas en el plano con estudiantes de grado séptimo haciendo uso del entorno visual del juego pac-man. *MAESTRIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES*, 36.
- Almeida, M. (2002). Desarrollo profesional Docente en Geometría: análisis de un proceso de formación a Distancia. (Memoria de tesis doctoral). Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las matemáticas. Barcelona. Obtenido de http://www.tesisenxarxa.net/TESIS_UB/AVAILABLE/TDX-1008102120710//TOL119.pdf
- Ausubel. (2004). *LA TEORIA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO* . españa .
- Báez, R. &. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL " El mácaro". Enseñanza de la Matemática, .
- Braga, G. (1991). *Apuntes para la enseñanza de la geometía. Signos, teoría y práctica para la educación*, 4, julio-diciembre, 52-57.
- Brousseau, G. (1999). *Educación y Didáctica de las Matemáticas*. méxico .
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoria de las situaciones didacticas*. Buenos Aires .
- Brousseau, G. (s.f.). Fundamentos y Metodos de la Didáctica de las Matemáticas.
- Clemens, S. O. (1989). *Geometría con aplicaciones y solución de problemas*. E.U.A.
- Crowley, M. (2002). El Modelo de Van Hiele de desarrollo de pensamiento geometrico.
- Cuéllar, D. J. (2014). SIMETRIA AXIAL MEDIADO POR EL GEOGEBRA: UN ESTUDIO CON ALUMNOS DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA.
- Fouz, F. &. (2005). modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. un paseo por la geometría. (pp. 67-81).

Gallego. (2012). *Lads TIC en geometria, una nueva forma de enseñar*.
(ediciones de la U ed.). Bogotá.

Gallegos, D. y. (2012). Las TIC en geometria, una nueva forma de enseñar.

Gamboa, A. &. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*.

Gamboa, R. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes.

GARCIA, C. D. (2014). *SIMETRÍA AXIAL MEDIADO POR EL GEOGEBRA: UN ESTUDIO CON ALUMNOS DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA*. PERU.

Godino, J. &. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. En *D.d. Matemática, Matemáticas y su didáctica para Maestros*. Granada.

Gutierrez, A. &. (1998). *On the Assessment of the Van Hiele Levels of Reasoning, Spring & Summer Edition, 20, n°2&3*.

Hiele, V. (2001). *Modelo de Van Hiele Para La Didactica De La Geometria* . Bogota .

Jaime, A. &. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Linares y M.V. Sánchez (Eds), *Teoria y practica en educación matemática*,. En G. &. Almendros, *La didactica de la geometría y el modelo de Van Hiele* (págs. 295-384). sevilla.

Jones, K. (2002). Issues in the Teaching and Learning of Geometry. En L. Haggarty (Ed.), *Sapects of Teaching Secondary Mathematics*. London.

Maldonado, L. (2013). Enseñanza de la simetria con uso de Geogebra segun el modelo de Van Hiele.

Míguez, Á. (2001). Estructuración de los libros de textos de matemáticas en educación a distancia (caso de estudio: modulo I de la ONU y Álgebra elemental del curso introductorio de la UNA). En *ponencia presentada en II jornada de promoción a la investigación Científica, humanística y tecnológica en la universidad nacional abierta*. caracas .

Míguez, Á. (2003). Herramientas para el análisis de una lección de Geometría.

NCTM. (2000). *Principios y estándares para la educación matemática* . sevilla .

NCTM, M. N. (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla.



Rodriguez, I. R. (febrero, 2010). *EL IMPACTO DE LAS TIC EN LA TRNASFORMACIÓN DE LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA: REPENSAR LOS MODELOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE*, teoría de la educación. Educación y cultura en la sociedad de la información. ESPAÑA.

Sánchez, G. (2014). *Diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría axial en grado séptimo de educación básica desde el enfoque de la enseñanza para la comprensión*. palmira.

Steward, I. (2008). *Belleza y verdad: una historia de la simetría* . Barcelona.

Vanegas, p. m. (2015). *Niveles de Razonamiento Geométrico de Van Hiele al resolver problemas geométricos: un estudio con alumnos de 13 a 16 años en cantabria* .

Vergel, R. R. (2006). EL JUEGO, LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EL PROYECTO DE AULA COMO DISPOSITIVO. EN LAS DIDACTICAS DE LA MATEMÁTICA Y LA ESTADISTICA. UNIVERSIDAD NACIONAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS. *movimientos en el plano a través de teselados* .

Virgilio, R. 1. (2006). Marco Contextual.

Vuorikari, R. (2004). *Learning Enviroments for European Schools*.

Zammit, S. (1992). Factors faciliting or hindering the use of computers in schools.