

**PROPUESTA DE UN MODELO DE RUTEO DE VEHÍCULOS PARA UNA
EMPRESA DISTRIBUIDORA DE ALIMENTOS DE LA REGIÓN**

**CARLOS ANDRÉS DOMÍNGUEZ MUÑOZ
OSCAR ANDRÉS PEREA BERMÚDEZ**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
PROGRAMA ACADÉMICO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
ZARZAL
2015**

**PROPUESTA DE UN MODELO DE RUTEO DE VEHÍCULOS PARA UNA
EMPRESA DISTRIBUIDORA DE ALIMENTOS DE LA REGIÓN**

**CARLOS ANDRÉS DOMÍNGUEZ MUÑOZ
OSCAR ANDRÉS PEREA BERMÚDEZ**

Trabajo de grado presentado para optar por el título de Ingeniero Industrial.

**Director:
Msc. Carlos Alberto Rojas Trejos**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
PROGRAMA ACADÉMICO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
ZARZAL
2015**

DEDICATORIA

A Dios Por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mi Madre, por haberme educado y soportar mis errores. Gracias a tus consejos, por el amor que siempre me ha brindado, por cultivar e inculcar ese sabio don de la responsabilidad.

¡Gracias por darme la vida!

¡Te quiero mucho!

A mi Padre, a quien le debo todo en la vida, le agradezco el cariño, la comprensión, la paciencia y el apoyo que me brindó para culminar mi carrera profesional.

A mis Hermanos, porque siempre he contado con ellos para todo, gracias a la confianza que siempre nos hemos tenido; por el apoyo y amistad.

¡Gracias!

A mis Familiares, gracias a todos mis sobrinos que directamente me impulsaron para llegar hasta este lugar, a todos mis familiares que me resulta muy difícil poder nombrarlos en tan poco espacio.

A la Universidad del Valle y en especial a la Facultad de Ingeniería Industrial por permitirme ser parte de una generación de triunfadores y gente productiva para el país.

Oscar Andrés Perea Bermúdez.

A mi mamá, que ha sido y será un pilar fundamental en mi vida y quien en todo momento me ha acompañado ya sea como madre, consejera o amiga. Ella sabe que no me alcanzaría esta página, ni la vida para agradecerle todo lo que ha hecho por mí.

A mi papá, quien ha sido ejemplo de esfuerzo y perseverancia. Su vida e historia me ha servido de inspiración y enseñanza. Gracias por estar siempre a mi lado.

A mi hermano, que siempre ha sido ese amigo inseparable, que me brindo una palabra de aliento y me prestó su ayuda en los momentos en que necesite.

A todas las personas que de una forma u otra han influenciado mi vida, y me ha permitido llegar a este punto de culminar mis estudios profesionales.

¡Gracias!

Carlos Andrés Domínguez Muñoz

NOTA DE ACEPTACIÓN

Jurado 1

Jurado 2

Zarzal, 16 de Marzo del 2015

AGRADECIMIENTOS

Queremos expresar nuestros más sinceros agradecimientos a:

Al profesor CARLOS ALBERTO ROJAS TREJOS, M.Sc., Director del Proyecto, por su tiempo dedicado a la revisión tanto del anteproyecto previamente presentado como del presente documento, así como sus sugerencias iniciales para el acotamiento del trabajo.

A los profesores de la Universidad del Valle que nos guiaron durante todo este trayecto y a todos aquellos que hicieron posible la confección y elaboración de este trabajo.

A los miembros de la Empresa que cooperaron con el proyecto, y permitieron el acceso a diversa información para la creación del mismo, pero cuyos nombres se omiten por razones de confidencialidad.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	12
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
2. JUSTIFICACIÓN	15
3. OBJETIVOS	17
3.1. OBJETIVO GENERAL	17
3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
4. MARCO DE REFERENCIA.....	18
4.1. REVISIÓN DE LITERATURA.....	18
4.2. MARCO TEÓRICO.....	21
4.2.1. Problema del agente viajero (TSP)	22
4.2.2. Algoritmo MTZ para la eliminación de Sub-rutas	23
4.2.3. El problema del ruteo de vehículos (VRP o CVRP)	24
4.2.4. Heurístico de Clark & Wright	26
4.2.5. Algoritmo de Pétalos.....	27
4.2.6. Heurística de Barrido o Sweep	28
4.2.7. Route First – Cluster Second.....	29
5. CASO ESTUDIO	31
5.1. CARACTERIZACIÓN.....	31
5.1.1. Características relacionadas con la empresa.....	31
5.1.2. Características relacionadas con el producto.....	31
5.1.3. Características relacionadas con el proceso de distribución	33
6. FORMULACIÓN DEL MODELO.....	36
6.1. MATRIZ DE DISTANCIAS Y COORDENADAS CARTESIANAS.....	36
6.2. ASIGNACIÓN DE RUTAS.....	39
6.2.1. Aplicación del algoritmo de Pétalos	39
6.2.2. Aplicación del método por Cercanía de Puntos	49
6.2.3. Aplicación del Algoritmo de los Ahorros.....	51
6.2.4. Aplicación del método la Gran Ruta	54

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS	58
7.1. SOLUCIÓN DEL ALGORITMO DE PÉTALOS.	58
7.2. SOLUCIÓN DEL MÉTODO POR CERCANÍA DE PUNTOS	62
7.3. SOLUCIÓN DEL ALGORITMO DE AHORROS	64
7.4. SOLUCIÓN DE LA GRAN RUTA.....	67
7.5. EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS.	70
7.6. COMPARACIÓN PROPUESTA SELECCIONADA Y SISTEMA ACTUAL	71
8. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	73
8.1. ANÁLISIS VARIACIÓN EN LA CANTIDAD DE VEHÍCULOS	73
8.2. ANÁLISIS VARIACIÓN EN LA CAPACIDAD DE VEHÍCULO	74
8.3. RESTRICCIÓN DE CLIENTES CON MENOR DEMANDA.....	78
8.4. RESTRICCIÓN DE CLIENTES BASADO EN EL PRECIO SOMBRA.....	81
9. CONCLUSIONES	86
REFERENCIAS	89

LISTA DE TABLAS

Tabla 5.1. Tipo de producto demandado durante el día crítico.	32
Tabla 5.2. Cantidad de producto demandado durante el día crítico.	33
Tabla 6.1. Matriz de distancias (km) asimétricas, ejemplo con 5 clientes.	36
Tabla 6.2. Coordenadas cartesianas, ejemplo con 5 clientes.	39
Tabla 6.3. Demanda y coordenadas, ejemplo con 10 clientes.	40
Tabla 6.4. Información para la elaboración del Barrido, ejemplo con 10 clientes.	41
Tabla 6.5. Primeros siete (7) clusters, método del Barrido.	43
Tabla 6.6. Modelo MTZ en AMPL®.	45
Tabla 6.7. Datos asimétricos en Km para el MTZ en AMPL®, cluster 5.	46
Tabla 6.8. Modelo de Pétalos en AMPL®.	49
Tabla 6.9. Clusters generados por el Método de Cercanía de Puntos.	51
Tabla 6.10. Depuración de los máximos Ahorros.	53
Tabla 6.11. Clusters generados por el algoritmo de los Ahorros.	54
Tabla 6.12. Clusters generados por la Gran Ruta.	57
Tabla 7.1. Clusters definidos para el Algoritmo de Pétalos.	59
Tabla 7.2. Conjunto de clusters seleccionados por el Algoritmo de Pétalos.	60
Tabla 7.3. Secuenciación de clusters seleccionados, Algoritmo de Pétalos.	61
Tabla 7.4. Información de los clusters obtenidos con el Algoritmo de Pétalos.	62
Tabla 7.5. Secuenciación de clusters de Cercanía de Puntos.	63
Tabla 7.6. Clusters obtenidos con el Método por Cercanía de Puntos.	64
Tabla 7.7. Creación de clusters con el Algoritmo de Ahorros.	65
Tabla 7.8. Secuenciación de clusters seleccionados, Algoritmo de Ahorros.	66
Tabla 7.9. Información de los clusters obtenidos, Algoritmo de Ahorros.	67
Tabla 7.10. Secuenciación de clusters seleccionados por la Gran Ruta.	68
Tabla 7.11. Clusters obtenidos con el Método de la Gran Ruta.	69
Tabla 7.12. Información de los métodos propuestos.	71
Tabla 7.13. Comparación entre el sistema actual y la alternativa propuesta.	71
Tabla 8.1. Análisis del escenario (Eliminación del vehículo 3).	73
Tabla 8.2. Variación entre la propuesta inicial y escenario.	74
Tabla 8.3. Capacidad máxima del vehículo.	74
Tabla 8.4. Información para elaborar una sola ruta.	76
Tabla 8.5. Información de única ruta.	77
Tabla 8.6. Comparación entre escenario y alternativa propuesta.	78
Tabla 8.7. Clusters donde se encuentran los clientes a eliminar.	78
Tabla 8.8. Nueva secuenciación de clusters, excluyendo clientes 37 y 23.	79
Tabla 8.9. Variación entre la propuesta inicial y escenario.	80
Tabla 8.10. Información del cluster con los clientes a eliminar.	81
Tabla 8.11. Secuenciación de clusters, excluyendo clientes 8, 16 y 24.	82
Tabla 8.12. Variación propuesta inicial y escenario.	84
Tabla 8.13. Variación propuesta inicial y escenario.	84

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1. Una solución formada por 2 sub-tours.	23
Figura 4.2. Antes y después de secuenciar con el modelo del MTZ.	23
Figura 4.3. Dos rutas antes y después de ser unidas.	26
Figura 4.4. Una solución obtenida mediante el algoritmo de barrido.	28
Figura 4.5. Aplicación de los algoritmos Ruote First – Cluster Second.	29
Figura 5.1. Mapeo de Clientes.	34
Figura 6.1. Ejemplo de distancia y coordenadas de un cliente.	36
Figura 6.2. Software UTM® con coordenadas geodésicas.	38
Figura 6.3. Software UTM® con coordenadas cartesianas.	38
Figura 6.4. Ejemplo de elaboración del Barrido.	42
Figura 6.5. Primeros siete (7) clusters, método del Barrido.	43
Figura 6.6. Proceso de planteamiento y solución en lenguaje AMPL®.	44
Figura 6.7. Secuenciación de cluster obtenido por el método del Barrido.	47
Figura 6.8. Clusters generados por el Método de Cercanía de Puntos.	50
Figura 6.9. Clusters generados por el algoritmo de los ahorros.	54
Figura 6.10. Gran ruta generada por medio del MTZ en lenguaje AMPL®.	55
Figura 6.11. Formación de clusters para la Gran Ruta.	56
Figura 7.1. Formación de clusters para el Algoritmo de Pétalos.	60
Figura 7.2. Trayecto real para el cluster 8 del Algoritmo de Pétalos.	61
Figura 7.3. Trayecto real para el cluster 5, Método por Cercanía de Puntos.	63
Figura 7.4. Trayecto real para el cluster 1 del Algoritmo de Ahorros.	66
Figura 7.5. Clusters y secuenciación para la Gran Ruta.	68
Figura 7.6. Trayecto real para el cluster 1 de la Gran Ruta.	69
Figura 8.1. Única ruta formada a partir del Método por Cercanía de puntos.	76
Figura 8.2. Única Ruta basada en la metodología propuesta.	77
Figura 8.3. Rutas de los clusters 1 y 5 propuestas por el modelo MTZ.	79
Figura 8.4. Rutas de los clusters 1 y 5 eliminando los clientes 23 y 37.	80
Figura 8.5. Rutas de los clusters 4 y 6 propuestas por el modelo MTZ.	82
Figura 8.6. Rutas de los clusters 4 y 6 eliminando los clientes 8, 16 y 24.	83

LISTA DE ANEXOS DIGITALES

Anexo 1. Modelo del MTZ para la secuenciación de los clusters obtenidos por el Método del Barrido.

Anexo 2. Modelo del algoritmo de Pétalos para la selección de clusters obtenidos por Método del Barrido.

Anexo 3. Modelo del MTZ para la secuenciación de los clusters obtenidos por el método de los Ahorros.

Anexo 4. Modelo del MTZ para la secuenciación de los clusters obtenidos por el Método de Cercanía de Puntos.

Anexo 5. Modelo del MTZ para la secuenciación de la Gran Ruta.

Anexo 6. Información de clientes.

Anexo 7. Formación de clusters por el Método del Barrido.

Anexo 8. Depuración y selección de clusters para el Algoritmo de Pétalos.

Anexo 9. Matriz de distancias, matriz de ahorros y matriz para depurar los máximos ahorros.

Anexo 10. Selección de clusters por el Método de Cercanía de Puntos.

Anexo 11. Selección de clusters por el Método de la Gran Ruta.

Anexo 12. Información General de los clusters obtenidos.

Anexo 13. Comparación entre la mejor propuesta de ruteo y el sistema actual de distribución.

Anexo 14. Escenario variación en la cantidad de vehículos.

Anexo 15. Escenario variación en la capacidad del vehículo.

Anexo 16. Escenario restricción de clientes con menor demanda.

Anexo 17. Escenario restricción de clientes basado en el menor precio sombra.

Anexo 18. Escenario restricción de clientes basado en el mayor precio sombra.

INTRODUCCIÓN

El problema de ruteo de vehículos, conocido como VRP (Vehicle Routing Problem), consiste en hallar un conjunto de rutas de reparto para un número de vehículos con el fin de distribuir productos que permitan satisfacer la demanda de un grupo de clientes, depósitos o almacenes distribuidos geográficamente. El VRP resulta extremadamente útil no solo en problemas relacionados con el reparto y recogida de productos, sino también en una gran variedad de problemas reales ligados a la logística del transporte y la distribución. Estos problemas se caracterizan porque el origen de cada ruta coincide con su destino. Generalmente son difíciles de resolver a optimalidad y se clasifican como NP-Complejos o duros de resolver (*NP-Hard*), es decir, que para ellos no se conoce si existe un algoritmo que los resuelva en tiempo polinomial en función de su tamaño, (Vidal, 2011).

En este proyecto se aborda el problema de ruteo para una empresa distribuidora, donde se realiza una caracterización del sistema de distribución actual, identificando aspectos relevantes como: capacidad y número de vehículos, ventanas de tiempo u horarios de entrega a los clientes, con las distancias que deben recorrer los vehículos desde el centro de distribución hacia cada uno de los diferentes puntos de venta, entre otros. Una vez concluida la caracterización, se define el algoritmo para la solución de éste problema y se analizan los resultados.

La empresa en la que se llevó a cabo éste análisis no cuenta con un estudio de ruteo de vehículos que le permita elegir de la manera más eficiente el trayecto a seguir para la entrega de sus productos, por lo cual, se convierte en un problema frente a las nuevas exigencias de los clientes, ya que estos requieren ser abastecidos en el menor tiempo posible. Esta investigación, propone una nueva secuenciación de rutas que contribuya a disminuir los costos de transporte, ayudando a la organización a adaptarse de acuerdo al entorno competitivo y satisfaciendo las necesidades del mercado, para lo cual, se utilizaron diferentes herramientas para la solución del VRP, como lo son el Algoritmo de Pétalos, el Método de los Ahorros (Clark & Wright), la Gran Ruta y la selección de cluster de acuerdo a la Cercanía de Puntos (cercanía entre clientes). Finalmente, se compararon los resultados obtenidos de dichas herramientas para seleccionar la mejor opción de ruteo.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las empresas distribuidoras de productos de consumo masivo realizan actividades comerciales en las que deben suministrar productos a varios puntos de venta a nivel nacional e internacional, y a la vez, deben enfrentar a empresas competidoras que surgen constantemente en este sector, las cuales pueden tener la capacidad de analizar de manera estructurada y rigurosa todos los posibles escenarios que permitan tomar las mejores decisiones, generando una situación desfavorable para las empresas que realizan sus tareas de manera empírica (Medina & Espinosa, 2002). De acuerdo a Albán, Salas & Vargas (2009), algunas de las consecuencias que trae la resolución inadecuada de estos problemas son:

- Retraso en la entrega de los productos de alimentos en el tiempo establecido, incidiendo de forma negativa en el servicio que ofrece la empresa.
- Mayores costos, al no utilizarse la ruta más adecuada.
- Costos adicionales, si no se respeta la calidad del servicio, faltando a los acuerdos establecidos con el cliente o al no atender de manera oportuna sus exigencias.
- Faltantes en el momento de realizar la entrega, debido a la capacidad limitada del vehículo, y que la ruta seleccionada puede no ser la adecuada, por esta razón, en ocasiones se debe realizar un segundo viaje para cumplir con el pedido del cliente.

Las decisiones basadas en hechos empíricos son comunes en algunas MIPYMES, haciendo que la problemática toque al desarrollo económico del país, ya que éstas constituyen aproximadamente el 96.4% de los establecimientos, aproximadamente el 63% del empleo; el 45% de la producción manufacturera, el 40% de los salarios y el 37% del valor agregado de la nación¹. Estas decisiones llevan a que las empresas cometan errores, representados en altos costos operativos, pérdidas de clientes y baja competitividad en el mercado, y aunque muchas veces este tipo de decisiones solo se tomen para mantener la rentabilidad actual, no son recomendadas en un mundo donde la competitividad lleva a que las empresas busquen constantemente la manera de destacar sobre las demás.

Actualmente la empresa distribuidora de alimentos objeto de estudio, integrante de las PYMES del país y ubicada en el municipio de Zarzal, toma decisiones de forma empírica relacionadas con la entrega de los productos, en donde el conductor es quien selecciona cual será la secuencia para visitar los clientes, sólo

¹ Adaptado del Gremio Colombiano de MIPYMES ACOPI, 2013.

teniendo en cuenta la proximidad entre el vehículo y las tiendas o puntos de venta que se encuentran distribuidos geográficamente en el mismo municipio y han sido designados por las solicitudes de pedido que han llegado al centro de distribución. Un inadecuado diseño de las rutas ocasiona un incremento en la distancia total recorrida y por ende en los costos asociados al transporte; donde según información proporcionada por la empresa, se incurre en un costo de transporte diario de \$93.689, el cual varía aproximadamente en un 10.3% con base en el costo mencionado, ya que el recorrido se realiza de manera empírica.

La empresa distribuidora de productos de consumo masivo cuenta con 4 empleados, quienes son los encargados de la tarea de distribución, además los vehículos utilizados en esta actividad son 5, de los cuales 4 son motocicletas con furgón cuya capacidad individual es de 300 kilogramos con un volumen de 1,05m³, y 1 camión Chevrolet Luv con una capacidad de 1230 kg, el cual solo visita las veredas del municipio de Bolívar. Los vehículos visitan 4 zonas distintas, las cuales comprenden los municipios de: Zarzal, Bolívar, Roldanillo y La Victoria, que cuentan con 180, 171, 165 y 134 clientes respectivamente.

Cada zona es visitada por las motocicletas con furgón, excepto Bolívar, en donde el camión visita veredas como la Tulia y Naranjal, ya que son de difícil acceso para los vehículos pequeños. Diariamente los vehículos visitan entre 25 y 40 clientes, clasificados en minoristas y mayoristas, donde las entregas se realizan durante la jornada que comprende desde las 7:00 am a 2:00 pm, 6 días a la semana (lunes a sábado), cuyo tiempo de descarga promedio es de 20 minutos en cada punto de venta. Al terminar las entregas, los vehículos regresan al centro de distribución donde se alistan los pedidos para el día siguiente.

En este contexto, el problema será tratado en la cabecera municipal de Zarzal, la cual cuenta con 109 puntos de venta distribuidos geográficamente, en donde los 71 clientes restantes se encuentran en las veredas y corregimientos del mismo, donde en éste municipio está ubicado actualmente el centro de distribución y la flota vehicular es homogénea, debido a que el vehículo que realiza las entregas en esta zona siempre tendrá la misma capacidad de almacenamiento.

De acuerdo a esta problemática, surge la siguiente pregunta:

¿De qué forma se debe realizar la entrega de pedidos desde el centro de distribución a los diversos puntos de venta de Zarzal, de tal forma que se contribuya a minimizar el costo total de transporte asociado?

2. JUSTIFICACIÓN

El transporte de mercancía es una labor de gran importancia dentro del ámbito logístico, debido a que a través de éste se apoya el proceso de distribución, en donde el transporte puede llegar a representar hasta el 20% del costo final de los productos (Olivera, 2004). La correcta planificación de la entrega de los productos pueden llegar a disminuir entre el 5% y el 20% de los costos de transporte (Liong C. et al., 2008). Este transporte de productos abarca todos los procesos desde que el pedido se encuentra en el centro distribución, hasta que es entregado al punto de venta, incluyendo no solo el viaje que el vehículo debe realizar, sino también otras actividades como la preparación del vehículo, tiempos de espera de despacho, alistamiento del pedido, entre otros (Vidal, 2011).

La labor de distribución del producto se caracteriza principalmente por el tipo y cantidad de vehículos a utilizar, tiempos de entrega y número de viajes a realizar relacionados con la distribución geográfica de los puntos a visitar (Vidal, 2011), por lo cual se sugiere un modelo de distribución que proporcione una opción para realizar las entregas, permitiendo la movilidad adecuada para el desarrollo de esta labor y la interacción de las actividades, contribuyendo a que la distribución del producto se efectúe de manera eficiente.

En general, este tipo de problemas de distribución son de carácter complejo, en donde las soluciones dependen de distintos factores (Vidal, 2011), y cuando estas situaciones son resueltas de manera empírica, dejan la duda sobre su viabilidad y la posibilidad de que exista una solución más eficiente, ya que solo pueden observarse los resultados tiempo después que se implementan los cambios tomados (Medina & Espinosa, 2002), por lo tanto, en el presente proyecto se desarrollará un modelo de ruteo de vehículos que le permita a la empresa tomar decisiones acertadas a la hora de realizar la distribución de su producto.

El modelo de distribución se obtendrá mediante herramientas empleadas para abordar este tipo de problemas, cuya solución tendrá un grado de calidad que depende de las consideraciones y la validez de éstas. El propósito al que se pretende llegar usando estas herramientas es contribuir al mejoramiento de un sistema para el uso eficiente de recursos, por lo cual muchas se han generado y mejorado al paso de la historia (Taha, 2004). Aquí es donde el proceso para diseñar o modelar el sistema de ruteo de vehículos cuenta con metodologías que han surgido para abordar este tipo de situaciones, como son los métodos heurísticos, propios para el desarrollo de problemas de alto nivel de complejidad, creando el escenario perfecto para la búsqueda de la mejor solución, no siendo

ésta la solución óptima, pero si la más recomendada debido a su alto grado de calidad como alternativa de mejora (Olivera, 2004).

Por lo tanto, el trabajo actual busca analizar la situación de la empresa, para así desarrollar y proponer un modelo de ruteo de vehículos, buscando la mejor alternativa que le permita a la organización distribuir adecuadamente sus productos, de tal forma que contribuya a brindar un servicio adecuado al realizar las entregas de forma ordenada, ayudando a disminuir los costos asociados al transporte para la distribución del producto.

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVO GENERAL

Proponer un modelo de ruteo de vehículos para la entrega de productos en una empresa distribuidora de alimentos que minimice los costos de transporte asociados a la operación.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Caracterizar el sistema actual de distribución en la empresa objeto de estudio.
2. Formular un modelo de ruteo de vehículos para la distribución de productos en la empresa objeto de estudio.
3. Analizar la solución del modelo obtenido, frente a la variación de los factores críticos como capacidad, número de vehículos y demanda en puntos de venta.

4. MARCO DE REFERENCIA

En este capítulo se presentan las diversas investigaciones relacionadas con el problema de ruteo vehículos (VRP), de igual modo se presenta un marco teórico donde se describen las herramientas básicas y necesarias para el desarrollo de la investigación.

4.1. REVISIÓN DE LITERATURA

En este capítulo se expondrán diferentes investigaciones relacionadas al problema de ruteo de vehículos (VRP), así como los diferentes tipos de metodologías abordadas por diversos autores, asociados al problema de distribución.

Bodin & Golden (1981), abordan el problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada (CVRP por sus siglas en inglés Capacity Vehicle Routing Problem), el cual pertenece a la clase NP completo (No Polinomial), ya que la resolución de problemas de gran tamaño (sobre 100 clientes) toma un tiempo computacional elevado, por lo tanto, se considera que la complejidad del problema se incrementa exponencialmente en proporción al tamaño de la entrada que concierne al número de puntos de venta y de vehículos a utilizar. Los resultados permiten observar que la aplicabilidad de la misma en la situación real es algo complejo, debido a los altos tiempos de ejecución, ya que las empresas exigen resultados a muy corto plazo, no obstante se puede resaltar que los resultados que brinda son de buena calidad.

Por otra parte, Cirasella et. al., (2001), abordan el problema del agente viajero asimétrico (ATSP por sus siglas en inglés Asymmetric Traveling Salesman Problem), en el cual, el costo de viajar desde la ciudad A, a la ciudad B, no es el mismo que viajar desde la ciudad B, a la ciudad A. En esta investigación se presenta un informe preliminar sobre la primera comparación experimental de una amplia base de heurísticas modernas para el ATSP. Los autores mencionan que actualmente existen tres clases generales de heurísticas, las cuales son: “heurísticos clásicos como el de construcción de tours y el heurístico del vecino más cercano; algoritmos como Greedy y el de búsqueda local basada en la reorganización de los segmentos de los tours”. La metodología usada consistió en probar cada herramienta, implementándola en una variedad de distintas instancias al azar, según las aplicaciones en el mundo real del ATSP. Destacan que ningún algoritmo simple es dominante sobre todas las clases de instancias, ya que cada problema obtiene resultados con una velocidad de solución dependiendo del método usado, en donde los menores costos, tiempos o distancias se pueden hallar con un nivel de eficiencia diferente de acuerdo a la herramienta implementada.

Según Olivera (2004), desde la primera formulación de los problemas de ruteo de vehículos, una gran cantidad de métodos han sido propuestos para su resolución. Estos métodos incluyen tanto algoritmos exactos como heurísticos. En esta investigación, el autor presenta una revisión de literatura que abarca desde métodos heurísticos clásicos, como Inserción secuencial de Mole & Jameson, y el heurístico del Barrido o Sweep; hasta metaheurísticos como Colonia de Hormigas, Búsqueda Tabú y Algoritmos Genéticos; los cuales han sido usados para abordar los problemas del VRP. Como conclusión, el autor manifiesta que no es recomendable resolver todo tipo de problemas del VRP mediante un solo método, ya que siempre habrá una herramienta que se adecúe más a la situación, aportando una solución más eficiente en cuanto a tiempo y calidad.

Albán et. al., (2009), abordan el problema de suministro de productos refrigerados y congelados, los cuales se deben enviar desde una planta hacia 11 centros de distribución, usando un camión con refrigeración como medio de transporte. Los autores deciden implementar un modelo que considera los factores que influyen de manera directa en el transporte, como la distancia traducida a coordenadas; y utilizan la herramienta Logware[®]. Se analizaron las interacciones entre dichos factores, pudiéndose observar un ahorro significativo de tiempo para una ruta diaria, demostrando que el modelo planteado le permitirá a la empresa tener una debida organización en cuanto a un adecuado manejo de rutas y así realizar su servicio de manera eficaz.

Por otra parte, Bernal (2009), realizó una investigación tipo caso de estudio, en donde se deben entregar mercancías a 36 clientes diferentes, a través de una flota de vehículos la cual fue considerada como la mínima necesaria, debido a los costos de transporte. Para seleccionar el tamaño de la población, el autor usó el heurístico de los Ahorros de Clark & Wright, seguidamente, se utilizó el metaheurístico conocido como algoritmo genético, el cual es considerado como un sistema de optimización inteligente que, aunque no garantiza encontrar la solución óptima, si permite definir una buena solución con un esfuerzo computacional razonable. Los algoritmos genéticos son métodos apropiados para resolver este tipo de problemas debido a su robustez y flexibilidad para adaptarse a entornos cambiantes. El uso del método de los Ahorros, con el objetivo de reducir el tiempo de búsqueda del algoritmo genético, generó una técnica híbrida, ya que está compuesta por dos tipos de técnicas, las cuales operan de manera conjunta. Durante el proceso se observó que los operadores de cruce y mutación pueden afectar de forma positiva o negativa a un individuo, creando situaciones en las que el mejor individuo de la población inicial aumentaba su bondad, indicando que éste se debía descartar por ser de mala calidad, y así, dejando la mejor alternativa al final para la solución del problema.

Daza, Montoya, & Narducci (2009), presentan un procedimiento alternativo para resolver el problema de ruteo de vehículos con limitaciones de capacidad y flota homogénea (CVRP). Estos autores proponen un algoritmo metaheurístico que

consta de la combinación de dos fases: diseño de rutas y planificación de la flota. La primera fase está compuesta por procedimientos heurísticos y metaheurísticos donde se construye una solución inicial que es mejorada mediante búsqueda tabú, obteniendo soluciones no dominantes, en tiempo de cálculo polinomial. Para la segunda fase, correspondiente a la planificación (*scheduling*) de la flota, se propone abordar el problema partiendo de una analogía con el problema de programación de máquinas paralelas idénticas. Este procedimiento tiene como función objetivo minimizar el costo fijo causado por la utilización de la capacidad instalada. En general, se encontraron soluciones muy buenas al problema relacionados con el tiempo computacional requerido, el cual es sorprendentemente menor de un minuto, demostrando ser práctico en las organizaciones que requieren tomar decisiones de forma casi inmediata, por otra parte se encontró una notable mejoría en la determinación del número óptimo de camiones para asignar a los clientes, llevando así a la disminución de los costos de distribución.

Cadillo (2011), mediante su investigación, aborda el problema de distribución de una empresa dedicada a la venta de productos de consumo masivo, la cual cuenta con 42 puntos de venta. Para tratar el problema, el autor realiza el mapeo de dichos puntos para luego resolver el problema mediante diversas metodologías, como la propuesta por Clark and Wright y el Algoritmo de Pétalos; y aplicaciones computacionales como el software Scilab®, el cual proporciona una serie de herramientas para la solución de problemas tipo VRP. Al finalizar la investigación, el autor concluye que el mejor modelo propuesto se obtuvo mediante la herramienta de clusters, siendo un resultado bueno para la empresa, permitiéndole establecer un Traveling Management System que se ajuste a sus necesidades.

Moreno, Parra & Ulabarry (2012), buscan dar una solución al problema de distribución de productos cárnicos, el cual cuenta con 146 clientes y una flota de vehículos homogénea con furgón refrigerado para almacenar adecuadamente el producto. Los autores realizaron el mapeo de los 146 clientes, donde posteriormente usaron técnicas como el método del Barrido y de los Ahorros para buscar una propuesta que permita la distribución adecuada del producto, comparando así los diferentes resultados y seleccionando el mejor modelo. El modelo seleccionado fue de muy buena calidad, ya que al implementarse, pudieron observar mejoras considerables en tiempo y costos durante el primer mes de implementación, permitiéndole a la empresa organizar la distribución de sus productos hacia sus clientes.

Quintero (2012), menciona como los autores Clark y Wright en 1964, observan un problema en la cantidad de rutas que deben realizar los vehículos a la hora de visitar los clientes, siendo este un problema que se hace más grande a medida que la cantidad de rutas a recorrer aumentan. Los autores proponen crear una ruta a partir de dos rutas diferentes, para así generar un ahorro en el trayecto recorrido.

Este modelo fue llamado el algoritmo de los ahorros, el cual es un heurístico que trabaja del siguiente modo: “en primer lugar asigna a cada cliente un vehículo, después, trata de combinar dos rutas, siempre y cuando la capacidad del vehículo lo permita. Para determinar el orden en que serán combinadas las rutas, se hace uso del ahorro que genera la unión de dos clientes de dos rutas diferentes, estos ahorros son ordenados de forma descendente y se selecciona el que genera más ahorro y se agrega a la ruta”. Al probar el algoritmo en casos reales, se obtuvieron buenos resultados, y lo más sobresaliente del heurístico, es que es bastante simple al momento de ser modelado, y veloz para arrojar resultados de buena calidad.

Ocaña & Ramírez (2012), abordan el problema de una empresa que se dedica a la prestación de servicios logísticos en la recolección de mercancías de sus clientes y transportarlas a la bodega, cuyo trabajo se realiza mediante un modelo empírico de trabajo logístico realizado por la empresa, el cual no permite visualizar más allá de la simple operación diaria. Basados en un estudio, los autores usaron el algoritmo de los ahorros de Clark & Wright para resolver el problema de ruteo vehicular presentado por la empresa, teniendo como objetivo la mejora continua en el servicio al cliente, respetando restricciones como ventanas de tiempo, demanda y capacidad de vehículos. Como resultado final, obtienen un modelo de ruteo de vehículos que abarca la totalidad de los clientes a visitar, minimizando las distancias a recorrer y disminuyendo los costos de distribución para la empresa.

Finalmente, Rojas & Pinto (2013), realizan un caso de estudio con 80 clientes, los cuales deben ser visitados por un vehículo con capacidad limitada, desde un centro de distribución. La metodología usada para tratar este problema consiste en crear clusters de clientes mediante el método del Barrido, posteriormente se aplica la metodología del Problema Del Agente Viajero (TSP por sus siglas en inglés Traveling Salesman Problem) a dichos clusters teniendo en cuenta las restricciones de sub-tours y luego se seleccionan las rutas recomendadas usando el algoritmo de Pétalos. Los resultados son comparados con los arrojados por el método exacto del CVRP, en donde concluyen que este último da mejores resultados en cuanto a la disminución de costos asociados a la distancia recorrida, además la creación de clusters por medio del algoritmo de pétalos no permite realizar cambios rápidos al modelo como agregar o eliminar puntos a visitar, ya que para esto se debe modelar desde el inicio, lo que implica que se deba invertir mucho tiempo haciéndolo poco recomendable en la práctica.

4.2. MARCO TEÓRICO

A continuación se presentan algunas de las herramientas necesarias para abordar el problema de ruteo de vehículos (VRP) para la conceptualización de la investigación realizada.

4.2.1. Problema del agente viajero (TSP)

El problema del agente viajero, también conocido por sus siglas en inglés TSP (Traveling Salesman Problem), consiste en encontrar el orden en que un viajante de comercio debe visitar varias ciudades con el fin de que la distancia recorrida sea mínima (Taha, 2004). Se trata de un problema NP completo, en el que la única alternativa para su solución consiste en verificar todas las posibles opciones para encontrar cuál es la de mejor calidad, teniendo en cuenta que si el número de ciudades es n , el número de posibles recorridos a ensayar resulta ser $n!/2n$ (Lawler, Lenstra, Rinnoy y Shmoys, 1985).

Debido a los estudios realizados por Dantzig et. al., (1954), se puede definir actualmente el TSP como la visita de un solo vehículo a todos los clientes en una sola ruta y a un costo mínimo, en donde el problema se puede formular de la siguiente manera:

Variables de decisión:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } j \text{ precede al cliente } i \\ 0 & \text{en el caso contrario} \end{cases}$$

n : Número total de puntos a visitar

Función objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in n} \sum_{j \in n} C_{ij} X_{ij} \quad (4.1)$$

Restricciones:

$$\sum_{i \in n} X_{ij} = 1 \quad \forall j \in n; \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in n} X_{ij} = 1 \quad \forall i \in n; \quad (4.3)$$

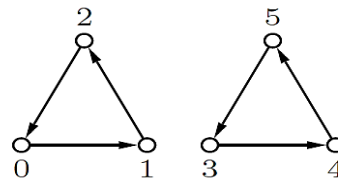
$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} X_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subset n; \quad (4.4)$$

Rango de existencia o no negatividad:

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E \text{ (Conjunto de números Enteros)} \quad (4.5)$$

Las variables binarias X_{ij} indican si el arco (i, j) es utilizado en la solución. La función objetivo (4.1) establece que el costo total de la solución es la suma de los costos de los arcos utilizados. Las restricciones (4.2) y (4.3) indican que la ruta debe llegar y abandonar cada nodo exactamente una vez. Las restricciones (4.4) son llamadas restricciones de eliminación de sub-tours e indican que para cada subconjunto $N = \{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$ debe haber un arco que vaya a su complemento y otro que venga, en donde $S \subseteq N$ con $2 \leq |S| \leq n-1$, asegurando que no ocurran sub-tours, es decir, que no se formen grupos por separado como se observa en la Figura 4.1. Finalmente, la restricción (4.5) hace referencia a la condición de las variables binarias.

Figura 4.1. Una solución formada por 2 sub-tours.

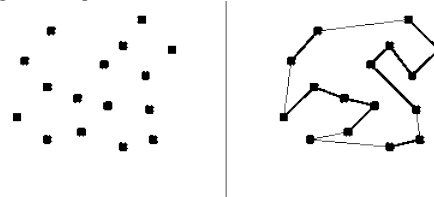


Fuente: Olivera (2004).

4.2.2. Algoritmo MTZ para la eliminación de Sub-rutas

El modelo MTZ permite la solución del problema del TSP de forma exacta, donde cada ruta inicia y finaliza en el depósito y puede contener k clientes que son visitados una sola vez durante el recorrido. Ver Figura 4.2.

Figura 4.2. Antes y después de secuenciar con el modelo del MTZ.



Fuente: Umeå University (2015).

Este modelo fue propuesto por Miller, Tucker y Zemlin (1960), donde se tuvieron en cuenta restricciones del modelo elemental del TSP, reemplazando la restricción de eliminación de sub-rutas del modelo de Dantzig, por:

$$u_i - u_j + nX_{ij} \leq n - 1 \quad \forall (i, j) \in E, \quad i \neq 0, \quad j \neq 0 \quad (4.6)$$

La restricción 4.6 se realiza al igual que la restricción del modelo de Dantzig en la eliminación de las sub-rutas pero incluyendo las variables reales para $i = 1, \dots, n$, cumpliendo con el propósito de forzar a que las variables reales u determinen una

cantidad estrictamente creciente a lo largo de la ruta, es decir, si j es visitado inmediatamente después que i (Olivera, 2004).

4.2.3. El problema del ruteo de vehículos (VRP o CVRP)

El VRP es una extensión del TSP, en donde se cuenta con una cantidad m de vehículos, cada cliente tiene asociada una demanda d_i y cada vehículo tiene una capacidad C (la flota es homogénea).

Según los autores Toth & Vigo, (2000), para un conjunto de clientes L , $d(L) = \sum_{i \in L} d_i$, es su demanda total y $r(L)$ indica la mínima cantidad de vehículos necesarios para servirlos a todos. En la formulación conocida con el nombre de flujo de vehículos de dos índices, se utilizan las variables binarias X_{ij} para determinar si el arco (i, j) se utiliza o no en la solución. El problema se formula de la siguiente manera:

Variables de decisión:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } j \text{ precede al cliente } i \\ 0 & \text{en el caso contrario} \end{cases}$$

$$\forall k \in v;$$

Función objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in n} \sum_{j \in n} C_{ij} X_{ij} \quad (4.6)$$

Restricciones:

$$\sum_{i \in n} X_{i0} = m \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in n} X_{0j} = m \quad \forall i = 0 \quad (4.8)$$

$$\sum_{i \in n} X_{ij} = 1 \quad \forall j \in n \setminus \{0\}; \quad (4.9)$$

$$\sum_{j \in n} X_{ij} = 1 \quad \forall i \in n \setminus \{0\}; \quad (4.10)$$

$$\sum_{i \in L} \sum_{j \in n \setminus L} X_{ij} \geq r(L) \quad \forall L \subset n \setminus \{0\}; \quad (4.11)$$

$$m \geq 1$$

Rango de existencia o no negatividad:

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E \text{ (Conjunto de números Enteros)} \quad (4.12)$$

La función objetivo (4.6) es el costo total de la solución. Las restricciones (4.7) y (4.8) indican que **m** es la cantidad de vehículos utilizados en la solución y que todos los vehículos que parten del depósito deben regresar. Las restricciones (4.9) y (4.10) aseguran que todo cliente es un nodo intermedio de alguna ruta.

La restricción (4.11) actúa como restricción de eliminación de sub-tours y a la vez impone que la demanda total de los clientes visitados por un vehículo no puede superar la capacidad **C**. Finalmente, la restricción (4.12) hace referencia a la condición de las variables binarias.

Para determinar el valor $r(L)$ se requiere la resolución del siguiente problema:

Función objetivo:

$$\text{Minimizar } r(L) = \sum_{k \in v} Y_k \quad (4.13)$$

Restricciones:

$$\sum_{i \in L} d_i X_{ik} \leq CY_k \quad \forall k \in v; \quad (4.14)$$

$$\sum_{k \in v} X_{ik} = 1 \quad \forall i \in L; \quad (4.15)$$

Rango de existencia o no negatividad:

$$X_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in L, \forall k \in v \quad (4.16)$$

$$Y_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in v \quad (4.17)$$

Donde v es un conjunto con suficientes vehículos para satisfacer la demanda (por ejemplo n). Este problema es conocido como Bin Packing Problem (BPP) (Martello & Toth, 1990). Una cota inferior para la cantidad de vehículos está dada por el valor óptimo de la relajación lineal del BPP, que es $\frac{d(L)}{c}$. La formulación es válida incluso cuando se sustituye $r(L)$ por la cota inferior $\frac{d(L)}{c}$.

En algunos casos se agrega a este problema la restricción de que ninguna ruta puede tener largo mayor que cierta cota H . Dicha restricción no puede incorporarse a esta formulación pues las rutas no están individualizadas.

En esta formulación la cantidad de vehículos m es una variable de decisión que no tiene cota superior, es decir, se asume que la disponibilidad de vehículos es ilimitada. Si se tuviera una flota finita se podría agregar una cota superior para m o directamente fijar su valor. Se debe notar que está implícito que cada vehículo puede recorrer a lo sumo una ruta.

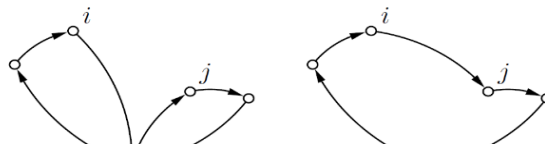
4.2.4. Heurístico de Clark & Wright

Uno de los algoritmos más difundidos para el VRP es el Algoritmo de Ahorros de Clarke & Wright (Quintero, 2012). Si en una solución dos rutas diferentes $(0, \dots, i, 0)$ y $(0, j, \dots, 0)$ pueden ser combinadas formando una nueva ruta $(0, \dots, i, j, \dots, 0)$ como se muestra en la Figura 4.3, el ahorro (en distancia) obtenido por dicha unión es:

$$S_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij} \quad (4.18)$$

En la nueva solución los arcos $(i, 0)$ y $(0, j)$ no serán utilizados y se agregará el arco (i, j) . En este algoritmo se parte de una solución inicial y se realizan las uniones que proporcionen mayores ahorros siempre que no violen las restricciones del problema.

Figura 4.3. Dos rutas antes y después de ser unidas



Fuente: Olivera (2004).

Paso 1 (Inicialización): Para cada cliente i construir la ruta $(0, i, 0)$.

Paso 2 (Cálculo de ahorros): Calcular S_{ij} para cada par de clientes i y j .

Paso 3 (Mejor unión): Sea $S_{i^* j^*} = \max S_{ij}$, donde el máximo se toma entre los ahorros que no han sido considerados aún. Sean r_{i^*} y r_{j^*} las rutas que contienen a los clientes i^* y j^* respectivamente. Si i^* es el último cliente de r_{i^*} y j^* es el primer cliente de r_{j^*} y la combinación de r_{i^*} y r_{j^*} es factible, combinarlas. Eliminar $S_{i^* j^*}$ de futuras consideraciones. Si quedan ahorros por examinar ir al **Paso 3**, si no terminar.

4.2.5. Algoritmo de Pétalos

Se dispone de un conjunto de S rutas de tal forma que si cada ruta $r \in S$ ésta es factible, teniendo en cuenta que cada cliente está incluido en varias de las rutas. El problema de seleccionar un subconjunto de S de costo mínimo que visite exactamente una vez a cada cliente puede formularse como un Set Partitioning Problem (SPP), (Rojas & Pinto, 2013):

Función objetivo:

$$\text{Minimizar} = \sum_{k \in S} c_k X_k \quad (4.19)$$

Restricciones:

$$\sum_{k \in S} a_{ik} X_k = 1 \quad \forall i \in E; \quad (4.20)$$

Rango de existencia o no negatividad:

$$X_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in S \quad (4.21)$$

Donde a_{ik} es una variable binaria que toma el valor de 1 si el cliente i es visitado por la ruta r_k y 0 si no; y donde c_k es el costo de la ruta r_k . La variable x_k indica si la ruta r_k es seleccionada o no en la solución final. Esta formulación se debe a Balinski & Quandt (1964).

En el caso extremo de que S contenga todas las posibles rutas factibles, solucionar el SPP es equivalente a resolver el problema en forma exacta. Como la cantidad de rutas factibles es en el caso general exponencial en la cantidad de clientes, se suele generar solamente un subconjunto formado por “buenas” rutas.

Cada columna del SPP representa una ruta de S . Cuando en toda columna los ceros aparecen de forma consecutiva, el problema verifica la propiedad de Columnas Circulares y el SPP correspondiente puede ser resuelto en tiempo polinomial (Boctor & Renaud, 2000). Trasladada al problema la propiedad

establece que, para determinado ordenamiento de los clientes del problema, el conjunto de clientes visitado por cada ruta forma un intervalo (que en algunos casos tiene forma de pétalo). Cuando las rutas se generan con el Algoritmo de Barrido verifican la propiedad de Columnas Circulares.

4.2.6. Heurística de Barrido o Sweep

En la heurística de Barrido planteada por Gillet & Miller (1974), los clusters se forman girando una semirrecta con origen en el depósito e incorporando los clientes “barridos” por dicha semirrecta, hasta que se viole la restricción de capacidad. Cada cluster es luego ruteado resolviendo un TSP de forma exacta o aproximada.

Este algoritmo puede aplicarse en problemas planos, es decir, en los que cada nodo corresponde a un punto en el plano y las distancias entre ellos se definen como la distancia euclídeana. Se supone que cada cliente i está dado por sus coordenadas polares (ρ_i, θ_i) ó también por sus coordenadas cartesianas (X, Y) en un sistema que tiene al depósito como origen.

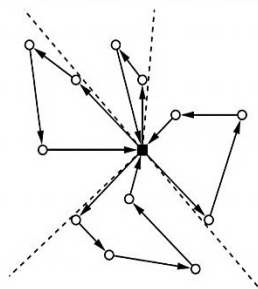
Paso 1 (Inicialización): Escoger un vehículo no usado k .

Paso 2 (Selección): Ordenar los clientes según θ_i de manera creciente. Si dos clientes tienen igual valor de θ_i , colocar primero el de menor valor ρ_i , y asignar los clientes a la ruta hasta que se llene la capacidad del vehículo o no se extienda la longitud de la ruta. Si todos los clientes pertenecen a un cluster, y no pueden agregar más nodos a la ruta por las restricciones ya mencionadas, ir al **Paso 3**.

Paso 3 (Optimización): Optimizar las rutas utilizando un algoritmo que resuelva el TSP para cada cluster.

Por la forma en que se generan los clusters, las rutas obtenidas no se superponen, lo que puede ser bueno en algunos casos. Un posible resultado de la aplicación de este algoritmo se muestra en la Figura 4.4 donde las líneas punteadas indican los límites de los clusters.

Figura 4.4. Una solución obtenida mediante el algoritmo de barrido



Fuente: Olivera (2004).

4.2.7. Route First – Cluster Second

De acuerdo a Beasley (1983), en los métodos de rutear primero – asignar después, también se procede en dos fases. Primero se calcula una ruta que visita a todos los clientes resolviendo un TSP. En general esta ruta no respeta las restricciones del problema y se divide en varias rutas, cada una de las cuales sí es factible.

Dado el conjunto de rutas $r = (0, v_1, \dots, v_n, 0)$, la solución del TSP obtenido en la primera fase, se determina la mejor partición de r que respete la capacidad del vehículo.

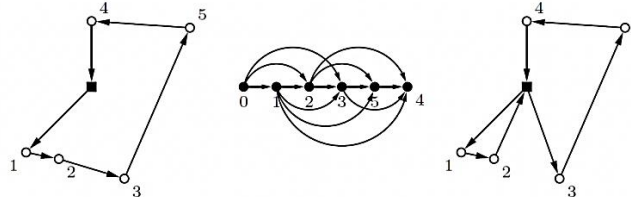
Este problema se puede formular como el de hallar un camino mínimo en un grafo dirigido y acíclico. Para ello, se construye un grafo $G = (X, V, W)$ donde todos los puntos a recorrer se representan con $X = \{0, v_1, \dots, v_n\}$. Los arcos del G conectan todo par de clientes v_i y v_j con $i < j$, tales que la demanda total de los clientes $v_{i+1}, \dots, v_j$ no supere la capacidad del vehículo, representado por $V = \{(v_i, v_j) \mid i < j, \sum_{k=i+1}^j d_{vk} \leq Q\}$, donde Q es la capacidad del vehículo. Cada arco (v_i, v_j) se pondera con el costo de la ruta $(0, v_{i+1}, \dots, v_j, 0)$, es decir:

$$w(v_i, v_j) = C_{0,v_{i+1}} + C_{v_j,0} + \sum_{k=i+1}^{j-1} C_{v_k,v_{k+1}} \quad (4.22)$$

Un arco (v_i, v_j) representa la ruta $(0, v_{i+1}, \dots, v_j, 0)$. Cada camino de 0 a v_n en G representa una posible partición de la ruta “ r ” en rutas que respetan las restricciones de demanda. Por lo tanto, el camino de costo mínimo entre 0 y v_n representa la partición de costo mínimo de la ruta original en rutas que respetan las restricciones de capacidad. Como el grafo es acíclico (sólo hay arcos (v_i, v_j) con $i < j$), puede utilizarse el Algoritmo de Dijkstra para hallar dicho camino.

En la figura 4.5 se representa un posible ordenamiento de los clientes de un problema y su grafo asociado. Si el cambio más corto de 0 a 4 en el grafo fuera $(0, 2, 4)$, la solución dada por el algoritmo serían las rutas $(0, 1, 2, 0)$ y $(0, 3, 5, 4, 0)$, como se indica:

Figura 4.5. Aplicación de los algoritmos Ruote First – Cluster Second.



Fuente: Cadillo (2011).

Aunque la ruta inicial sea la solución óptima del TSP y la partición se realice de manera óptima, las rutas obtenidas no necesariamente son una solución óptima para el problema en general. Por lo tanto, alcanza con que la ruta inicial se calcule de forma heurística, por ejemplo, mediante la aplicación de 2-opt sobre una ruta aleatoria como en el trabajo original. El algoritmo puede ejecutarse repetidas veces, partiendo de diferentes rutas iniciales.

Según la definición original, $\mathbf{W}(v_i, v_j)$ es el costo de la ruta que comienza en v_{i+1} , sigue el orden de la ruta original y termina en v_j . Esta definición puede modificarse permitiendo variar el orden de los clientes $v_{i+1}, \dots, v_j$ de tal modo que se pueda obtener una mejor ruta.

5. CASO ESTUDIO

Una vez abordadas las diferentes investigaciones y conceptos que giran en torno al proyecto, se describe el sistema de distribución actual de la empresa objeto de estudio, perteneciente al sector de los snack o pasabocas de la región.

Actualmente la empresa realiza la distribución del producto de manera empírica y los clientes que realizan pedidos a esta compañía se encuentran distribuidos geográficamente, los cuales se deben satisfacer con base en unos requerimientos de demanda previamente establecidos. Además se cuenta con una flota homogénea de vehículos, con la cual se desarrolla la operación de entrega del producto para cumplir las órdenes de los clientes.

5.1. CARACTERIZACIÓN

A continuación se presentan los diferentes elementos o factores relevantes relacionados con el sistema actual de distribución de la empresa objeto de estudio.

5.1.1. Características relacionadas con la empresa

La empresa distribuidora de productos de consumo masivo se encuentra ubicada en la cabecera municipal de Zarzal, donde realiza la distribución del producto con los 4 vehículos (motocicletas con furgón cuya capacidad volumétrica es de 1,05 m³), debido a que el camión está asignado a las veredas del municipio de Bolívar.

Diariamente el vehículo visita entre 25 y 40 clientes, clasificados en minoristas y mayoristas. Las entregas se realizan durante la jornada que comprende desde las 7:00 am a 2:00 pm, 6 días a la semana (lunes a sábado), cuyo tiempo de descarga promedio es de 20 minutos en cada punto de venta. Al terminar las entregas, los vehículos regresan al centro de distribución y alistan el producto para el día siguiente. Para efectos del caso estudio, se tendrá en cuenta un día crítico en el que se distribuye el producto a 40 clientes del área urbana del municipio de Zarzal, ya que son los más representativos respecto a la demanda del producto.

5.1.2. Características relacionadas con el producto

La empresa distribuye una serie de productos de consumo masivo tipo snack (pasabocas), de los cuales el cliente realiza sus pedidos. Para realizar la

propuesta del modelo de ruteo en el presente trabajo de grado, se tiene en cuenta la demanda conocida sobre 14 ítems de productos. (Ver Tabla 5.1).

Tabla 5.1. Tipo de producto demandado durante el día crítico.

ITEM	Número de Cajas Demandadas
Papas de Pollo	17
Papas de Limón	12
Papas Naturales	13
Papas BBQ	14
Palitos de maíz sabor a queso	13
Tortilla de maíz sabor a queso	13
Tortilla de maíz sabor a limón	15
Plátano Verde	11
Plátano Maduro	15
Yuca Frita	9
Pasabocas surtido sabor a queso	15
Pasabocas surtido sabor natural	11
Pasabocas surtido sabor BBQ	11
Pasabocas surtido sabor a Pollo	15
TOTAL	184

Fuente: Elaboración propia.

Las características de los pedidos de los clientes se componen de varios ítems, los cuales se entregan en los puntos de venta en cajas, cuyo volumen individual es de 0,0352 m³. La demanda del producto en cajas por cliente durante el día crítico se observa en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Cantidad de producto demandado durante el día crítico.

Cliente	Cajas surtidas	Volumen m3
1	6	0,2112
2	5	0,176
3	6	0,2112
4	5	0,176
5	5	0,176
6	5	0,176
7	5	0,176
8	5	0,176
9	5	0,176
10	6	0,2112
11	4	0,1408
12	5	0,176
13	4	0,1408
14	5	0,176
15	5	0,176
16	5	0,176
17	4	0,1408
18	5	0,176
19	5	0,176
20	5	0,176
21	5	0,176
22	4	0,1408
23	3	0,1056
24	5	0,176
25	5	0,176
26	4	0,1408
27	4	0,1408
28	4	0,1408
29	5	0,176
30	4	0,1408
31	4	0,1408
32	4	0,1408
33	4	0,1408
34	4	0,1408
35	4	0,1408
36	5	0,176
37	3	0,1056
38	4	0,1408
39	5	0,176
40	4	0,1408
TOTAL	184	6,4768

Fuente: Elaboración propia.

5.1.3. Características relacionadas con el proceso de distribución

El proceso de distribución de la empresa de productos de consumo masivo se realiza desde la bodega principal hacia los puntos de venta, todos ubicados en el municipio de Zarzal. Para este caso se tomaron en cuenta solo 40 puntos de venta y un centro de distribución como se muestra en la Figura 5.1, donde los puntos rojos pertenecen a clientes y el punto azul pertenece al centro de distribución. (Por razones de confidencialidad de la empresa objeto de estudio, en este trabajo no se incluyen las direcciones de los clientes).

Figura 5.1. Mapeo de Clientes.



Fuente: Google Maps®.

La empresa recibe con anticipación las órdenes de pedido correspondiente a cada punto de venta, donde posteriormente procede a la operación de despacho, cargando el producto relacionado con las órdenes de pedido. El orden de alistamiento del producto en el vehículo respeta el sistema LIFO (Last Into, First Out), es decir, el producto que se carga al final será el primero en ser entregado.

Una vez terminado el cargue del producto, se procede al transporte del mismo hacia los diferentes puntos de demanda (clientes) ya mencionados, el medio de transporte que utiliza es un vehículo o transporte articulado, es decir, una unidad de tracción que está separada de la unidad de carga. La distribución actual se realiza de acuerdo a la cercanía entre los clientes. Finalmente, se entrega el producto correspondiente a dicha tienda.

5.1.3.1. Supuestos y limitaciones

A continuación se presentan los supuestos que se tienen en cuenta para la realización del estudio y construcción posterior del modelo propuesto de distribución:

- La demanda de los puntos de venta es conocida.
- Los pedidos de cada punto de venta, de acuerdo a los requerimientos solicitados por el cliente, son entregados en su totalidad. Se asume que no existen pérdidas en el traslado de los mismos.
- No se tendrán en cuenta devoluciones del producto y las operaciones que genera al respecto.

- No hay conflicto en los horarios de entrega del producto; es decir, el horario de atención que posee cada punto de venta en donde se deposita el producto es amplio.
- El tráfico en la ruta asignada es una variable que no se puede controlar ni predecir, por lo tanto, el vehículo estará sujeto al tráfico que pueda existir en dicha ruta.
- La empresa cuenta con 4 vehículos para el transporte del producto. Además los vehículos pueden o no hacer uso del total de su capacidad de carga.
- El tipo de flota de vehículos es homogénea, es decir, los vehículos utilizados poseen los mismos costos y la misma capacidad.
- Se tiene en cuenta que todas las rutas o calles son hábiles para el tipo de transporte que se utiliza.
- Se debe respetar la normatividad de tránsito, lo que significa que algunas de las rutas solo se pueden recorrer en un solo sentido, causando que la distancia recorrida sea asimétrica.
- La capacidad del vehículo es de 300 kg, pero el tipo de producto que transporta no tiene un peso significativo y nunca superará dicha capacidad en peso, por lo tanto, se tiene en cuenta la capacidad volumétrica de cada furgón.

6. FORMULACIÓN DEL MODELO

A partir de la recolección de los datos de todos los clientes que se incluyen en el problema y su ubicación geográfica por medio de la herramienta Google Maps®, se pretende plantear el modelo en función de las distancias entre cada punto y así obtener el recorrido total mínimo recomendado para el sistema de distribución de la empresa objeto de estudio.

6.1. MATRIZ DE DISTANCIAS Y COORDENADAS CARTESIANAS

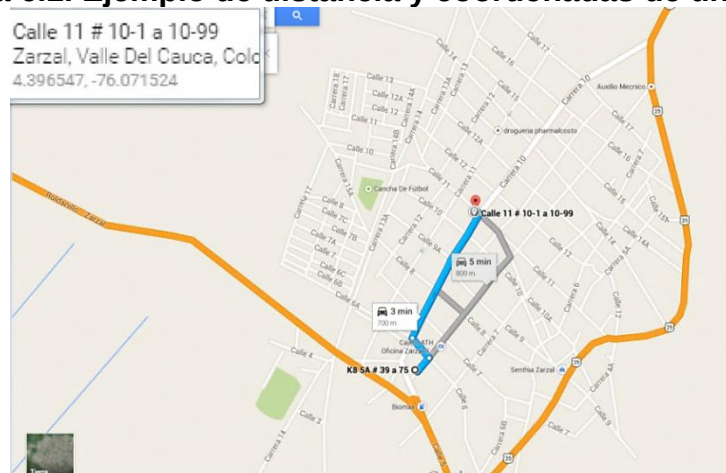
Con el fin de generar el modelo de ruteo de vehículos, se optó por ubicar geográficamente los clientes y el depósito para realizar la matriz de distancias entre cada nodo, considerando que se trata de un problema asimétrico (Ver Tabla 6.1), con distancias reales por carretera obtenidas con Google Maps®. Esta herramienta permite ubicar diversos puntos en el mapa para conocer las distancias entre sí, respetando el sentido de las calles y carreras; además, permite conocer las coordenadas geodésicas de dichos puntos. Ver Figura 6.1.

Tabla 6.1. Matriz de distancias (km) asimétricas, ejemplo con 5 clientes.

km	0	1	2	3	4	5
0	∞	1,1	0,7	0,75	0,7	1
1	1,2	∞	0,6	0,75	0,4	0,6
2	0,9	0,6	∞	0,16	0,7	1
3	1	0,75	0,16	∞	0,85	1,2
4	0,75	0,4	0,7	0,85	∞	0,35
5	1	0,6	1,1	1,3	0,55	∞

Fuente: Elaboración propia.

Figura 6.1. Ejemplo de distancia y coordenadas de un cliente.



Fuente: Elaboración propia.

Google Maps® es un servidor de aplicaciones de mapas en la web que pertenece a Google®. Proporciona imágenes de mapas desplazables, así como fotografías por satélite del mundo e incluso la ruta entre diferentes ubicaciones o imágenes a pie de calle (Descripción general de Google Maps®, 2015).

Google Maps® ofrece la capacidad de realizar acercamientos y alejamientos para mostrar el mapa. El usuario puede controlar el mapa con el mouse o las teclas de dirección para moverse a la ubicación que se desee. Para permitir un movimiento más rápido, las teclas "+" y "-" pueden ser usadas para controlar el nivel de zoom.

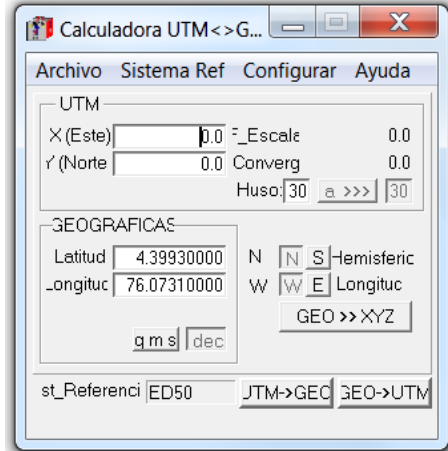
Como otros servicios de mapa, Google Maps permite la creación de pasos para llegar a alguna dirección. Esto permite al usuario crear una lista paso a paso para saber cómo llegar a su destino, calculando el tiempo necesario y la distancia recorrida entre las ubicaciones (Descripción general de Google Maps®, 2015).

Las coordenadas de Google Maps® están en el sistema WGS84 y se mostrará la latitud y la longitud, positiva para Norte y Este, negativa para Sur y Oeste. Una vez que se ha localizado el lugar de interés, se pueden obtener las coordenadas de la siguiente manera:

- Hacer clic con el botón derecho del ratón en el punto deseado en el mapa para que aparezca un menú con opciones. En el menú, se ha de seleccionar "¿Qué hay aquí?" y se hace clic en la flecha de color verde para obtener las coordenadas.

También se utilizó la herramienta UTM®, la cual convierte las coordenadas geodésicas en coordenadas cartesianas y viceversa, se basa en las ecuaciones de transformación deducidas para el desarrollo transversal cilíndrico terrestre de las proyecciones de Mercator (Es un tipo de proyección cilíndrica que mantiene paralelos el eje terrestre y el eje del cilindro, permite representar toda la superficie terrestre con una deformación mínima), tomando como referencia un elipsoide de revolución y dividiendo la Tierra en 60 husos iguales de 6 grados cada uno (Nuñez, 2012). Ver Figura 6.2.

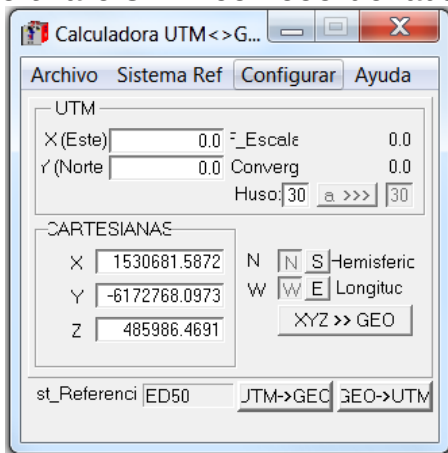
Figura 6.2. Software UTM® con coordenadas geodésicas.



Fuente: Elaboración propia.

Como se observa en la Figura 6.2, las coordenadas geodésicas de un cliente, obtenidas con Google Maps®, se ingresaron en la sección “**GEOGRÁFICAS**”, donde se debe tener activo el comando “**dec**” para que el software acepte coordenadas en decimales (comando situado en la parte inferior de la sección “GEOGRÁFICAS”), y se deben seleccionar los puntos cardinales (ubicados en la parte derecha del software) de acuerdo a la posición en que se encuentre la coordenada (**N** representa la latitud positiva, **S** representa la latitud negativa, **E** representa la longitud positiva y **W** representa la longitud negativa). Finalmente se presiona el botón “**GEO>>XYZ**” para obtener las coordenadas cartesianas. Ver Figura 6.3.

Figura 6.3. Software UTM® con coordenadas cartesianas.



Fuente: Elaboración propia.

Una vez obtenidas las coordenadas cartesianas, se pueden apreciar los ejes (X, Y, Z), donde el eje X representa la distancia desde el centro de la tierra hasta la superficie terrestre, el eje Y representa la distancia horizontal en relación al

meridiano de Greenwich y el eje Z representa la distancia vertical en relación al eje del Ecuador (Las distancias anteriormente mencionadas están dadas en metros).

Para realizar la ubicación de los clientes en el mapa de Zarzal, se trabajaron únicamente las coordenadas (Y, Z), donde serán nombradas de ahora en adelante en este documento como (X, Y). Posteriormente, se le restan las coordenadas cartesianas del centro de distribución a las coordenadas de cada cliente, de acuerdo a su respectivo eje, para que así el depósito tenga las coordenadas (0,0) y las coordenadas de los clientes queden organizadas en función a las que corresponden al depósito. Ver Tabla 6.2. Ver Anexo 6.

Tabla 6.2. Coordenadas cartesianas, ejemplo con 5 clientes.

Cliente	X (metros)	Y (metros)
1	74,0601	882,0544
2	-18,5589	455,0309
3	-47,841	462,0874
4	94,5656	573,0056
5	174,1239	916,7851

Fuente: Elaboración propia.

Los datos correspondientes a la matriz de distancias entre el depósito y los clientes, y las coordenadas cartesianas de los anteriores se insertaron en una hoja de cálculo de Excel® (las coordenadas están dadas en metros, por confidencialidad de la empresa no se pueden incluir las direcciones de los clientes). Ver Anexo 9.

6.2. ASIGNACIÓN DE RUTAS

Una vez se conocen los datos de ubicación y distancias entre el centro de distribución y los clientes, se procede a la construcción de rutas mediante diversos métodos, como lo son el algoritmo de Pétalos, el método por Cercanía de Puntos, el método de los Ahorros y el método de rutear primero – asignar después conocido como la Gran Ruta. Lo anterior se realiza con el fin de evaluar diversos resultados y seleccionar el más recomendado para el problema tratado en el caso de estudio.

6.2.1. Aplicación del algoritmo de Pétalos

Para aplicar el algoritmo de Pétalos, se usaron dos metodologías que complementan su elaboración, éstas son el método del Barrido (utilizado para la creación de clusters de clientes) y el algoritmo MTZ (utilizado para la secuenciación de dichos clientes evitando los sub-tours). Finalmente se utilizó el modelo matemático del algoritmo de Pétalos que selecciona los mejores clusters de clientes a visitar, considerando las menores distancias a recorrer.

6.2.1.1. Aplicación del método del Barrido o Sweep

Para definir la cantidad de clientes que debe tener cada ruta dentro del modelo, es importante aclarar un factor que agrupe los clientes en función de una restricción. En este caso se toma como base la demanda del cliente para limitar cada grupo a rutear.

Dado que la capacidad volumétrica de cada vehículo (furgón) es de $1,05 \text{ m}^3$ y es una flota homogénea, solo se podrán agrupar los clientes cuya demanda acumulada en volumen de pedido sea menor o igual a dicha capacidad, agrupando dos o más clientes que serán atendidas por un solo vehículo.

Para la aplicación del algoritmo del Barrido, se utilizó una hoja de cálculo de Excel®, donde se ubican los datos de los 40 clientes, sus coordenadas (X, Y) y la demanda de cada uno. Las coordenadas indican el punto de ubicación desde el depósito hasta el cliente y se debe tener en cuenta que el centro de distribución está situado en las coordenadas (0,0), ya que es utilizado como referencia para crear las coordenadas cartesianas de los clientes y estos puedan ser representados en un plano cartesiano con origen en el depósito. Ver Tabla 6.3. Ver Anexo 6.

Tabla 6.3. Demanda y coordenadas, ejemplo con 10 clientes.

			UTM®		Google Maps®		referencia en el centro de distribución (0,0)	
		Demanda	Coordenadas cartesianas		Coordenadas Geodésicas Decimales			
Cliente	Cajas surtidas	Volumen m3/caja	X	Y	Longitud	Latitud	X	Y
1	6	0,2112	-6172768,4465	485988,2332	-76,0731	4,3993	74,0601	882,0544
2	5	0,176	-6172861,0655	485561,2097	-76,0754	4,3954	-18,5589	455,0309
3	6	0,2112	-6172890,3476	485568,2662	-76,0765	4,3955	-47,8410	462,0874
4	5	0,176	-6172747,9410	485679,1844	-76,0715	4,3965	94,5656	573,0056
5	5	0,176	-6172668,3827	486022,9639	-76,0695	4,3986	174,1239	916,7851
6	5	0,176	-6172844,2603	485988,4537	-76,0751	4,3993	-1,7537	882,2749
7	5	0,176	-6172611,1104	485952,8409	-76,0671	4,3990	231,3962	846,6621
8	5	0,176	-6172833,1864	484896,2484	-76,0724	4,3894	9,3202	-209,9304
9	5	0,176	-6172727,5435	486290,1142	-76,0724	4,4021	114,9631	1183,9354
10	6	0,2112	-6172895,6095	485643,7920	-76,0769	4,3962	-53,1029	537,6132

Fuente: Elaboración propia.

Una vez se conocen las coordenadas, se ingresan en una Hoja de Excel® diseñada para aplicar el Método del Barrido, cuyo método fue utilizado en el curso de logística del Ph.D. Héctor Hernán Toro Díaz de la Universidad del Valle, en el año 2006. Dicha herramienta se basa en las pendientes de las rectas que pasan por el punto de la bodega y por cada punto de demanda. Esto se hace para luego poder avanzar entre clientes sucesivos, según la recta imaginaria que realiza el barrido, y finalmente genera grupos de clientes a visitar por el vehículo sin que se supere el límite de capacidad. Ver Tabla 6.4. Ver Anexo 7.

Tabla 6.4. Información para la elaboración del Barrido, ejemplo con 10 clientes.

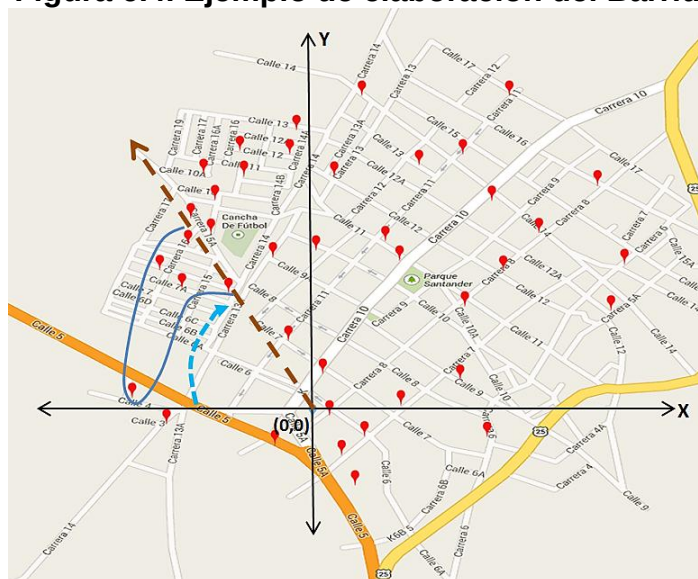
Identificador	Coordenadas		DDA	Pendiente	Angulo en bruto	Angulo real
	X	Y				
W	0	0				
26	-33,3926	-94,2702	0,14080	0,35	19,51	19,51
23	-91,9237	-25,9105	0,10560	3,55	74,26	74,26
34	-109,6592	58,9876	0,14080	-1,86	-61,72	118,28
3	-47,841	462,0874	0,21120	-0,10	-5,91	174,09
10	-53,1029	537,6132	0,21120	-0,10	-5,64	174,36
36	-33,7888	622,8416	0,17600	-0,05	-3,11	176,89
33	-43,9499	875,2185	0,14080	-0,05	-2,87	177,13
2	-18,5589	455,0309	0,17600	-0,04	-2,34	177,66
29	-26,5395	794,9519	0,17600	-0,03	-1,91	178,09
40	-16,2437	750,1878	0,14080	-0,02	-1,24	178,76

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla anterior, el Identificador representa los puntos a ubicar para realizar el barrido, donde W representa el centro de distribución con coordenadas (0,0) en los ejes (X, Y).

En el apartado 4.2.5 se observó el funcionamiento del Algoritmo del Barrido, en donde después de ubicar los clientes y el centro de distribución en el mapa con la herramienta Google Maps®, de acuerdo a las direcciones proporcionadas por la empresa, se inicia con el barrido desde el nodo que se decida tomar como inicial, y se comienza a realizar la agrupación de los clientes sumando las demandas acumuladas de los clientes sin exceder la capacidad volumétrica del vehículo. Una vez formado el primer conjunto de clientes, se inicia una nueva ruta a partir del siguiente cliente en ubicación, empezando de nuevo el cálculo de la demanda acumulada para llegar nuevamente a la máxima utilización del vehículo, este proceso se repite hasta visitar la totalidad de los nodos (El centro de distribución está ubicado en el origen del plano cartesiano). Ver Figura 6.4.

Figura 6.4. Ejemplo de elaboración del Barrido.



Fuente: Google Maps®.

Para obtener la totalidad de conjuntos de rutas factibles generadas por el algoritmo del Barrido, se debe repetir el proceso anterior, cambiando el nodo de origen consecutivamente, es decir, si el conjunto de rutas o barrido anterior inició en el nodo 1, el siguiente barrido se inicia desde el nodo 2.

Para esta investigación en particular, se generaron 40 conjuntos de Rutas, ya que el punto de partida para empezar el Barrido se inicia tantas veces como nodos o clientes tenga el caso de estudio, por lo tanto se obtuvieron 280 clusters agrupados en 40 rutas correspondientes a los 40 clientes que se trabajaron.

Como referencia, se han tomado diferentes colores para representar los clusters de cada ruta, donde el color azul oscuro representa el cluster 1, el rojo representa el cluster 2, el negro representa el cluster 3, el verde representa el cluster 4, el púrpura representa el cluster 5, el café representa el cluster 6 y el azul claro representa el cluster 7. En la Figura 6.5 se observa la formación de clusters generada por el Método del Barrido para los primeros 7 clusters.

Figura 6.5. Primeros siete (7) clusters, método del Barrido.



Fuente: Google Maps®.

En la Figura 6.5 se muestran siete (7) grupos que se han formado por el Método del Barrido para la Ruta N° 1. Cada grupo está conformado por seis (6) puntos excepto por los clusters 4 y 7, los cuales poseen cinco (5) respectivamente. Ver Tabla 6.5.

Tabla 6.5. Primeros siete (7) clusters, método del Barrido.

Cluster	Color
Cluster 1: 26-23-34-3-10-36	Rojo
Cluster 2: 33-2-29-40-30-32	Negro
Cluster 3: 14-6-17-35-15-11	Verde
Cluster 4: 1-9-12-20-28	Magenta
Cluster 5: 4-18-24-5-13-7	Azul
Cluster 6: 25-37-31-19-27-21	Amarillo
Cluster 7: 39-22-38-16-8	Naranja

Fuente: Elaboración propia.

El cluster 1 cuenta con seis (6) clientes cuya demanda volumétrica acumulada es de $0,9856 \text{ m}^3$ utilizando el 94% de la capacidad del vehículo, pero un incremento en la demanda al incluir el próximo cliente, la restricción de capacidad del vehículo no permite agrupar este nodo a la ruta, por tanto la hoja de cálculo inicia una nueva ruta con este último nodo, creando el cluster 2.

6.2.1.2. Secuenciación por el método MTZ en AMPL®

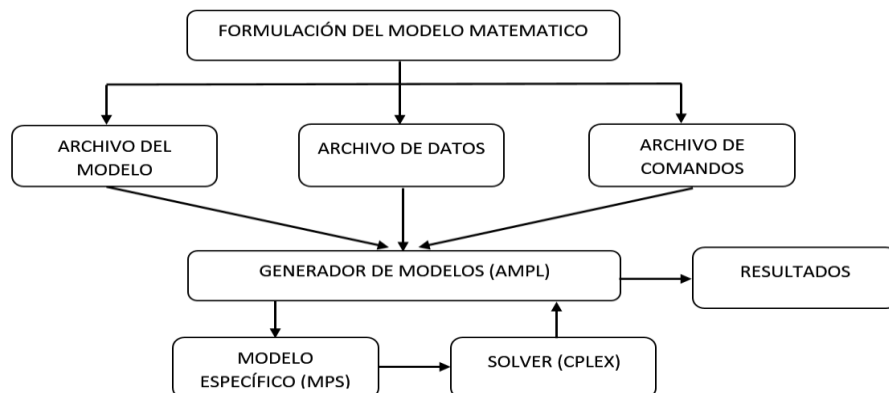
Para secuenciar cada uno de los clusters obtenidos en el método anterior, se decidió llevar a cabo la modelación del MTZ en el lenguaje de programación AMPL® (A Mathematical Programming Language), utilizando el servidor NEOS SERVER®.

AMPL® es un lenguaje de modelación para programación matemática que posee la capacidad de formular en notación algebraica problemas de optimización, ya sean de programación lineal y no lineal, empleando variables enteras o continuas, haciendo más sencillo la comunicación entre la programación y el ordenador. Para desarrollar los modelos, este lenguaje puede utilizar algún paquete de optimización o solver, tales como, CPLEX®, MINOS®, u OSL® (Fourer, et al. 2012).

El proceso de planteamiento y solución de un modelo matemático desarrollado en el lenguaje AMPL se presenta en la Figura 6.6, en donde se escribe en tres archivos (Bloc de notas), teniendo en cuenta que el tercer archivo sólo denota la forma como debe organizarse las soluciones, el archivo del **modelo**, el de **datos** y el de **comandos**, se remiten a un generador de modelos, que procesa los archivos convirtiéndolos en un programa maestro para luego ser resueltos mediante el software de optimización CPLEX, que remite los resultados al generador de modelos para que sean entregados al usuario.

NEOS SERVER®, es una plataforma de uso libre que ofrece el generador de modelos. Esta plataforma posee variados solvers que se utilizan de acuerdo con especificaciones del modelo, los solvers implementados por el NEOS® utilizan para la solución de problemas el lenguaje AMPL y trabajan sobre los paquetes de optimización CPLEX® y MINOS®, utilizando métodos como el Branch and Bound (B&B). Además resuelven problemas de optimización de programación lineal y no lineal, al igual que de programación lineal entera mixta. Para este problema específico se utilizan solvers que resuelven modelos de programación lineal entera mixta, como lo es, MINTO®.

Figura 6.6. Proceso de planteamiento y solución en lenguaje AMPL®.



Fuente: Vidal (2011).

Para la modelación del problema de secuenciación de las rutas ya determinadas por el Algoritmo del Barrido, se aplicó el siguiente modelo en AMPL[®] teniendo en cuenta el modelo MTZ. Ver apartado 4.2.1 y 4.2.2.

- Conjuntos: En el lenguaje AMPL se define con el comando set
- Nodos: Estipula el Número de Nodos (clientes)
- Arcos: Conjunto de Arcos formados por la unión de dos nodos diferentes
- Parámetros: En el lenguaje AMPL se define con el comando param
- N = Numero de nodos
- C_{ij} =Distancia del Arco formado por el nodo i al nodo j
- Variables: En el lenguaje AMPL se define con el comando var
- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco i a j se establece} \\ 0 & \text{en el caso contrario} \end{cases}$
- u = Indica la posición del cliente dentro de la ruta.

En la Tabla 6.6 se presenta el modelo en Lenguaje AMPL[®].

Tabla 6.6. Modelo MTZ en AMPL[®].

```
# Modelo MTZ
#PARÁMETRO PRINCIPAL
param N integer > 2; # Número de nodos
# CONJUNTOS PRINCIPALES
set Nodos ordered := {1..N}; # Conjunto de nodos ordenados
set Arcos := {(i in Nodos, j in Nodos: i <> j)}; # Conjunto de arcos formados por la unión de 2 nodos
#PARÁMETRO SECUNDARIO
param C{(i,j) in Arcos}; # Distancia del arco formado por el nodo i al nodo j
#VARIABLES DE DECISIÓN
var x {(i,j) in Arcos} binary; # Variable que indica si el arco (i,j) se establece
var u {Nodos} >= 0; # Variable relacionada con los nodos
# FUNCIÓN OBJETIVO
minimize Distancia:
sum {(i,j) in Arcos} C[i,j]*x[i,j];
# Minimiza la distancia total del recorrido
# RESTRICCIONES
subject to Visita {i in Nodos}:
sum{(i,j) in Arcos} x[i,j]=1;
# Limita que la salida desde un nodo solamente puede llegar a un único nodo
subject to Viaje {i in Nodos}:
sum{(j,i) in Arcos} x[j,i]=1;
# Limita que la salida hacia un nodo solo se puede llegar desde un único nodo
# Restricciones de Subtour
subject to NoSubtour1 {(i,j) in Arcos: i<j and i>=2 and j>=2}:
u[i] - u[j] + N*x[i,j] <= N - 1;
# Se asegura que el nodo siguiente visitado tenga una posición en la secuencia superior al nodo predecesor.
subject to NoSubtour2 {i in Nodos: i >= 2}:
u[i] <= N - 1 - (N - 2)*x[1,i];
# Se asegura que el origen de la secuencia sea el centro de distribución.
subject to NoSubtour3 {i in Nodos: i >= 2}:
u[i] >= 1 + (N - 2)*x[i,1];
# Se asegura que la secuencia termine en el centro de distribución.
```

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla anterior muestra la información contenida en el archivo “**modelo**”, donde la función objetivo **minimize Distancia** busca la secuencia de clientes a visitar que representen la menor distancia a recorrer, las restricciones **Visita** y **Viaje** permiten que solo se pueda visitar cada cliente una sola vez, y las restricciones **NoSubtour1**, **NoSubtour2** y **NoSubtour3** evitan que se generen sub-rutas. Posteriormente se realizó el archivo de datos con la información de las distancias en kilómetros de los clientes, obtenidas mediante la herramienta Google Maps®. (La Tabla 6.7 muestra los datos con respecto al cluster 5 obtenido con el método del Barrido, siendo un problema con distancias asimétricas). Ver Anexo 1.

Tabla 6.7. Datos asimétricos en Km para el MTZ en AMPL®, cluster 5.

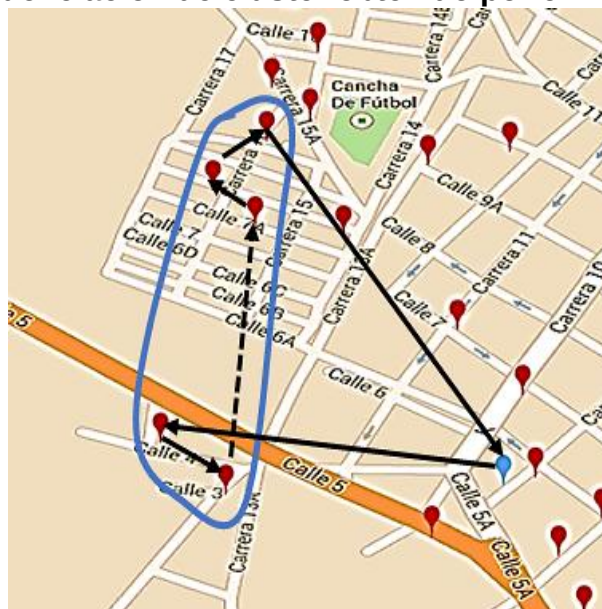
#Datos MTZ							
param N := 7;							
param C := [*,*] :							
	1	2	3	4	5	6	7:=
1	.	0,4	0,75	0,8	0,75	1	0,9
2	0,4	.	0,35	0,55	0,8	0,9	0,95
3	0,65	0,35	.	0,17	0,6	0,75	0,8
4	0,7	0,55	0,17	.	0,7	0,9	0,85
5	1	0,8	0,6	0,7	.	0,13	0,2
6	1	0,9	0,75	0,85	0,13	.	0,11
7	0,9	0,95	0,8	0,85	0,2	0,11	.;

Fuente: Elaboración propia.

Es importante tener en cuenta que los números mencionados y que encabezan tanto la matriz de distancias como los valores de demanda, no son los verdaderos números de los clientes, estos son números organizados de forma ascendente iniciando desde el 1, el cual representa siempre al depósito, hasta la cantidad de clientes que se encuentran en una zona, debido a que en el archivo Modelo los nodos se generan con el comando **set ordered**, el cual construye el conjunto de números enteros desde 1 hasta N, donde N representa la cantidad de nodos a secuenciar. Luego de que se obtengan los resultados, estos valores son reemplazados por los originales (número de cliente) para terminar con la asignación y secuencia gráfica.

Por último se elabora el archivo de **comandos**, en el cual se organizan los resultados del problema facilitando su entendimiento, colocando las variables en el orden que se crea necesario y permitiendo que se le pueda asignar un nombre a la solución. Ver Anexo 1. En la Figura 6.7 se muestra un ejemplo de secuenciación para uno de los clusters obtenidos por el método del Barrido.

Figura 6.7. Secuenciación de cluster obtenido por el método del Barrido.



Fuente: Elaboración propia.

El modelo del MTZ en AMPL[®] fue utilizado para secuenciar cada uno de los clusters obtenidos mediante el método del Barrido. Ver Anexo 1.

6.2.1.3. Selección de clusters algoritmo de Pétalos en AMPL[®]

Después de encontrar los 280 clusters con el método del Barrido, se observó que de la totalidad de clusters generados existen algunos que se repiten, es decir, que agrupan la misma cantidad y los mismos nodos de solución. De ésta forma, es necesaria la depuración de estos clusters, dado que no aportan nuevas soluciones al modelo, al contrario, representan una mayor cantidad de trabajo para el modelo de solución.

Para realizar la depuración de clusters repetidos, se realizaron los siguientes pasos en una Hoja de Excel[®]. Ver Anexo 8.

- 1- Se creó una columna llamada **“Grupo”**, cuya función es agrupar los 280 clusters en grupos de siete (7) clusters, generando un total de 40 grupos.
- 2- Se creó una columna llamada **“Cluster”**, al lado derecho de la columna anterior, donde se ingresaron los clusters de clientes y se asignaron a sus respectivos grupos.
- 3- Se creó una columna llamada **“Repite en Grupo número”**, al lado derecho de la columna anterior, en la cual se ingresaron los números de cada grupo donde el cluster analizado se repetía. Para aquellos clusters que no se repetían, se utilizó la palabra **“NO”**.
- 4- Se creó una Tabla con la columna **“Clusters que no se repiten”**, donde se ingresaron los clusters que no se repitieron con respecto a un grupo

anterior. De esta manera, cada cluster que no se repitió fue seleccionado en la Tabla de la hoja de Excel mencionada, dando por terminada la depuración de clusters.

- 5- De acuerdo a la matriz de distancias creada en el apartado 6.1, se realizó la secuenciación de los clusters seleccionados en el paso anterior, mediante el modelo MTZ en lenguaje AMPL[®]. Ver apartado 6.2.1.2. Ver Anexo 2.
- 6- Se creó una Tabla con los clusters y sus respectivas distancias óptimas, obtenidas en el paso anterior, para proceder a seleccionar la mejor combinación de clusters de acuerdo al método del algoritmo de Pétalos. Ver Anexo.

Para el desarrollo del modelo matemático del algoritmo de Pétalos, se tuvo en cuenta la formulación derivada de la denotación del algoritmo de Pétalos, como se mencionó en el apartado 4.2.4; seguidamente se planteó dicho modelo en lenguaje AMPL[®]:

- Conjuntos: En el lenguaje AMPL se define con el comando set
- Rutas: Conjunto de rutas (1...n)
- Clientes: Conjunto de clientes (1...m).
- Parámetros: En el lenguaje AMPL se define con el comando param
- n: Total de rutas
- m: Total de clientes
- Variables: En el lenguaje AMPL se define con el comando var
- $x_k = \begin{cases} 1, & \text{si la ruta } k \text{ es asignada} \\ 0, & \text{en el caso contrario} \end{cases}$

En la Tabla 6.8 se presenta el archivo del modelo del Heurístico de Pétalos en lenguaje AMPL[®].

Tabla 6.8. Modelo de Pétalos en AMPL®.

```
# Modelo Pétalos

#PARÁMETROS PRINCIPALES

param n; # Total de rutas
param m; # Total de clientes

# CONJUNTOS PRINCIPALES

set RUTAS:= 1..n; # Conjunto de rutas
set CLIENTES:= 1..m; # Conjunto de clientes

#PARÁMETROS SECUNDARIOS

param a{k in RUTAS, i in CLIENTES}; # si el cliente i es visitado por la ruta k
param c{k in RUTAS}; #costo de la ruta k

#VARIABLES DE DECISIÓN

var x {k in RUTAS} binary; # Variable que indica si la ruta k es asignada

# FUNCIÓN OBJETIVO

minimize Distancia: sum {k in RUTAS} c[k]*x[k]; # Minimiza la distancia total de los viajes

# RESTRICCIONES

subject to visita {i in CLIENTES}:

sum{k in RUTAS} a[k, i]*x[k]=1; # Cumplimiento de la visita de un cliente
```

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla anterior muestra la información contenida en el archivo “**modelo**”, donde la función objetivo **minimize Distancia** busca el grupo de clusters que representen la menor distancia a recorrer y la restricción **visita** se asegura de que cada cliente se visite una vez y se encuentre ubicado en un solo cluster. Ver Anexo 2.

Para construir el archivo de “**datos**” se tuvieron en cuenta las distancias totales en kilómetros a recorrer, obtenidas por el método del MTZ, pertenecientes a cada uno de los clusters seleccionados en la depuración de Rutas, y también se indicó a que cluster pertenece cada cliente mediante la asignación de variables binarias. Finalmente se creó el archivo de “**comandos**” con el cual se pueden organizar los resultados del problema facilitando su comprensión, colocando las variables en el orden necesario y permitiendo que se le pueda asignar un nombre a la solución. Ver Anexo 2.

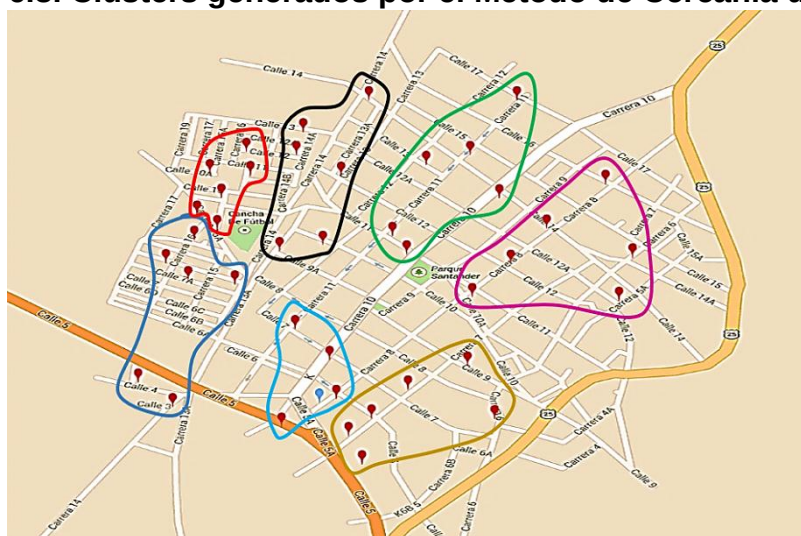
6.2.2. Aplicación del método por Cercanía de Puntos

El método por Cercanía de Puntos se basa en asignar primero y rutear después, en donde se forman los grupos de clientes de acuerdo a la cercanía que existe entre ellos y luego se crea una ruta que visite a todos estos puntos o clientes dentro de cada cluster mediante el MTZ mencionado en el apartado anterior. Para realizar la formación de cluster mediante este método, se llevaron a cabo los siguientes pasos:

- 1- Se ubicaron los puntos de venta y el centro de distribución en el mapa con la herramienta Google Maps®, de acuerdo a las direcciones proporcionadas por la empresa.
- 2- Se agruparon los clientes que se encontraban más cercanos entre sí, mediante observación teniendo en cuenta los principios básicos para diseñar rutas expuestos por Ballou (2004), considerando que la suma de las demandas no supere la capacidad del vehículo.
- 3- Se identificaron los clientes que no fueron asignados a un cluster (Generalmente son los puntos que se encuentran más alejados de los demás).
- 4- Cada cliente identificado en el paso anterior fue asignado al cluster que se encontraba más cercano.
- 5- Se analizó la demanda total del cluster al que se ingresó el nuevo cliente para lo cual se tuvieron en cuenta las siguientes condiciones: “Si la demanda del cluster supera la capacidad del vehículo, se le excluye el cliente que se encuentra más cercano al siguiente cluster para posteriormente ser asignado a éste próximo cluster en mención, pero si la demanda total del cluster cumple con la capacidad del vehículo, no se realiza ningún cambio”.
- 6- Se repitió el paso anterior tantas veces como fue necesario, hasta que cada cliente quedó asignado a un cluster, de tal forma que cumpla con la restricción de capacidad del vehículo.
- 7- De acuerdo a la matriz de distancias creada en el apartado 6.1, se realizó la secuenciación de cada cluster mediante el modelo del MTZ en AMPL®. Ver apartado 6.2.1.2.

A continuación, en la Figura 6.8 se observa la formación de los clusters obtenidos mediante los pasos mencionados. Ver Anexo 10.

Figura 6.8. Clusters generados por el Método de Cercanía de Puntos.



Fuente: Google Maps®.

En la Figura 6.8 se muestran siete (7) grupos que se han formado por el Método de Cercanía de Puntos. Cada grupo está conformado por seis (6) puntos excepto por el cluster 7, el cual posee cuatro (4) respectivamente. (Ver Tabla 6.9).

Tabla 6.9. Clusters generados por el Método de Cercanía de Puntos.

Cluster	Color
Cluster 1: 36-34-23-10-3-2	Blue
Cluster 2: 40-30-29-33-6-17	Red
Cluster 3: 14-11-15-35-1-9	Black
Cluster 4: 20-4-28-18-5-24	Green
Cluster 5: 7-13-31-19-37-25	Purple
Cluster 6: 27-22-39-38-16-8	Gold
Cluster 7: 26-32-12-21	Light Blue

Fuente: Elaboración propia.

El cluster 1 cuenta con seis (6) clientes cuya demanda volumétrica acumulada es de 1,0208 m³ utilizando el 97% de la capacidad del vehículo, mientras que el cluster 7 posee una demanda volumétrica de 0,6336 m³ utilizando aproximadamente el 60% de la capacidad total del vehículo, debido a que este cluster cuenta con una menor cantidad de clientes.

Después de la creación de clusters, se procede a la secuenciación de cada uno mediante el método del MTZ en el lenguaje AMPL[®] como se observó en el apartado 6.2.1.2., para finalmente obtener el orden adecuado en que se deben visitar los clientes generando la distancia mínima total recorrida, de acuerdo a la asignación realizada de clientes obtenida con en el método de Cercanía de Puntos.

6.2.3. Aplicación del Algoritmo de los Ahorros

De acuerdo a Vidal (2011), Chopra y Meindl en los años 2001 y 2004 presentaron una adaptación y complemento del Método de los Ahorros, la cual se puede utilizar para crear clusters de clientes en una hoja de cálculo de Excel[®] siguiendo tres pasos básicos, y posteriormente secuenciar cada cluster mediante la aplicación del MTZ en lenguaje AMPL[®] visto en el apartado 6.2.1.2.

Los tres pasos para la aplicación del método de los Ahorros fueron los siguientes:

Paso 1: Iniciación y determinación de matrices.

- 1.1- Se ubicaron los puntos de venta y el centro de distribución en el mapa con la herramienta Google Maps[®], de acuerdo a las direcciones proporcionadas por la empresa.
- 1.2- De acuerdo a la matriz de distancias que aparece en el apartado 6.1, se creó la matriz de ahorros por parejas de paradas, con base en la ecuación 4.18. (Ver apartado 4.2.4.), teniendo en cuenta que el problema maneja distancias asimétricas.

Paso 2: Asignación de clientes a clusters.

Para crear los cluster mediante el método de los Ahorros, se tuvieron en cuenta las siguientes condiciones:

- 2.1- Si todos los clientes han sido asignados a algún cluster, se procede al Paso 3. En caso contrario, se procede con el paso 2.2.
- 2.2- Se escoge la pareja de clientes (i, j) que tenga el máximo ahorro. Sea éste el $Ahorro_{ij}$. Si existen empates, se pueden romper arbitrariamente.
- 2.3- En este paso pueden suceder tres casos excluyentes, se determina cuál de ellos ocurre y se procede de acuerdo al caso:
 - Caso 1: Si ambos clientes i y j ya han sido asignados a algún cluster, entonces se ingresa -1 para pasar al siguiente $Ahorro_{ij}$ hasta retornar al paso 2.1. (En esta modalidad del método de los ahorros, el mínimo ahorro posible es igual a cero. Por ello, se hace el máximo ahorro actual igual a -1, de tal forma que no haya posibilidad de que éste continúe siendo el máximo ahorro).
 - Caso 2: Si sólo uno de los dos clientes, i ó j , ha sido asignado a algún cluster, se adiciona el cliente que aún no ha sido asignado a dicho cluster, siempre y cuando no se incumpla restricción alguna. Si esto no es posible, entonces se ingresa -1 para pasar al siguiente $Ahorro_{ij}$ hasta retornar al paso 2.1.
 - Caso 3: Si el cliente i y el cliente j no han sido asignados todavía a un cluster, se inicia un nuevo cluster con esta pareja, siempre y cuando esto sea posible, es decir, que no se incumpla restricción alguna, entonces se ingresa -1 para pasar al siguiente $Ahorro_{ij}$ hasta retornar al paso 2.1. Si esto no es posible, se ingresa -1 para pasar al siguiente $Ahorro_{ij}$ hasta retornar al paso 2.1.

Determinar la pareja de clientes que presenta el máximo ahorro no es una tarea sencilla a simple vista, por ello se utilizó el formato condicional de la hoja electrónica de Excel[®] haciendo resaltar de color verde la celda que presenta el máximo ahorro. Esto se logra definiendo una celda fuera de la matriz igual al máximo de los elementos de ésta (mediante la función MAX) y luego dando a la matriz el formato condicional cuando la celda sea igual a dicho máximo. Así, la celda con el máximo ahorro se “ilumina” y es fácilmente reconocible. Del mismo modo se utilizó el formato condicional para hacer resaltar de color rojo la celda que

presentó el anterior máximo ahorro y que ahora es igual a -1. Ver Tabla 6.10. Ver Anexo 9.

Tabla 6.10. Depuración de los máximos Ahorros.

Ahorroij	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
31	1,2	0,3	0,25	1,05	1,45	1,1	1,8	0,3	1,6	0,4	1,1	0,4	1,65	0,75	1,4	0,45	1,2	1,7	1,99	1,1	0,039
32	0,5	0,65	0,65	0,6	0,6	0,9	0,4	0,2	0,7	0,8	0,85	0,74	0,4	0,7	0,7	0,25	0,7	0,6	0,4	0,8	0,139
33	1,9	1,55	1,6	1,4	1,4	2,74	1,1	0,2	2,35	1,95	1,95	0,7	1,1	1,7	2,5	0,35	-1	1,8	1,1	1,6	0,339
34	0,6	0,75	0,75	0,1	0,1	0,9	-0,2	0,25	0,8	0,8	0,9	0,4	-0,2	0,8	0,8	0,05	1	0,4	0	0,35	-0,011
35	2,1	1,5	1,4	1,45	1,65	2,61	1,3	0,2	2,55	1,65	2	0,7	1,3	1,75	2,64	0,35	-1	2	1,3	1,7	0,239
36	1,25	1,34	1,45	0,8	0,8	1,85	0,5	0	1,5	1,79	1,3	0,45	0,5	1,1	1,45	0,15	1,8	1	0,5	1	0,039
37	1,25	0,3	0,25	1,05	1,3	1,1	1,4	0,1	1,3	0,5	1,15	0,4	1,41	0,75	1,3	0,2	1,2	1,5	1,45	1,1	0,089
38	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,31	0,11	0,38	0,21	0,26	0,36	0,26	0,11	0,16	0,21	-0,34	0,41	0,11	0,36	0,21	0,139
39	0,35	0,1	0,1	0,4	0,35	0,45	0,45	0,38	0,45	0,25	0,6	0,47	0,4	0,4	0,45	0,47	0,45	0,45	0,7	0,45	0,129
40	1,45	1,3	1,35	0,9	0,85	2	0,55	0,05	1,6	1,69	1,5	0,15	0,65	1,25	1,65	0,1	1,95	1,25	0,65	1,2	0,039
MAXIMO AHORRO						= 2,74															

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 6.10 se puede observar una celda de color verde, la cual muestra el valor que representa el máximo ahorro entre los clientes 33 y 6. Las celdas de color rojo muestran el valor -1, dicho valor se le da a cada máximo ahorro anterior que ya ha sido analizado en el **Paso 2**.

Paso 3: Secuenciación de paradas a cada ruta.

3.1- De acuerdo a la matriz de distancias creada en el apartado 6.1, se realizó la secuenciación de cada uno de los clusters seleccionados en el paso anterior, mediante el modelo MTZ en lenguaje AMPL[®]. Ver apartado 6.2.1.2. Ver Anexo 3.

A continuación, en la Figura 6.9 se observa la formación de los clusters obtenidos en los pasos mencionados del algoritmo de los Ahorros.

Figura 6.9. Clusters generados por el algoritmo de los ahorros.



Fuente: Google Maps®.

En la Figura 6.9 se muestran siete (7) grupos que se han formado por el Algoritmo de los ahorros. Cada grupo está conformado por seis (6) clientes, excepto por el cluster 7, el cual posee cuatro (4) clientes respectivamente. (Ver tabla 6.11).

Tabla 6.11.Clusters generados por el algoritmo de los Ahorros.

Cluster	Color
Cluster 1: 15-9-35-17-33-6	Azul
Cluster 2: 1-28-18-24-7-13	Rojo
Cluster 3: 2-40-29-30-14-11	Verde
Cluster 4: 20-4-5-31-19-37	Negro
Cluster 5: 3-10-36-34-23-26	Morado
Cluster 6: 25-27-22-39-16-8	Amarillo
Cluster 7: 38-32-12-21	Cian

Fuente: Elaboración propia.

El cluster 1 cuenta con seis (6) clientes cuya demanda volumétrica acumulada es de $0,9504\text{m}^3$ utilizando el 90,5% de la capacidad del vehículo, mientras que el cluster 7 posee una demanda volumétrica de $0,6336\text{ m}^3$ utilizando aproximadamente el 60.34% de la capacidad total del vehículo, debido a que este cluster cuenta con una menor cantidad de clientes.

6.2.4. Aplicación del método la Gran Ruta

El método de la Gran Ruta (conocido como Rutear primero – Asignar después), se basa en encontrar una ruta que visite una sola vez a cada uno de los 40 clientes,

iniciando en el centro de distribución y terminando en el mismo, sin tener en cuenta la capacidad del vehículo. Posteriormente se procede a la creación de los clusters de clientes en el orden que siga la secuencia de la ruta creada, considerando la demanda de los clientes y la capacidad del vehículo para poder formar cada cluster. Para hallar la Gran Ruta, se llevaron a cabo los siguientes pasos:

- 1- Se ubicaron los puntos de venta y el centro de distribución en el mapa con la herramienta Google Maps[®], de acuerdo a las direcciones proporcionadas por la empresa.
- 2- De acuerdo a la matriz de distancias creada en el apartado 6.1, se realizó la secuenciación de los 40 clientes en una sola Ruta, mediante el modelo del MTZ en AMPL[®]. Ver apartado 6.2.1.2. Ver Anexo 5.

A continuación en la Figura 6.10 se observa la formación de la Gran Ruta, obtenida mediante el modelo del MTZ en lenguaje AMPL[®].

Figura 6.10. Gran ruta generada por medio del MTZ en lenguaje AMPL[®].



Fuente: Google Maps[®].

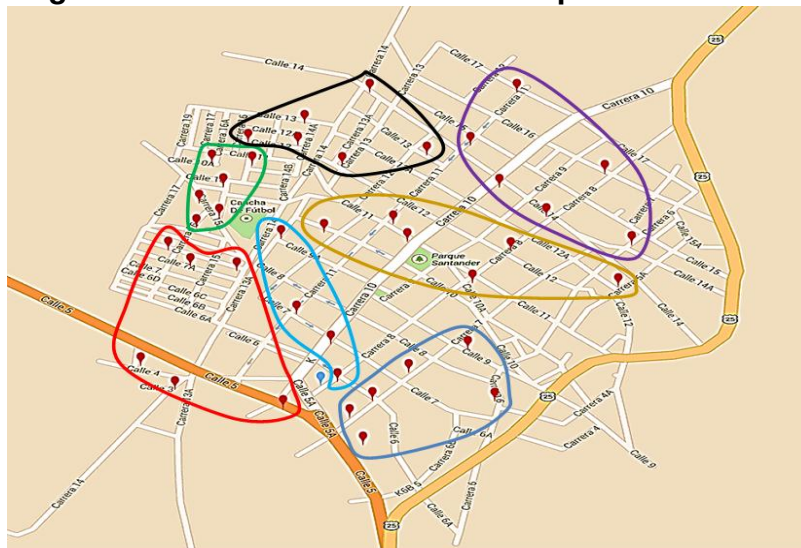
En la Figura 6.10 se muestra la Gran Ruta que se ha formado por el modelo del MTZ en lenguaje AMPL[®]. Como se puede observar, la ruta comienza en el centro de distribución y visita cada uno de los puntos de venta hasta que termina su recorrido en el punto inicial.

Posteriormente, se procede a la creación de clusters y secuenciación, de acuerdo a los siguientes pasos:

- 1- Se inició la creación de clusters tomando como referencia el orden de los clientes a ser visitados desde el centro de distribución, de acuerdo a la secuenciación arrojada por el MTZ.
- 2- Cada cluster se completó cuando la demanda total del grupo de clientes que lo integran cumplió con la capacidad del vehículo, luego se inició el próximo cluster con el siguiente cliente en la secuencia arrojada por el MTZ.
- 3- Se agregaron las distancias entre el centro de distribución y los primeros clientes de cada cluster.
- 4- Se agregaron las distancias entre los últimos clientes de cada cluster y el centro de distribución.
- 5- La secuenciación de clientes a visitar en cada cluster fue definido desde un comienzo por la secuenciación arrojada por el MTZ.
- 6- Los pasos anteriores se repitieron de tal forma que cada cliente se fue asignando a un cluster, hasta que el recorrido llegó de nuevo al centro de distribución.

A continuación en la Figura 6.11 se observa la formación de clusters para la Gran Ruta. Ver Anexo 11.

Figura 6.11. Formación de clusters para la Gran Ruta.



Fuente: Google Maps®.

En la Figura 6.11 se muestran siete (7) cluster que se han formado para la Gran Ruta. Seis (6) grupos están conformados por seis (6) clientes cada uno y un grupo contiene cuatro (4) clientes. Ver Tabla 6.12.

Tabla 6.12. Clusters generados por la Gran Ruta.

Cluster	Color
Cluster 1: 38-27-22-39-16-8	
Cluster 2: 26-23-34-2-3-10	
Cluster 3: 36-40-29-30-6-33	
Cluster 4: 17-35-15-9-1-28	
Cluster 5: 18-24-7-13-5-31	
Cluster 6: 19-37-25-4-20-11	
Cluster 7: 14-32-12-21	

Fuente: Elaboración propia.

El cluster 1 cuenta con seis (6) clientes cuya demanda volumétrica acumulada es de $0,9504\text{m}^3$ utilizando el 90,5% de la capacidad del vehículo, mientras que el cluster 7 posee una demanda volumétrica de $0,6688\text{ m}^3$ utilizando aproximadamente el 64% de la capacidad total del vehículo, debido a que este cluster cuenta con una menor cantidad de clientes.

Una vez obtenidos los resultados mediante los métodos propuestos, se procede al análisis y evaluación de los mismos para llegar así a la mejor propuesta en cuanto a un modelo de ruteo de vehículos, que se ajuste a la problemática abordada en el presente caso de estudio.

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el presente capítulo, se presenta la evaluación de los resultados obtenidos a partir de las diferentes metodologías planteadas en el capítulo anterior. Se realizó el análisis de las metodologías, mostrando algunos ejemplos con las rutas reales que sigue el vehículo para visitar a los respectivos clientes. Además, se compararon los resultados mostrando las diferencias y similitudes encontradas; finalmente, se seleccionó la mejor alternativa.

7.1. SOLUCIÓN DEL ALGORITMO DE PÉTALOS.

Como resultado para el Algoritmo de Pétalos, la cantidad de clusters definidos para ingresar al modelo fueron 80. Una vez encontrados los posibles clusters factibles (Ver Tabla 7.1), se procedió a escoger el conjunto de éstos que representaron la menor distancia total recorrida, para ello se utilizó el presente Algoritmo en el lenguaje de programación AMPL[®]. Ver Tabla 7.2. Ver Anexo 2. (Todas las distancias observadas en el presente trabajo son distancias reales por carretera, obtenidas con Google Maps[®]).

Tabla 7.1. Clusters definidos para el Algoritmo de Pétalos

Cluster	Distancia (Km)	Cluster	Distancia (Km)
1	3.2	41	2.8
2	3.2	42	2.7
3	3.1	43	3.2
4	2.4	44	2.7
5	2.8	45	2.9
6	3.4	46	3,0
7	1.5	47	2.7
8	2,4	48	3,0
9	3,0	49	3.4
10	3,4	50	3.4
11	2,1	51	3.4
12	2,6	52	3.2
13	2,8	53	3.2
14	2,9	54	3.1
15	3.3	55	3.2
16	1.6	56	3.2
17	3.1	57	3.1
18	2.7	58	2.8
19	3,0	59	1.4
20	3.3	60	3.3
21	1.8	61	3.1
22	3.4	62	2.6
23	2.3	63	3.2
24	2.5	64	2.7
25	2.7	65	2.4
26	2.8	66	2.8
27	3.3	67	3.1
28	3.2	68	3,0
29	1.6	69	3.1
30	3.3	70	3.1
31	3.3	71	2.5
32	2.5	72	2.3
33	3.6	73	2.6
34	2.8	74	2.4
35	1.8	75	2.5
36	2.6	76	2.4
37	2.7	77	2.1
38	1.9	78	2.3
39	2.8	79	1.4
40	2.6	80	1.5

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7.2. Conjunto de clusters seleccionados por el Algoritmo de Pétalos

Cluster	Color
Cluster 8: 23-34-3-10-36	Blue
Cluster 9: 33-2-29-40-30-32	Red
Cluster 10: 14-6-17-35-15-11	Green
Cluster 11: 1-9-12-20-28	Black
Cluster 12: 4-18-24-5-13-7	Purple
Cluster 13: 25-37-31-19-27-21	Yellow
Cluster 14: 39-22-38-16-8-26	Cyan

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 7.2 se observa cada cluster con su respectivo color para ser identificado en la Figura 7.1.

Figura 7.1. Formación de clusters para el Algoritmo de Pétalos.



Fuente: Google Maps®.

En la Figura 7.1 se muestran (7) grupos que se han formado para el Algoritmo de Pétalos, cinco (5) grupos están conformados por seis (6) clientes cada uno y dos (2) grupos están conformados por cinco (5) clientes. A continuación, se presenta la secuenciación adecuada por medio del modelo MTZ, para las rutas mencionadas.

De acuerdo a los datos arrojados por el modelo MTZ para el Algoritmo de Pétalos, se obtuvieron como resultado siete (7) clusters con una distancia total recorrida de 19,20 Kms. La secuenciación para cada cluster se puede observar en la Tabla 7.3. Ver Anexo 12.

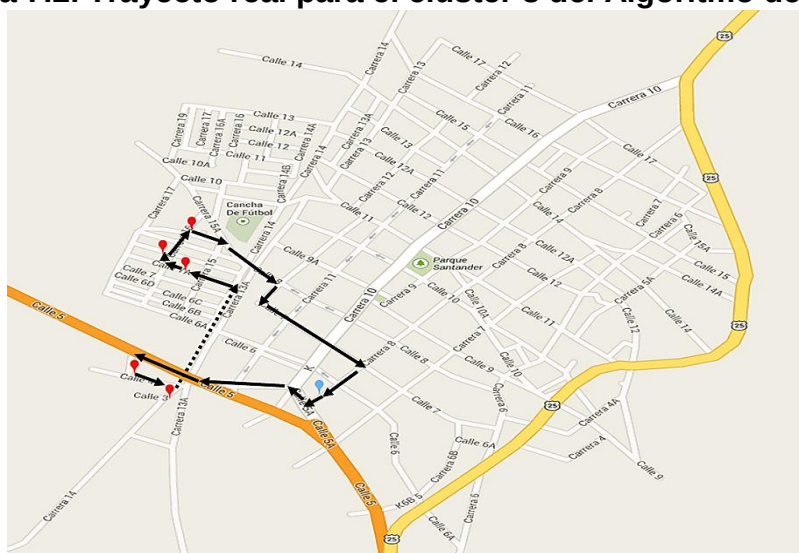
Tabla 7.3. Secuenciación de clusters seleccionados, Algoritmo de Pétalos

Cluster	Distancia	Demanda (m3)	% Ocupacion del vehículo
Cluster 8: 0-34-23-3-10-36-0	2,4 km	0,8448	80,5%
Cluster 9: 0-2-30-40-33-29-32-0	3,0 km	0,9152	87,2%
Cluster 10: 0-15-35-17-6-14-11-0	3,4 km	0,9504	90,5%
Cluster 11: 0-12-20-28-9-1-0	2,1 km	0,88	83,8%
Cluster 12: 0-5-13-7-24-18-4-0	2,6 km	1,0208	97,2%
Cluster 13: 0-21-25-37-31-19-27-0	2,8 km	0,9152	87,2%
Cluster 14: 0-26-16-8-38-39-22-0	2,9 km	0,9504	90,5%
TOTAL	19,20 Km	6,477	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 7.2 se observa el trayecto real para el cluster 8, es decir, las calles por donde pasaría el vehículo, la cual tiene una distancia aproximada de 2,4 km.

Figura 7.2. Trayecto real para el cluster 8 del Algoritmo de Pétalos.



Fuente: Google Maps®.

A continuación, se presenta la información de los clusters obtenidos con el Algoritmo de Pétalos. (Ver Tabla 7.4).

Tabla 7.4. Información de los clusters obtenidos con el Algoritmo de Pétalos

Cluster	Distancia	Vehículo N°	Distancia recorrida/vehículo (Km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo Teórico de Recorrido (h)	Clientes visitados/vehículo	Tiempo promedio por cliente (h)	Tiempo Total Promedio (h)
8	2,4 km	1	2,4 km	35	0,07	5,00	0,33	1,735
9	3,0 km	2	3,0 km	35	0,09	6,00	0,33	2,086
10	3,4 km	3	3,4 km	35	0,10	6,00	0,33	2,097
11	2,1 km	4	2,1 km	35	0,06	5,00	0,33	1,727
12	2,6 km	4	4,7 km	35	0,13	11,00	0,33	4,301
13	2,8 km	1	5,2 km	35	0,15	11,00	0,33	4,315
14	2,9 km	2	5,9 km	35	0,169	12,00	0,33	4,669
TOTAL	19,20 Km							

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la Tabla 7.4, cada uno de los 4 vehículos es asignado a un cluster correspondiente para iniciar la distribución de producto de forma simultánea, es decir, los 4 vehículos están realizando su labor de reparto al mismo tiempo y cada vehículo visita un solo cluster a la vez. Luego que el vehículo termina la tarea de atender su cluster, debe regresar al centro de distribución para hacer el cargue de producto para el siguiente cluster a visitar que aún no ha sido atendido (el tiempo estimado de reabastecimiento² de producto del vehículo es de 30 minutos). Finalmente, se puede observar que el vehículo 2 tiene el mayor tiempo promedio de ocupación (4,669 horas), ya que visita más clientes y recorre una mayor distancia en comparación con los otros vehículos, por lo tanto, cuando termina su actividad, se completa el proceso de distribución para los clusters propuestos con el Algoritmo de Pétalos.

7.2. SOLUCIÓN DEL MÉTODO POR CERCANÍA DE PUNTOS

Como resultado del Método por Cercanía de Puntos, se construyeron siete (7) clusters correspondientes a los 40 clientes que se trabajaron. A continuación, se presenta la secuenciación adecuada por medio del modelo MTZ, para los clusters mencionados.

De acuerdo a los datos arrojados por el MTZ para el Método por Cercanía de Puntos, se obtuvo como resultado siete (7) clusters con una distancia total recorrida de 17,70 Km. La secuenciación para cada ruta se puede observar en la Tabla 7.5. Ver Anexo 12.

² Por reabastecimiento se entiende el cargue de producto del vehículo en el centro de distribución para atender la demanda de un conjunto de clientes.

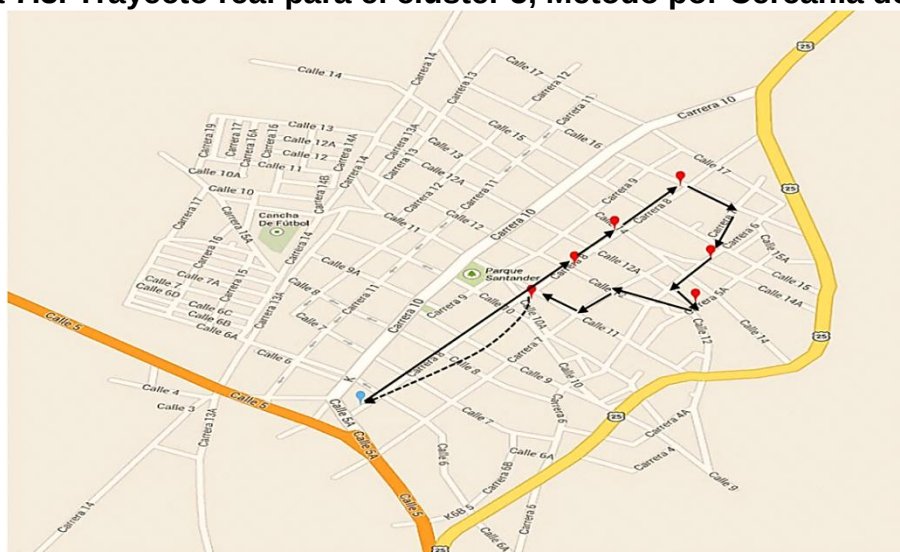
Tabla 7.5. Secuenciación de clusters de Cercanía de Puntos.

Cluster	Distancia	Demanda (m3)	% Ocupacion del vehículo
Cluster 1: 0-2-10-36-3-23-34-0	2,6 km	1,0208	97,2%
Cluster 2: 0-30-29-6-17-33-40-0	2,9 km	0,9152	87,2%
Cluster 3: 0-1-9-15-35-11-14-0	3,3 km	1,0208	97,2%
Cluster 4: 0-5-18-24-28-20-4-0	3,2 km	1,0208	97,2%
Cluster 5: 0-37-13-7-31-19-25-0	2,8 km	0,9152	87,2%
Cluster 6: 0-8-16-38-39-22-27-0	1,7 km	0,9504	90,5%
Cluster 7: 0-26-32-12-21-0	1,2 km	0,6336	60,3%
TOTAL	17,70 Km	6,477	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 7.3 se observa el trayecto real para el cluster 5, es decir, las calles por donde pasaría el vehículo, el cual tiene una distancia aproximada de 2,8 km.

Figura 7.3. Trayecto real para el cluster 5, Método por Cercanía de Puntos.



Fuente: Google Maps®.

En la Tabla 7.6 se observa la información de los clusters obtenidos con el Método por Cercanía de Puntos.

Tabla 7.6. Clusters obtenidos con el Método por Cercanía de Puntos.

Cluster	Distancia	Vehículo N°	Distancia recorrida/vehículo (Km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo Teórico de Recorrido (h)	Cientes visitados/vehículo	Tiempo promedio por cliente (h)	Tiempo Total Promedio (h)
1	2,6 km	1	2,6 km	35	0,074	6,00	0,33	2,074
2	2,9 km	2	2,9 km	35	0,083	6,00	0,33	2,083
3	3,3 km	3	3,3 km	35	0,094	6,00	0,33	2,094
4	3,2 km	4	3,2 km	35	0,091	6,00	0,33	2,091
5	2,8 km	1	5,4 km	35	0,154	12,00	0,33	4,654
6	1,7 km	2	4,6 km	35	0,131	12,00	0,33	4,631
7	1,2 km	4	4,4 km	35	0,126	10,00	0,33	3,959
TOTAL	17,70 Km							

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la Tabla 7.6, cada uno de los 4 vehículos es asignado a un cluster correspondiente para iniciar la distribución de producto de forma simultánea, permitiendo que la tarea de visitar a cada cliente se realice de forma más eficiente, considerando que cada vehículo visita un solo cluster a la vez como se mencionó en el apartado 7.1.1.

En la Tabla 7.6 se puede apreciar que el vehículo 3 es el que realiza el menor tiempo de trabajo, debido a que se tarda más en atender su cluster inicial, y cuando termina ésta labor, los demás clientes ya están siendo visitados por los otros vehículos que terminaron antes. Finalmente, se puede observar que el vehículo 1 tiene el mayor tiempo promedio de ocupación (4,654 horas), ya que visita más clientes y recorre una mayor distancia en comparación con los otros vehículos, por lo tanto, cuando termina su actividad, se completa el proceso de distribución para los clusters propuestos con el Método por Cercanía de Puntos.

7.3. SOLUCIÓN DEL ALGORITMO DE AHORROS

Como resultado del Algoritmo de Ahorros, se construyeron 7 clusters correspondientes a los 40 clientes que se trabajaron. En la Tabla 7.7 se puede observar la creación de clusters, mediante el proceso sugerido por Vidal (2011), para la metodología del Algoritmo de Ahorros donde de acuerdo a los Casos observados en el **Paso 2** de dicha metodología, se fueron creando cluster a partir de clientes que no estaban asignados (**Caso 3**), se crearon clusters mediante la unión de clusters con pocos clientes (**Caso 1**) y cada cluster se completó mediante la asignación de clientes que aún no habían sido agregados a un cluster (**Caso 2**). Ver apartado 6.2.3.

Tabla 7.7. Creación de clusters con el Algoritmo de Ahorros.

Casos (Paso 2)	Evolución de Clusters	Carga m3 en la Ruta
Caso 3	Cluster 1: 35-17	0,2816
Caso 3	Cluster 2: 33-6 (Unido a Cluster 1)	0,3168
Caso 1	Cluster 1: 35-17-33-6	0,5984
Caso 3	Cluster 2: 15-9 (Unido a Cluster 1)	0,352
Caso 1	Cluster 1: 15-9-35-17-33-6	0,9504
Caso 3	Cluster 2: 18-24	0,352
Caso 2	Cluster 2: 28-18-24	0,4928
Caso 3	Cluster 3: 40-29	0,3168
Caso 2	Cluster 2: 28-18-24-7	0,6688
Caso 2	Cluster 2: 1-28-18-24-7	0,88
Caso 2	Cluster 3: 40-29-30	0,4576
Caso 3	Cluster 4: 31-19	0,3168
Caso 3	Cluster 5: 3-10	0,4224
Caso 2	Cluster 5: 3-10-36	0,5984
Caso 2	Cluster 2: 1-28-18-24-7-13	1,0208
Caso 3	Cluster 6: 14-11 (Unido a Cluster 3)	0,3168
Caso 2	Cluster 4: 5-31-19	0,4928
Caso 2	Cluster 3: 2-40-29-30	0,6336
Caso 2	Cluster 4: 5-31-19-37	0,5984
Caso 3	Cluster 7: 20-4 (Unido a Cluster 4)	0,352
Caso 1	Cluster 4: 20-4-5-31-19-37	0,9504
Caso 3	Cluster 7: 34-23 (Unido a Cluster 5)	0,2464
Caso 1	Cluster 3: 2-40-29-30-14-11	0,9504
Caso 1	Cluster 5: 3-10-36-34-23	0,8448
Caso 3	Cluster 6: 27-22	0,2816
Caso 3	Cluster 7: 32-12	0,3168
Caso 2	Cluster 5: 3-10-36-34-23-26	0,9856
Caso 2	Cluster 6: 25-27-22	0,4576
Caso 2	Cluster 6: 25-27-22-39	0,6336
Caso 3	Cluster 8: 16-8 (Unido a Cluster 6)	0,352
Caso 1	Cluster 6: 25-27-22-39-16-8	0,9856
Caso 2	Cluster 7: 38-32-12	0,4576
Caso 2	Cluster 7: 38-32-12-21	0,6336

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se presenta la secuenciación adecuada por medio del método MTZ, para los clusters presentados anteriormente.

De acuerdo a los datos arrojados por el MTZ para el Algoritmo de Ahorros, se obtuvo como resultado siete (7) clusters con una distancia total recorrida de 19,30

Km. La secuenciación para cada ruta se puede observar en la Tabla 7.8. Ver Anexo 12.

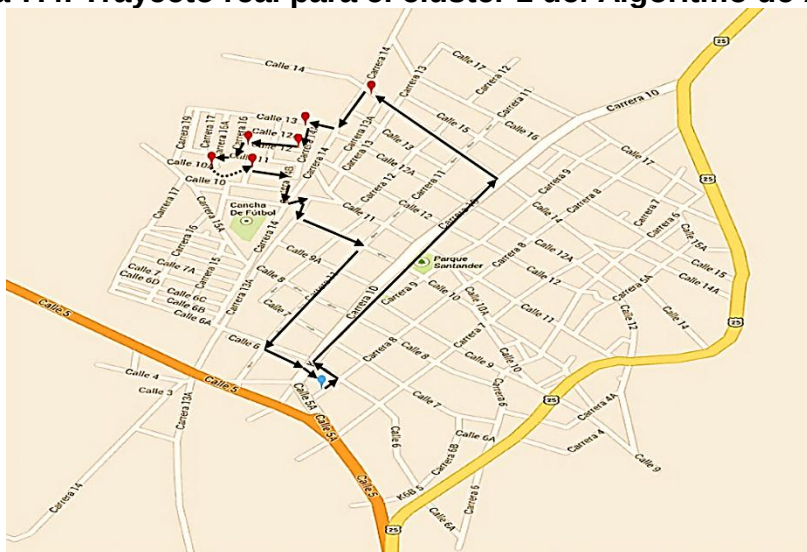
Tabla 7.8. Secuenciación de clusters seleccionados, Algoritmo de Ahorros.

Cluster	Distancia	Demanda (m3)	% Ocupacion del vehículo
Cluster 1: 0-9-15-35-17-33-6-0	3,7 km	0,9504	90,5%
Cluster 2: 0-1-28-18-24-7-13-0	3,5 km	1,0208	97,2%
Cluster 3: 0-40-29-30-2-11-14-0	3,0 km	0,9504	90,5%
Cluster 4: 0-20-4-5-31-19-37-0	3,1 km	0,9504	90,5%
Cluster 5: 0-36-10-3-34-23-26-0	2,8 km	0,9856	93,9%
Cluster 6: 0-8-16-39-22-27-25-0	2,1 km	0,9856	93,9%
Cluster 7: 0-38-32-12-21-0	1,1 km	0,6336	60,3%
TOTAL	19,30 Km	6,477	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 7.4 se observa el trayecto real para el cluster 1, es decir, las calles por donde pasaría el vehículo, el cual tiene una distancia aproximada de 3,7 km.

Figura 7.4. Trayecto real para el cluster 1 del Algoritmo de Ahorros.



Fuente: Google Maps®.

En la Tabla 7.9 se presenta la información de los clusters obtenidos con el Algoritmo de Ahorros.

Tabla 7.9. Información de los clusters obtenidos, Algoritmo de Ahorros.

Cluster	Distancia	Vehículo N°	Distancia recorrida/vehículo (Km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo Teórico de Recorrido (h)	Clientes visitados/vehículo	Tiempo promedio por cliente (h)	Tiempo Total Promedio (h)
1	3,7 km	1	3,7 km	35	0,106	6,00	0,33	2,106
2	3,5 km	2	3,5 km	35	0,100	6,00	0,33	2,100
3	3,0 km	3	3,0 km	35	0,086	6,00	0,33	2,086
4	3,1 km	4	3,1 km	35	0,089	6,00	0,33	2,089
5	2,8 km	3	6,5 km	35	0,186	12,00	0,33	4,686
6	2,1 km	4	5,6 km	35	0,160	12,00	0,33	4,660
7	1,1 km	2	4,2 km	35	0,120	10,00	0,33	3,953
TOTAL	19,30 Km							

Fuente: Elaboración propia.

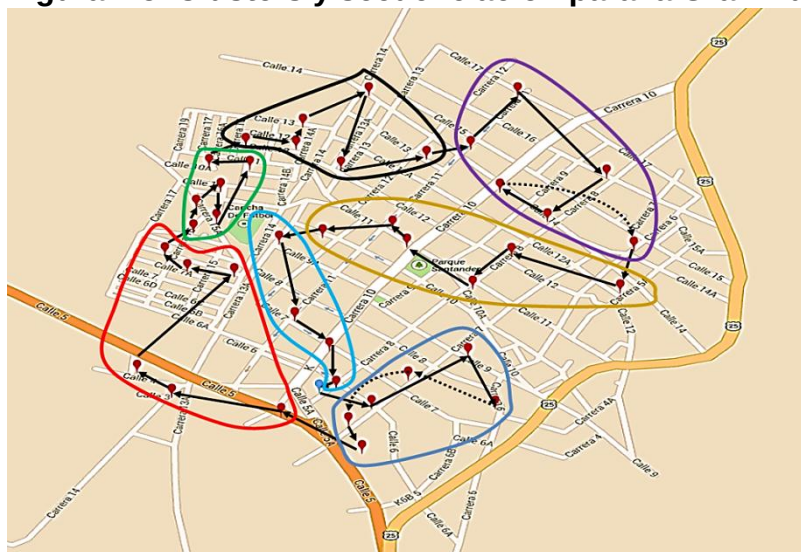
Como se puede observar en la Tabla 7.9, cada uno de los 4 vehículos es asignado a un cluster correspondiente para iniciar la distribución de producto de forma simultánea, permitiendo que la tarea de visitar a cada cliente se realice de forma más eficiente, considerando que cada vehículo visita un solo cluster a la vez, como se mencionó en el apartado 7.1.1.

De igual forma en la tabla anterior se puede apreciar que el vehículo 1 es el que realiza el menor tiempo promedio de trabajo, debido a que se tarda más en atender su cluster inicial, y cuando termina ésta labor, los demás clientes ya están siendo visitados por los otros vehículos que terminaron de atender a los clientes. Finalmente, se puede observar que el vehículo 3 tiene el mayor tiempo promedio de ocupación (4,686 horas), ya que visita más clientes y recorre una mayor distancia en comparación con los otros vehículos, por lo tanto, cuando termina su actividad, se completa el proceso de distribución para los clusters propuestos con el Algoritmo de Ahorros.

7.4. SOLUCIÓN DE LA GRAN RUTA

Como resultado de la Gran Ruta, se construyó una Ruta única que visita a los 40 clientes, que posteriormente se dividió en siete (7) clusters que cumplieran la restricción de capacidad del vehículo. (Ver Figura 7.5).

Figura 7.5. Clusters y secuenciación para la Gran Ruta.



Fuente: Google Maps®.

Una vez obtenidos los clusters, se procedió a encontrar las distancias desde el centro de distribución hasta el primer y el último cliente, para así conocer la distancia total a recorrer en cada cluster. (Ver Tabla 7.10). Ver Anexo 12.

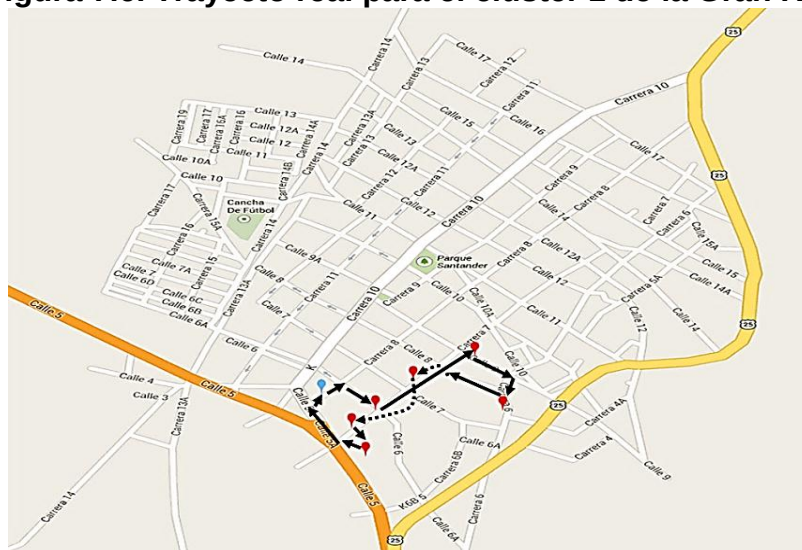
Tabla 7.10. Secuenciación de clusters seleccionados por la Gran Ruta.

Cluster	Distancia	Demanda (m3)	% Ocupacion del vehículo
Cluster 1: 0-38-27-22-39-16-8-0	1,7 km	0,9504	90,5%
Cluster 2: 0-26-23-34-2-3-10-0	2,9 km	0,9856	93,9%
Cluster 3: 0-36-40-29-30-6-33-0	3,2 km	0,9504	90,5%
Cluster 4: 0-17-35-15-9-1-28-0	3,9 km	0,9856	93,9%
Cluster 5: 0-18-24-7-13-5-31-0	4,0 km	0,9856	93,9%
Cluster 6: 0-19-37-25-4-20-11-0	3,2 km	0,9504	90,5%
Cluster 7: 0-14-32-12-21-0	1,7 km	0,6688	63,7%
TOTAL	20,59 Km	6,477	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 7.6 se observa el trayecto real para el cluster 1, es decir, las calles por donde pasaría el vehículo, el cual tiene una distancia aproximada de 1,7 km.

Figura 7.6. Trayecto real para el cluster 1 de la Gran Ruta.



Fuente: Google Maps®.

A continuación, se presenta la información de los clusters obtenidos con el Método de la Gran Ruta. (Ver Tabla 7.11).

Tabla 7.11. Clusters obtenidos con el Método de la Gran Ruta.

Cluster	Distancia	Vehículo N°	Distancia recorrida/vehículo (Km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo Teórico de Recorrido (h)	Clientes visitados/vehículo	Tiempo promedio por cliente (h)	Tiempo Total Promedio (h)
1	1,7 km	1	1,7 km	35	0,05	6,00	0,33	2,049
2	2,9 km	2	2,9 km	35	0,08	6,00	0,33	2,082
3	3,2 km	3	3,2 km	35	0,09	6,00	0,33	2,093
4	3,9 km	4	3,9 km	35	0,11	6,00	0,33	2,110
5	4,0 km	1	6,9 km	35	0,20	12,00	0,33	4,697
6	3,2 km	2	7,0 km	35	0,20	12,00	0,33	4,701
7	1,7 km	3	3,4 km	35	0,10	10,00	0,33	3,931
TOTAL	20,59 Km							

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la Tabla 7.11, cada uno de los 4 vehículos es asignado a un cluster correspondiente para iniciar la distribución de producto de forma simultánea, permitiendo que la tarea de visitar a cada cliente se realice de forma más eficiente, considerando que cada vehículo visita un solo cluster a la vez, como se mencionó en el apartado 7.1.1.

En la Tabla 7.11 se puede apreciar que el vehículo 4 es el que realiza el menor tiempo promedio de trabajo, debido a que se tarda más en atender su cluster inicial, y cuando termina ésta labor, los demás clientes ya están siendo visitados por los otros vehículos que culminaron de atender a los clientes. Finalmente, se puede observar que el vehículo 2 tiene el mayor tiempo promedio de ocupación (4,701 horas), ya que visita más clientes y recorre una mayor distancia en comparación con los otros vehículos, por lo tanto, cuando termina su actividad, se

completa el proceso de distribución para los clusters propuestos con el Método de la Gran Ruta.

7.5. EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS.

Las metodologías planteadas en el presente estudio tienen diferencias y similitudes muy concretas, ya que el problema de ruteo de vehículos para el caso de estudio está dividido en tres segmentos: rutear, asignar y el método de solución.

También se analizó el orden en que se va a rutear y asignar, por ésta razón se encuentran algunas similitudes y diferencias mostradas al momento de plantear los modelos de solución.

Primero Asignar:

Las metodologías por Cercanía de Puntos, el Algoritmo de Pétalos y el método de Ahorros, en primer lugar forman los clusters para luego llegar a una solución con un método determinado, el cual se analiza más adelante.

Primero Rutear:

La metodología de la Gran Ruta plantea primero encontrar la ruta óptima para luego pasar a la formación de clusters basándose en su ruteo inicial.

Método de solución:

Los métodos por Cercanía de Puntos, Método del Barrido y el Algoritmo de Ahorros definen una solución del problema por el método MTZ, mientras que el algoritmo de Pétalos determina una solución al problema haciendo uso de su propio modelo, el cual selecciona los mejores clusters de los que fueron hallados por el Método del Barrido, y la Gran Ruta plantea inicialmente una secuenciación general con el MTZ, donde posteriormente se divide la ruta en clusters que cumplan con la restricción de capacidad de los vehículos, y presenta una solución del problema agregando las distancias desde el centro de distribución hasta los primeros y últimos clientes de cada cluster formado.

A continuación, se presenta una breve descripción y la evaluación cuantitativa de cada método propuesto para el caso de estudio. (Ver Tabla 7.12).

Tabla 7.12. Información de los métodos propuestos.

Propuesta	Método	Distancia (Kms)	Tiempo Total promedio de Recorrido (h)
1	Algoritmo de Pétalos (Método del Barrido, MTZ y modelo de Pétalos)	19,20 km	4,669
2	Método por Cercanía de Puntos (Agrupación de clientes cercanos y MTZ)	17,70 km	4,654
3	Heurístico de Ahorros (Formación de clusters por Ahorros y MTZ)	19,30 km	4,686
4	Método de la Gran Ruta (MTZ para una ruta general y formación de clusters)	20,59 km	4,701

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla 7.12 muestra que la mejor propuesta es el método por Cercanía de Puntos (**Propuesta 2**), secuenciado con ayuda del modelo MTZ, el cual recorre una distancia real por carretera de 17,70 Kms y tiene un tiempo total promedio de recorrido de 4,654 horas, siendo así la mejor alternativa para el estudio.

7.6. COMPARACIÓN PROPUESTA SELECCIONADA Y SISTEMA ACTUAL

En el sistema actual de distribución de la empresa objeto de estudio, se realizó la entrega del producto, recorriendo rutas de forma empírica por parte de los encargados del proceso de distribución, hasta llegar a cada uno de los 40 clientes. Al realizar la labor de dicha forma, se generaron costos de transporte que se mostrarán a continuación (Ver Tabla 7.13), que se evalúa y compara la eficiencia de las rutas obtenidas con la alternativa propuesta en el capítulo anterior, frente al proceso actual de distribución que presenta la empresa. Ver Anexo 13.

Tabla 7.13. Comparación entre el sistema actual y la alternativa propuesta.

Comparación	Costo Total de Transporte	Tiempo Total promedio de Distribución (h)
Sistema actual (Caso de estudio)	\$ 93.689,43	6,000
Alternativa propuesta	\$ 67.520,31	4,654
Variación	27,93%	22,43%

Fuente: Elaboración propia.

Para este caso de estudio, se tuvieron en cuenta solo los costos variables (Todos aquellos costos relacionados con la distancia recorrida y la cantidad de producto a distribuir). El costo total de transporte está constituido por la suma del costo de producto en volumen por kilómetro transportado y el costo de mantenimiento por Kilómetro para los cuatro (4) vehículos, dichos costos están expresados en COP (Pesos colombianos).

El costo de m^3 por kilómetro transportado ($\$/m^3 \cdot Km$) es de \$344,66 COP, y el costo de mantenimiento por Km para los cuatro (4) vehículos, es de \$244,30 COP. (La información anterior fue proporcionada por la empresa objeto de estudio).

Como se puede observar en la Tabla 7.13, con la alternativa propuesta se puede reducir el costo total de transporte en un 27,93% y el tiempo total promedio de distribución en 22,43%, en comparación con la información registrada durante el proceso de distribución real de la empresa caso de estudio.

8. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Con el propósito de evaluar los resultados del modelo de ruteo, creado a partir de la alternativa propuesta por el método por Cercanía de Puntos, se desarrolló la evaluación de escenarios dentro del mismo modelo.

8.1. ANÁLISIS VARIACIÓN EN LA CANTIDAD DE VEHÍCULOS

En el siguiente apartado se realizó la variación en el número de vehículos de la alternativa seleccionada en el capítulo anterior, con el fin de analizar el tiempo total de entrega y los costos asociados al transporte del producto. Para el presente escenario se llevó a cabo la restricción del vehículo con menor tiempo de ocupación. Ver Anexo 14.

De acuerdo al modelo de ruteo propuesto por el método de Cercanía de Puntos y el modelo MTZ, se pudo apreciar que el vehículo 3 tuvo un tiempo promedio de ocupación de 2,094 horas, siendo éste el 45% del tiempo total promedio de distribución, por lo tanto, es el vehículo con el menor tiempo promedio de ocupación y fue eliminado del modelo para realizar el análisis del escenario. A continuación se presenta la Tabla 8.1 con la información del análisis del escenario para el modelo de ruteo propuesto.

Tabla 8.1. Análisis del escenario (Eliminación del vehículo 3).

Cluster	Distancia	Vehículo N°	Distancia recorrida/vehículo (Km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo Teórico de Recorrido (h)	Clientes visitados/vehículo	Tiempo promedio por cliente (h)	Tiempo Total Promedio (h)
1	2,8 km	1	2,8 km	35	0,080	6,00	0,33	2,080
2	2,9 km	2	2,9 km	35	0,083	6,00	0,33	2,083
3	3,3 km	4	3,3 km	35	0,094	6,00	0,33	2,094
4	3,2 km	1	6,0 km	35	0,171	12,00	0,33	4,671
5	2,6 km	2	5,5 km	35	0,157	12,00	0,33	4,657
6	1,7 km	4	5,0 km	35	0,143	12,00	0,33	4,643
7	1,2 km	4	6,2 km	35	0,177	16,00	0,33	6,010
TOTAL	17,70 Km							

Fuente: Elaboración propia.

Después de realizar el análisis de los datos anteriores, se observó que el tiempo total promedio de distribución aumentó a 6,010 horas (un incremento de 1,356 horas respecto a la propuesta inicial de ruteo), donde el vehículo 2 tiene el menor tiempo de ocupación, siendo éste el 77,48% del tiempo total promedio de distribución. En la Tabla 8.2 se muestra la variación entre el costo total de transporte y el tiempo total promedio de entrega entre la propuesta inicial y el escenario con la eliminación del vehículo 3.

Tabla 8.2. Variación entre la propuesta inicial y escenario.

Comparación	Costo Total de Transporte	Tiempo Total Promedio de Distribución (h)
Escenario (Eliminando el vehículo 3)	\$ 60.518,53	6,010
Alternativa propuesta	\$ 67.520,31	4,654
Variación	10,37%	22,56%

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, en la Tabla 8.2 se muestran los cambios obtenidos con la eliminación del vehículo 3, donde se disminuyó el costo total de transporte en un 10,37%, y aumentó un 22,56% el tiempo total promedio de distribución, demostrando que al disminuir el costo, se incrementa el tiempo total promedio de distribución y viceversa.

8.2. ANÁLISIS VARIACIÓN EN LA CAPACIDAD DE VEHÍCULO

Éste análisis concierne a la variación en la capacidad de carga vehicular que permita abastecer a los 40 clientes en el orden propuesto por el método de Cercanía de Puntos.

Para realizar el siguiente análisis, se decidió utilizar el vehículo Chevrolet Luv el cual es un recurso actual de la empresa, cuya capacidad volumétrica es de 6,732 m³ lo cual permite atender la demanda total de los 40 clientes (6,477 m³), en comparación con los 4 vehículos asignados actualmente para la distribución del producto en Zarzal, cuya capacidad volumétrica individual es de 1,05 m³ (Ver Tabla 8.3).

Tabla 8.3. Capacidad máxima del vehículo.

Tipo de vehículo	Capacidad del Vehículo en volumen (m3)
Chevrolet Luv	6,732
Vehículo actual de la empresa	1,05

Fuente: Elaboración Propia.

Dicho análisis se llevó a cabo considerando que el vehículo debe recorrer una sola ruta para visitar a la totalidad de los clientes, debido a que su capacidad volumétrica le permite visitar a los 40 clientes sin la necesidad de regresar al centro de distribución para cargar producto nuevamente, el vehículo en mención carga únicamente producto suficiente para atender a un cluster a la vez, su capacidad volumétrica no sería aprovechada (subutilización capacidad volumétrica del vehículo) y se presume que podría generar un incremento en el costo total de

distribución (\$70.283,32 COP) debido a que el vehículo Chevrolet recorrería la misma distancia total que los 4 vehículos iniciales y el mantenimiento por Km del Chevrolet (\$268,40 COP) es 10% más alto que el de los 4 vehículos que emplea la empresa en la actualidad, además se presume que la totalidad de los clientes no serían atendidos durante una sola jornada regular de trabajo, ya que es un solo vehículo que estaría visitando los 7 clusters.

Para ajustar el modelo de ruteo obtenido con la mejor propuesta y poder realizar el análisis, se consideró el procedimiento para formar clusters en el método de la Gran Ruta (Ver apartado 6.2.4) y así generar una única ruta a partir de la unión de los clusters descritos en el método de Cercanía de Puntos.

A continuación se presentan los pasos para realizar una única ruta a partir del método de Cercanía de Puntos, los cuales se basaron en el procedimiento para formar clusters en el método de la Gran Ruta.

- 1- Se ordenaron los clusters de tal forma que el primer cliente a visitar se encuentre cerca del centro de distribución.
- 2- Se eliminaron las distancias que el vehículo debía recorrer entre el centro de distribución y los primeros clientes de cada cluster, a excepción de la distancia entre el centro de distribución y el primer cliente del cluster más cercano.
- 3- Se eliminaron las distancias que el vehículo debía recorrer entre los últimos clientes de cada cluster y el centro de distribución, a excepción de la distancia entre el último cliente del cluster final en la secuenciación y el centro de distribución.
- 4- Al último cliente de cada cluster se adicionó la distancia hacia el primer cliente del siguiente cluster, a excepción del último cluster el cual termina su recorrido en el centro de distribución.
- 5- Una vez obtenida la única ruta con base en el modelo propuesto por el método de cercanía de puntos, se procedió a realizar el análisis.

En la Figura 8.1 se presenta la elaboración de la única ruta formada a partir de los clusters obtenidos por el Método de Cercanía de Puntos, considerando los pasos mencionados.

Figura 8.1. Única ruta formada a partir del Método por Cercanía de puntos.



Fuente: Elaboración Propia.

A continuación, se presenta la Tabla 8.4 con la información obtenida para la única ruta, de acuerdo a los pasos mencionados.

Tabla 8.4. Información para elaborar una sola ruta.

Cluster	Distancia Total por cluster	Distancia entre centro de distribución y primer cliente	Distancia entre último cliente y centro de distribución	Distancias entre clusters	Distancia Total para única ruta
Cluster 7: 0-26-32-12-21-8	1,2 km	0,400 km	0,039 km	0,270 km	1,431 km
Cluster 6: 8-16-38-39-22-27-37	1,7 km	0,300 km	0,500 km	0,500 km	1,400 km
Cluster 5: 37-13-7-31-19-25-5	2,8 km	0,700 km	0,550 km	0,550 km	2,100 km
Cluster 4: 5-18-24-28-20-4-1	3,2 km	1,000 km	0,750 km	0,400 km	1,850 km
Cluster 3: 1-9-15-35-11-14-30	3,3 km	1,100 km	0,800 km	0,500 km	1,900 km
Cluster 2: 30-29-6-17-33-40-2	2,9 km	0,900 km	0,950 km	0,350 km	1,400 km
Cluster 1: 2-10-36-3-23-34-0	2,6 km	0,700 km	0,700 km	-	1,900 km
TOTAL	17,70 Km	5,10 Km	4,29 Km	2,57 Km	11,98 Km

Fuente: Elaboración Propia.

En la Tabla 8.4 se puede observar el nuevo orden de los cluster de acuerdo al **Paso 1**, donde la distancia total para la única ruta basada en los clusters propuestos por el método de Cercanía de Puntos fue de 11,98 Km, dicho valor se obtuvo tomando la distancia obtenida inicialmente por el método propuesto (17,7 Km), al cual se le restaron las distancias totales obtenidas en el **Paso 2** y el **Paso 3** (5,10 Km y 4,29 Km) y se adicionó la distancia total obtenida mediante el **Paso 4** (3,27 Km) dando como resultado 11,58 Km. Para lo anterior, se deben considerar las **excepciones** que se mencionan en los **Pasos 2, Paso 3 y Paso 4**, por lo tanto no se pueden restar las distancias entre el centro de distribución y el cliente 26, ni la distancia entre el cliente 34 y el centro de distribución, además el cliente 34 es

el último en ser visitado en todo el recorrido, dando como resultado que no se deba calcular la distancia entre este cliente y el cliente de cualquier otro cluster.

A continuación se muestra la única ruta elaborada en el mapa de Zarzal. (Ver Figura 8.2).

Figura 8.2. Única Ruta basada en la metodología propuesta.



Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo a lo anterior, se observó que con un sólo vehículo el recorrido total es de 11,98 Kms, presentando una reducción en distancia recorrida de 32,31%, en cuanto a los 17,7 Km presentados por el método por cercanía de puntos.

Dicho escenario se analizó con la condición de que el vehículo cuente con la capacidad suficiente para visitar a todos los clientes sin necesidad de regresar al centro de distribución para cargar producto. En la Tabla 8.5 se puede apreciar la información de esta ruta. Ver Anexo 15.

Tabla 8.5. Información de única ruta.

Distancia	Vehículo Nº	Capacidad Máxima del Vehículo en volumen (m3)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo Teórico de Recorrido (h)	Cientes visitados/vehículo	Tiempo promedio por cliente (h)	Tiempo Total Promedio (h)
11,981 km	1	6,732	40	0,300	40,00	0,33	13,633

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo a la información anterior, al contar con un vehículo cuya capacidad permita realizar una sola ruta, se puede disminuir el costo de transporte en un 29,54%, pero el tiempo total promedio de distribución aumenta en 192,91% en comparación a la alternativa propuesta en el capítulo anterior. (Ver Tabla 8.6).

Tabla 8.6. Comparación entre escenario y alternativa propuesta.

Comparación	Costo Total de Transporte	Tiempo Total Promedio de Distribución (h)
Escenario (Un vehículo con capacidad para visitar la totalidad de clientes)	\$ 47.574,26	13,633
Alternativa propuesta	\$ 67.520,31	4,654
Variación	29,54%	192,91%

Fuente: Elaboración propia.

Con base en lo anterior, se puede afirmar que al incrementar la capacidad de los vehículos se puede disminuir el número a utilizar de éstos, generando una reducción en la distancia total recorrida y a la vez se puede visitar una mayor cantidad de clientes, dando como resultado un menor costo total de transporte y un porcentaje de ocupación volumétrica del vehículo de 96,21%; sin embargo, se presume que puede generar un impacto desfavorable en el nivel de servicio, debido a que el tiempo promedio de visita por cliente es de 20 minutos, y al reducir la cantidad de rutas, se debe visitar una mayor cantidad de clientes por cada ruta, causando un mayor tiempo total promedio de distribución.

8.3. RESTRICCIÓN DE CLIENTES CON MENOR DEMANDA

Para la evaluación del siguiente escenario, se eliminaron los clientes cuya demanda volumétrica es la menor entre los 40 clientes. En este caso de estudio, se encontró que los clientes 23 y 37 son los que menor demanda generan (0,1056 m³ de demanda volumétrica para cada uno), por lo tanto son eliminados del modelo de ruteo obtenido mediante la propuesta del método por Cercanía de Puntos para iniciar el análisis del escenario. En la Tabla 8.7 se presenta la información de los clusters obtenidos por la alternativa seleccionada, donde se encuentran los clientes a eliminar. Ver Anexo 10.

Tabla 8.7.Clusters donde se encuentran los clientes a eliminar.

Cluster	Cluster	Distancia	Demanda (m3)	% Ocupacion del vehículo
1	Cluster 1: 0-2-10-36-3- 23 -34-0	2,6 km	0,9152	87,2%
5	Cluster 5: 0- 37 -13-7-31-19-25-0	2,8 km	1,0208	97,2%

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran las rutas de los clusters 1 y 5, propuestas por el modelo MTZ. (Ver Figura 8.3).

Figura 8.3. Rutas de los clusters 1 y 5 propuestas por el modelo MTZ.



Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 8.8 se presenta la información de los clusters obtenidos por la alternativa seleccionada. Para esta ocasión se realizó de nuevo la secuenciación de dichos clusters mediante el modelo del MTZ, excluyendo los clientes 37 y 23.

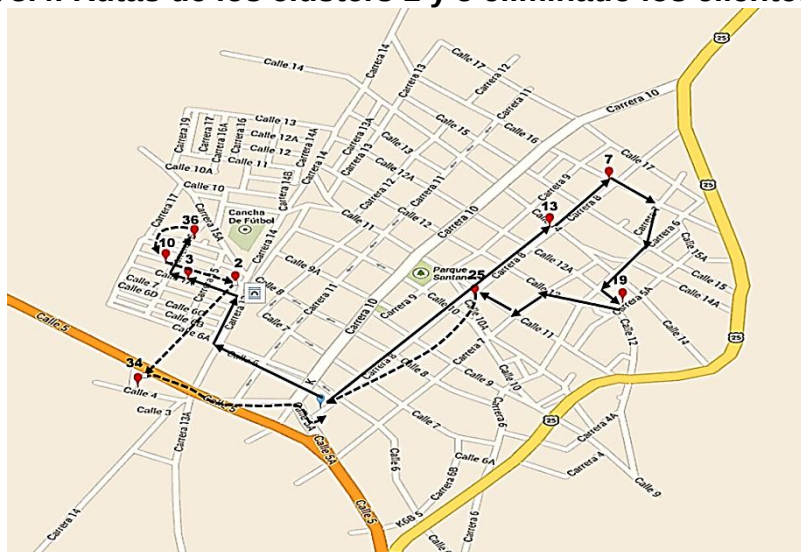
Tabla 8.8. Nueva secuenciación de clusters, excluyendo clientes 37 y 23.

Cluster	Cluster	Distancia	Demanda (m3)	% Ocupacion del vehículo
1	Cluster 1: 0-3-36-10-2-34-0	2,6 km	0,8096	77,1%
5	Cluster 5: 0-13-7-31-19-25-0	2,8 km	0,9152	87,2%

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran las rutas de los clusters 1 y 5, donde se eliminaron los clientes 37 y 23. (Ver Figura 8.4).

Figura 8.4. Rutas de los clusters 1 y 5 eliminado los clientes 23 y 37.



Fuente: Google Maps®.

Como se puede observar en la Figura 8.4, al eliminar los clientes 23 y 37, el cluster 1 mantuvo la misma secuenciación mientras que el cluster 5 cambió el orden de los clientes a visitar, pero aun así, las distancias a recorrer en cada ruta no cambió sin importar que se eliminaran estos clientes.

En la Tabla 8.9 se muestra la variación entre el costo total de transporte y el tiempo total promedio de distribución, entre la propuesta inicial y el escenario con la eliminación de los clientes de menor demanda. Ver Anexo 16.

Tabla 8.9. Variación entre la propuesta inicial y escenario.

Comparación	Costo Total de Transporte	Tiempo Total Promedio de Distribución (h)
Escenario (Eliminación de cliente 23 y 37)	\$ 65.318,63	4,631
Alternativa propuesta	\$ 67.520,31	4,654
Variación	3,37%	0,49%

Fuente: Elaboración propia.

Con la eliminación de los clientes 23 y 37 se disminuyó el costo total de transporte en un 3,37% y el tiempo total promedio de distribución en 0.49%, debido a que se realizaron las mismas rutas pero a la vez la cantidad de clientes a visitar fue menor. Para este escenario el vehículo 2 es el que tiene el mayor tiempo promedio de ocupación (4,631 horas).

8.4. RESTRICCIÓN DE CLIENTES BASADO EN EL PRECIO SOMBRA.

El costo dual o precio sombra, representa el costo de oportunidad de una unidad adicional en el término independiente de la restricción correspondiente. Es decir, en cuánto se afecta la función objetivo por cada unidad adicional que se incremente al lado derecho. Ver Anexo 4.

En la modelación del problema, específicamente en los comandos de los resultados, se ingresa un nuevo “**display**” encargado de mostrar cuál es el valor de los precios sombra en los clientes, siendo este determinado por la distancia más corta que recorrería frente a cada uno de los otros clientes. Esta información se deriva del manual de AMPL donde especifica que para mostrar el valor de un precio sombra es necesario escribir dentro del archivo de comandos el nombre de la **restricción.dual**, para el caso de estudio se llama **Viaje.dual**.

Para realizar el análisis del escenario, se restringieron los clientes que presentaron el menor y el mayor costo dual. Por lo tanto, el nuevo conjunto de clusters presenta dos alteraciones en su secuenciación y su resultado final, cada uno dependiente del cliente que se retire según la condición de su precio sombra. El costo dual del centro de distribución no se tomará en cuenta, debido a que sólo representa la lejanía entre dicho punto y el cluster al que se le distribuirá producto.

Como resultado de la modelación del MTZ en AMPL[®], e ingresando el nuevo “**display**” de **Viaje.dual** en los comandos, se deduce que los clientes 8 y 16 son los de menor precio sombra, los cuales pertenecen al cluster 6, de igual forma, se evidenció al cliente 24 como el de mayor precio sombra perteneciente al cluster 4, por lo tanto, se procede a eliminar estos clientes del modelo de ruteo obtenido mediante la propuesta del método por Cercanía de Puntos para iniciar el análisis del escenario. En la Tabla 8.10 se presenta la información de los clusters obtenidos por la alternativa seleccionada, donde se encuentran los clientes a eliminar.

Tabla 8.10. Información del cluster con los clientes a eliminar.

Cluster	Cluster	Distancia	Demanda (m3)	% Ocupacion del vehículo
4	Cluster 4: 0-5-18- 24 -28-20-4-0	3,2 km	1,0208	97,2%
6	Cluster 6: 0- 8-16 -38-39-22-27-0	1,7 km	0,9504	90,5%

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran las rutas de los clusters 4 y 6, propuestas por el modelo del MTZ. (Ver Figura 8.3).

Figura 8.5. Rutas de los clusters 4 y 6 propuestas por el modelo MTZ.



Fuente: Google Maps®.

En la Figura 8.5, el cluster 4 está demarcado por flechas de color negro y el 6 por flechas de color rojo.

En la Tabla 8.11 se presenta la información de los clusters obtenidos por la alternativa seleccionada. Para esta ocasión se realizó de nuevo la secuenciación de dichos clusters mediante el modelo del MTZ, excluyendo los clientes 8, 16 y 24.

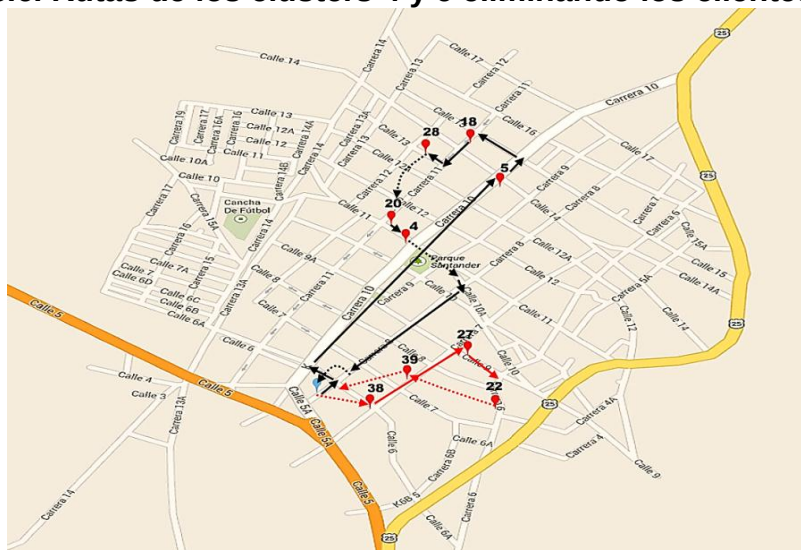
Tabla 8.11. Secuenciación de clusters, excluyendo clientes 8, 16 y 24.

Cluster	Cluster	Distancia	Demanda (m3)	% Ocupacion del vehículo
4	Cluster 4: 0-5-18-28-20-4-0	2,7 km	0,8448	80,5%
6	Cluster 6: 0-38-27-22-39-0	1,5 km	0,5984	57,0%

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran las rutas de los clusters 4 y 6, donde se eliminaron los clientes 8,16 y 24. (Ver Figura 8.6).

Figura 8.6. Rutas de los clusters 4 y 6 eliminando los clientes 8, 16 y 24.



Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 8.6, el cluster 4 está demarcado por flechas de color negro y el 6 por flechas de color rojo.

Como se puede observar en la Figura 8.5, al eliminar los clientes 8 y 16 que presentaron el menor costo dual, se generó una nueva secuenciación donde se disminuyó la distancia de recorrido en 200 metros y el vehículo ocupó el 57% de su capacidad volumétrica para la distribución de producto en el cluster 6. Al eliminar al cliente 24 que presentó el mayor precio sombra, no se demostró un cambio significativo en la secuenciación para la distribución, pero al ser el cliente más alejado, su restricción produjo una reducción en la distancia recorrida en 500 metros y el vehículo ocupó el 80,5% de su capacidad volumétrica para la distribución de producto en el cluster 4.

En la Tabla 8.12 se muestra la variación entre el costo total de transporte y el tiempo total promedio de distribución, entre la propuesta inicial y el escenario con la eliminación de los clientes 8 y 16, los cuales presentaron el menor precio sombra. Ver Anexo 17.

Tabla 8.12. Variación propuesta inicial y escenario.

Comparación	Costo Total de Transporte	Tiempo Total Promedio de Distribución (h)
Escenario (Menor Precio Sombra)	\$ 63.129,36	4,654
Alternativa propuesta	\$ 67.520,31	4,654
Variación	6,96%	0,00%

Fuente: Elaboración propia.

Con la eliminación de los clientes 8 y 16, se redujo el costo de transporte en un 6.96% debido a que el vehículo se ahorró 200 mts en la distancia total recorrida por este cluster y a la vez la cantidad de clientes a visitar fue menor, sin embargo el tiempo total promedio de distribución no sufrió ningún cambio, debido a que estos clientes no hacían parte de alguno de los clusters visitados por el vehículo 1, el cuál es el que tiene el mayor tiempo promedio de ocupación (4,654 horas), por lo tanto, cuando termina su actividad, se completa el proceso de distribución para los clusters propuestos con el Método por Cercanía de Puntos.

En la Tabla 8.13 se muestra la variación entre el costo total de transporte y el tiempo total promedio de distribución, entre la propuesta inicial y el escenario con la eliminación del cliente 24, el cual presentó el mayor precio sombra. Ver Anexo 18.

Tabla 8.13. Variación propuesta inicial y escenario.

Comparación	Costo Total de Transporte	Tiempo Total Promedio de Distribución (h)
Escenario (Mayor Precio Sombra)	\$ 63.830,05	4,654
Alternativa propuesta	\$ 67.520,31	4,654
Variación	5,78%	0,00%

Fuente: Elaboración propia.

Con la eliminación del cliente 24, se disminuyó el costo de transporte en un 5,78% ya que el vehículo se ahorró 500 mts en la distancia total recorrida por este cluster y a la vez la cantidad de clientes a visitar fue menor, sin embargo el tiempo total promedio de distribución no sufrió ningún cambio, debido a que estos clientes no hacían parte de alguno de los clusters visitados por el vehículo 1, el cuál es el que tiene el mayor tiempo promedio de ocupación (4,654 horas), por lo tanto, cuando termina su actividad, se completa el proceso de distribución para los clusters propuestos con el Método por Cercanía de Puntos.

Como se pudo observar en la Tabla 8.12 y la Tabla 8.13, se produjo un mayor ahorro en el costo total de transporte al eliminar los clientes 8 y 16 que presentaron el menor precio sombra, superando en 1,17% el ahorro obtenido por eliminar el cliente 24 que presentó el mayor precio sombra.

9. CONCLUSIONES

El mejor método para el caso de estudio fue la propuesta 2, la cual realiza la formación de clusters a través de la Cercanía de Puntos y resuelve la secuenciación mediante la programación lineal aplicada, que en este caso fue el modelo del MTZ (Variación del Problema del Agente Viajero), debido a que recorre la menor distancia real por carretera, dicha distancia fue de 17,70Kms.

Para la caracterización del sistema actual de distribución, se recopiló información primaria a través de la documentación pertinente, entrevistas con el gerente de la empresa, y el personal involucrado en la distribución del producto, mediante el cual, se consideró un caso de estudio donde se distribuye el producto a 40 clientes del área urbana del municipio de Zarzal, ya que son los más representativos respecto a la demanda del producto.

La selección de la mejor propuesta se realizó a partir de la comparación de las distancias reales recorridas por los vehículos, obtenidas por la formulación del Algoritmo de Pétalos, algoritmo de Ahorros, Cercanía de Puntos y el Método de la Gran Ruta, es decir, se escogió la mejor alternativa con base en la menor cantidad de kilómetros recorridos, de tal forma que todos los vehículos salgan del centro de distribución y visiten a todos los clientes.

Todas las propuestas han sido planteadas según la capacidad volumétrica de cada vehículo, debido a que estos pueden transportar como máximo $1,05 \text{ m}^3$ de producto (Flota homogénea), por ello cada modelo presentó siete (7) clusters que cumplen con dicha restricción de capacidad; seis (6) de ellos contienen seis (6) clientes cada uno, y un cluster contiene cuatro (4) clientes, a excepción de los clusters obtenidos con el Algoritmo de Pétalos, el cual arrojó cinco (5) clusters con seis (6) clientes cada uno, y dos (2) clusters de cinco (5) clientes respectivamente; con tiempos promedio totales de distribución entre 4,654 y 4,701 horas para la distribución del producto, incluyendo un tiempo promedio de parada de 20 minutos por cliente.

El ruteo por las calles y las direcciones influyen directamente en el resultado, ya que la asimetría de algunos trayectos genera que la distancia total recorrida aumente o disminuya. Por ello, la solución obtenida no permite que un vehículo vaya por una calle en contra de su vía legal o que atraviese parques o divisiones que no sean transitables.

La formación de clusters a través de la Cercanía de Puntos generó como resultado una menor distancia recorrida que las demás alternativas, además fue flexible para la creación de escenarios, permitiendo excluir clientes del modelo de forma eficiente, en caso que fuera necesario.

Los métodos del algoritmo de Pétalos, Algoritmo de Ahorros y la Gran Ruta, dan como resultado un sistema de rutas factibles pero no sirven como solución inicial al problema, además estas rutas son creadas de forma predeterminada, por lo tanto, no pueden ser modificadas de manera inmediata, y al excluir o ingresar nuevos clientes, es necesario modelar desde el inicio para crear nuevas rutas.

En el escenario donde se restringe el vehículo con menor tiempo de ocupación, se puede apreciar que el costo total de transporte disminuye un 10,37%, en comparación con la alternativa propuesta, pero el tiempo total promedio de distribución aumenta en un 22,56%, lo cual puede generar un problema de decisión multiobjetivo, donde se considera que si se desea contribuir en mejorar el nivel de servicio se deben incurrir en costos de transporte adicionales y viceversa.

Para el escenario donde se modificó la capacidad de carga del vehículo (Chevrolet Luv) para abastecer los 40 clientes en una sola ruta, se obtuvo como resultado una disminución de 32,31% en la distancia total recorrida y 29,54% en los costos totales de transporte en comparación con la alternativa propuesta, pero al analizar el tiempo total promedio de distribución, se generó un aumento de un 192,91%, debido a que el vehículo tarda 20 minutos en promedio por cada cliente que visita, ocupando 13,633 horas para realizar todo el proceso de distribución, siendo un tiempo que no es factible para una jornada de trabajo regular diario.

En el escenario donde se restringen los clientes con menor demanda, se puede observar que los clientes 23 y 37, pertenecientes a los clusters 1 y 5, son los puntos con menor demanda. Después de eliminar estos puntos y modelar de nuevo dichos clusters con el modelo MTZ, se obtuvo que el cluster 1 mantuviera la misma secuenciación y el cluster 5 cambiara el orden de los clientes a visitar. Las distancias a recorrer en cada ruta no cambiaron sin importar que se eliminaran estos clientes, por lo tanto la distancia total recorrida siguió siendo de 17,70 Kms, mientras el costo total de distribución se redujo en un 3,37% (\$65.318,63 COP) y el tiempo total promedio de distribución en 0,49% (4,631 horas), debido a que se realizaron las mismas rutas pero a la vez la cantidad de clientes a visitar fue menor.

Al restringir los clientes que presentaron mayor y menor precio sombra, se observó que los clientes 8 y 16, pertenecientes al cluster 6, generaron el menor precio sombra, y el cliente 24, ubicado en el cluster 4, demostró tener el mayor precio sombra.

Con la eliminación de los clientes de menor precio sombra y al modelar de nuevo el clusters 6 con el MTZ, se obtuvo una disminución en la distancia total recorrida de 200 metros y también se redujo la capacidad ocupada del vehículo en un 43%, ya que la cantidad de producto a transportar se redujo de 6.477 m³ a 5,648 m³ debido a que se visitan menos clientes, causando una disminución en el costo total de transporte del 6,96% (\$63.129,36 COP).

Al eliminar el cliente de mayor precio sombra y modelar de nuevo el clusters 4 con el modelo MTZ, se obtuvo una disminución en la distancia recorrida de 500 metros y la capacidad ocupada del vehículo se redujo en un 19,54%, debido a que la cantidad de producto a transportar se redujo de 6,477 m³ a 6,301 m³ generando que el costo total de transporte disminuyera en un 5,78% (\$63.830,05 COP).

El ahorro obtenido por eliminar los clientes de menor precio sombra fue superior en 1,17% en cuanto al ahorro presentado por eliminar al cliente de mayor precio sombra, debido a que en el primer escenario se transportaron 0,176 m³ menos de producto en comparación con el segundo escenario, además al eliminar los clientes 8, 16 y 24 no se generaron cambios en el tiempo total promedio de distribución, debido a que no hacían parte de alguno de los clusters visitados por el vehículo 1, el cuál es el que tiene el mayor tiempo promedio de ocupación (4,654 horas) y es el que define el tiempo total promedio de distribución para el modelo de ruteo obtenido con el método por Cercanía de Puntos.

Para futuras investigaciones, se recomienda extender el estudio de ruteo de vehículos para clientes ubicados en las demás zonas de influencia (Bolívar, Roldanillo, La Victoria y La Paila) en las que la empresa realiza su proceso de distribución.

Se recomienda realizar un estudio de ruteo considerando ventanas de tiempo, para analizar su impacto en la secuenciación de visitas a los clientes y el costo total de transporte.

También se recomienda realizar un estudio de optimización de flota, con el cual se pueda determinar el número óptimo de vehículos para la operación de transporte del producto de la empresa, con el fin de mantener un equilibrio entre la cantidad de vehículos a utilizar y la capacidad de cada uno, donde se pueda realizar el proceso de distribución por varias rutas de manera simultánea, bajo unos costos totales de transporte y tiempos totales de distribución aceptables.

En el caso de adquirir vehículos con características diferentes, se recomienda realizar de nuevo el estudio de ruteo, donde se considere la flota heterogénea de vehículos, y se analice su impacto en la configuración de visitas a los clientes y el costo total de transporte.

REFERENCIAS

- Albán, E., Salas, R. & Vargas, L. (2009). *Organización del sistema de suministro y distribución de una empresa de una empresa de catering*. Trabajo de pregrado no publicado. ESPOL. Guayaquil, Ecuador.
- Applegate, D. L., Bixby, R. E., Chvátal, V. & Cook, W. J. (2006). The traveling salesman problem: a computational study. *Princeton University Press*, pág. 606.
- Balinski, M. & Quandt, R. (1964). On an integer program for a delivery problem. *Operations Research* 12 300–304.
- Ballou, R. (2004). *Administración de la cadena de suministros*. Pearson Education. México.
- Beasley, J. (1983). *Route first – cluster second methods for vehicle routing*. *Omega* 11, 403–408.
- Bernal, W. E. (2009). *Solución a un problema de ruteo vehicular por medio de una técnica Metaheurística llamada Algoritmos Genéticos*. Trabajo de pregrado no publicado, UNIVALLE, Santiago de Cali, Colombia.
- Boctor, F. & Renaud, J. (2000). The column-circular, subsets-selection problem: complexity and solutions. *Computers & Operations Research* 27 383–398.
- Bodin, L. & Golden, B. (1981). *Classification in Vehicle-Routing and Scheduling*. *Networks*, 11(2), pp. 97-108.
- Cadillo, J. (2011). *Estudio comparativo de la aplicación de heurísticas al problema de ruteo de vehículos*. Trabajo de postgrado no publicado. PUCP. Lima, Perú.
- Calviño, A. (2011). *Cooperación en los problemas del viajante (TSP) y de rutas de vehículos (VRP): una panorámica*. Trabajo de maestría no publicado, USC, Santiago de Compostela, España.
- Castañeda, M. L. (2009). *Aplicación de la metaheurística búsqueda tabú al problema de la ruta más corta para una empresa distribuidora de harina de trigo*. Trabajo de pregrado no publicado, UPBB, Floridablanca, Colombia.

- Cirasella, J., Johson, D., Mcgeoch, L. & Zang, W. (2001). *The Asymmetric Traveling Salesman Problem: Algorithms, Instance Generators, and Tests*. Boston Architectural Center Library 320 Newbury Street, Boston, MA 02115.
- Cruz, E., Restrepo, J., Medina, P. (2007). *Un problema logístico de ruteo de vehículos y una solución con Solver[®] de Excel[®]: un caso de estudio*. Scientia et Technica Año XIII, No 37, ISSN 0122-1701.
- Dantzig, G. & Ramser, J. (1959). *The Truck Dispatching Problem*. *Management Science*, Vol. 6, No. 1 pp. 80-91.
- Dantzig, G., Fulkerson, R. & Ramser, J. (1954). *Solution of a large-scale traveling-salesman problem*. *Journal of the Operations Research Society of America*, Vol. 2, No. 4 pp. 393-410.
- Daza, J., Montoya, J., & Narducci, F. (2009). *Resolución del Problema de Enrutamiento de Vehículos con Limitaciones de Capacidad utilizando un Procedimiento metaheurístico de dos Fases*. *Revista EIA*, ISSN 1794-1237, N°12. 23-38.
- De Santiago, Y. (2011). *Un problema bi-objetivo de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo*. Trabajo de maestría no publicado, UANL. Nuevo León, México.
- Delgado, L. C., & Lozano, J. C. (2011). *Medición del nivel de servicio en ruteo de vehículos con priorización de clientes con apoyo de redes de Petri*. Trabajo de pregrado no publicado, UNIVALLE, Santiago de Cali, Colombia.
- Figueroa, J. (2011). *Uso de ACS hibridado para la resolución de un problema VRP multi-objetivo*. Trabajo de maestría no publicado, UDEC. Concepción, Chile.
- Fisher, M., & Jaikumar, R. (1981). *A generalized assignment heuristic for the vehicle routing problem*. *Networks* 11, 109–124.
- Fourer, R., Gay D. M. & Kernighan B. W. (2012). "AMPL, Un lenguaje de Programación Matemática."
- Galvis, J., Jaimes, G. & Quiroga, N. (2011). *Estudio cuantitativo de tres aplicaciones diferentes del problema de ruteo de vehículos (VRP) en la universidad industrial de Santander*. Trabajo pregrado no publicado, UDES. Bucaramanga, Colombia.

- Gillet, B. & Miller, L. (1974). *A Heuristic Algorithm for the Vehicle Despatch Problem*. Operations Research 22, 340-9.
- Guerrero, A., Pérez, R. E., & Olivares, E. (2011). *Un caso logístico del problema de ruteo vehicular múltiple m-VRP resuelto con la heurística de Fisher & Jaikumar*. Memorias del IV Taller Latino-iberoamericano de Investigación de Operaciones (TLAIO). PUB ID: 103-499-242.
- Held, M., & Karp, R. M. (1971). *The Traveling Salesman Problem and Minimum Spanning Trees: part II*. Mathematical Programming 1:6-25.
- Johnson, J. & McGeoch, L. (1995). *The Traveling Salesman Problem: A Case Study in Local Optimization*. Lenstra (eds.), John Wiley and Sons, London, 1997, pp. 215-310.
- Labra, A. A. (2009). *Enrutamiento de vehículos con entrega y recogida simultánea con ventanas de tiempo a través de optimización por enjambre de partículas*. Trabajo de pregrado no publicado, PUCV, Valparaíso, Chile.
- Laporte, G. (2007). *The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms*. European Journal of Operational Research 59 345-358, North-Holland.
- Lawler, E. L., Lenstra, J. K., Rinnoy A. H., y Shmoys, D.B. (1985). *The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*. Chichester, Inglaterra: Editorial Wiley.
- Liong, C., Rosmanira, I., Khairuddin, O., & Mourad, Z. (2008). *Vehicle Routing Problem: Models and Solutions*. Journal of Quality Measurement and Analysis, 4(1), pág. 205 – 218.
- Lipeneux, L., & Aragón, B. (2009). *Aproximación al estudio de ruteo de vehículos con priorización de clientes basada en criterios logísticos*. Trabajo de pregrado no publicado, UNIVALLE, Santiago de Cali, Colombia.
- Martello, S., Toth, P. (1990). *Knapsack problems: algorithms and computer implementations*. John Wiley and Sons.
- Medina, C., & Espinosa, M. T. (2002). *La toma de decisiones en un mundo posmoderno: de la racionalidad al caos*. Reporte de investigación, Departamento de Administración, UAM, Ciudad de México, D.F., México.
- Miller, C., Tucker A. & Zemlin R. (1960). *Integer programming formulations and traveling salesman problems*. J. ACM 7326–329.

- Morales, O. M. (2012). *Modelo de ruteo de vehículos*. Trabajo de especialización no publicado, Universidad EAN, Santafé de Bogotá, Colombia.
- Morán, C. D., Núñez, J. J., & Echeverría, F. (2013). *Implementación de un Problema de Ruteo Vehicular con Ventanas de Tiempo (VRPTW) en una empresa de venta de agroquímicos, sucursal Milagro*. Trabajo de pregrado no publicado, ESPOL, Guayaquil, Ecuador.
- Moreno, K., Parra, C. & Ulabarry, L. (2012). *Diseño y estructuración del modelo de ruteo de transporte para la distribución de productos cárnicos en un canal de distribución tradicional (tienda a tienda)*. Trabajo de pregrado no publicado. USB. Santiago de Cali, Colombia.
- Nuñez, E. (2012). *Calculadora Geodésica Utm<>Geo*. Recuperado de <http://enmaderal.jimdo.com/descargas/calculadora-utm/>
- Ocaña, R. & Ramírez, C. (2012). *Diseño de un Modelo matemático para resolver problemas de ruteo vehicular capacitado con ventanas de tiempo, con la aplicación del algoritmo de Clarke & Wright. Caso de estudio: Empresa de servicios de Courier de la ciudad de Guayaquil*. Trabajo de pregrado no publicado. ESPOL. Guayaquil, Ecuador.
- Olivera, A. (2004). *Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos*. UDELAR. Montevideo, Uruguay.
- Olivera, A. (2004) *Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos*. Reporte de investigación, Instituto de Computación - Facultad de Ingeniería, UDELAR, Montevideo, Uruguay.
- Olivera, A. (2005). *Memorias adaptativas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples viajes*. Trabajo de maestría no publicado, UDELAR, Montevideo, Uruguay.
- Piqueras, V. & Folgado, J. (2003). *Optimización económica de redes de transporte del tipo VRPTW*. *Revista de Obras Públicas: Órgano profesional de los ingenieros de caminos, canales y puertos*, ISSN 0034-8619, N°. 3436, 2003, págs. 31-39.
- Quintero, T. (2012). *Algoritmo híbrido basado en un método de aproximaciones sucesivas para el problema de ruteo de vehículos heterogéneo*. Trabajo de maestría en ingeniería no publicado. UANL. Nuevo León, México.

- Rocha, L., González, E. & Orjuela, J. (2011). *Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución*. En: Ingeniería, Vol. 16, No. 2, pág. 35 - 55.
- Rodríguez, A. (2007). *Integración de un SIG con modelos de cálculo y optimización de rutas de vehículos CVRP y software de gestión de flotas*. XI Congreso de Ingeniería de Organización, Madrid.
- Rojas, F. A., & Pinto, J. L. (2013). *Aplicación de la heurística de Pétalos en un caso de estudio de la industria de alimentos en la ciudad de Cali*. Trabajo de pregrado no publicado. Universidad del Valle. Santiago de Cali, Colombia.
- Soporte de Google®. (2015). *Ayuda de Google Maps*. Recuperado de <https://support.google.com/maps/#>
- Taha, H.A. (2004). *Investigación de operaciones 7ª edición*. Atlacomulco, México: Editorial Pearson Educación.
- Tillman, F. (1969). *The multiple terminal delivery problem with probabilistic demands*. Transportation Science 3, 192-204.
- Toth, P., & Vigo, D. (2000). *Exact solution of the Vehicle Routing Problem*. Fleet management and logistics, T. Crainic, G. Laporte, editores, páginas 1–31. Kluwer Academic Publishers.
- Vidal, C. J. (2011). *Introducción a los sistemas de transporte y optimización de cadenas de abastecimiento*. Santiago de Cali, Colombia: Programa Editorial - Universidad del Valle.
- Zabala, P. (2006). *Problemas de ruteo de vehículos*. Tesis Doctoral no publicada. UBA. Buenos Aires, Argentina.